

Факултет инжењерских наука, Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Производно машинство

Предмет: Мерење, контрола и квалитет

Број индекса: 85/2015

Милица М. Петровић

Модул еластичности

завршни рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. Проф. др Фатима Живић- ментор

2. _____

3. _____

Датум

одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завршног рада кандидат треба да опише важност и значај модула еластичности, као и теоријске поставке и прикаже примере примене. Практично треба да прикаже уређај за мерење модула еластичности жице.

Препоручена литература:

[1] Симић С., Живић И., „Физичка Механика“ Природно математички факултет, Крагујевац, 2003

[2] Ројланс, Д., „Stress strain curves“, MIT, Масачусетс, 2001

[3] Pelleg J, Mechanical Properties of Materials, Springer Science+Business Media Dordrecht, 2013

Крагујевац, 17.05.2019. год

ментор:

Фатима Живић, проф. др

Резиме

Овај рад бави се испитивањем модула еластичности. Сам рад састављен је из две теоријске целине које објашњавају теорију напона и деформација. На основу теоријских закључака дато је објашњење самог модула еластичности, зоне пластичног и еластичног деформисања и криви течења. Такође, описана је методологија за експериментално утврђивање модула еластичности и криве течења.

Кључне речи: *модул, еластичност, пластичност, експеримент.*

Summary

This paper deals with testing the modulus of elasticity. The work itself was derived from two theoretical units that are familiar with the theory of stress and deformation. Only the modulus of the elastic modulus, the zone of plastic and elastic deformation and criminality was published at basic theoretical conclusions. Also, the methodology for experimentally introducing the modulus of elasticity and flow curve is described.

Key words: *modulus, elasticity, plasticity, experiment.*

Садржај

1.	Увод	1
2.	Напон	3
2.1.	Тотални и компонентни напони	3
2.2.	Тензор напона	5
2.3.	Главни напони	5
2.4.	Напонске површи	8
3.	Деформације	10
3.1.	Појам деформације	10
3.2.	Веза између напона и деформација (Хуков закон)	12
3.3.	Хомогено и нехомогено деформисање	14
4.	Деформациона чврстоћа	15
4.1.	Услови пластичности и еластичности	15
4.2.	Модул еластичности	18
4.3.	Деформационо очвршћавање	20
4.4.	Криве течења	22
5.	Испитивање на затезање	25
6.	Компаратори	28
7.	Мерење модула еластичности жице	37
8.	Закључак	40
9.	Литература	41

1. Увод

Теорија еластичности проучава зависност између спољашњих и унутрашњих сила и деформација чврстих еластичних тела. Одређивање зависности између унутрашње силе и деформације није потпуно одређено због примене компликованог математичког модела. Али су добијена добра решења за одређене физичке облике као што су штап, љуска, плоча и тело. Тела имају коначне три димензије. Чврсто тело се под дејством спољашњих сила деформише. Према начину деловања, оптерећења могу бити статичка и динамичка. У теорији еластичности проучавају се само статичка оптерећења. У другој области која се назива еластодинамика тј. теорија осцилација, проучавају се и динамичка оптерећења. Ова оптерећења изазивају промене облика и запремине. Сматра се да су ове деформације мале, и да је веза између унутрашњих сила и деформација линеарна, па је ова теорија само линеарна теорија еластичности. У теорији еластичности, посматра се идеално еластично тело, што значи да се тело после деловања спољашње силе враћа у првобитно стање. Ова теорија је математичка дисциплина. Практични део ове теорије је отпорност материјала која обрађује специјалне проблеме теорије еластичности које су од практичног значаја. Обрасци отпорности изводе се елементарно уз извесне претпоставке о деформацијама тела које се добро слажу са експериментима проверени су на изведеним конструкцијама. Главна особина крутих тела је да имају исто одстојање између две произвољне тачке и под дејство спољашњих сила. Све тачке оваквог тела задржавају свој положај за време кретања, односно не долази до промене њиховог облика или запремине. Крута тела у природи заправо не постоје али их механика уводи како би се лакше схватили закони кретања и равнотеже. Реална тела су чврста, гасовита, и течна. Под дејством сила она се деформишу, тј. долази до промене растојања између произвољних тачака тела. Па се због тога мора посматрати кретање појединих делова тела, односно проучавати релативно кретање. Свако тело је састављено од молекула и атома, ипак, његова запремина није у потпуности испуњена материјом. Проучавање кретања атома и молекула је доста сложено, па се зато посматрају макроскопски, састављена су из много мањих делова – честица. Ове честице се крећу као целине па је њихов састав непрекидан. Такву средину називамо *непрекидном средином* или *континуумом*. Део физике која се бави проучавањем ових непрекидних средина назива се механика непрекидних (деформабилних) средина. Дели се на теорију еластичности и механику флуида. Теорија еластичности проучава чврсте и непрекидне средине. Деформација представља промену облика тела (растежање, савијање, торзију) под утицајем спољашњих и унутрашњих оптерећења. Када се чврсто тело изложи дејству сила оно се деформише, па мења облик и запремину. Те силе могу бити спољашње силе и унутрашње силе. Спољашње силе могу бити запреминске и површинске. Запреминске силе делују на све честице и сразмерне су маси елемента. Овакве силе су: сила теже, сила гравитације, итд. Површинске силе делују на честице на површи, тј. омотачу тела или бар на неком његовом делу. Такве силе су додирни притисак, хидростатички притисак, аеродинамики притисак, капилне силе између молекула зифова тела итд. Ове силе не зависе од масе тела. Унутрашње силе имају другачију природу. То су

међумолекуларне силе и делују узјамно привлачећи честице напругнутог стања. Према Трећем Њутновом закону оне не делују динамички. При деформацији, мењају се међумолекуларна растојања, па се мењају нападне тачке унутрашњих сила и оне врше рад који се претвара у потенцијалну енергију деформације. Напругнуто тело се деформише, мења се растојање честица а самим тим и унутрашње силе. Ако те промене не пређу извесну границу, онда ће се по престанку утицаја спољашње силе честице вратити у првобитан положај. Ова особина тела назива се еластичност. Ова тела имају своје границе еластичности и зависи од хемијског састава и структуре тела. Ако се пређе граница еластичности, чврсто тело с ене враћа у првобитно стање. Промене су трајне па се то назива пластична деформација. Када се границе прекораче још више, долази до кидања, тј. долази до попуштања унутрашњих сила и долази до раскидања тела. Ове границе еластичности одређују се експериментално. Па у односу на ове границе, тела могу бити:

- Еластична са широком границом еластичности (челик, метали и легуре)
- Крта (мермер и стакло)
- Пластична (олово, асфалт, везивни материјали)

Деформација може бити еластична у оквиру које се након престанка деловања оптерећења тело враћа у првобитни облик и нееластична, када тело остаје трајно деформисано. У оквиру области деформације потребно је разумети каква оптерећења постоје, шта су то напони. На основу ових појмова изводе се компоненте деформације (дужинска и запреминста еластична деформација).

Модул еластичности је количина која мери отпорност објекта или супстанце да се еластично деформише када се на њу примени напон. Модул еластичности објекта дефинисан је као нагиб криве напрезања-деформације у подручју еластичне деформације. Крути материјал ће имати већи модул еластичности.

Одређивање начина мерења напрезања и напрезања, укључујући правце, омогућава да се дефинишу многи типови еластичних модула. Три основне су:

- Јангов модул (Е) описује еластичност затезања, или тенденцију објекта да се деформише дуж осе када су супротне силе примењене дуж те осе; он се дефинише као однос напрезања затезања према влачној деформацији. Често се назива само модулом еластичности.
- Модул смицања или модул крутости (G или μ) описује склоност објекта смицању (деформација облика при константној запремини) када на њих дјелују супротне силе; он је дефинисан као напон смицања на смицање. Модул смицања је део деривације вискозности.
- Модул волумена (K) описује волуметријску еластичност, или тенденцију објекта да се деформише у свим правцима када се равномерно оптерећује у свим правцима; он се дефинира као волуметријски напон на волуметријском напрезању и представља инверзну компресибилност. Волуменски модул је проширење Иоунговог модула на три димензије.

Три друга еластична модула су Поиссонов однос, Ламеов први параметар и П-вални модул.

Хомогени и изотропни (слични у свим правцима) материјали (чврсте материје) имају своја (линеарна) еластична својства у потпуности описана са два модула еластичности,

и може се изабрати било који пар. С обзиром на пар еластичних модула, сви остали модули еластичности могу се израчунати према формулама у табели испод на крају странице.

Флуиди су посебни по томе што не могу да издрже напон смицања, што значи да је модул смицања увек нула. То такође имплицира да је Јангов модул за ову групу увек нула.

У неким енглеским текстовима овдје описана количина назива се еластична константа, док се инверзна количина назива модулом еластичности.

2. Напон

Напон у механици континуума представља меру просечне силе по јединици површине на површи на којој се осећа дејство унутрашњих сила које делују унутар деформабилног тела. Концепт напона у механици континуума развио је Огистен Луј Коши око 1822. године. Ове унутрашње силе настају између честица тела као реакција на спољашње силе, које се осећају у телу. Спољашње силе могу бити површинске или запреминске. Ове унутрашње силе распоређују се континуирано унутар запремине тела зато што се деформабилно тело посматра као континуум.

2.1. Тотални и компонентни напони

Слика 2.1. показује тело у равнотежи. Услед дејства спољних сила F_i између делова тела настају унутрашње силе. Ово тело је пресечено једном равни S како би се лакше приказале и одредиле силе у некој произвољној тачки O . Када се посматра један од тих делова, можемо утврдити да је он у равнотежи под дејством сила.. и унутрашњих сила које су распоређене по пресечној равни.. које представљају дејство B на материјал дела A . Претпоставља се да су ове силе распоређене непрекидно на површини на коју делује, као што су вода, притисак итд. При разматрању ових унутрашњих сила, овај интензитет називамо напоном. Пошто се после деформације, успоставила равнотежа свих сила на делу тела, то се може даље сматрати крутим телом, па се могу применити статички услови равнотеже. Ако узмемо неку произвољну тачку O на деловној површи и елементарну површину ΔA са спољашњом нормалом n . Силе које дејствују на тој површи ΔA редукују се у тачки O на торзер, то јест на главни вектор ΔF и главни момент ΔM . Количник $\Delta F / \Delta A$ представља средњи или просечни напон у тачки O , односно интензитет унутрашњих сила. При смањивању површи ΔA до врло малих димензија под условом да је њоме обухваћена тачка O и вектор σ који тежи граничној вредности који се назива тотални или укупни напон:

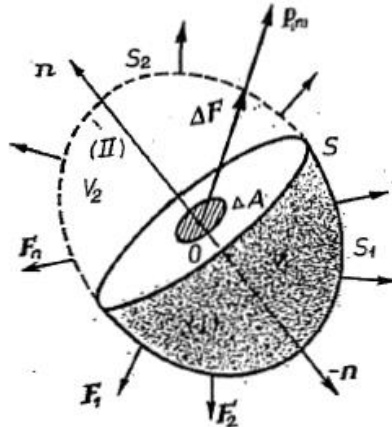
$$p = \lim p = \lim \Delta F / \Delta A = \frac{d F}{d A} \quad (2.1.)$$

Тотални напон у тачки O за раван S може се оријентисану нормалом n није колинеаран са нормалом, па се може разложити на две компоненте напона, једну у правцу нормале,

тзв. Нормални напон σ и једну у самој равни S тзв. тангенцијални или смицајни напон τ . Ако се са означи јединични вектор у равни S , онда се може писати:

$$p = \sigma_n n + \tau_n t \quad (t, n) = 0 \quad (2.2.)$$

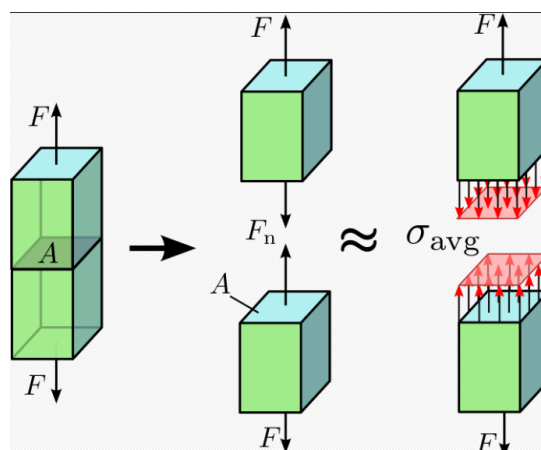
Нормални напон је колинеаран са нормалом, па када је истосмеран, онда је то *напон затезања*, у супротном је то *напон притиска*.



Слика 2.1. Тотални и компонентни напони [1]

Када имамо призматични штап, приказан на слици 2.1. који је затегнут силама равномерно распоређеним на крајевима, унутрашње силе су на свим површинама попречног пресека, распоређене равномерно. У овом случају, напон је представљен скаларом, који се назива инжењерски или номинални напон. Па одавде следи да се напон може одредити дељењем укупне силе затезања F површином попречног пресека A , тј. формулом (2.1):

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.1)$$



Слика 2.2 Штап оптерећен аксијалном силом [1]

2.2. Тензор напона

Из Кошијевих једначина (2.2.5) може уочити да су на левој страни једначине правоугле координате $p_{(a)}$ а на десној су изрази који се добијају производом квадратне симетричне матрице и јединичног вектора нормале па се те релације могу писати у матричној форми:

$$\begin{pmatrix} p_{nx} \\ p_{ny} \\ p_{nz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (2.2.1)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} ; \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad \tau_{zy} = \tau_{yz} \quad (2.2.2)$$

$$\{pn\} = \hat{N}(n); \hat{N} = N\{(px), (py), (pz)\} \quad (2.2.3)$$

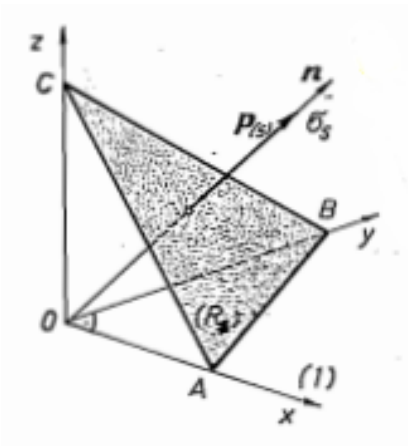
Елементи сваке њене колоне јесу координате вектора тоталних напона равни триједра $Oxyz$ у датој тачки O . Пошто је ова матрица симетрична квадратна матрица, то јој је једнака транспонована матрица $N_T = N' = N$, па се стога тотални напони могу писати као вектори колоне или вектори врста, па ће бити:

$$\{p_x\} = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \end{pmatrix}; \{p_y\} = \begin{pmatrix} \tau_{yx} \\ \sigma_y \\ \tau_{zy} \end{pmatrix}; \{p_z\} = \begin{pmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \sigma_z \end{pmatrix} \quad (2.2.4)$$

Напонско стање у посматраној тачки напрегнутог тела познато је ако су одређени тотални напони за све равни кроз ту тачку. Скуп ових вектора p_i одређује напонско стање у тачки. Ови напони образују систем другог реда који се зове тензор напона. Он је симетрични тензор другог реда па му одговара симетрична квадратна матрица N која се назива матрица напона или напонска матрица. Свакој тачки напрегнутог тела одговара по један тензор а сви ови тензори чине тензорско поље.

2.3. Главни напони

Кроз сваку тачку напрегнутог тела може се поставити бескрајно много равни са нормалама n којима одговарају тотални напони p , који уопште не поклапају са нормалама. Ипак, могуће је пронаћи такву раван чија су нормала и укупни напон колинеарни (слика 2.3).



Слика 2.3 Раван чија су нормала и укупни напон колинеарни [1]

Такву раван називамо главна раван и из тога следи да се ту јавља и главни напон као и главна нормала. Пошто је главни напон колинеаран са нормалом, тангенцијални напон је једнак нули, и из тога можемо да закључимо да је главни напон једнак:

$$\{p_{(s)}\} = N\{n_s\} = \sigma_s = \sigma_s\{n_s\}; \quad (N - \sigma_s I)\{n_s\} = 0, \quad (2.3.1.)$$

Где је σ_s интензитет главног напона, а I јединична матрица. Овој матричној једначини одговара систем хомогених линеарних једначина са константним коефицијентима, а непознате су косинуси смера.

$$\begin{aligned} (\sigma_x - \sigma_s)\alpha_s + \tau_{xy}\beta_s + \tau_{xz}\gamma_s &= 0; \\ \tau_{xy}\alpha_s + (\sigma_y - \sigma_s)\beta_s + \tau_{yz}\gamma_s &= 0; \\ \tau_{xz}\alpha_s + \tau_{yz}\beta_s + (\sigma_z - \sigma_s)\gamma_s &= 0. \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

Да би овај систем једначина имао решење, детерминанта система мора бити једнака нули. По Лапалсу, ово је секуларна једначина трећег реда:

$$\begin{aligned} f(\sigma_s) = |N - \sigma_s I| &= \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_s & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_s & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_s \end{vmatrix} = -(\sigma_s^3 - \tau_1\sigma_s^2 + \tau_2\sigma_s - \tau_3) = 0; \quad \sigma_s \\ &= \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \end{aligned}$$

Где је:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z; \quad \tau_1 = \tau_1^1; \quad \tau_1^2 = \tau_1(N^2); \quad \tau_1^3 = \tau_1(N^3) \\ \tau_2 &= \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{xz} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{vmatrix}; \quad \tau_2 = \frac{1}{2}[(\tau_1)^2 - \tau_1^2]; \\ \tau_3 &= \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} = \det N = |N|; \quad \tau_3 = \frac{1}{6}[(\tau_1)^3 - 3\tau_1\tau_1^2 + 2\tau_1^3] \end{aligned} \quad (2.3.3.)$$

Једначином (4) дати су скалари првог, другог и трећег реда тензора напона. Први скалар је збир елемената са главне дијагонале детерминанте напонске матрице. Други је збир главних субдетерминанти другог реда, а трећи је једнак детерминанти матрице и они се називају напонским инваријантама. Први скалар представља траг од N и он се сматра најважнијим. Секуларна једначина (3) је кубна и има три реална корена. Када се једначина (2) реши по α_s , тада је детерминанта система једнака кофактору K_{31} детерминанте (3) и тада по Крамеровом правилу добијају непознате $\beta_s = \alpha_s K_{32} / K_{31}$ и $\gamma_s = \alpha_s K_{33} / K_{31}$ па непознате $\alpha_s, \beta_s, \gamma_s$ у односу као кофактори елемената последње врсте детерминанте (3.4.):

$$\frac{\alpha_s}{K_{31}} = \frac{\beta_s}{K_{32}} = \frac{\gamma_s}{K_{33}} = C_s; \quad \frac{\alpha_s}{\begin{vmatrix} \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \sigma_y - \sigma_s & \tau_{yz} \end{vmatrix}} = \frac{\beta_s}{-\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_s & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \tau_{yz} \end{vmatrix}} = \frac{\gamma_s}{\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_s & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_s \end{vmatrix}} = C_s, \quad (2.3.4.)$$

И због услова $\alpha_s^2 + \beta_s^2 + \gamma_s^2 = 1$, оне су потпуно одређене јер је:

$$\alpha_s = C_s K_{31}; \quad \beta_s = C_s K_{32}; \quad \gamma_s = C_s K_{33}$$

$$\alpha_s^2 + \beta_s^2 + \gamma_s^2 = (C_s)^2 [(K_{31})^2 + (K_{32})^2 + (K_{33})^2] = 1 \quad (2.3.5)$$

За два напона $\sigma_s \neq \sigma_r$ релација (1) гласи:

$$N\{n_r\} = \sigma_r \{n_r\}; \quad N\{n_s\} = \sigma_s \{n_s\}. \quad (2.3.6)$$

Када прву једнакост помножимо вектором (n_s) , а друга вектором (n_r) и када их одузмемо добијамо:

$$(n_s)N\{n_r\} = \sigma_r (n_s)\{n_r\}; \quad (n_r)N\{n_s\} = \sigma_s (n_r)\{n_s\} \quad (\sigma_s - \sigma_r)(n_r)\{n_s\} = 0 \quad (2.3.7)$$

И због $\sigma_s \neq \sigma_r$ добијмо услов ортогоналности главних праваца:

$$(n_r)\{n_s\} = \alpha_r \alpha_s + \beta_r \beta_s + \gamma_r \gamma_s = 0, \quad r, s = 1, 2, 3; \quad r \neq s \quad (2.3.8)$$

Ако се тачки O узме уместе триједра $Oxyz$, триједар главних праваца $On_1n_2n_3$ онда је тензор напона дијагоналан:

$$G = \begin{pmatrix} \sigma_1 & & \\ & \sigma_2 & \\ & & \sigma_3 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} G_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3; \\ G_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3; \\ G_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3. \end{pmatrix} \quad (2.3.9)$$

С обзиром на Вијетове релације између корена и коефицијената полинома следи да су:

$$G_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \varkappa_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z; \quad G_2 = \varkappa_2; \quad G_3 = \varkappa_3; \quad |N| = |G|, \quad (2.3.10)$$

Па су ови скалари заиста напонске инваријанте.

Када се познају главни напони и главни правци, тада се могу одредити и компонентни напони за неку произвољну раван кроз тачку O према следећим обрасцима:

$$\{p_{(n)}\} = G\{n\}; \quad \begin{Bmatrix} p_{n1} \\ p_{n2} \\ p_{n3} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & & \\ & \sigma_2 & \\ & & \sigma_3 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \alpha \\ \sigma_2 \beta \\ \sigma_3 \gamma \end{Bmatrix};$$

$$(p_{(n)})^2 = (p_{(n)})\{p_{(n)}\} = (n)G'G\{n\} = (n)G^2\{n\} = (\sigma_1\alpha)^2 + (\sigma_2\beta)^2 + (\sigma_3\gamma)^2;$$

$$\sigma_n = (n)\{p_{(n)}\} = (n)G\{n\} = \sigma_1\alpha^2 + \sigma_2\beta^2 + \sigma_3\gamma^2; \quad (2.3.11)$$

$$\begin{aligned} \tau_{(n)}^2 &= (p_{(n)})^2 - \sigma_n^2 = (\sigma_1\alpha)^2 + (\sigma_2\beta)^2 + (\sigma_3\gamma)^2 - (\sigma_1\alpha^2 + \sigma_2\beta^2 + \sigma_3\gamma^2)^2 \\ &= (\sigma_1 - \sigma_2)^2\alpha^2\beta^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2\alpha^2\gamma^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2\beta^2\gamma^2 \end{aligned}$$

Јер су:

$$\begin{aligned} \sigma_1\alpha^2 - \sigma_1^2\alpha^4 &= \sigma_1^2\alpha^2(1 - \alpha^2) = \sigma_1^2\alpha^2(\beta^2 + \gamma^2); \\ \sigma_2\beta^2 - \sigma_2^2\beta^4 &= \sigma_2^2\beta^2(\alpha^2 + \gamma^2); \\ \sigma_3\gamma^2 - \sigma_3^2\gamma^4 &= \sigma_3^2\gamma^2(\beta^2 + \alpha^2). \end{aligned} \quad (2.3.12)$$

Закључци о коринама секуларне једначине, односно о главним напонима:

1. Претпоставимо да су два корена коњуговано комплекс $\sigma_1 = \sigma' - i\sigma''$, $\sigma_2 = \sigma' + i\sigma''$, где је $i = \sqrt{-1}$, тада морају и главни правци бити облика $n_1 = a + ib$, $n_2 = a - ib$, па услов (8) даје релацију:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)(n_1)\{n_2\} = 2i\sigma''[(a)\{a\} + (b)\{b\}] = 2i\sigma''(a^2 + b^2) = 0, \text{ tj. } \sigma'' = 0, \quad (2.3.13)$$

И из овога следи да су главни напони реални.

2. Ако су скалар три већи од нуле, онда су корени позитивни и различити. Када је мањи од нуле тада постоје и негативни корени, а када је једнак нули тада је и корен једнак нули.
3. Када су два корена једнака, тада је он корен изводне једначине $f'(\sigma_s) = 3\sigma_s^2 - 2\tau_1\sigma_s + \tau_2 = 0$, па се може одредити само трећи главни правац, а друга су два произвољна али међусобно управна на трећем правцу.
4. Када су сва три главна напона једнака, тада је главни напон $\sigma_s = \sigma = \tau_1/3$ па су сва три главна правца у датој тачки O , главни правци.

2.4. Напонске површи

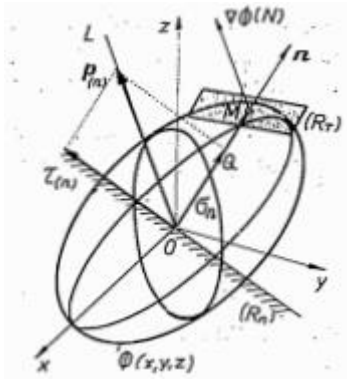
Осим приказивања промене напона у зависности од посматраних равни математичким путем, могуће је приказани и графички. У правцу нормале n пренесемо вектор $r = \overline{OM}$, онда су његове координате у односу на триједар $Oxyz$ одређене $r(\alpha; r\beta; r\gamma)$ где су α, β, γ косинуси смера нормале. Нормални напон биће:

$$\sigma'_n = (n)\{p_{(n)}\} = (n)N\{n\} = r^{-2}(r)N\{r\} \quad (2.4.1)$$

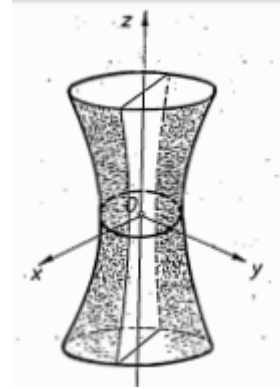
Па следи да је:

$$\Phi(x, y, z) = (r)N\{r\} = \sigma_x x^2 + \sigma_y y^2 + \sigma_z z^2 + 2[\tau_{xy}xy + \tau_{xz}xz + \tau_{yz}yz] = \sigma_n r^2 = \pm C^2, \quad (2.4.2)$$

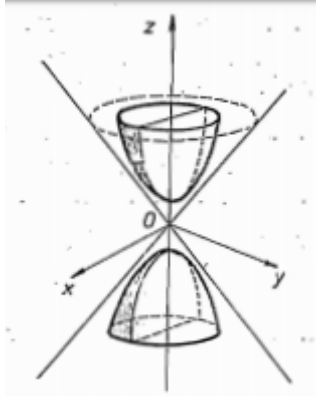
Када је нормални напон, напон затезања, тада је C позитивно, док ако је у питању напон притиска, онда је C негативно. Израз $\Phi(x, y, z)$ је хомогена квадратна тернерна форма промењивих x, y, z и представља површ другог реда са средиштем у тачки O , која се назива Кошијева напонска површ. Ова површ може бити елипсоид (слика 4.1), једнограни хиперболоид (слика 2.5.) и двограни хиперболоид (слика 2.6.).



Слика 2.4. Елипсоид [1]



Слика 2.5. Једнограни хиперболоид [1]



Слика 2.7. Двограни хиперболоид [1]

Ламие је приказао другачију геометријску интерпретацију напонске површи. За триједар главних оса $\rho = \xi\eta\zeta$ напон је $\{p_{(n)}\} = G\{n\}$. Ако се овај напон представи векторски, онда добијамо:

$$\{p_{(n)}\} = G\{n\}; \quad p_{n1} = \xi = \sigma_1 \alpha; \quad p_{n2} = \eta = \sigma_2 \beta; \quad p_{n3} = \zeta = \sigma_3 \gamma, \quad (2.4.3.)$$

Па пошто је збир квадрата косинуса смера једнак јединици, из тога следи да:

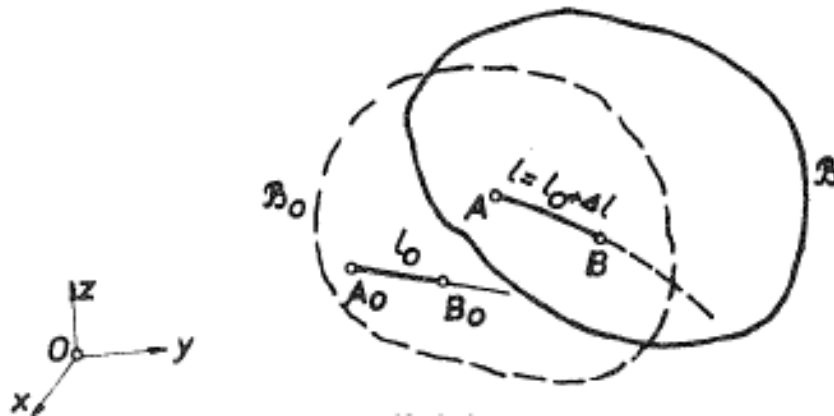
$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1; \quad \frac{\xi^2}{\sigma_1^2} + \frac{\eta^2}{\sigma_2^2} + \frac{\zeta^2}{\sigma_3^2} = 1. \quad (2.4.4.)$$

10

Ако се посматра мали линијски елемент $\overline{A_0 B_0}$ дужине l_0 . Због хомогонести деформације у малој околини тачке овај елемент је у деформисаној конфигурацији још увек дуж $\overline{AB}$ дужине $l = l_0 + \Delta l$. Величина Δl назива се срење издужење дужи у околини тачке А и у правцу АВ:

$$\varepsilon_{AB} = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\Delta l}{l} \quad (3.1.2.)$$

И зовемо је специфично издужење или дилатација.



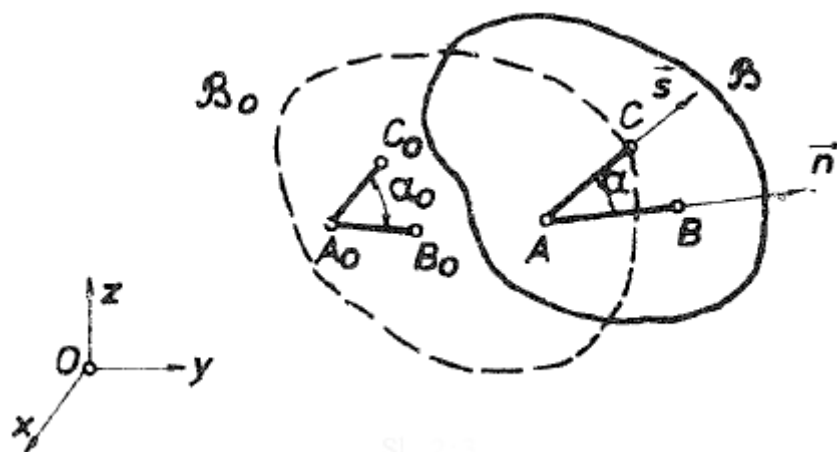
Слика 3.2. Специфично издужење или дилатација [1]

За различите правце кроз дату тачку, у општем случају су дилатације различите, тако да дилатацију можемо дефинисати као:

$$\varepsilon_n = \varepsilon_n(x, y, z) \quad (3.1.3.)$$

При деформацији тела мењају се не само дужине елемената већ и њихови правци и углови између тих праваца. Познати деформацију у тачки значи познавати и величину промене угла између било која два правца у тој тачки. Ако се посматра околина тачке A_0 два елемента $\overline{A_0 B_0}$ и $\overline{A_0 C_0}$ са међусобним углом α_0 у недефинисаној конфигурацији α_0 . У деформисаној конфигурацији ова два елемента прелазе у положаје $\overline{AB}$, односно $\overline{AC}$ са углом α између њих (слика 3.3.). Гранична вредност ове промене угла услед деформације:

$$\gamma = \lim_{B, C \rightarrow A} (\alpha_0 - \alpha) \quad (3.1.4.)$$



Слика 3.3. Угао између елемената [1]

Назива се клизање у тачки А, за правце $\vec{AC}$ и $\vec{AC_0}$. Клизање као мера промене угла може се дефинисати и као:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\cos \alpha - \cos \alpha_0) \quad (3.1.5.)$$

3.2. Веза између напона и деформација (Хуков закон)

Везе између напона и деформација одређене су експериментално и познате су као Хуков закон. Закон је назван по Роберту Хуку, енглеском физичару из 17. Века. У механици, Хуков закон еластичности показује да је релативна деформација тела директно пропорционална напону који на то тело делује. Хуков закон је само линеарна апроксимација првог реда стварном одговору извора и других еластичних тела примењеним силама. Када силе пређу одређену границу, односно границу развлачења, долази до деформација и промене стања материјала. Многи материјали ће значајно одступити од Хуковог закона пре него што се постигну те еластичне границе. Ипак, Хуков закон је примењив за већину чврстих тела све док су силе и деформације довољно мале. Због тога, овај закон има широку примену у свим гранама инжењерства и науке и представља основу многих научних дисциплина као што су сеизмологија, молекуларна механика, грађевина и друго. Савремена теорија еластичности генерализује Хуков закон да је деформација еластичног предмета или материјала пропорционална напону који на њега делује. Међутим, пошто општи напони и дилатације могу имати више независних компоненти, "фактор пропорционалности" више не може бити само један стварни број, већ линеарна мапа (тензор) која може бити представљена матрицом реалних бројева.

Напон и деформације материјала у континуираном (непрекидном) еластичном материјалу (као што су блок гуме, зид котла или челична шипка) су повезани линеарним односом који је математички сличан Хуковом закону опруга и често се повезује са тим именом. Међутим, стање деформација у чврстом телу око неке тачке не може се описати једним вектором. Исти део материјала, без обзира колико је мали,

може се истовремено стиснути, истегнути и истискивати, у различитим правцима. Исто тако, деформације на том делу могу у једном тренутку и притискати, потискивати и ширити. Хуков закон представљен једначином гласи:

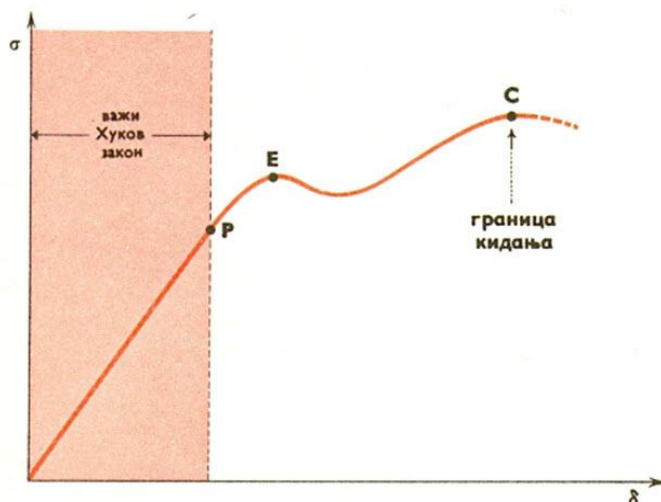
$$\sigma = \varepsilon \cdot E \quad (3.2.1)$$

где је:

σ - напон

ε - релативна дилатација

E - модул еластичности



Слика 3.4. Еластичност чврстих тела [2]

На слици 3.4.. приказан је Хуков закон и еластичност тела на дијаграму нормални напон – релативна деформација. На графику се могу уочити различите тачке које означавају промене на материјалу, а то су:

P – Тачка сразмерности (важи Хуков закон)

E – Граница еластичности (одговара максималном нормалном напону при којем је деформација еластична)

C – Тачка кидања (одговара нормалном напону при којем долази до кидања)

Код материјала који се користе у инжењерским конструкцијама модул еластичности је у поређењу са дозвољеним напонима веома велики, а дилатација веома мала. Код челика, величина дилатације износи мање од 0,001. Издужење елемента у смеру оса су:

$$\varepsilon_x = - \nu \frac{\sigma_x}{E} \quad ; \quad \varepsilon_y = - \nu \frac{\sigma_y}{E} \quad (3.2.2.)$$

где је ν Поасонов коефицијент. За многе материјале може се узети да је вредност овог коефицијента 0,25 док је код челика то 0,30. Једначине (3.3.1) важе и за притисак и за затезање. Унутар границе еластичности модул еластичности и Поасонов коефицијент су једнаки.

3.3. Хомогено и нехомогено деформисање

Ако се посматра тачка $M(x,y,z)$ у области ΔV у положају 1 и пређе у положај $M'(x',y',z')$, а област ΔV у област $\Delta V'$ у околини тачке M' . Пошто је тачка M потпуно дефинисана у функцији $x' = f_1(x,y,z), y' = f_2(x,y,z), z' = f_3(x,y,z)$. Ове функције су непрекидне у области ΔV , па је и деформација непрекидна. Стога те функције представљају трансформацију области ΔV у област $\Delta V'$. Како је вектор $MN = dr = \vec{\rho}$ прешао у вектор $M'N' = dr' = \vec{\rho}'$, то је трансформација састављена из ротације и деформације. У техничкој пракси важан случај представља линеарна функција координата:

$$\{s\} = \{s_0\} + A_{\{r\}}, \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z \end{Bmatrix} \quad (3.3.1.)$$

Деформације које одговарају овим математичким исказима називају се хомогне деформације.

Разликују се два важна случаја оваквих деформација:

1. Компоненте деформације су једнаке нули:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \partial u / \partial x = a_{11} = 0; \gamma_{xy} = \partial u / \partial y + \partial v / \partial x = a_{12} + a_{21} = 0; a_{21} = -a_{12}; p = a_{32}; \\ \varepsilon_y &= \partial u / \partial y = a_{22} = 0; \gamma_{xz} = \partial u / \partial z + \partial w / \partial y = a_{13} + a_{31} = 0; a_{31} = -a_{13}; p = a_{13}; \\ \varepsilon_z &= \partial u / \partial z = a_{33} = 0; \gamma_{yz} = \partial v / \partial z + \partial w / \partial y = a_{23} + a_{32} = 0; a_{32} = -a_{23}; p = a_{21}; \\ u &= u_0 + qz - ry; \\ v &= v_0 + rx - pz; \\ w &= w_0 + py - qx; \end{aligned} \quad (3.3.2.)$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}$$

$$\{s\} = \{s_0\} + \Omega \{r\}$$

Где је Ω кососиметрична матрица компонентних ротација, те ове једначине представљају кинематичке једначине сложеног кретања.

2. Компоненте ротације су једнаке нули.

4. Деформациона чврстоћа

4.1. Услови пластичности и еластичности

Еластичност је својство чврстих тела (материјала) да под утицајем спољашње силе мењају свој облик или запремину и да се, након престанка њеног деловања, враћају у првобитан облик. Повезаност напрезања и деформације тела описује Хуков закон. Физички разлози за еластично понашање могу да буду веома различити за различите материјале. Код метала, атомске решетке мењају величину и облик при примени силе (кад се додаје енергија у систем). Кад престане дејство силе, решетка се враћа у своје првобитно нискоенергетско стање. Код гуме и других полимера, еластичност је узрокована истезањем полимерних ланаца примењеном силом. Перфектна еластичност је апроксимација стварног света. Најеластичнија тела у модерној науци су израђена од кварцних влакана и фосфорне бронзе, али чак ни она нису перфектно еластична. Перфектно еластично тело је идеални концепт. Већина материјала који поседују еластична својства у пракси остају еластична само до ступња веома малих деформација. У инжењерству, количина еластичности материјала се одређује помоћу два типа параметара материјала. Први тип параметара се назива модул, и њиме се мери количина силе по јединици површине неопходна да се оствари дата количина деформације. СИ јединица модула је паскал (Па). Веће вредности модула типично дају индикацију да се материјал теже може деформисати. Други тип параметара мери еластични лимит, максимални стрес који се може јавити у материјалу пре почетка перманентне деформације. Његова СИ јединица је исто тако паскал (Па). При описивању релативне еластичности два материјала, разматрају се модули и еластични лимити. Гума типично има низак модул и тежи да се пуно растеже (другим речима, гумени предмети имају висок еластични лимит) и стога је гума еластичнија од метала (високи модули и ниски еластични лимити). Кад се еластични материјал деформише услед дејства спољашње силе, он доживљава унутрашњу отпорност на деформације и враћа је у првобитно стање ако се спољашња сила више не примјењује. Постоје разни модули еластичности, као што је Јангов модул, модул смицања и модул стишљивости, сви од којих су мере својствених еластичних карактеристика материјала као отпорности на деформацију под примењеним оптерећењем. Разни модули се користе за различите врсте деформација. На пример, Јангови модули се користе за истезање/компресију тела, док се модули смицања примењују на смицање материјала. Јангови модули и модули смицања се користе само за чврсте материјале, док су модули стишљивости применљиви за сва агрегатна стања. Еластичност материјала се описује помоћу дијаграма напрезања, који приказује релацију између напона (просечне ресторативне унутрашње силе по јединици површине) и напрезања (релативне деформације). Крива је генерално нелинеарна, али она може да буде апроксимирана (помоћу Тејлорове серије) као линеарна за довољно мале деформације (код којих су чланови вишег реда занемарљиви). Ако је материјал изотропан, линеаризована релација напрезања се назива Хуков закон, за који се обично подразумева да важи до еластичног лимита за већину метала или кристалних материјала, док је нелинеарна еластичност генерално неопходна за моделовање великих деформација или гумених материјала чак и у

еластичном опсегу. При још већим напонима, материјали испољавају пластично понашање, то јест, они се неповратно деформишу и не враћају се у свој првобитни облик након што се стрес више не примењује. За гумасте материјале као што су еластомери, нагиб дијаграма напрезања се повећава са напоном, тако да је гуму прогресивно све теже даље истезати, док се за већину метала градијент смањује при веома високим напнима, тако да они прогресивно постају све растегљивији. Еластичност не манифестују само чврсти материјали; нејутновски флуиди, као што су вискоеластични флуиди, исто тако испољавају еластичност у појединим условима квантификованим Деборовим бројем. У респонсу на мала, брзо нанета и уклоњена напрезања, те течности могу да буду деформисане и да се врате у свој првобитни облик. Под већим напрезањима, или напрезањима примењеним током дужих временских периода, ови флуиди могу да почну да теку као вискозне течности.

Пластичност је својство неких материја (материјала) да под деловањем довољно велике силе мењају облик, који готово у потпуности трајно задржавају и након престанка деловања силе (пластична деформација). Пластичност наступа када се под деловањем сила пређе такозвана граница течења, која зависи од температуре материјала. Тако и неки крти материјали (бронза, мрамор, стакло, кристали) могу прећи у пластично стање при повишеним температурама. Проучавањем пластичности и постављањем теорија бави се на макроразини део механике чврстих тела (теорија пластичности), посматрајући тело као континуум без улажења у његову микроструктуру, док се пластичност на микронивоу, као последица поремећаја унутар кристала, то јест помицања делова кристала дуж дислокацијских равни, проучава у оквиру физике материјала. Метали на температури вишој од температуре рекристализације имају готово идеалну пластичност, јер су деформирани кристали спонтано претворени у нове ненапрегнуте, а с температуром је повећан и број дислокација. У таквом се стању при деловању сталне силе деформације у материјалу с временом повећавају (течење материјала). Пластичност је битна појава у технологији обликовања деформирањем, као што су ваљање, ковање, савијање, дубоко вучење и друго, док се у конструкцијама јавља само локално унутар ограничених мањих подручја.

Ковање

Ковање је обрада материјала без одвајања честица, код које се промена облика и димензија врши ударцима чекића или бата по откивку, који је положен на наковањ. Обрада је чешће у топлом стању, али може бити и у хладном стању. Према начину на који се обавља преобликовање постоји ручно ковање и машинско ковање.

Ручно ковање је поступак преобликовања материјала ударцима ковачког чекића по откивку. Откивак се загреје у ковачкој ватри до белог сјаја. Ковачким кљештима се вади из ватре и полаже на наковањ. Откивак полако мења облик и димензије под ударцима чекића. Тачност димензија, облика, квалитет производа и количина зависе искључиво од прецизности и искуства ковача.

Машинско ковање је модернији начин ковања, који омогућава ковање од најмањих откивака до изузетно великих (до 580 тона). Димензије откивка зависе само од

величине машина. Поступак може бити у топлом и хладном стању. За ковање у топлом стању, у поступку производње потребне су и ковачке пећи. Ручно или машинско ковање може бити:

Ваљање

Ваљање је један од поступака обликовања метала деформисањем код којег се одливном блоку (инготу) пропуштањем између okreћућих ваљака смањује пресек и даје жељени облик, уз истовремено побољшање механичких својстава. Од свих поступака пластичне деформације, највећу примену има ваљање. Поступак започиње ваљањем ингота у полупроизводе. Док обрадак пролази између ваљака долази до деформирања материјала. У зони деформације материјал не пролази свугде истом брзином којом ротирају ваљци. Ободна брзина ваљка може бити већа, иста или спорија од брзине пролаза материјала у зони деформације.

Ваљање се може одвијати у топлом и хладном стању. Материјали већег пресека ваљају се претежно у топлом стању, због веће пластичности и могућности пуно већих редукција пресека, те мањих сила и мањег утrophка рада. Материјали мањег пресека ваљају се претежно у хладном стању, јер се постиже глађа површина, ужа толеранција и већа тврдоћа материјала.

Савијање лимова

Савијање лимова је поступак обраде метала без скидања струготине, код којег се у попречном пресеку унутрашњи дио скраћује и оптерећен је на притисак, док се вањски део продужује и оптерећен је на истезање. Савијање лимова се дели на: кружно савијање, савијање под угломом (оштроугаоно савијање) и профилно савијање.

Савијање цеви

Савијање цеви је поступак обраде метала без скидања честица, код којег се равна цев савија за неки угао. При савијању цеви пола цеви у попречном пресеку (унутрашњи дио) се скраћује и оптерећен је на притисак, док се друга половина ције у пресеку (вањски део) продужује и оптерећена је на истезање. Та напрезања доводе до деформација пресека, смањења или чак до потпуног затварања пресека.

Дубоко вучење

Дубоко вучење метала је поступак машинске обраде метала у којем се обрадак (платина или рондела), најчешће у хладном стању, провлачи кроз једну или више матрица у нови жељени облик кориштењем посебних алата. За дубоко вучене производе својствена је дубина производа, која је већа од половине пречника ронделе. Производи могу имати различите попречне пресеке с равним, конусним (купагим) или закривљеним зидовима, али најчешћи облици су цилиндричне (ваљкасте) или правоугаоне геометрије. Дубоко вучење употребљава растезљиве метале као што су алуминијум, месинг, бакар и меке челике у производњи ауто делова, лименог посуђа и амбалаже, муниције итд.

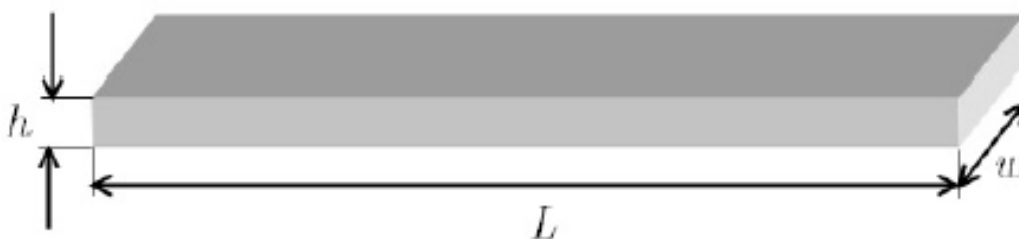
Извлачење

Извлачење је поступак машинске обраде метала без скидања честица, који се користи у производњи жица, трака, цеви, шипки. Поступак се користи углавном за промену димензија (пречника и дебљине зидова), а ређе за промену облика. Извлачење се примењује када је потребна глађа површина и тачније димензије, или када је пресек врло мали или танких зидова, те се друге методе не могу примењивати (неекономично).

4.2. Модул еластичности

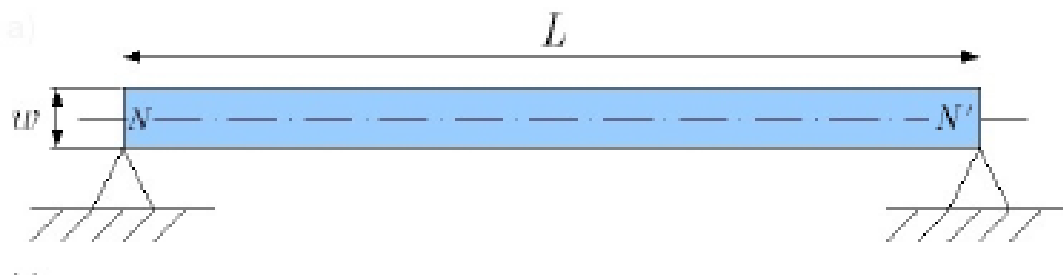
У оквиру Хуковог закона јавља се појам **Јангов модул еластичности** E . Јангов модул еластичности има димензију Паскал Pa . Ова карактеристика материјала не зависи ни од напона ни од релативне деформације, већ од осталих параметара стања материјала, на првом месту његове температуре. Пре експерименталног радучанања модула еластичности потребно га је одредити аналитичким путем.

Савијање еластичне плоче је један од могућих видова њених деформација. Деформисана је танка плоча, љуска, и има облик квадра дужине L , висине h и ширине w .



Слика 4.1. Испитивана плоча [2]

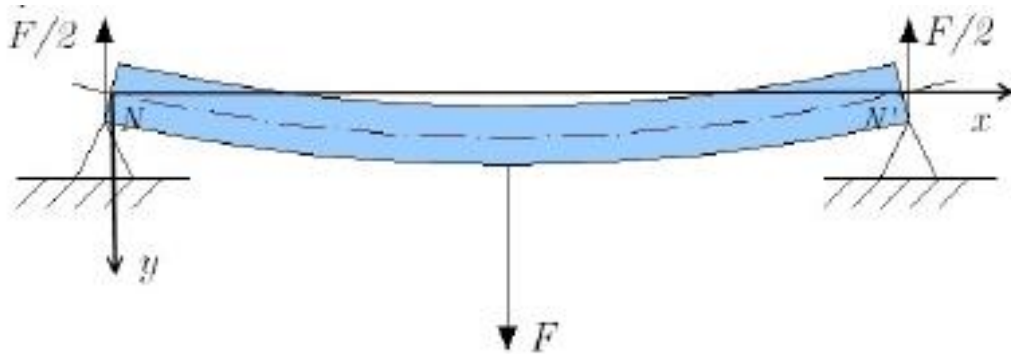
Нека је та плоча постављена на два ослоњца као на слици 4.2 и нека је на њеној средини сила F усмерена вертикално наниже.



Слика 4.2. Плоча на ослоњцима [2]

Под дејством ове силе плоча се савија (слика 4.3.). И пре и после деформације ситуација у свим вертикалним пресецима плоче паралелним дужини плоче је иста, те се потпуна слика унутар плоче пројектује на раван цртежа. Другим речима, плоча се

понаша као да је дводимензионално тело и верно је представљена својом пројекцијом на раван цртежа.



Слика 4.3. Савијена плоча [2]

Хоризонталне дужи паралелне ширини плоче се не деформишу већ остају хоризонталне и паралелне ширини плоче. Хоризонталне дужи паралелне дужини плоче се криве. Све те дужи мењају дужину, осим дужи из равни симетрије које се само криве не мењајући дужину. Овакве дужи образују неутралну површ и на цртежу се све пројектују на линију NN' за коју се каже да је неутрална. Коначно дужи паралелне висини плоче не мењају дужину, али мењају правац остајући нормалне на неутралну линију.

Увођењем координате x дуж неутралне иницијале пре савијања, у координату усмеравамо дуж силе F , а координатни почетак се поставља у тачку N. У овом случају неутрална линија дата је изразом:

$$y(x) = \frac{Fx}{48EI} (3L^2 - 4x^2) \quad (4.2.1.)$$

Где је

$$I = \frac{1}{12} wh^3 \quad (4.2.2.)$$

Аксијални момент инерције попречног пресека правоугаоне плоче. Одавде је утицај, тј савијање плоче на њеној средини где је $x=L/2$, дат изразом

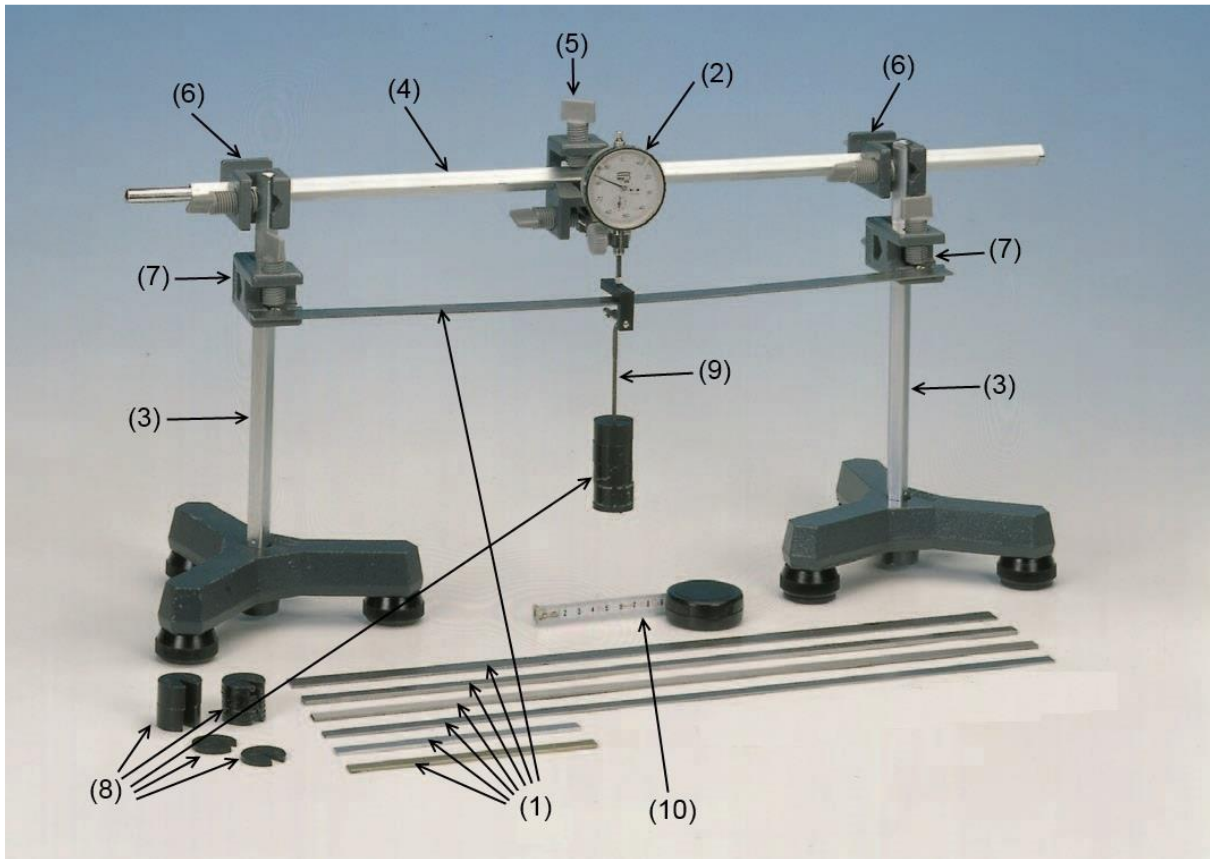
$$\lambda = \frac{FL^3}{48EI} \quad (4.2.3.)$$

Што се може искористити за мерење модула еластичности.

Апаратура за одређивање модула еластичности (слика 4.4.) састоји се од:

1. Неколико узорка плоча различитих величина,
2. Компаратор,
3. Два постоља са носачима,
4. Хоризонталне конзоле,

5. Стеге у којима се налази компаратор,
6. Стега за причвршћивање конзоле,
7. Стега за ослањање узорка,
8. Сет са теговима,
9. Носач тегова и
10. Метарска трака.



Слика 4.4. Апаратура за одређивање модула еластичности [4]

4.3. Деформационо очвршћавање

Метали као кристалне структуре поседују својства пластичног деформисања у хладном и топлом стању. Ово служи као основа за низ метода обраде метала пластичном деформацијом, са и без одвајања, које се примењују у свим индустријама. Све методе обраде пластичном деформацијом углавном дефинише алат, за разлику од обраде резањем где методе дефинише, пре свега, кинематика, односно машина. У односу на друге методе обраде, обрада пластичном деформацијом има низ предности:

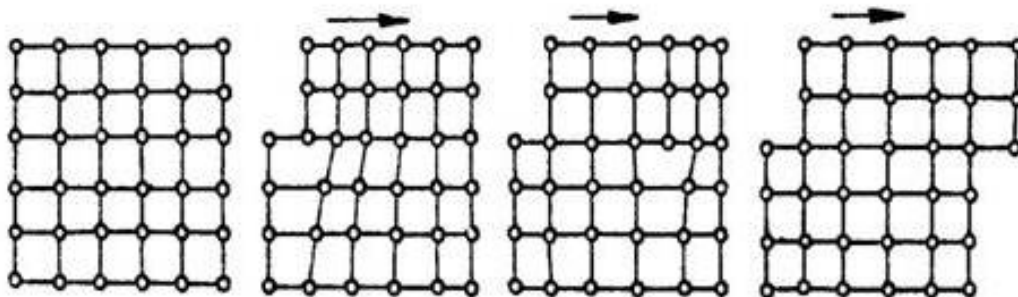
- Једноставна кинематика обрадних система. Једним ходом извршног органа машине могу се обликовати сложена просторна тела
- Делови, после обраде пластичним деформисањем имају побољшана механичка својства

- Постоје добре могућности механизације и аутоматизације процеса
- Степен искоришћења материјала ја врло висок,и др.

али и одређене недостатке:

- Економичност примене само у серијској и масовној производњи
- Потреба за врло великим деформационим силама тј,тешке и робусне машине
- Релативно скупи алати,и др.

Пластично деформисање је врло сложен процес ,а појављује се као последица принудног трајног померања групе атома у кристалним метала.Основни механизам пластичног деформисања састоји се у клизању и двојниковању у равнима кристалног конгломерата.Равни клизања се поклапају са местима где постоје линеарни дефекти кристалне решетке,који се називају дислокација (слика 4.5).



Слика 4.5. Померање дислокације кристалне решетке при пластичном деформисању [3]

Теорија обраде метала пластичним деформисањем предпоставља следећа својства чврстих тела:

- непрекидност,тј.одређена супстанца равномерно и непрекидно испуњава целу запремину
- хомогеност,тј.тело у свим тачкама има иста механичка својства и хемијски састав
- изотропност,тј.својства тела у свим правцима су иста
- нестишљивост,тј.тело у области пластичног деформисања не мења запремину.

Основни методи обраде метала пластичном деформацијом су:сабијање,извлачење, истискивање,савијање,пластично деформисање са одвајањем.

Сабијање у суштини представља запреминско обликовање материјала на пресама и чекићима.Сабијање може бити слободно или у калупима.У зависности од брзине деформисања, постоји динамичко и статичко сабијање.На чекићима се остварује

динамичко сабијање и назива се ковање, док се на пресама, где су брзине деформисања мале, остварује статичко сабијање, које се назива пресовање.

4.4. Криве течења

Ради успешног пројектовања технолошког поступка обраде деформисањем неопходно је између осталог поседовати информације везане за особине материјала у стању обраде. У том погледу најважнија од свих информација свакако је она која се односи на напон течења. Како је раније истакнуто напон течења представља карактеристику материјала која говори о томе када материјал са становишта напонских услова и услова обраде прелази из области еластичности у област пластичности. Такође је наглашено да у случају хладне обраде долази до деформационог ојачавања материјала, због чега је напон течења променљива величина која директно зависи од степена остварене деформације. Из тог разлога јавила се потреба ка успостављању јединствене везе напон течења - деформација у широком дијапазону вредности, и на основу које је могуће веома лако и брзо одредити напон течења за било коју вредност жељене деформације. Крива течења, односно крива деформационог ојачавања представља графички исказану функционалну зависност између напона течења и величине одговарајуће деформације. Под претпоставком да је материјал идеалан (хомоген, без анизотропије, равномерно се деформише), онда је крива течења јединствена без обзира на напонско стање помоћу којег се остварује деформисање. У том случају крива течења може се дефинисати и као веза између ефективног напона и ефективне деформације - скаларних величина које не зависе од напонског тј. деформационог стања па представљају погодан начин да се преко њих аналитички искажу особине материјала. Међутим, добијање кривих течења са координатама 0-Пе у општем случају, скопчано је са јако великим тешкоћама до којих долази при експерименталном одређивању вредности појединих главних деформација. Због тога се у пракси криве течења приказују на једноставнији начин, у систему стварни напон (специфични деформациони отпор) - максимална линијска деформација. Криве течења одредују се различитим експерименталним методама као што су:

1. једоосно истезање
2. једоосно сабијање
3. двоосно растезање
4. увијање. с тим да се ови експерименти могу изводити континуално (процес деформисања се изводи од почетка до краја без прекида) или дисконтинуално - са прекидима тј. по фазама

Одређивање кривих течења путем горе поменутих метода, при чему оне истовремено важе и за случајеве двоосног, односно троосног напонског стања у материјалу, могуће је спровести на основу следећег. Наиме критична вредност ефективног напона при којој долази до почетка пластичног деформисања, како је речено, одређена је величина која не зависи од напонског стања већ само од особина материјала, као и то да вредност

ефективне деформације у случају хомогеног деформисања такође не зависи од напонско-деформационог стања, а бројчано је једнака највећој главној деформацији.

Најједноставнији начин одређивања кривих течења је онај који се заснива на коришћењу резултата експеримента једноосног истезања пробне епрувете, и чије су основне карактеристике наведене у претходној вежби.

Главна предност овог поступка у односу на све остале јесте одсуство трећа у току процеса испитивања, тако да добијени резултати верно одсликавају напонско-деформационо стање у материјалу за време истезања. Поред тога утицај брзине на процес деформације је занемарљив, пошто се испитивање спроводи са константном-ограниченом брзином (прописана је стандардом). Међутим његов главни недостатак јесте чињеница да се услед деформационог ојачавања метала, специфични деформациони отпор може одређивати само до момента достизања максималне затежуће силе тј. до почетка локализације деформације. На жалост величина деформације која одговара овој тачки износи само 20-30%, услед чега се тражена зависност не може добити у широком интервалу. Из тог разлога да би криве течења добијене методом једноосног истезања, могле бити коришћене и за пројектовање технолошких поступака обраде платичним деформисањем код којих се остварује степен деформације већи од 20-30%, неопходно је извршити апроксимацију ових криви преко одговарајућих аналитичких функција (проширити област дефинисаности везе напон течења-деформација).

Наиме све до почетка локализације деформације, односно док у материјалу влада једноосно напонско стање, стварни напон (k) може се изразити преко номиналног (σ). Поменути веза, добија се коришћењем услова константности запремине у току процеса $A l = A_0 l_0 = \text{const.}$, и гласи:

$$k = \frac{F}{A} = \sigma \frac{A_0}{A} = \sigma(l + \varepsilon) = \frac{\sigma}{1 - \psi} = \sigma e^{\varphi} \quad (4.4.1.)$$

Уношеном низа вредности за стварни напон добијених преко везе (4.4.1.) у дијаграм номинаног напона и њиховим међусобним спајањем долази се крива стварног напона. Овако добијена крива стварног напона представља уједно и криву ефективног напон односно криву течења, што значи да је стварни напон при једноосном истезању до почетка локализације деформације у сваком тренутку идентички једнак специфичном деформационом отпору материјала K .

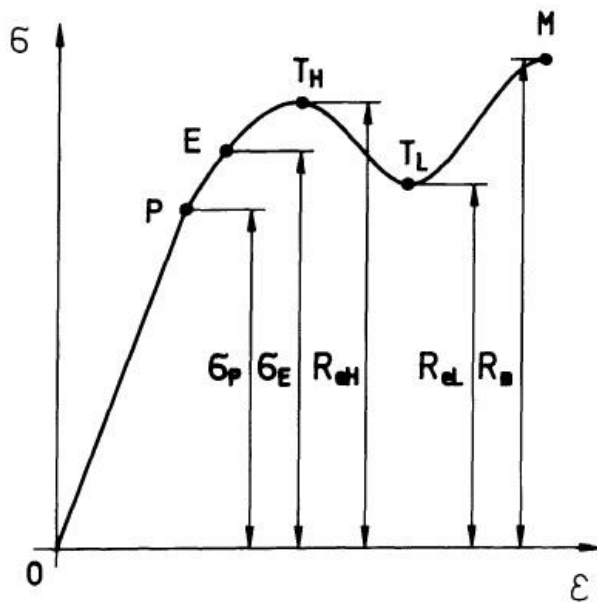
Овај експеримент је могуће извести на кидалици, машини која служи за истезање епрувета (слика 4.6.). Кидалица је мерни инструмент или машина за аксијално испитивање чврстоће материјала. Свака кидалица се састоји из:

- уређаја за постављање оптерећења,
- уређаја за мерење силе,
- уређаја за мерење деформације испитног материјала,
- уређаја за испис дијаграма напрезања $F - \Delta L$.



Слика 4.6. Кидалица [4]

Дијаграм криве течења добијен испитивањем на кидалици приказан је на слици 4.7.

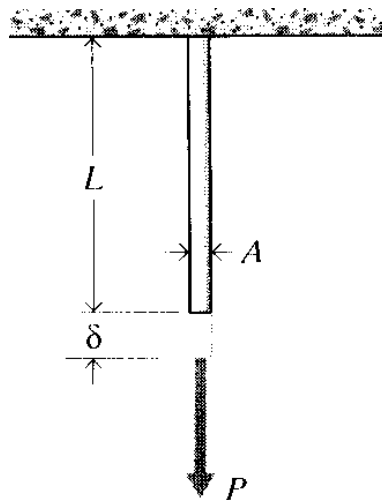


Слика 4.7. Дијаграм криве течења [4]

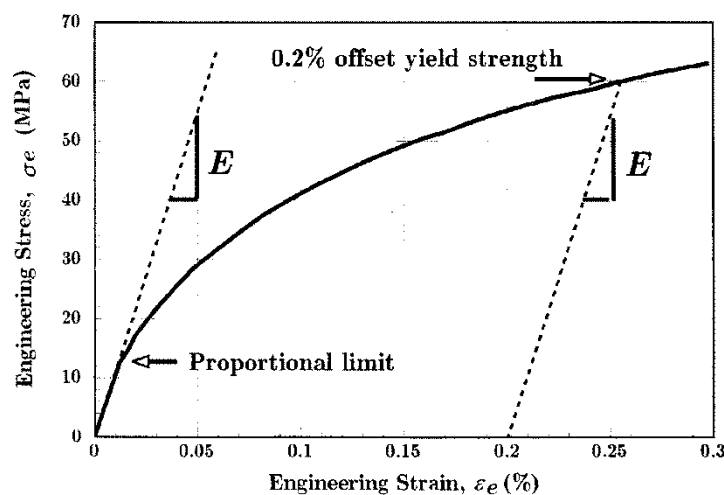
5. Испитивање на затезање

Можда је најважнији тест механичких карактеристика материјала тест затезања, при чему је један крај узорка шипке или жице стегнут, а други је подвргнут контролисаном помаку δ (слик 5.1). Претварач спојен серијски са узорком обезбеђује електронско читавање оптерећења P (δ) које одговара помаку. Алтернативно, модерне машине за тестирање са серво управљањем дозвољавају употребу оптерећења, а не помака, као контролисану варијаблу, у ком случају би се помак δ (P) пратио као функција оптерећења.

Када се напрезање се исцртава насупрот деформацији се добија инжењерска крива напрезања-деформације као што је приказана на слици 5.2.



Слика 5.1. Испитивање на истезање [5]



Слика 5.2. Подручје ниског напрезања кривуље напрезања-деформација за жарен поликристални бакар; ова крива је типична за ону многих дуктилних метала [5]

У раном (ниским напрезању) делу криве, многи материјали поштују Хооков закон у разумној апроксимацији, тако да је напон пропорционалан деформацији са константом пропорционалности која је модул еластичности или Јангов модул, означен E .

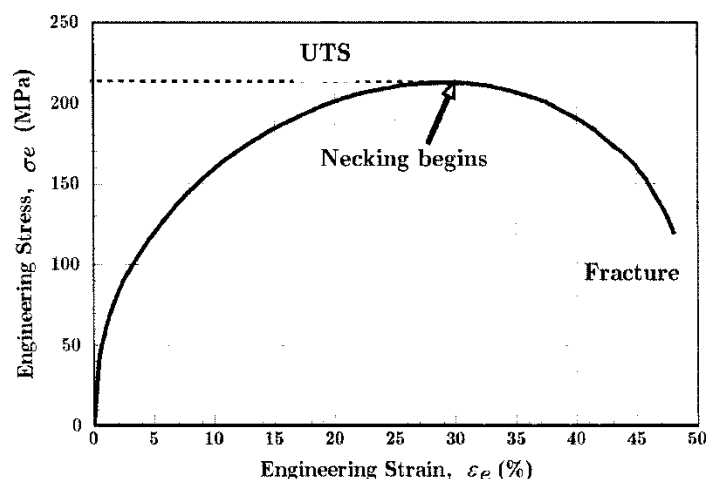
Како се напрезање повећава, многи материјали временом одступају од ове линеарне пропорционалности, при чему се полазна тачка назива пропорционална граница. Ова нелинеарност се обично повезује са “пластичним” током индукованог стресом у узорку. Овде материјал пролази кроз реорганизацију своје унутрашње молекуларне или микроскопске структуре, у којој се атоми померају у нове положаје равнотеже. Ова пластичност захтева механизам за молекуларну покретљивост, који у кристалним материјалима може да проистекне из кретања дислокација (о чему ће се даље дискутовати у каснијем модулу). Материјали којима недостаје ова покретљивост, на пример, имају унутрашње микроструктуре које блокирају кретање дислокације, обично су крхке него дуктилан. Кривуља напрезања и деформације крхких материјала је типично линеарна у односу на њихов цијели распон деформација, те на крају завршава фрактуром без замјетног пластичног тока.

На слици 5.2 треба напоменути да напон потребан за повећање напрезања изван границе пропорционалности у дуктилном материјалу наставља да расте изнад границе пропорционалности, материјал захтева стално повећање напрезања да би се наставило напрезање, механизам назван напрезање.

Ове микроструктурне прерасподеле повезане са пластичним токовима обично нису обрнуте када је оптерећење уклоњено, тако да је пропорционално ограничење често исто или барем близу границе еластичности материјала. Еластичност је својство потпуног и тренутног опоравка од наметнутог помака при ослобађању оптерећења, а граница еластичности је вредност напрезања при којој материјал доживљава трајну заосталу деформацију која се не губи при престанку дејства оптерећења. Преостало напрезање изазвано датим напрезањем може се одредити извлачењем линије за истовар из највише тачке која се достигне на кривој линији на том напрезању назад на осу деформације, нацртану са нагибом једнаким почетној еластичној линији напрезања. То је учињено зато што се материјал еластично деформише, при чему нема снаге да се молекуларна структура врати у првобитни положај.

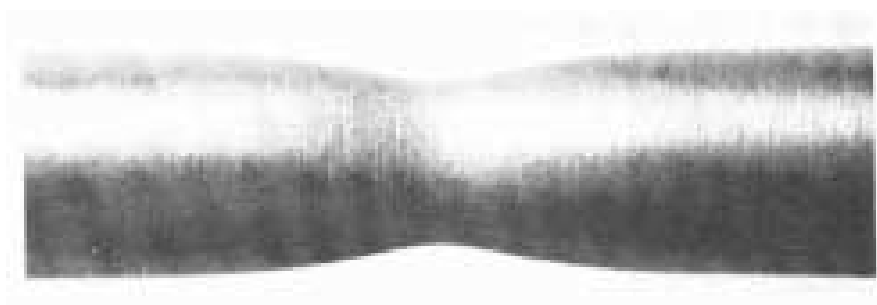
Уско повезани термин је напон напрезања, означен као σ_I у овим модулима; то је напон потребан да се индукује пластична деформација у узорку. Пошто је често тешко одредити тачно напрезање на којем почиње пластична деформација, напон напрезања се често узима као стрес који је потребан да се индукује специфична количина трајног напрезања, обично 0,2%.

Слика 5.3 приказује инжењерску криву напрезања-деформације за бакар са увећаном скалом, која сада показује напрезања од нуле до лома узорка. Овде се чини да се брзина очвршћавања деформацијом смањује до тачке означене са UTS, за крајњу чврстоћу истезања (означено као σ_f у овим модулима). Након те тачке, материјал изгледа да се омекшава, тако да свако повећање додатног напрезања захтева мањи стрес.



Слика 5.3. *Комплетна инжењерска крива напрезања-деформације за жарен поликристални бакар [5]*

Међутим, очигледна промена од стврдњавања до омекшавања деформација је артефакт поступка цртања, међутим, као што је максимум забележен у кривој на UTS. Изнад границе попуштања, молекуларни ток узрокује значајно смањење површине пресека A узорка, тако да је прави напон $\sigma_t = P / A$ који је стварно сносио материјал већи од инжењерског напона израчунатог из првобитне површине попречног пресека ($\sigma_e = P / A_0$). Оптерећење мора бити једнако стварном времену напрезања стварне површине ($P = \sigma_t A$), и све док се деформацијско отврдњавање може повећати σ_t довољно да компензује смањену површину A , оптерећење и стога инжењерски напон ће наставити да расте како се напрезање повећава. На крају, међутим, смањење површине због тока постаје веће од повећања стварног напрезања услед напрезања, а оптерећење почиње да опада. Ово је геометријски ефекат, и ако се прави цртеж напрезања, а не инжењерски стрес, није приказан максимум у кривини. Прави напон није сасвим уједначен у целом узорку, и увек ће бити неке локације - можда истезање или неки други дефект на површини - где је локални напон максималан. Када се достигне максимум у инжењерској криви, локализовани ток на овом месту не може се компензовати даљим отврдњавањем, тако да се подручје даље смањује. Ово још више повећава локални стрес, што убрзава ток. Овај локализовани и повећавајући ток ускоро доводи до „грла“ у дужини мерача узорка као што је приказано на слици 5.4.



Слика 5.4. *Издужење у затезном узорку [5]*

6. Компаратори

Компаратори су мерила која показују одступање од подешене мере, али не омогућају читавање вредности те мере изузев, ако је мерна величина мања од мерне области тог компаратора.

Компаратори се примењују у серијској, великосеријској и масовној производњи за контролу радних предмета, тј. за одређивање величина одступања дужинских мера, кружности и равности обртања и сл. У појединачној производњи користе се при контроли управности и паралелности површина, при подешавању машина алатки, при провери конуса итд. Стога се може рећи, да су компаратори највише примењивана мерила у машиноградњи.

По конструкцији су релативно једноставни. Тачност им је најчешће 0,01; 0,002 или 0,001 mm. Основни делови компаратора су:

- контактни елементи,
- преносни елементи и
- показни елементи са скалом.

Контактни елементи - мерни пипци или мерне главе долазе у додир са површином мерног предмета. Њихово померање се помоћу преносних елемената повећава и преноси до показних елемената.

Преносни елементи служе за повећање и пренос померања контактних елемената. На основу врсте ових елемената разликују се типови компаратора. Тако постоје компаратори:

- механички,
- оптички,
- електрични,
- електронски,
- пнеуматски
- хидраулични и
- комбиновани.

На показним елементима се читава вредност измерене величине. Сви компаратори се могу поделити у две велике групе: за контролу спољних и за контролу унутрашњих мера, а разлика између њих је углавном у конструкцији контактних а понекад и преносних елемената.

Механички компаратори имају механичке преносне елементе. Према начину на који се остварује пренос, они могу бити:

- полужни,
- зупчани,
- опружни и

- комбиновани.

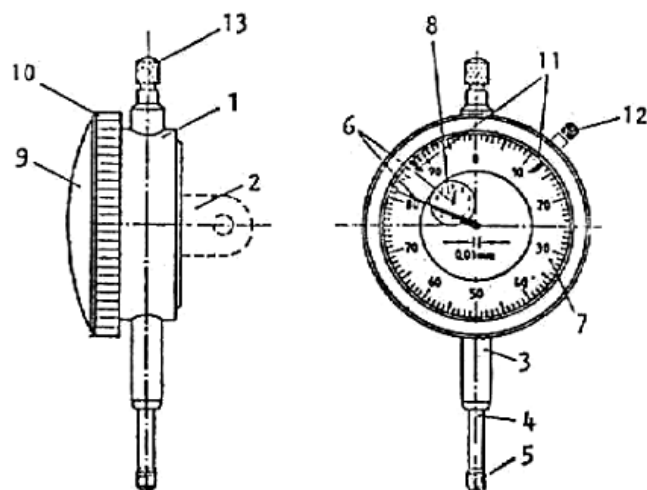
У овом експерименту користи се зупчасти компаратор који ће бити и описан.

Главни преносни елементи ових мерила су зупчаници и зупчаница или пуж. Мерни сат је највише употребљавано мерило од механичких компаратора. Добио је назив по скали са казаљком израђеној у облику сата. Постоји два типа:

- са зупчаницима и зупчаницом и
- са зупчаницима и пужем.

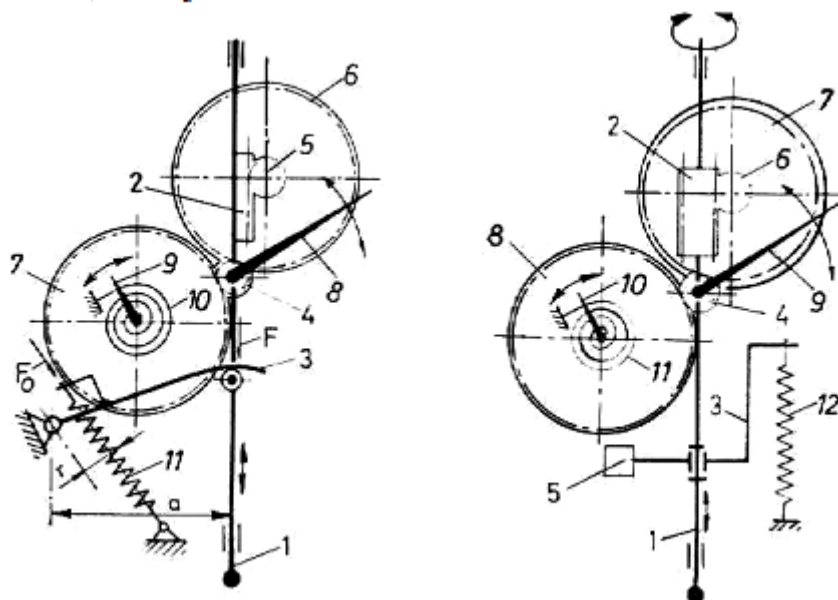
Мерни сат је приказан на слици 6, на којој се виде следећи елементи мерног сата:

1. Кућиште (оклоп) повезује све делове мерила у јединствену целину и омогућује њихов рад.
2. Ушка чини саставни део кућишта и служи за причвршћивање мерила при мерењу ако се то не обави преко водеће чауре.
3. Водећа чаура је саставни део кућишта и служи за вођење мерног пипка и за причвршћивање мерила у држач при мерењу.
4. Мерни пипак (мерно вретено) је носач контактнoг елемента (врх мерног пипка, као посебан део) и преноси његов мерни ход у правцу осе мерног пипка на преносне елементе.
5. Завршетак мерног пипка служи да прими кретање у правцу осе мерног пипка што представља мерни ход, односно мерну величину. 34
6. Казаљка је део мерног сата који служи за непосредно читавање показивања.
7. Скала је део мерног сата са кружном поделом и бројевима који означавају вредности од 0,01 мм. Скала са казаљком служи за непосредно читавање мерне вредности.
8. Помоћна скала са помоћном казаљком служи за показивање пређених целих обртаја казаљке од-носно целих милиметара мерног пипка.
9. Заштитна покривка служи за заштиту показних елемената мерила од спољних утицаја. Она може бити израђена од стакла, плекси-стакла и сл.
10. Нарецкани прстен служи за подешавање положаја скале, окретањем целе скале у жељени положај.
11. Померљиви толеранцијски индекси могу бити израђени као клизни репери или казаљке и служе за визуелно показивање граничних одступања номиналне мере.
12. Завртањ за фиксирање казаљке или скале у жељеном положају.
13. Подизач мерног пипка са нарецканом главом, служи за подизање мерног вретена приликом његовог постављања у радни положај, ако се мерење врши извлачењем мерног пипка.



Слика 6.1. Мерни сат

Принципијелна шема механизма мерног сата са зупчаницом, дата је на слици 6.1.



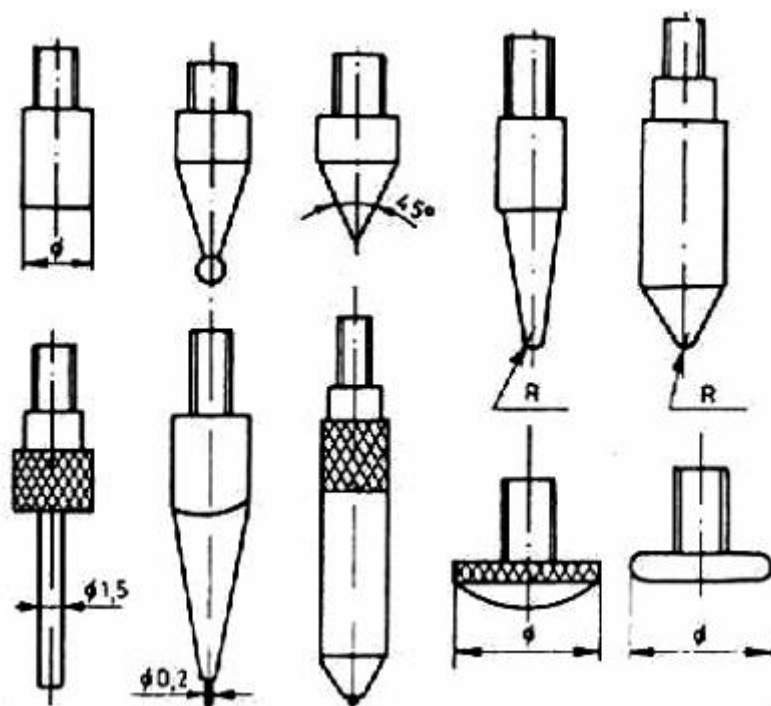
Слика 6.2. Принципијелна шема мерног сата са зупчаником

Мерни пипак 1 спојен је са зупчаницом 2 која је спрегнута са зупчаником 5. Приликом померања мерног пипка, зупчаница покреће зупчаник 5 и са њим спојен зупчаник 6, који је спрегнут са међузупчаником 4, на који је причвршћена казаљка 8. Обртањем зупчаника 4 покреће се и казаљка, чији врх на скали мерила показује мерну величину у десетим и стотим деловима милиметра. Пун обртај казаљке 8 одговара померању мерног пипка за 1 мм. Са зупчаником 4 је у спрези и зупчаник 7. На његово вратило причвршћена је помоћна (мала) казаљка 9 и спирална опруга 10, чији је задатак да одстрани мртви ход механизма. Преносни однос зупчаног пара 4 - 7 изабран је тако, да се за пун обртај казаљке 8, врх казаљке 9 помера за један подеок помоћне скале на којој се читавају цели милиметри. Мерну силу обезбеђује завојна опруга 11 која делује на

мерни пипак посредством лучно обликоване полуге 3. Ова конструкција обезбеђује мерну силу константне величине: $F = F_0 \cdot r/a$, која се креће од 0,3...1,5 Н. Како расте сила у опрузи због издужења, пропорционално се смањује крак те силе, тако да је $F_0 = \text{const}$. Вредност подеока скале је најчешће 0,01 мм, али код прецизних мерних сатова може бити и 0,002 или 0,001 мм (фини мерни сат). Ако је вредност подеока 0,01 мм, скала по целом обиму има 100 подеока. Помоћна скала обично има 10 подеока. То значи, да овакав мерни сат може регистровати мерну величину до 10 мм. Постављање на нулу се врши окретањем скале помоћу нарежканог прстена чија се нулта ознака доведе до врха мирујуће казаљке. На слици 5.03б је приказана шема рада мерног сата са пужем. Код овог мерила део 2 мерног вретена 1 је обликован као пуж. Он је спрегнут са зупчаником 6 који је спојен са зупчаником 7. Зупчаник 7 је спрегнут са међузупчаником 4, са којим је спојена велика казаљка 9 за показивање мерне величине у деловима милиметра. Зупчаник 4 спрегнут је и са зупчаником 8, на чије вратило је причвршћена мала казаљка 10 за показивање мерне величине у целим милиметрима. Спирална опруга 11 одстрањује мртви ход, јер му је један крај везан за вратило зупчаника 8 а други за тело мерила. Вођење мерног пипка и пренос мерне силе од опруге 12, обезбеђује механизам 3, помоћу вођице 5. Мерна сила се мења у уским границама, али производња ових мерила је јевтинија од предходних. Нуловање мерила се врши обртањем мерног пипка, тј. пужа помоћу точкића, постављеног на горњи крај мерног вретена.

Код финих мерних сатова унутрашњи механизам је исти, само је придодат још један пар зупчаника или полуга за остваривање траженог додатног увећања преноса (10:1 или 5:1). Код ових мерила област мерења је мања и обично износи $\pm 0,060$, односно $\pm 0,120$ mm и скала не простира по целом обиму круга. Помоћна скала и казаљка нису потребне, пошто се цели милиметри не могу регистровати.

Код серијске контроле толерисаних величина, толеранцијским индексима се обележавају вредности граничних одступања, па у том случају контролу могу вршити и приучене особе. Врх мерног пипка представља контактни елемент мерила и он се обично прави као посебан део који се помоћу навојног споја веже са мерним пипком, увртањем навојног краја у одговарајућу навојну рупу на крају мерног пипка. Постоји велики број тих елемената различитих облика и у зависности од мерног задатка бира се најпогоднији. Слика 6.3. приказује неколико облика врха пипака мерних сатова.



Слика 6.3. Облици мерних типака

Контрола мерних сатова. Тачност мерења мерним сатом првенствено зависи од укупне грешке мерила која се састоји од:

- појединачних грешака озубљења зупчаника и зупчанице односно пужа,
- величине и промене величине мерне силе и
- грешке реверзибилности (повратног хода).

Појединачне грешке озубљења као што су грешке профила, корака и дебљине зубаца, радијални удар озубљења и грешке правца бочне линије зубаца зупчанице, као и правца саме зупчанице, проузрокују неправилан пренос померања мерног пипка на казаљку. Збирна грешка озубљења састоји се од: радијалног удара озубљења (максимално дозвољено $10 \mu\text{m}$), грешака профила зубаца зупчаника ($\pm 3 \mu\text{m}$) и зупчанице ($\pm 1,5 \mu\text{m}$) и збирне грешке корака зубаца ($\pm 5 \mu\text{m}$) у које су урачунате и грешке дебљине зубаца. За уобичајене величине парцијалних преносних односа (бројеви зубаца зупчаника: $z_5 = 16$, $z_6 = 100$ и $z_4 = 10$ а дужина казаљке је 25 mm) које дају укупни преносни однос - $e = 150$, процентуално учешће појединачних грешака у величини збирне грешке свих озубљених елемената за целу мерну област и за атестирани део (делимични мерни ход - хд), дато је на слици 6.4. У истој табlici је при-казано и процентуално учешће збирних грешака појединих озубљених елемената у величини збирне грешке мерног сата.

Oblast merne skale	Put mernog pipka u mm	Zbirna greška ozubljenih elemenata			Zbirna greška mernog sata			
		Radijalni udar	Greške profila	Greške koraka	Zupčani ca	Zupčanik 5	Zupčanik 6	Zupčanik 4
Cela oblast	10	45	15	40	20	60	10	10
Atestirana oblast	0,1	10	50	40	30	40	10	20

Слика 6.4. Процентуално учешће појединачних грешака у збирној грешки озубљених елемената и збирној грешки мерног сата

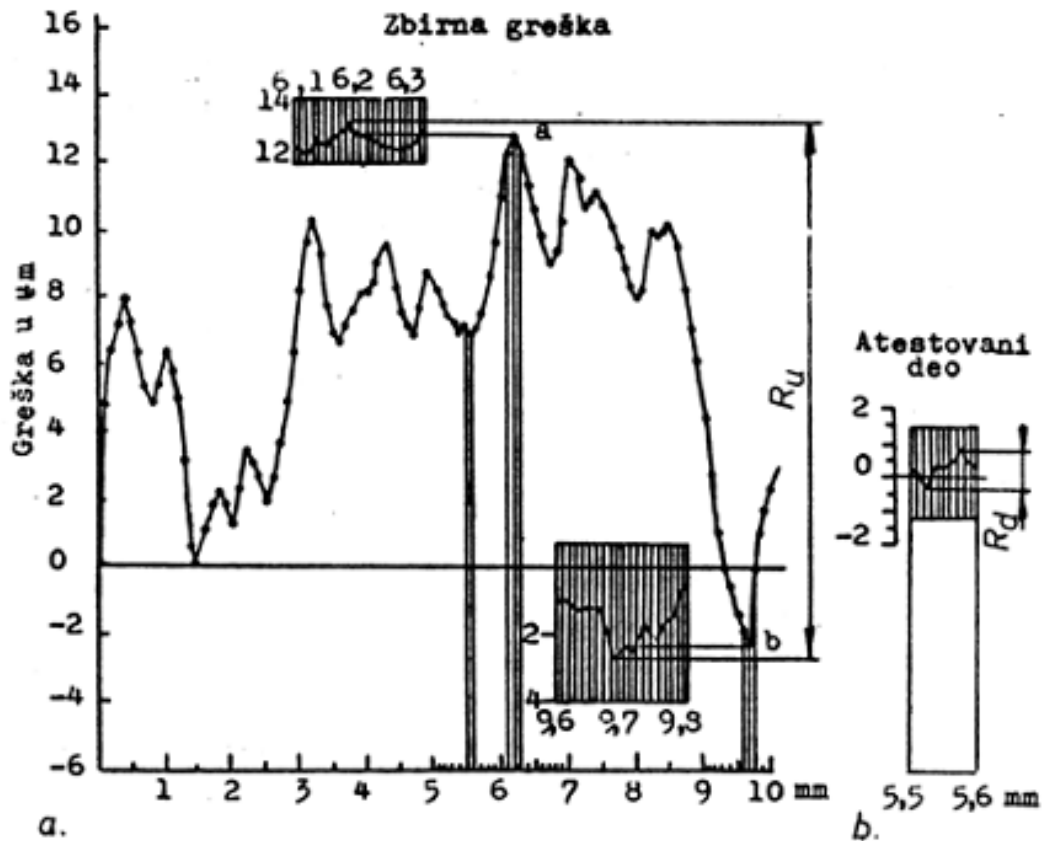
Ови подаци указују на то да се доминирајуће грешке јављају у првом пару озубљених елемената (зупчаница и зупчаник 5) које чине 80 односно 70 % од збирне грешке мерног сата. Ако се посматра цела мерна област, неопходно је смањити радијални удар озубљења, док у случају делимичног мерног хода је најважније да профили зубаца буду исправни, као и величине корака, и то у оба случаја.

Контрола мерних сатова треба да утврди следеће:

- величину збирне грешке за целу дужину мерног хода пипка (цела мерна област) - R_u
- величину грешке за делимични мерни ход пипка - R_d
- величину грешке реверзибилности показивања - D
- поновљивост мерних величина - P и
- величину и промену величине мерне силе при кретању мерног пипка у истом смеру и при промени смера кретања - S .

За одређивање величине збирне грешке мерног сата за целу мерну област, мерни сат се поставља у држач и подеси на нулу, при малој вредности увлачења мерног пипка. Постављање на нулу се врши помоћу упоредне мерке произвољне величине (напр. $20 + 1$ мм) а затим се контролише цела мерна област са порастом мерне величине од по 0,1 мм. Добијене резултате треба представити дијаграмски. На апсциси се наносе величине мерног хода пипка - x , а на ординати одговарајуће грешке мерила (разлика између показивања казальке мерног сата и пораста мерне величине). Код максимума и минимума, у области од $\pm 0,1$ мм, понавља се контрола са порастом мерне величине од по 0,01 мм, ради добијања јасније слике у близини екстремних вредности збирне грешке мерила. Збир апсолутних вредности екстремних величина грешака које мерни сат показује приликом увлачења мерног пипка по целој дужини мерног хода у ступњевима од по 0,1 мм, даје збирну грешку мерног сата R_u .

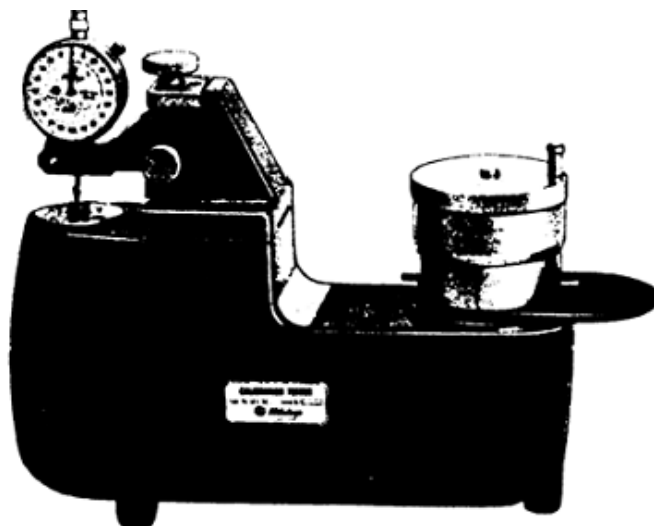
За одређивање величине грешке за делимичан мерни ход пипка (атестирана област мерења) узима се област (величине 0,1 mm) највеће добијене разлике између две узастопне вредности приликом одређивања збирне грешке, у којој се поново испитује тачност мерног сата са порастом мерне величине од по 0,01 mm. Збир апсолутних вредности тако добијених, даје величину тражене грешке - Рд. Та се грешка може мерити и на било ком месту мерног хода пипка (слика 6.5).



Слика 6.5. Крива грешке мерног сата

Неке фирме израђују специјалне урађаје за контролу мерних сатова и осталих компаратора. Код ових уређаја-ја врх мерног пипка контролисаног компаратора се наслања на мерни сто уређаја који се може вертикално померати за жељену величину посредством микрометарског навојног вретена велике тачности. Слика 6.6. приказује уређај фирме Mar и фирме Mitutojo.

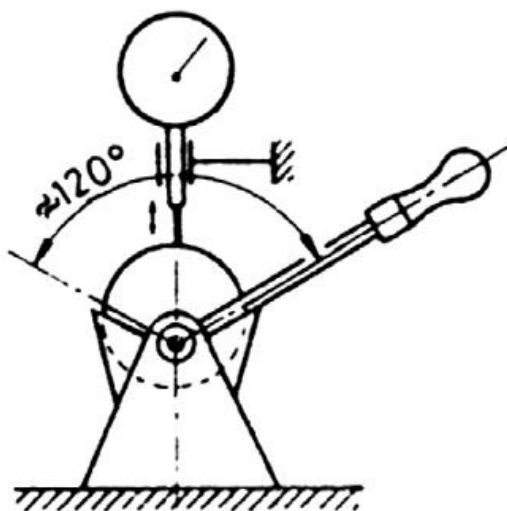
Код уређаја Мар мерна област је 12 mm а вредност подеока скале 0,001 mm. Грешке величине корака навојног вретена произвођач даје у облику криве ко-рекције која се код контроле прецизних компаратора треба узети у обзир. Поред збирне грешке, овим уређајем може се одредити и грешка реверзибилности. Највећа несигурност у мерењу износи $\pm 0,001$ mm.



Слика 6.6. Уређај за контролу компаратора Mitutojo и Mar

Уређај Митутотојо има мерну област од 1 mm, вредности подеока 0,0002 mm. Користи се код контроле прецизних компаратора. Највећа несигурност у мерењу је $\pm 0,0002$ mm. Поред овог уређаја Митутотојо израђује и један универзални тестер за контролу свих врста компаратора за спољне и унутрашње мере, мерне области 25 mm и вредности подеока 0,001 mm.

Грешке реверзибилности показивања (грешке повратног хода) се јављају због унутрашњих зазора између покретних елемената мерила. Приликом промене смера кретања мерног пипка, због тих зазора се почетак тог кретања не региструје. Одређивање величине ових грешака је најједноставније помоћу специјалног уређаја са ексцентром који је приказан на слици 6.7.



Слика 6.7. Уређај за контролу грешке реверзибилности показивања

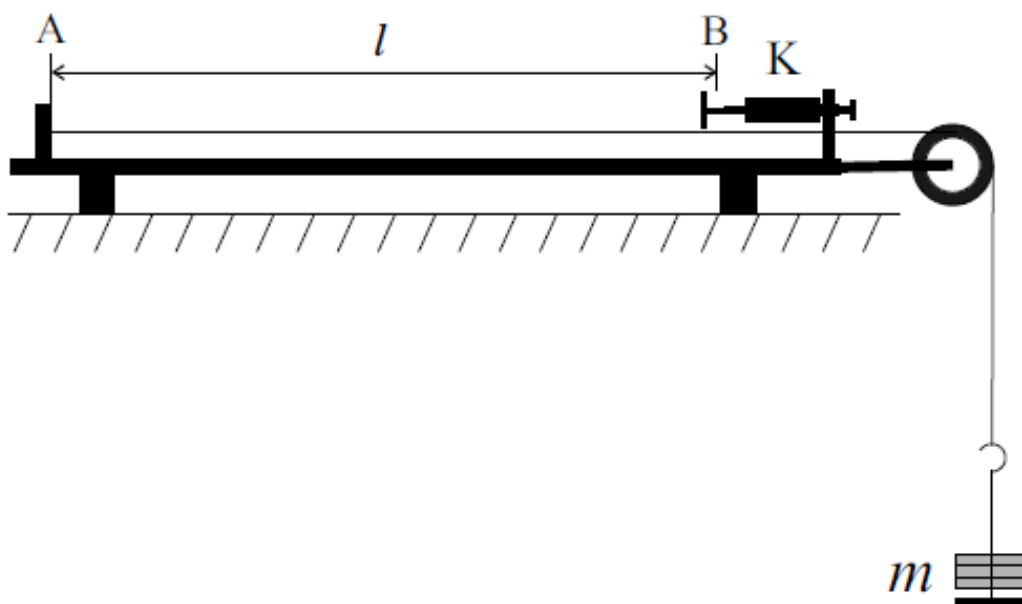
Граничници се тако постављају да се ексцентар може заокренути за око 120°. Пипак контролисаног мерног сата се наслони на површину ексцентра који се доводи до једног граничника. Ту се изврши нуловање мерног сата а затим се ексцентар окрене до другог граничника, па натраг, и због грешке реверзибилности показивања, казаљка неће више показати нулу. Овај поступак треба десет пута поновити и забележити добијана одступања. Средња вредност измерених одступања даје величину грешке повратног хода -D компаратора.

Ако се саберу величине збирне грешке мерног сата - R_u и грешке реверзибилности показивања - D , добија се укупна грешка мерног сата - R . $R = R_u + D$ Поновљивост - P је блискост међусобног слагања резултата поновљених мерења (расипање резултата мерења) једне исте мерне величине приликом “ n ” (најмање 5) мерења на било ком месту мерног хода, при истом смеру кретања мерног пипка. Најбоље је извршити 10 мерења, па помоћу 10 података (могу се узети и подаци добијени код одређивања величине грешке реверзибилности показивања) лако се рачуна стандардна девијација и границе поверења. (припада рачуну вероватноће)

Промена величине мерне силе са променом мерне величине одређује се помоћу специјалног уређаја са вагом. Врх мерног пипка се наслања на тас ваге, па се измери величина мерне силе за сваки пуни обртај казаљке, прво у случају увлачења, а после код извлачења мерног пипка. Резултати се могу приказати графички када се на апсциси наносе величине пређеног пута мерног пипка, а на ординати величине мерне силе. Са дијаграма се лако може одредити величина мерне силе за изабрани начин мерења, односно промена величине мерне силе - S у функцији пређеног пута (мерне величине) мерног пипка. Дозвољена вредност промене величине мерне силе при кретању мерног пипка у истом смеру до 3 мм, износи 0,4 N, а код мерних величина > 3...10 mm, 0,6 N. Код промене смера кретања мерног пипка дозвољена промена износи 0,5 N. Неке фирме израђују мерне сатове код којих се величина мерне силе може регулисати помоћу једног ексцентра.

7. Мерење модула еластичности жице

У оквиру овог поглавља извршен је експеримент мерења модула еластичности жице и пројектован је уређај за ово мерење. Посматраћемо жицу дужине l , и попречног пресека S . У правцу нормале на површ делује сила F , која производи нормални напон $\sigma = F/S$. Под дејством напона долази до издужења жице, помоћу које добијамо релативну деформацију (слика 7.1.):



Слика 7.1. Шема уређаја за одређивање модула еластичности [6]

$$\delta = \frac{\nu}{l} \quad (7.1)$$

Хуков закон гласи:

$$\frac{F}{S} = E_y \frac{l'}{l} \quad (7.2)$$

Ако је попречни пресек жице круг, површина се рачуна по обрасцу $S = d^2 \pi / 4$. У овом случају сила је је једнака тежини окаченог тела из тога следи:

$$l' = \frac{4gl}{E_y d^2 \pi / 4} m \quad (7.3)$$

Одавде се добија Јангов модул еластичности, где је a коефицијент правца праве:

$$E_y = \frac{4gl}{ad^2\pi} \quad (7.4)$$

У сврху испитивања и убрзања испитивања направљен је Ексел програм који рачуа Јангов модул еластичности на основу пречника жице и вредности издужења жице (слика 6.2).

Издужење (mm)	Пречник жице (mm)	Дужина жице (m)	Маса (kg)	Јангов модул еластичности (Мра)
1	3	1	50	69391555.19
Уноси корисник	Уноси корисник			

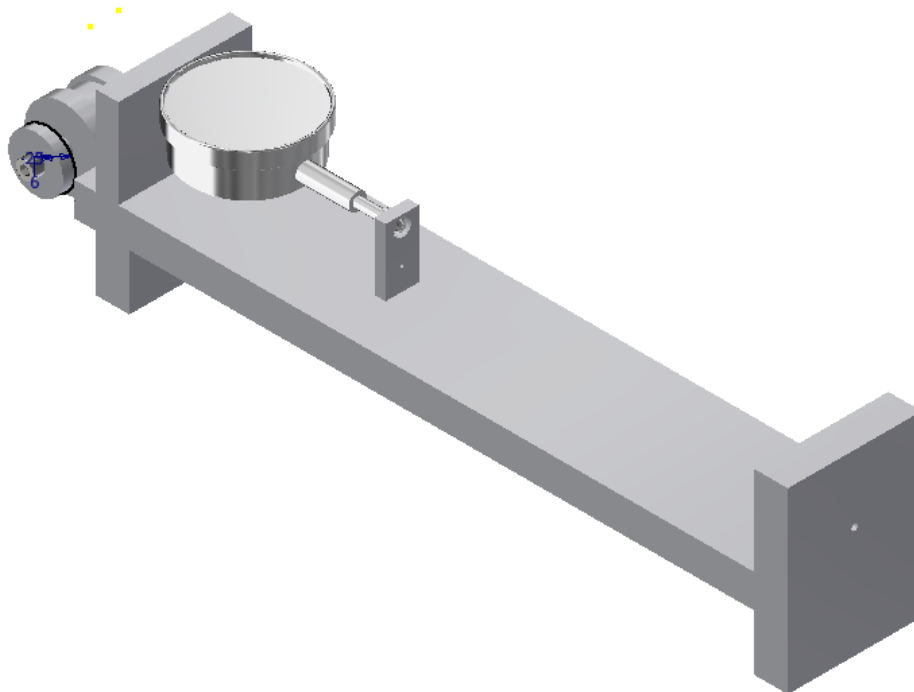
Слика 7.2. Пример Ексел програма за рачунање Јанговог модула еластичности

Апарат за мерење модула еластичности састоји се од:

- Микрометра,
- Постоља,
- Котура,
- Граничника,
- Котура,
- Носача котура и
- Носача жице.

Жица се закачи на крај постоља А, и провлачи кроз носач жице Б, преко котура качи се на терет масе м. Издужење жице се мери на компаратору (микрометру) и на основу измерене вредности која се уведе у предходне обрасце добија се Јангов модул еластичности. Принцип рада система са микрометром је следећи: Жица се провлачи и везује кроз отвор на носачу жице који је чврсто везан за микрометар и клизи по подлози. Затезањем жице, долази до кретања носача жице који повлачи компаратор. На основу тог померања на компаратору долази до детекције померања које се читава на скали.

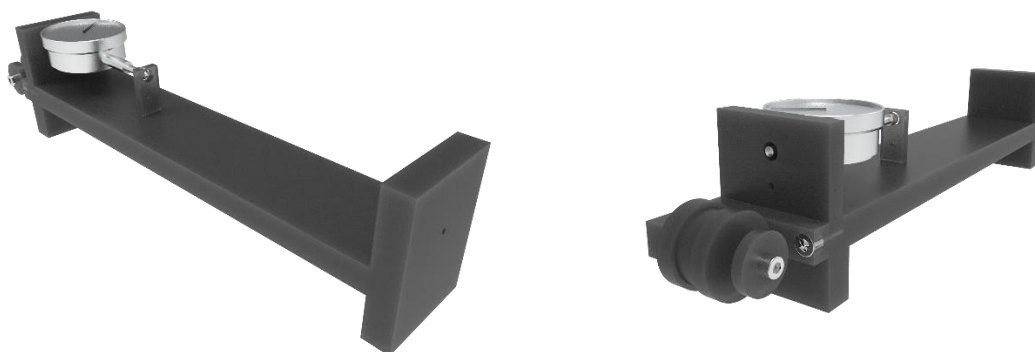
На слици 6.2 приказан је пројектовани уређај, а у прилогу се налази техничка документација потребна за прозиводњу. Пројектовање уређаја за испитивање модула еластичности извршено је у оквиру програма Autodesk Inventor (слика 7.3). На овој слици приказан је склоп уређаја.



Слика 7.3. *Склоп уређаја израђен у програму Autodesk Inventor*

Уређај је пројеткован тако да се израђује од пластике, из разлога што не трпи велика оптерећења. Такође, сви стандардни елементи су по DIN стандарду због усклађености са тржиштем на територији Републике Србије, и користе се завртњеве М6. Елементи који се не повезују помоћу завртњева М6, везују се лепљењем. Такође, мерни уређај који се користи преузет је са сајта TraceParts и одговара стандардним димензијама компаратора који су доступни на нашем тржишту.

У овом програму израђен је 3D модел уређаја, свих његових елеманта (стандардних и не стандардних) као и техничка документација. На крају самог рада урађени су реалистични прикази уређаја у оквиру програма Keyshot у две погледа.



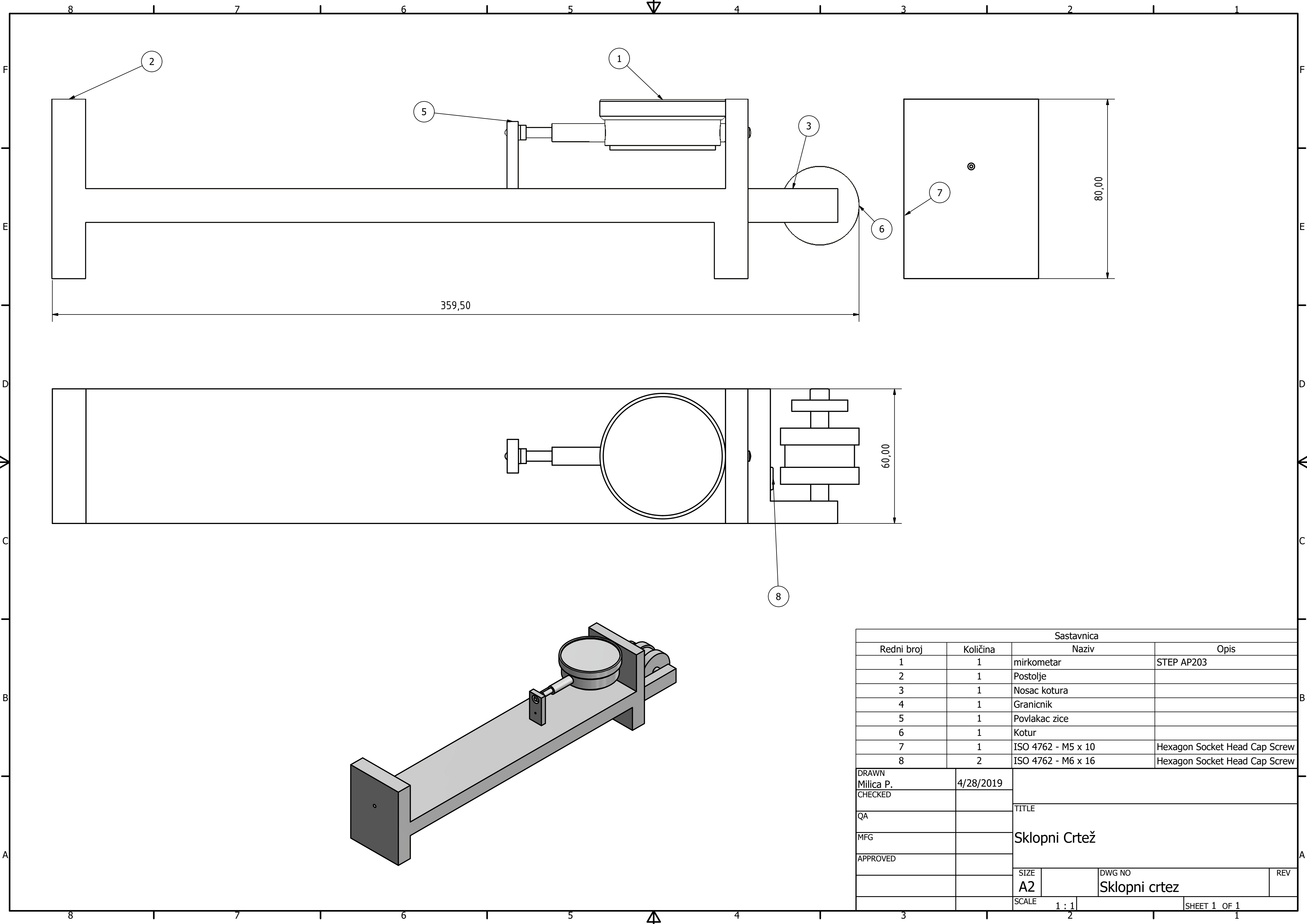
Слика 7.4. *Апаратура за мерење модула еластичности*

8. Закључак

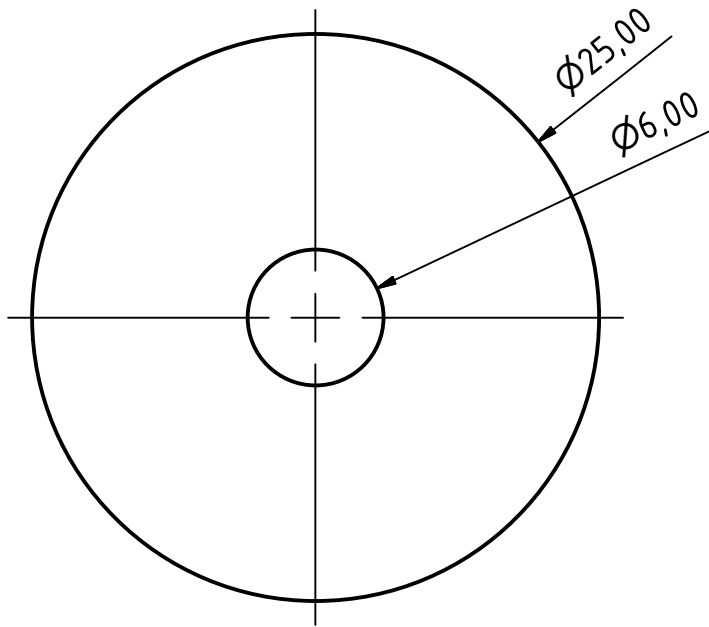
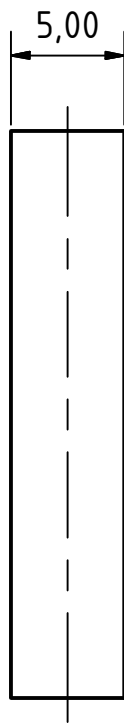
Теорија еластичности проучава зависност између спољашњих и унутрашњих сила и деформација чврстих еластичних тела. Одређивање зависности између унутрашње силе и деформације није потпуно одређено због примене компликованог математичког модела. Али су добијена добра решења за одређене физичке облике као што су штап, луска, плоча и тело. Тела имају коначне три димензије. Чврсто тело се под дејством спољашњих сила деформише. Према начину деловања, оптерећења могу бити статичка и динамичка. У теорији еластичности проучавају се само статичка оптерећења. У другој области која се назива еластодинамика тј. теорија осцилација, проучавају се и динамичка оптерећења. Ова оптерећења изазивају промене облика и запремине. Сматра се да су ове деформације мале, и да је веза између унутрашњих сила и деформација линеарна, па је ова теорија само линеарна теорија еластичности. У теорији еластичности, посматра се идеално еластично тело, што значи да се тело после деловања спољашње силе враћа у првобитно стање. Ова теорија је математичка дисциплина. Практични део ове теорије је отпорност материјала која обрађује специјалне проблеме теорије еластичности које су од практичног значаја. Обрасци отпорности изводе се елементарно уз извесне претпоставке о деформацијама тела које се добро слажу са експериментима проверени су на изведеним конструкцијама. Напон у механици континуума представља меру просечне силе по јединици површине на површи на којој се осећа дејство унутрашњих сила које делују унутар деформабилног тела. Концепт напона у механици континуума развио је Огистен Луј Коши око 1822. године. Ове унутрашње силе настају између честица тела као реакција на спољашње силе, које се осећају у телу. Спољашње силе могу бити површинске или запреминске. Ове унутрашње силе распоређују се континуирано унутар запремине тела зато што се деформабилно тело посматра као континуум. Еластичност је својство чврстих тела (материјала) да под утицајем спољашње силе мењају свој облик или запремину и да се, након престанка њеног деловања, враћају у првотан облик. Повезаност напрезања и деформације тела описује Хуков закон. Физички разлози за еластично понашање могу да буду веома различити за различите материјале. Код метала, атомске решетке мењају величину и облик при примени силе (кад се додаје енергија у систем). Кад престане дејство силе, решетка се враћа у своје првобитно нискоенергетско стање. Код гуме и других полимера, еластичност је узрокована истезањем полимерних ланаца примењеном силом. Пластичност је својство неких материја (материјала) да под деловањем довољно велике силе мењају облик, који готово у потпуности трајно задржавају и након престанка деловања силе (пластична деформација). Пластичност наступа када се под деловањем сила пређе такозвана граница течења, која зависи од температуре материјала. Тако и неки крти материјали (бронза, стакло, кристали) могу прећи у пластично стање при повишеним температурама.

9. Литература

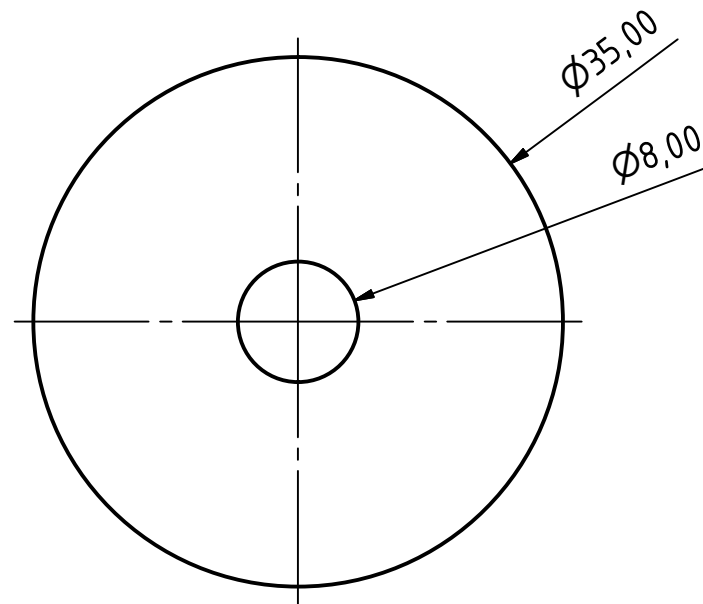
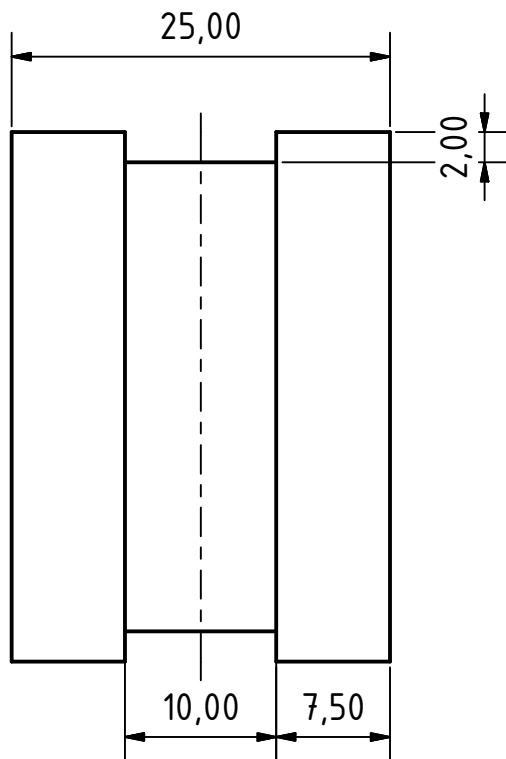
- [1.] Рашковић, Д., „Теорија Еластичности“, Београд, 1985.
- [2.] Лубарда, В., „Отпорност материјала“, Титоград, 1999.
- [3.] Јовановић, М., Адамовић, Д., Лазић, В., Ратковић, Н.: Машински материјали, Машински факултет Крагујевац, 2003.
- [4.] Александровић С.: Производне технологије (Технологија пластичног обликовања), скрипта, Moodle портал, Факултет инжењерских наука, Крагујевац, 2017.
- [5.] Ројланс, Д., „Stress strain curves“, МИТ, Masachusets, 2001.
- [6.] Симић С., Живић И., „Физичка Механика“ Природно математички факултет, Крагујевац, 2003.
- [7.] Пелег Ј, Mechnaical properties of Materials, Springer Science+Business Media Dordrecht, 2013.



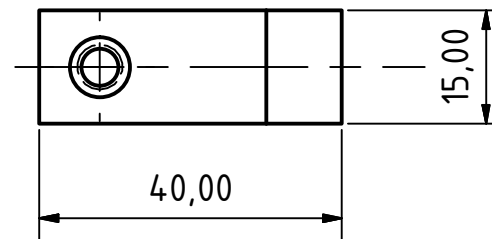
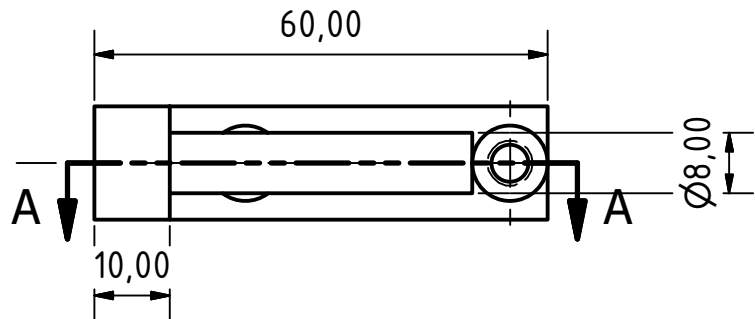
Sastavnica						
Redni broj		Količina	Naziv		Opis	
1		1	mirkometar		STEP AP203	
2		1	Postolje			
3		1	Nosac kotura			
4		1	Granicnik			
5		1	Povlakac zice			
6		1	Kotur			
7		1	ISO 4762 - M5 x 10		Hexagon Socket Head Cap Screw	
8		2	ISO 4762 - M6 x 16		Hexagon Socket Head Cap Screw	
DRAWN Milica P.		4/28/2019				
CHECKED						
QA						
MFG						
APPROVED			Sklopni Crtež			
			SIZE A2	DWG NO Sklopni crtez		REV
		SCALE	1 : 1			SHEET 1 OF 1



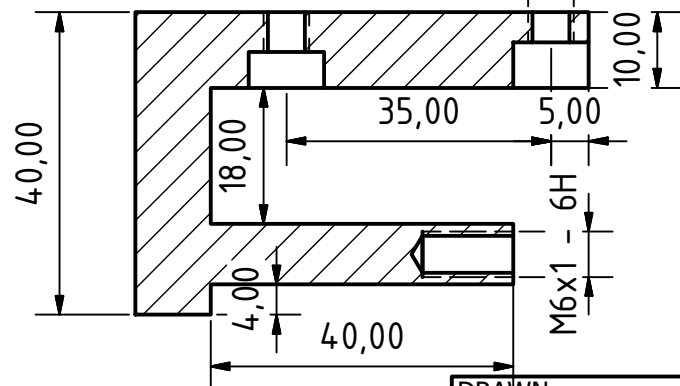
DRAWN	4/28/2019	TITLE		
Milica P.				
CHECKED		Graničnik		
QA				
MFG				
APPROVED				
		SIZE	DWG NO	REV
		A4	Granicnik	
		SCALE	3 : 1	SHEET 1 OF 1



DRAWN Milica P.	4/28/2019	TITLE Kotur		
CHECKED				
QA		SIZE A4		
MFG				
APPROVED		DWG NO Kotur		
		SCALE 2 : 1	SHEET 1 OF 1	

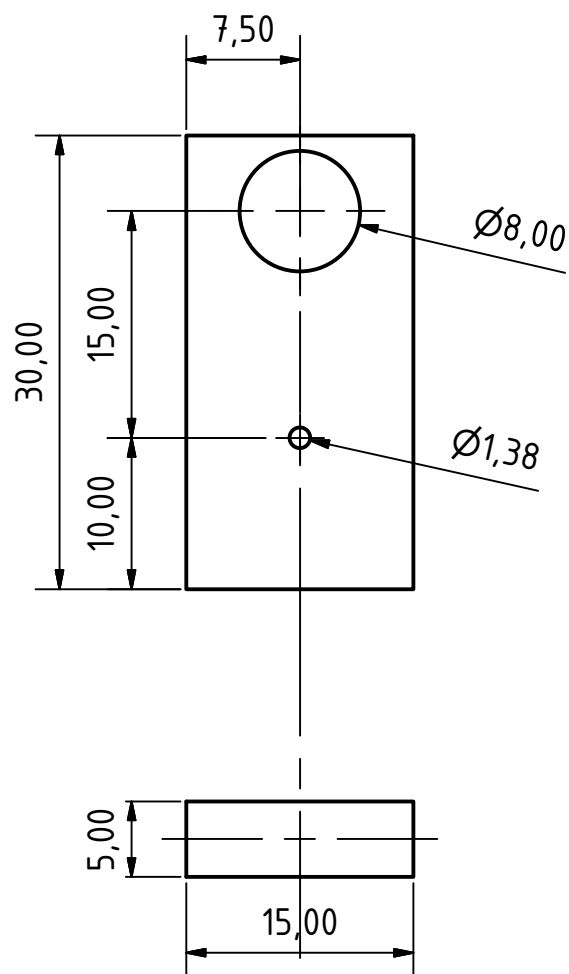


Ø4,92 -17,10 DEEP
DIN 974 - Ø10,00 X 6,00



SECTION A-A
SCALE 1 : 1

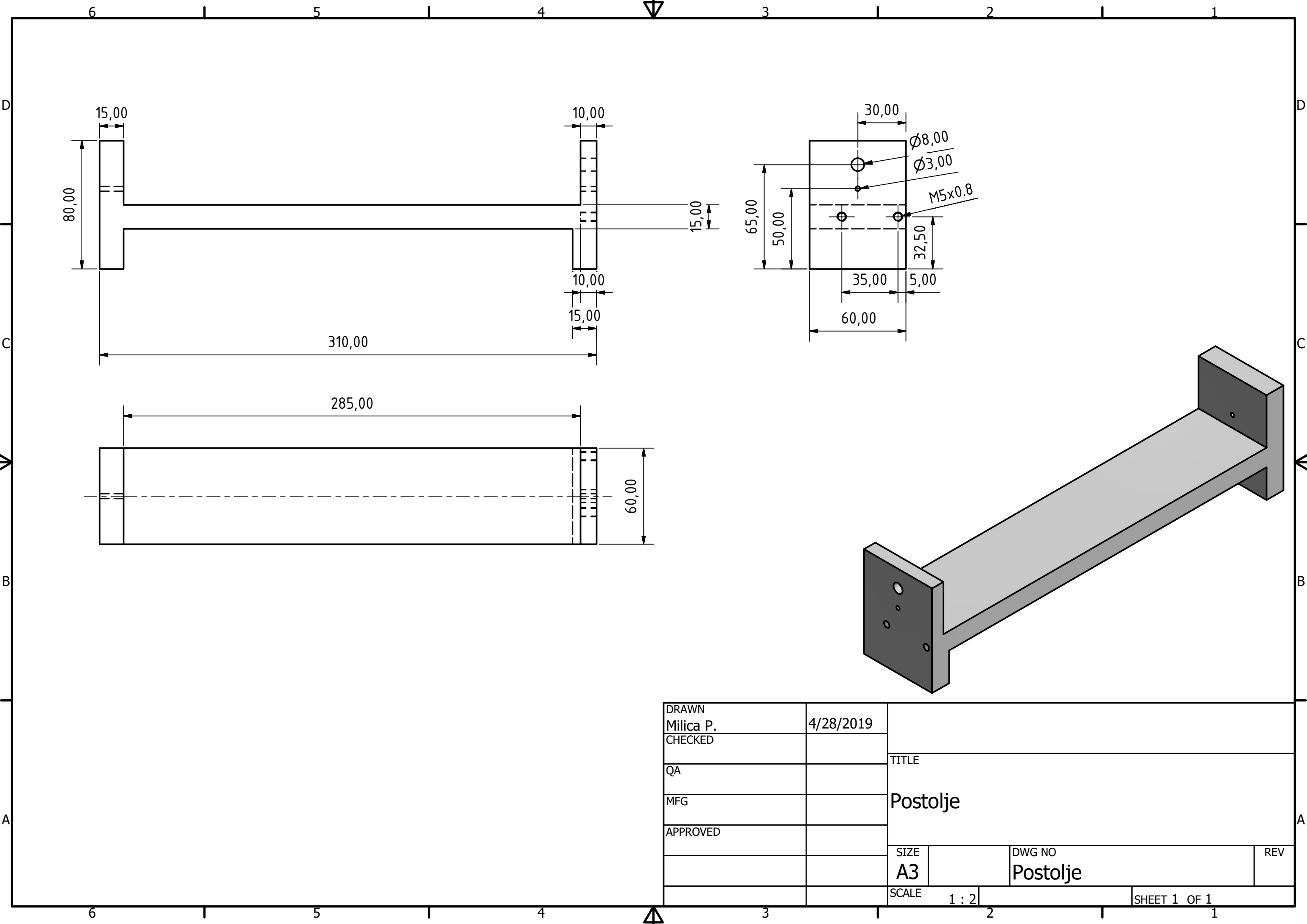
DRAWN	Milica P.	4/28/2019			
CHECKED					
QA			TITLE		
MFG			Nosač kotura		
APPROVED					
			SIZE	DWG NO	REV
			A4	Nosac kotura	
			SCALE	1 : 1	SHEET 1 OF 1



DRAWN		4/28/2019			
Milica P.					
CHECKED		TITLE			
QA					
MFG					
APPROVED					
		SIZE		DWG NO	REV
		A4		Povlakac zice	
		SCALE	2 : 1	SHEET 1 OF 1	

Povlakač žice

Povlakac zice



DRAWN	4/28/2019			
Milica P.				
CHECKED		TITLE Postolje		
QA				
MFG				
APPROVED				
		SIZE A3	DWG NO Postolje	REV
		SCALE 1 : 2	SHEET 1 OF 1	