

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Примењена механика и аутоматско управљање

Предмет: Коначни елементи

Број индекса: 117/2014

Лидија З. Јелић

**Параметарска оптимизација машинских
конструкција применом методе коначних
елемената
завршни рад**

Комисија за преглед и одбрану:

1. Проф. др Мирослав Живковић - ментор
2. Проф. др Радован Славковић
3. Проф. др Мирко Благојевић

Датум одбране: _____

Оцена: _____

Препоручена литература:

- [1] Милош Којић, Радован Славковић, Мирослав Живковић, Ненад Грујовић, Метод коначних елемената 1, Линеарна анализа, Крагујевац, 1998.
- [2] Singiresu S. Rao, Engineering optimization; Theory and Practice, Forth Edition, Hoboken, New Jersey, 2009
- [3] NX Nastran – Design Sensitivity and Optimization User`s Guide, 2005.

Резиме

Рад је настао као резултат потребе за алатима који би олакшали и убрзали решавање проблема при анализи и оптимизацији сложених конструкција. Досадашњи приступи за оптимизацију конструкција базирали су се на искуству и индивидуалном знању инжењера. Међутим такав принцип оптимизације може донети значајне губитке у времену, а решење у већини случајева неће бити прецизно одређено. Зато је пожељно формирати алат који би могао да реши врло специфичне проблеме оптимизације а да притом узме у обзир све јасно дефинисане критеријуме. У раду је, на примеру конструкције сложене геометрије дат поступак параметарске оптимизације, са циљем да се оствари одређена редукција масе. Приказан је цео поступак оптимизације на примеру конструкције за пренос материјала - крана. Од великог значаја код носивости сложенијих конструкција јесте смањење масе уз максималну функционалност конструкције. За потребе параметарске оптимизације коришћен је софтверски пакет **Femap** са солвером **NX Nastran**. Веома је погодан за оптимизацију масе сложених конструкција јер омогућава велику уштеду у времену и тиме се избегава дуг итеративни поступак ручне промене параметара конструкције. Приказани су резултати оптимизације и проверени анализом максималног ефективног напона оптимизоване конструкције. Дата је једна добра основа, која може послужити за даља истраживања, унапређење и убрзавање рада при оптимизацији и анализи сложених конструкција методом коначних елемената.

Кључне речи: метод коначних елемената, параметарска оптимизација, кран

Abstract

This paper was written in an attempt to create tools that would make solving problems of optimization and analysis of constructions easier and faster. Nowadays approaches to construction optimization are based on experience and individual knowledge of engineers. This kind of approach can contribute to significant loss in time, and in the most of the cases, the solution wouldn't be satisfying. Thus, it's desirable to create a tool that could solve very specific problems of optimization taking the clearly defined criteria into consideration. In this paper, on a subject of complex geometry construction was given the principle of parametric optimization in an attempt to make a reduction of mass construction. The whole optimization process was shown on an example of material transport construction – crane. The great pursuance in complex construction load capacity is to achieve maximal construction functionality with mass reduction of the construction. In this optimization process Femap software with NX Nastran solver was used. This software is very convenient at mass optimization of complex construction because it allows great time efficiency, which shortens the complex iterative procedure of manual changing of construction parameters. The results of optimization were shown and verified with analysis of maximal effective stress at optimized construction. In this paper was given a good base that can help in further researches, developments and fastening the procedure of optimization and analysis of computer constructions using the finite element methods (FEM).

Key words: finite element method, parametric optimization, crane

Садржај

Увод.....	1
1 Основни појмови оптимизације	2
1.1 Вектор променљивих	3
1.2 Гранични услови при оптимизацији	4
1.3 Критеријумска функција	5
1.4 Основни кораци процеса оптимизације	6
2 Структурна оптимизација	10
3 Пример параметарске оптимизације једноставне танкозидне конструкције– конзоле	11
3.1 Опис проблема и МКЕ модел.....	11
3.2 Параметарска оптимизација у софтверу Femap with NX Nastran	13
3.3 Основни кораци параметарске оптимизације у софтверском пакету Femap избором опције Model Optimisation	18
4 Параметарска оптимизација сложене конструкције за пренос материјала - крана .	25
4.1 Опис модела.....	25
4.2 Дозвољени напони	27
4.3 Случајеви оптерећења.....	27
4.4 Резултати прорачуна чврстоће крана пре оптимизације	30
4.5 Резултати параметарске оптимизације крана	36
Закључак	43
Литература.....	44

Увод

Технике оптимизације се користе како у побољшању дизајна конструкције приликом производног процеса тако и у побољшању дизајна финалног модела. Прецизније, оптимизација представља процес побољшања дизајна конструкције уз максималну уштеду у материјалу и времену дизајнирања, али и постигнуту максималну функционалност.

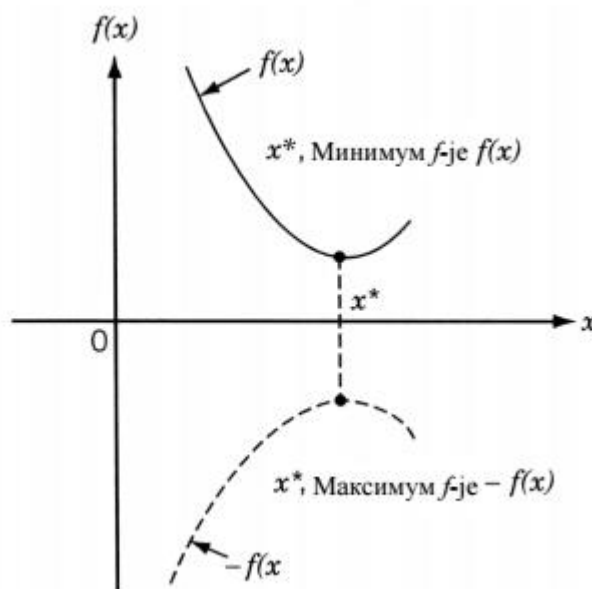
У раду је приказана теоријска позадина оптимизације тј. информације неопходне за разумевање процеса оптимизације. Дата је подела оптимизације на под проблеме. Акцент је стављен на параметарску оптимизацију и методе које користи солвер **NX Nastran**. На једноставном реалном примеру конзоле показана је примена и сврха параметарске оптимизације као и предности поступка параметарске оптимизације. На основу искуства до којих се дошло у току рада дате су смернице и будући правци истраживања у области оптимизације машинских конструкција.

Параметарска оптимизација је примењена на конструкцију крана намењеног за пренос материјала, са циљем да се оствари одређена редукација масе. На основу **CAD** модела направљен је модел погодан за даљу анализу у софтверском пакету **Femap**. Извршена је напонско-деформацијска анализа и добијени резултати, у односу на максимални дозвољени напон показују да ли је могуће извршити оптимизацију или не. Под параметарском оптимизацијом подразумева се модификовање одређених димензија конструкције, при чему промена димензија мора бити у складу са свим случајевима оптерећења којима је конструкција изложена. Добијене вредности напона након оптимизације напона не смеју прећи вредност максималног дозвољеног напона прописаног одговарајућим стандардима. Резултати анализе су показали да је и оптимизовани облик крана задовољио све услове по питању чврстоће иако је дошло до редуковања масе. На овај начин остварена је уштеда у маси, што је од великог значаја произвођачима јер доводи до смањена трошкова производње. Да би се разумео поступак параметарске оптимизације, у раду је дата основна теорија оптимизације са посебном пажњом на примену градијентних метода као најчешће коришћених метода у комерцијалним софтверима.

1 Основни појмови оптимизације

Оптимизација се може дефинисати као процес побољшања дизајна конструкције проналаском најповољнијих резултата под датим ограничењима. Главни циљ код оптимизације јесте да се минимизује напор ка достизању циља или да се максимизује жељена добит. Сваки жељени ефекат се може квантитативно изразити као функција која зависи од једне или више променљивих, па се оптимизација може дефинисати као процес тражења услова (вредности променљивих) при којима се постиже минимизација улагања или максимизација добити изражени као минимум или максимум вредности функције [1], [2].

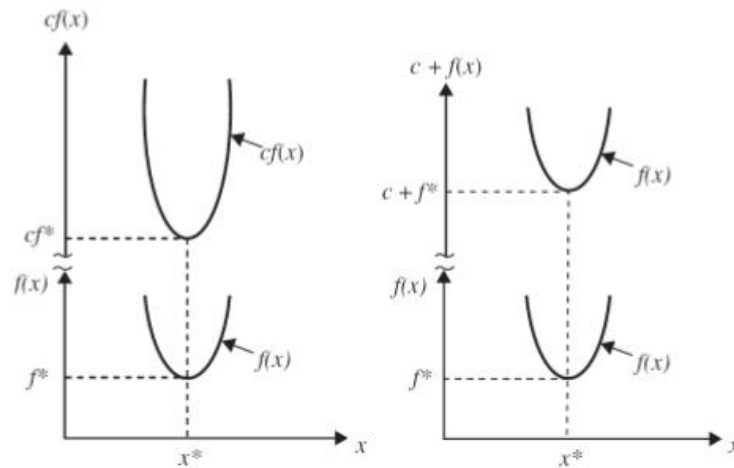
На слици 1.1 се може видети да тачка x представља минимум функције $f(x)$ а у исто време представља и максимум функције $-f(x)$. На основу тога може се рећи да оптимизација представља минимизацију функције, јер максимум функције може бити пронађен тражењем минимума одговарајуће негативне функције.



Слика 1.1 Минимум и максимум функција $f(x)$ и $-f(x)$ [2]

Математичке операције, као што су множење (дељење) и сабирање функције са произвољном константом C , могу се извршити тако да не утичу на вредност оптималног решења процеса оптимизације што се може видети на слици 1.2.

Постоји велики број метода за решавање свих оптимизационих проблема, а технике оптимизације се и данас развијају и усавршавају како би биле што ефикасније.



Слика 1.2 *Оптимално решење функције $f(x)$ исто је као решење функција $cf(x)$ и*

$$c + f(x) \text{ [2]}$$

Процес оптимизације се може дефинисати као процес проналажења вектора $\vec{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ који минимизује функцију $f(x)$ при граничним условима дефинисаним следећим једначинама 1.2, 1.3 и 1.4.

$$\vec{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (1.1)$$

$$g_j(\vec{x}) \leq 0, j = 1, 2, \dots, n_g \quad (1.2)$$

$$h_k(\vec{x}) = 0, k = 1, 2, \dots, n_k \quad (1.3)$$

$$h_i^l \leq x_i \leq x_i^u, i = 1, 2, \dots, n \quad (1.4)$$

Дати вектор $\vec{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ је n -димензионални вектор који представља вектор променљивих, а функција $f(x)$ представља критеријумску функцију. Једначине 1.2, 1.3 и 1.4 представљају ограничења која се називају ограничења неједнакости, ограничења једнакости и бочна ограничења, респективно. Број променљивих и број ограничења у опшем случају ни на који начин не мора бити повезан.

1.1 Вектор променљивих

Квантитативне величине којима се може описати одређени инжењерски систем представљају променљиве датог система у току креирања или компоненте система. Под променљивим величинама система подразумевамо све оне величине које немају предодређену константну вредност у процесу креирања система. Могу се изразити преко n -димензионалног вектора променљивих приказаног једначином 1.5.

$$\vec{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}. \quad (1.5)$$

Када постоји n -димензионални координатни систем свака координатна оса репрезентује по једну променљиву $x_i, i = 1, 2, \dots, n$, тада се такав простор назива доменом критеријумске функције или простором претраживања. Свака тачка у радном простору променљивих дефинише тачно једно могуће или немогуће решење, тј. комбинацију променљивих.

1.2 Гранични услови при оптимизацији

Приликом одређивања променљивих које утичу на коначан дизајн производа веома је важно да се води рачуна о свим ограничењима са којима се конструктор сусреће током развоја. Ограничења која морају бити задовољена при изради прихватљивог дизајна производа називају се гранични услови при оптимизацији [2].

У даљем тексту биће разматран само случај са ограничењима неједнакости $g_j(\vec{x}) \leq 0$.

Решавањем једначине $g_j(\vec{x}) = 0$ добија се скуп вредности променљивих које формирају ограничавајућу хиперповршину. Ограничавајућа површина дели радни простор на два дела, први део задовољава решања једначине $g_j(\vec{x}) < 0$, а други део се дефинише једначином $g_j(\vec{x}) > 0$. Скуп вредности променљивих који формирају хиперповршину одређују се на основу вектора променљивих $\vec{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.



Слика 1.3 Приказ ограничавајуће хиперповршине и њених елемената [2]

Са слике 1.3 можемо видети да тачке које задовољавају једначину $g_j(\vec{x}) < 0$ припадају региону и могу бити оптимално решење које инжењер тражи док тачке које задовољавају једначину $g_j(\vec{x}) > 0$ су неприхватљиве. Такође, тачка која се налази на једној или више назива се гранична тачка, док радна тачка која не припада кривама којима је дефинисано ограничење се назива слободна тачка.

Постоје:

1. Слободна прихватљива тачка;
2. Слободна неприхватљива тачка;
3. Гранична прихватљива тачка;
4. Гранична неприхватљива тачка,

у зависности од тога где се тачке налазе.

1.3 Критеријумска функција

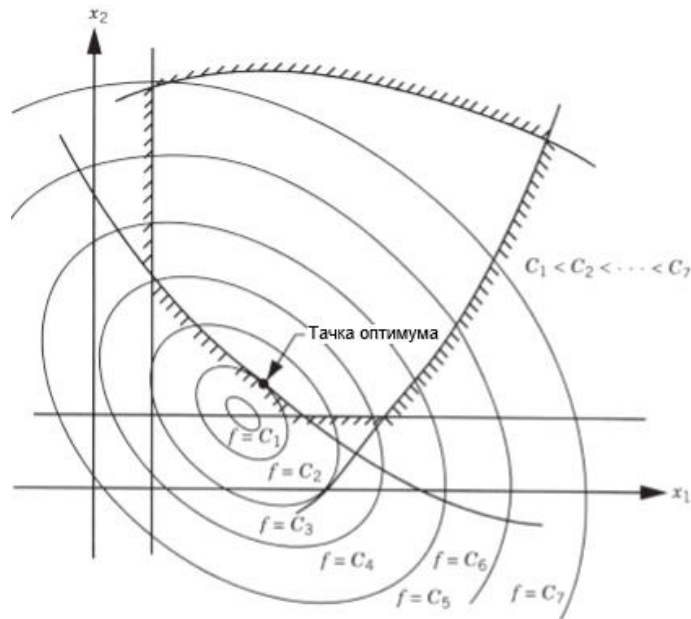
Приликом проналаска оптималног решења у току дизајна конструкције веома је важно да решење задовољава све прописане критеријуме. Пошто не постоји само једно решење које је погодно за дати дизајн конструкције, оптимизација је врло користан алат јер се тражи најбоље од могућих решења. Критеријумска функција нам најбоље помаже у томе јер се преко ње дефинише оптимизовано решење у функцији од променљивих које описују дизајн [1], [2].

Може се рећи да је избор критеријумске функције један од најважнијих задатака у процесу оптимизације јер најчешће постоји више услова који морају бити задовољени. У случају када мора бити задовољено више критеријума процес оптимизације се назива више-критеријумски оптимизациони процес. Најједноставнији начин за решење проблема јесте да се формира нова критеријумска функција, која је представљена као линеарна комбинација супротстављених критеријумских функција (једначина 1.6).

$$f(\vec{x}) = c_1 f_1(\vec{x}) + c_2 f_2(\vec{x}), \quad (1.6)$$

где $f_1(\vec{x})$ и $f_2(\vec{x})$ представљају критеријумске функције првог и другог захтеваног критеријума, респективно. Вредности константа c_1 и c_2 дефинишу значај једне критеријумске функције у односу на другу, при дејству на глобалну критеријумску функцију.

Место свих тачака које задовољавају једначину $f(\vec{x}) = c = \text{const}$ формира хиперповршину у простору претраживања променљивих, и свака вредност константе C формира нову хиперповршину [2] [3]. Ове површине се називају површине критеријумске функције, приказане на слици 1.4.

Слика 1.4 Приказ површина дате критеријумске функције $f(\vec{x})$

Када се одреде површине критеријумске функције у радном простору променљивих али тако да се испоштују сва задата ограничења, лако се може пронаћи оптимално решење. Проблем настаје када постоји више од три променљиве. Са три променљиве је могуће нацртати површи али су оне знатно сложенијег облика. Када постоји више од три променљиве, није могуће нацртати површи, већ се цео процес оптимизације мора решавати чисто математички.

1.4 Основни кораци процеса оптимизације

У већ дефинисаном домену критеријумске функције врши се претраживање оптималног решења.

Основни кораци који нам помажу при поналаску одговарајућег оптималног решења конструкције су:

1. Одређивање n -димензионалног вектора променљиве x_i ,
2. Затим се одређује вектор правца претраживања,
3. Проналажење параметра α^* од кога зависе вредности оптималног решења у тренутном правцу претраживања дефинисаним са $\vec{S}_i$. Одређивањем вредности α^* окончава се прва итерација у процесу претраживања домена у циљу налажења оптимума.
4. Даље је неопходно да се одреди нови правац претраживања такав да промена вектора променљивих у том правцу омогућава даљу оптимизацију критеријумске функције [3].

Промена вектора променљивих критеријумске функције по итерацијама може се записати као:

$$\vec{x}^1 = \vec{x}_0 + \alpha^* \vec{S}^1 \quad (1.7)$$

где су:

$\vec{x}_0$ – почетни вектор променљивих,

$\vec{x}^1$ – тренутни вектор променљивих,

α^* - параметар претраживања,

$\vec{S}^1$ – вектор правца претраживања.

У оваквом процесу оптимизације најбитније је одређивање параметра претраживања α^* , јер вредности тренутног вектора променљивих зависе само од параметра претраживања који одређује оптималну вредност у тренутном правцу претраживања $\vec{S}^1$.

Након тога у другој итерацији проналазимо нови правац претраживања $\vec{S}^2$, као и нову вредност параметра претраживања тако да даља промена вектора променљивих у том правцу омогућава даљу оптимизацију критеријумске функције.

Постоје употребљив и изводљив правац претраживања.

Математички употребљив правац претраживања се може дефинисати као:

$$\nabla f(\vec{x}) \cdot \vec{S} \leq 0 \quad (1.8)$$

и представља најкраћи пут који доводи до тачке оптимума.

Из једначине видимо да је употребљив правац претраживања једнак скаларном производу интензитета $\nabla f(\vec{x})$ са интензитетом $\vec{S}$ и косинуса угла који ова два вектора међусобно заклапају. Према томе, косинус угла између поменутих вектора одређује знак производа јер су интензитети позитивни. Да би косинус имао вредност нула или негативну вредност, угао између посматраних вектора мора бити између 90° и 270° . Ако косинус угла има вредност нула тада је угао или 90° или 270° , што значи да је правац вектора претраживања под углом од 90° или 270° степени у односу на градијент критеријумске функције, а померај у том правцу прати контуру критеријумске функције, те не долази ни до повећања ни до смањења вредности критеријумске функције.

Ако је вредност косинуса -1, правац претраживања је супротан правцу $\nabla f(\vec{x})$ и представља правац најбржег пада вредности критеријумске функције. Према томе, жеља је да се лева страна неједначине учини што негативнијом, уколико је то могуће, а то се постиже одабиром правца претраживања.

Поред употребљивог правца веома је битан и изводљив правац претраживања који помаже инжењеру да испоштује већ дефинисана ограничења.

Математички се изводљив правац претраживања представља једначином:

$$\nabla g_j(\vec{x}) \cdot \vec{S} \leq 0 \quad (1.9)$$

Исто као и у претходном случају угао између градијента $g_j(\vec{x})$ и вектора $\vec{S}$ у једначини мора бити између 90° и 270° јер уколико је једнак 90° или 270° правац претраживања је тангентан на криву ограничења и кретање даље у по том правцу доводи до кретања по граници, што у општем случају не води најбрже ка оптимуму.

Како би се добио најпогоднији правац претраживања неопходно је искомбиновати претходна два услова. Из једначине потребно је наћи компоненте вектора претраживања $\vec{S}$, при дејству ограничења:

$$\nabla g_j(\vec{x}) \cdot \vec{S} \leq 0 \quad (1.10)$$

$$\vec{S} \cdot \vec{S} \leq 1 \quad (1.11)$$

Циљ последње једначине јесте да се избегне појава нереалних решења при решавању једначина.

Када се нађе употребљиво – изводљив правац претраживања, решење у том правцу се тражи све док је могућа даља оптимизација, тј. док кретање у том правцу доводи до побољшања резултата. Када то више није могуће, поново се одређује правац претраживања и простор се затим претражује у новоформираном правцу. Овај процес се понавља све док се не дође у ситуацију да више није могуће побољшати решење без обзира у ком правцу да се проба са претраживањем, а да при томе не дође до пробијања граничних услова. Тачка у којој се дође у такву ситуацију представља оптимум критеријумске функције [2].

Уопштена промена вектора променљивих по итерацијама се може исказати на следећи начин:

$$\vec{x}^q = \vec{x}^{q-1} + q^* \vec{S}^q \quad (1.12),$$

где су:

q – број итерације

$\vec{S}$ – вектор правца претраживања

q^* – параметар правца претраживања

Да би се објаснила разлика између процеса оптимизације и процеса анализе потребно прво увести одређене термине јер оптимизација представља процес генерисања побољшаног модела и спрегнута је са анализом осетљивости модела. Док анализа осетљивости модела израчунава осетљивост модела, тачније промене у карактеристикама разматраног модела у односу на промену параметара модела. У оквиру оптимизације модела дефинишу се принципи по којима се модел мења у циљу побољшања жељених карактеристика користећи критеријуме помоћу којих се процењују ефекти промена променљивих на понашање конструкције.

Иако се процес оптимизације и анализе често поистовећују, они се концептуално разликују. Када се говори о анализи, тада се математички представља одређени физички систем како би се одредиле карактеристике тог система и начин његовог понашања. У овом раду се разматра примена методе коначних елемената при анализи и оптимизацији, те се разматрани модел, оптерећења и ограничења морају што је могуће реалније представити, а то у многоме зависи од искуства и знања инжењера који ради на проблему.

2 Структурна оптимизација

Структурна оптимизација представља побољшање дизајна система проналазећи најбоље резултате под тренутним условима. Подврсте структурне оптимизације су:

1. Тополошка оптимизација
2. Оптимизација облика
3. Параметарска оптимизација

Тополошка оптимизација може формирати нове отворе. Због тога тополошка оптимизација представља одличан алат како би се још у процесу дизајнирања конструкција одредио оптимални облик и тако се спречио велики број каснијих модификација. Циљ тополошке оптимизације је проналазак најоптималнијег начина расподеле материјала унутар предефинисаног радног простора тако да се не прекрше захтеване минималне карактеристике (померања, крутост итд.) [2].

Оптимизација облика врши промене геометрије делова све док се не постигне најбоља комбинација димензија. То значи да се оптимизацијом облика могу мењати вредности радијуса отвора, радијуса заобљења и не постоји могућност креирања нових отвора.

Параметарска оптимизација се најчешће примењује код решеткастих конструкција где је главни циљ да се оптималне вредности попречних пресека греда. У случају да не постоји доња вредност параметара попречног пресека греде, тада се тај елемент брише. Па се може сматрати да је параметарска оптимизација упрошћена варијанта тополошке оптимизације. Параметарска оптимизација такође обухвата и варирање дебљина елемената како би се одредиле оптималне дебљине плоча у моделу што ће бити показано даље у раду [2].

Параметри су својства која описују дизајн посматраног система (у случају крана који ће бити описан даље у раду, параметри су дебљине плоча). Параметри могу бити непроменљиви (ако се одређене плоче конструкције крана морају правити у одређеној дебљини) или променљиве (дебљина плоче може варирати током поступка оптимизације).

Променљиви параметри $x_i (i = 1, ..., n)$ формирају вектор променљивих који описују тренутну конфигурацију моделираног крана који ће бити параметарски оптимизован чији ће поступак бити детаљно објашњен..

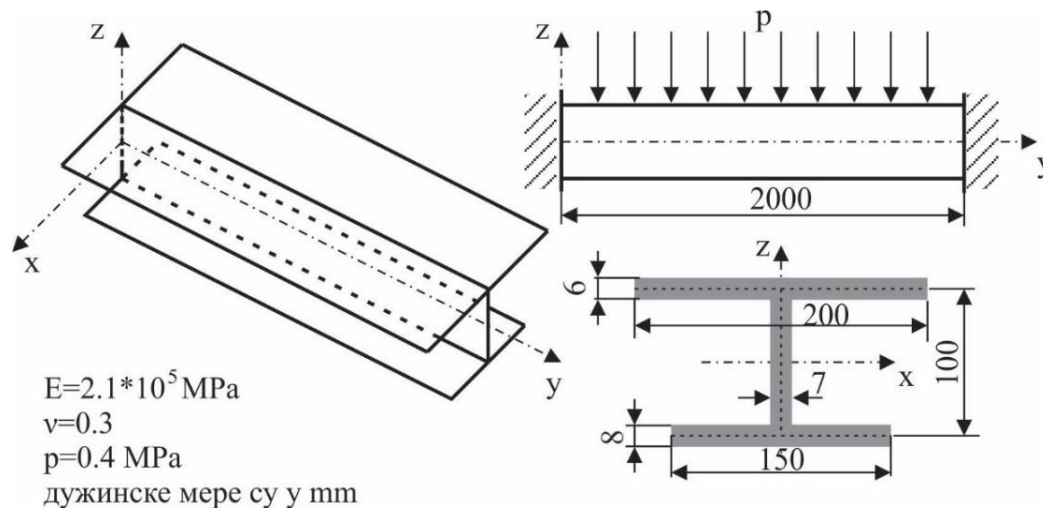
3 Пример параметарске оптимизације једноставне танкозидне конструкције– конзоле

У овом поглављу приказан је поступак параметарске оптимизације на примеру конструкције једноставне геометрије. Пример у потпуности илуструје сврху параметарске оптимизације и њене предности у односу на остале врсте оптимизације. Приказани поступак представљен је корак по корак са циљем да би се што илустративније приказао процес параметарске оптимизације и поставила основа или будућа помоћ евентуалним корисницима при решавању сличних проблема.

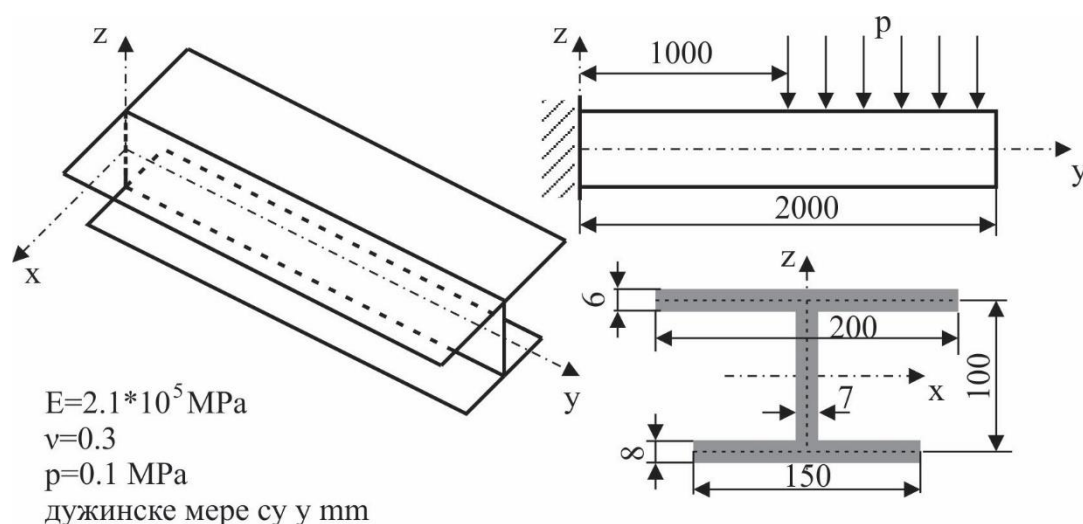
Као што је већ речено, као пример за илустрацију узета је једноставна заварена конструкција - конзола састављена од три плоче различитих дебелина и димензија. Циљ оптимизације конзоле је да се изабере најбоља комбинација минималних дебелина плоча конзоле која задовољава максималне критеријуме оптерећења уз минимизирање укупне масе конзоле.

3.1 Опис проблема и МКЕ модел

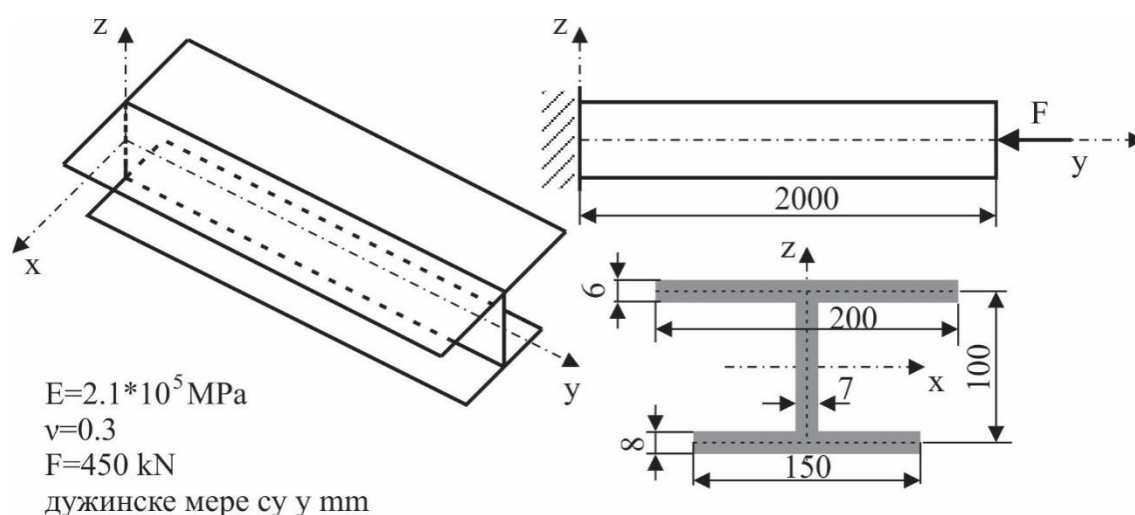
Димензије, карактеристике материјала, вредности сила и притисака за сва три случаја оптерећења конзоле приказани су на сликама 3.1, 3.2 и 3.3.



Слика 3.1 *Први случај оптерећења*



Слика 3.2 Други случај оптерећења



Слика 3.3 Трећи случај оптерећења

За генерисање мреже модела танкозидне конструкције коришћен је софтвер **Femap** са **NX Nastran** солвером, који ради на основама методе коначних елемената [4]. У складу са врстом конструкције, за креирање мреже коначних елемената коришћени су елементи љуске одговарајућих дебљина. Просечна величина елемента је 15 mm. На сликама 3.6, 3.7 и 3.8 приказан је модел конзоле припремљен за анализу за сва три случаја оптерећења којима је конзола изложена. Различите боје елемената љуске на сликама 3.6, 3.7 и 3.8 показују њихову различиту дебљину. Почетне дебљине плоча пре оптимизације означене су на сликама 3.1, 3.2 и 3.3.

Дебљина све три плоче профила конзоле мора бити одабрана тако да издржи сва оптерећења, али не истовремено. За сваку плочу постоји особина која дефинише њену дебљину. Задавањем претпостављене минималне дебљине плоче софтвер ће повећати вредности дебљине у неколико итерација док се не пронађе оптимална комбинација. Ове дебљине могу да се промене 5% своје вредности по итерацији. Потребно је дефинисати и границе оптимизације. Критеријум по коме се оптимизује конструкција за сва три случаја оптерећења је напон, тако да задајемо да **Von Misses Stress** мора бити између 0 и 300MPa.

3.2 Параметарска оптимизација у софтверу Femap with NX Nastran

Интеграција техника оптимизације Методом коначних елемената и **CAD** програмаима изражене ефекте и веома битну улогу у процесу дизајнирања производа. Ова интеграција смањује цену дизајнирања пребацујући део посла са инжењера на рачунар. Опасност везана за употребу оптимизације у овом случају потиче од претпоставке тачности МКЕ анализе, јер за одређене димензије линеарна статичка анализа даје тачне резултате док за друге вредности димензија долази до нелинеарности услед превеликих деформација.

Процес дизајнирања се састоји од три фазе:

1. генерисање геометрије дела или склопа у CAD програму
2. креирање МКЕ модела датог дела или склопа
3. анализа резултата добијених МКЕ анализама.

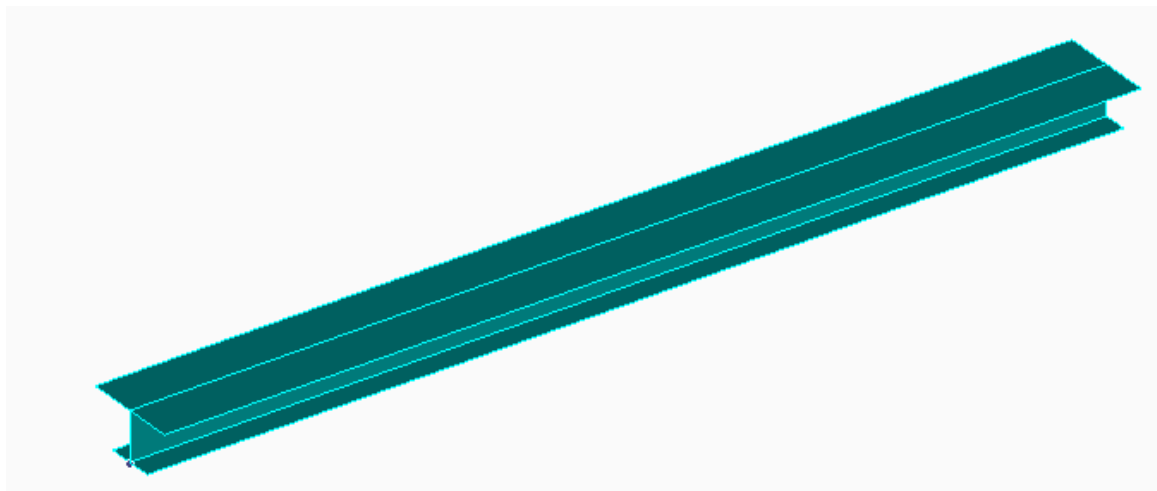
Претходно наведени кораци представљају основне кораке у процесу дизајнирања конструкције. Уколико након оптимизације резултати МКЕ анализе не задовољавају све јасно дефинисане критеријуме врше се промене на корацима 1 или 2 или на оба корака. Јасно је на основу описа да МКЕ резултати представљају основну проверу при оптимизацији док се било који улаз и CAD или МКЕ може се сматрати променљивом величином. Алгоритам за оптимизацију изводи много МКЕ анализа, сваку са различитим сетом вредности.

У овом раду је коришћена линеарна статичка анализа и на основу добијених резултата датих у виду деформација и напона извршена је оптимизација конструкција.

Конзола је моделирана коришћењем софтвера **Femap**, а структурна анализа одрађена је у солверу **NX Nastran**. Да би се дошло до МКЕ модела од CAD-а извршена је стандардна процедура која се састоји из низа корака:

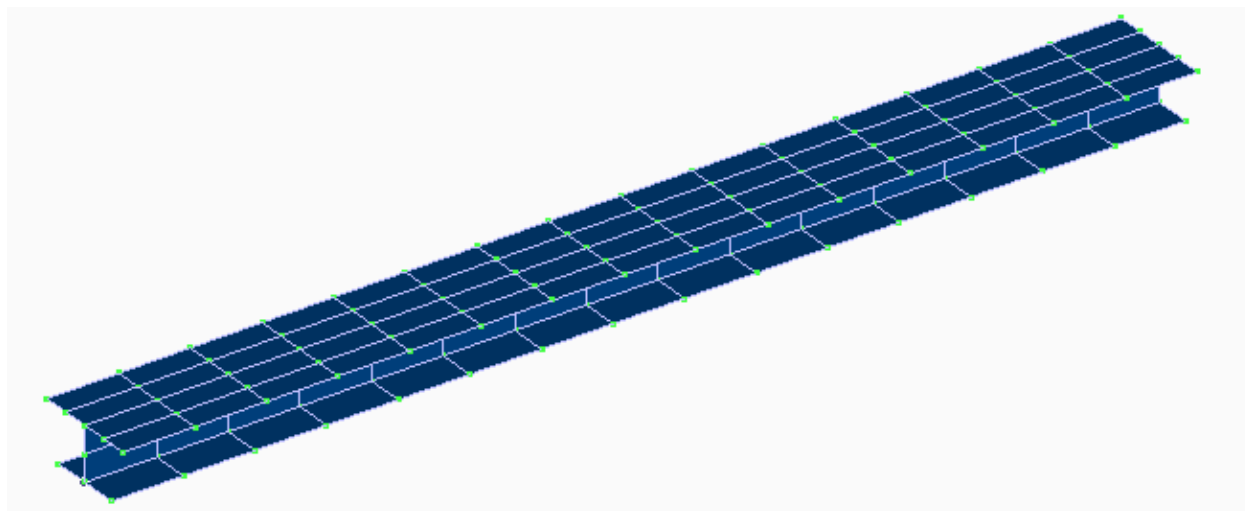
1. задавање карактеристика материјала
2. креирање геометријског модела средњих површина
3. дефинисање одговарајућих дебљина љуски
4. креирање мреже коначних елемената.

Геометријски модел средњих површина добијен од CAD модела приказан је на слици 3.4.



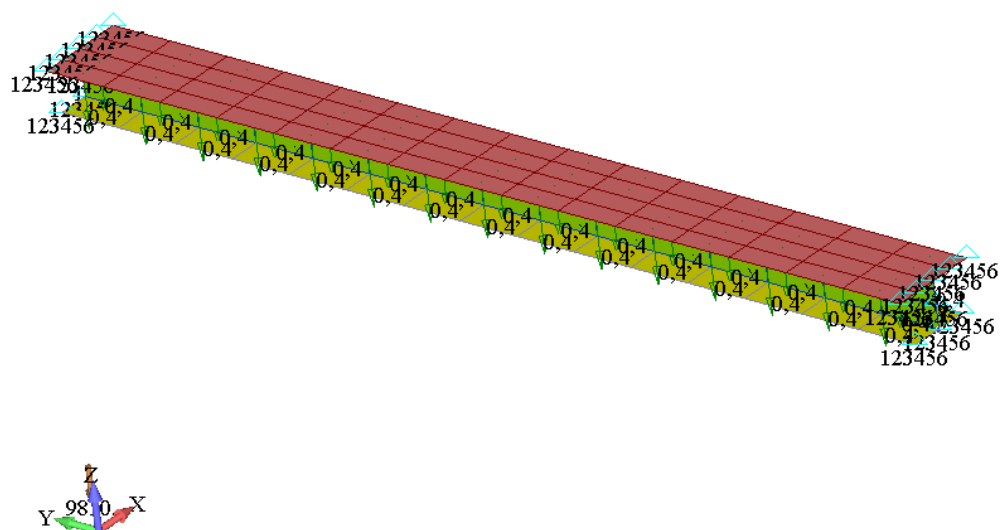
Слика 3.4 *Средње површине конзоле креиране у Fетар-и*

На основу дефинисане просечне величине елемента дефинишу се поделе одговарајућих линија које ограничавају одговарајуће површине. На слици 3.5 приказан је модел конзоле моделиран методом мреже коначних елемената.

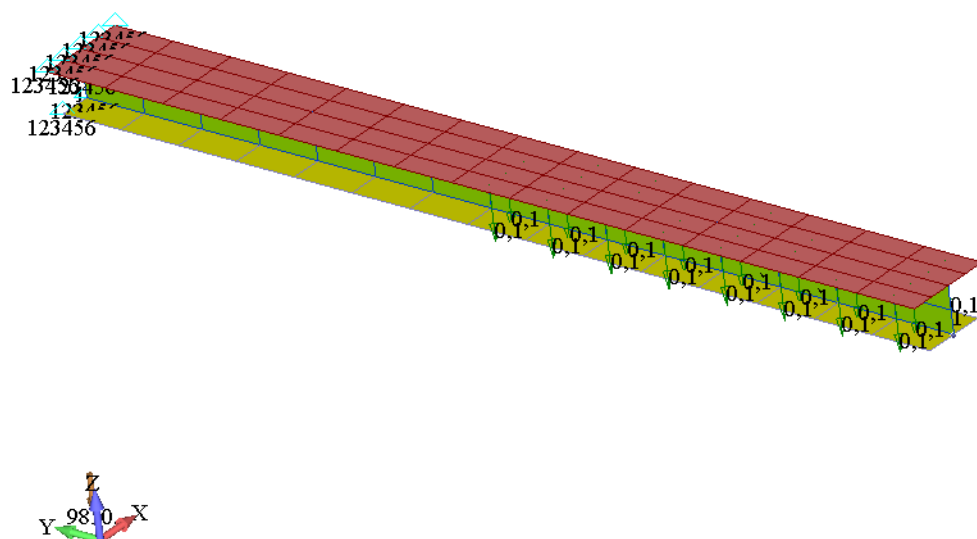


Слика 3.5 *Мрежа коначних елемената конзоле*

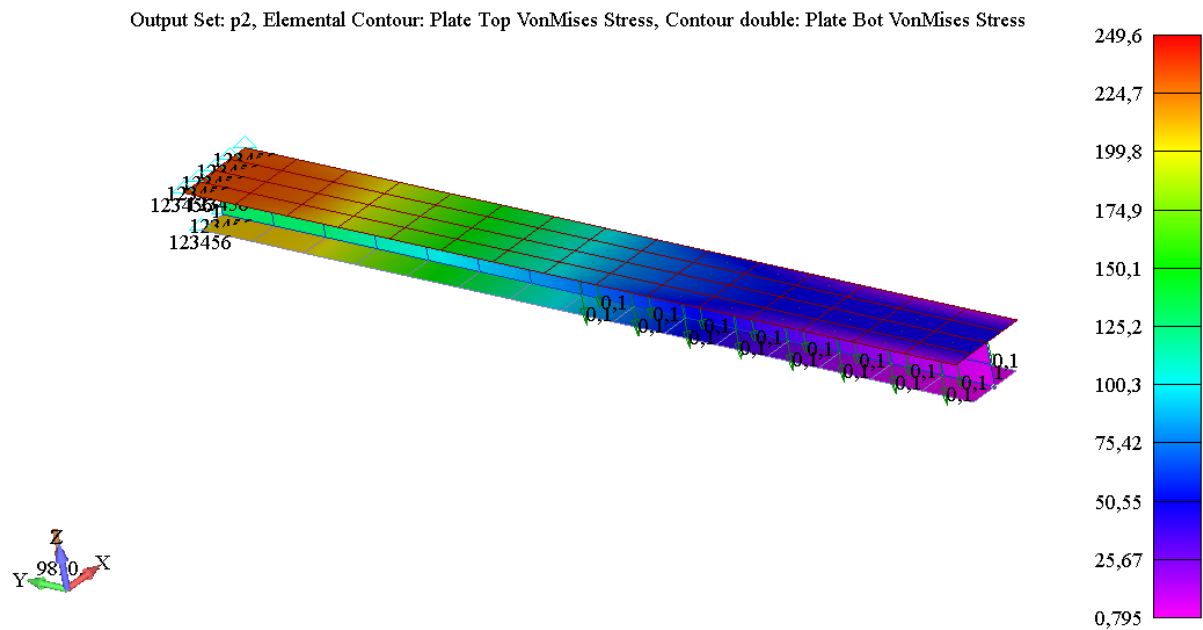
Након креирања мреже коначних елемената моделу се задају одговарајући случајеви ограничења и оптерећења у складу са скицама приказаним на сликама 3.1, 3.2 и 3.3. Модел конзоле са свим случајевима оптерећења приказан је на сликама 3.6, 3.7 и 3.8 и такав модел је спреман за даљу анализу.



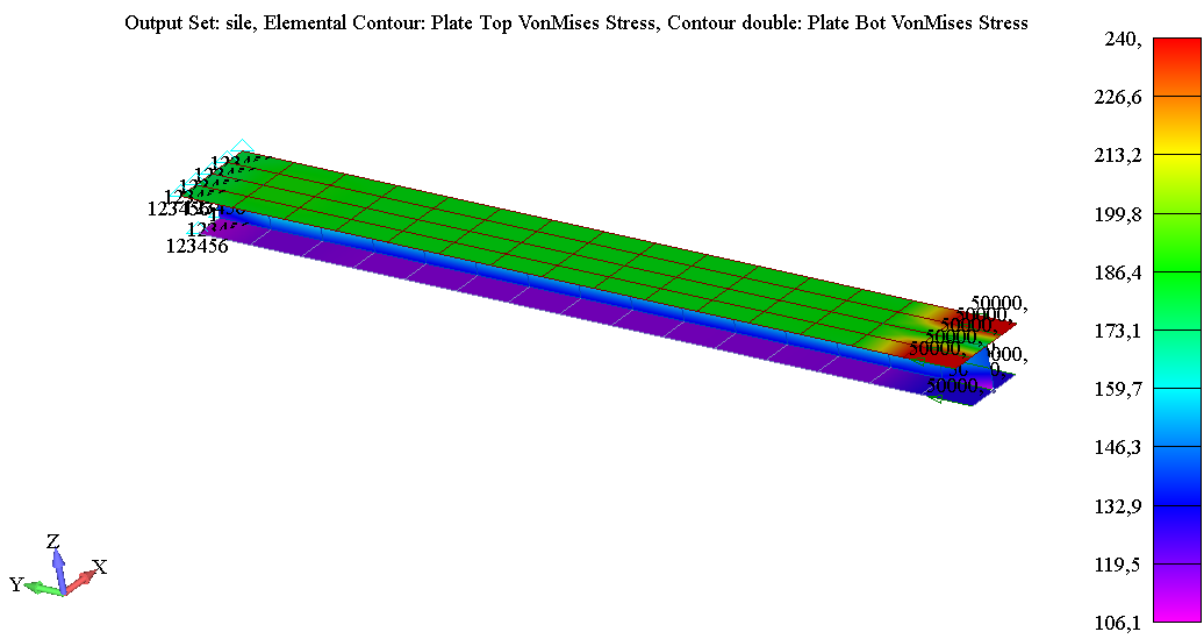
Слика 3.6 *Први случај оптерећења - 3Д модел припремљен за анализу*



Слика 3.7 *Други случај оптерећења - 3Д модел припремљен за анализу*



Слика 3.10 Поље ефективног напона конзоле -други случај оптерећења



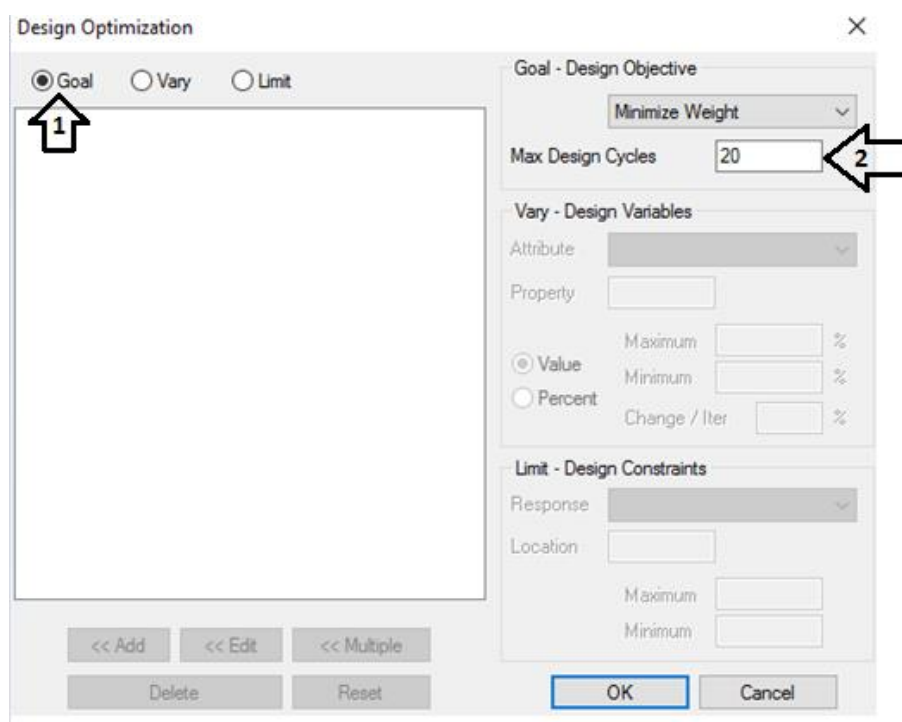
Слика 3.11 Поље ефективног напона конзоле -трећи случај оптерећења

На основу приказаних резултата може се закључити да је максимални напон са датим почетним вредностима дебљина плоча и оптерећењима мањи од максималног дозвољеног напона, због чега се смањењем дебљина разматрана танкозидна конструкција тј. конзола може оптимизовати. Смањењем дебљина плоча напон се повећава при задатим оптерећењима па ће оптимална решења бити она која обезбеђују да напон не прелази вредност максималног дозвољеног напона. У овом случају максимални дозвољени напон износи 300MPa .

3.3 Основни кораци параметарске оптимизације у софтверском пакету *Femap* избором опције **Model Optimisation**

Оптимизација се у *Femap-u* покреће избором опције **Model Optimization** и могућа је само за солвер *NX Nastran* [5]. Селектовањем ове опције отвара се прозор **Design Optimization** као што је приказано на слици 3.12, на коме постоје три опције: циљ (**Goal**), променљиве димензије (**Vary**) и ограничења (**Limit**).

Избором опције **Goal** кориснику се пружа могућност да одреди максимални број циклуса оптимизације. У овом случају максимални број циклуса је 20 (слика 3.12). Дозвољени улази се мењају на основу селектоване опције.



Слика 3.12 Радни прозор *Design Optimization* и опција **Goal**

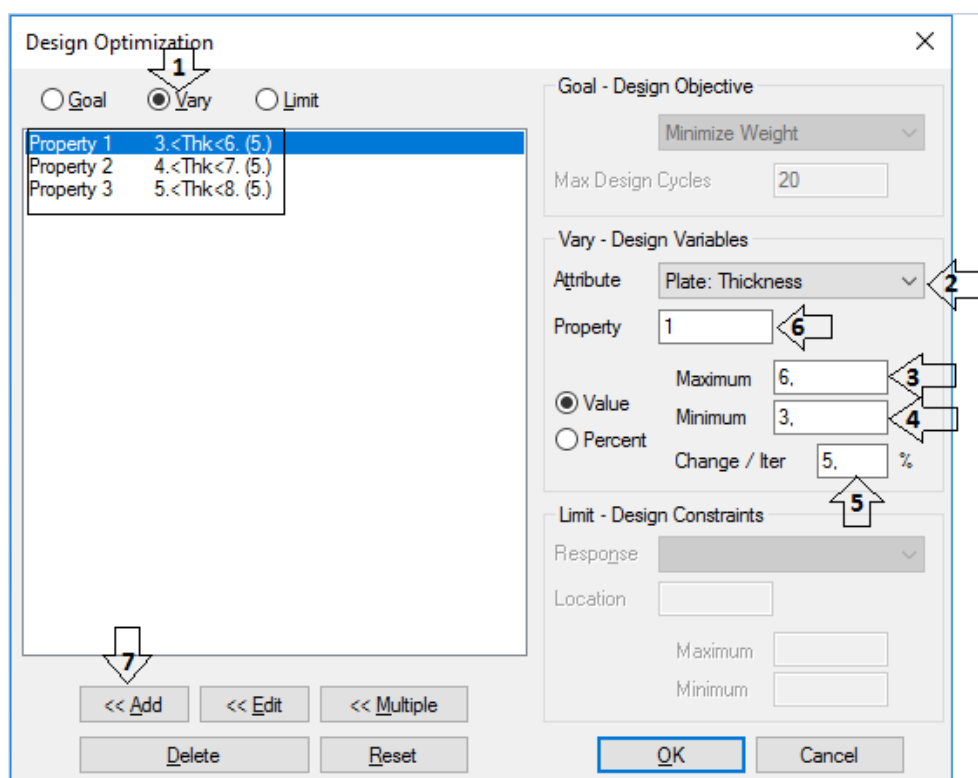
Избором опције **Vary** у прозору **Design Optimization**, кориснику се пружа могућност избора типа променљиве у зависности од модела који оптимизира. У овом случају то је **Plate Thickness** јер се ради о танкозидној конструкцији моделираној коначним елементом љуске. Након тога уносе се максимална и минимална вредност дебљине. Максимална вредност је почетна вредност основног модела. Минимална вредност дебљине одговарајуће плоче се уноси пре почетка процеса оптимизације избором опције **Model/Property**. Након тога потребно је унети процентуалну промену дебљине по итерацији оптимизације. На крају треба одабрати **Property** који се мења. У нашем случају изабрано је да промена дебљине по итерацији буде 5%.

Избором опције **Text Box Property** отвара се прозор у коме је потребно означити одговарајући **Propetry**. Када су сви параметри унети избором опције **Add** променљива димензија се приказује у **List Box-у** са леве стране као што се може видети на слици 3.12.

У табели 3.1 приказане су минималне и максималне дебљине плоча које се уносе у дати прозор за оптимизацију под опцијом **Vary**.

Табела 3.1. *Максималне и минималне дебљине плоча*

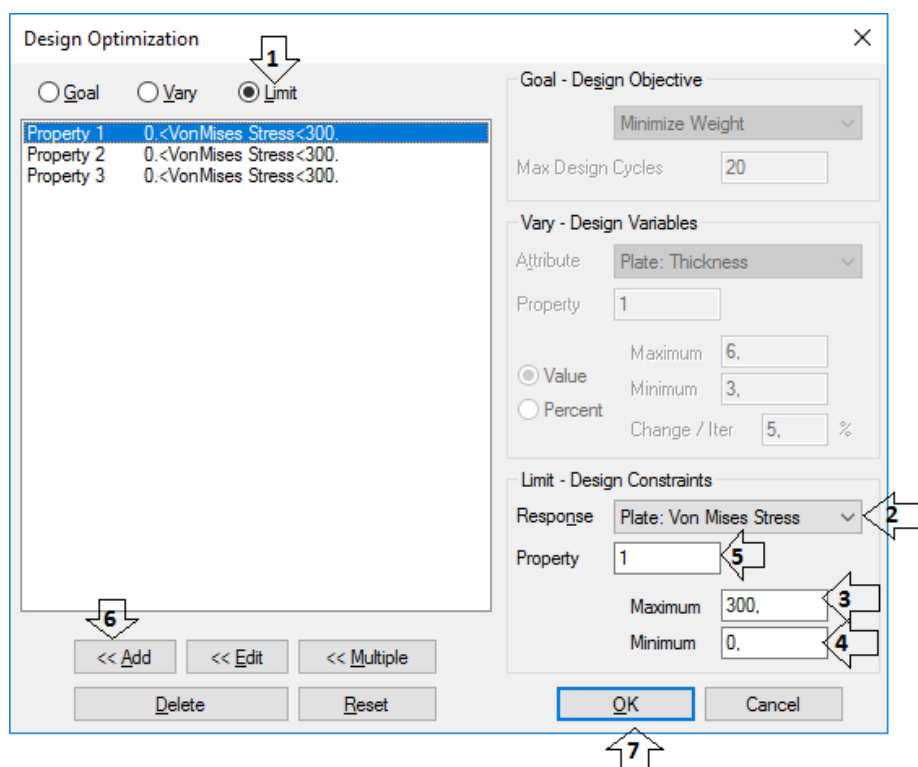
	Горња хоризонтална плоча	Вертикална плоча	Доња хоризонтална плоча
Максимална (почетна) дебљина	6 mm	7 mm	8mm
Минимална дебљина	3 mm	4 mm	5 mm



Слика 3.12 *Прозор опције Vary*

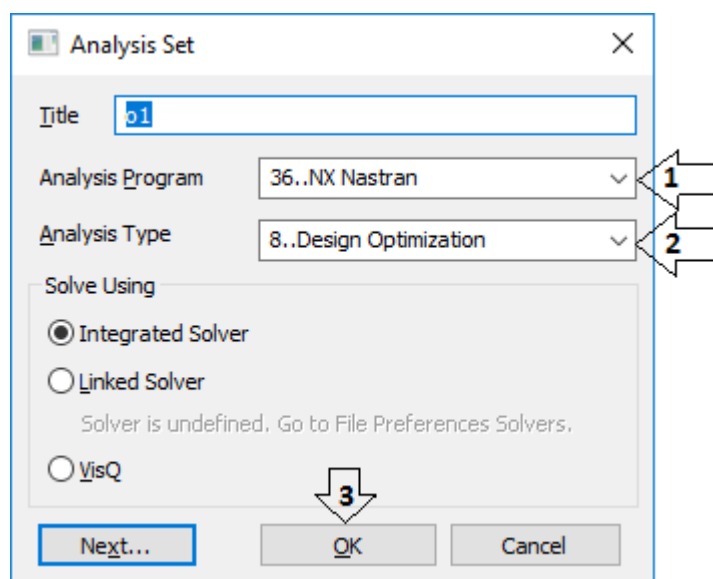
У делу прозора **Design Optimization** за задавање ограничења првосе бира **Limit – Design Constraints**. Из падајуће листе корисник бира критеријум по коме се оптимизује конструкција. У нашем случају је у питању напон, па је изабран **Von Misses Stress** као што је приказано на слици 3.13. Након тога се уноси максимална вредност напона од

300MPa. Даље је потребно изабрати опцију **Text Box Property**у којој треба означити одређени **Property**. Избором опције **Add** ово ограничење се приказује у **List Box**-у.



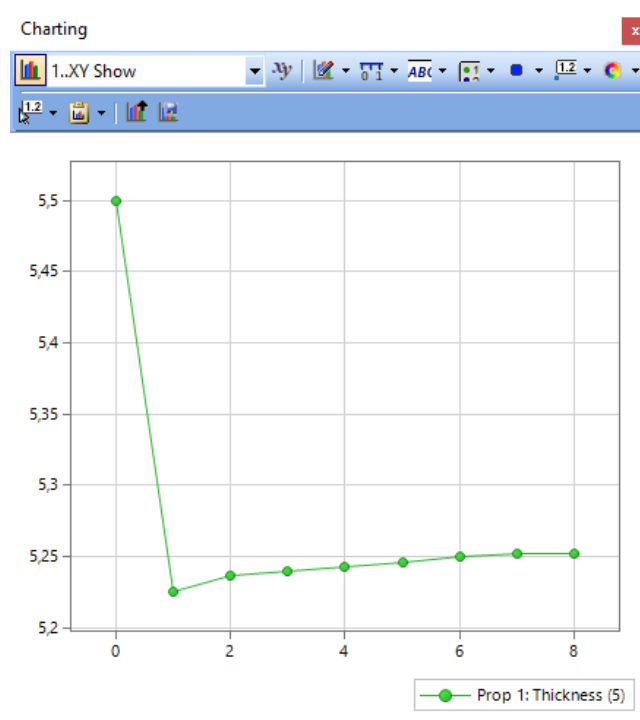
Слика 3.13 Прозор опције *Limit*

Покретање процеса оптимизације врши се избором опције **Model/Analysis** на потпуно исти начин као и покретање линеарне статичке анализе само што се у оквиру поља **Analysis Type** са падајуће листе изабере опција **Design Optimisation** (слика 3.14).



Слика 3.14 Поље *Analysis Type* и опција *Design Optimization*

Резултати оптимизације се чувају у облику XY функције до које се може доћи преко стабла и на основу које се усваја оптимална дебљина плоче која испуњава све услове. Избором одговарајуће функције и избором опције **Show** дата функција се приказује на дијаграму. На слици 3.15 приказан је дијаграм за оптимизацију горње плоче за први случај оптерећења који показује како се мења дебљина плоче по итерацијама.



Слика 3.15 Дијаграм оптималних решења за дебљину горње плоче за први случај оптерећења

Са дијаграма видимо да је оптимална вредност дебљине горње плоче 5.25 mm. Уколико корисник жели да прецизније прочита вредности димензија плоча по итерацијама може да користи опцију **List** коју активира из стабла избором одговарајуће функције (слика 3.16).

Function 5 - Prop 1: Thickness		
Type:	Dimensionless	Num Matl:
X	Y	
0.	5.5	
1.	5.225	
2.	5.237	
3.	5.2399	
4.	5.2428	
5.	5.246	
6.	5.2496	
7.	5.2515	
8.	5.2515	

Слика 3.16 Активирана опција List

На овај начин кориснику се пружа могућност да са дијаграма очита вредности дебљина свих плоча које се оптимизују за све случајеве оптерећења. За сваку вредност дебљине могуће је одабрати максималну вредност која представља оптимално решење разматране конструкције. У табели 3.2 приказане су понуђене вредности дебљина оптимизованих плоча.

Табела 3.2 *Понуђене оптималне вредности дебљина плоча очитане са дијаграм*

	Горња хоризонтална плоча	Вертикална плоча	Доња хоризонтална плоча
Први случај оптерећења	5,5mm	5mm	5 mm
Други случај оптерећења	5 mm	5mm	7mm
Трећи случај оптерећења	5 mm	4 mm	5 mm

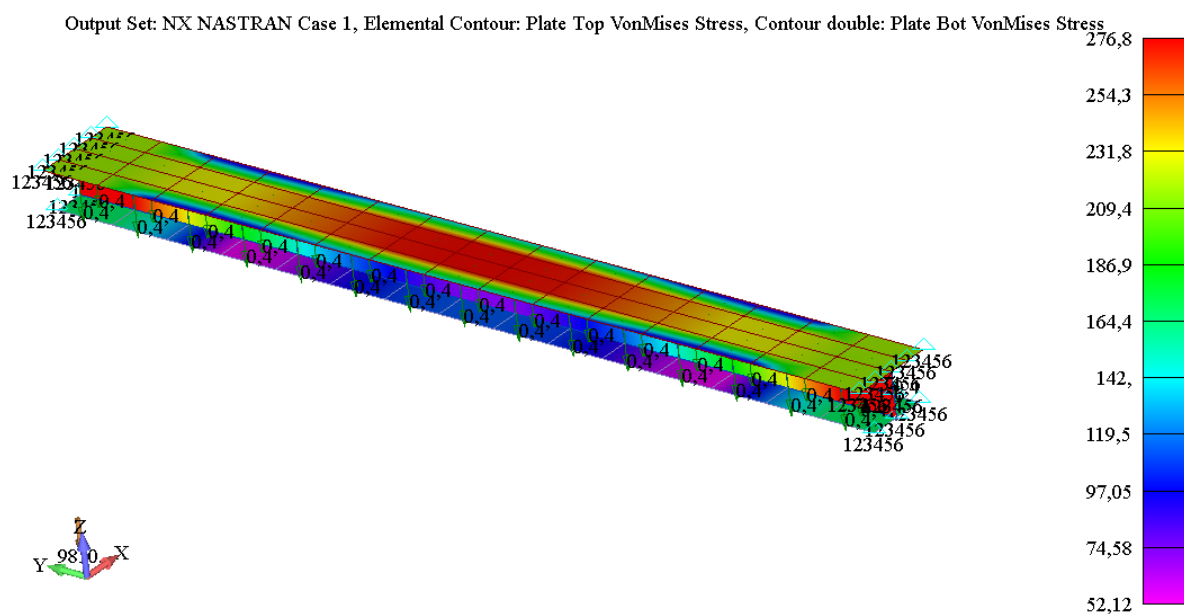
Означени, подебљани, бројеви у табели 3.2 представљају коначна решења параметарске оптимизације. Након тога потребно је направити **Property** са коначним усвојеним дебљинама. У циљу провере потребно је поново пропустити прорачуне за све случајеве оптерећења да би се проверило да ли конструкција са оптимизованим дебљинама задовољава све услове по питању чврстоће.

Табела 3.3 *Почетне и усвојене оптимизоване вредности дебљина плоча конзоле*

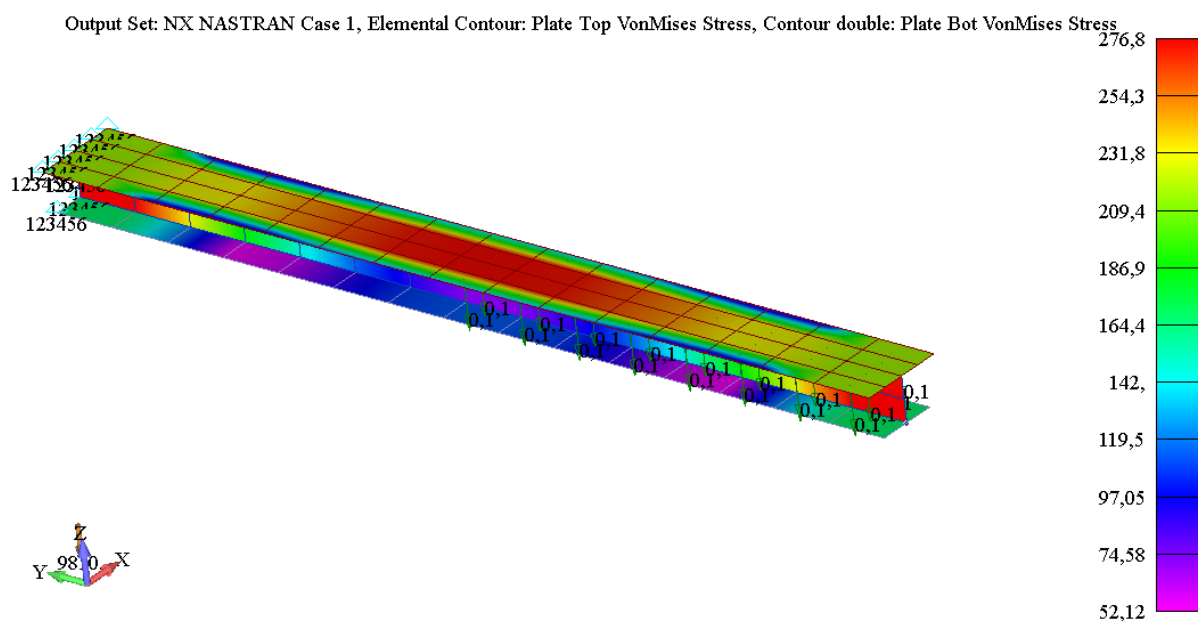
Почетне димензије плоча	6mm	7mm	8 mm
Оптималне димензије плоча	5,5mm	5mm	7mm

Табела 3.3 показује да су успешно модификоване тј. смањене димензије све три плоче, а самим тим смањена и маса конструкције што је и био циљ.

Резултати статичке анализе са усвојеним дебљинама за сва три случаја оптерећења приказани су на сликама 3.17, 3.18 и 3.19.



Слика 3.17 Поље ефективног напона конзоле - оптимизована конзола - први случај оптерећења



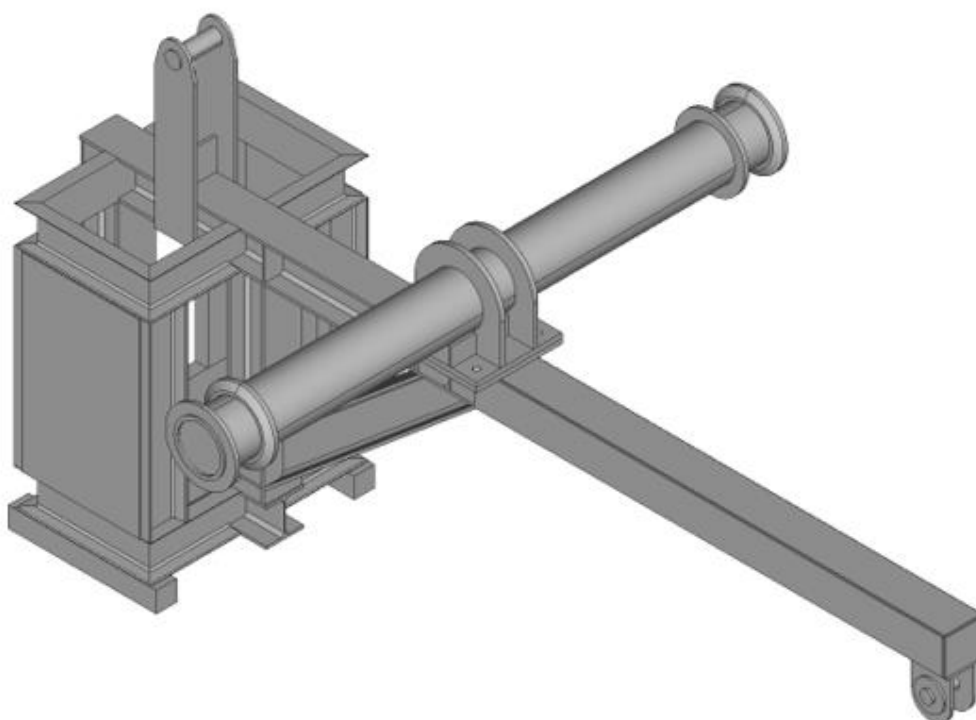
Слика 3.18 Поље ефективног напона конзоле - оптимизована конзола - други случај оптерећења

4 Параметарска оптимизација сложене конструкције за пренос материјала - крана

Узевши у обзир поступак параметарске оптимизације описан у претходном поглављу може се закључити да је примена могућа и на конструкцији сложене геометрије. Једина је разлика је у томе што ће поступак бити сложенији због већег броја случајева оптерећења и дебљина које се оптимизују.

4.1 Опис модела

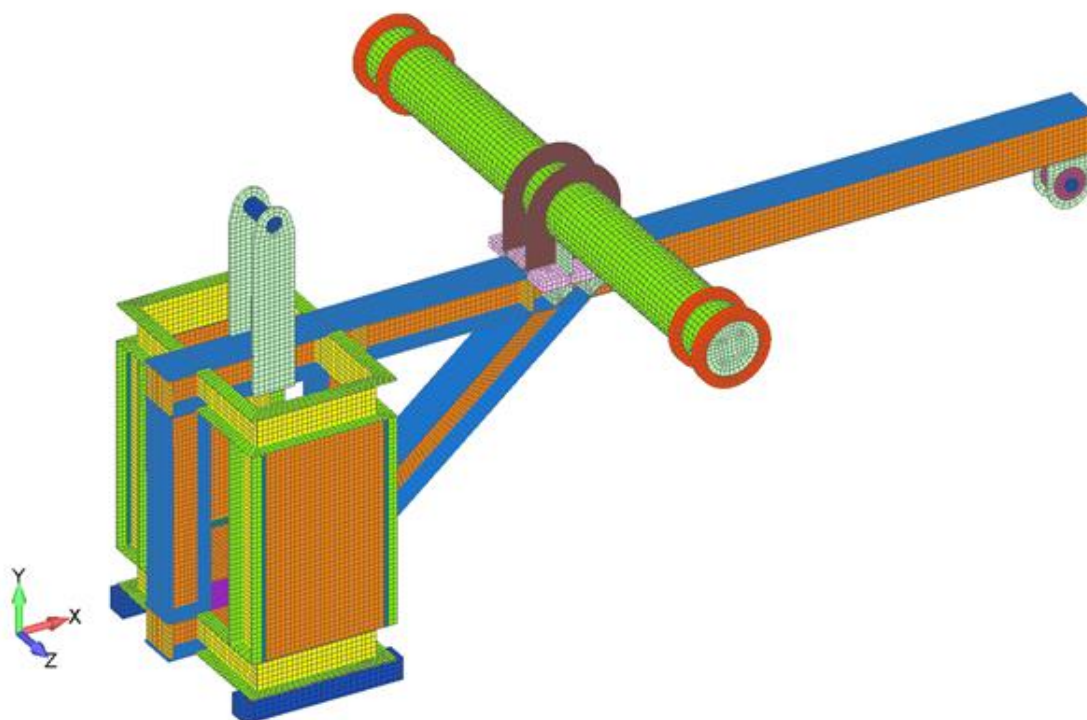
Кран је врста машине конструисана за пренос терета. Користи се како за подизање тако и за спуштање материјала и за његово померање по хоризонталној подлози. Углавном се користи за подизање тешких материјала и за транспорт на друге локације. Уређај користи једну или више једноставних машина за стварање механичких предности и тиме помери оптерећење изван нормалне способности човека. На слици 5.1 приказан је 3Д модел крана креиран у **CAD** програму и увезен у софверски пакет **Femap**.



Слика 4.1 Приказ 3Д модел крана

У софтверском пакету **Femap** од 3Д модела креиране су средње површине, након чега је креирана мрежа коначних елемената. Према типу конструкције, елементи љуске различитих дебљина и 3Д елементи коришћени су за креирање мреже коначних елемената. Кран је детаљно моделиран са 29794 елемената и 30419 чворова и у оквиру

прорачуна рачуна се са око сто осамдесет хиљада једначина. Просечна дужина стране елемента је 30 mm. Слика 4.2 приказује мрежу коначних елемената крана. Боје на слици 4.2 одговарају различитим дебљинама елемената љуски.



Слика 4.2 Мрежа коначних елемената модела крана

Структурна анализа је извршена помоћу солвера ***NX Nastran***. Циљ анализе је прорачун чврстоће и добијање поља ефективног напона крана при датим оптерећењима. На основу дозвољеног и ефективног напона се закључује да ли постоји могућност да се посматрани модел параметарски оптимизује тј. да ли је могуће смањити одређене димензије (дебљине плоча) ради уштеде материјала. Дозвољени напони дефинисани су на основу прописа дефинисаним стандардима DIN 15018 – 1 [7] и DIN 4132 [6].

Кран је израђен од челичних плоча, материјал S355J2 [8]. Физичке и механичке особине материјала, према EN10025-2, дате су у табели 4.1.

Табела 4.1. Физичке и механичке особине материјала крана [9]

Физичке особине		
Модул еластичности	Густина	ν
[MPa]	[kg/mm ³]	
2.0 10 ⁵	7.85 10 ⁻⁶	0.3

Механичке особине					
Напон течења R_e					Затезна чврстоћа, доња граница R_m
[MPa] d (дебљина) [mm]					[MPa]
≤ 16	> 16 ≤ 40	> 40 ≤ 63	> 63 ≤ 80	> 80 ≤ 100	> 3 ≤ 100
355	345	335	325	315	470

4.2 Дозвољени напони

Дозвољени напони се дефинисани на основу стандарда DIN 15018-1 [7] и DIN 4132 [6].

Према табели 16, стандарда DIN 4132, у складу са типом конструкције и врстама оптерећења дозвољени напони за конструкцију су :

Заварени спој: затезање 150 *MPa*,

компресија 180 *MPa*,

Основни материјал: затезање 269,5 *MPa*,

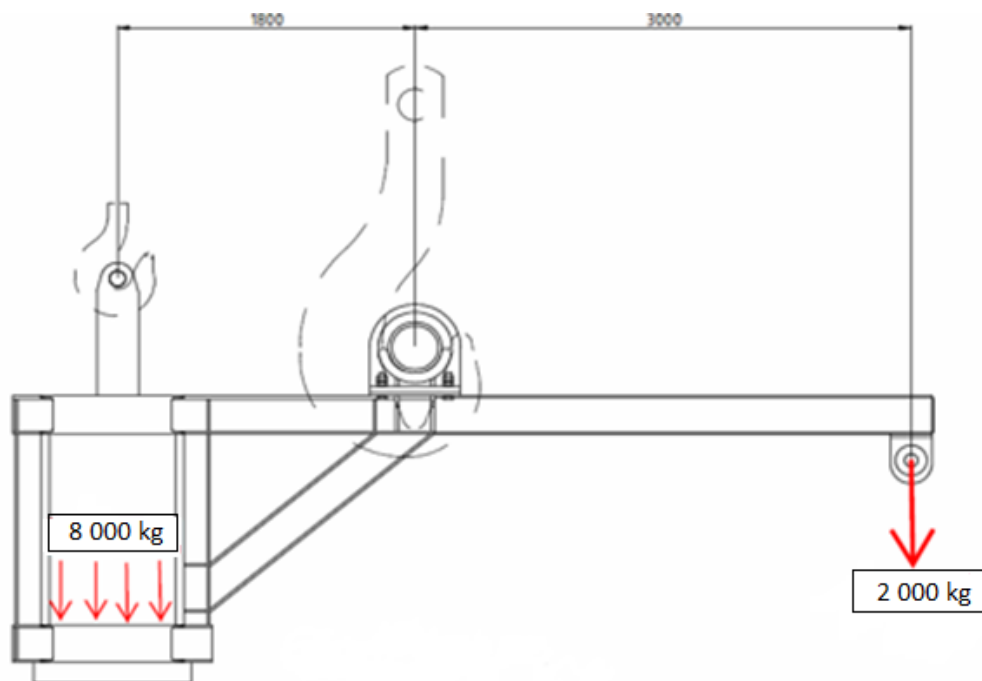
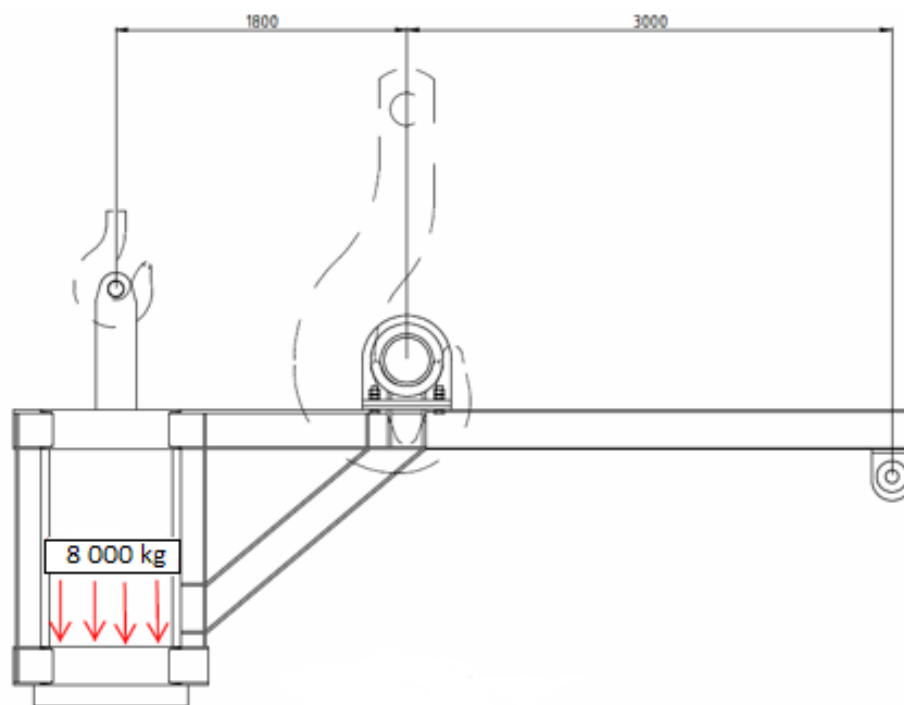
компресија 323,3 *MPa*.

Кран је изведен као заварена конструкција па се за максимални дозвољени напон узима 150 *MPa* и ова вредност ће представљати референтну вредност при параметарској оптимизацији.

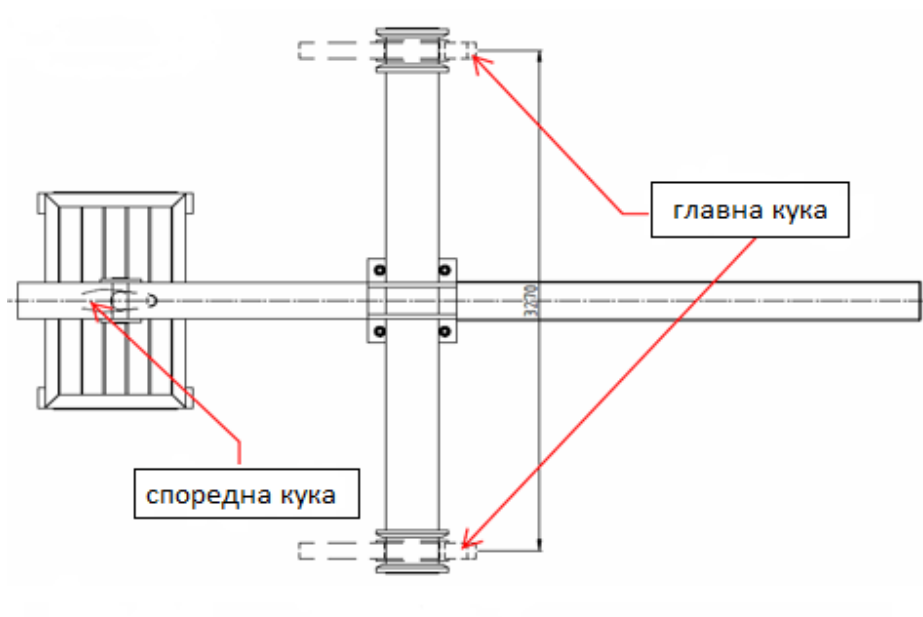
4.3 Случајеви оптерећења

Како би се параметарски оптимизовао кран потребно је анализирати његову чврстоћу за више различитих случајева оптерећења. Структурна анализа је одрађена за четири случаја оптерећења при чему је узета у обзир и сопствена тежина крана.

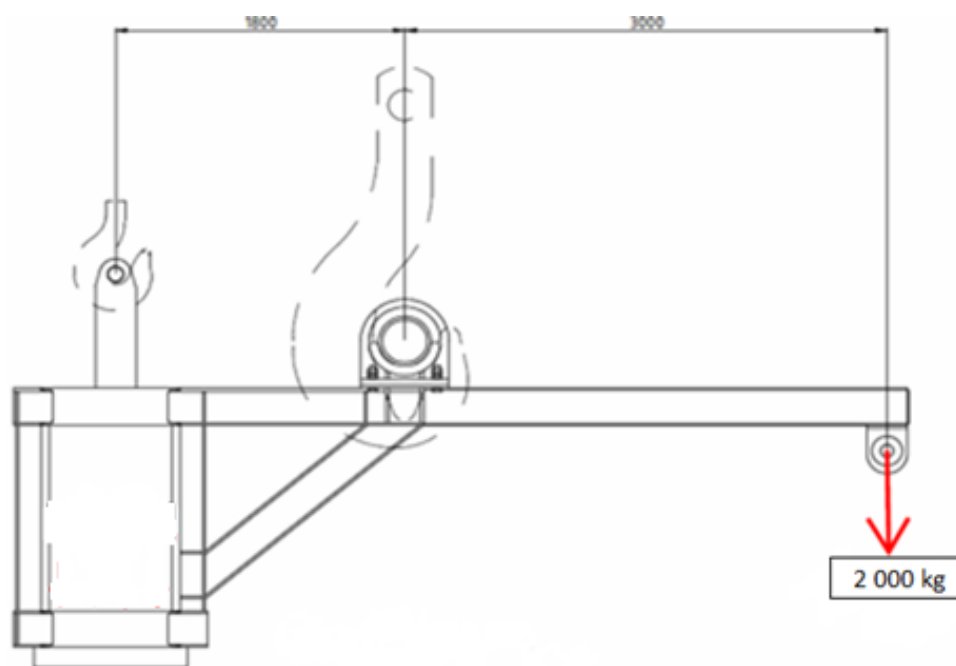
Случајеви оптерећења као и вредности оптерећења којима је изложен кран приказани су на сликама 4.3, 4.4, 4.6 и 4.7.

Слика 4.3 *Први случај оптерећења крана* [9]Слика 4.4 *Други случај оптерећења крана* [9]

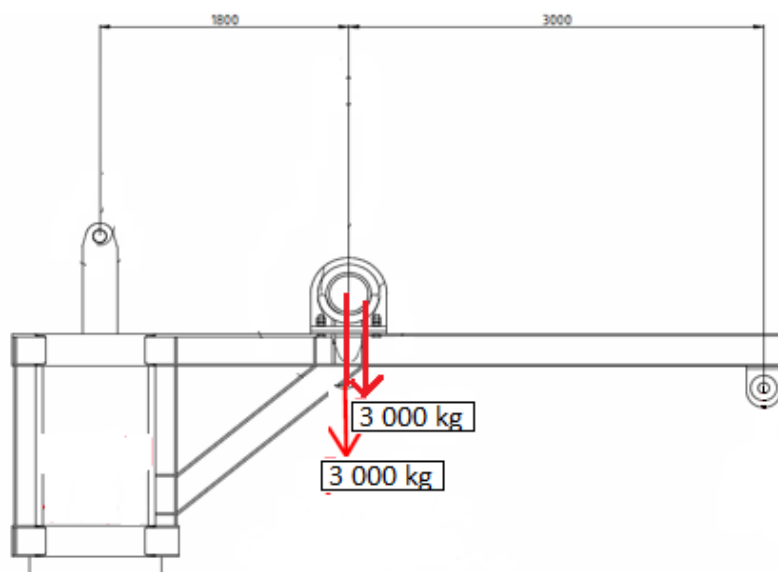
Позиција дефинисана за постављање кука је приказана на слици 4.5. Помоћу кука терет се преноси до одређене висине.



Слика 4.5 Приказ позиција за постављање кука [9]

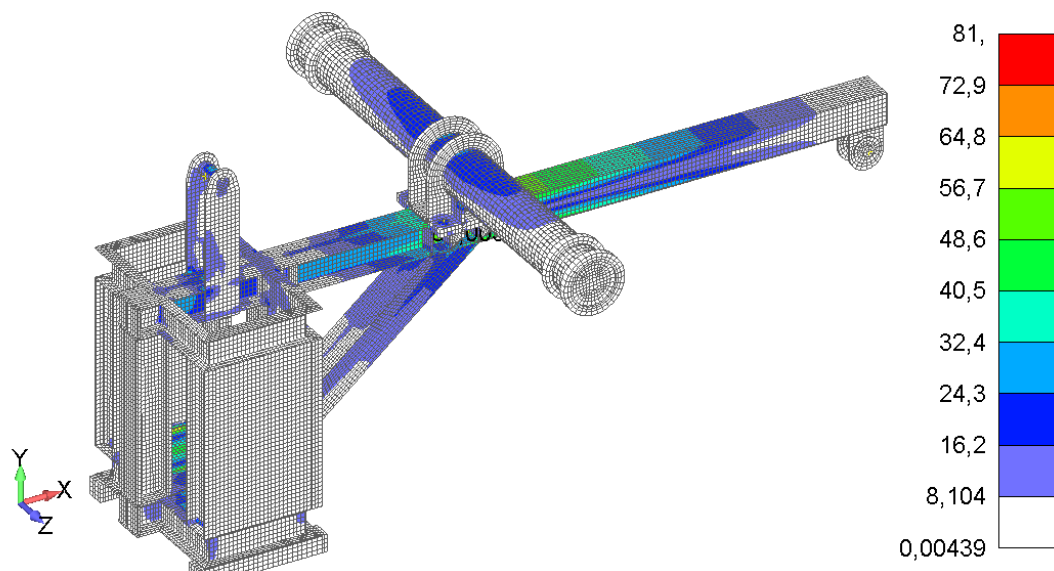


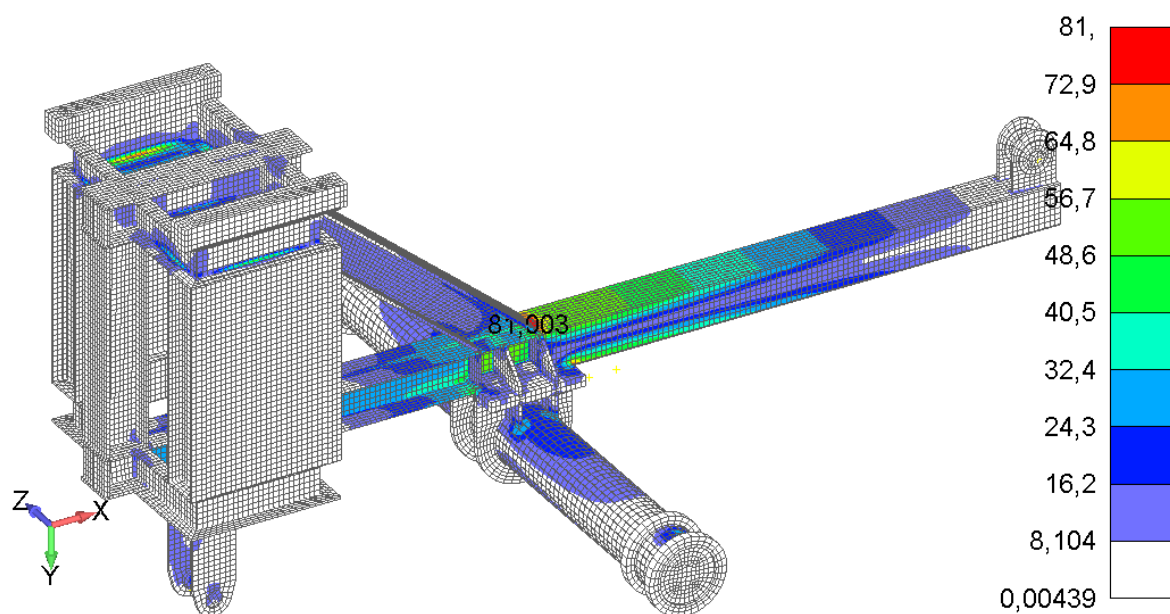
Слика 4.6 Трећи случај оптерећења крана [9]

Слика 4.7 *Четврти случај оптерећења крана*

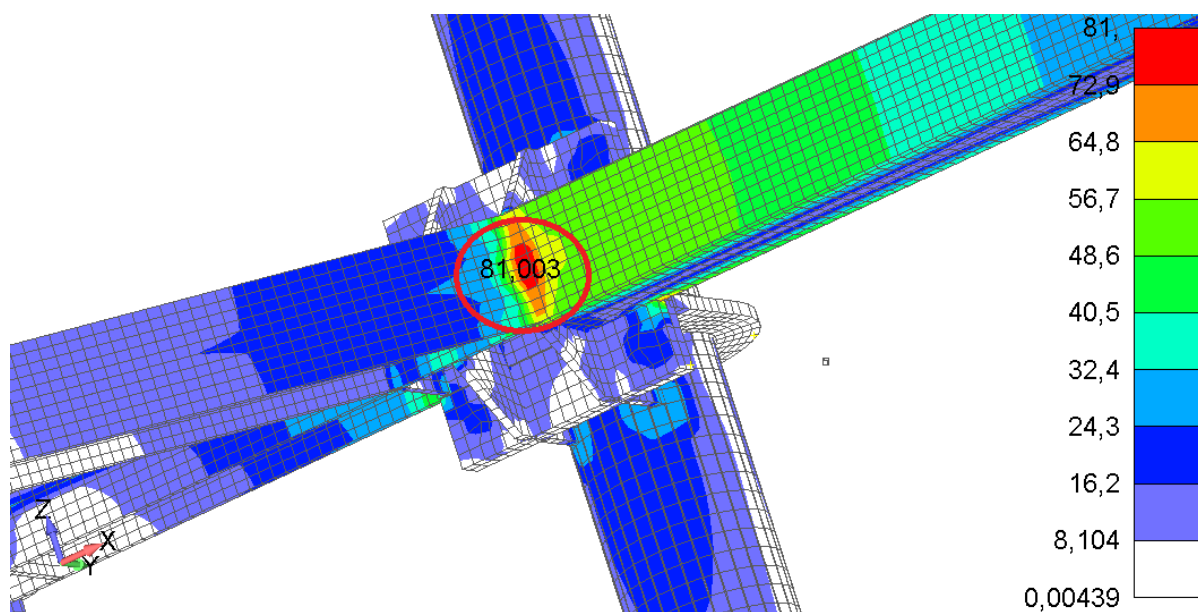
4.4 Резултати прорачуна чврстоће крана пре оптимизације

На основу шема оптерећења, урађен је прорачун чврстоће са почетним дебљинама плоча крана. На сликама 4.8 и 4.9 приказано је поље ефективног напона на целом моделу за први случај оптерећења у два различита погледа. На слици 4.10 приказано је место максималног ефективног напона модела и износи 81 МПа.

Слика 4.8 *Поље ефективног напона - први случај оптерећења*

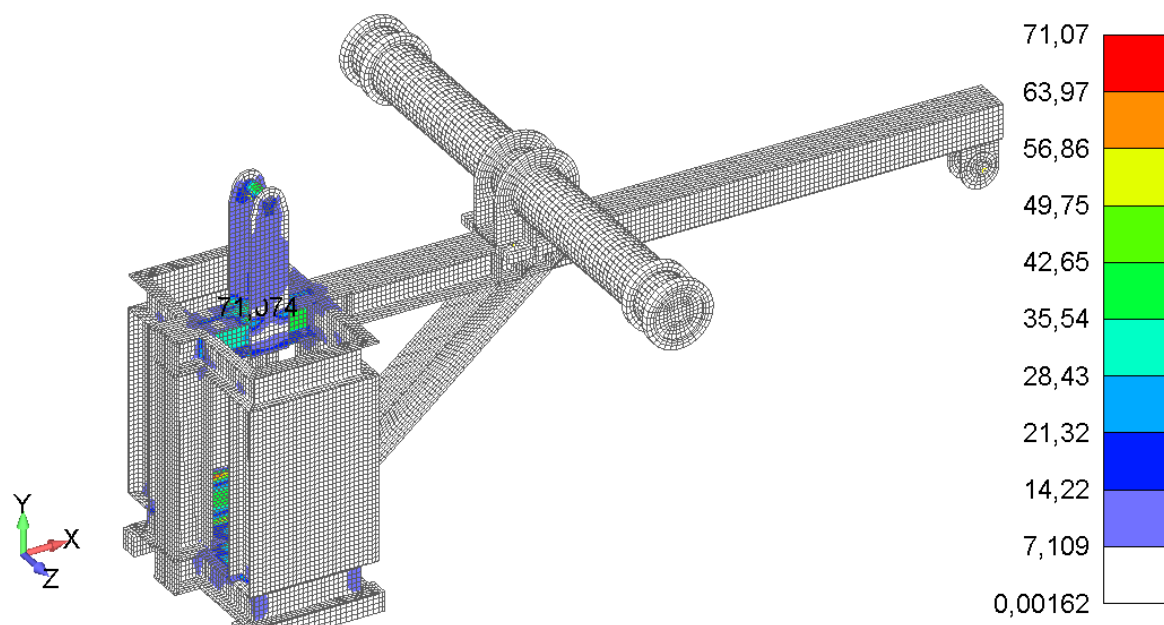


Слика 4.9 Поље ефективног напона - први случај оптерећења

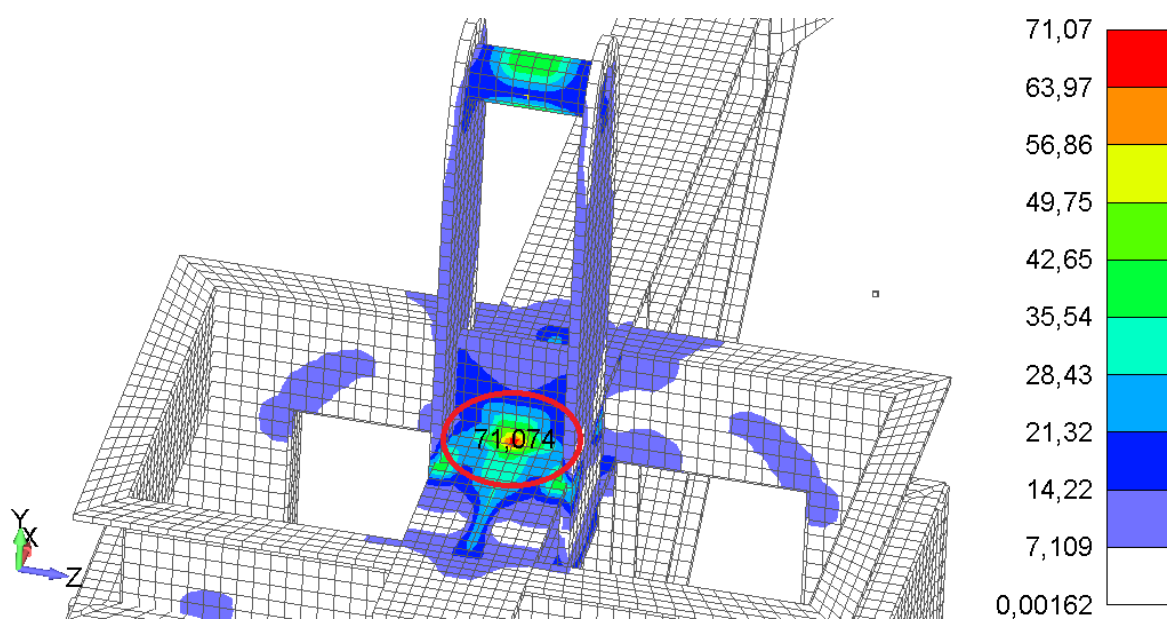


Слика 4.10 Место максималног ефективног напона; значајније оптерећена зона крана - први случај оптерећења

На слици 4.11 приказано је поље ефективног напона на целом моделу крана за други случај оптерећења. Вредност максималног напона износи 71,074 Мра (слика 4.12).

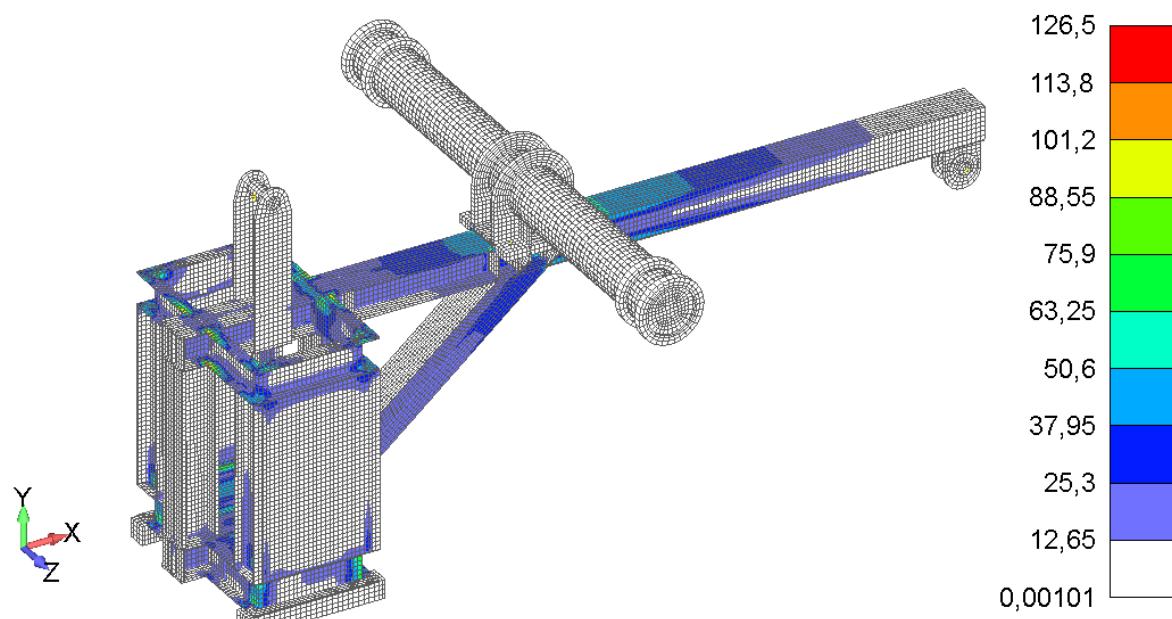


Слика 4.11 Поље ефективног напона - други случај оптерећења

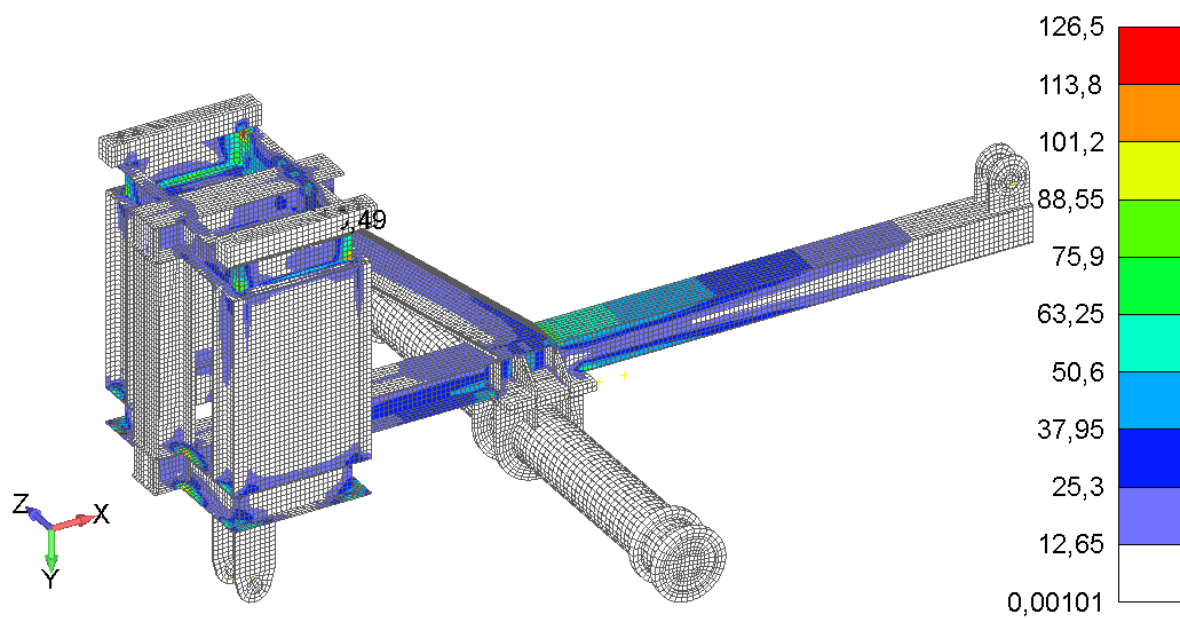


Слика 4.12 Место максималног ефективног напона; значајније оптерећена зона крана - други случај оптерећења

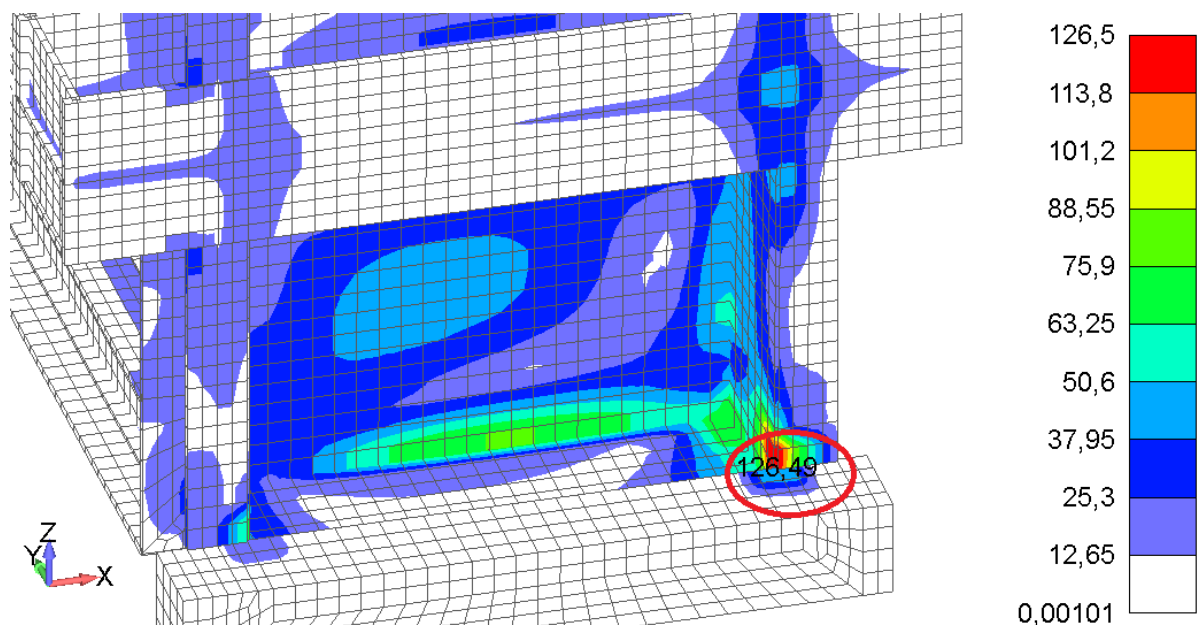
Слике 4.13 и 4.14 приказују поље ефективног напона конструкције за трећи случај оптерећења у два различита погледа. Место максималне вредности напона приказано је на слици 4.15 и износи 126,49 МПа.



Слика 4.13 Поље ефективног напона - трећи случај оптерећења

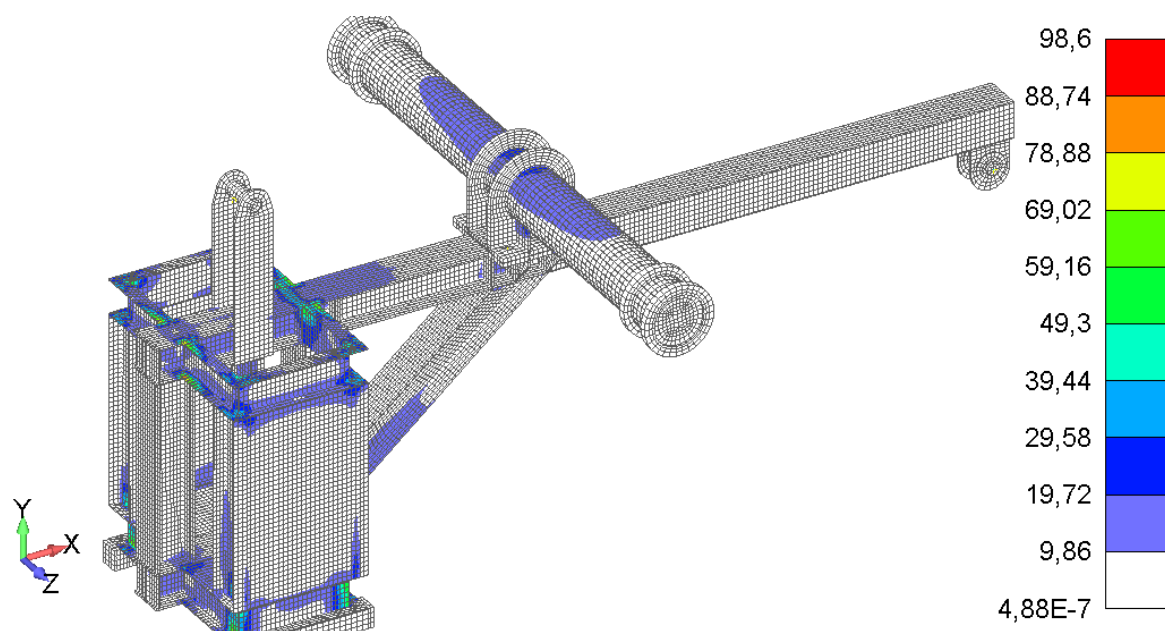


Слика 4.14 Поље ефективног напона - трећи случај оптерећења

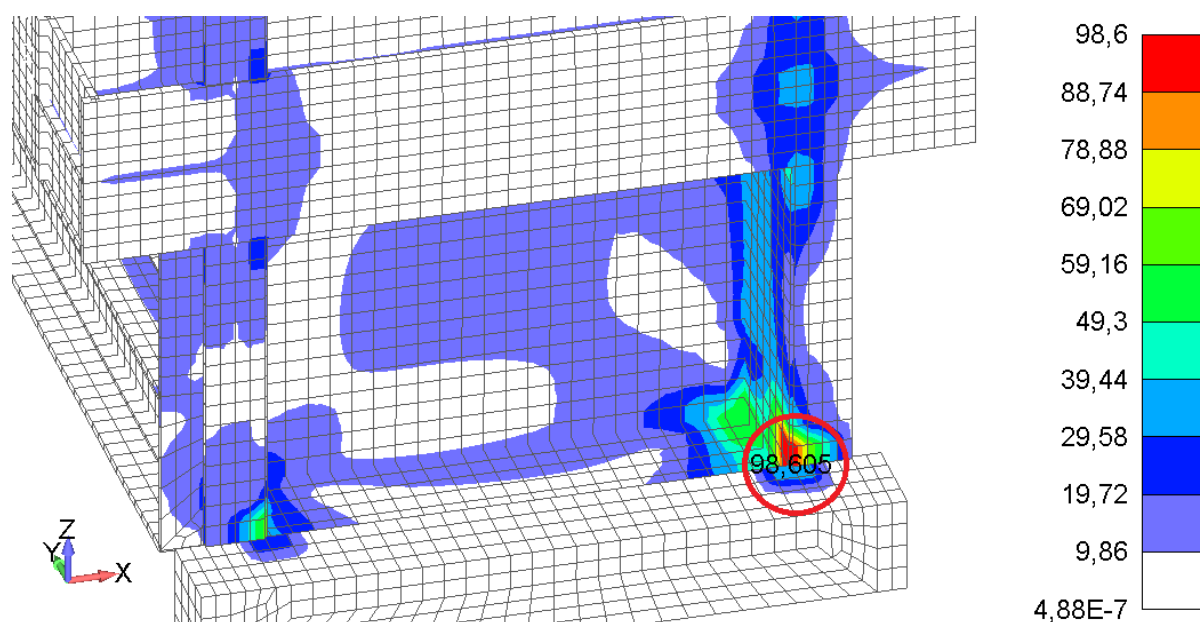


Слика 4.15 Место максималног ефективног напона; значајније оптерећена зона крана - трећи случај оптерећења

Поље ефективног напона за четврти случај оптерећења модела приказан је на слици 4.16. Максимална вредност ефективног напона износи 98,6MPa (слика 4.17).



Слика 4.16 Поље ефективног напона - четврти случај оптерећења

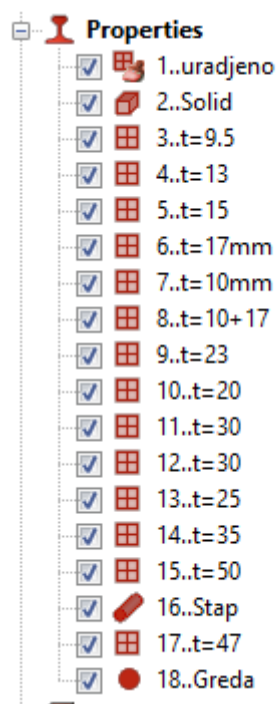


Слика 4.17 Место максималног ефективног напона; значајније оптерећена зона крана - четврти случај оптерећења

МКЕ анализа је показала да су максималне израчунате вредности напона концентрисане на одређеним подручјима, а остатак крана је под напоном далеко испод дозвољеног напона. Циљ је показати да ли се за конструкцију оваквог крана могу смањити дебљине зидова одређених делова, а да се испоштују сва задата ограничења и оптерећења. Помоћу параметарске оптимизације може се променити дебљина плоча бројних делова крана унутар ограничења дефинисаних максималним напрезањем. За МКЕ анализу све плоче исте дебљине имају исту особину. Максимални напон на свакој плочи мора бити испод максималног дозвољеног напона.

4.5 Резултати параметарске оптимизације крана

У случају овако конструисаног крана када је у питању параметарска оптимизација акценат је стављен на све плоче чија је дебљина дефинисана уношењем у одговарајући **Property**. Назив сваког **Property**-ија одговара номиналној дебљини сваке од плоча, слика 4.18.



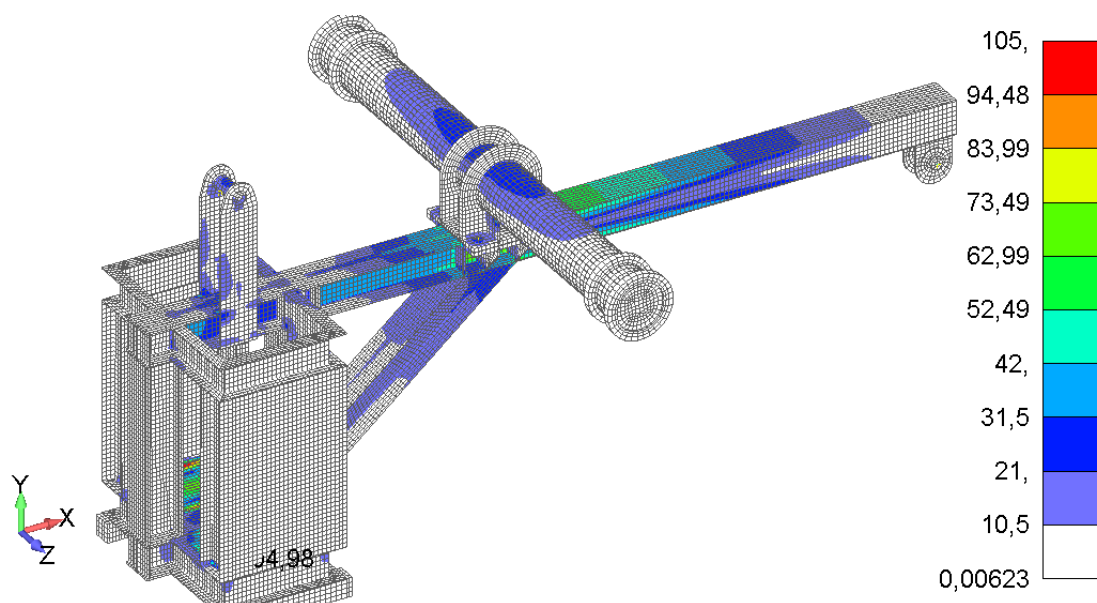
Слика 4.18 **Приказ почетних дебљина плоче које се могу параметарски оптимизовати**

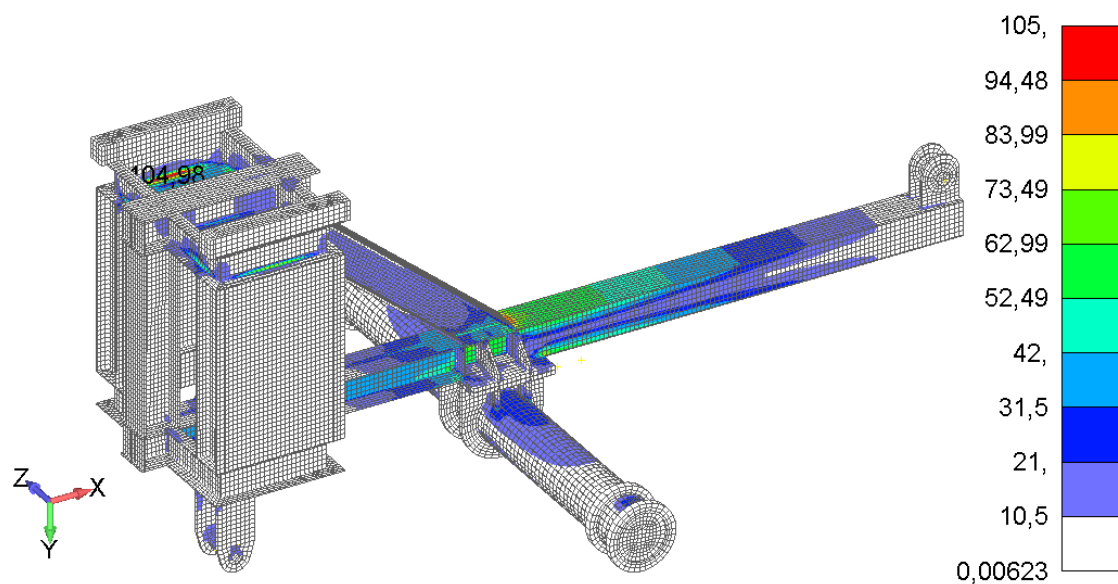
Обзиром да максимални дозвољени напон одређен прописаним стандардима износи 150 МПа, на основу наведених резултата може се приметити да је могуће извршити параметарску оптимизацију конструкције тј. смањити дебљине плоча како би се унапредио дати дизајн. На основу почетних димензија плоча и резултата МКЕ анализе задате су минималне дебљине плоча у делу **Design Optimisation**. Формирањем одређених функција, са дијаграма који показују промене дебљине плоче по итерацијама усвојене су оптималне вредности плоча. Почетне вредности дебљина плоча крана пре и после оптимизације дате су у табели 4.2.

Табела 4.2 *Приказ почетних и оптималних вредности дебљина конзоле*

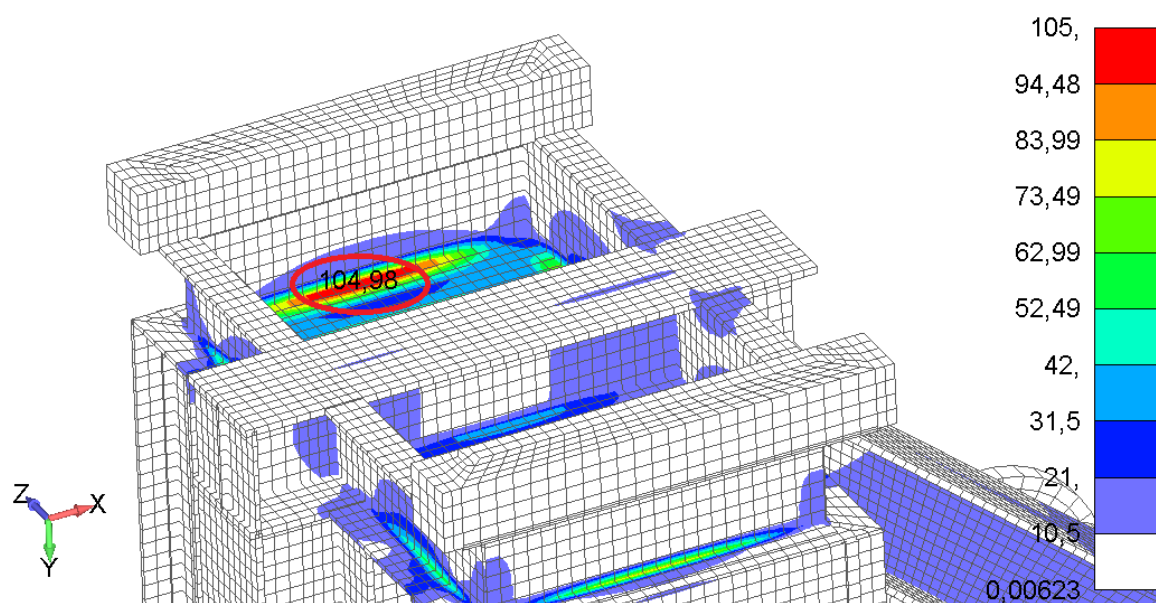
Почетне дебљине плоча (mm)	9,5	13	15	17	10	27	23	20	30	30	25	35	50	47
Оптималне дебљине плоча (mm)	8,5	10	10	15	8	24	20	16	27	27	22	31	45	45

На сликама 4.19 и 4.20 приказани су резултати статичке чврстоће оптимизованог крана у два различита погледа. Може се приметити да је вредност максималног ефективног напона доста испод вредности максималног дозвољеног напона али плоче нису дозволиле даљу оптимизацију због осталих случајева оптерећења. Циљ је да оптималне вредности задовољавају сва максимална оптерећења уз минимизацију масе. На слици 4.21 приказано је место максималне вредности статичке чврстоће и износи $104,98 \text{ MPa}$.

Слика 4.19 *Поље ефективног напона – оптимизованог крана– први случај оптерећења*

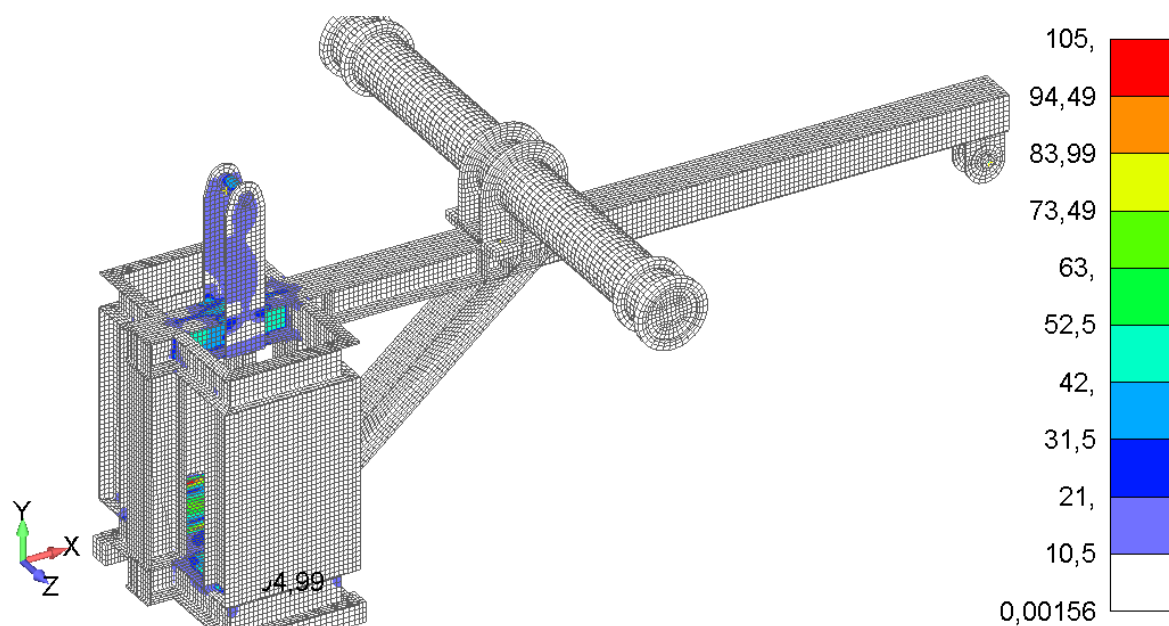


Слика 4.20 *Поље ефективног напона – оптимизованог крана- први случај оптерећења*

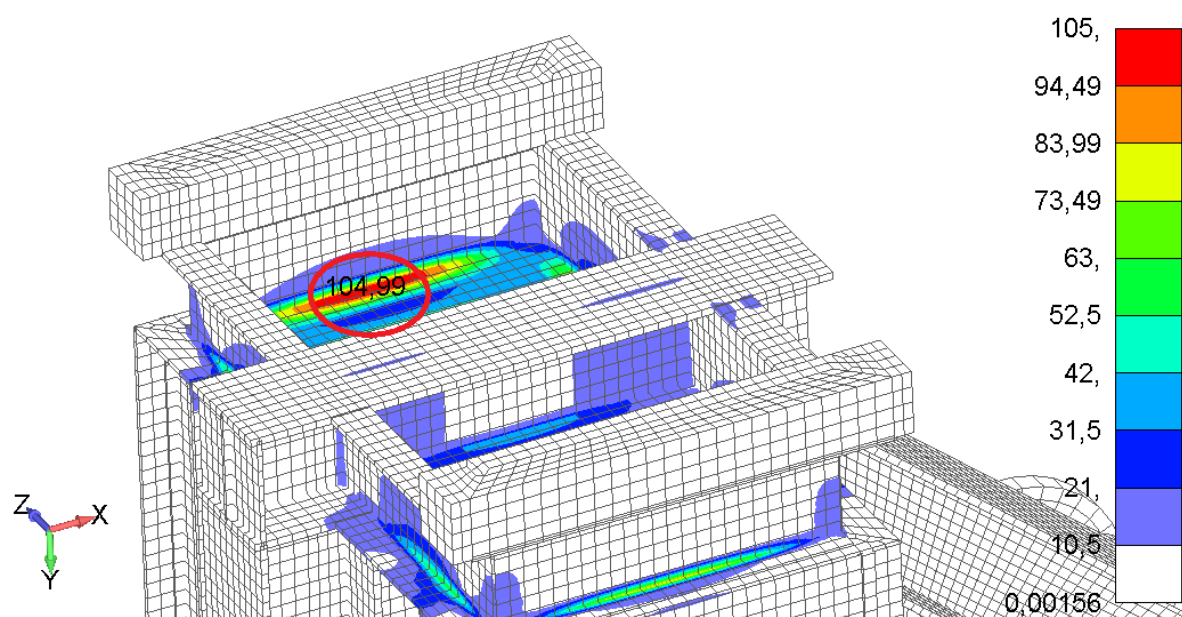


Слика 4.21 *Место максималног ефективног напона; значајније оптерећена зона оптимизованог крана - први случај оптерећења*

Слика 4.22 представља ефективни напон оптимизованог крана за други случај оптерећења. Максимална вредност ефективног напона за овај случај оптерећења износи 104,99 МПа (слика 4.23).

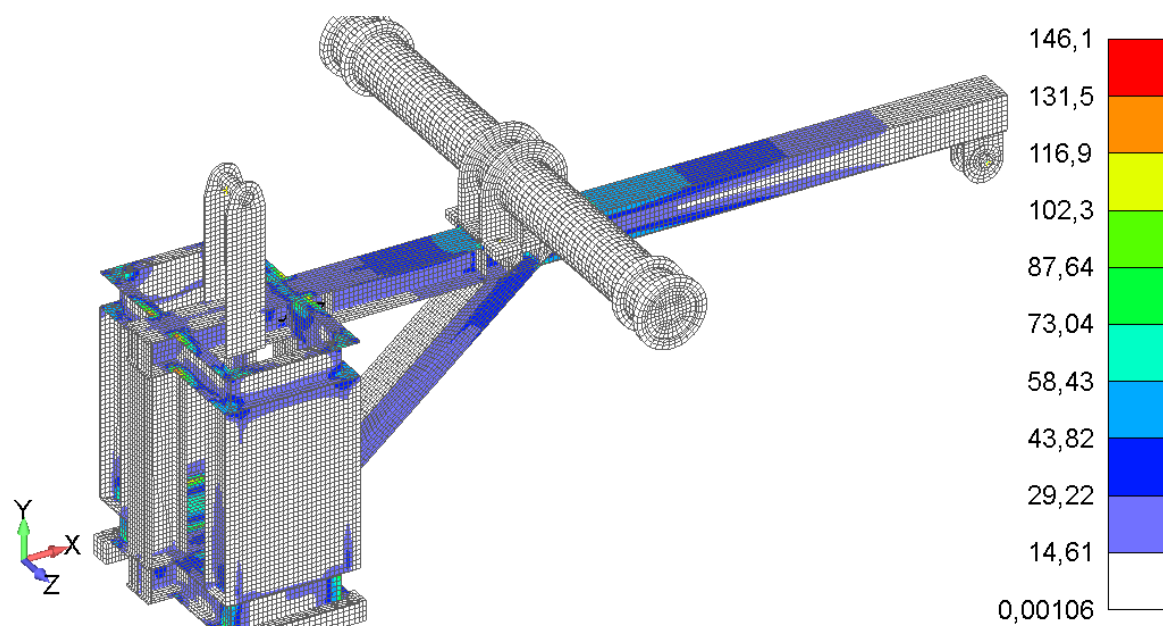


Слика 4.22 Поље ефективног напона –оптимизованог крана- други случај оптерећења

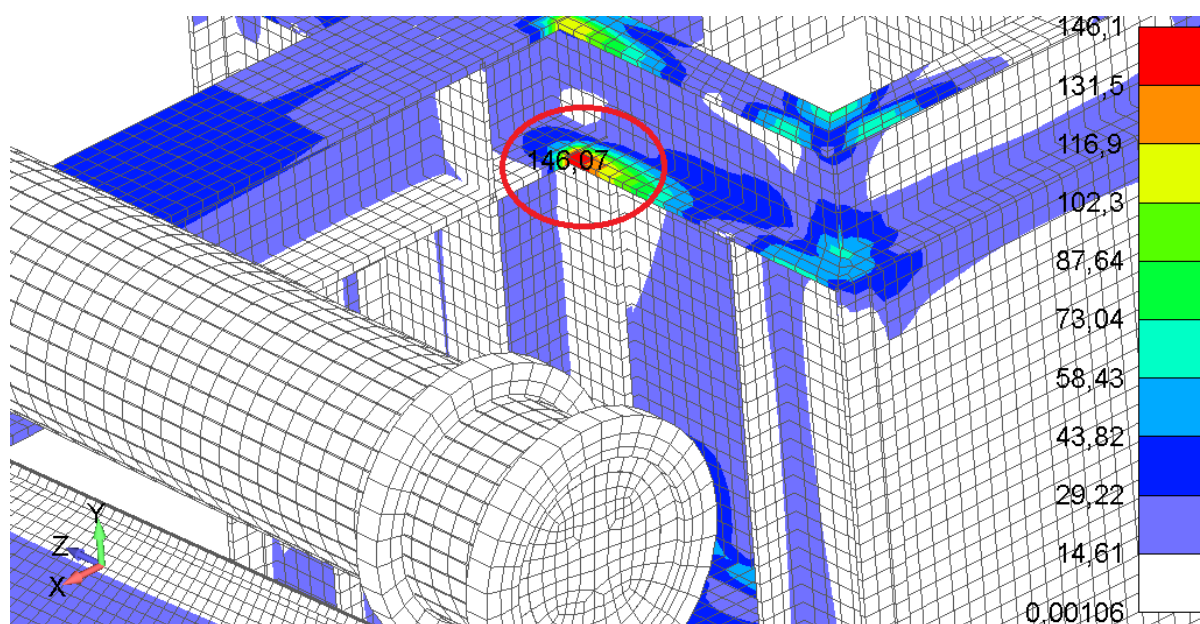


Слика 4.23 Место максималног ефективног напона; значајније оптерећена зона оптимизованог крана - други случај оптерећења

На слици 4.24 показана је статичка чврстоћа оптимизованог крана за трећи случај оптерећења. Максимална вредност статичке чврстоће износи 146,07 МПа (слика 4.25).

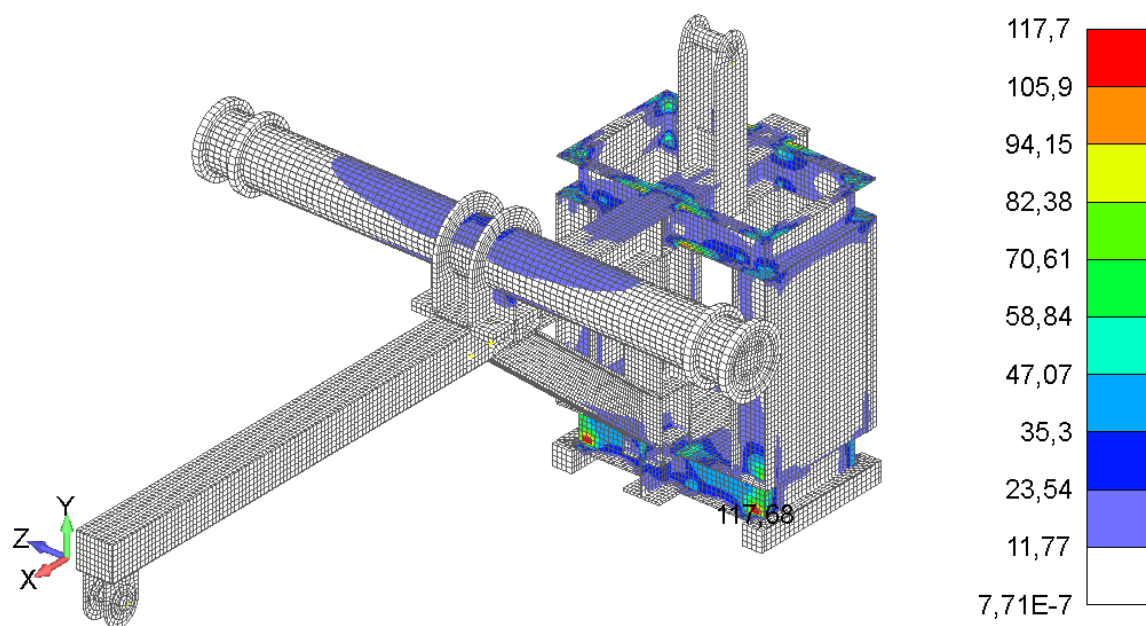


Слика 4.24 Поље ефективног напона – оптимизованог крана- трећи случај оптерећења

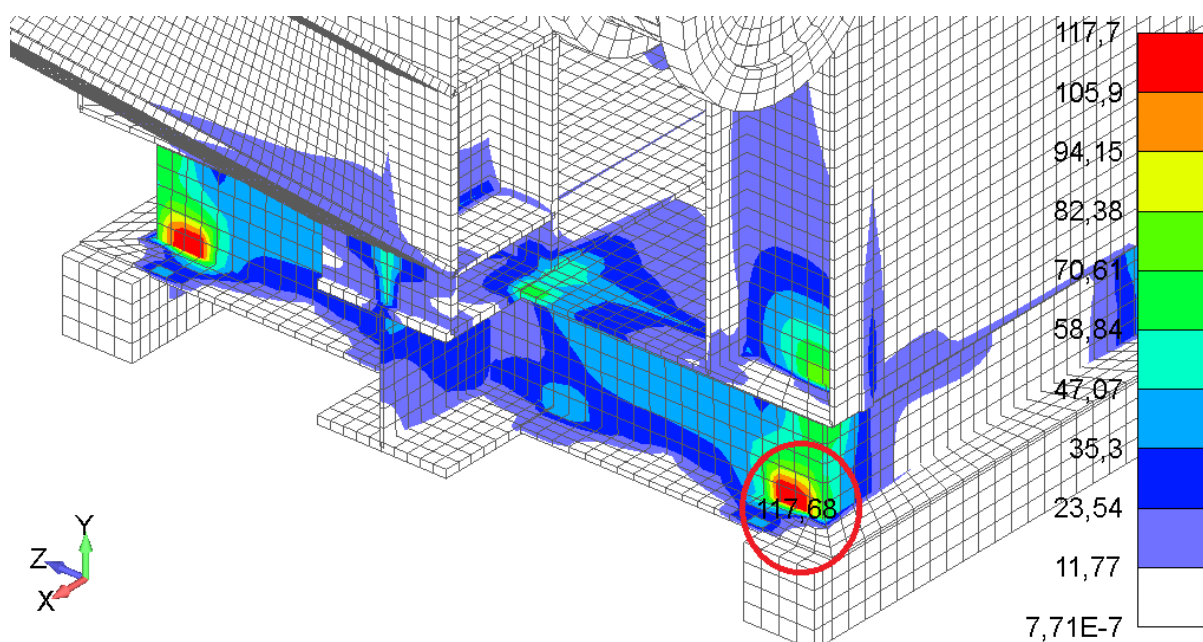


Слика 4.25 Место максималног ефективног напона; значајније оптерећена зона оптимизованог крана - трећи случај оптерећења

Поље ефективног напона за четврти случај оптерећења оптимизованог крана приказано је на слици 4.26. Максимална вредност износи 117,68 МПа и приказана је на слици 4.27.



Слика 4.26 Поље ефективног напона - оптимизованог крана- четврти случај оптерећења



Слика 4.27 Место максималног ефективног напона; значајније оптерећена зона оптимизованог крана - четврти случај оптерећења

На основу табеле 4.2 и резултата напона након оптимизације може се приметити да су све плоче са оптимизованим вредностима дебљина задовољиле прорачун чврстоће и да максималне вредности напона добијених прорачуном не прелазе вредност максималног дозвољеног напона датог у поглављу 4.2. Почетна маса конструкције била је 3,17t. Параметарском оптимизацијом маса конструкције је смањена за 13,57 % тако да сада износи 2,47t.

Оптимизација је урађена за сваки случај оптерећења. Може се приметити да су дебљине плоча доста варирале у односу на минималне дебљине које су биле задате у зависности од оптерећења. На саму параметарску оптимизацију утиче и сам корисник који на основу свог знања и искуства одлучује приликом одређивања иницијалног дизајна и параметара оптимизације.

Закључак

Рад представља имплементацију параметарске оптимизације дизајна сложене конструкције крана. Циљ је да се помоћу почетних димензија и резултата добијених применом методе коначних елемената пронађе најбоља комбинација дебљина параметара конструкције. На основу почетних и оптималних димензија закључује се да је могуће извршити оптимизацију дебљина свих циљних елемената конструкције. На основу оптерећења конструкције као и максималног дозвољеног напона долази се до оптималних вредности тражених параметара.

МКЕ анализа оптимизоване конструкције показује да сва оптерећења са усвојеним дебљинама параметара конструкције не прелазе вредност максималног дозвољеног напона и самим тим задовољавају функционалност конструкције. Остварена је редукција масе, а да су притом испуњени сви задати критеријуми што је и био циљ. Примена параметарске оптимизације на овако сложене конструкције је веома значајна, јер доводи до смањења употребе материјала приликом производње, трошкова производње и потрошње енергије уз остварену максималну функционалност конструкције.

Софтверска оптимизација представља много бржи и једноставнији начин оптимизације јер се може извршити у пар корака чиме се избегава дуг поступак ручне промене параметара конструкције. Параметарска оптимизација има велики значај када је у питању серијска производња, јер се приликом производње велике серије машинских конструкција поступком оптимизације долази до великог смањења трошкова производње као и уштеде велике количине енергије. Циљ рада представља добру основу за даља истраживања, у настојању да се применом софтвера поједностави компликовани итеративни поступак оптимизовања параметара конструкције.

Литература

- [1] Singiresu S. Rao, Engineering optimization; Theory and Practice, Forth Edition, Hoboken, New Jersey, 2009,
- [2] Никола Јовановић, Тополошка оптимизација вагонске конструкције 1методом коначних елемената, Мастер рад, Крагујевац, 2015,
- [3] NX Nastran – Design Sensitivity and Optimization User`s Guide, 2005,
- [4] Милош Којић, Радован Славковић, Мирослав Живковић, Ненад Грујовић, Метод коначних елемената 1, Линеарна анализа, Крагујевац, 1998,
- [5] Femap with NX Nastran,
- [6] DIN 4132 Craneways; Steel structures; Principles for calculation, design and construction,
- [7] DIN 15018–1 Cranes; Steel structures; Verification and analyses,
- [8] DIN 10025-2:2004 Hot rolled products of structural steels; Part–2: Technical delivery conditions for non-alloy structural steels,
- [9] P15020-AX-13-100-100_01_WED_0.A.pdf.