

**Факултет инжењерских наука
Универзитета у Крагујевцу**



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Друмски саобраћај

Предмет: Моторна возила 1

Број индекса: 211/2019

Невена Г. Димитријевић

**Анализа утицајних конструктивних
параметара на управљивост возила
завршни рад**

Комисија за преглед и одбрану:

1. Др Јованка Лукић, проф. - ментор

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

Резиме

У оквиру овог завршног рада под називом *Анализа утицајних конструктивних параметара на управљивост возила* обрађено је заокретање возила са бочно крутим и бочно еластичним точковима, и утицајни конструктивни параметри на нарушавање стабилности возила у процесу његовог заокретања. У последњем делу приказана је анализа управљивости возила применом модела возила са једним трагом, као и резултати добијени анализом управљивости на конкретном примеру, где је угао скретања предњег точка мањи од угла скретања задњег точка, што значи да је сувише управљиво возило. Сувишна управљивост моторног возила је непожељна појава.

Кључне речи: *конструктивни параметри возила, управљивост возила, заокретање возила.*

As part of this final paper, entitled *Analysis of the Impact of Structural Parameters on Vehicle Steering*, the turning of vehicles with laterally rigid and laterally elastic wheels was discussed, as well as the influence of structural parameters on the deterioration of vehicle stability in the process of turning it. The last section presents the result of a vehicle steering analysis using a single-track vehicle model, as well as the results obtained from a case-by-case analysis, where the front wheel angle is less than the rear wheel angle, which means it is too steering. Excessive handling of a motor vehicle is an undesirable occurrence.

Keywords: vehicle structural parameters, vehicle controllability, vehicle turning.

Садржај

1	Увод	3
2	Анализа утицајних конструктивних параметара на управљивост возила	4
2.1.	Процес заокретања возила са бочно крутим и бочно еластичним точковима	6
2.2.	Утицајни конструктивни параметри возила на нарушавање стабилности у процесу заокретања возила	13
2.3.	Резултати за модел возила са једним трагом.....	15
3	Закључак.....	38
4	Литература	39

1 Увод

Од динамичности возила, у великој мери зависи његова управљивост. Експлоатационо - техничке карактеристике возила су битне, од његових конструктивних својстава, као што су: снага и обртни момент погонског мотора, преносни односи у трансмисији, коефицијент корисног дејства, укупна маса возила, примењени пнеуматици и аеродинамичност возила, али и од низа других фактора. Динамичност је у тесној вези са осталим експлоатационо техничким карактеристикама возила. Притом, за управљање возилом потребан је управљачки механизам за окретање точкова.

2 Анализа утицајних конструктивних параметара на управљивост возила

Развојни пут моторних возила је био веома дуг и тежак. Он и поред достигнутог степена техничко-технолошког развоја није ни данас много лакши јер се постављају све строжи захтеви које треба испунити. Интензиван развој аутомобилске индустрије изискује познавање и увођење нових дисциплина и метода у теоријском разматрању сложене проблематике моторних возила. У том смислу, за управљивост возила битне су перформансе. [1]

На перформансе моторних возила утичу карактеристике мотора и трансмисије, као и ефикасност контакта точка и пута.

Брзина моторних возила није ограничена снагом мотора или спојем точка и тла, већ великим вибрацијама возила које су у тесној вези са карактеристикама осцилаторних параметара. При великим брзинама, због осцилаторних побуда од пута, мотора, неуравнотежених точкова и других ротирајућих маса, неуниформности пнеуматика, јављају се повећане вибрације возила, а самим тим и велика осцилаторна неудобност возила. Пројектанти овај проблем решавају оптималним избором карактеристика осцилаторних параметара, а возачи смањењем брзине кретања возила. При пројектовању осцилаторних система моторних возила, полази се од захтева да се замор човека изазван вибрацијама сведе на најмању могућу меру. Вибрације којима је човек у возилу изложен сврставају се у две групе и то:

- вибрације целог тела или вибрације које се преко седишта или пода преносе на цело тело,
- локалне вибрације које делују на руке или ноге у току вожње.

Такође је од значаја и формула точкова, и диференцијал. Пнеуматици такође имају велики утицај на проходност возила. Повећана додирна површина повећава и проходност. То се постиже увођењем пнеуматика већег пречника и ширине, као и пнеуматика са специјалним протекторима. Трагови точкова су значајни за проходност, па треба конструкцију тако прилагодити да што већи број трагова има исте вредности, јер се на тај начин смањују отпори кретања. Смањење притиска ваздуха у пнеуматику доводи до повећања додирне површине, а тиме и до мањег средњег специфичног притиска, односно мањег утањања точкова у тло. Тиме се смањују отпори кретања, односно повећава проходност возила. Ова мера је веома ефикасна, па се код возила повећане проходности врши и централна регулација притиска ваздуха у пнеуматичима. [1].

Снага мотора утиче на проходност возила. За анализу се најчешће користи специфична снага. Повећање специфичне снаге побољшава проходност из три разлога:

- повећање специфичне снаге обезбеђује могућност кретања по тешким теренима већим брзинама, чиме се смањује време деловања возила на тло, а што се манифестује мањим деформацијама тла;
- при већим специфичним снагама, смањује се потреба за променом степена преноса, чиме се долази до мањих ударних дејстава на тло;
- веће специфичне снаге дају веће кинетичке енергије за прелазак преко тешких деоница, (залет).

Прерасподела оптерећења услед деловања погонског момента је израженија код возила са крутим осовинама, него код возила са независним системима ослањања. Примена независног система ослањања значајно побољшава поузданост контакта пнеуматика и тла и доприноси побољшању проходности.

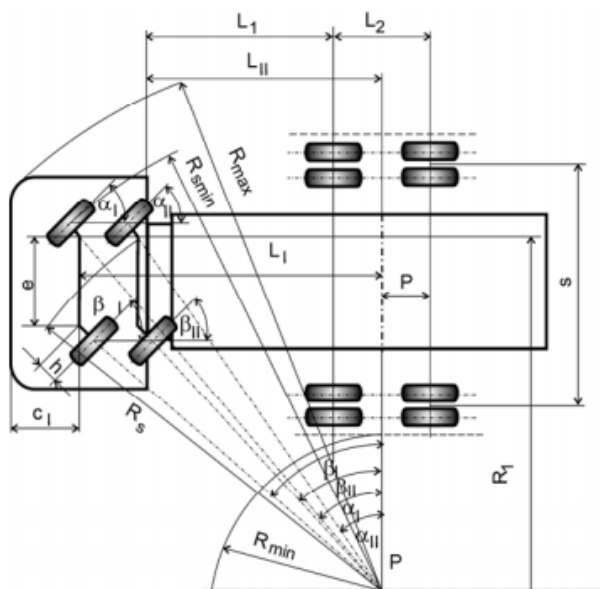
Возила повећане проходности имају и додатне уређаје за самоизвлачење (витла), чиме значајно повећавају своје параметре проходности.

2.1. Процес заокретања возила са бочно крутим и бочно еластичним точковима

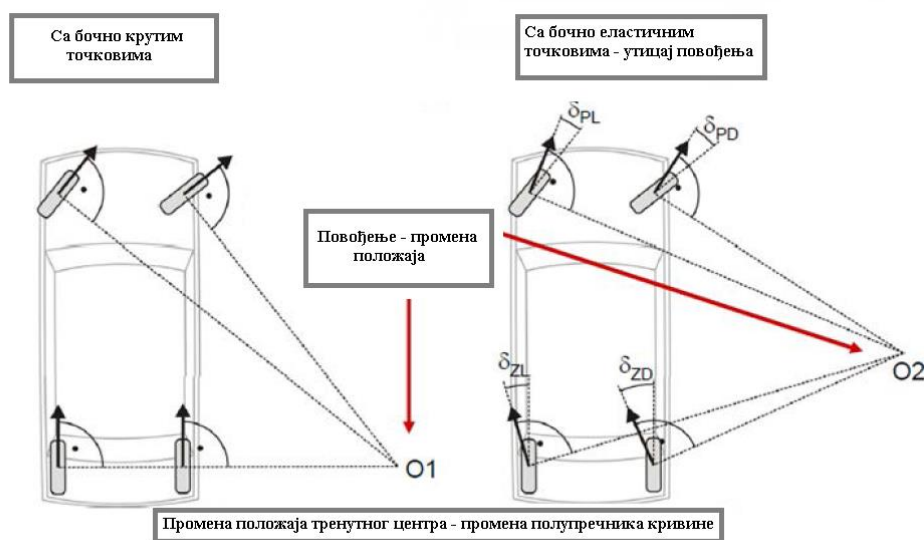
У току вожње, возач моторног возила има у виду целокупно окружење (пут, саобраћај, утицај ветра, вибрације и сл.) и делује на команде настојећи да исту обави на најпогоднији начин. Целокупна ангажованост возача и моторног возила у току вожње у односу на окружење, дефинише се појмом понашање моторног возила на путу (*handling, kurshaltung*). У литератури постоји већи број дефиниција за поменути појам.

Дефиниција гласи: "Понашање моторног возила на путу обухвата скуп својстава система: Возач - Возило - Окружење, који карактерише могућност промене параметара у равни кретања моторног возила, изазваних жељом возача". Она обухвата појмове управљивости и стабилности возила. [1]

Одржавање жељеног правца кретања возила омогућава систем за управљање. Избор његових параметара је веома сложен задатак, јер зависи од читавог низа утицајних параметара: система за ослањање, захтева безбедности, проходности итд. На слици 1. приказано је заокретање четвороосовинског возила, а на слици 2. кинематика кретања возила у кривини.



Слика 1. Заокретање четвороосовинског возила [1]

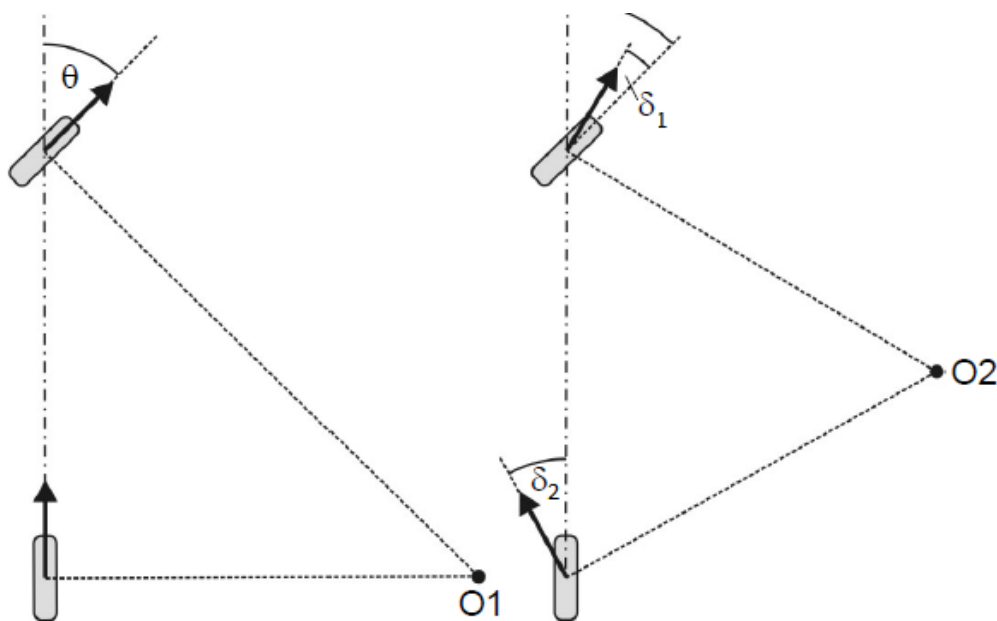


Слика 2. Кинематика кретања возила у кривини [4]

Кинематика кретања возила своди се на модел возила са једним трагом (“модел бицикла”). Овај модел претпоставља да се аутомобил може описати само једним предњим и задњим точковима, повезаних каросеријом возила. На тај начин не узима у обзир ефекте као што је превртање каросерије или бочни пренос терета. [2].

Притом, углови управљања (θ) и повођења (δ_{PL} , δ_{PD} и δ_{ZL} , δ_{ZD}) свводе се на тачке у средини предње односно задње осовине.

Знатно се поједностављује разматрање уз могућност узимања у обзир великог броја утицајних фактора, као што је приказано на слици 3.



Слика 3. Модел возила са једним трагом "модел бицикла" [4]

Управљивост је мера подударности стварног правца кретања са правцем дефинисаним углом управљачких точкова за случај $\delta=0$, у случају стационарног кретања [$v=\text{const}$, $\theta=\text{const}$, $RK=\text{const}$ (радијус кривине)].

Основни фактори који утичу на управљивост су: [1].

- Геометрија возила и положај тежишта (l_p , l_z , h_T , ширина трага точкова),
- Нелинеарно понашање пнеуматика,
- Однос крутости предњег и задњег ослањања при бочном нагињању возила ("љуљање"),
- Геометрија точкова,
- Кинематика и еластокинематика система ослањања и система управљања,

У односу на угао закретања управљачких точкова-управљача, возило се креће:

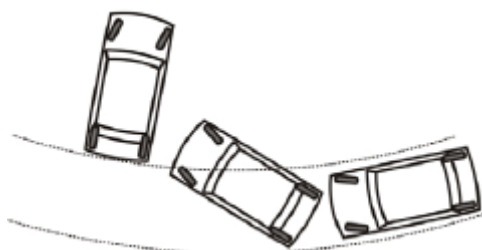
1. по кривини одговарајућег полупречника (слика 4.)
2. по кривини већег полупречника (блажој) (слика 5.)
3. по кривини мањег полупречника (оштријој) (слика 6.)



Слика 4. *Неутрална управљивост $\delta_p = \delta_z$ по кривини одговарајућег полупречника [4]*



Слика 5. *Подуправљивост $\delta_p > \delta_z$ по кривини већег полупречника ("блажој") [4]*



Слика 6. *Надуправљивост $\delta_p < \delta_z$ по кривини мањег полупречника ("оштријој") [4]*

При вожњи у кривини, услед деловања бочних сила, долази до деформацијског бочног проклизавања пнеуматика, средиште ротације возила око вертикалне осе мења положај и најчешће и угао ротације, а тиме и центрифугалну силу.

Да би се аутомобил могао кретати по закривљеној путањи, уграђен је управљачки механизам, који предње точкове (код класичног управљачког система) закреће у смеру кривине.

Притом, се аутомобил почиње кретати по закривљеној путањи, која је у сваком тренутку део одређене, замишљене кружнице, у чијем је средишту положај ротације возила. У случају скретања без бочног клизања точкова јавља се случај Акермановог управљања.

У зависности од вредности деформацијских углова повођења предњих и задњих точкова, постоје три врсте управљивости: подуправљивост, надуправљивост и неутрална управљивост.

Подуправљивост (енгл. *understeer*) настаје у случају кад је деформацијско бочно скретање предњих точкова веће него задњих па се угао ротације возила око вертикалне осе помера. Угао закретања возила постаје већи од угла кривине и аутомобил настоји ићи према спољном делу кривине. Аутомобил се задржава у путањи додатним закретањем точка управљача. Овај случај је повољан за динамичку стабилност, јер се повећавањем угла закретања возила пропорционално смањују центрифугална сила и бочне силе на точковима.

Надуправљивост (енгл. *oversteer*) је случај кад је деформацијско бочно скретање задњих точкова веће него предњих. Угао закретања возила постаје мањи од угла кривине и аутомобил настоји ићи према унутрашњем делу кривине. Аутомобил се задржава у путањи исправљањем точка управљача. Овај случај није повољан за динамичку стабилност, јер се смањењем угла закретања возила пропорционално повећавају центрифугална сила и бочне силе на точковима, и може доћи до стварања "пируете".

Неутрална управљивост или неутралност је најповољнији случај. Настаје у случају кад је деформацијско бочно скретање предњих точкова једнако као код задњих. Тада је тренутни угао закретања возила једнак углу кривине, па возило задржава жељени курс, без потребних додатних интервенција управљачем.

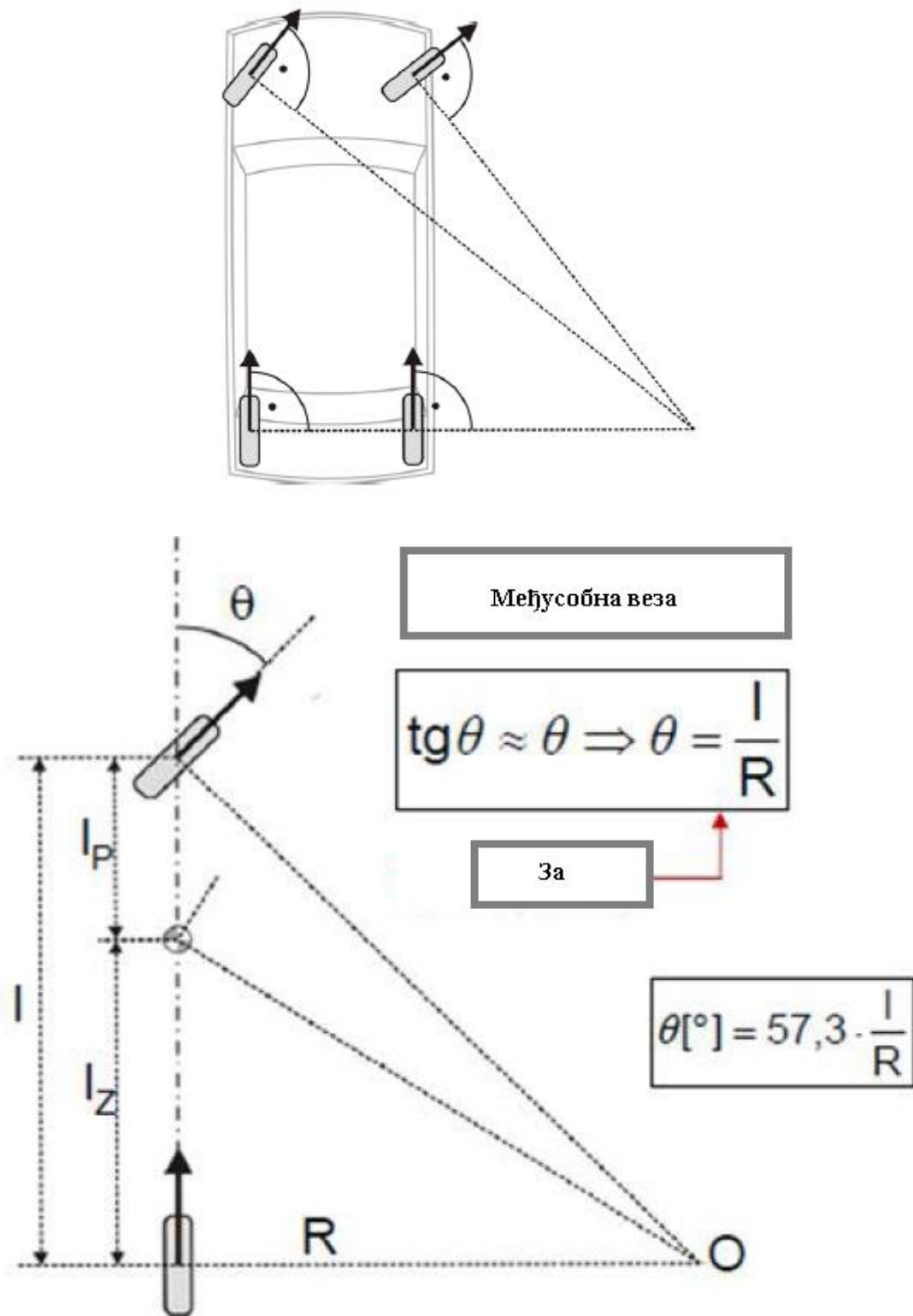
За динамичку стабилност су првенствено одговорни задњи точкови, што не значи да је вожња тиме сигурнија.

У складу са наведеним врши се свођење на модел са једним трагом ("модел бицикла"). Анализа скретања при малим брзинама са бочно крутим точковима приказана је на слици 7.

Притом је:

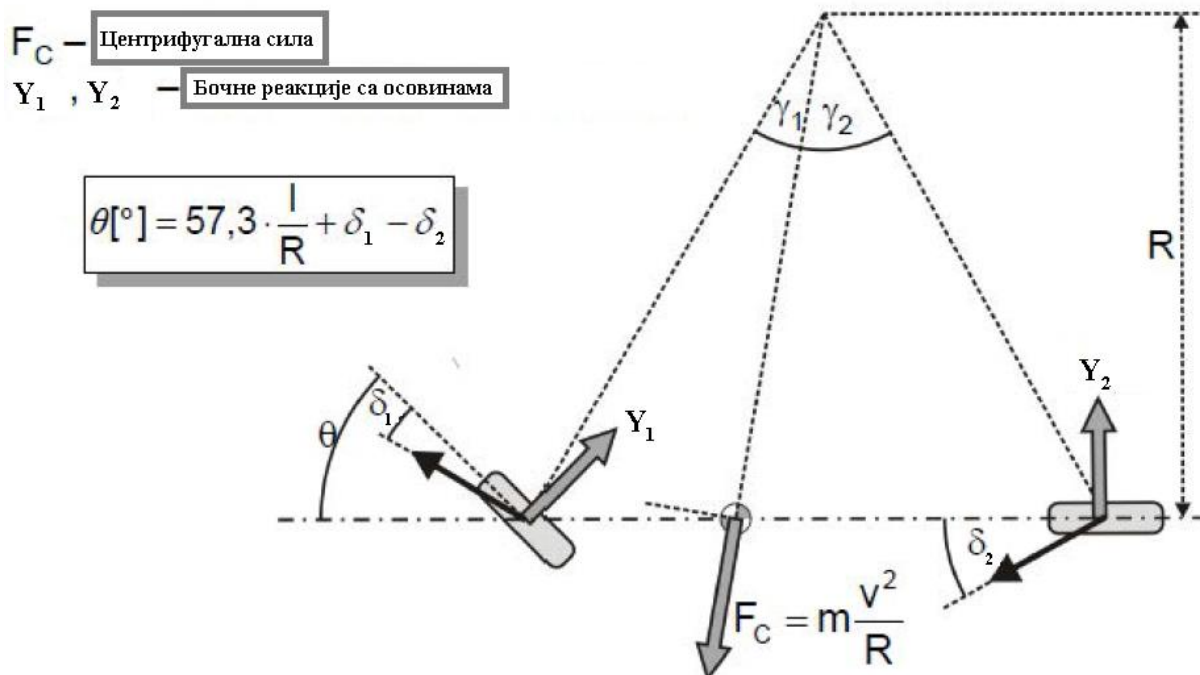
- θ - угао закретања управљачких точкова (средња вредност)

- l - међуосовинско растојање
- R - радијус кривине
- h_T - висина тежишта



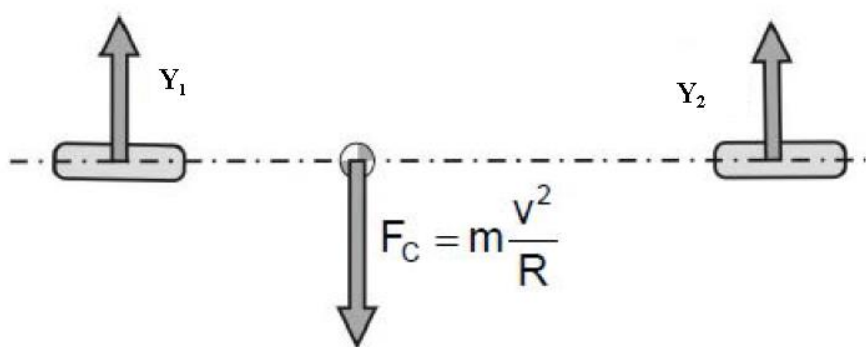
Слика 7. Основне анализе управљивости возила – бочно крути точкови [4]

За мале углове важи $\operatorname{tg} \theta \approx \theta \rightarrow \theta = \frac{l}{R}$.



Слика 8. Скретање возила са бочно еластичним точковима [4]

Скретање возила са бочно еластичним точковима приказано је на слици 8. За случај великог радијуса кривине и малих углова δ и θ (уобичајен случај вожње на отвореном путу) геометрија се може поједноставити (слика 9.):



Слика 9. Велики радијус кривине [4]

$$Y_1 + Y_2 = m \frac{v^2}{R} \quad (1)$$

$$l_P \cdot Y_1 = l_Z \cdot Y_2 \Rightarrow$$

$$Y_1 = \frac{l_Z}{l} m \frac{V^2}{R} \quad (2)$$

$$Y_2 = \frac{l_P}{l} m \frac{V^2}{R} \quad (3)$$

2.2. Утицајни конструктивни параметри возила на нарушавање стабилности у процесу заокретања возила

У литератури постоји велики број радова који се односе на управљивост возила. У неким од њих се дају и одређене препоруке али се већина аутора слаже у томе да возила треба да буду недовољно управљива. Међутим, новија истраживања указују и на могућност да возило у одређеним експлоатационим условима поседује неутралну, па чак и сувишну заокретљивост. Тврди се да возило у радним условима треба да буде недовољно управљиво, неутрално управљиво у условима кретања блиским максималној брзини, а сувишно управљиво може бити само у условима блиским проклизавању точкова. [1].

- Распоред маса треба да је такав да се у претежним условима експлоатације, положај тежишта возила налази ближе предњој осовини и да висина тежишта буде што мања.

- Предњи точкови треба да имају већу бочну крутост, односно веће коефицијенте повођења.

- Пожељно је да се метацентар, тачка деловања резултујуће силе бочног ветра, поклапа у што ширем опсегу експлоатационих услова са положајем тежишта возила.

- Резерва управљивости треба да се налази у границама 0,05 m до 0,07 m иза тежишта. [1]

- Предњи погонски точкови су пожељнији са аспекта управљивости јер је мања могућност бочног клизања задњих точкова али се код њих јавља и проблем преоптерећења предњег краја возила. Због тога се ово може препоручити за лакша моторна возила, док се код тежих путничких и код теретних возила, претежно користи задњи погон.

- Еквивалентна крутост, еквивалентно пригушење и степен искоришћења система за управљање треба да буду што већи, а зазори минимални.

- Код путничких возила више класе треба тежити примени система за управљање на четири точка.

- Геометрија ослањања управљивих точкова мора бити оптимизирана са аспекта стабилизације управљивих точкова у најширим експлоатационим условима.

- Независни системи ослањања су погоднији, јер омогућавају бољу прерасподелу оптерећења и бољи контакт пнеуматика и тла. Наведено се више односи на путничка возила, јер се код теретних возила и аутобуса још увек претежно користе зависни системи ослањања.

- Препоручује се да ваљање возила буде у границама 5° до 7° . То подразумева, у циљу повећања торзионе крутости система за ослањање, уградњу торзионих

стабилизатора. Препоручује се да се код путничких возила високе класе уграђују активни стабилизатори, а код теретних возила и аутобуса самонивелишући систем за ослањање. Положај осе ваљања треба да је такав да у најширим експлоатационим условима пролази кроз тежиште возила.

- При пројектовању распореда маса возила треба водити рачуна о односу коефицијента пријањања и положаја тежишта у претежним експлоатационим условима (подужна стабилност возила).

- Избор трага точкова мора бити у функцији коефицијента пријањања и положаја тежишта, у најширим експлоатационим условима.

- Увођење савремених система регулације код свих категорија возила: ABS, ESP, TCS, EBD и сл.

2.3. Анализа управљивости возила применом модела возила са једним трагом

Анализа управљивости возила најчешће се ради применом модела возила са једним трагом, у литератури познатог под називом модел бицикла. У том случају усвајају се следећа упрошћења: [1].

- не узима се у обзир прерасподела бочних сила са једне на другу страну возила,
- не узима се у обзир прерасподела динамичких сила по дужини возила,
- не посматра се ваљање и галопирање возила,
- пнеуматици су линеарних карактеристика,
- брзина возила током вожње је константна,
- не може се укључити утицај система за ослањање и носећег система у разматрање,
- посматра се линеаран модел, сматра се да се то може поуздано учинити до бочних убрзања од око 0.4g,
- посматра се глатка површина пута и
- контрола возила је позициона, занемарују се информације које возач добија у облику сила и момената.

Посматра се возило које се креће константном брзином, слика 10., где угао θ представља средњи угао заокретања управљачких точкова. Услед дејства центрифугалне силе, долази до појаве повођења предњих и задњих точкова (δ_1 и δ_2)

Са слике 10. очигледно је:

$$\frac{\overline{AD}}{DP} = (tg\theta - \delta_1), \frac{\overline{BD}}{DP} = tg\delta_2 \quad (4)$$

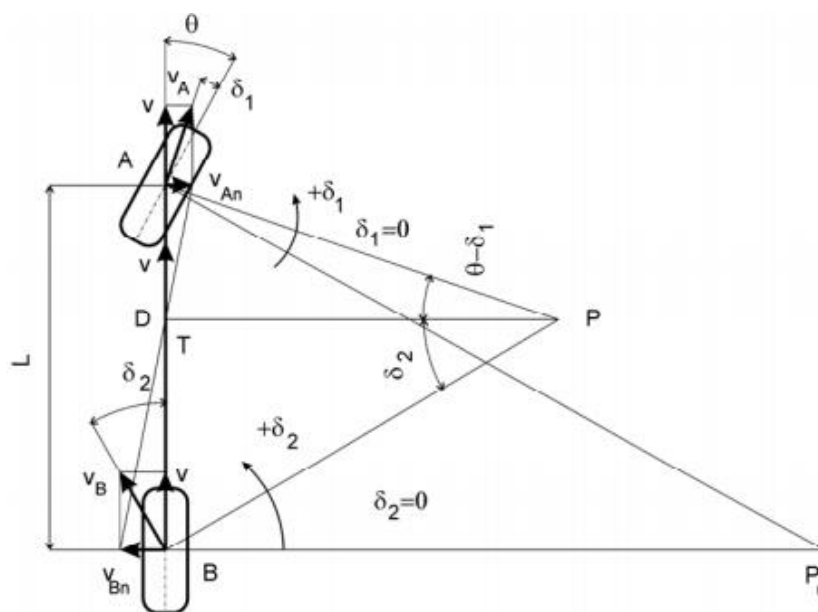
$$L = R[tg(\theta - \delta_1) + tg\delta_2] \quad (5)$$

одакле је стварни полупречник заокретања возила:

$$R = \frac{L}{tg(\theta - \delta_1) + tg\delta_2} \quad (6)$$

За мале углове повођења пнеуматика предњих и задњих точкова, може се написати:

$$R = \frac{L}{\theta - \delta_1 + \delta_2} \quad (7)$$



Слика 10. Заокретање моторног возила са бочно еластичним точковима [1]

Приближни израз за полупречник заокретања двоосовинског возила, изражен преко средњег угла заокретања је:

$$R = \frac{L}{\theta} \quad (8)$$

Анализа наведеног израза показује, да се у зависности од односа углова δ_1 и δ_2 разликују три карактеристична случаја управљивости возила и то:

$$\delta_1 > \delta_2 \text{ недовољно управљиво } R > R_o$$

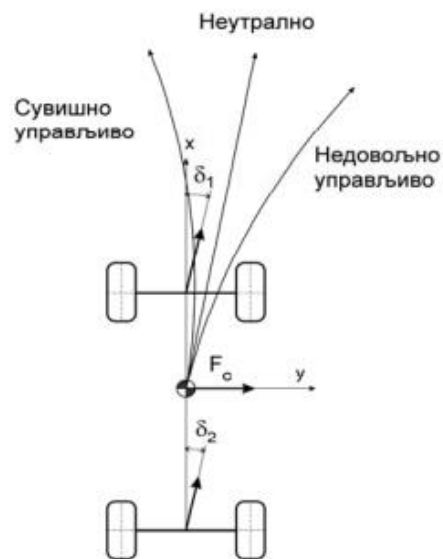
$$\delta_1 = \delta_2 \text{ неутрално управљиво } R_o = R$$

$$\delta_1 < \delta_2 \text{ сувише управљиво } R < R_o$$

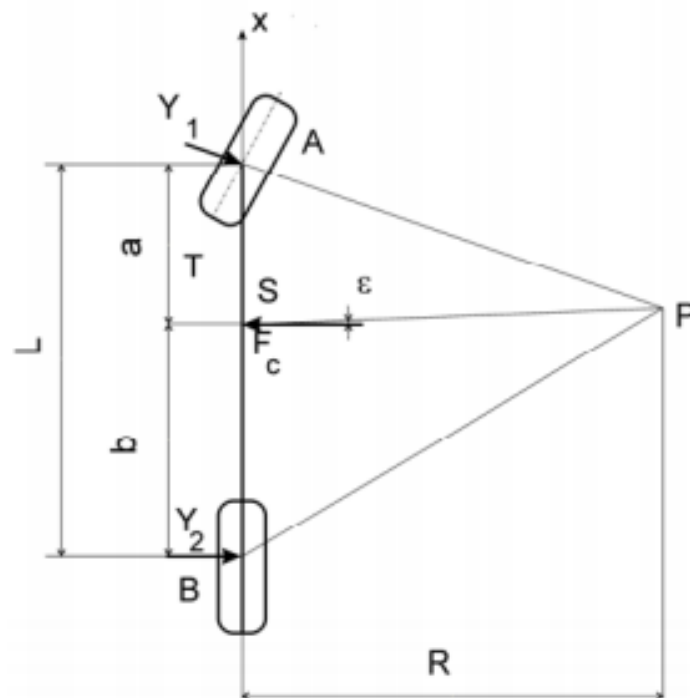
Сувишна управљивост моторног возила је непожељна појава. На слици 11. је дата илустрација неутралне, сувишне и недовољне управљивости. Да би се ближе дефинисао утицај карактеристика пнеуматика на управљивост моторних возила, посматра се случај кретања возила по кружној путањи, према слици 12.

Очигледне су релације:

$$Y_1 = \frac{Sb}{l}, Y_2 = \frac{Sa}{l} \quad (9)$$



Слика 11. Илустрација за неутралну, сувишну и недовољну управљивост моторног возила [1]



Слика 12. Шема сила [1]

За мале углове и стационарно кретање моторног возила по кружној путањи важи релација:

$$S = F_c \cos \epsilon \approx F_c = \frac{mv^2}{R} \quad (10)$$

На основу претходних израза бочне реакције су:

$$Y_1 = \frac{mbv^2}{R}, Y_2 = \frac{mav^2}{R} \quad (11)$$

Између активних бочних - центрифугалних сила и углова повођења постоје релације:

$$Y_1 = k_{y1} \delta_1 \quad (12)$$

$$Y_2 = k_{y2} \delta_2 \quad (13)$$

где су:

- k_{y1} и k_{y2} – коефицијенти повођења предњих и задњих пнеумтаика
- δ_1 и δ_2 – углови повођења предњих и задњих точкова

На основу претходно наведених израза може се написати коначан израз за стварни полупречник заокретања:

$$R = \frac{L}{\theta - \frac{1}{k_{y1}L} \frac{amv^2}{R} + \frac{1}{k_{y2}L} \frac{bmv^2}{R}} \quad (14)$$

Израз се може написати у облику:

$$\theta = \frac{L}{R} + G \frac{v^2}{gLR} \left(\frac{a}{k_{y1}} - \frac{b}{k_{y2}} \right) \quad (15)$$

Ако је:

$$a_y = \frac{v^2}{gR} \quad (16)$$

бочно убрзање, изражено у односу на убрзање земљине теже g , градијент подуправљивости возила може се написати у облику:

$$K = \frac{G}{L} \left(\frac{a}{k_{y1}} - \frac{b}{k_{y2}} \right) \quad (17)$$

Коначан облик израза за средњи угао заокретања предњих управљачких точкова у зависности од градијента подуправљивости је:

$$\theta = \frac{L}{R} + K a_y \quad (18)$$

К-градијент подуправљивости

Градијент подуправљивости показује колико возач мора јаче или слабије да закрене точак управљача у односу на случај неутралне управљивости, у зависности од бочног убрзања.

У зависности од величине градијента управљивости постоје три карактеристична случаја: [1].

- неутрална управљивост $K=0$;
- недовољна управљивост $K>0$ и
- сувишна управљивост $K<0$.

У пракси се користи већи број параметара за оцену управљивости моторних возила, на пример: критична брзина, карактеристична брзина, појачања бочног убрзања или градијенти управљивости.

У наставку биће анализирани параметри који су нашли најширу примену и то како код путничких, тако и код теретних возила и аутобуса.

2.3.1. Карактеристична брзина

Карактеристична брзина везује се за недовољну управљивост возила, јер представља брзину при којој се практично анулира угао заокретања возила. Може се израчунати ако је угао заокретања једнак нули, $\theta=0$:

$$v_{kar} = \sqrt{\frac{gL}{K}} \quad (19)$$

Возило је подуправљиво до карактеристичне брзине, где је :

$$\theta = 2 \theta_{(a_y=0)} \quad (20)$$

Са повећањем међуосовинског растојања l , повећава се карактеристична брзина.

2.3.2. Критична брзина

Критична брзина возила је брзина којом ће возило изгубити бочну контролу на коловозу. У случају сувишне управљивости ($K<0$), уводи се појам критичне брзине при заокретању, који се израчунава на основу израза:

$$v_{kr} = \sqrt{-\frac{gL}{K}} \quad (21)$$

$$V \geq V_{KRIT} \quad (22)$$

Надуправљиво возило је по природи нестабилно изнад критичне брзине и тада важи:

$$\theta = 0, a_y \neq 0 \quad (23)$$

2.3.3. Појачање бочног убрзања

У литератури се као параметар за оцену управљивости користи и појам појачање бочног убрзања, који се дефинише као:

$$\frac{a_y}{\theta} = \frac{\frac{v^2}{Lg}}{1 + K \frac{v^2}{Lg}} \quad (24)$$

У случају неутралне управљивости је $K=0$, појачање убрзања је

$$\frac{a_y}{\theta} = \frac{v^2}{Lg} \quad (25)$$

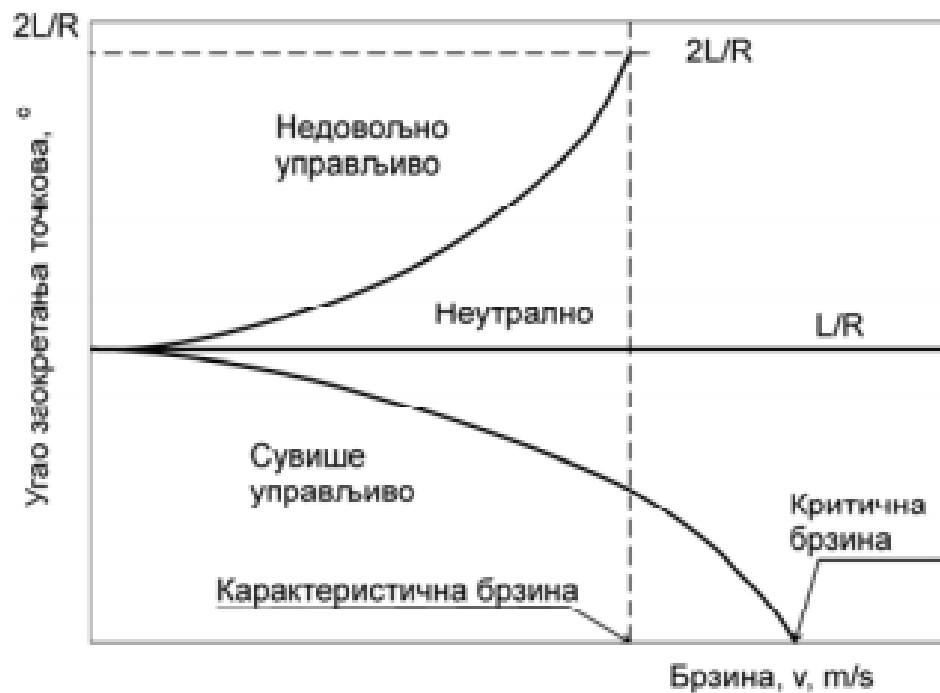
Појачање бочног убрзања је увек мање у односу на исти параметар код недовољне управљивости возила, док код сувишне управљивости има веће вредности, слика 13.

2.3.4. Појачање вијугања

Дефинише се као однос угаоне брзине вијугања возила и угла заокретања, тј.:

$$\frac{\omega_z}{\theta} = \frac{\frac{v}{R}}{\theta} = \frac{\frac{v}{L}}{1 + K \frac{v^2}{Lg}} \quad (26)$$

У случају неутралне управљивости, ова величина је пропорционална брзини, слика 14. Код сувише управљивог возила она опада са порастом брзине, а при критичној брзини постаје занемарљиво мала. У случају недовољне управљивости она расте до карактеристичне брзине, а затим опада.



Слика 13. Промена угла заокретања точка [1]



Слика 14. Појачање вијугања [1]

2.3.5. Угао вијугања

Дефинише се на основу слике 15.

$$\psi = \frac{b}{R} - \delta_2 \quad (27)$$

Угао вијугања је коначно:

$$\psi = \frac{b}{R} \left(1 - G \frac{v^2}{gk_{y2}L} \right) \quad (28)$$

Значајан параметар за оцену управљивости је брзина при којој је угао вијугања једнак нули, тј.:

$$V_{\varphi=0} = \sqrt{\frac{gk_{y2}L}{G}} \quad (29)$$

Ова величина такође не зависи од R.

2.3.6. Тачка неутралне управљивости (TNU)

Тачка неутралне управљивости (често се назива метацентар управљивости, TNU) представља тачку на каросерији у којој деловање бочне силе не доводи до вијугања возила, слика 16.

Метацентар управљивости се дефинише изразом:

$$TNU = \frac{d}{L} \quad (30)$$

Величина d је одређена изразом:

$$d = L \frac{k_{y1}}{k_{y1} + k_{y2}} \quad (31)$$

Положај тачке неутралне управљивости је одређен изразом:

$$TNU = \frac{k_{y1}}{k_{y1} + k_{y2}} \quad (32)$$

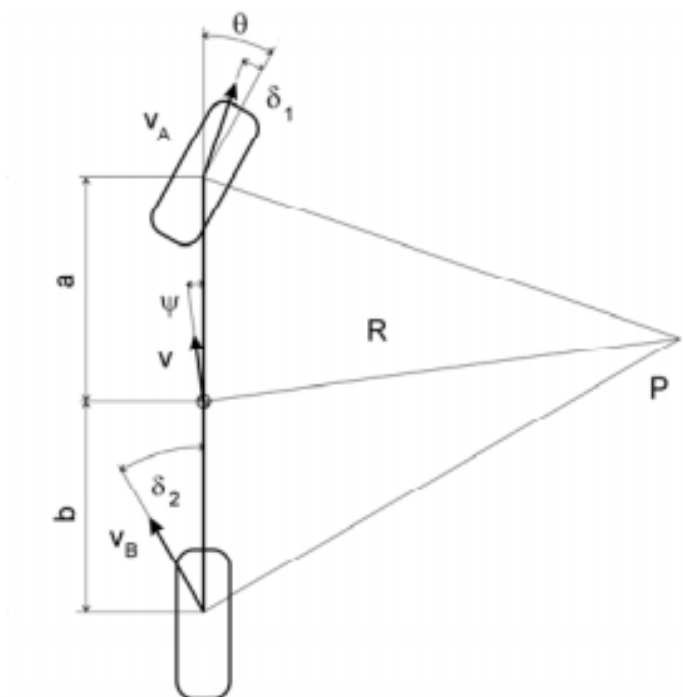
Тачка неутралне заокретљивости је у вези са резервом управљивости (static margin).

Резерва управљивости (RU) је одређена изразом и приказана на слици 17.:

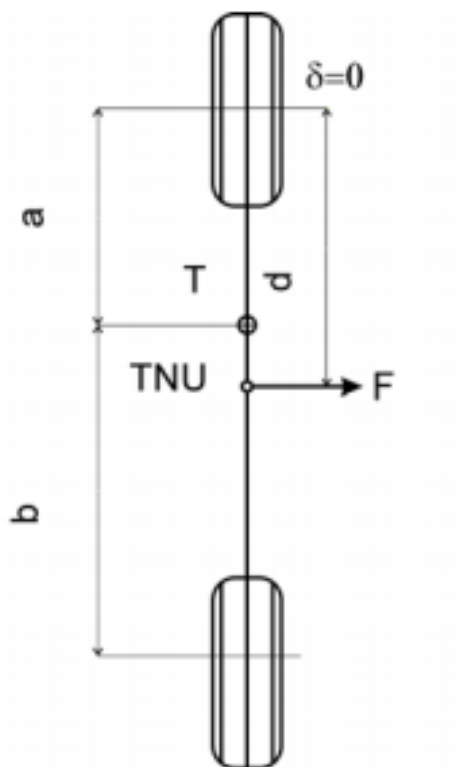
$$R = \frac{d-a}{L} = TNU - \frac{a}{L} \quad (33)$$

Резерва управљивости се дефинише као удаљеност између тачке неутралне управљивости и тежишта возила. Ако се резерва управљивости налази иза тежишта, возило је недовољно управљиво. У случају да је у тежишту, возило је неутрално, а ако се налази испред тежишта, возило је сувише управљиво. Понашање возила на путу се оцењује разним параметрима. Да би се оно побољшало, код савремених путничких возила више класе, уводи се систем аутоматске контроле стабилности, ASC (Automatic

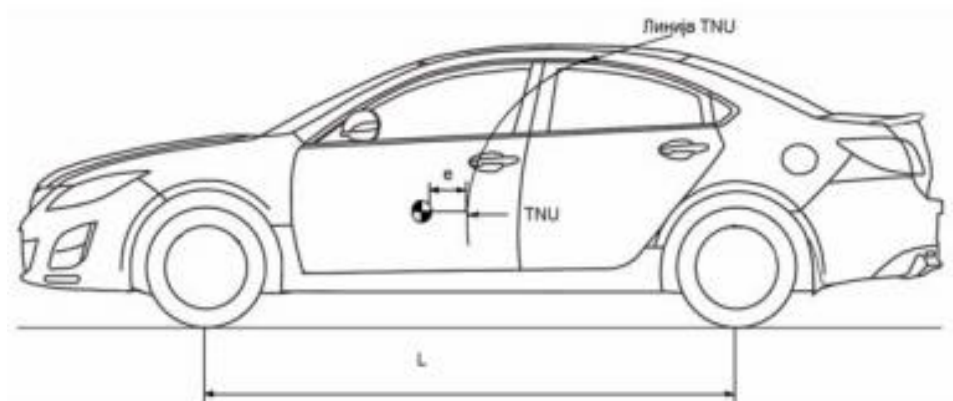
Stability Control), који помаже возачу у ситуацијама као што су на пример избегавање изненадних препрека при великим брзинама. Принцип рада ASC система се састоји у томе да се подаци о углу заокретања управљачког точка, оствареном убрзању, брзини вијугања и бочном убрзању упореде са стандардизованим величинама. Уколико су оне прекорачене, ASC тако реагује да се кочи одговарајући точак и тиме спречава непожељна ротација возила. Бољи резултати се постижу када се систем ASC комбинује са електронским коректором кочења EBD (Electronic Brake Pressure Distribution) или са уређајем за електронско блокирање диференцијала EDL (Electronic Differential Lock). [1]



Слика 15. Дефиниција угла вијугања возила [1]



Слика 16. Тачка неутралне управљивости (TNU) [1]



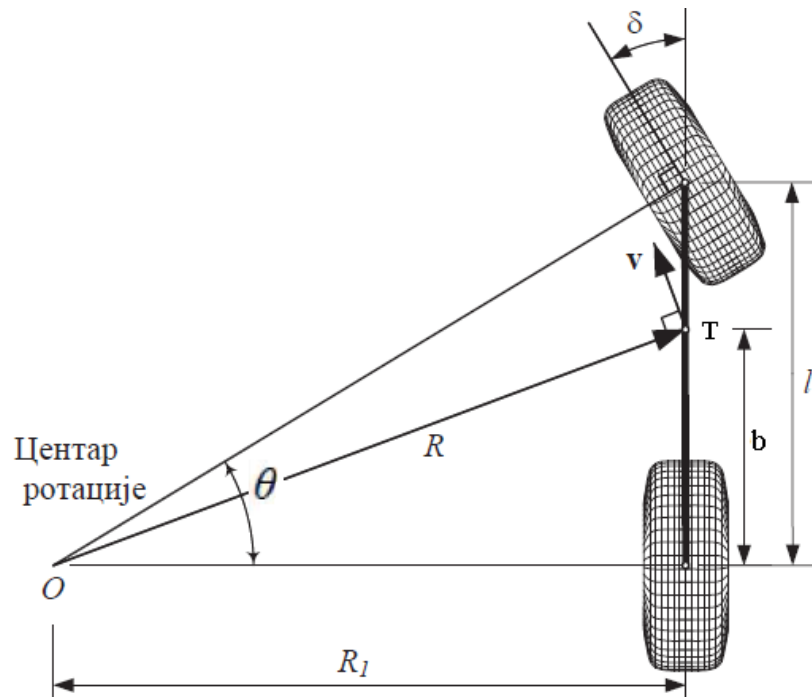
Слика 17. Илустрација резерве управљивости [1]

Да би се одредио стварни радијус заокретања возила R , користи се еквивалентни ”модел бицикла”, слика 18. Радијус заокретања R је управан на вектор брзине возила V у центру масе T . Користећи геометрију приказану на моделу бицикла, имамо: [3]

$$R^2 = a_2^2 + R_1^2 \quad (34)$$

$$\cot \delta = \frac{R_1}{l} = \frac{1}{2} (\cot \delta_i + \cot \delta_o) \quad (35)$$

$$R = \sqrt{a_2^2 + l^2 \cot^2 \delta} \quad (36)$$

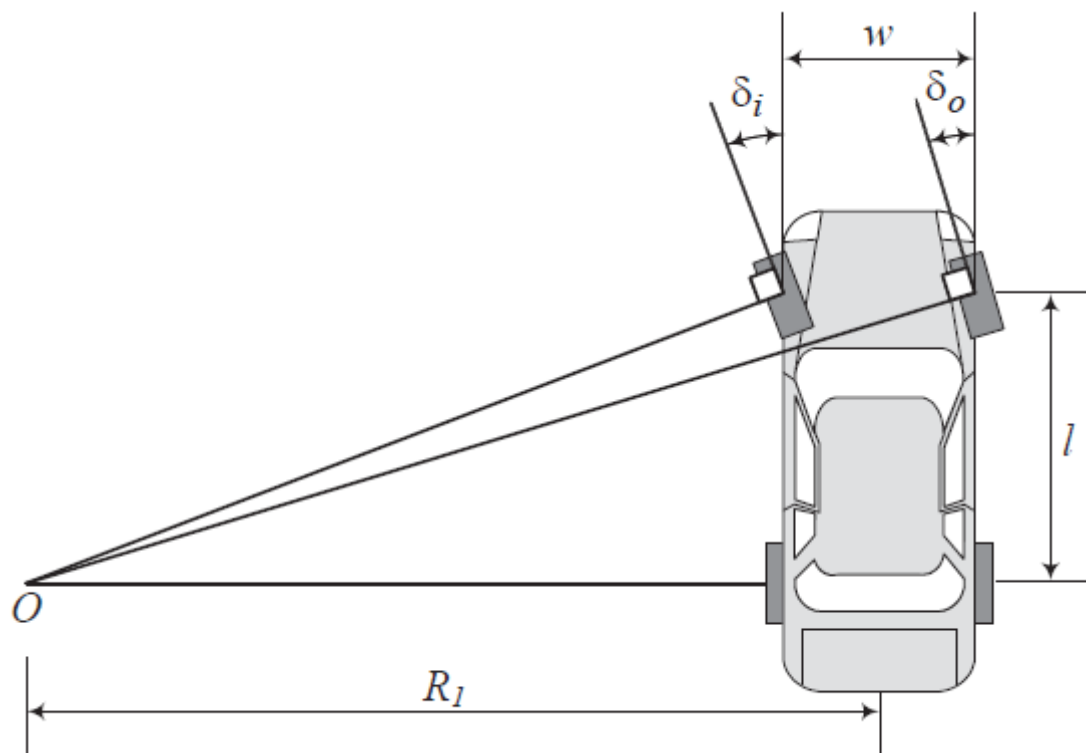


Слика 18. Еквивалентни модел бицикла за возило са управљачем на предње точкове [3]

Акерманов услов је потребан и када је брзина возила такође мала, а углови клизања су нула. Нема бочне и центрифугалне силе приморава да уравнотеже једна другу. Ово стање управљања се такође назива кинематичко стање управљања, јер је статичко стање на нултој брзини.

Уређај који пружа управљање у складу са Акермановим условима се назива Акерманово управљање, Акерманов механизам или Акерманова геометрија.

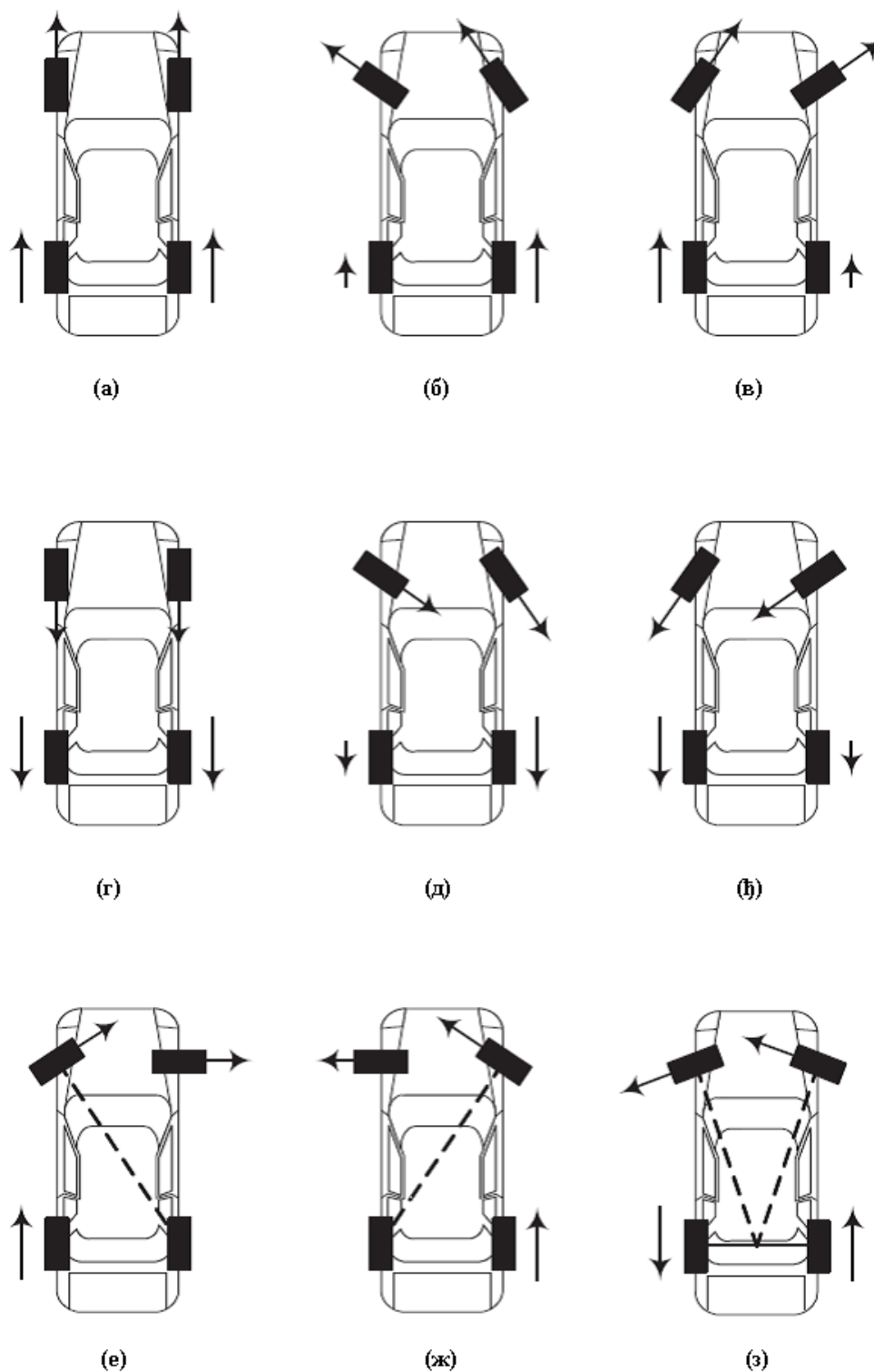
Не постоји управљачки механизам који би могао да обезбеди савршено Акерман стање. Међутим, можемо да обликујемо везе са више трака да раде у близини стања, слика 19. [3]



Слика 19. Возило са управљачем на предње точкове у Акерман стању [3]

За нека возила специјалне намене, као што су возила за кретање по месецу (*Lunar Roving Vehicle*) и аутономни покретни роботи, сваки погонски точак можемо прикључити на независно управљиви мотор да би применили било коју жељену угаону брзину. Управљачки точкови таквих возила могу да скрену више од 90 степени улево и удесно. Такво возило је веома управљиво при малој брзини.

На слици 20. приказане су предности овако управљивог возила и његова могућа скретања. Сlike 20. (а) - (в) приказују маневрисање предњих точкова. Стрелице поред задњих точкова приказују величину угаоне брзине точкова, а стрелице на предњим точковима приказују правац њиховог кретања. Маневрисање у кретању уназад приказано је на сликама 20. (г) - (ђ). Овакво возило могуће је окренути око било које тачке на задњој осовини укључујући и унутрашње тачке. На слици 20 (е) возило се окреће око центра задњег десног точка, а на слици 20. (ж) око центра задњег левог точка. Слика 20. (з) приказује ротацију око средишње тачке задње осовине.



Слика 20. Високо управљиво возило [3]

Надуправљивост (енгл. *oversteer*) је случај кад је деформацијско бочно скретање задњих точкова веће него предњих. Угао закретања возила постаје мањи од угла кривине и аутомобил настоји ићи према унутрашњем делу кривине. Аутомобил се задржава у путањи исправљањем точка управљача. Овај случај није повољан за динамичку

стабилност, јер се смањењем угла закретања возила пропорционално повећавају центрифугална сила и бочне силе на точковима, и може доћи до стварања "пируете".

За модел возила са једним трагом, извршена је анализа утицајних конструктивних параметра на управљивост возила, са следећим подацима за анализу управљивости: Крутост точка предње осовине 57296 N/rad, крутост точка задње осовине 52712 N/rad, растојање од предње осовине до тежишта 910mm, растојање од задње осовине до тежишта 164mm, маса возила 917 kg, брзина возила 60km/h, радијус 100m.

- $K_1 = 57296 \frac{N}{rad}$
- $K_2 = 52712 \frac{N}{rad}$
- $a = 910mm = 0,91m$
- $b = 164mm = 0,164m$
- $m = 917kg$
- $V = 60 \frac{km}{h}$
- $R = 100m$

$$l = a + b \quad (37)$$

$$l = 0,91m + 0,164m = 1,074m$$

$$K_1 = \frac{1}{C_1} \rightarrow C_1 = \frac{1}{K_1} = \frac{1}{57296} = 1,745 \cdot 10^{-5} \frac{rad}{N}$$

$$K_2 = \frac{1}{C_2} \rightarrow C_2 = \frac{1}{K_2} = \frac{1}{52712} = 1,897 \cdot 10^{-5} \frac{rad}{N}$$

$$G = m \cdot g = 917kg \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} = 8995,77 \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

$$G = 8995,77 N$$

$$\begin{aligned} \delta_1 &= C_1 \cdot Y_1 = C_1 \cdot F_c \cdot \frac{b}{l} = C_1 \cdot m \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{b}{l} \\ &= 1,745 \cdot 10^{-5} \frac{rad}{N} \cdot 917kg \cdot \frac{277,789 \frac{m^2}{s^2}}{100m} \cdot \frac{0,164m}{1,074m} = 0,00679rad = 0,39^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_2 &= C_2 \cdot Y_2 = C_2 \cdot F_c \cdot \frac{a}{l} = C_2 \cdot m \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \frac{a}{l} \\ &= 1,897 \cdot 10^{-5} \frac{rad}{N} \cdot 917kg \cdot \frac{277,789 \frac{m^2}{s^2}}{100m} \cdot \frac{0,91m}{1,074m} = 0,04094rad = 2,34^\circ \end{aligned}$$

Бочна сила која делује на возило се може израчунати формулом:

$$F_c = \frac{mV^2}{R} \quad (38)$$

У зависности од промене полупречника кривине и промене брзине кретања возила, бочна сила се мења. Што је приказано у табели 1. Приликом кретања возила кривином радијуса 100 m и брзином $60 \frac{km}{h}$, бочна сила има вредност $F_c = 2547.22[N]$.

Утицај промене брзине и промене пречника на управљивост возила

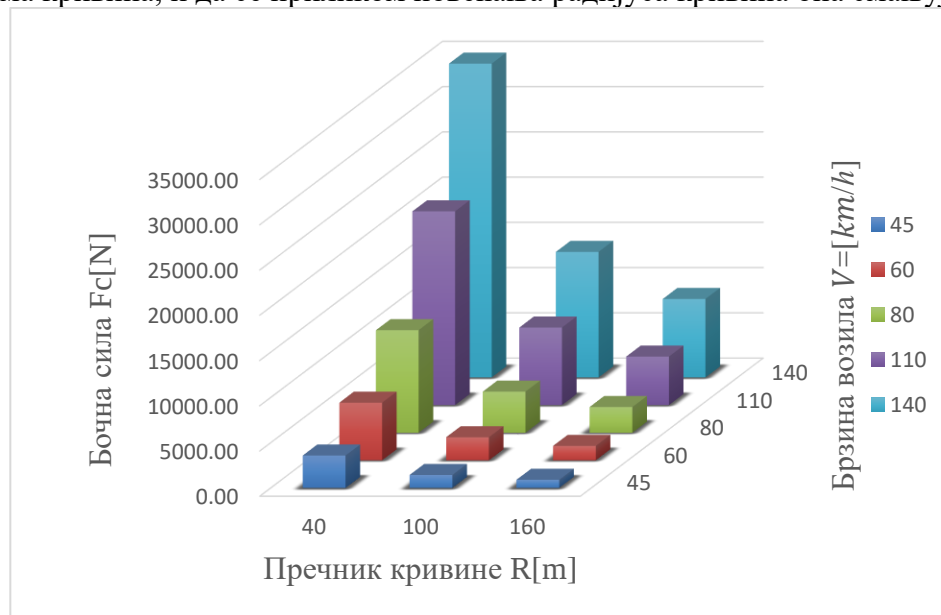
Из табеле 1 се може закључити да бочна сила расте са порастом квадрата брзине кретања возила, а да се при истој брзини кретања приликом повећања полупречника скретања бочна сила смањује. На основу тога се може закључити да брзина има веома битан утицај на повећање бочне силе. Ако би се посматрала промена бочне силе при брзини од $60 \frac{km}{h}$, може се закључити да је бочна сила највећа при кретању возила по малом радијусу, а да је бочна сила најмања при кретању возила у кривини са највећим радијусом. Са повећањем радијуса, бочна сила се смањује, и то важи за сваку брзину којом се возило креће у том тренутку.

Табела 1. Вредности бочне силе F_c , N у зависности од радијуса и брзине кретања возила

F_c , N		V , km/h				
		45	60	80	110	140
R , m	40	3582.03	6368.06	11320.99	21403.74	34670.52
	100	1432.81	2547.22	4528.40	8561.50	13868.21
	160	895.51	1592.01	2830.25	5350.94	8667.63

На основу табеле 1. резултати за бочну силу се могу приказати и дијаграмски, слика 21.

Такође, са дијаграма, слика 21 се може видети да је бочна сила највећа при малим радијусима кривина, и да се приликом повећања радијуса кривина она смањује.



Слика 21. Приказ промене бочне силе у зависности од радијуса и брзине

Када се израчуна бочна сила која делује на возило приликом кретања возила у кривини, тада је потребно израчунати бочне реакције тла на предњој и задњој осовини. Једначина за рачунање предње бочне реакције тла је:

$$Y_1 = \frac{mV^2}{R} \cdot \frac{b}{l} \quad (39)$$

Ако се једначина (38) замени у (39), добија се:

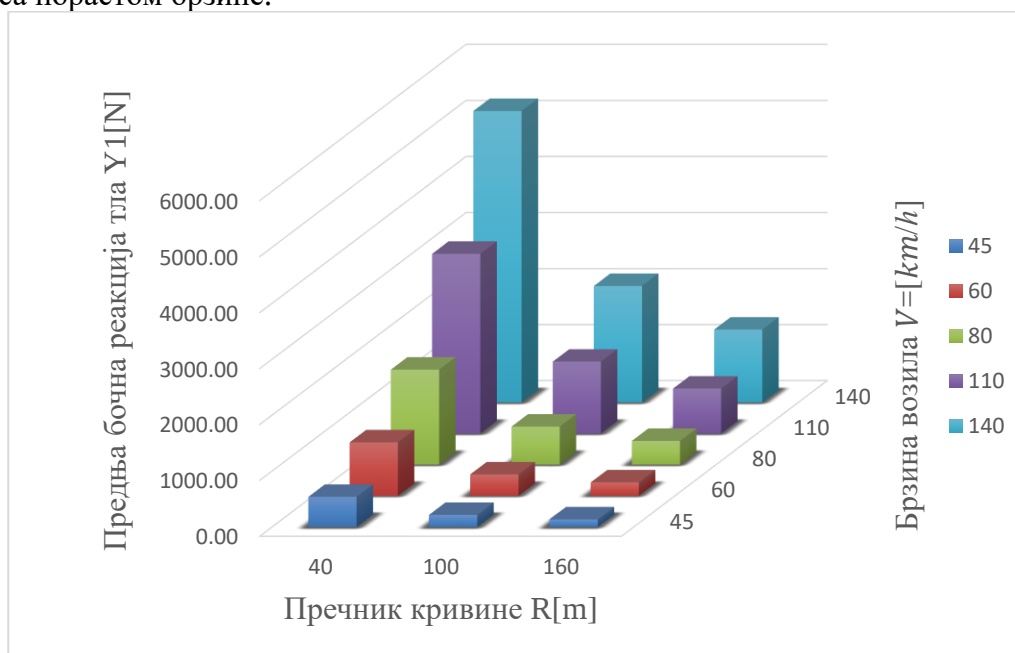
$$Y_1 = F_c \cdot \frac{b}{l} = F_c \cdot \frac{164}{1074} = F_c \cdot 0,15$$

У табели 2. је приказана промена предње бочне реакције тла у зависности од бочне силе F_c са вредностима добијеним у табели 1.

Табела 2. Вредности предње бочне реакције тла Y_1, N у зависности од бочне силе која делује на возило

Y_1, N		$V, \text{km/h}$				
		45	60	80	110	140
R, m	40	537.30	955.21	1698.15	3210.56	5200.58
	100	214.92	382.08	679.26	1284.22	2080.23
	160	134.33	238.80	424.54	802.64	1300.14

На основу табеле 2, резултати се могу дијаграмски приказати, слика 22. Са дијаграма на слици 22 и из табеле 2 у којима је приказана промена предње бочне реакције тла у зависности од бочне силе која делује на возило приликом кретања возила у кривини, може се закључити да сила бочне реакције тла опада са порастом радијуса кривине, а расте са порастом брзине.



Слика 22. Приказ промене предње бочне реакције тла у зависности од радијуса и брзине

Једначина за рачунање задње бочне реакције тла је:

$$Y_2 = \frac{mV^2}{R} \cdot \frac{a}{l} \quad (40)$$

Ако се једначина (38) замени у (40) добија се:

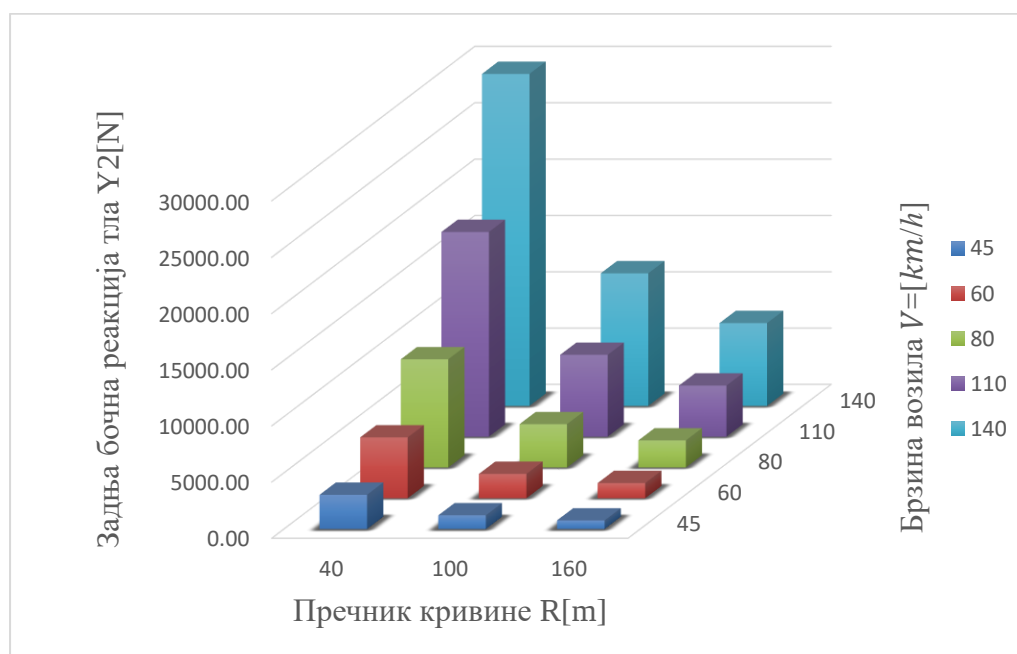
$$Y_2 = F_c \cdot \frac{a}{l} = F_c \cdot \frac{910}{1074} = F_c \cdot 0,85.$$

У табели број 3 је приказана промена задње бочне реакције тла у зависности од бочне силе F_c са вредностима добијеним у табели 1.

Табела 3. Вредности задње бочне реакције тла Y_2 , N у зависности од бочне силе која делује на возило

Y_2 , N		V , km/h				
		45	60	80	110	140
R , m	40	3044.73	5412.85	9622.84	18193.18	29469.95
	100	1217.89	2165.14	3849.14	7277.27	11787.98
	160	761.18	1353.21	2405.71	4548.30	7367.49

На основу табеле број 3, резултати се могу дијаграмски приказати, слика 23. Са дијаграма, слика 23. и из табеле 3 на коме је приказана промена задње бочне реакције тла у зависности од бочне силе која делује на возило приликом кретања возила у кривини, може се закључити да сила бочне реакције тла опада са порастом радијуса кривине, а расте са порастом брзине.



Слика 23. Приказ промене задње бочне реакције тла у зависности од радијуса и брзине

Када имамо добијене вредности за бочну силу и за бочне реакције тла, можемо израчунати углове на основу којих се може закључити да ли је возило недовољно управљиво, неутрално управљиво или сувише управљиво. Један од начина за

одређивање вида управљивости је анализа углова повођења предњих и задњих точкова. Углови повођења предњих и задњих точкова се могу израчунати на основу следећих једначина:

$$\delta_1 = \frac{Y_1}{K_1} \quad (41)$$

$$\delta_2 = \frac{Y_2}{K_2} \quad (42)$$

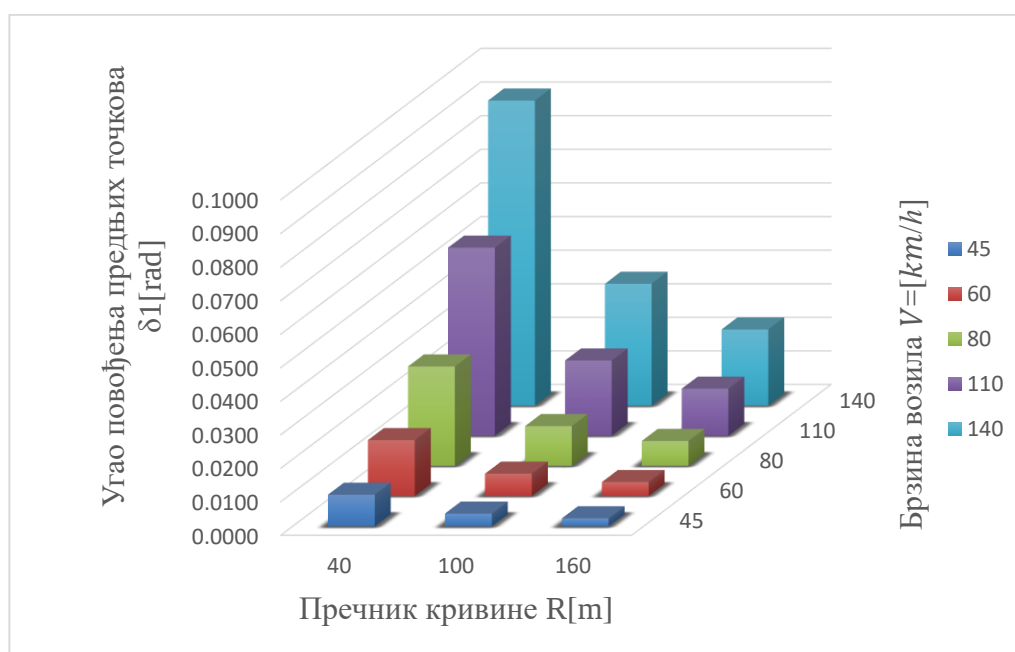
У табели број 4. је приказана промена угла повођења предњих точкова у зависности од брзине кретања и радијуса кривине.

Табела 4. Вредности угла повођења предњих точкова у зависности од брзине кретања и радијуса кривине δ_1, rad

δ_1, rad		$V, \text{km/h}$				
		45	60	80	110	140
R, m	40	0.0094	0.0167	0.0296	0.0560	0.0908
	100	0.0038	0.0067	0.0119	0.0224	0.0363
	160	0.0023	0.0042	0.0074	0.0140	0.0227

Из табеле број 4. се може закључити да угао повођења предњих точкова расте са повећањем брзине, а самим тим и са повећањем бочне силе која делује на возило, а смањује се повећањем радијуса кривине.

На слици број 24. резултати су приказани дијаграмски, на основу табеле 4.



Слика 24. Приказ промене угла повођења предњих точкова у зависности од радијуса и брзине

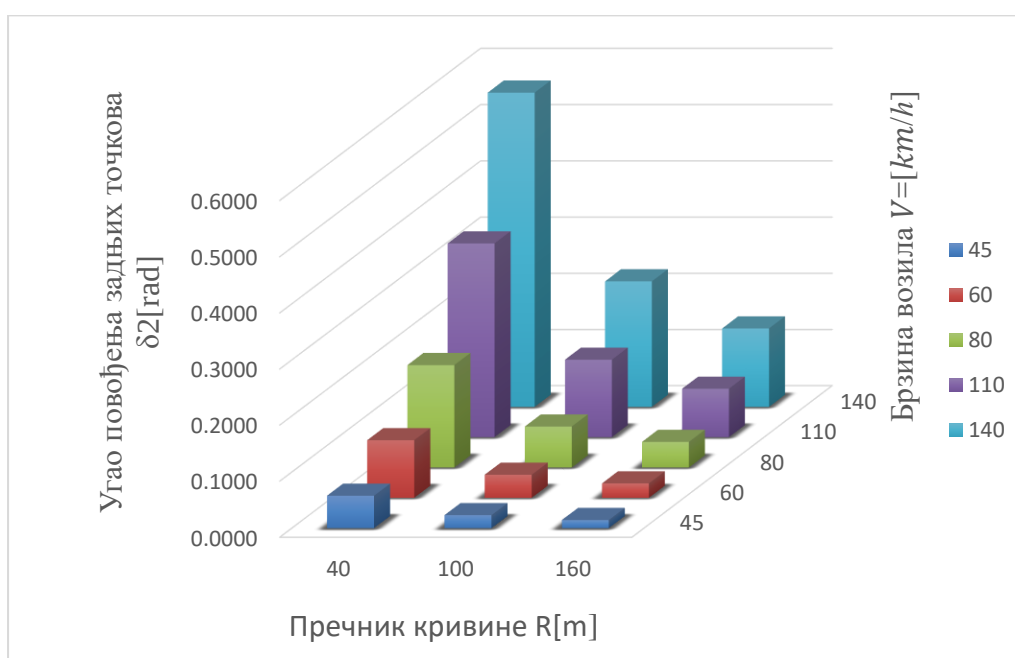
У табели број 5. је приказана промена угла повођења задњих точкова у зависности од брзине кретања и радијуса кривине.

Табела 5. Вредности угла повођења задњих точкова у зависности од брзине кретања и радијуса кривине δ_2, rad

δ_2, rad		$V, km/h$				
		45	60	80	110	140
R, m	40	0.0578	0.1027	0.1826	0.3451	0.5591
	100	0.0231	0.0411	0.0730	0.1381	0.2236
	160	0.0144	0.0257	0.0456	0.0863	0.1398

Из табеле број 5. се може закључити да угао повођења задњих точкова расте са повећањем брзине, а самим тим и са повећањем бочне силе која делује на возило, а смањује се повећањем радијуса кривине.

На слици број 25. резултати су приказани дијаграмски, на основу табеле 5.



Слика 25. Приказ промене угла повођења задњих точкова у зависности од радијуса и брзине

На основу претходно добијених резултата, може се закључити да је $\delta_1 < \delta_2$ и тада је возило сувише управљиво.

Утицај коефицијента крутости на управљивост возила

За пример утицаја коефицијента крутости за предњи точак, узима се за пример већа и мања вредност од дате. За овај пример узете су вредности $K_{11} = 55700 \frac{N}{rad}$ и $K_{12} = 59200 \frac{N}{rad}$. На основу предходно израчунатих вредности, углови повођења предњих и задњих точкова су:

$$\delta_{11} = \frac{Y_1}{K_{11}} = \frac{382.08N}{55700 \frac{N}{rad}} = 0.0068 rad$$

$$\delta_{12} = \frac{Y_1}{K_{12}} = \frac{382.08N}{59200 \frac{N}{rad}} = 0,0064 rad$$

За пример утицаја коефицијента крутости за задњи точак, узима се за пример већа и мања вредност од дате. За овај пример узете су вредности $K_{21} = 53320 \frac{N}{rad}$ и $K_{22} = 50250 \frac{N}{rad}$. На основу претходно израчунатих вредности, углови повођења предњих и задњих точкова су:

$$\delta_{21} = \frac{Y_2}{K_{21}} = \frac{2165.14N}{53320 \frac{N}{rad}} = 0,0406 rad$$

$$\delta_{22} = \frac{Y_2}{K_{22}} = \frac{2165.14N}{50250 \frac{N}{rad}} = 0,0431 rad$$

Варирањем оба параметра крутости, добијају се исти резултати, односно, угао повођења предњих точкова је мањи од угла повођења задњих точкова ($\delta_1 < \delta_2$) и закључујемо да је возило сувише управљиво – надуправљиво.

На основу добијених вредности углова повођења точкова, може се рећи да се са повећањем крутости, управљивост возила смањује, док се са смањењем крутости, управљивост возила повећава.

Утицај масе возила на управљивост возила

За пример утицаја масе на управљивост возила, узима се већа и мања маса од дате. Ако се за пример узима мања маса $m_1=750kg$:

$$F_{c1} = \frac{m_1 V^2}{R} = \frac{750 \cdot 16,66^2}{100} = 2083,33[N]$$

$$Y_{11} = F_{c1} \cdot \frac{b}{l} = F_{c1} \cdot \frac{164}{1074} = 2083,33 \cdot 0,15 = 312,50[N]$$

$$Y_{21} = F_{c1} \cdot \frac{a}{l} = F_{c1} \cdot \frac{910}{1074} = 2083,33 \cdot 0,85 = 1770,83[N]$$

$$\delta_{11} = \frac{Y_{11}}{K_1} = \frac{312,5}{57296} = 0,0055[rad]$$

$$\delta_{21} = \frac{Y_{21}}{K_2} = \frac{1770,83}{52712} = 0,0336[rad]$$

Из добијених резултата може се закључити да се са смањењем масе возила повећава његова управљивост.

Ако се за пример узима већа маса $m_2=1000kg$:

$$F_{c2} = \frac{m_2 V^2}{R} = \frac{1000 \cdot 16,66^2}{100} = 2777,78[N]$$

$$Y_{12} = F_{c2} \cdot \frac{b}{l} = F_{c2} \cdot \frac{164}{1074} = 2777,78 \cdot 0,15 = 416,67[N]$$

$$Y_{22} = F_{c2} \cdot \frac{a}{l} = F_{c2} \cdot \frac{910}{1074} = 2777,78 \cdot 0,85 = 2361,11[N]$$

$$\delta_{12} = \frac{Y_{12}}{K_1} = \frac{175,78}{57296} = 0,0073[rad]$$

$$\delta_{22} = \frac{Y_{22}}{K_2} = \frac{996,09}{52712} = 0,0448[rad]$$

Из добијених резултата можемо закључити да се са повећањем масе возила смањује његова управљивост.

Утицај положаја тежишта на управљивост возила и тачка неутралне управљивости

Тачка неутралне управљивости за дате податке је:

$$TNU = \frac{k_{y1}}{k_{y1} + k_{y2}} = \frac{57296}{57296 + 52712} = 0,5m$$

при чему су k_{y1} и k_{y2} коефицијенти повођења предњих и задњих пнеуматика. Тачка неутралне управљивости се у општем случају налази ближе предњој осовини, и тада је возило сувише управљиво. Ако би се тачка неутралне управљивости налазила ближе предњој осовини, када нам је познат коефицијент повођења предњих точкова, и када узмемо за пример мању вредност $TNU=0,1m$ из тога следи:

$$TNU = \frac{k_{y1}}{k_{y1} + k_{y2}} = \frac{57296}{57296 + k_{y2}}$$

$$0,1 = \frac{57296}{57296 + k_{y2}} \Rightarrow k_{y2} = 515664 \frac{N}{rad}$$

У овом случају, углови повођења предњих и задњих точкова су:

$$\delta_1 = \frac{Y_1}{K_1} = \frac{382,08}{57296} = 0,0067[rad]$$

$$\delta_2 = \frac{Y_2}{K_2} = \frac{2166}{229184} = 0,0042[rad]$$

Када се тачка неутралне управљивости налази ближе предњој осовини, при познатом коефицијенту повођења предњих точкова, возило ће бити подуправљиво тј. недовољно управљиво. Ако у овом случају имамо непознат коефицијент повођења предњих точкова, тада ће бити:

$$TNU = \frac{k_{y1}}{k_{y1} + k_{y2}} = \frac{k_{y1}}{k_{y1} + 52712}$$

$$0,1 = \frac{k_{y1}}{k_{y1} + 52712} \Rightarrow k_{y1} = 5856,89 \frac{N}{rad}$$

У овом случају, углови повођења предњих и задњих точкова су:

$$\delta_1 = \frac{Y_1}{K_1} = \frac{382,08}{5856,89} = 0,065[rad]$$

$$\delta_2 = \frac{Y_2}{K_2} = \frac{2166}{52712} = 0,041[rad]$$

Ако се тачка неутралне управљивости налази ближе предњој осовини, када је познат коефицијент повођења задњих точкова, тада је возило недовољно управљиво.

Ако би се тачка неутралне управљивости налазила ближе задњој осовини, и када узмемо за пример већу вредност $TNU=0,9m$, при познатом коефицијенту повођења предњих точкова, из тога следи:

$$TNU = \frac{k_{y1}}{k_{y1} + k_{y2}} = \frac{57296}{57296 + k_{y2}}$$

$$0,9 = \frac{57296}{57296 + k_{y2}} \Rightarrow k_{y2} = 6366,22 \frac{N}{rad}$$

У овом случају, углови повођења предњих и задњих точкова су:

$$\delta_1 = \frac{Y_1}{K_1} = \frac{382,08}{57296} = 0,0067[rad]$$

$$\delta_2 = \frac{Y_2}{K_2} = \frac{2166}{6366,22} = 0,34[rad]$$

Ако се тачка неутралне управљивости налази ближе задњој осовини, када је познат коефицијент повођења предњих точкова, тада је возило сувише управљиво.

Ако би се тачка неутралне управљивости налазила ближе задњој осовини, када је

$TNU=0,9m$, при познатом коефицијенту повођења задњих точкова, из тога следи:

$$TNU = \frac{k_{y1}}{k_{y1} + k_{y2}} = \frac{k_{y1}}{k_{y1} + 52712}$$

$$0,9 = \frac{k_{y1}}{k_{y1} + 52712} \Rightarrow k_{y1} = 474408 \frac{N}{rad}$$

У овом случају, углови повођења предњих и задњих точкова су:

$$\delta_1 = \frac{Y_1}{K_1} = \frac{382,08}{474408} = 8,054[\text{rad}]$$

$$\delta_2 = \frac{Y_2}{K_2} = \frac{2166}{52712} = 0,041[\text{rad}]$$

Ако се тачка неутралне управљивости налази ближе задњој осовини, када је познат коефицијент повођења задњих точкова, тада је возило недовољно управљиво.

Утицај промене угла вијугања на управљивост возила

$$\phi = \frac{b}{R} - \delta_2 = \frac{0,164}{100} - 0,0411 = -0,039$$

Значајан параметар за оцену управљивости је брзина при којој је угао вијугања једнак нули, тј.:

$$V_{\phi=0} = \sqrt{\frac{gk_{y2}L}{G}} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 52712 \cdot 1,074}{9,81 \cdot 917}} = \sqrt{\frac{555370,47}{8995,77}} = \sqrt{61,737} = 7,86$$

$$V = 16,67 \frac{m}{s} > V_{\phi=0} = 7,86 \frac{m}{s}$$

Када је угао вијугања једнак нули, брзина кретања се смањује.

3 Закључак

Технологија активне контроле радних функција система и склопова моторних возила пружа нове могућности за задовољење све строжијих захтева који се постављају у правно - техничким нормативима у домену безбедности кретања, економичности погона и очувању окружења. Динамички систем моторног возила има веома неприкладне карактеристике у контурама бочне динамике и са аспекта регулационо - техничких захтева који се постављају возачу и са аспекта пројектовања система управљања понашањем возила на путу. У одређеним путним условима (на пример велики успон или клизав пут) није могуће остварити довољно заокретање возила. Тада је потребно израчунати граничне вредности конструктивних параметара. У овом раду је, на основу датих параметара закључено како који конструктивни параметар утиче на управљивост возила.

Бочна сила расте са порастом квадрата брзине кретања возила, а да се при истој брзини кретања приликом повећања полупречника скретања бочна сила смањује.

Што се тиче коефицијента крутости, на основу добијених вредности углова повођења точкова, може се рећи да се са повећањем крутости-управљивост возила смањује, док се са смањењем крутости-управљивост возила повећава.

Маса у великој мери утиче на управљивост возила, из добијених резултата може се закључити да се са повећањем масе управљивост смањује, док се са смањењем масе управљивост повећава.

Код тачке неутралне управљивости важи да када се тачка неутралне управљивости налази ближе предње осовине, при познатом коефицијенту повођења предњих точкова, возило ће бити сувише управљиво. Ако се тачка неутралне управљивости налази ближе задњој осовини, када је познат коефицијент повођења задњих точкова, тада је возило недовољно управљиво.

4 Литература

- [1] Демич М., Лукић Ј.: Теорија кретања моторних возила, Машински факултет у Крагујевцу, 2011.
- [2] Симић Д.: Моторна возила, Научна књига, Београд, 1988.
- [3] Jazar R. : Vehicle Dynamics: Theory and Applications, Springer, 2009.
- [4] Стојић Б.: Теорија кретања друмских возила, ФТН Нови Сад, 2010.