

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Примењена механика и аутоматско управљање

Предмет: Компјутерски подржано инжењерство

Број индекса: 93/2014

Андреја П. Миловановић

**Анализа аеродинамичког оптерећења
Формуле Студент нумеричким
експериментом ваздушног тунела
завршни рад**

Комисија за преглед и одбрану:

1. Проф. др Гордана Јовичић- ментор

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завршног рада кандидат треба да прикаже значај симулација реалног механизма на примеру возила Формула Студент. Потребно је да задати проблем постави у реалну ситуацију где се приказује како се механизам понаша у зависности од оптерећења које делују на конструкцију.

Препоручена литература:

[1] Којић М., Славковић Р., Живковић М., Грујовић Н.: Метод коначних елемената I, Машински факултет, Крагујевац, 1998.

[2] Јовичић Г.: Компјутерски подржано инжењерство,
<http://moodle.mfkg.rs/course/view.php?id=69>, приступљено септембар 10.09.2017.

[3] Девеџић Г.: "CAD/CAM технологије", Машински факултет, WUS Austria, Крагујевац, 2006.

Крагујевац, 01.08.2017.

ментор:

Проф. др Гордана Јовичић

Abstract

In this paper is described importance of good construction simulation. There is a Formula Student car aerodynamics testing in wind tunnel simulation software. Through these testing Von Misses stress is shown for (front part, side part, front and back wing). Also, displacement of all these parts is shown. For stress and displacement simulation finite element method is used. Based on results, some of solutions were shown.

Key words: aerodynamics, simulation, finite element method, Formula Student.

Резиме

У оквиру овог завршног рада описана је важност квалитетне симулације конструкције. Приказано је испитивање аеродинамике возила Формула Студент, у програму за симулирање ваздушног тунела. У оквиру испитивања приказани су Вон Мизесови напони за делове аеро пакета (предњи део, бочна страна, бубрежник, предњи и задњи спојлер). Такође, приказана су поља померања код свих ових делова. Испитивања напонског стања и поља померања рађена су методом коначних елемената. На основу добијених резултата предложена су решења за побољшање конструкције.

Кључне речи: аеродинамика, симулација, метода коначних елемената, Формула Студент.



Садржај

1. Увод	4
1.1. О такмичењу Формула Студент	4
1.2. Увод у аеродинамику	4
1.3. Увод у структурну анализу	5
2. Израчунавање притисака који делују на каросерију	6
2.1. Софтвер AutoDesk Flow Design и његово радно окружење	7
2.2. Подешавање параметара и модела	8
2.3. Очитавање вредности притисака на површини возила	9
3. Деформационо поље каросерије возила	10
3.1. Одабир материјала	11
3.1.1. Алуминијумски композитни панел	11
3.1.2. Механичке карактеристике алуминијумских композитних панела	11
3.1.3. Карактеристике алуминијума	12
3.1.4. Карактеристике полиетилена	12
3.1.5. Постављање новог материјала у програму CATIA V5R21	13
3.2. Метода коначних елемената	13
3.2.1. Типови коначних елемената	17
3.2.2. Типови оптерећења	19
3.2.3. Ограничења	19
3.3. Склоп возила Формула Студент	20
3.4. Прорачун деформације предњег дела	21
3.4.1. Формирање мреже	21
3.4.2. Постављање ограничења на конструкцији	21
3.4.3. Постављање оптерећења	22
3.4.4. Резултати	23
3.5. Прорачун деформације бочне стране	24
3.5.1. Формирање мреже	24
3.5.2. Постављање ограничења	25
3.5.3. Постављање оптерећења	26
3.5.4. Резултати	26
3.6. Прорачун деформације бубрежника	27
3.6.1. Формирање мреже	27
3.6.2. Постављање ограничења	28
3.6.3. Постављање оптерећења	28



3.6.4.	Резултати прорачуна бубрежника	29
3.7.	Прорачун деформације предњег спојера.....	30
3.7.1.	Формирање мреже.....	30
3.7.2.	Постављање ограничења	31
3.7.3.	Постављање оптерећења.....	32
3.7.4.	Резултати нумеричког прорачуна предњег спојера	32
3.8.	Прорачун карактеристика задњег спојера.....	33
3.8.1.	Формирање мреже.....	33
3.8.2.	Постављање ограничења	34
3.8.3.	Постављање оптерећења.....	35
3.8.4.	Резултати прорачуна на задњем спојеру.....	35
4.	Закључак.....	37
5.	Литература	38



1. Увод

1.1. О такмичењу Формула Студент

Formula SAE, које организује SAE међународна организација (*Society of Automotive Engineers*), је такмичење у којем данас учествује преко пет стотина универзитетских тимова из целог света. Прво такмичење одржано је давне 1978. године у Сједињеним Америчким Државама. Циљ студената, који учествује у овом такмичењу, је да науче нове и усаврши већ постојеће вештине у техници, кроз пројектовање, конструисање и израду тркачког возила (формуле). Највећи подстицај напредовању студената даје динамички део такмичења, који се састоји из четири дисциплине:

- тест убрзања,
- тест ослабања,
- брзи круг и
- тест издржљивости.

Такмичење се састоји и из статичког дела, у коме се врши одбрана, како изабраних и пројектованих техничких решења, тако и економских фактора (трошкови израде и тржишна одрживост) [1].

Такмичења Формула Студент се одржавају на годишњем нивоу и на њима тимови треба да покажу целогодишњи рад на пројектовању и изради болида. Од самих почетака, такмичења су подржавана од стране најважнијих људи из ауто-мото индустрије, од којих су неки и судије на самим такмичењима.

Постоји седам званичних такмичења, која се одржавају у: Сједињеним Америчким Државама (*Michigan* и *Nebraska*), Аустралији, Бразилу, Италији, Велика Британији и Немачкој.

1.2. Увод у аеродинамику

Аеродинамика је наука која проучава деловање ваздуха на тела која се кроз њега крећу и силе које при томе настају. Подручје аеродинамике уско је везано за механику флуида и динамику гасова. Параметри који се појављују у анализи аеродинамичних проблема су брзина, притисак, густина и температура који се мењају у простору и времену. Разумевање врсте струјања омогућава израчунавање сила и момената сила које делују на изложена тела. Аеродинамика је главни предмет у тркама у последњих 40 година са циљем повећања нормалног оптерећења пнеуматика за боље пријањање подлози без одговарајућег деловања масе. Количина захвата доступног у гумама дуж отпора ваздуха и снаге мотора постављају теоријске границе за возила чија је брзина на стази, а посебно у кривинама јако велика. Током година, правила и прописи су наметнути да би аеродинамички систем био побољшан као модерна технологија садашњице. Аеродинамику према начину анализе проблема можемо поделити на теоријску и експерименталну. Теоријска аеродинамика заснива се на законима механике чврстих тела, механике флуида и динамике гасова те аналитичком решавању истих, док се експериментална аеродинамика заснива на испитивањима у аеродинамичким тунелима те у рачунарским симулацијама, где се експериментално проверавају и испитују силе које делују на моделе. Друга подела аеродинамике заснива се према утицају



стишљивости (компресибилности) флуида, тако да се при малим брзинама струјања где је утицај стишљивости мали, говори о подзвучној аеродинамици, а при великим брзинама (око брзине звука и више) говори се о аеродинамици великих брзина или надзвучној аеродинамици. Трећа подела заснива се на утицају вискозности. У већини аеродинамичних проблема утицај вискозности ваздуха је занемарљив, међутим у појединим аеродинамичким проблемима (попут струјања у граничном слоју око тела) доминантан је утицај вискозних својстава ваздуха, те се таква струјања називају вискозна.

Аеродинамичка истраживања се осим у ваздухопловству спроводе и у аутомобилској индустрији, користе је једриличари за предвиђање настанка сила и момената сила за успешно јдрење и грађевински инжењери приликом пројектовања високих грађевина и мостова. Савремени болиди имају сличности с борбеним ваздухопловима, наравно највише у погледу аеродинамике и утицаја који она има на брзину данашњих болида. Аеродинамика је постала кључ успеха у овом спорту и тимови троше десетине милиона долара на истраживање и развој овога подручја. Аеродинамика заслужује пажњу јер се елементи који утичу на аеродинамику болида подешавају за сваку стазу посебно.

Аеродинамика возила представља велику, и даље недовољно истражену област, која у великој мери утиче на перформансе тркачких возила. Иза свега стоји физика којом се и даље баве научници широм планете, али је опште познато да су инжењери Формуле 1 развили неке од најбољих модела у аеродинамици. По угледу на њих, и млади инжењери Формула Студент тимова баве се симулацијама, пројектовањем и оптимизацијом аеро пакета за своје болиде. Регулисање гасова стаклене баште за контролу глобалног загревања и брзо повећање цене горива су дали огроман притисак на пројектанте за побољшање тренутних пројеката аутомобила помоћу минималне промене у облицима. Да би се испунили наведени захтеви, пројектанти су користили појмове аеродинамике у повећању ефикасности аутомобила. Иако аеродинамика зависи од много фактора, ова теза се концентрише на спољне уређаје, који утичу на ток око тела аутомобила да би се смањио отпор возила у нормалним радним условима.

1.3. Увод у структурну анализу

Структурна анализа пружа могућност да се још у раној фази пројектовања добију поуздане информације о квалитету предложеног решења конструкције. Структурна анализа пружа увид у то да ли је конструкција димензионисана добро и да је одговарајући избор материјала. Тиме се добија могућност да се конструкција оптимизује и редизајнира. Структурна анализа се у већини софтверских пакета базира на методи коначних елемената. Моделирање коначним елементима и анализа методом коначних елемената једна је од најпопуларнијих инжењерских апликација која се нуди у постојећим CAD-CAM-CAE програмима. Прорачуни применом методе коначних елемената се користе у:



- статичкој, динамичкој анализи, анализи извијања, вибрација, акустичној анализи, анализи удара, анализи у механици лома, у механици замора материја,
- анализи протока код стишљивог флуида,
- топлотној анализи и
- електромагнетној анализи.

Метода коначних елемената (МКЕ) спада у савремене методе нумеричке анализе. Њена примена прво је почела у области прорачуна инжењерских конструкција. Основна идеја о тзв. физичкој дискретизацији континуума, на којој се заснива МКЕ је врло стара, отприлике колико и људско настојање да се тешко решиви проблеми замене једноставнијим, за које се лакше налазе решења. Као пример за илустрацију може се навести проблем одређивања опсега или површине круга, на основу његове поделе на мање делове правилног облика. Грчки математичар и физичар Архимед, рачунао је број π , односно границе између којих се налази нумеричка вредност овог броја на тај начин што је контуру круга апроксимирао уписаним односно описаним полигоном са коначним бројем страница. Са повећањем броја страница полигона, односно са смањивањем њихове дужине, смањивала се и разлика између граница у којима се налази број π , а повећавала тачност његове нумеричке вредности. Отприлике у исто време, на сличан начин, у старом Египту је рачуната запремина пирамиде и површина сфере, а у Кини је дат доказ познате Питагорине теореме. Са овим првим једноставним примерима, отворена су нека фундаментална питања, као што су: тачност решења, горња и доња граница апроксимације, монотоност и брзина конвергенције и др., која су и данас у МКЕ веома актуелна и значајна са теоретског и практичног становишта. Развој методе коначних елемената почео је половином прошлог века. У почетној фази он се одвијао кроз два међусобно независна приступа, прво инжењерски, а одмах затим математички. Сложене просторне конструкције, у инжењерским прорачунима замењиване су дискретним системима који су се састојали од штапова и који су рачунати по познатим поступцима статике линијских носача. Од стране математичара, тражена су приближна решења одређених граничних задатака помоћу дискретних модела уз примену варијационих поступака. Ова два прилаза, инжењерски и математички, касније су обједињени, што је било од огромног значаја за даљи бржи развој и широку примену МКЕ.

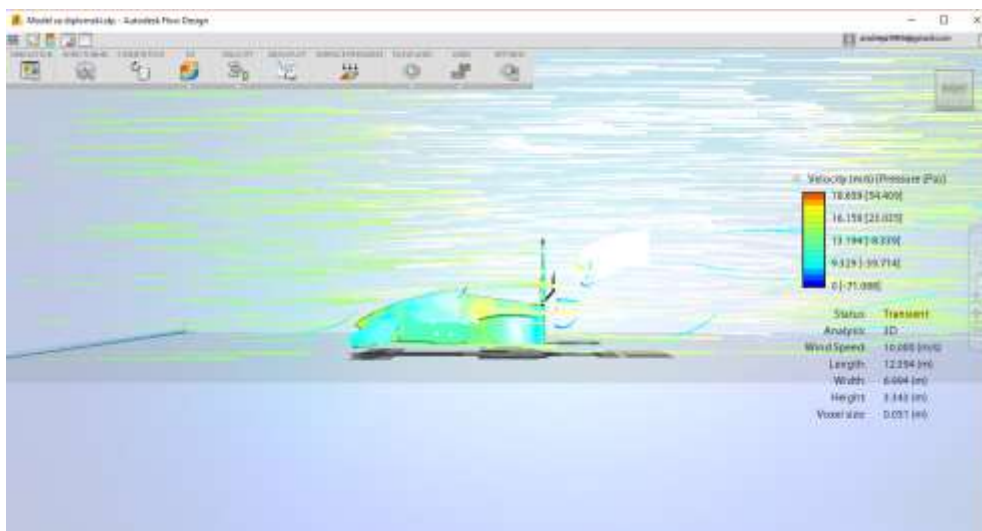
2. Израчунавање притисака који делују на каросерију

Израчунавање притисака који делују на каросерију вршено је помоћу рачунарски подржане динамике флуида (*Computed fluid dynamic- CFD analysis*). Програм коришћен за овај прорачун је *Autodesk Flow Design*. Овај програм је пре свега погодан за овакве прорачуне због своје једноставности, брзине и прецизних резултата које даје. Параметар који се уноси да би се добили потребни притисци је брзина ветра. Подешавањем параметра брзине ветра добијамо жељену брзину која је у нашем случају 100 km/h. Ова брзина је узета јер се возило на трци не креће већом брзином од те. При овој брзини добијамо тачне притиске који делују на делове каросерије.



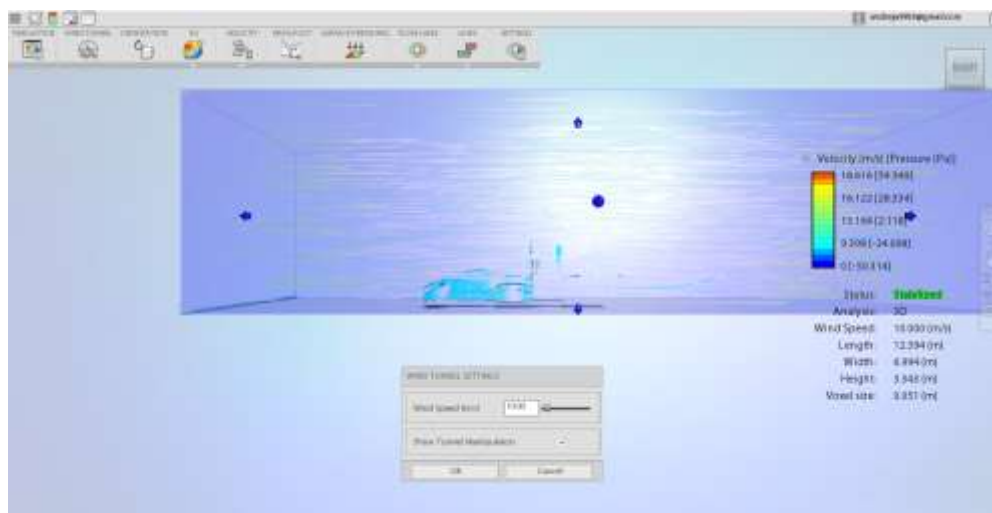
2.1. Софтвер *AutoDesk Flow Design* и његово радно окружење

Када се унесе модел у сам програм отвара се радно окружење у коме се даље врши потребна симулација (слика 1).



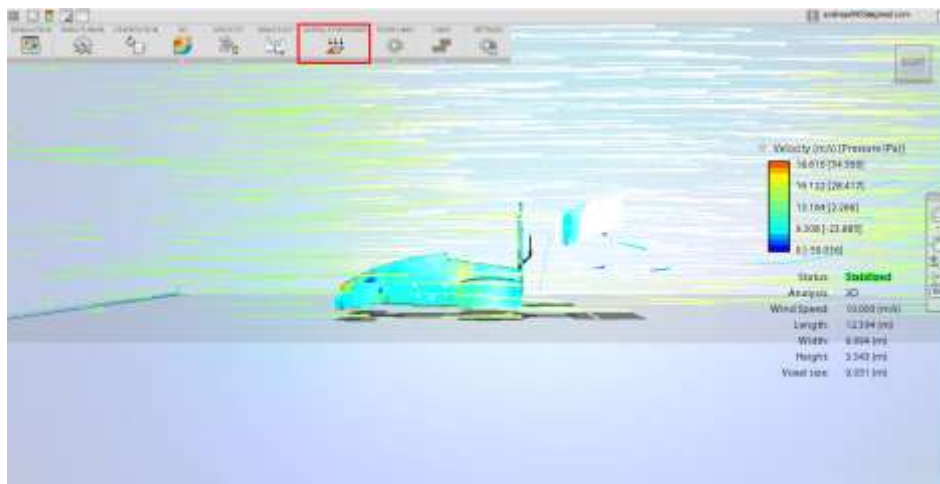
Слика 1. Радно окружење софтвера *AutoDesk Flow Design*

Први параметар који је потребно подесити је брзина ветра и смер дувања ветра (слика 2). Пошто се уноси 3D модел могуће је одабрати симулацију за 2D и 3D објекте.



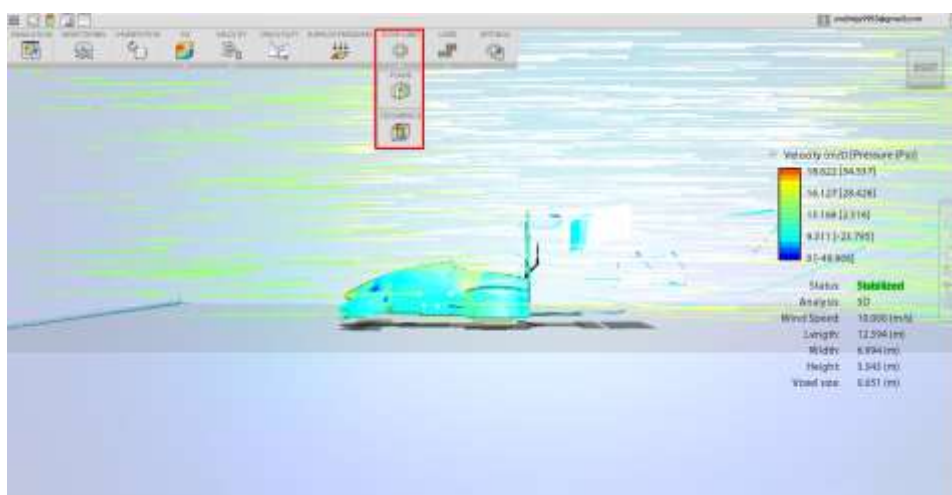
Слика 2. Подешавање параметара модела

Модул за раванску анализу приказује све резултате само у једној равни и нема могућност за преглед површинских притисака. Софтвер по потреби може израдити дијаграме сила које делују у зависности од времена. Користан алат који овај програм пружа је приказ површинских притисака на сваком делу анализиране конструкције (слика 3).



Слика 3. Постављање површинских притисака

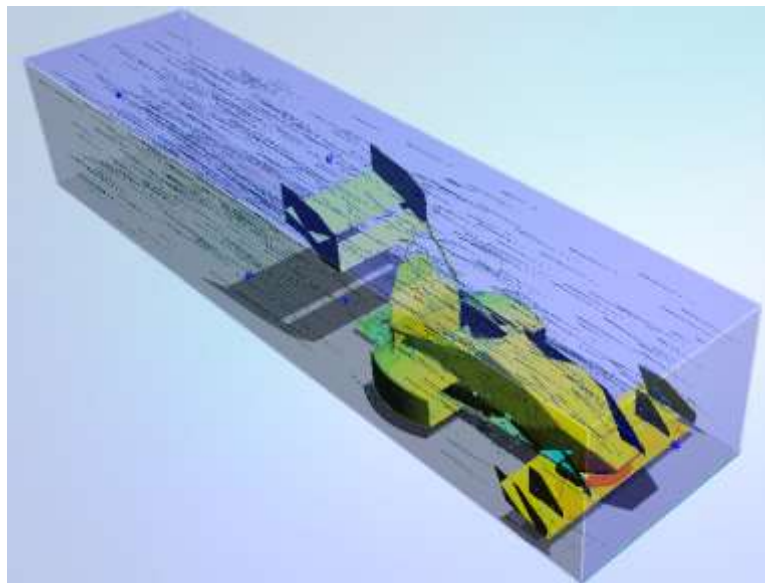
Зарад лакшег анализе резултата могуће је брзину ветра приказати на три начина: као линијске елементе (линијски елементи, као честице и као дим), равански елемент (као осенчену раван или векторски) и као ISO површину (површина са константним вредностима) и ово је приказано на слици 4.



Слика 4. Модули за приказивање брзине

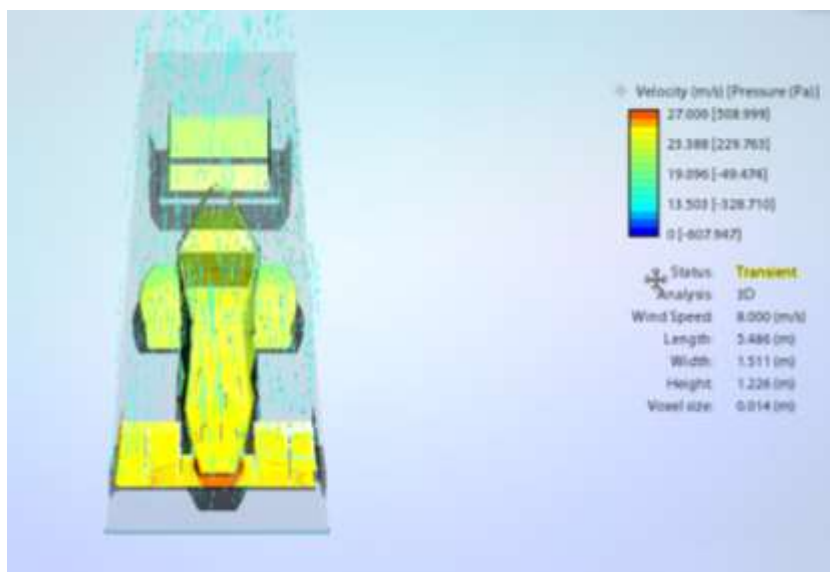
2.2. Подешавање параметара и модела

Параметар по коме програм добија резултате притисака је брзина ветра у ваздушном тунелу. Ваздушни тунел се поставља тако да је возило окренуто супротно смеру ветра. Величина ваздушног тунела поставља се уз обод возила јер се на тај начин избегава непотребно струјање ваздуха и добијају се прецизнији резултати са мањим губицима (слика 5). Брзина ветра се подешава тако да добијемо брзину кретања возила приближно 100 km/h.



Слика 5. Подешавање ваздушног тунела и положаја возила

Пошто програм приказује брзину у метрима по секунди потребно је да брзину од 100 km/h пребацимо у m/s. Потребна брзина возила је $27,78 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (слика 6). Ту брзину добијамо постављањем брзине ветра у ваздушном тунелу на $27,78 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



Слика 6. Подешавање параметра брзине

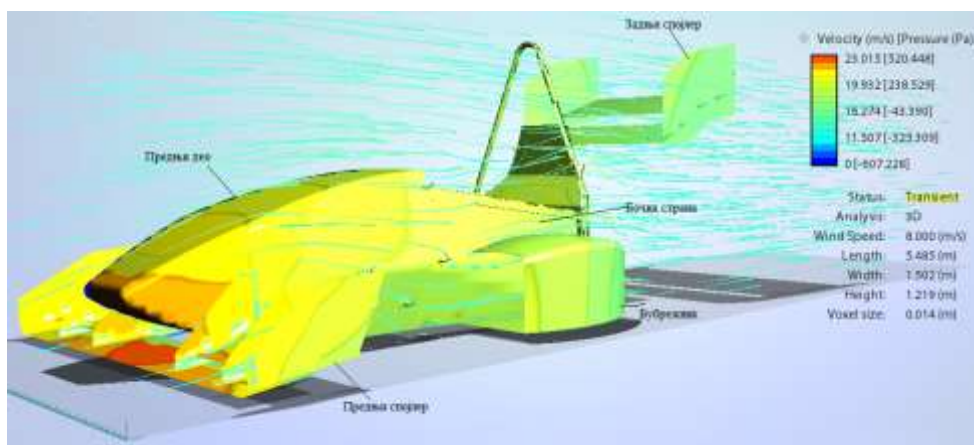
2.3. Очитавање вредности притисака на површини возила.

Програм приказује брзину у различитим тачкама због тога што ветар не делује исто на сваки део возила. Ради добијања што бољих резултата, узете су највеће вредности притисака, заокружене на први већи цео број, у зависности од дела возила (слика 7). Добијени резултати приказани су у табели 1.



Табела 1. Притисак на деловима возила.

	Назив дела	Вредност притиска [Pa]
1.	Предњи део	500
2.	Бочна страна	230
3.	Бубрежник	300
4.	Предњи спојлер	509
5.	Задњи спојлер	350



Слика 7. Распоред притисака на деловима возила

За одређивање деформационог поља каросерије возила, користе се притисци који се добијају CFD анализом. Добијене вредности притисака варирају у зависности од положаја на којој се мери притисак и у зависности од струјања ваздуха. За прорачун у *CATIA* програмског окружењу коришћене су највеће вредности притисака које се добијају за одређени део.

3. Деформационо поље каросерије возила

Прорачун деформације која настаје на возилу израчунато је у програму *CATIA V5R21* у модулу *Generative Structural Analysis*. Помоћу структурне анализе добија се увид у поља: деформација, напона и померања испитиваног елемента.

Да би се прорачунала деформација потребно је проћи кроз следеће кораке:

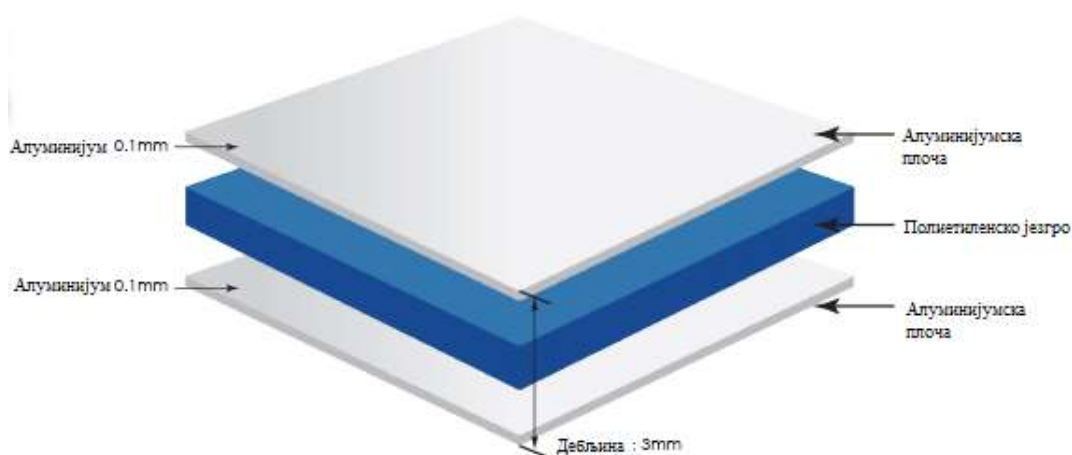
- израчунати материјал,
- формирати мрежу коначних елемената,
- поставити ограничења,
- поставити оптерећења и
- извршити прорачун и приказати резултате.



3.1. Одабир материјала

3.1.1. Алуминијумски композитни панел

Алуминијумски композитни панел (*Aluminum composite panel*) је материјал који чини полиетиленско језгро, које се налази између две табле алуминијумског лима, спољњег веома отпорном лепљивом масом (слика 8). Ову врсту материјала одликују мала тежина, отпорност на атмосферске утицаје и велика отпорност на механичке утицаје.



Слика 8. Алуминијумски композитни панел[2]

3.1.2. Механичке карактеристике алуминијумских композитних панела

Механичке карактеристике алуминијумски композитних панела (АЛП) дате су у табели 2.

Табела 2. Механичке карактеристике АЛП [6].

	Механичка карактеристика	Вредност
1.	Јангов модул еластичности	$7 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
2.	Поасонов коефицијент	0.3
3.	Густина	$1967 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
4.	Напон на граници еластичности	$1.3 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
5.	Термална експанзија	$2.36 \cdot 10^{-5} \text{ Kdeg}$



3.1.3. Карактеристике алуминијума

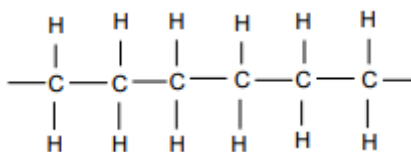
Алуминијум припада групи лаких обојених метала, јер је мале густине (2.7 g/cm^3), што га чини три пута лакшим од челика. Добија се из руде боксита, електрометалуршким методама. Одликује се добром електричном и топлотно проводљивошћу. Алуминијум је неалотропски метал са површински центрираном кубном кристалном решетком. Такође се одликује добром обрадљивошћу деформисањем на топло и хладан, отпорношћу на атмосферску корозију, али има малу јачину. Због своје мале густине, алуминијум се често употребљава у околностима где је неопходно смањити тежину, на пример код транспортних машина да би се смањила њихова тежина а самим тиме и потрошња горива. То се нарочито односи на свемирске летилице и авионе. Осим њих, значај алуминијумума је порастао и у индустрији аутомобила. У прошлости, аутомобилска индустрија је мало користила алуминијум, јер су с њим били повезани проблеми његове високе цене, слабог заваривања делова од алуминијума као и проблематичне отпорности на замор материјала и особине деформације. Већ тридесетих година прошлог века неке америчке компаније су користиле алуминијум да би смањиле тежину војних амфибијумских возила. При градњи мањих и средњих јахти, много се ценила отпорност алуминијума према корозији у сланој морској води, јер се он штитио од корозије стварајући танки заштитни слој оксида на површини. Године 2010. око 35% светске производње алуминијуму је трошила индустрија транспортних средстава. У легурама са магнезијумом, силицијумом и другим металима, алуминијуму се може повећати чврстоћа, која се може поредити са челиком. Због тога, употреба алуминијумума ради смањења тежине се углавном примењује у апликацијама где цена материјала не игра велику улогу. Нарочито је употреба алуминијума и његове легуре дуралуминијума (легура алуминијума са бакром и молибденом) раширена у индустрији авиона и свемирских летилица [3].

3.1.4. Карактеристике полиетилена

Полиетилен (слика 9) добија се из продукта распада сирове нафте или етил-алкохола. Полиетилен је једна од најмекших и најсавитљивијих пластика. Отпорна је на хемикалије, на воду и влажну средину, има добру жилавост и велику еластичност, али малу јачину на кидање ($\approx 14 \text{ MPa}$). У термопластичној варијанти топи се већ при око 115°C , док је термореактивна варијанта (дуропласт) стабилна до 175°C . Постаје крт ако се изложи дејству ултраљубичастог сунчевог зрачења. Из термопластичног стања може прећи у термореактивно под дејством високо-енергетског зрачења, ултраљубичастих зрака или ако дође до бочног гранања ланца нпр. Повезивањем са органским пероксидима. Ако се ланено уље разлије у танком слоју, оно ће за неколико дана потпуно очврснути, јер ће се незасићене киселине које оно садржи полимеризовати и оксидисати; незасићени молекули се везују стварајући пероксидне ланце од кисеоника. Полиетилени се производе у више варијанти и служе за израду пластичних боца, цеви, контејнера, кутија за акумулаторе, заштитних облога металних цеви, фолија за паковање, пластифицирање папира, за ињекционо ливење играчака и за електро-изолацију. У ауто индустрији од полиетилена се израђују елементи филтера за ваздух, заштитници за сунце, резервоари за кочиону течност и



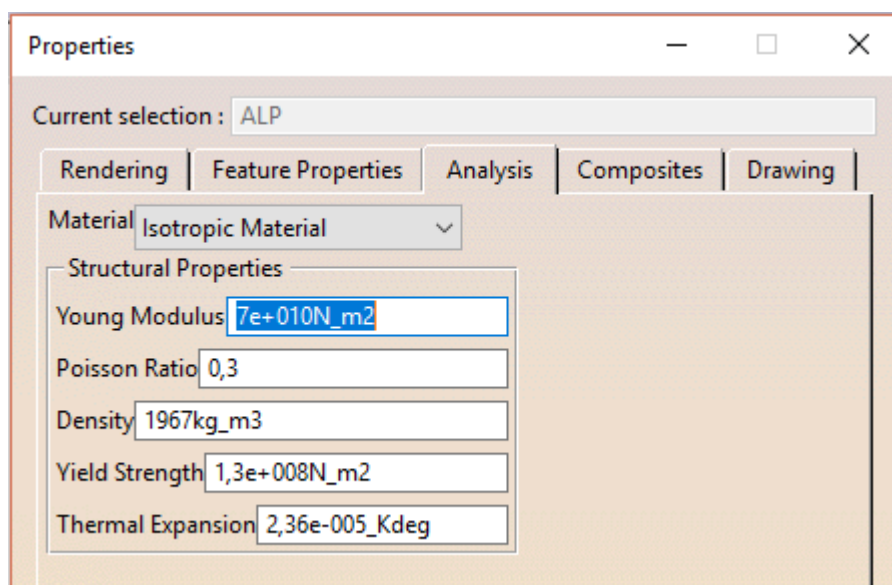
воду за прање ветробрана. Делови израђени брызгањем могу се заваривати помоћу врућег ваздуха (или струјом високе фреквенције)[3].



Слика 9. Структурна формула полиетилена [3]

3.1.5. Постављање новог материјала у програму CATIA V5R21

При стартовању програма улази се у окружење *Material Library* у коме је могуће постављати нове материјале и модификовати постојеће. У оквиру тог модула постављен је материјал АЛП са датим механичким карактеристикама (слика 10). Такође, у оквиру овог модула могуће је поставити како ће материјал изгледати.



Слика 10. Постављање новог материјала

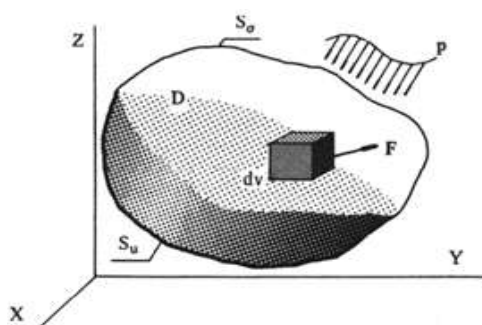
3.2. Метода коначних елемената

Основни принцип на којем се заснива МКЕ, састоји се у подели разматраног подручја на коначан број мањих подручја, односно елемената, где се уз претпоставку о њиховој повезаности анализира сваки засебно. Принцип анализе код кога се од посебног иде ка општем, код кога анализом делова добија увид у целину, назива се индуктивни приступ. Код инжењерских и других проблема код којих се општа решења не могу добити у затвореном облику индуктивни приступ је од посебног значаја. У оквиру МКЕ, разматрано подручје замењује се великим бројем малих делова коначних димензија, који су међусобно повезани у одређеном броју тачака. Код МКЕ се подручје које има бесконачно степени слободе, замењује се дискретним системом који има коначан број



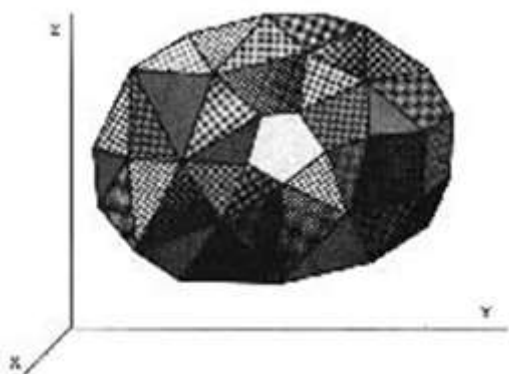
степени слободе, што значи да се комплексан математички проблем пребацује у домен алгебре. МКЕ се може схватити као метода нумеричке анализе у оквиру које се дефинише начин превођења континуалних физичких система у дискретне, односно начин формирања система алгебарских једначина помоћу којих се апроксимира одређени проблем. На слици 11 приказано је подручје D еластичног континуума, који је ограничен контуром S , тако да су на делу контуре S_σ задати гранични услови по силама, а на делу S_u гранични услови по померањима. У подручју D делују запреминске силе F (F_x, F_y, F_z), а на контури S_σ површинске силе p (p_x, p_y, p_z). За померања у подручју D се претпоставља да су непрекидне функције координата, односно:

$$u = u(x, y, z), \quad v = u(x, y, z), \quad w = u(x, y, z)$$



Слика 11. Подручје D еластичног континуума[4]

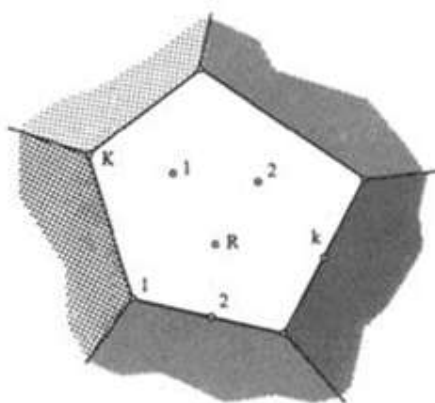
Задатак теорије еластичности, када се проблем формулише по померањима, односно по методи деформације, је одређивање функција померања, које задовољавају услове равнотеже и услове на контури, односно диференцијалне једначине и контурне услове. Овако дефинисан гранични задатак, представља систем с бесконачним бројем степени слободе. Задатак је да се одреди решење овог граничног проблема помоћу одговарајућег дискретног система са коначним бројем степени слободе, односно као решење одговарајућег система алгебарских једначина. Разматрано подручје D дели се на коначан број малих делова – коначних елемената, који су међусобно повезани у одређеном броју тачака, које се називају чворови (слика 12)[4].



Слика 12. Подручје D подељено на коначан број елемената[4]



Ако се претпостави да се померања у било којој тачки коначног елемента могу, на одређени начин, приказати у зависности од померања у чворовима, онда се проблем одређивања поља померања у подручју D своди на одређивање померања у чворовима, а број померања у чворовима је коначан. Померања у чворовима у подручју D и на контури одређују се из система једначина, који представљају услове равнотеже у чворовима, услове континуитета у чворовима и граничних услова на контури. На слици 13 приказан је коначни елемент, који је издвојен из система елемената са слике 12. Због једноставности, елемент је приказан као дводимензионални, ограничен са праволинијским контурама. Овим се не жели сузити опсег разматрања, која важе за једнодимензионалне и вишедимензионалне елементе са равним и кривим контурама.



Слика 13. Коначни елемент издвојен из састава елемената[4]

На елементу је усвојен одређени број тачака на контури, које се називају чворне тачке или чворови. Чворови су обележени бројевима $1, 2, \dots, K$, где је K укупан број чворова. Ови чворови се називају спољашњи чворови, да би се разликовали од чворова који могу бити усвојени у елементу и који се називају унутрашњи чворови. Укупан број унутрашњих чворова обележен је са R . У чворовима елемента као основне непознате величине, усвајају се параметри померања. Под померањима, овде се подразумевају померања у генералном смислу, тј. компоненте померања, њихове комбинације и сл. Број параметара померања у чворовима зависи од природе разматраног проблема. На пример код тродимензионалних проблема у сваком чвору, за параметре померања се усвајају по три компоненте померања (u, v, w) код дводимензионалних по две (u, v), код савијања плоча најмање по три ($w, \theta_x = w_{,y}, \theta_y = w_{,x}$) итд. Параметри померања у чворовима често се називају степени слободе, по аналогији са значењем које ове величине имају у статистици линијских система. Ако је у сваком чвору усвојено по S параметара померања, елемент има $S \times K$ спољашњих степени слободе и $S \times R$ унутрашњих степени слободе.

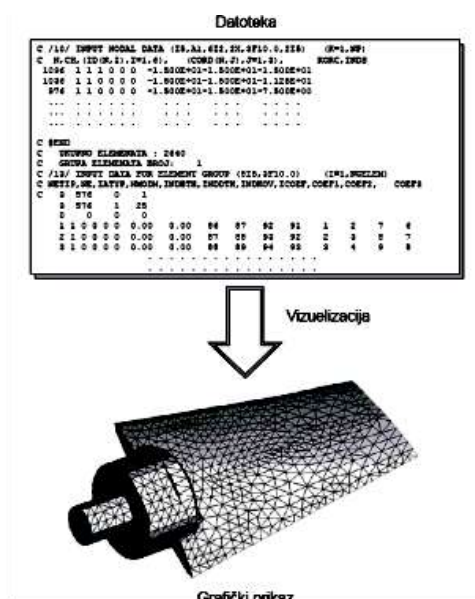
Суштина апроксимације континуума по МКЕ, састоји се у следећем:

1. Разматрано подручје континуума, помоћу замишљених линија или површина, дели се на одређени број мањих подручја коначних димензија. Поједина мања подручја се називају коначни елементи, а њихов скуп за цело подручје систем или мрежа коначних елемената.
2. Претпоставља се да су коначни елементи међусобно повезани у коначном броју тачака, које се усвајају на контури елемента. Те тачке се називају чворне тачке или чворови.



3. Стање у сваком коначном елементу (нпр. поље померања, деформација, напон, простирање температуре и сл.) описује се помоћу интерполационих функција и коначног броја параметара у чворовима који представљају основне непознате величине у МКЕ.
4. За анализу и прорачун система коначних елемената важе сви принципи и поступци који важе за класичне дискретне системе.

Основна идеја анализе методом коначних елемената је моделирање проблема подразумевајући да је просторни домен проблема подељен – дискретизован на под домene на које се примењују општа знања и искуства из механике континуума и нумеричке математике. Поддомени о којима је реч термилошки се означавају као коначни елементи. Анализа система спрегнутих коначних елемената, добијених дискретизацијом континуума, омогућава нумеричку симулацију одзива континуума на задате побуде. Физичке величине које су обухваћене моделом добијају се у дискретном облику, тј. у тачкама које произилазе из дискретизације. Ове тачке се зову чворне тачке, или једноставно чворови. Најчешће коришћени коначни елементи су 2D и 3D коначни елементи континуума. Моделирањем реалног објекта уз помоћ ових елемената, затим дефинисањем ограничења и оптерећења, као и свих потребних механичких особина материјала од кога су сачињени, и коначно решавањем проблема нумеричким методама, даје жељене резултате. Да би се дошло до конкретних вредности за чворове, односно да би се они на правилан начин дефинисали у простору, као и да би се одредила сва ограничења и оптерећења, потребно је поседовати софтверски пакет који се базира на визуелном приступу. Током читавог процеса моделирања потребно је омогућити кориснику да интерактивно креира објекат, и да у сваком тренутку може да види приказ елемената. Када се на овај начин проблем дефинише, генерише се датотека коначних елемената која садржи све потребне податке за његово решавање (слика 14). Након добијања резултата, односно физичких величина у дискретном облику, које представљају одзив континуума на задате побуде (оптерећења), оне се поново смештају у датотеке за пост процесирање које у себи садрже све резултате. Овакве датотеке је потребно визуализовати, тако да се прикаже и геометрија проблема, али и вредности датих физичких величина у свим тачкама тела. Процес визуелизације је у општем случају врло комплексан процес чија сложеност зависи од захтева крајњег корисника. Могуће је написати апликацију која приказује само основне елементе, док се резултати анализирају неким једноставним алатом (чак и обичним едитором текста). Са друге стране, може се захтевати да се приказују и оптерећења, ограничења, деформисана стања, вектори померања, брзина, градијенти поља, као и да је све то могуће анимирати. У апликацији се могу наћи и многе специјализоване функције које се користе само код малог броја проблема. Такође је могуће да програмски пакет поседује одређене особине отвореног система, тако да се може користити и у неким уско специјализованим проблемима без потребе за преправкама на самом програму. Међутим, без обзира на сложеност захтева, све ове апликације имају неке заједничке елементе.



Слика 14. Улазна датотека [4]

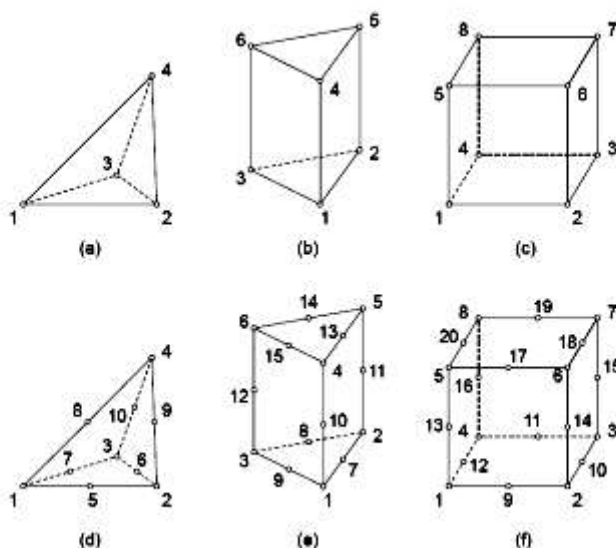
3.2.1. Типови коначних елемената

- Тродимензионални елементи

Ови коначни елементи се користе за моделирање тродимензионалних тела општег облика (3D континуума). Елемент може имати различит број чворова – уобичајен је број од 8 до 21. Овакав елемент се назива основним и ограничен је са шест површи. Од оваквог елемента се могу формирати и други просторни облици, као што су призма, тетраедар или четворострана пирамида. Овакви елементи настали поклапањем неких чворова основног елемента називају се дегенерисани 3D елементи. 3D елементи могу бити:

1. тетраедар,
2. тетраедар са међучворовима,
3. призма,
4. призма са међучворовима,
5. основни 3D елемент и
6. основни 3D елемент са међучворовима.

На слици 15 дат је приказ ових елемената и начин на који се дефинишу уз помоћ чворова (елементи са међучворовима, у општем случају имају криволинијске ивице).



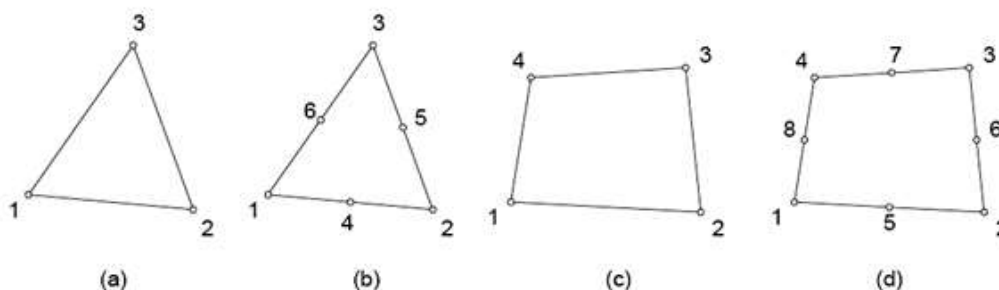
Слика 15. Типови тродимензионалних елемената. (а) Тетраедар. (б) Призма. (ц) Основни 3Д елемент (д) Тетраедар са међучворовима. (е) Призма са међучворовима. (ф) Основни 3Д елемент

- Дводимензионални елементи

У случају 2D елемената, као и код 3D елемената, постоји више врста, тако да они чине фамилију 2D коначних елемената за моделирање континуума. 2D елементи могу бити:

1. троугао,
2. троугао са међучворовима,
3. четвороугао и
4. четвороугао са међучворовима.

На слици 16 дат је приказ ових елемената и начин на који се дефинишу уз помоћ чворова.



Слика 16. Типови дводимензионалних елемената. (а) Троугао. (б) Троугао са међучворовима (ц) Четвороугао. (д) Четвороугао са међучворовима



3.2.2. Типови оптерећења

У решавању реалних проблема, можемо се сустрести са више врста оптерећења. Оптерећења представљају побуду физичког система, и у инжењерским проблемима су то углавном силе, моменти, притисак и сл. Оптерећења која се најчешће могу срести у МКЕ могу се поделити у три групе:

1. Глобална оптерећења: а) убрзање б) брзина в) температура
2. Оптерећења у чворовима: а) сила/момент б) померање в) брзина г) температура д) извор топлоте (топлотна енергија/јединична запремина) ђ) топлотни флуks (топлотна енергија/јединична површина).
3. Оптерећења по елементима: а) континуална б) притисак в) температура г) извор топлоте (топлотна енергија/јединична запремина) д) топлотни флуks (топлотна енергија/јединична површина) е) конвекција ф) радијација

Све три врсте оптерећења се користе за ☐ статичке/стационарне, ☐ нелинеарне и ☐ динамичке/ нестационарне анализе.

Глобална оптерећења се примењују на читаво тело, и из тог разлога се за један сет оптерећења дефинишу само једном. Оваква оптерећења се најчешће користе да симулирају утицај гравитације, или да дефинишу температуру околине и тела за термичке прорачуне. Оптерећења у чворовима и оптерећења по елементима су углавном силе, моменти, притисак итд.

3.2.3. Ограничења

Онемогућавање померања по неком од шест степени слободе: translација дуж X, Y и Z, као и ротација око X, Y и Z оса, назива се ограничење. Ограничења се деле на глобална (она која важе за сваки чвор мреже коначних елемената) и на локална ограничења у одређеним чворовима. На овај начин се моделирају случајеви укљештења, ослањања, разне везе између тела и сл. Ограничења се могу дефинисати у глобалном координатном систему, где важе у правцима оса глобалног координатног система, али и у локалним координатним системима. На овај начин се олакшава моделирање реалних услова, као и решавање симетричних проблема посматрањем само неких њихових делова. Када не би било могуће дефинисати ограничења у локалним координатним системима, дефинисање свих ограничења у глобалном координатном систему представљало би велики проблем. Често постоји могућност дефинисања граничних услова уз помоћ једначина, тако да се померање у неком правцу не изједначава са нулом, већ са неком вредношћу добијеном из једначине. Уз помоћ оваквих ограничења још се више приближавамо реалним условима[4].



3.3. Склоп возила Формула Студент

Возило Формула Студент конструисано је у складу са правилном SAE организације која организује ова такмичења. Само возило подељено је четири целине, а то су:

- динамика возила (шасија, ослањање, управљање, кочење) (слика 17а)
- електроника (слика 17б)
- погон и пренос снаге (слика 17в)
- аеродинамика и дизајн (слика 17г)



а) динамика возила



б) електроника



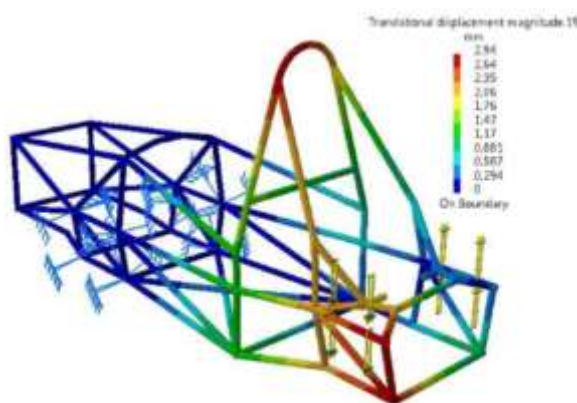
в) погон и пренос снаге



г) аеродинамика и дизајн

Слика 17. Под склопови возила Формула Студент

Сваки од подсистема пројектован је у складу са шасијом, која је прво пројектована. У склопу пројектовања, за сваки од делова рађена је нумеричка анализа и провера сигурности елемената (слика 18).



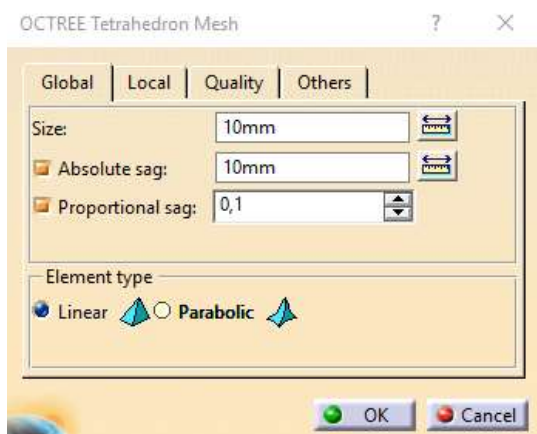
Слика 18. Анализа торзионе крутости шасије



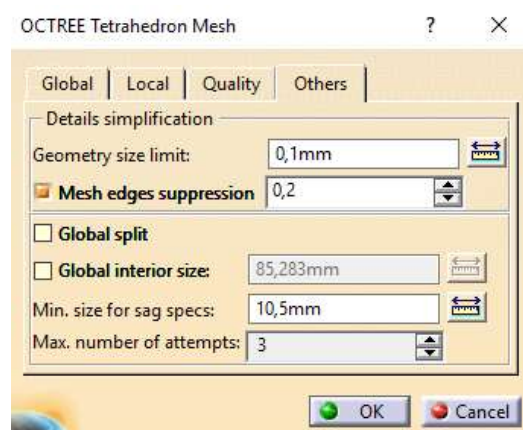
3.4. Прорачун деформације предњег дела

3.4.1. Формирање мреже

Мрежа коначних елемената подешава се са циљем да се добију најпрецизнији резултати при анализи. Због тога постављена је величина сваког коначног елемента од 10 mm, са толеранцијама при преклапању коначних елемената од 0.1 mm (слика 19). Овим подешавањем добијају се веома прецизни резултати. Приказ формиране мреже дат је на слици 20.

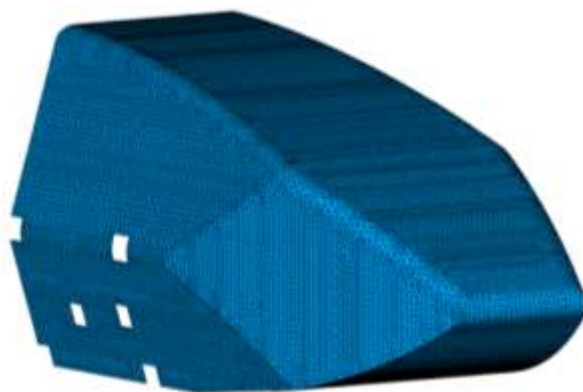


а) Подешавање величине коначног елемента



б) Подешавања толеранција између коначних елемената

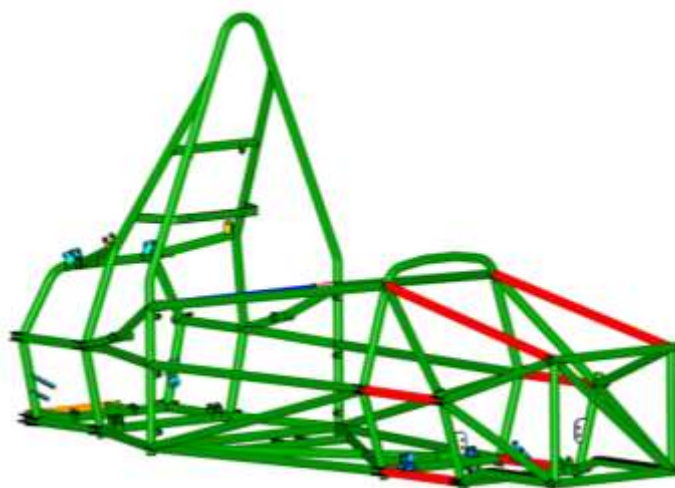
Слика 19. Подешавање мреже коначних елемената



Слика 20. Изглед мреже коначних елемената на предњем делу

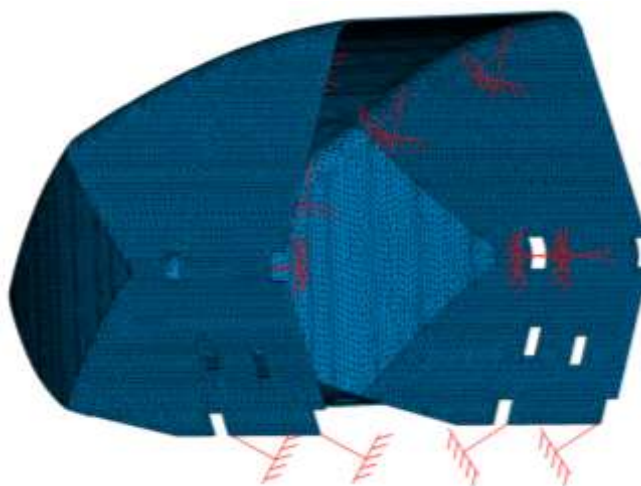
3.4.2. Постављање ограничења на конструкцији

Предњи део каросерије ограничен је чврстом везом са рамом помоћу завртњева. Због тога се сматра да је ово фиксирани елемент. Предњи део је закачен за рам у 6 тачака (слика 21) ради остваривања круте везе. Тачке качења обојене су црвеном бојом на раму. На тај начин се смањује могућност деформације и осцилације елемента при кретању.



Слика 21. Позиција тачки качења за рам

У програму *CATIA V5R21* чврста веза остварује се помоћу опције *Clamp*. Као чврста веза подразумева се да је телу онемогућена ротација по X , Y , Z оси и translација по X , Y , Z оси. На слици 22 приказано је качење на самом предњем делу каросерије.

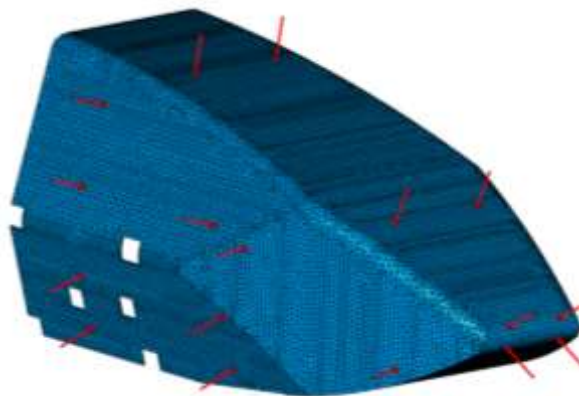
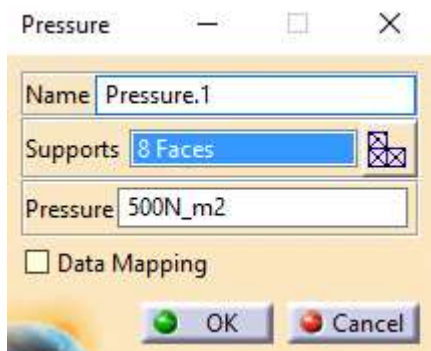


Слика 22. Качење предњег дела

3.4.3. Постављање оптерећења

Предњи део каросерије оптерећен је на притисак. Највећи притисак јавља се на самом врху каросерије јер је тај део најизложенији ударима ветра. Вредност притисака израчуната је при симулирању ваздушног тунела у програму *Autodesk Flow Design*. За сам прорачун користи се највећа вредност притиска и она се поставља на цео предњи део, а не на саму каросерију јер се тиме добија резултат за случај највећег оптерећења на цео део.

У програму *CATIA V5R21* могуће је поставити оптерећења као што су притисак, концентрисана сила, убрзање, температурно поље. На слици 23. показани су задати притисци на каросерију.



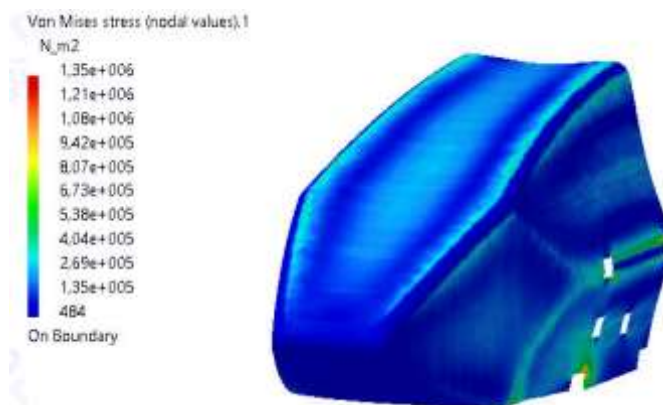
а) Вредност притисака

б) Притисци постављени на каросерију

Слика 23. Притисци на предњем делу

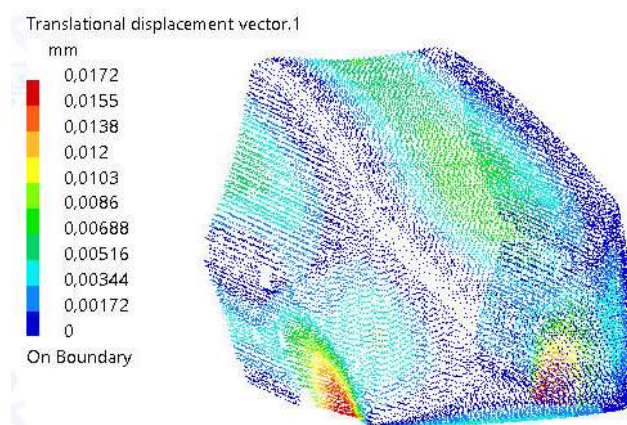
3.4.4. Резултати

Вредности Вон Мизесових напона (*Von Mises Stress*) који се јављају на предње делу каросерије су од 484 до $1.35 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$. На површини на коју по симулацији делује најмањи притисак јављају се најмањи напони. Велике вредности напона јављају се у тачкама где је по симулацији притисак знатно мањи од 500 Pa, и због тога се сматра да је овај део прорачуна задовољавајући. Приказ Вон Мизесових напона дат је на слици 24.



Слика 24. Вон Мизесови напони

Померања на предњем делу каросерије приказана су на слици 25. Највећа померања јављају се на деловима који нису повезани са рамом, а при томе нису попуњени материјалом већ имају неке отворе. Највеће забележено померање је 0.0172 mm, што је занемарљиво мала вредност због тога што је на делу на коме се то померање јавља оптерећење скоро дупло веће од реалног.

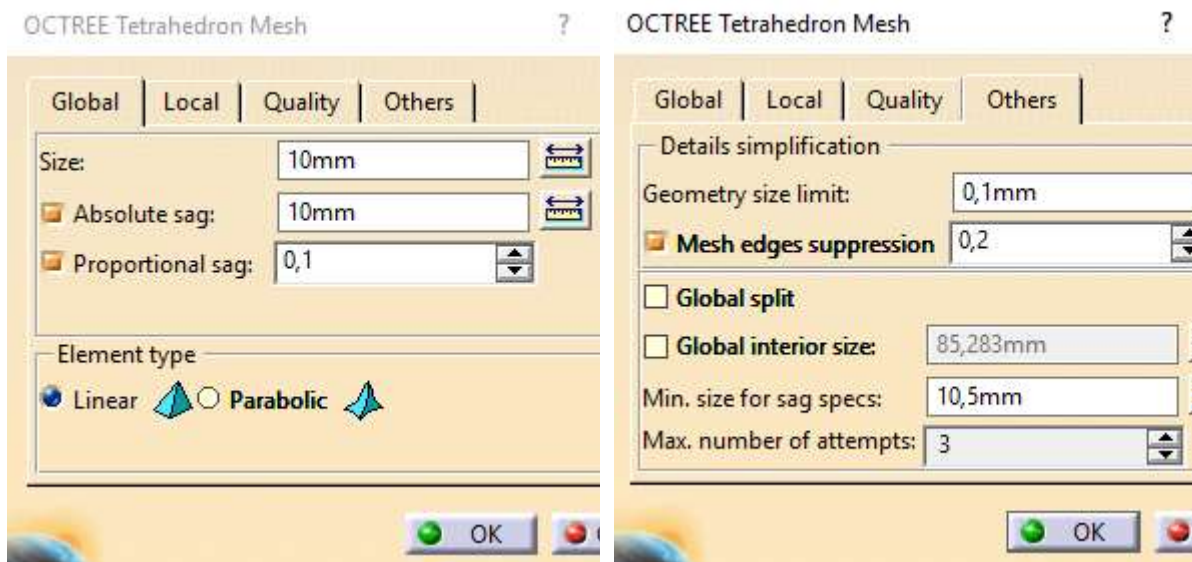


Слика 25. Поље померања предњег дела

3.5. Прорачун деформације бочне стране

3.5.1. Формирање мреже

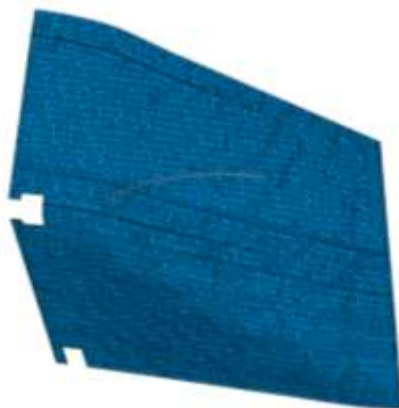
Мрежа коначних елемената подешава се са циљем да се добију најпрецизнији резултати при анализи. Због тога постављена је величина сваког коначног елемента од 10 mm, са толеранцијама при преклапању коначних елемената од 0.1 mm (слика 26). Овим подешавањем добијају се веома прецизни резултати. Приказ формиране мреже дат је на слици 27.



а) Подешавање величине коначног елемента

б) Подешавања толеранција између коначних елемената

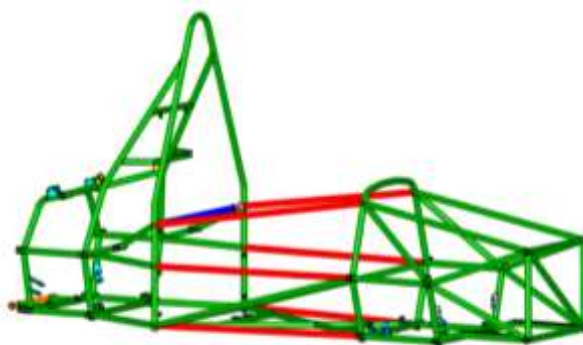
Слика 26. Подешавање мреже коначних елемената



Слика 27. Изглед мреже коначних елемената на бочној страни

3.5.2. Постављање ограничења

Бочна страна каросерије везана је завртањским везама за рам. Због тога се сматра да је ово фиксирани елемент. Бочна страна је закачена за рам у 6 тачака (слика 28) ради остваривања круте везе. Тачке качења обојене су црвеном бојом на раму. Због положаја тачки качења смањује могућност деформације и осцилације елемента при кретању.



Слика 28. Качење предњег дела

Ограничења постављена на бочну страну дата су на слици 29.

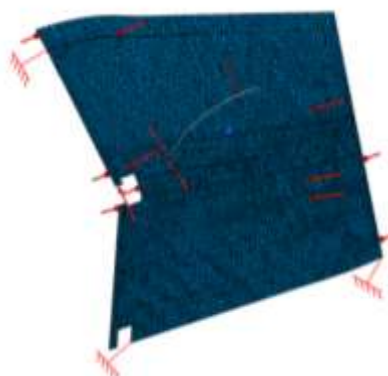
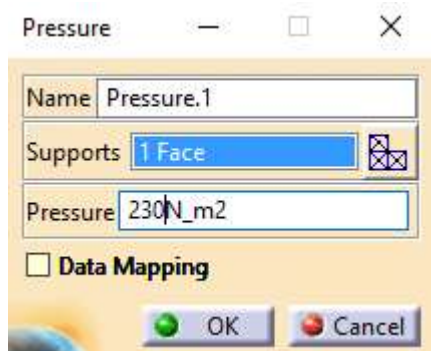


Слика 29. Ограничења бочне стране



3.5.3. Постављање оптерећења

Бочна страна каросерије оптерећена је на притисак. Због свог положаја у склопу бочна страна готово да није изложена ударима ветра, осим у случају скретања возила. Вредност притисака израчуната је при симулирању ваздушног тунела у програму *Autodesk Flow Design*. За сам прорачун користи се највећа вредност притиска и она се поставља на цео предњи део, а не на саму каросерију јер се тиме добија резултат за случај највећег оптерећења на целом делу. За бочну страну вредност добијеног притиска је 230 Pa.



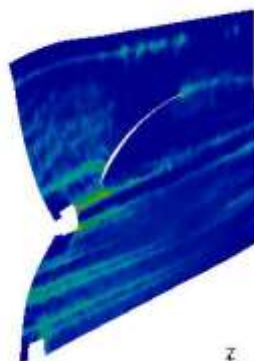
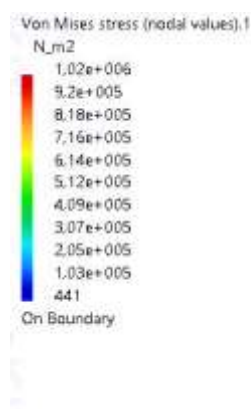
а) Вредност притиска

б) Притисци постављени на бочну страну

Слика 30. Притисци на бочну страну каросерије

3.5.4. Резултати

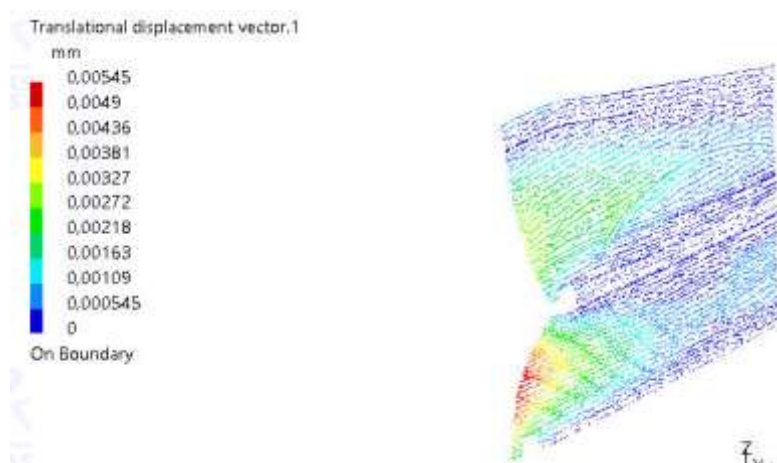
Вредности Вон Мизесових напона (*Von Mises Stress*) који се јављају на бочној страни каросерије су од 441 до $1.02 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$. Ниске вредности напона јављају се готово на целој бочној страни. Вредности притисака повећавају се на делу који на себи има отвор кроз који пролазе споне. У реалном случају преко дела са отвором поставља се предњи део каросерије ради добијања веће крутости целог система. Приказ Вон Мизесових напона дат је на слици 31.



Слика 31. Вон Мизесови напони на бочној страни каросерије



Померања на бочном делу каросерије приказана су на слици 32. Највећа померања јављају се на деловима који нису повезани са рамом, а при томе нису попуњени материјалом већ имају неке отворе. Највеће забележено померање је 0.00545 mm, што је занемарљиво мала вредност због тога што је на делу на коме се то померање јавља оптерећење скоро duplo веће од реалног.

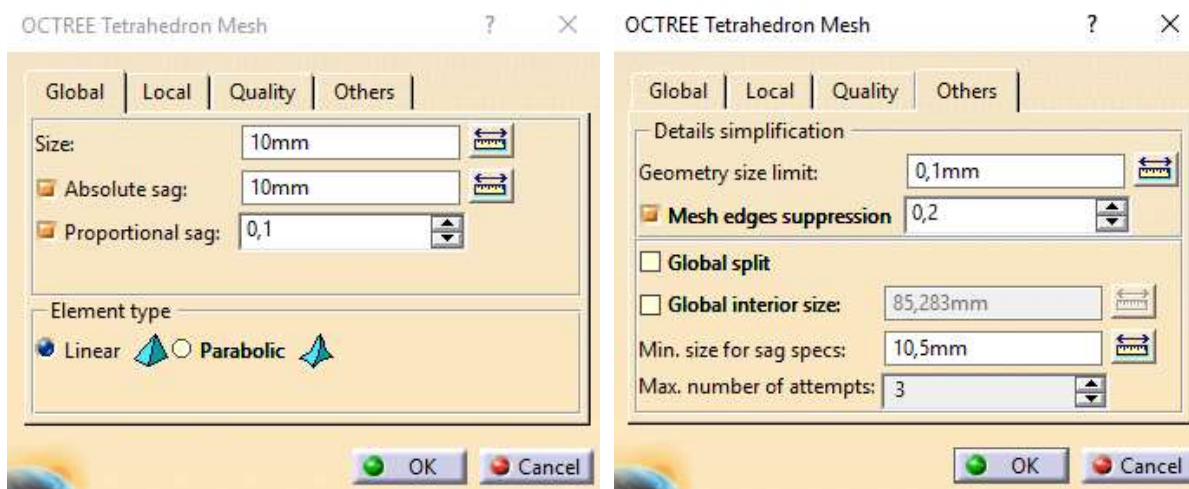


Слика 32. Поље померања бочне стране каросерије

3.6. Прорачун деформације бубрежника

3.6.1. Формирање мреже

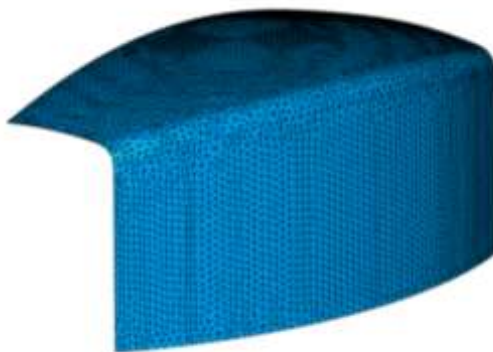
Мрежа коначних елемената подешава се са циљем да се добију најпрецизнији резултати при анализи. Због тога постављена је величина сваког коначног елемента од 10 mm, са толеранцијама при преклапању коначних елемената од 0.1 mm (слика 33). Овим подешавањем добијају се веома прецизни резултати. Приказ формиране мреже дат је на слици 34.



а) Подешавање величине коначног елемента

б) Подешавања толеранција између коначних елемената

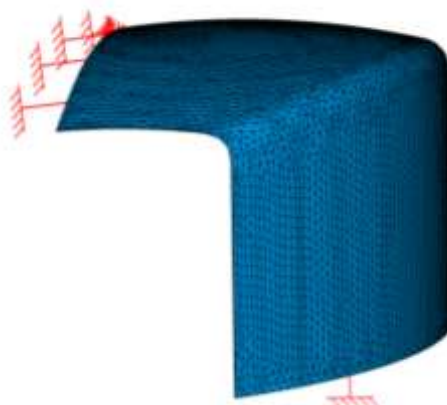
Слика 33. Подешавање мреже коначних елемената



Слика 34. Изглед мреже коначних елемената на бубрежнику

3.6.2. Постављање ограничења

Бубрежници су ограничени у две тачке и нигде нису повезани са рамом. Каче се по ивицама за под и за бочну страну помоћу крутих веза и завртњева. Када се бубрежник постави у свој положај и фиксира, добија се крута веза. На слици 35 приказано је ограничење бубрежника.

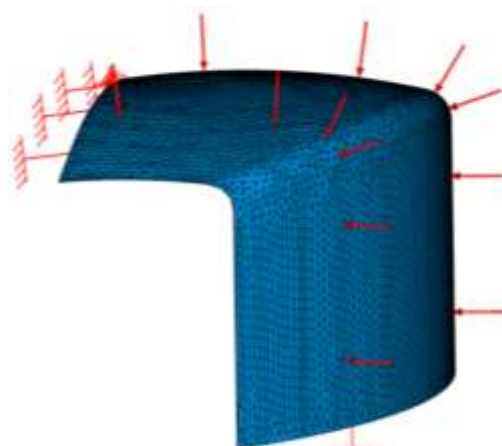
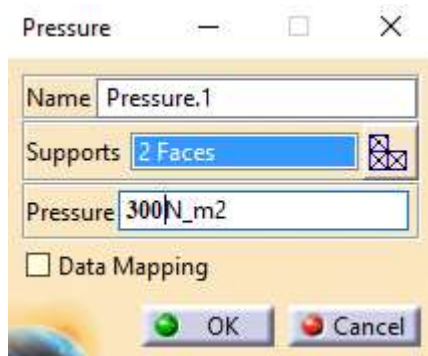


Слика 35. Ограничење бубрежника

3.6.3. Постављање оптерећења

Бубрежник каросерије оптерећен је на притисак. Улога бубрежника у склопу каросерије је да својом геометријом усмери ваздух ка хладњаку и да омогући додатно пријањање возила на подлогу. Вредност притисака израчуната је при симулирању ваздушног тунела у програму *Autodesk Flow Design*. За сам прорачун користи се највећа вредност притиска и она се поставља на цео предњи део, а не на саму каросерију јер се тиме добија резултат за случај највећег оптерећења на цео део. За бочну страну вредност добијеног притиска је 300 Pa.

У програму *CATIA V5R21* постављена је вредност притиска на спољашњу површину оплате. На слици 36 показани су задати притисци на бубрежник.



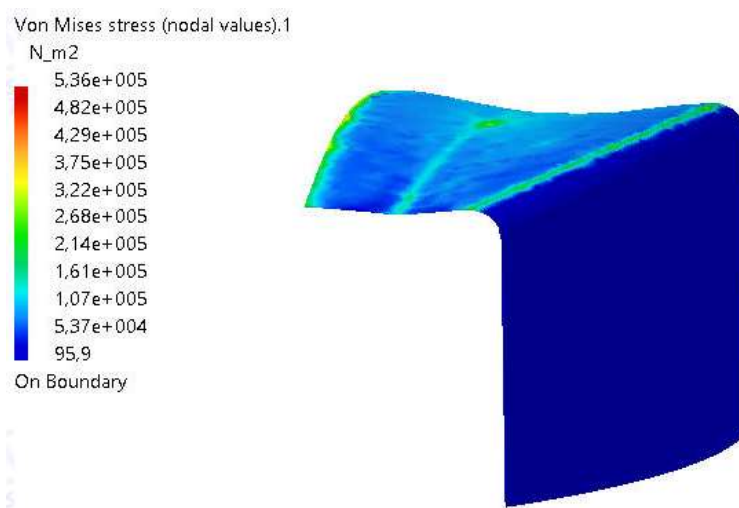
а) Вредност притисака

б) Притисци постављени на бубрежник

Слика 36. Притисци на бубрежнику

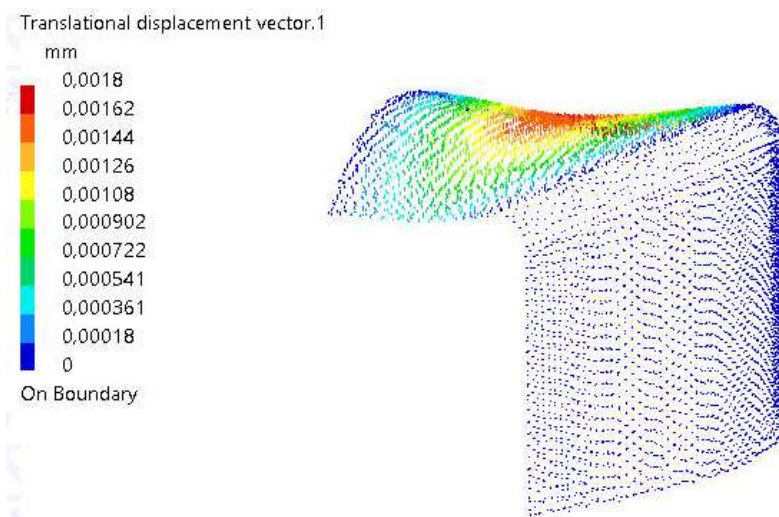
3.6.4. Резултати прорачуна бубрежника

Вредности Вон Мизесових напона (*Von Mises Stress*) који се јављају на бубрежнику су од 95.9 до $5.36 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. Са слике јасно се види да са бочне стране бубрежника готово да нема Вон Мизесових напона, док се напони јављају са горње стране. Највећа вредност напона јавља се на средњем делу горње стране бубрежника и на позицији качења бубрежника и бочне стране. Приказ Вон Мизесових напона дат је на слици 37.



Слика 37. Вон Мизесови напони

Померања на бубрежнику приказана су на слици 38. Највеће померање јавља се у највишој тачки бубрежника, односно у тачки највећег удара ветра. Највеће забележено померање је 0.0018 mm. Ово померање компензује се ојачавањем тог дела и постављањем хладњака унутар бубрежника.

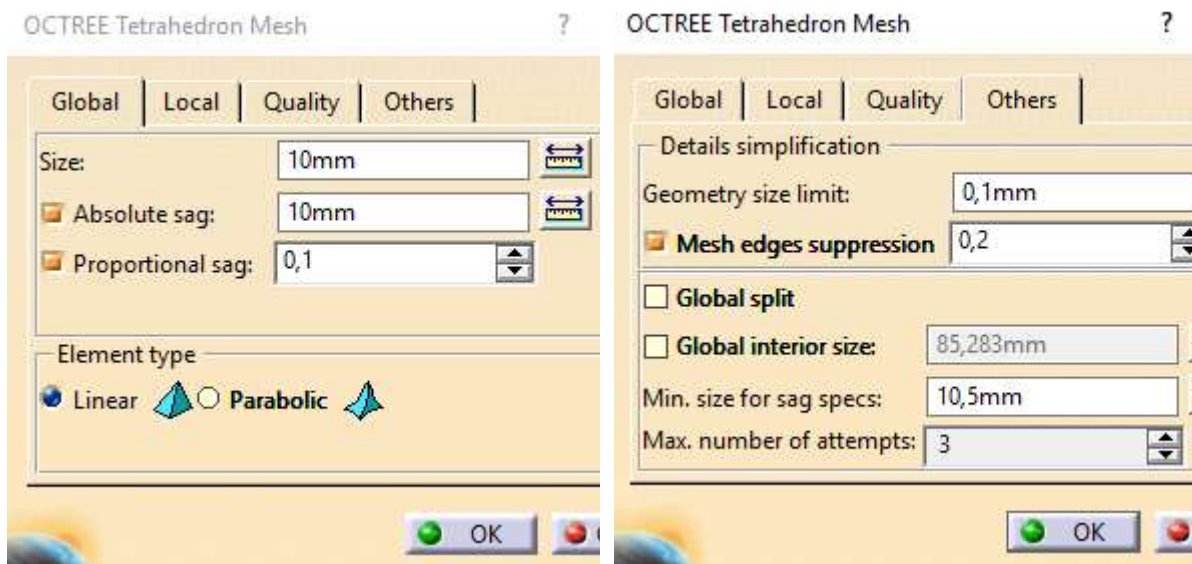


Слика 38. Поље померања бубрежника

3.7. Прорачун деформације предњег спојлера

3.7.1. Формирање мреже

Мрежа коначних елемената подешава се са циљем да се добију најпрецизнији резултати при анализи. Због тога постављена је величина сваког коначног елемента од 10 mm, са толеранцијама при преклапању коначних елемената од 0.1 mm (слика 39). Овим подешавањем добијају се веома прецизни резултати. Приказ формиране мреже дат је на слици 40.



а) Подешавање велиине коначног елемента

б) Подешавања толеранција између коначних елемената

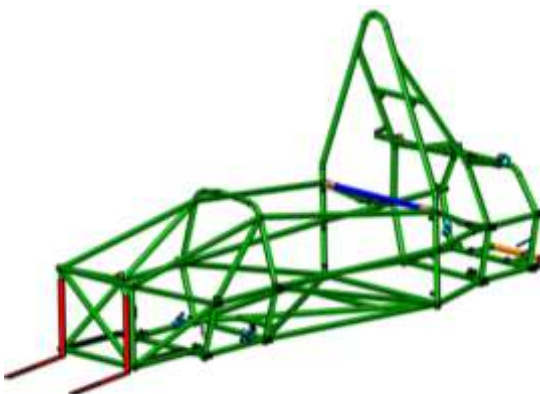
Слика 39. Подешавање мреже коначних елемената



Слика 40. Изглед мреже коначних елемената на предњем спојлеру

3.7.2. Постављање ограничења

Предњи спојлер повезан је са рамом помоћу засебних L профила, који су заварени за рам (слика 41). Профили су постављени симетрично у односу на централну осу предњег спојлера и фиксирани су помоћу завртњева. На слици 42 приказано је ограничење постављено на предњи спојлер.



Слика 41. Веза рама и предњег спојлера

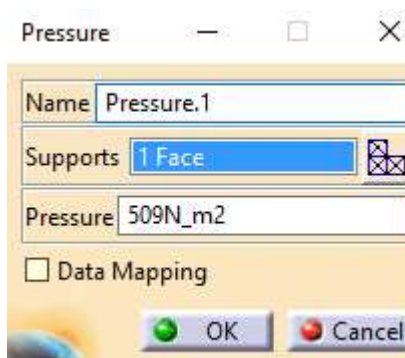


Слика 42. Ограничења предњег спојлера

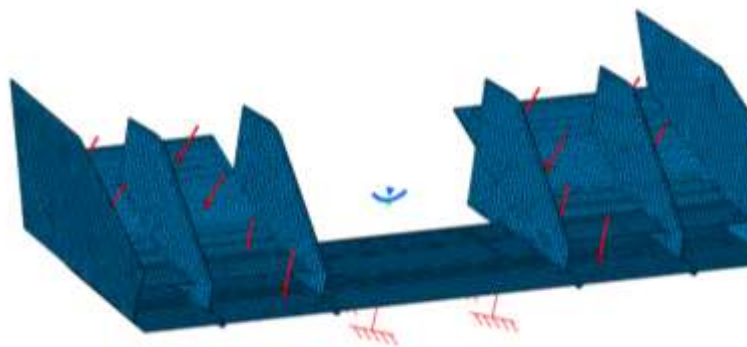


3.7.3. Постављање оптерећења

Предњи спојлер је најоптерећенији део комплетног аеропакета возила, због тога што он трпи прве ударе ветра и представља део који усмерава ваздух ка осталим деловима. Улога предњег спојлера је да омогући добро пријањање комплетног возила, да спречи превртање и да омогући прецизно кретање возила при изласку из кривине. На предњи спојлер при брзини од $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ делује притисак од 509 Pa. Постављање оптерећења приказано је на слици 43.



а) Вредност притисака

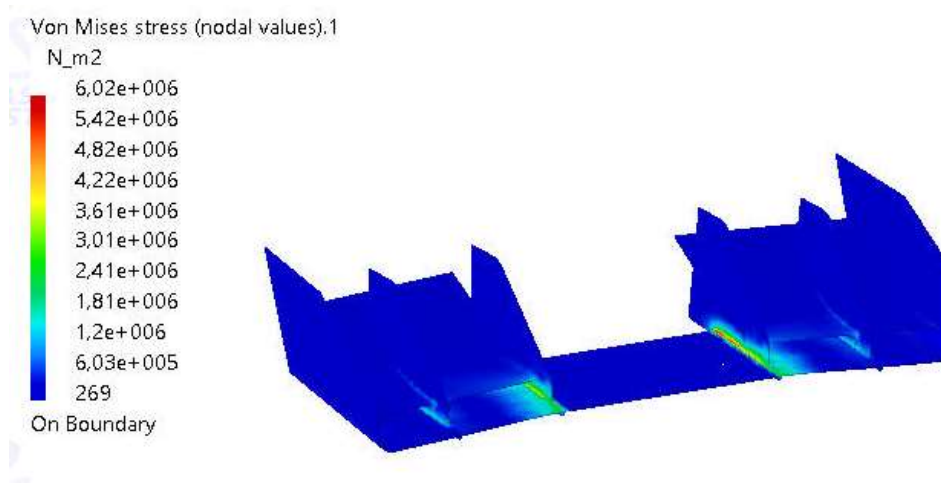


б) Притисци постављени на предњи спојлер

Слика 43. Притисци на предњем спојлеру

3.7.4. Резултати нумеричког прорачуна предњег спојлера

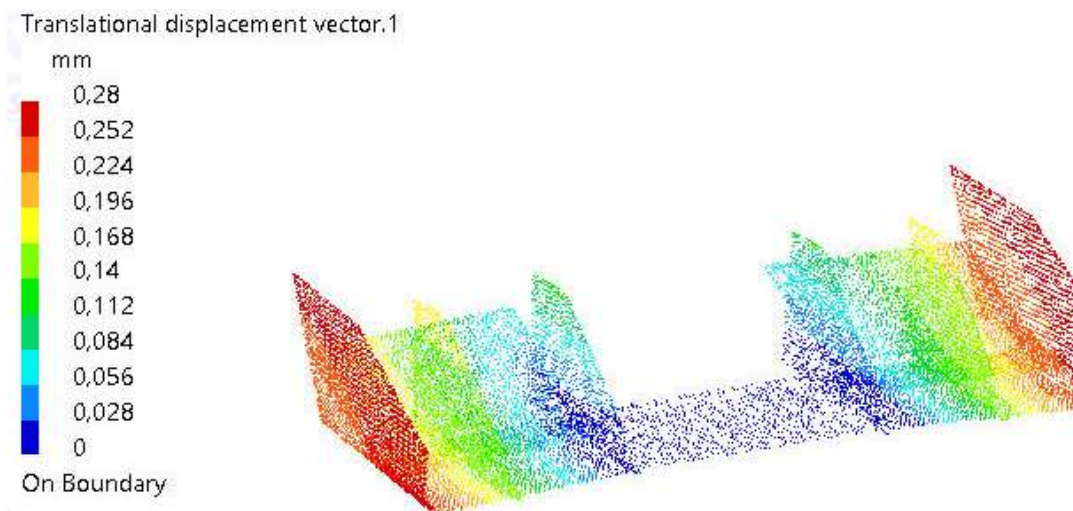
Вредности Вон Мизесових напона (*Von Mises Stress*) који се јављају на предњем спојлеру су од 269 до $6.02 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$. Вон Мизесови напони на предњем спојлеру највећи су на спојевима средњих пера предњег спојлера. Приказ Вон Мизесових напона дат је на слици 44.



Слика 44. Вон Мизесови напони



Померања на предњем спојлеру приказана су на слици 45. Највеће померање предњег спојлера јавља се на самом крају спојлера. Највеће забележено померање је 0.28 mm.



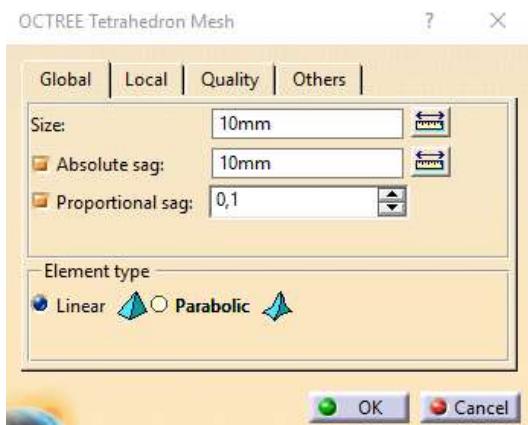
Слика 45. Померања предњег спојлера

Поље померање које се јавља на предњем спојлеру може лоше утицати на перформансе возила јер долази до осцилација предњег спојлера. Ако предњи спојлер осцилује може доћи до превртања возла. Решење за проблем осциловања је додатно фиксирање предњег спојлера за рам помоћу подесивих спона. Подесиве споне такође дају могућност да се угао предњег спојлера мења и тиме се додатно утиче на кретање ваздуха ка задњем делу возила.

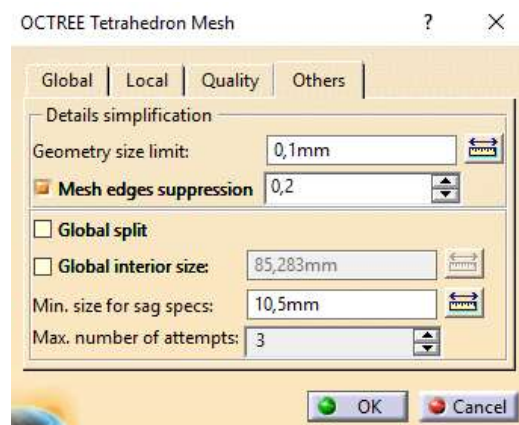
3.8. Прорачун карактеристика задњег спојлера

3.8.1. Формирање мреже

Мрежа коначних елемената подешава се са циљем да се добију најпрецизнији резултати при анализи. Због тога постављена је величина сваког коначног елемента од 10 mm, са толеранцијама при преклапању коначних елемената од 0.1 mm (слика 46). Овим подешавањем добијају се веома прецизни резултати. Приказ формиране мреже дат је на слици 47.

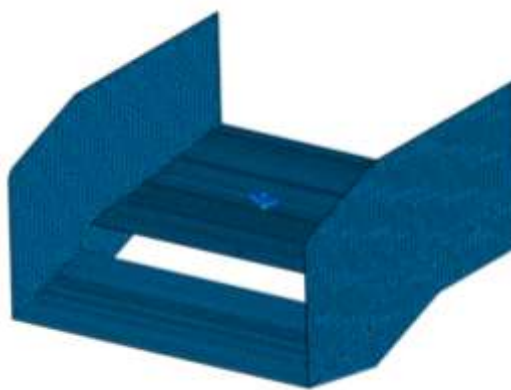


а) Подешавање величине коначног елемента



б) Подешавања толеранција између коначних елемената

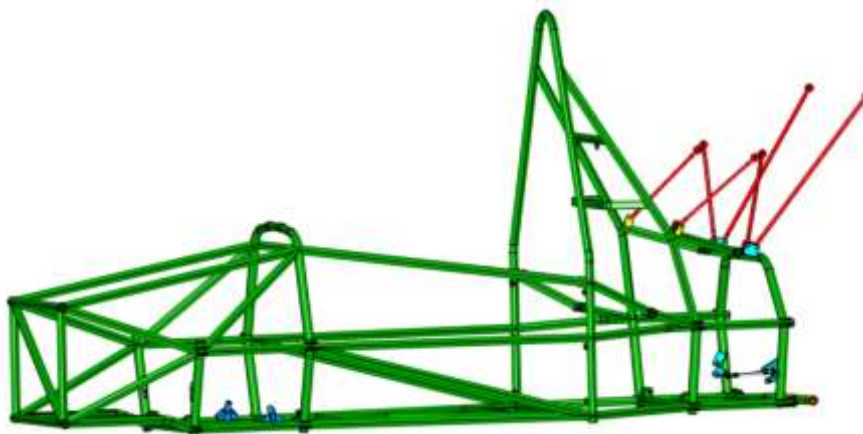
Слика 46. Подешавање мреже коначних елемената



Слика 47. Изглед мреже коначних елемената на задњем спојлеру

3.8.2. Постављање ограничења

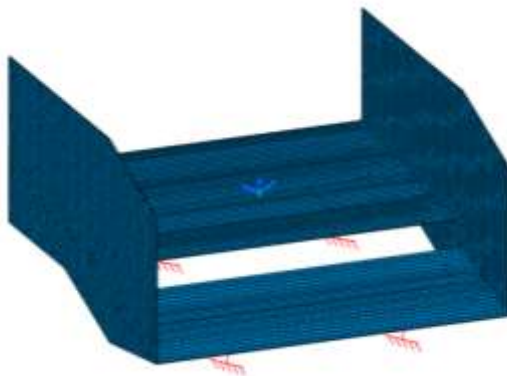
Задњи спојлер повезан је са рамом помоћу подесивих спона. На задњем крилу израђена су ојачања са наставцима за повезивање са спонама. Спона и задњи спојлер везани су завртањском везом. На слици 48 приказане су подесиве споне.



Слика 48. Подесиве споне задњег спојлера



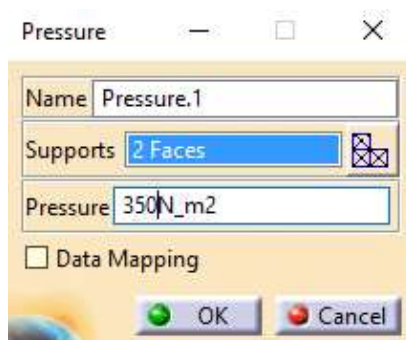
Задњи спојлер сматра се круто фиксираним и фиксирање задњег спојлера дато је на слици 49.



Слика 49. Ограничавање задњег спојлера

3.8.3. Постављање оптерећења

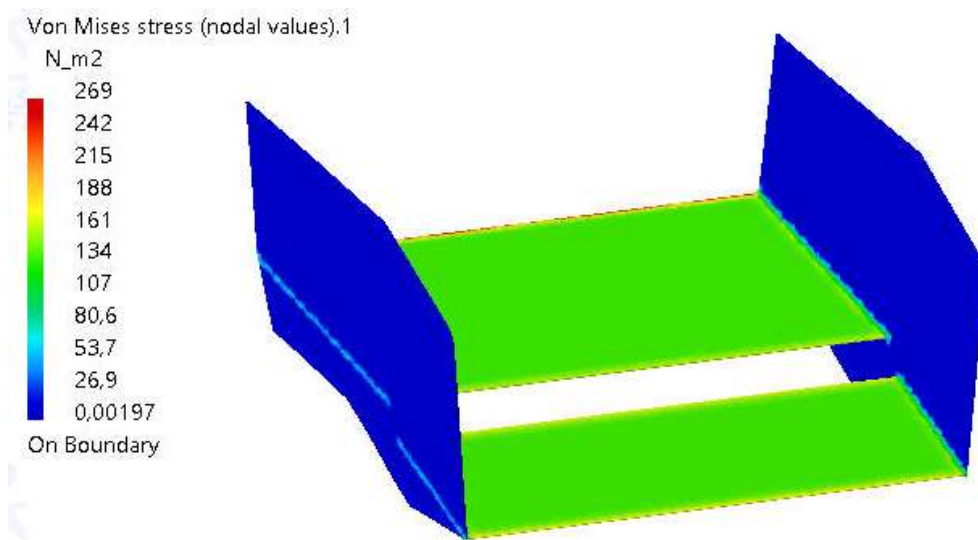
Задњи спојлер је део који служи да додатно осигура возило од превртања и да обезбеди додатно пријањање возила. Код конструисања задњег спојлера поребно је омогућити што бољи проток ваздуха и што мању ударну површину, јер се на тај начин избегава успорење возила. Притисак који се јавља на задњем спојлеру је 350 Па (слика 50).



Слика 50. Притисак на задњем спојлеру

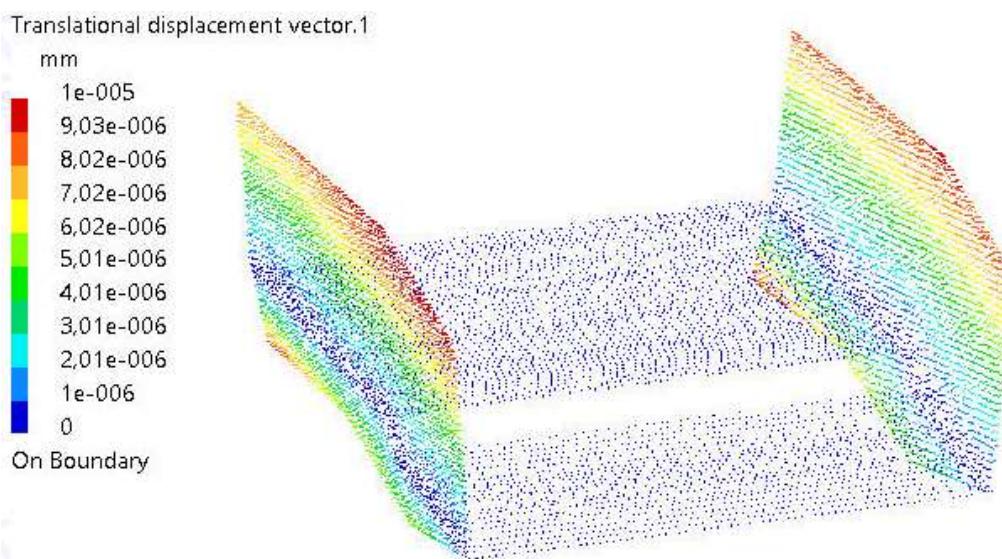
3.8.4. Резултати прорачуна на задњем спојлеру

Вредности Вон Мизесових напона (*Von Mises Stress*) који се јављају на задњем спојлеру су од 0.00197 до 269 N/m². Разлог за мале вредности напона је геометрија задњег спојлера. Она пружа да ваздух струји кроз задњи спојлер, али због нагиба средњег дела задњег спојлера ствара притисак који гура возило на доле. Приказ Вон Мизесових напона дат је на слици 51.



Слика 51. Вон Мизесови напони

Померања на задњем спојлеру приказана су на слици 52. На средишњем делу задњег спојлера не постоје померања. Померање постоји на бочним странама задњег спојлера и померање расте у зависности од удаљености од средишњег дела. Највеће померање је на врху бочне стране задњег спојлера и износи $1 \cdot 10^{-5}$ mm.



Слика 52. Померања задњег спојлера



4. Закључак

Изработом квалитетног модела добија се могућност увида у проблеме са којима се инжењер среће при пројектовању и изradi. Радом у CAD/CAM програмима штеди се доста новца, јер није потребно израђивати скупе прототипова и даје се увид у све те проблеме. Квалитетном симулацијом показује се како се део понаша у реалним условима, да ли долази до замора и лома.

Симулације су од веома великог значаја за аеро испитивања јер се њима добија јасна слика о томе да долази до повећања притисака, до стварања непотребних струјница и приказује се да ли ће у неком тренутку доћи до превртања или лома дела. Изработом доброг аеро пакета код возила штеди се доста новца и једноставно и брзо се сви проблеми одстрањују. Захтеви на које аеро пакет треба да одговори су:

- поузданост,
- стабилност и
- добар дизајн.

Приказ комплетног аеро пакета Студентске Формуле ФИН Крагујевац дат је на слици 53.



Слика 53. Приказ целокупног аеро пакета



5. Литература

- [1] <http://students.sae.org/cds/formulaseries/about/>
- [2] Витали: <https://www.vitaly.com.my/wp-content/uploads/2014/05/Aluminium-Composite-Panel.jpg>, приступљено септембар 10.09.2017.
- [3] Јовановић, М., Адамовић, Д., Лазић, В., Ратковић, Н.: Машински материјали, Машински факултет Крагујевац, 2003.
- [4] Властелица И., Компјутерско моделирање и анализа конструкција, <http://www.visokaskolacacak.edu.rs/nastavni-materijali/kmiak-1/116---33.html>, приступљено септембар 10.09.2017.
- [5] Којић М., Славковић Р., Живковић М., Грујовић Н.: Метод коначних елемената I, Машински факултет, Крагујевац, 1998.
- [6] Јовичић Г.: Компјутерски подржано инжењерство, <http://moodle.mfkg.rs/course/view.php?id=69>, приступљено септембар 10.09.2017.
- [7] Алукобонд: <http://alucobond.com.sg/products/alucobond-eco/technical-data/>, приступљено септембар 10.09.2017.
- [8] Девеџић Г.: "CAD/CAM технологије", Машински факултет, WUS Austria, Крагујевац, 2006.