

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Аутомобилско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: /

Предмет: Основе динамике моторних возила

Број индекса: 813/2014

Соња М. Срећковић

**Граничне вредности приањања точкова
при кочењу возила
завршни рад**

Комисија за преглед и одбрану:

1. др Данијела Милорадовић, ванр. проф - ментор

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завршног рада кандидаткиња треба да:

- изложи теоријске основе приањања између точкова возила и подлоге,
- прикаже преглед најважнијих утицајних параметара на величину коефицијента приањања,
- објасни искоришћено приањање и граничне вредности приањања точкова при кочењу возила,
- анализира дејство утицајних параметара на граничне вредности приањања точкова при кочењу возила.

Препоручена литература:

- [1] Симић, Д.: „Моторна возила“, Научна књига, Београд, 1988.
- [2] Тодоровић, Ј.: „Кочење моторних возила“, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 1988.
- [3] Јанковић, А.: „Динамика аутомобила“, Машински факултет Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац, 2008.
- [4] Knor, P.: „Dinamika motornih vozila – skripta“, Mašinski fakultet Sarajevo, Sarajevo, 2006.

Крагујевац, октобар 2018. год.

Ментор:
др Данијела Милорадовић, ванр. проф.

РЕЗИМЕ

Предмет истраживања овог завршног рада су граничне вредности коефицијента приањања при кочењу возила. Дефинисан је процес кочења возила и силе које утичу на возило приликом кочења. Одређено је гранично и искоришћено приањање као и утицај клизања на коефицијент приањања. Дата је анализа параметара који утичу на величину ангажованог коефицијента приањања на примеру конкретног возила.

Кључне речи: коефицијент приањања, клизање, кочење, граничне вредности

ABSTRACT

This final paper deals with the subject of limit values of adhesion coefficient during vehicle braking. Braking process is defined, as well as the forces acting on a vehicle during braking. Limit and used values of adhesion coefficient are determined and effect of sliding on adhesion coefficient is defined. Analysis of influencing parameters on the value of the used adhesion coefficient is conducted using concrete vehicle data.

Keywords: adhesion coefficient, sliding, braking, limit values

САДРЖАЈ

УВОД	1
1. КОЕФИЦИЈЕНТ ПРИАЊАЊА.....	3
2. ПРОЦЕС КОЧЕЊА ВОЗИЛА	9
2.1 Силе које делују на кочени точак	9
2.2 Једначине кретања возила у подужној равни	10
2.3 Максималне вредности силе кочења.....	13
2.4 Одређивање максималног успорења при кочењу	16
2.5 Расподела кочних сила	17
3. УТИЦАЈНИ ПАРАМЕТРИ НА ВРЕДНОСТИ КОЕФИЦИЈЕНТА ПРИАЊАЊА	22
3.1 Дејство утицајних параметара на вредности коефицијента приањања у подужном правцу.....	22
3.2 Дејство утицајних параметара на вредности коефицијента приањања у бочном правцу.....	26
4. ГРАНИЧНЕ ВРЕДНОСТИ ПРИАЊАЊА ТОЧКОВА ПРИ КОЧЕЊУ	28
5. АНАЛИЗА ДЕЈСТВА УТИЦАЈНИХ ПАРАМЕТРА НА ГРАНИЧНЕ ВРЕДНОСТИ ПРИАЊАЊА ТОЧКОВА ВОЗИЛА ПРИ КОЧЕЊУ	33
ЗАКЉУЧАК	42
ЛИТЕРАТУРА.....	43

УВОД

Кочење аутомобила представља супротан процес од убрзавања. Врши се помоћу специјалног уређаја који се назива систем за кочење.

Брзина аутомобила у одређеним условима саобраћаја, па и максимална на отвореном путу, зависи од ефикасности уређаја за кочење тј. од могућности заустављања аутомобила на што краћем делу пута. Возило са бољим ефектом кочења може да развија у експлоатацији веће средње брзине кретања, па се зато сматра да су кочне особине део укупних динамичких особина аутомобила. Кочне карактеристике возила зависе од коефицијента приањања [1].

Коефицијент приањања дефинише међусобну везу пнеуматика и тла. Разликује се од коефицијента трења клизања по томе што, у случају контакта пнеуматика и тла, делићи пнеуматика продиру у површину пута услед постојања микронеравнина. Коефицијент приањања током кочења зависи од [2]:

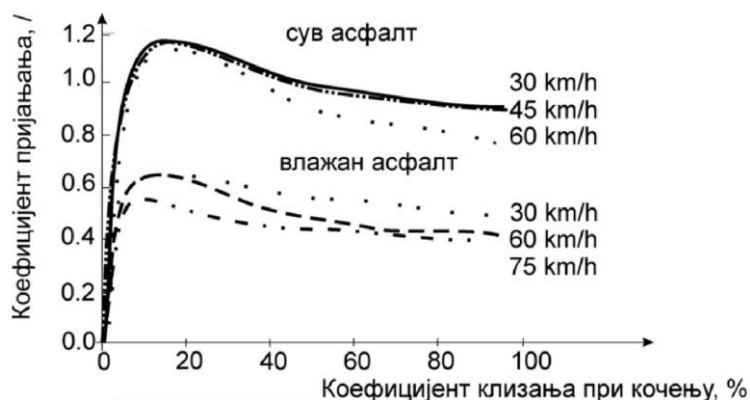
- проклизавања (коефицијента клизања),
- стања пута (сув, влажан),
- брзине кретања возила,
- радијалног оптерећења точка и
- притиска ваздуха у пнеуматичима.

У табели 1 су приказане експериментално утврђене вредности коефицијента приањања за уобичајене врсте и стање путева.

Табела 1 – Вредности коефицијента приањања за уобичајене врсте и стање путева [2]

<i>Врста пута</i>	<i>Коефицијент приањања, ϕ</i>
Бетон	0,71-0,74
Асфалт нов	0,7-0,8
Асфалт стар-прљав-влажан	0,25-0,45
Снег	0,2-0,5
Лед	0,05-0,1

Коефицијент приањања је сличан коефицијенту трења клизања. Пожељне су што веће вредности коефицијента приањања са становишта преноса снаге на точак, управљања возилом и ефикасности кочења [1]. Коефицијент приањања достиже своју највећу вредност при проклизавању услед деформације пнеуматика од око 15 - 25 %, што је посебно значајно за процес кочења и поласка возила из места, слика 1 [2].



Слика 1 – Зависност коефицијента приањања од коефицијента клизања [2]

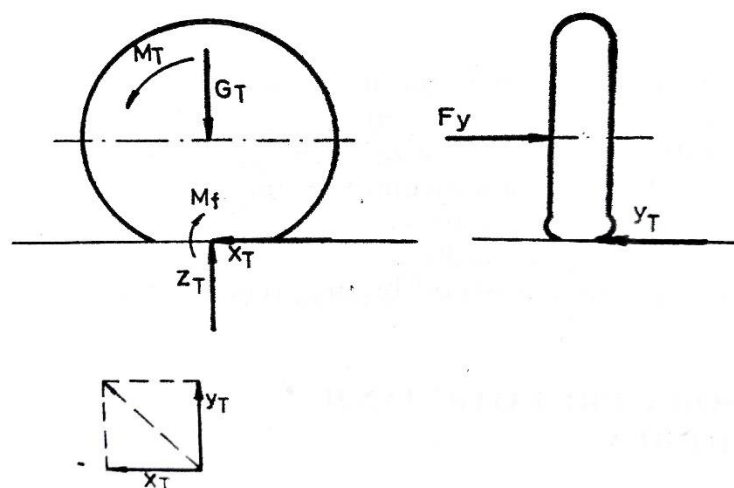
Коефицијент приањања опада са порастом брзине возила на сувим путевима. Влажан пут смањује коефицијент приањања, а под одређеним условима, вода може довести и до губитка контакта између пнеуматика и пута (хидродинамичко пливање, аквапланинг, хидропланинг, итд.).

Промена притиска ваздуха у пнеуматичима на сувим путевима показује утицај на коефицијент приањања. На влажним путевима, смањење притиска ваздуха у пнеуматичима доводи до побољшања коефицијента приањања. Промена вертикалног оптерећења, због деформације пнеуматика, доводи до промене коефицијента приањања. Тај утицај није директно пропорционалан и износи до 10% [2].

У овом завршном раду биће дефинисан коефицијент приањања и његова зависност од коефицијента клизања. Затим ће бити приказан процеса кочења возила, силе које делују на њега приликом процеса, као и расподела и максималне вредности кочних сила. У раду ће, такође, бити разматрани параметри који утичу на величину коефицијента приањања, као и његове граничне вредности при кочењу. Биће извршена и анализа дејства утицајних параметара на граничне вредности приањања при кочењу на конкретном примеру аутомобила *Volkswagen Polo*. Резултати утицаја положаја тежишта возила и коефицијента расподеле кочних сила, на вредност ангажованог коефицијента приањања биће приказани дијаграмски, у функцији успорења при кочењу.

1. КОЕФИЦИЈЕНТ ПРИАЊАЊА

На слици 1.1 је приказан случај када на погонски точак дејствује бочна сила F_y . Услед њеног дејства се појављује бочна реакција тла, Y_T , у равни тла, а услед погонског момента у равни тла - реакција X_T .



Слика 1.1 – Дејство бочне силе F_y на погонски точак [1]

Резултујућа реакција има интензитет $\sqrt{X_T^2 + Y_T^2}$ и налази се у равни тла. Максимална могућа реакција у равни тла је одређена производом ϕZ_T , где је ϕ – коефицијент приањања између точка и подлоге:

$$\phi Z_T = \sqrt{(X_T^2 + Y_T^2)_{max}} \quad (1.1)$$

Клизање точка настаје када величина резултујуће реакције достигне вредност ϕZ_T , а до клизања не долази ако је испуњен услов:

$$\sqrt{X_T^2 + Y_T^2} < \phi Z_T. \quad (1.2)$$

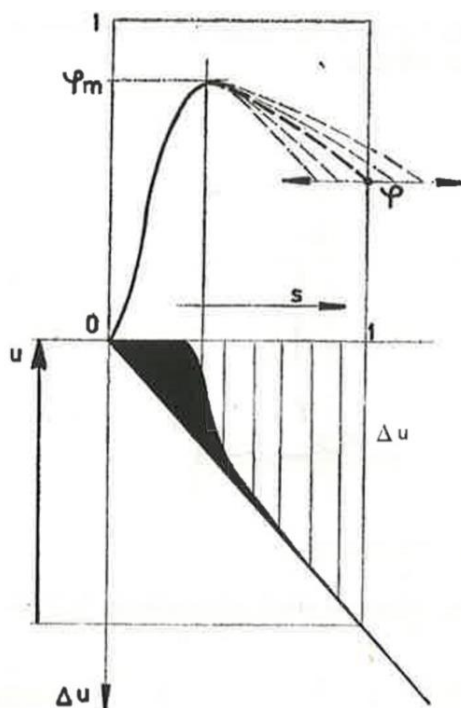
На основу израза (1.1), коефицијент приањања се може дефинисати као однос између резултујуће максималне реакције у равни тла при којој почиње клизање и радијалне реакције тла:

$$\phi = \frac{\sqrt{(X_T^2 + Y_T^2)_{max}}}{Z_T} \quad (1.3)$$

У случају када је $Y_T=0$, резултујућа максимална реакција тла постаје X_{Tmax} - максимална тангенцијална реакција, па је коефицијент приањања однос између ове реакције и нормалне реакције тла:

$$\varphi = \frac{X_{Tmax}}{Z_T} \quad (1.4)$$

Постоји статички (без проклизавања) и динамички коефицијент приањања (са проклизавањем). На слици 1.2 је приказан коефицијент приањања у функцији од клизања, при проклизавању услед деформација.



Слика 1.2 – Коефицијент приањања у функцији од клизања [1]

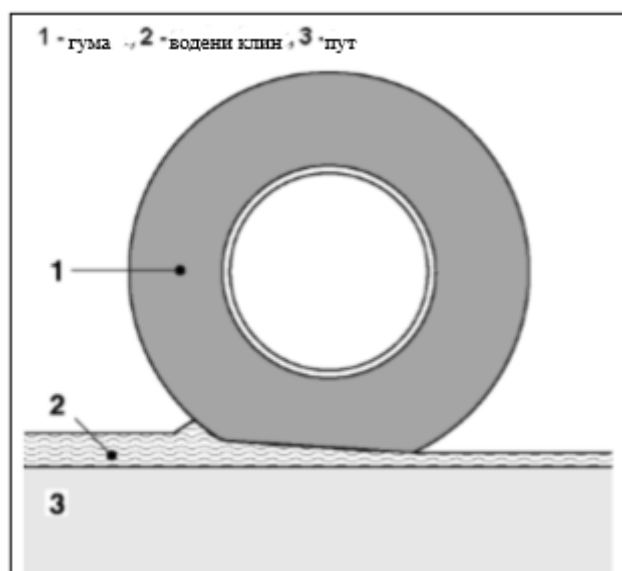
Према слици 1.2, коефицијент приањања достиже своју максималну вредност, φ_m приближно при максималној вредности проклизавања услед деформације ($s=0,15 - 0,25$). Коефицијент приањања нагло опада како се повећава клизање. То практично значи да погонски точак креће да проклизава, а кочени точак да блокира [1].

У доњем делу слике 1.2 је шематски приказана промена разлике између обимне и транслаторне брзине точка, $\Delta u = u - v$, где је u – обимна брзина, а v – транслаторна брзина точка. Промена Δu коју узрокује проклизавање услед деформације је приказана на делу дијаграма који је испуњен црно, а вертикално шрафирани део представља ову промену услед клизања пнеуматика у односу на тло.

Постоје и два екстремна случаја вредности коефицијента приањања [3]:

- код тркачких аутомобила се користе специјалне мешавине гума које обезбеђују достизање вредности коефицијента приањања и до 1,8 (ово се постиже „лепљењем” гуме за подлогу, али је недостатак што се гума врло брзо троши) и
- код појаве аквапланинга, где је коефицијент приањања практично једнак нули, а возило је без кочних, вучних и управљачких сила (аквапланинг се јавља при постојању дебелог слоја воде на путу, а на њега утиче и брзине возила и профил пнеуматика).

Појава аквапланинга је илустрована на сликама 1.3 и 1.4.



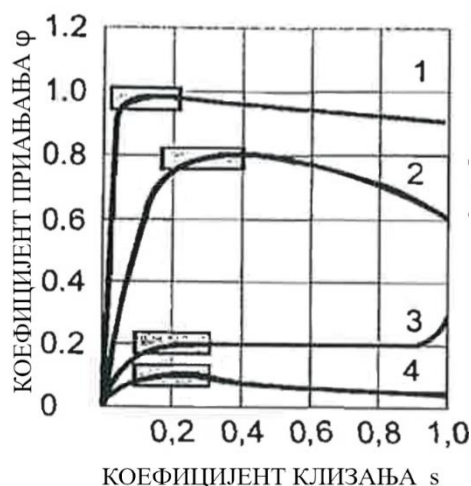
Слика 1.3 – Аквапланинг [3]



Слика 1.4– Приказ утицаја брзине на аквапланинг [4]

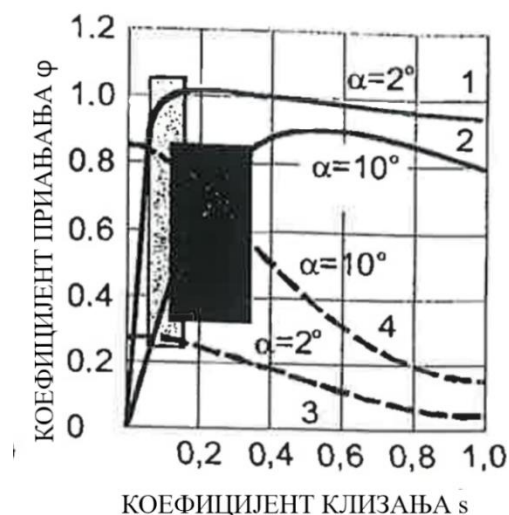
Познато је да за точак постоји гранична сила коју он може да пренесе са аспекта приањања. До проклизавања или блокирања точка долази услед већег момента на точку (погонски или кочни) од граничног момента приањања. Зато су уведени системи за управљање моментом на точку, преко регулације броја обртаја. Савремена моторна возила имају уграђене уређаје за спречавање блокирања точкова при кочењу ABS (Anti Lock Brake System) [5].

На слици 1.5 је приказана зависност коефицијента приањања и коефицијента клизања за различите подлоге, при чему су приказане сенчене површине као област у којој је активан ABS. Област коју регулише ABS је већа у случају влажних подлога (криве 2 и 4). На сувом снегу (крива 3), у области великог клизања, долази и до повећања приањања.



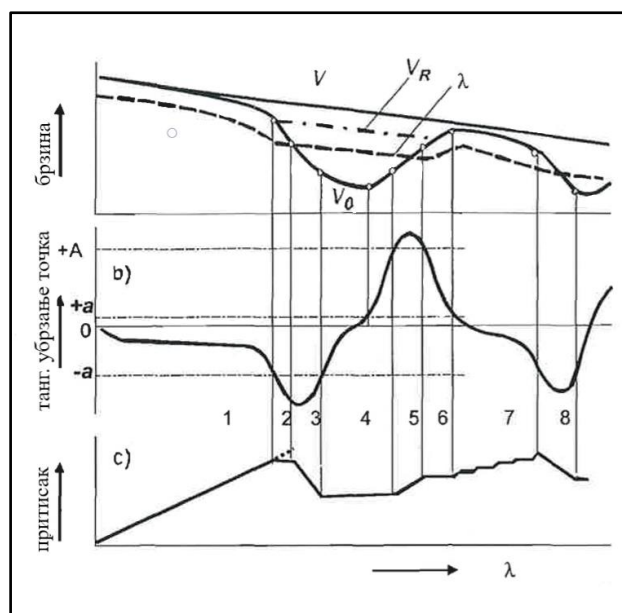
Слика 1.5 – Зависност коефицијента клизања и коефицијента приањања: 1 - радијални пнеуматици на сувом бетону, 2 - дијагонални зимски пнеуматици на мокром асфалту, 3 - радијални пнеуматици на сувом снегу, 4 - радијални пнеуматици на леду) [5]

На слици 1.6 је приказана зависност подужног (пуна линија) и бочног коефицијента приањања (испрекидана линија) за две вредности угла бочног скретања, α . Тамнија област представља регулисање подужног и бочног клизања за мањи угао бочног скретања, а светлија област регулисање за већи угао бочног скретања.



Слика 1.6 - Зависност коефицијента клизања и коефицијента приањања (1 и 2 – тангенцијално клизање за две вредности угла бочног скретања, 3 и 4 -бочно клизање за две вредности угла бочног скретања) [5]

Начин регулисања подужног клизања зависи од подлоге, тј. коефицијента приањања. На слици 1.7 је приказано регулисање процеса кочења на путу са великим коефицијентом приањања.

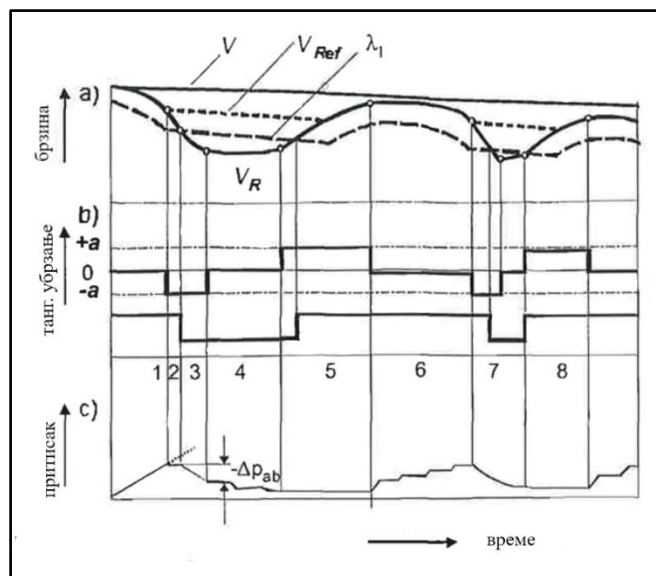


Слика 1.7 - Временска промена карактеристичних величина при кочењу на путу са великим коефицијентом приањања [5]

Промена брзине возила, v , је теоретски линеарна, док обимна брзина точка, v_0 , има минималну и максималну вредност. Референтна брзина, v_R , треба да прати ток промене

клизања. У тачкама превоја криве обимне брзине точка, убрзање има екстремне вредности и у овим тачкама притисак треба да буде регулисан [5].

На слици 1.8 је приказано регулисање процеса кочења при малом коефицијенту приањања.



Слика 1.8 – Временска промена карактеристичних величина при кочењу на путу са малим коефицијентом приањања [5]

На глаткој подлози наизменично долази до промене тангенцијалне компоненте кочења у краћим временским интервалима, па убрзање са већом фреквенцијом мења смер (наизменична промена убрзавања и кочења точка због малог приањања). Ова промена смера се регулише са два сигнала (слика 1.8, дијаграм b). Притисак у кочној инсталацији је нижи него у претходном случају [5].

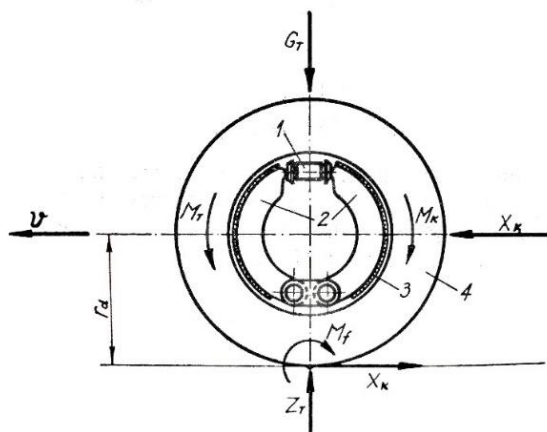
Ознаке на сликама 1.7 и 1.8:

- v - брзина возила,
- v_R - референтна брзина,
- v_O - обимна брзина точка,
- λ - клизање,
- $A, +a$ - сегмент убрзања,
- $A, -a$ - сегмент кочења,
- p - притисак у кочној инсталацији.

2. ПРОЦЕС КОЧЕЊА ВОЗИЛА

2.1 Силе које делују на кочени точак

Системом за кочење се врши принудно заустављање обртања точка услед чега се појављује сила трења између точка и подлоге, слика 2.1 [1].



Слика 2.1 – Кочни уређај точка [1]

Померањем клипова кочног цилиндра (1) (слика 2.1) размичу се кочне папучице (2), које на својој спољашњој страни носе кочне облоге. Оне се приљубљују уз кочни добош (3). Кочни добош је чврсто спојен са точком (4), док су кочне папучице преко осовинице чврсто повезане са носачем који је причвршћен за тело осовине (предње или задње). Услед приљубљивања кочних папучица о кочни добош, појављује се момент силе трења, односно момент кочења, M_k , који узрокује тангенцијалну реакцију тла, X_k , са супротним смером од смера кретања. Та реакција представља кочну силу. Поред тога, на точак делује и момент отпора котрљању, M_f [1].

За случај погонског точка, мотор предаје преко полувратила момент M_t :

$$M_T = \sum J \frac{d\omega t}{dt} - Mr, \quad (2.1)$$

где су:

- $\sum J \frac{d\omega t}{dt}$ – инерциони момент свих обртних делова везаних за полувратило точка (овај момент делује у правцу кретања) и
- M_T – момент услед трења у механизмима трансмисије, углавном у мотору, редукован на погонски точак.

Први члан на десној страни једначине (2.1) настаје услед успореног обртања коленастог вратила и трансмисије. Из једначине се види да први члан помаже, док се други члан супротставља обртању точка. Момент мотора, M_e , је мали приликом кочења, јер се у процесу кочења затвара довод горива, или се довод горива смањује на минимум, услед чега се успорава обртање коленастог вратила и трансмисије.

Користећи слику 2.1 добија се:

$$X_k \cdot r_d = M_k - M_T + M_f. \quad (2.2)$$

Узимајући у обзир једначину (2.1), следи да је:

$$X_k \cdot r_d = M_k + M_f - \sum J \frac{d\omega t}{dt} + M_r. \quad (2.3)$$

Инерциони момент замајца, $\sum J \frac{d\omega t}{dt}$, има највећу вредност кад се кочење врши без искључивања трансмисије (спојнице). Момент трења, M_r , има већу апсолутну вредност од инерционог момента $\sum J \frac{d\omega t}{dt}$ код лаког, поступног кочења, па се код таквог кочења спојница не искључује. Код наглог, интензивног кочења, момент инерције постаје знатно већи од момента трења, па је правило да се код таквог кочења спојница искључује.

За кочење до потпуног заустављања (спојница је искључена) важи:

$$X_k \cdot r_d \approx M_k + M_f. \quad (2.4)$$

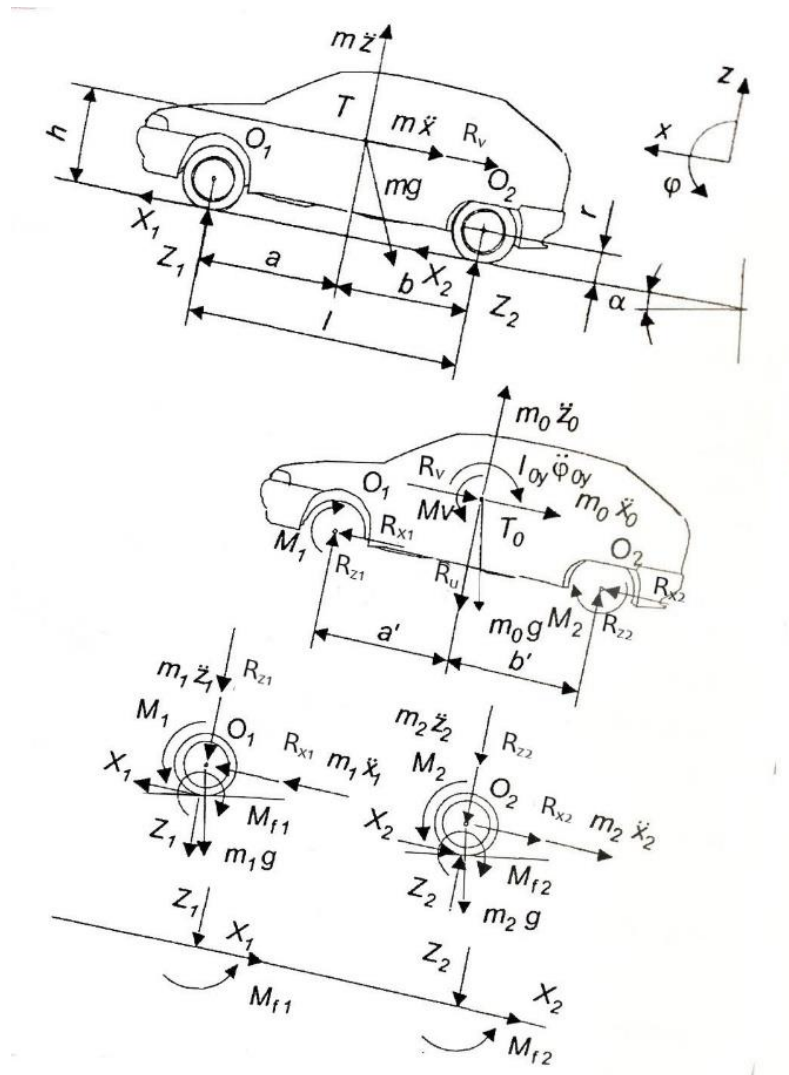
За максималну тангенцијалну реакцију, максималну кочиону силу, важи однос:

$$X_{k_{max}} = \varphi \cdot Z_T, \quad (2.5)$$

где је φ – коефицијент приањања, а Z_T - вертикална динамичка реакција тла.

2.2 Једначине кретања возила у подужној равни

На слици 2.2 приказан је двоосовински равански модел возила коришћен за моделирање кретања возила при кочењу и извођење једначина кретања.



Слика 2.2 – Шема дејства сила на ослоњену масу и осовине возила [5]

Ознаке на слици 2.2 су следеће:

- m_0 - ослоњена маса,
- m_1, m_2 - неослоњене масе, напред/позади,
- R_v, M_v - сила и момент отпора ваздуха (подужна компонента у тежишту ослоњене масе и одговарајући момент),
- M_1, M_2 - погонски момент на точку, напред/позади,
- M_{f1}, M_{f2} - моменти отпора трења котрљања, напред/позади,
- r - динамички полупречник точка,
- R_u - сила узгона (вертикална компонента отпора ваздуха)
- T_0 - тежиште ослоњене масе,

- a', b' - растојање тежишта ослоњене масе од центра точка напред/позади ($a' + b' = a + b = l$),
- l - осовинско растојање возила,
- $R_{x1}, R_{x2}, R_{z1}, R_{z2}$ - реакције везе између ослоњене масе и неослоњених маса напред / позади у хоризонталном (x) и вертикалном (z) правцу,
- I_{1y}, I_{2y} - момент инерције точкова,
- φ_1, φ_2 - угао заокретања точка и
- X_1, X_2, Z_1, Z_2 - хоризонталне, тј. вертикалне реакције тла.

Једначине равнотеже сила и момената биће постављене за ослоњену масу и за центре еквивалентног точка предње и задње осовине [5].

- једначине равнотеже за ослоњену масу :

$$\begin{aligned}\Sigma X &= -m_0\ddot{x}_0 - R_v + R_{x1} + R_{x2} - m_0g\sin\alpha = 0, \\ \Sigma Z &= -m_0\ddot{z}_0 + R_{z1} + R_{z2} + R_u - m_0g\cos\alpha = 0, \\ \Sigma M_{T_0} &= I_{0y}\ddot{\varphi}_{0y} - M_v + M_1 + M_2 + R_{z1}a' - R_{z2}b' + (R_{x1} + R_{x2})(h' - r) = 0,\end{aligned}\quad (2.6)$$

- једначине равнотеже за предњу осовину:

$$\begin{aligned}\Sigma X &= -m_1\ddot{x}_1 - R_{x1} - m_1g\sin\alpha + X_1 = 0, \\ \Sigma Z &= -m_1\ddot{z}_1 - R_{z1} + Z_1 - m_1g\cos\alpha = 0, \\ \Sigma M_{O1} &= I_{1y}\ddot{\varphi}_{1y} - M_1 + M_{f1} + X_1r = 0,\end{aligned}\quad (2.7)$$

- једначине равнотеже за задњу осовину:

$$\begin{aligned}\Sigma X &= -m_2\ddot{x}_2 - R_{x2} - m_2g\sin\alpha + X_2 = 0, \\ \Sigma Z &= -m_2\ddot{z}_2 - R_{z2} + Z_2 - m_2g\cos\alpha = 0, \\ \Sigma M_{O2} &= I_{2y}\ddot{\varphi}_{2y} - M_2 + M_{f2} + X_2r = 0.\end{aligned}\quad (2.8)$$

Због конструкцијских веза које важе на возилу, важи релација:

$$\ddot{x}_0 = \ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 = \ddot{x}. \quad (2.9)$$

Сабирањем првих једначина из (2.6), (2.7) и (2.8) добија се:

$$X_1 + X_2 = m\ddot{x} + R_v + mgsin\alpha. \quad (2.10)$$

Погонски момент мора да буде већи од момента отпорних сила да би укупна обимна сила на точковима била позитивна.

Сабирањем моментних једначина за осовине M_{O1} и M_{O2} из (2.7) и (2.8) добија се:

$$I_{1y}\ddot{\varphi}_{1y} + I_{2y}\ddot{\varphi}_{2y} = (M_1 + M_2) - (M_{f1} + M_{f2}) - (X_1 + X_2)r. \quad (2.11)$$

Под претпоставком да се точкови обе осовине котрљају без клизања и да су динамички полупречници свих точкова једнаки, важи следеће:

$$\varphi_{1y} = \varphi_{2y},$$

$$r_{d1} = r_{d2} = r.$$

На основу ових релација и релације (2.9) се добија:

$$\ddot{\varphi}_{1y} = \frac{\ddot{x}}{r_{d1}} = \ddot{\varphi}_{2y} = \frac{\ddot{x}}{r_{d2}} = \ddot{\varphi}_y = \frac{\ddot{x}}{r}$$

Када се ова последња релација замени у (2.11) добија се:

$$\left(\frac{I_{1y}}{r_{d1}} + \frac{I_{2y}}{r_{d2}}\right)\ddot{x} = M_1 + M_2 - (M_{f1} + M_{f2}) - (X_1 + X_2)r. \quad (2.12)$$

Ако се израз (2.12) подели са r , а зна се да је $M_{f1} + M_{f2} = M_f = rR_f$, и ако се у (2.12) збир $(X_1 + X_2)$ замени са десном страном релације (2.10), добија се:

$$\frac{M_1 + M_2}{r} = m\ddot{x} + R_v + mg \sin \alpha + R_f + \left(\frac{I_{1y}}{r_{d1}} + \frac{I_{2y}}{r_{d2}}\right)\frac{\ddot{x}}{r}. \quad (2.13)$$

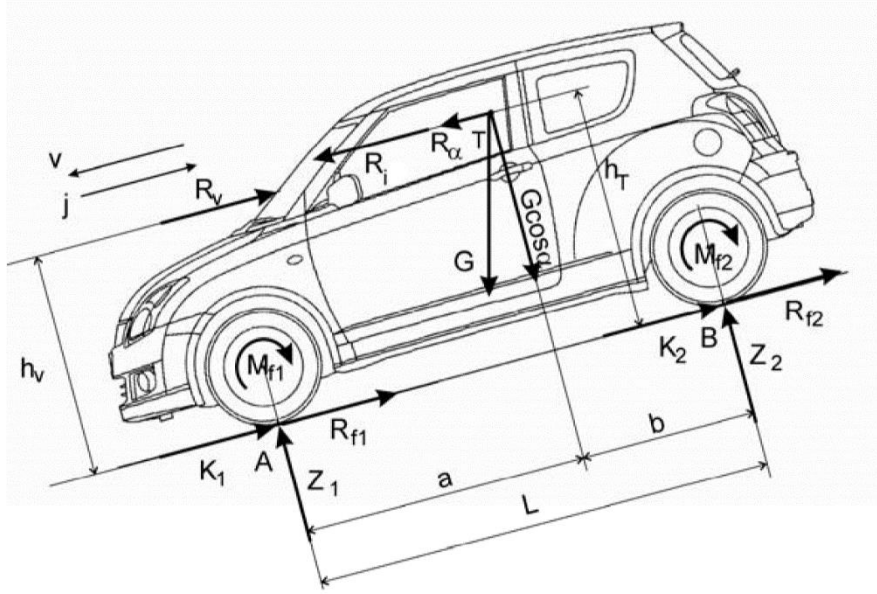
На десној страни једначине (2.13) су отпори инерцијалних сила (први и последњи члан), отпор ваздуха, R_v , отпор при савлађивању успона, $mg \sin \alpha$ и отпор котрљања, R_f .

Одузимањем једначине (2.10) од (2.13) добија се да је расположива обимна сила на точку једнака обимној сили од погонског момента, умањеној за величину отпора котрљања и величину инерцијалних сила услед обртања точка, односно:

$$X_1 + X_2 = \frac{M_1 + M_2}{r} - R_f - \left(\frac{I_{1y}}{r_{d1}} + \frac{I_{2y}}{r_{d2}}\right)\frac{\ddot{x}}{r} \quad (2.14)$$

2.3 Максималне вредности силе кочења

Максималне вредности кочних сила код моторних возила су једнаке силама приањања. Да би се израчунале посматра се слика 2.3. У тежишту аутомобила дејствује сила инерције, R_i , усмерена као и брзина аутомобила; кочне силе на предњој (K_1) и задњој осовини (K_2) дејствују као тангенцијалне реакције на точкове аутомобила у равни тла, а усмерене су насупрот брзини аутомобила.



Слика 2.3 – Шема сила у процесу кочења моторног возила [2]

Из услова равнотеже за тачку В следи:

$$Z_1 l = G b \cos \alpha \pm G h_T \sin \alpha - R_v h_v + R_i h_T, \quad (2.15)$$

$$Z_2 l = G a \cos \alpha \pm G h_T \sin \alpha + R_v h_v - R_i h_T \quad (2.16)$$

Чини се претпоставка да је $h_v \approx h_t$, па се за нормалне реакције тла при кочењу добијају изрази:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{G b \cos \alpha + h_T (R_i - R_v \pm G \sin \alpha)}{l}, \\ Z_2 &= \frac{G a \cos \alpha - h_T (R_i - R_v \pm G \sin \alpha)}{l}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Равнотежа свих сила у правцу кретања даје:

$$K + R_f = R_i - R_v \pm G \sin \alpha. \quad (2.18)$$

Овде је K - укупна кочна сила која дејствује на све тачке аутомобила:

$$K_1 + K_2 = K, \quad (2.19)$$

па су изрази за нормалне реакције тла:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{G b \cos \alpha + h_T (K + G f \cos \alpha)}{l}, \\ Z_2 &= \frac{G a \cos \alpha - h_T (K + G f \cos \alpha)}{l}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Посматрају се следећи случајеви при кочењу уз потпуно искоришћење коефицијената приањања:

- кочење само предњим точковима:

$$K = \varphi Z_1,$$

када су реакције тла:

$$\begin{aligned} Z_1 &= G \cos \alpha \frac{b + h_T f}{l - h_T \varphi}, \\ Z_2 &= G \cos \alpha \frac{a - h_T(\varphi + f)}{l - h_T \varphi}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

- кочење само задњим точковима:

$$K = \varphi Z_2,$$

када су реакције тла:

$$\begin{aligned} Z_2 &= G \cos \alpha \frac{a - h_T f}{l + h_T \varphi}, \\ Z_1 &= G \cos \alpha \frac{b + h_T(\varphi + f)}{l + h_T \varphi} \end{aligned} \quad (2.22)$$

- кочење свим точковима:

$$K = \varphi G \cos \alpha,$$

када су реакције тла:

$$\begin{aligned} Z_2 &= G \cos \alpha \frac{b + h_T(\varphi + f)}{l}, \\ Z_1 &= G \cos \alpha \frac{a - h_T(\varphi + f)}{l}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

За случај кочења само предњим, односно задњим точковима, однос одговарајућих реакција тла (2.21) и (2.22) износи:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{(b + h_T f)(l + h_T \varphi)}{(l - h_T \varphi)(a - h_T f)}. \quad (2.24)$$

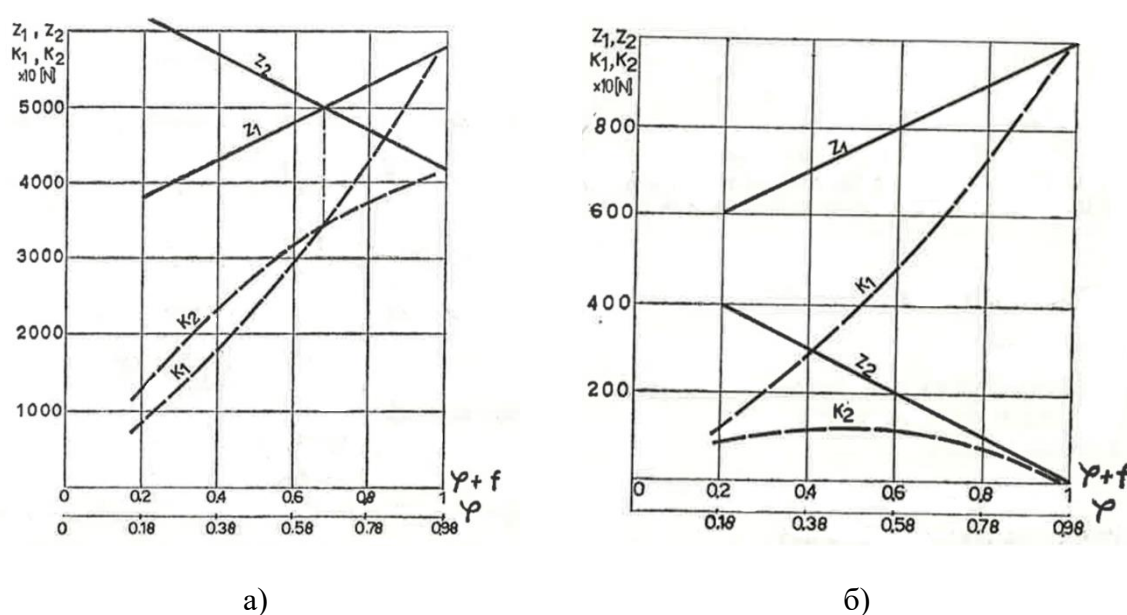
Код кочења свим точковима, однос кочних сила гласи:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{b + h_T(\varphi + f)}{a - h_T(\varphi + f)}. \quad (2.25)$$

Међусобно једнаке кочне силе на предњој и задњој осовини ($K_1 = K_2$) остварују се ако је испуњен следећи услов за положај координате тежишта:

$$a = \frac{l}{2} + h_T(\varphi + f) \quad (2.26)$$

На слици 2.4 а) дата је промена нормалних реакција тла (Z_1, Z_2) и кочних сила (K_1, K_2) у функцији од коефицијента приањања, φ ($f = \text{const} = 0,02$) за камион чији су масени и геометријски параметри: $G = 10000 \text{ daN}$, $\frac{a}{l} = \frac{2}{3}$, $\frac{b}{l} = \frac{1}{3}$, $\frac{h_T}{l} = \frac{1}{4}$, док је на слици 2.4 б) дата промена нормалних реакција тла и кочних сила за путничко возило чији су параметри: $G = 10000 \text{ daN}$, $\frac{a}{l} = \frac{1}{2}$, $\frac{b}{l} = \frac{1}{2}$, $\frac{h_T}{l} = \frac{1}{2}$.



Слика 2.4 – Зависност кочних сила и нормалних реакција тла од коефицијента приањања, φ (за $f=0,02$) за: а) камион. б) путничко возило [1]

2.4 Одређивање максималног успорења при кочењу

При одређивању максималног успорења при кочењу посматра се кочење на хоризонталном путу, при малим и средњим брзинама, за које се може занемарити отпор ваздуха ($R_v \approx 0$).

За кочење само предњим точковима, максимална инерцијална сила је:

$$R_i = \frac{G}{g} j \delta' = K + R_f. \quad (2.27)$$

где су:

- K - резултујућа сила кочења,
- R_f - резултујућа сила отпора котрљању,
- j - успорење и
- δ' - коефицијент учешћа обртних маса у процесу кочења.

Ако се замени да је $K = \varphi Z_1$, имајући у виду релацију (2.21) и хоризонталан пут, добија се:

$$\frac{G}{g}j\delta' = G\varphi \frac{b + h_T f}{l - h_T \varphi} + Gf, \quad (2.28)$$

па је максимално успорење:

$$j_{1max} = \frac{g(b\varphi + fl)}{\delta'(l - h_T \varphi)}. \quad (2.29)$$

За кочење само задњим точковима важи:

$$\frac{G}{g}j\delta' = G\varphi \frac{a - h_T f}{(l + h_T \varphi)} + Gf, \quad (2.30)$$

па је:

$$j_{2max} = \frac{g(a\varphi + fl)}{\delta'(l + h_T \varphi)}. \quad (2.31)$$

При кочењу свим точковима, важи да је:

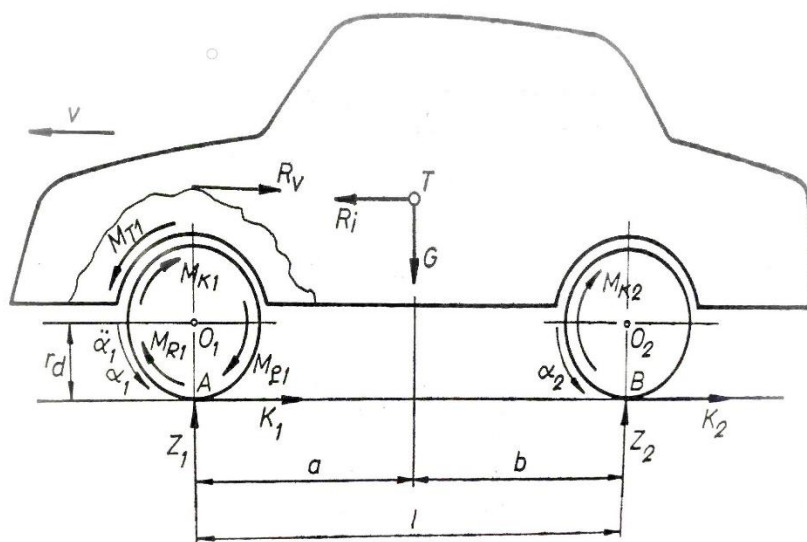
$$\frac{G}{g}j\delta' = \varphi G + Gf, \quad (2.32)$$

па је:

$$j_{4max} = \frac{g(\varphi + f)}{\delta'}. \quad (2.33)$$

2.5 Расподела кочних сила

Према слици 2.5, из услова равнотеже кретања за двоосовински аутомобил на хоризонталном путу важе следеће релације:



Слика 2.5 – Шема дејства сила и момената при кочењу на хоризонталном путу [1]

- за силе у правцу кретања:

$$K_1 + K_2 = R_i - R_v \quad (2.34)$$

- за силе управне на правац кретања:

$$Z_1 + Z_2 = G, \quad (2.35)$$

- за моменте свих сила за тачку В:

$$\begin{aligned} Z_1 l &= Gb + R_i h_T - R_v h_v, \\ Z_1 &= G_A + R_i \frac{h_T}{l} - R_v \frac{h_v}{l} \end{aligned} \quad (2.36)$$

- за моменте свих сила за тачку А:

$$\begin{aligned} Z_2 l &= Ga - R_i h_T + R_v h_v, \\ Z_2 &= G_B - R_i \frac{h_T}{l} + R_v \frac{h_v}{l}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

- услов равнотеже свих момената око осе O_1 предњег точка:

$$K_1 r_d + M_{T1} - M_{R1} - M_{f1} = 0. \quad (2.38)$$

- услов равнотеже свих момената око осе O_2 задњег точка :

$$K_2 r_d + M_{T2} - M_{R2} - M_{f2} = 0. \quad (2.39)$$

Овде су :

- $M_{T1} = J_{T1} \ddot{\alpha}_1$ - инерциони момент ротирајућих маса предњих точкова,

- J_{T1} – момент инерције предњих точкова,
- $M_{T2} = J_{T2}\ddot{\alpha}_2$ - инерциони момент ротирајућих маса везаних за задње точкове,
- J_{T2} – момент инерције задњих точкова,
- $\ddot{\alpha}_1$ и $\ddot{\alpha}_2$ - угаона убрзања предњих и задњих точкова, респективно,
- M_{k1} - кочни момент на предњим точковима,
- M_{k2} - кочни момент на задњим точковима.

Како би могла да се разматра расподела кочних сила и момената, потребна су следећа упрошћења :

- отпор ваздуха се може занемарити у свим релацијама, зато што се врши интензивно кочење,
- моменти отпора при котрљању су занемарљиво мали,
- инерциони моменти су релативно мале величине када су при кочењу обртне масе погонског агрегата (замајца) искључене, па је $M_{T1} = M_{T2} \approx 0$ и $\delta' \approx 1$.

На основу тога произилази да је :

$$K_1 + K_2 = G \frac{j}{g} = G\lambda, \quad (2.40)$$

$$Z_1 = G_A + G \frac{h_T}{l} \frac{j}{g} = G_A + G \frac{h_T}{l} \lambda, \quad (2.41)$$

$$Z_2 = G_B - G \frac{h_T}{l} \frac{j}{g} = G_B - G \frac{h_T}{l} \lambda, \quad (2.42)$$

$$K_1 = \frac{M_{k1}}{r_d}, \quad (2.43)$$

$$K_2 = \frac{M_{k2}}{r_d}, \quad (2.44)$$

$$\lambda = \frac{j}{g}. \quad (2.45)$$

где је λ - фактор успорења или јединично успорење дефинисано као однос успорења j према убрзању, g , Земљине теже.

Однос кочне силе K_i према нормалној динамичкој реакцији тла Z_i назива се условно ангажовани (искоришћени) коефицијент приањања при кочењу и износи:

$$\varphi_i = \frac{K_i}{Z_i}. \quad (2.46)$$

где су:

- K_i - остварена кочна сила на i -тој осовини и
- Z_i - динамичка реакција тла на i -тој осовини.

Искоришћени коефицијент приањања је један од параметара за оцену ефикасности кочења. Сила кочења се може изразити у функцији конструктивних параметара система за кочење возила, тако да се и искоришћени коефицијент приањања може дати у функцији тих параметара. Циљ је да се параметри система за кочење тако дефинишу да се максимално искористи расположиви коефицијент приањања [2].

У пракси се за оцену ефикасности кочења често користи и кочни коефицијент, који се дефинише:

$$q = \frac{j}{g}, \quad (2.47)$$

где су:

- j - остварено успорење возила и
- g - убрзање Земљине теже.

Кочни коефицијент се може изразити на основу искоришћеног коефицијента приањања на следећи начин:

$$q = \frac{K_i}{G} = \frac{\sum \varphi_i z_i}{G}. \quad (2.48)$$

Коефицијенти приањања за предњу и задњу осовину добијају се из релације:

$$\varphi_1 = \frac{K_1}{Z_1}, \quad \varphi_2 = \frac{K_2}{Z_2}. \quad (2.49)$$

Користећи релације (2.35), (2.40), (2.41), (2.42) као и (2.49), нормалне реакције подлоге предње и задње осовине могу да се изразе преко коефицијената φ_1 и φ_2 :

$$Z_1 = \frac{b + \varphi_2 h_T}{l + h_T(\varphi_2 - \varphi_1)} G \quad (2.50)$$

$$Z_2 = \frac{a - \varphi_1 h_T}{l + h_T(\varphi_2 - \varphi_1)} G \quad (2.51)$$

Укупан момент кочења износи :

$$M_k = M_{k1} + M_{k2} = (K_1 + K_2)r_d = \frac{a\varphi_2 + b\varphi_1}{l + h_T(\varphi_2 - \varphi_1)} Gr_d. \quad (2.52)$$

Фактор успорења, λ , такође може да се одреди у зависности од коефицијената φ_1 и φ_2 :

$$\lambda = \frac{j}{g} = \frac{K_1 + K_2}{G} = \frac{Z_1\varphi_1 + Z_2\varphi_2}{G} = \frac{a\varphi_2 + b\varphi_1}{l + h_T(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad (2.53)$$

па је успорење једнако:

$$j = \frac{a\varphi_2 + b\varphi_1}{l + h_T(\varphi_2 - \varphi_1)} g. \quad (2.54)$$

Коефицијенти φ_1 и φ_2 не могу бити већи од максималне вредности коефицијента приањања φ_m , која је дефинисана:

- условима пута,
- коефицијентом клизања,
- конструкцијом пнеуматика и
- брзином вожње.

Максимално теоријско успорење биће у случају када је :

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_m = \varphi, \quad (2.55)$$

па следи да је:

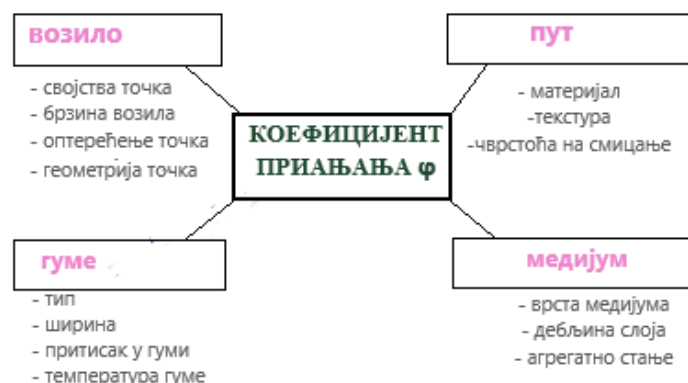
$$\begin{aligned} j_{max} &= g\varphi, \\ \lambda &= \varphi. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Из услова једнакости коефицијената приањања за предње и задње тачкове (што одговара оптималном кочењу), добијају се следећи изрази за нормалне реакције подлоге напред и позади:

$$\begin{aligned} Z_1 &= G \frac{b + \varphi h_T}{l}, \\ Z_2 &= G \frac{a - \varphi h_T}{l}. \end{aligned} \quad (2.57)$$

3. УТИЦАЈНИ ПАРАМЕТРИ НА ВРЕДНОСТИ КОЕФИЦИЈЕНТА ПРИАЊАЊА

На слици 3.1 је дат приказ најважнијих параметара који утичу на величину коефицијента приањања. Као што се види, параметри су везани за својства возила, услова пута и пнеуматика.

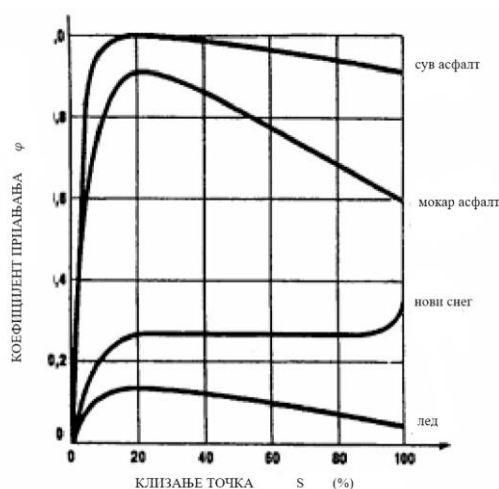


Слика 3.1 – Најважнији параметри који утичу на величину коефицијента приањања [3]

3.1 Дејство утицајних параметара на вредности коефицијента приањања у подужном правцу

Утицај клизања између точка и пута

На слици 3.2 дат је принципијелни ток зависности величине коефицијента приањања од клизања точка за неколико подлога.

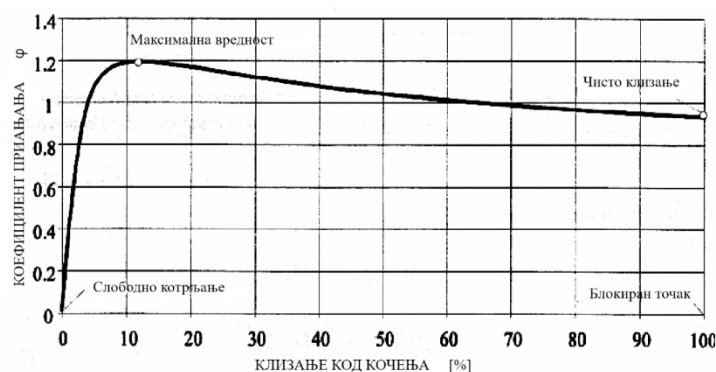


Слика 3.2 – Принципијелни ток зависности величине коефицијента приањања од клизања точка за неколико подлога [3]

Са дијаграма се види да се, са порастом клизања точка, вредност коефицијента приањања смањује, што важи за све наведене подлоге, осим у случају новог снега, где коефицијент приањања расте до 20%, затим је константан до 90%, а затим поново расте.

Утицај клизања точка при кочењу

На слици 3.3 дат је принципијелни ток зависности величине коефицијента приањања од клизања точка при кочењу.

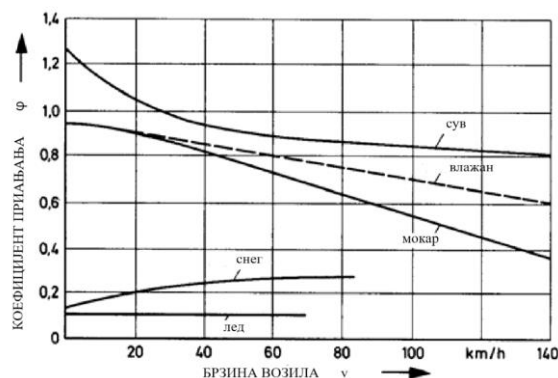


Слика 3.3 – Принципијелни ток зависности величине коефицијента приањања од клизања точка при кочењу [3]

Вредност коефицијента приањања расте до одређене вредности коефицијента клизања точка при кочењу, а затим опада до вредности која одговара чистом клизању. За процес кочења се сматра да блокирани точак има клизање 100%, што се види на дијаграму.

Утицај брзине возила

На слици 3.4 је дат принципијелни ток зависности величине коефицијента приањања од брзине возила.

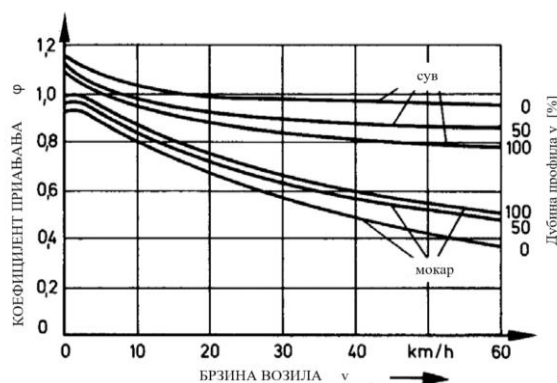


Слика 3.4 – Принципијелни ток зависности величине коефицијента приањања од брзине возила [3]

Са дијаграма се види да вредност коефицијента приањања опада са порастом брзине возила, осим у случају појаве снега, када благо расте.

Утицај дубине профила протектора

На слици 3.5 приказан је принципијелни ток зависности величине коефицијента приањања од дубине профила протектора.

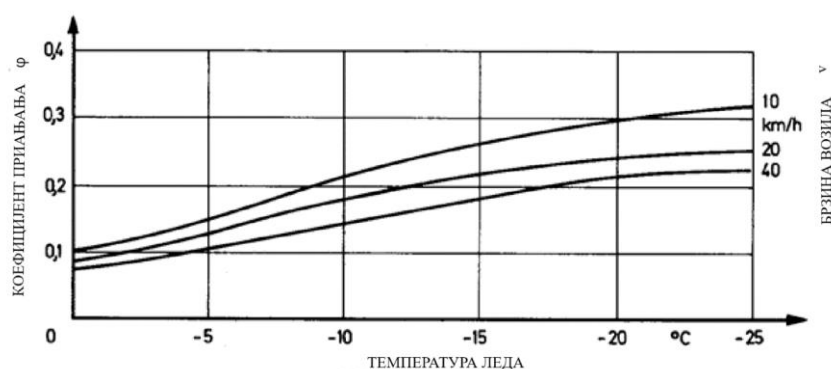


Слика 3.5 – Принципијелни ток зависности величине коефицијента приањања од дубине профила протектора [3]

Веће вредности коефицијента приањања има пнеуматик на сувом путу са плитким профилем, док је на мокром путу, за боље приањање, погодан пнеуматик са дубљим профилем што је приказано на дијаграму.

Утицај температуре тла (леда)

На слици 3.6 је дат принципијелни ток зависности величине коефицијента приањања од температуре леда.

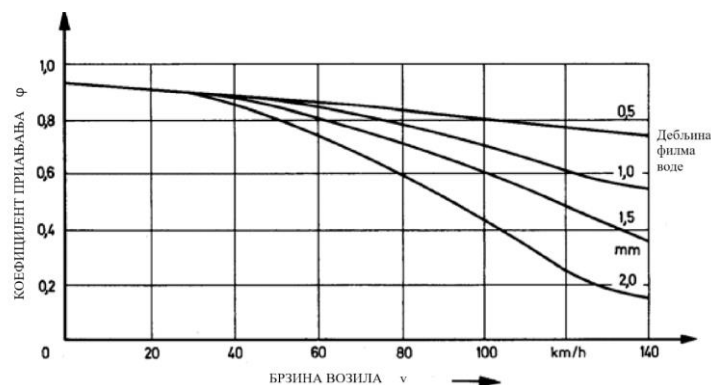


Слика 3.6 – Принципијелни ток зависности величине коефицијента приањања од температуре леда [3]

Са смањењем температуре и брзине возила вредност коефицијента приањања расте.

Утицај дебљине филма воде на путу

На слици 3.7 је дат принципијелни ток утицаја дебљине филма воде на путу на вредност коефицијента приањања, у зависности од брзине возила.

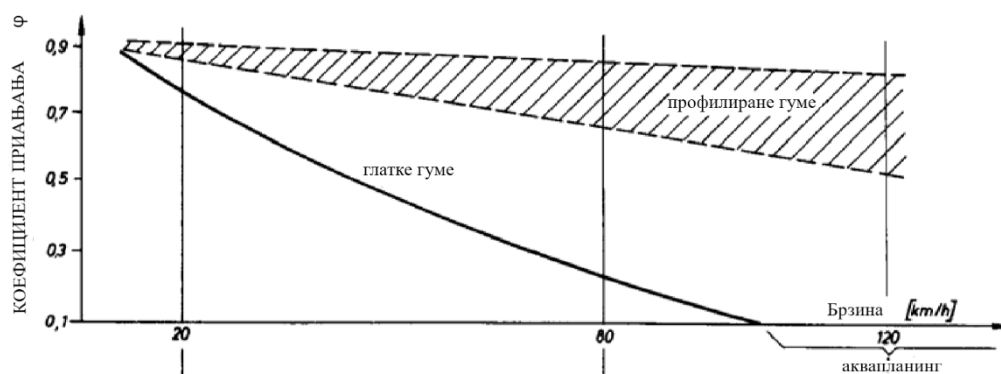


Слика 3.7 – Принципијелни ток утицаја дебљине филма воде на путу на вредност коефицијента приањања у зависности од брзине возила [3]

Са порастом дебљине филма воде на путу и порастом брзине возила вредност коефицијента приањања опада.

Утицај профила пнеуматика, брзине возила и мокрог пута

На слици 3.8 је приказан утицај профила пнеуматика и брзине возила на вредност коефицијента приањања при кретању на мокрој пути.



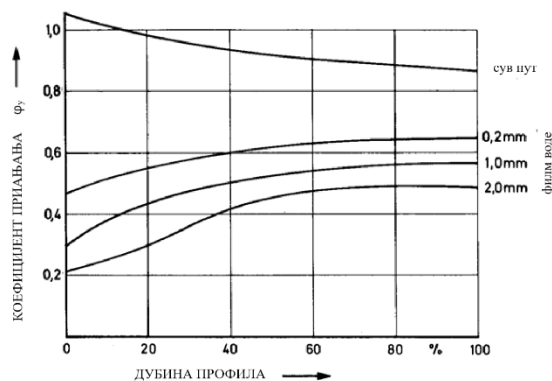
Слика 3.8 – Утицај профила гуме и брзине возила на вредност коефицијента приањања при кретању по мокрој пути. [3]

Код глатких пнеуматика долази до потискивања воде у филм који, уз пад вредности коефицијента приањања, доводи до аквапланинга након достизања потребне брзине.

3.2 Дејство утицајних параметара на вредности коефицијента приањања у бочном правцу

Утицај дубине профила протектора и висине филма воде

На слици 3.9 је приказана принципијелна зависност вредности коефицијента приањања у попречном правцу од дубине профила протектора и висине филма воде.

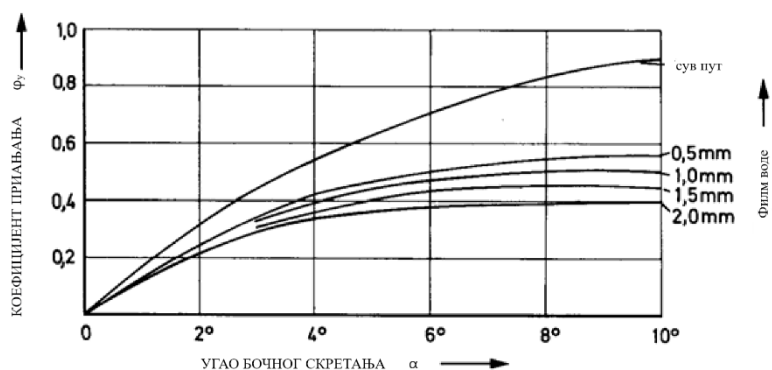


Слика 3.9 – Принципијелна зависност вредности коефицијента приањања у попречном правцу од дубине протектора и висине филма воде [3]

Са повећањем дубине профила протектора повећава се и вредност коефицијента приањања међутим са повећањем филма воде коефицијент опада.

Утицај угла бочног скретања и висине филма воде

На слици 3.10 је дат приказ принципијелне зависности вредности коефицијента приањања у попречном правцу од угла бочног скретања и висине филма воде.

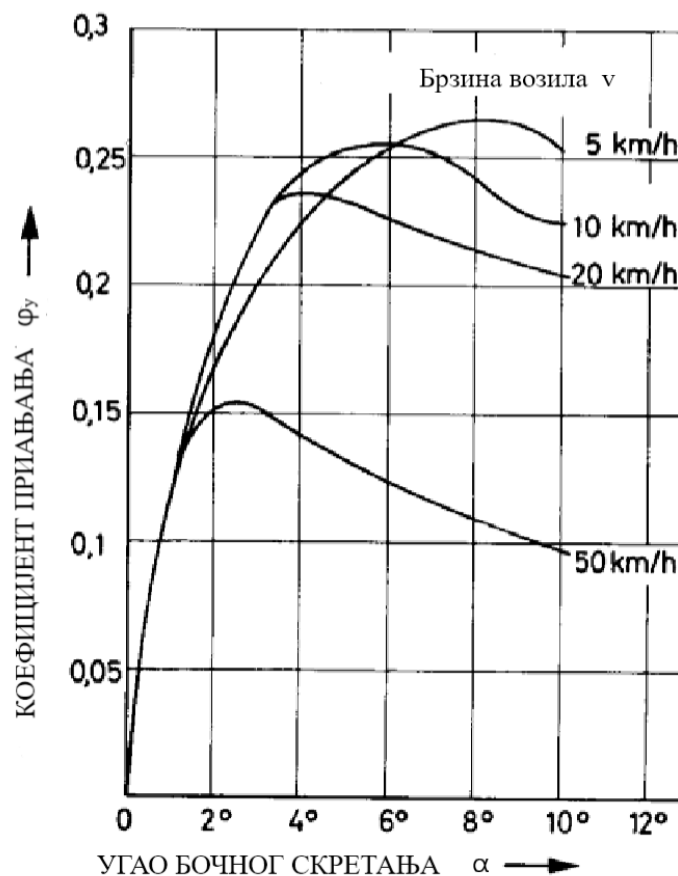


Слика 3.10 – Принципијелна зависност вредности коефицијента приањања у попречном правцу од угла бочног скретања и висине филма воде [3]

Вредност коефицијента приањања се смањује услед повећања филма воде и угла бочног скретања.

Утицај угла бочног скретања са брзином возила као параметром

На слици 3.11 је дата принципијелна зависност вредности коефицијента приањања од угла бочног скретања са брзином возила као параметром.

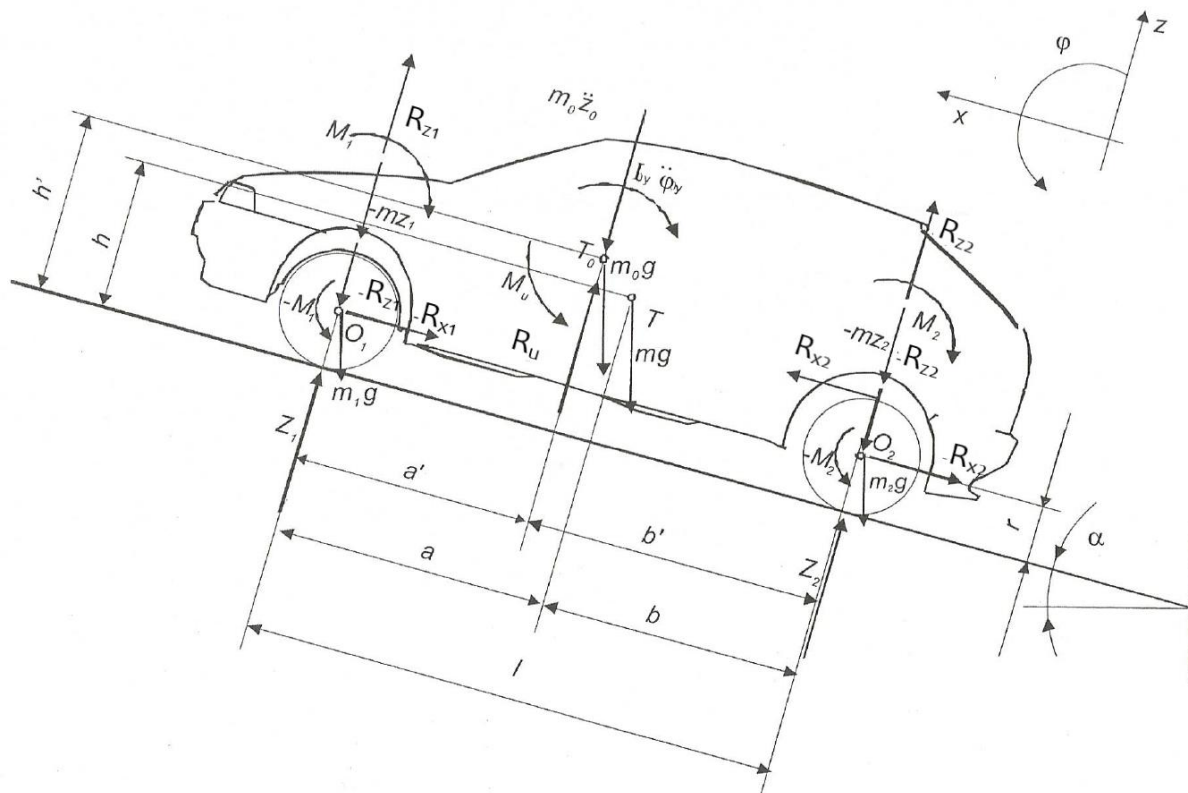


Слика 3.11 – Принципијелна зависност вредности коефицијента приањања и у правцу од угла бочног скретања са брзином возила као параметром [3].

Са повећањем угла бочног скретања и смањењем брзине возила вредност коефицијента приањања расте.

4. ГРАНИЧНЕ ВРЕДНОСТИ ПРИАЊАЊА ТОЧКОВА ПРИ КОЧЕЊУ

На основу динамичких једначина кретања могу се извести закључци о граничним вредностима сила приањања при убрзавању или кочењу. На слици 4.1 приказано је дејство сила и момената на возило у току процеса кочења.



Слика 4.1 – Силе које делују на возило при кочењу [5]

На основу слике 4.1, рачуна се положај тежишта ослоњене масе преко познате релације за тежиште система маса:

$$\begin{aligned} a &= \frac{m_0 a' + m_2 l}{m} \Rightarrow a' = \frac{am - m_2 l}{m_0}, \\ b &= \frac{m_0 b' + m_1 l}{m} \Rightarrow b' = \frac{bm - m_1 l}{m_0}, \\ h &= \frac{m_0 h' + (m_1 + m_2)r}{m} \Rightarrow h' = \frac{hm - (m_1 + m_2)r}{m_0}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Вертикална реакција Z_1 се добија из релација (2.6) и (2.7), када се једначина за z -осу из (2.6) множи са b' и сабере са једначином за момент M_{T_0} из (2.6), па се добије унутрашња сила R_{z1} , и када се ова вредност замени у једначину за z -осу из (2.7) добија се:

$$Z_1 = m_1(\ddot{z}_1 + g\cos\alpha) + m_0 \frac{b'}{l}(g\cos\alpha + \ddot{z}_0) - R_u \frac{b'}{l} - (R_{x_2} + R_{x_1}) \frac{h_0 - r}{l} - \frac{M_1 + M_2}{l} + \frac{M_u}{l} - \frac{I_{0y}}{l} \ddot{\phi}_{0y}. \quad (4.2)$$

При посматрању само подужног кретања, ако су кретања у вертикалном правцу и заокретање око попречне тежишне осе стационарна, важи $\ddot{z}_1 = \ddot{z}_2 = 0$, $\ddot{z}_0 = 0$, $\ddot{\phi} = 0$, па се за Z_1 добија:

$$Z_1 = m_1 g \cos\alpha + \frac{b'}{l} m_0 g \cos\alpha - \frac{b'}{l} R_u - (R_{x_1} + R_{x_2}) \frac{h' - r}{l} - \frac{M_1 + M_2}{l} + \frac{M_u}{l} - \frac{I_{0y}}{l}. \quad (4.3)$$

Збир аксијалних унутрашњих сила R_{x1} и R_{x2} из једначине за X осу из (2.6) је једнак :

$$R_{x1} + R_{x2} = m_0 g \sin\alpha + R_v + m_0 \ddot{x}_0.$$

Када се овај израз замени у израз за Z_1 и када се замене изрази за h и b' из (4.1) (b само у другом члану), добија се израз за вертикалну реакцију на предњој осовини :

$$Z_1 = mg \left(\frac{b}{l} \cos\alpha - \frac{h - r}{l} \sin\alpha \right) - \left(R_u \frac{b'}{l} - \frac{M_u}{l} + R_v \frac{h'}{l} \right) - \ddot{x} m \frac{h - r}{l} + R_v \frac{r}{l} - \frac{M_1 + M_2}{l}. \quad (4.4)$$

Када се збир погонских момената из последње једначине (последњи члан) замени са (2.13), добија се:

$$Z_1 = mg \left(\frac{b}{l} \cos\alpha - \frac{h}{l} \sin\alpha \right) - \left(R_u \frac{b'}{l} - \frac{M_u}{l} + R_v \frac{h}{l} \right) - \ddot{x} \left(m \frac{h}{l} + \frac{I_{1y}}{r_{d1}l} + \frac{I_{2y}}{r_{d2}l} \right) - R_f \frac{r}{l}. \quad (4.5)$$

Из равнотеже сила у правцу осе Z за целу структуру:

$$Z_1 + Z_2 + R_u - mg \cos\alpha = 0 \quad (4.6)$$

добија се израз за вертикалну реакцију на задњој осовини:

$$Z_2 = mg \left(\frac{a}{l} \cos\alpha + \frac{h}{l} \sin\alpha \right) - \left(R_u \frac{a'}{l} + \frac{M_u}{l} - R_v \frac{h_0}{l} \right) + \ddot{x} \left(m_0 \frac{h}{l} + \frac{I_{1y}}{r_{d1}l} + \frac{I_{2y}}{r_{d2}l} \right) + R_f \frac{r}{l}. \quad (4.7)$$

Изрази за силе узгона које делују на предњу, односно задњу осовину једнаки су:

$$\begin{aligned} \left(R_u \frac{b'}{l} - \frac{M_u}{l} + R_v \frac{h}{l} \right) &= c_{u1} A \frac{\rho v^2}{2}, \\ \left(R_u \frac{a'}{l} + \frac{M_u}{l} - R_v \frac{h_0}{l} \right) &= c_{u2} A \frac{\rho v^2}{2}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

док израз:

$$\ddot{x} \left(m_0 \frac{h}{l} + \frac{I_{1y}}{r_{d1}l} + \frac{I_{2y}}{r_{d2}l} \right) = R_i$$

представља укупну инерцијалну силу која делује на возило.

Први сабирак у изразима (4.5) и (4.7) представља тзв. статички део реакције предње/задње осовине, односно:

$$\begin{aligned} mg \left(\frac{a}{l} \cos \alpha + \frac{h}{l} \sin \alpha \right) &= Z_{2stat}, \\ mg \left(\frac{b}{l} \cos \alpha - \frac{h}{l} \sin \alpha \right) &= Z_{1stat}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Изрази за динамичке реакције тла су:

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_{1stat} - Ru_1 - R_i - R_f \frac{r}{l} \\ Z_2 &= Z_{2stat} - Ru_2 + R_i + R_f \frac{r}{l} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Из израза (4.10), видљиво је да инерцијална сила при убрзавању растерећује предњу и оптерећује задњу осовину, док је при кочењу обрнуто. Сила узгона увек смањује вертикалну реакцију тла, док отпор котрљања увек растерећује предњу и оптерећује задњу осовину.

Збир вертикалних реакција тла предње и задње осовине се своди на збир статичких реакција умањен за укупну силу узгона. Ово је битно при анализи коченог возила нарочито при великим брзинама [5].

Користећи једначину (2.13) и познавајући релацију за укупни коефицијент инерцијалних сила, δ' , која гласи:

$$\begin{aligned} \delta' &= 1 + \left(\frac{I_{1y}}{r_{d1}} + \frac{I_{2y}}{r_{d2}} \right) \frac{1}{rm}, \\ R_i &= \delta' m \ddot{x}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

добива се :

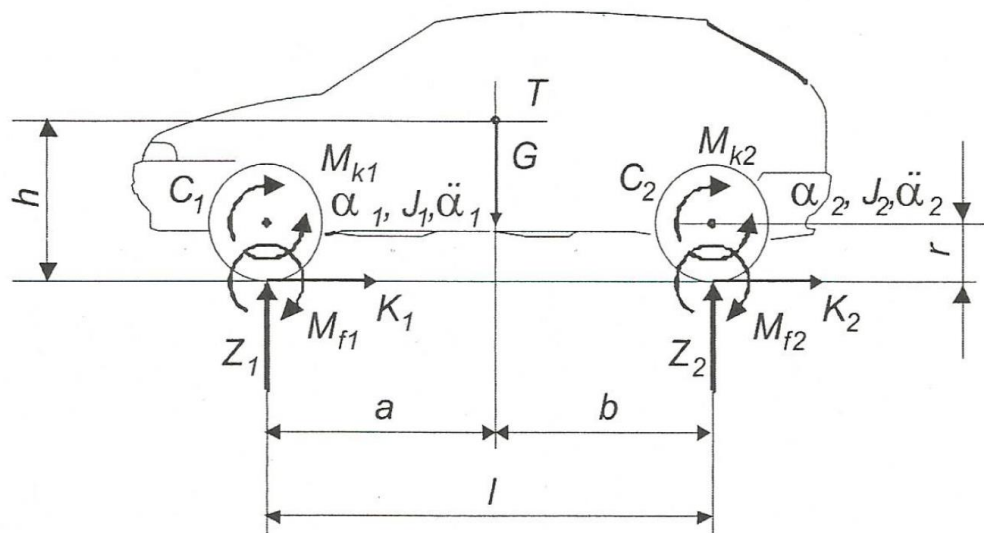
$$\frac{M_1 + M_2}{r} = m \lambda \ddot{x} + R_v + mg \sin \alpha + R_f \quad (4.12)$$

Делећи једначину (4.12) са mg и узимајући у обзир да је $M_1 + M_2 = M$ и $R_f = mgf$, добија се израз за јединично успорење у облику :

$$-\frac{\ddot{x}}{g} = \frac{1}{\delta'} \left(-\frac{M}{rmg} + \frac{R_v}{mg} + \sin \alpha + f \right), \quad M < 0, -\frac{\ddot{x}}{g} = j \quad (4.13)$$

Овај израз представља вредност успорења, сведену на убрзање земљине теже ($g = 10 \frac{m}{s^2}$).

Како би се истакао утицај приањања при кочењу возила посматраће се кочење возила на равном и правом путу без уздужног и без бочног нагиба уз занемаривање отпора ваздуха и отпора котрљања. Сматра се да се кочење врши на сва четири точка. На слици 4.2 је приказано возило на коју делују силе у том случају.



Слика 4.2 – Силе које делују на возило при кочењу на равном путу [5]

На основу слике 4.2 могу се извести следеће релације:

$$K_1 + K_2 = R_i = m\ddot{x} = mgj, \quad (4.14)$$

где је j – транслаторно релативно успорење ($j = \frac{\ddot{x}}{g}$) и:

$$Z_1 l + (K_1 + K_2)h = 0. \quad (4.15)$$

Вертикалне динамичке реакције у овом случају гласе (узимајући у обзир да инерцијалне силе мењају смер):

$$Z_1 = Z_{1stat} + R_i,$$

$$Z_2 = Z_{2stat} - R_i.$$

Кочне силе су:

$$K_1 = \frac{M_1}{r},$$

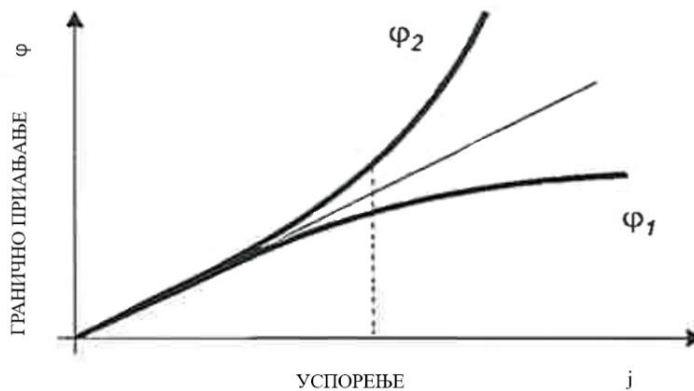
$$K_2 = \frac{M_2}{r},$$

па се добијају граничне вредности коефицијената приањања које гласе :

$$\varphi_1 = \frac{K_1}{Z_1} = \frac{\frac{M_1}{r}}{Z_{1stat} + mg \frac{h}{l} j},$$

$$\varphi_2 = \frac{K_2}{Z_2} = \frac{\frac{M_2}{r}}{Z_{2stat} - mg \frac{h}{l} j}.$$
(4.16)

Зависност коефицијента приањања од јединичног успорења је приказана на слици 4.3.

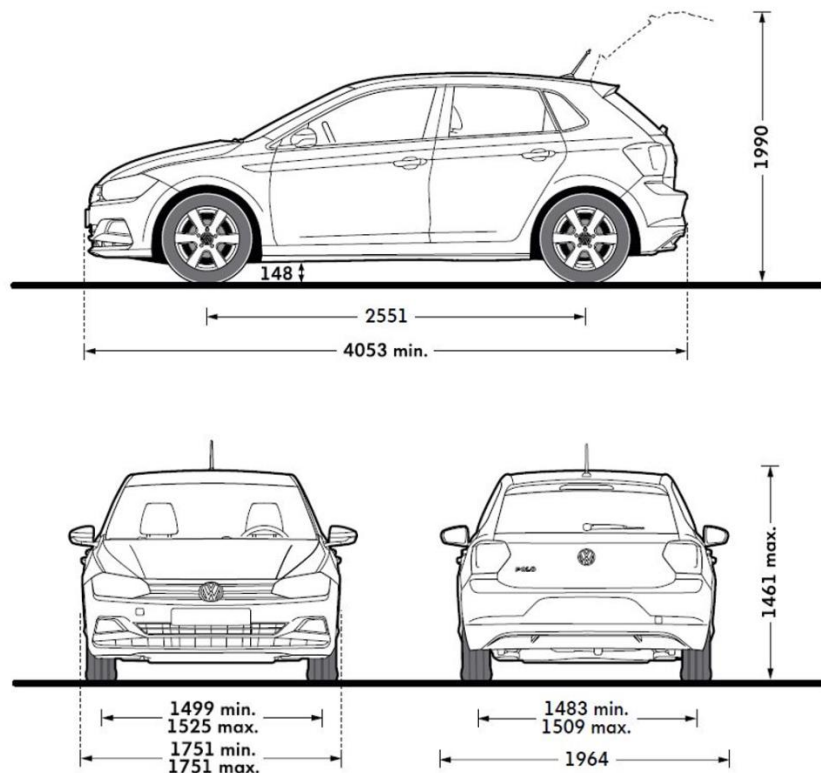


Слика 4.3 – Гранично приањање у функцији успорења [5]

Са слике 4.3 се види да је, за одређено успорење, већа вредност граничног приањања задње осовине него предње. То значи да довођењем истог кочног момента на предње и задње токове, не остварују се исте вредности њиховог граничног приањања. У случају интензивнијег кочења потребно је довести већи момент кочења предњим токовима него задњим, како би се остварила приближно иста вредност граничног приањања. У практичном смислу, ово се може постићи различитим димензијама кочних папуча (код добош кочница) или различитим димензијама кочних цилиндара (код диск кочница) или коректором кочења, лимитатором и слично [5].

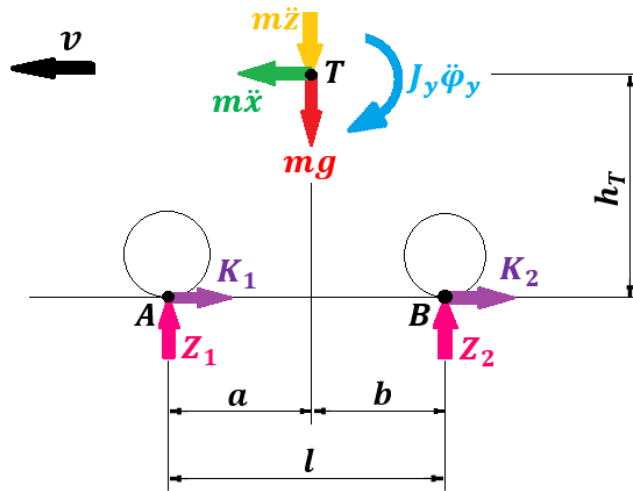
5. АНАЛИЗА ДЕЈСТВА УТИЦАЈНИХ ПАРАМЕТАРА НА ГРАНИЧНЕ ВРЕДНОСТИ ПРИАЊАЊА ТОЧКОВА ВОЗИЛА ПРИ КОЧЕЊУ

Анализа дејства утицајних параметара на граничне вредности коефицијента приањања при кочењу биће извршена на примеру конкретно одабраног возила. Посматраће се возило *Volkswagen Polo*, слика 5.1. На основу података о возилу и изведених динамичких реакција тла при праволинијском кретању, дијаграмски ће бити приказани утицаји положаја тежишта (величина a и h_T) и коефицијента расподеле кочних сила, $R = \frac{K_1}{K_2}$, на вредност коефицијента приањања у функцији успорења при кочењу.



Слика 5.1 - Димензије возила *Volkswagen Polo* [6]

Посматра се упрошћен случај сила које делују на возило при кочењу у подужној равни, као што је приказано на слици 5.2.



Слика 5.2 - Силе које делују на возило приликом кочења

Ознаке на слици 5.2 су:

- m – маса возила,
- a, b, h_T – координате тежишта возила,
- $m\ddot{x}, m\ddot{z}$ – инерцијалне силе у подужном и вертикалном правцу, респективно,
- $J_y\ddot{\phi}_y$ – момент инерције око попречне тежишне осе,
- K_1, K_2 – кочне силе на предњим и задњим точковима, респективно,
- Z_1, Z_2 – вертикалне динамичке реакције тла на предњим и задњим точковима, респективно.

Из једначина равнотеже сила у правцу кретања возила произилази следеће :

$$\sum X_i = 0 \rightarrow K_1 + K_2 = K = m\ddot{x}, \quad (5.1)$$

где је K – укупна кочна сила на обе осовине возила.

Величина вертикалне инерцијалне силе може се одредити из услова равнотеже сила у вертикалном правцу:

$$\begin{aligned} \sum Z_i = 0 \rightarrow Z_1 + Z_2 - mg - m\ddot{z} &= 0 \\ m\ddot{z} &= Z_1 + Z_2 - mg, \end{aligned} \quad (5.2)$$

Док се инерцијални момент око попречне тежишне осе може израчунати из једначине равнотеже момената сила за попречну тежишну осу:

$$\begin{aligned}\Sigma M_T = 0 \rightarrow Z_1 a - Z_2 b - (K_1 + K_2) h_T + J_y \ddot{\phi}_y &= 0, \\ J_y \ddot{\phi}_y &= (K_1 + K_2) h_T - Z_1 a + Z_2 b.\end{aligned}\quad (5.3)$$

За случај стационарног кочења важи да је $\ddot{z} = 0$ и $\ddot{\phi}_y = 0$. Тада, из релације (5.2) следи:

$$0 = Z_1 + Z_2 - mg \rightarrow Z_1 = mg - Z_2. \quad (5.4)$$

Такође, из релације (5.3) следи:

$$0 = (K_1 + K_2) h_T - Z_1 a + Z_2 b \rightarrow (K_1 + K_2) h_T = Z_1 a - Z_2 b. \quad (5.5)$$

Ако се узме у обзир да кочне силе на предњој и задњој осовини износе:

$$K_1 = \varphi_1 Z_1, \quad (5.6)$$

$$K_2 = \varphi_2 Z_2, \quad (5.7)$$

где су φ_1, φ_2 – ангажовани коефицијенти приањања на предњој и задњој осовини, респективно, из релације (5.5) следи:

$$(\varphi_1 Z_1 + \varphi_2 Z_2) h_T = Z_1 a - Z_2 b. \quad (5.8)$$

Из релација (5.4) и (5.8), може се коначно одредити израз за вертикалну динамичку реакцију тла на задњим точковима:

$$\begin{aligned}[\varphi_1 (mg - Z_2) + \varphi_2 Z_2] h_T &= (mg - Z_2) a - Z_2 b \rightarrow \\ Z_2 &= \frac{mg(a - \varphi_1 h_T)}{(l + (\varphi_2 - \varphi_1) h_T)}\end{aligned}\quad (5.9)$$

Ако се посматра идеалан случај кочења, када је ефикасност кочења $\varepsilon = \frac{j}{\varphi} = 1$, (где је j – јединично успорење), односно $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$, из релације (5.9) следи да је:

$$Z_2 = \frac{mg(a - j h_T)}{l}. \quad (5.10)$$

Из релација (5.4) и (5.9) следи израз за вертикалну динамичку реакцију тла на предњим точковима:

$$Z_1 = mg - \frac{mg(a - \varphi_1 h_T)}{(l + (\varphi_2 - \varphi_1) h_T)} \rightarrow Z_1 = \frac{mg(b + \varphi_2 h_T)}{(l + (\varphi_2 - \varphi_1) h_T)} \quad (5.11)$$

За идеалан случај кочења ($\varepsilon = \frac{j}{\varphi} = 1$, $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$), следи да је:

$$Z_1 = \frac{mg(b + jh_T)}{l}. \quad (5.12)$$

Из релација (5.6) и (5.11) произилази да је однос $\frac{K_1}{G}$ једнак:

$$\frac{K_1}{G} = \varphi_1 \frac{Z_1}{mg} \rightarrow \frac{K_1}{G} = \varphi_1 \frac{(b + \varphi_2 h_T)}{(l + (\varphi_2 - \varphi_1)h_T)}, \quad (5.13)$$

док из релација (5.7) и (5.9) следи да је однос $\frac{K_2}{G}$:

$$\frac{K_2}{G} = \varphi_2 \frac{Z_2}{mg} \rightarrow \frac{K_2}{G} = \varphi_2 \frac{(a - \varphi_1 h_T)}{(l + (\varphi_2 - \varphi_1)h_T)}. \quad (5.14)$$

Уз претпоставку да је $(\varphi_2 - \varphi_1)h_T \ll l$, из релације (5.13) следи:

$$\frac{K_1}{G} = \varphi_1 \frac{(b + \varphi_2 h_T)}{l} \rightarrow \frac{K_1}{G} = \varphi_1 \left(1 - \frac{a}{l} + \frac{\varphi_2 h_T}{l}\right), \quad (5.15)$$

док из једначине (5.14) следи:

$$\frac{K_2}{G} = \varphi_2 \left(\frac{a}{l} - \frac{\varphi_1 h_T}{l}\right). \quad (5.16)$$

За случај идеалног кочења ($\varepsilon = \frac{j}{\varphi} = 1$, $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$), претходни односи постају:

$$\frac{K_1}{G} = j \left(1 - \frac{a}{l} + \frac{j h_T}{l}\right), \quad (5.17)$$

$$\frac{K_2}{G} = j \left(\frac{a}{l} - \frac{j h_T}{l}\right). \quad (5.18)$$

Изрази за ангазоване коефицијенте приањања на предњој и задњој осовини следе из израза (5.6) и (5.7), респективно:

$$\varphi_1 = \frac{K_1}{Z_1}, \quad (5.19)$$

$$\varphi_2 = \frac{K_2}{Z_2}. \quad (5.20)$$

Из једначине (5.1), узимајући у обзир да је $\ddot{x} = \frac{j}{g}$, произилази следеће:

$$K_1 + K_2 = mjg. \quad (5.21)$$

Ако се претпостави да возило има константну расподелу кочних сила напред и позади:

$$\frac{K_1}{K_2} = R, \quad (5.22)$$

следи да је:

$$K_1 = RK_2. \quad (5.23)$$

Заменом израза (5.23) у израз (5.21) добија се:

$$RK_2 + K_2 = mjg \rightarrow K_2 = \frac{mjg}{(R + 1)}, \quad (5.24)$$

док се заменом израза (5.24) у израз (5.23) добија:

$$K_1 = m \frac{R}{(R + 1)} jg. \quad (5.25)$$

Заменом израза (5.25) и (5.12) у израз (5.19) добија се израз за ангажовани коефицијент приањања на точковима предње осовине:

$$\varphi_1 = \frac{m \frac{R}{(R + 1)} jg}{\frac{mg(b + jh_T)}{l}} \rightarrow \varphi_1 = \frac{Rlj}{(R + 1)(b + jh_T)}, \quad (5.26)$$

док се заменом израза (5.24) и (5.10) у израз (5.20) добија се израз за ангажовани (искоришћени) коефицијент приањања на точковима задње осовине:

$$\varphi_2 = \frac{\frac{mjg}{(R + 1)}}{\frac{mg(a - jh_T)}{l}} \rightarrow \varphi_2 = \frac{lj}{(R + 1)(a - jh_T)}. \quad (5.27)$$

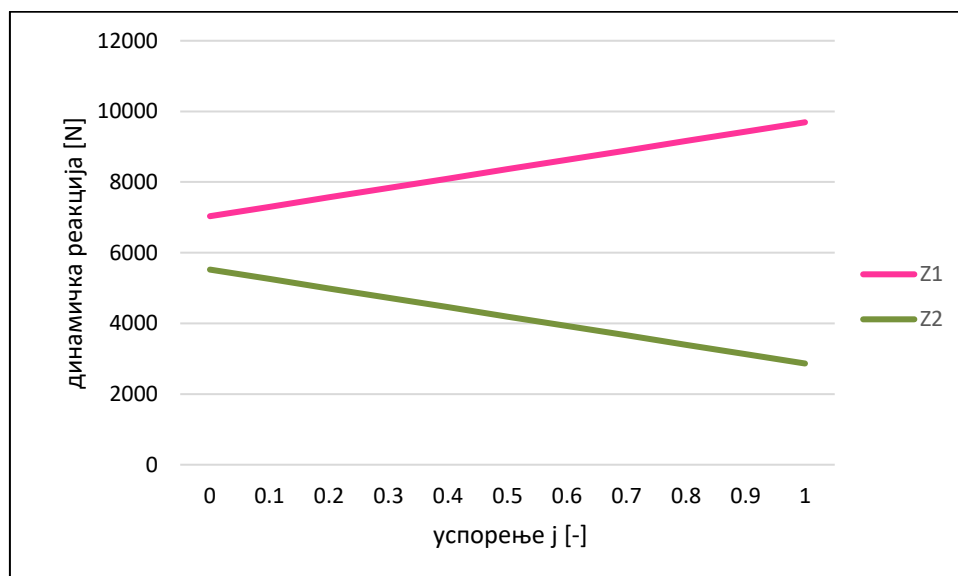
Изрази (5.26) и (5.27) су погодни за анализу утицаја положаја тежишта и коефицијента расподеле силе кочења на вредности ангажованих коефицијената приањања на предњој и задњој осовини, у функцији успорења.

У Табели 5.3 приказане су вредности динамичких реакција тла за усвојене техничке податке изабраног возила, а у функцији успорења возила при кочењу.

Табела 5.1 - Вертикалне динамичке реакције тла у функцији од успорења

Улазни подаци			j, -	Z ₁ , N	Z ₂ , N
Величина	Вредност	Јединица	0	7033,97	5522,83
<i>m</i>	1280	kg	0,1	7299,78	5257,02
<i>g</i>	9,81	m/s ²	0,2	7565,58	4991,22
<i>l</i>	2,551	m	0,3	7831,39	4725,41
<i>a</i>	1,122	m	0,4	8097,19	4459,61
<i>h_T</i>	0,54	m	0,5	8362,99	4193,80
			0,6	8628,80	3927,99
			0,7	8894,61	3662,19
			0,8	9160,41	3396,39
			0,9	9426,21	3130,59
			1	9692,02	2864,78

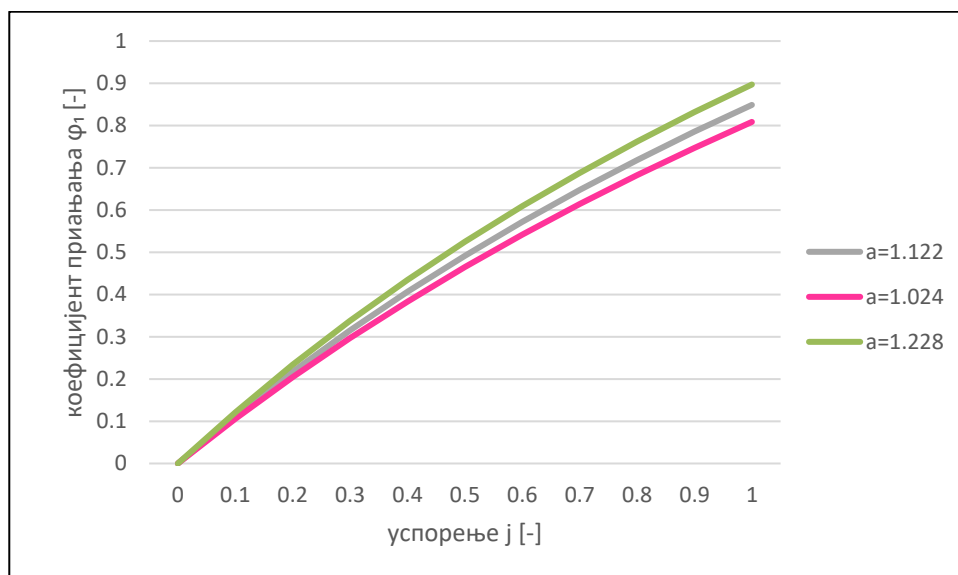
Дијаграмски приказ промене вертикалних динамичких реакција тла у функцији успорења, а за техничке податке изабраног возила дат је на слици 5.3.



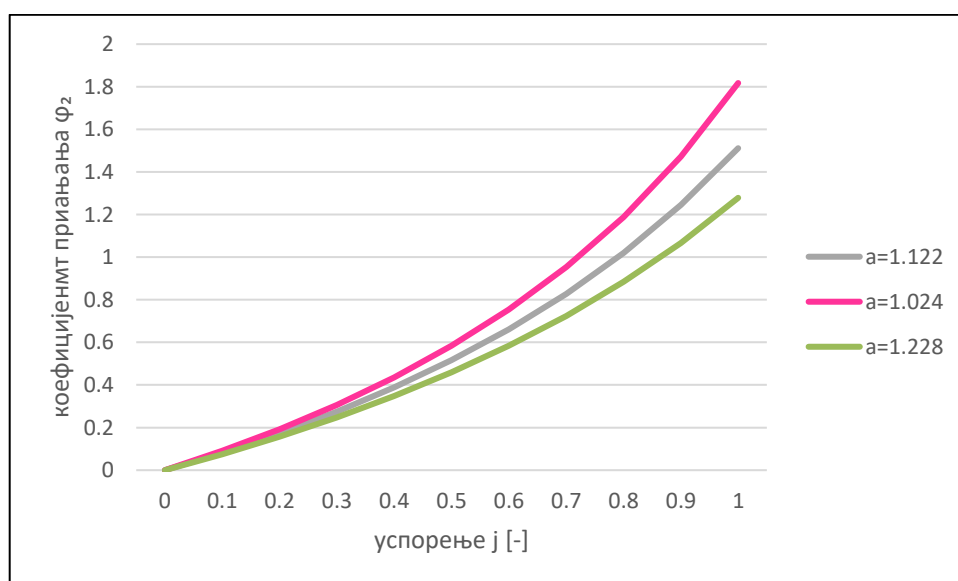
Слика 5.3 - Зависност динамичких реакција од успорења

Са дијаграма се закључује да се са повећањем успорења при кочењу, вертикална динамичка реакција тла напред повећава (оптерећује се предња осовина), док се вертикална динамичка реакција тла позади смањује (растерећује се задња осовина).

На дијаграмима са слика 5.4 и 5.5 приказан је утицај подужног положаја тежишта на вредности ангажованог коефицијента приањања на предњим и задњим точковима, респективно.



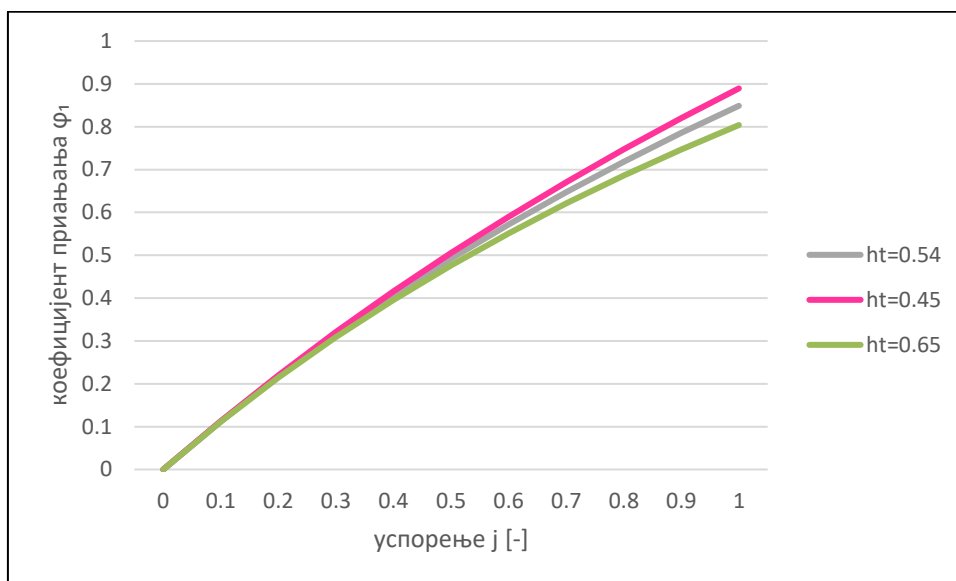
Слика 5.4 - Утицај положаја тежишта возила, a , на величину ангажованог коефицијента приањања на предњим точковима



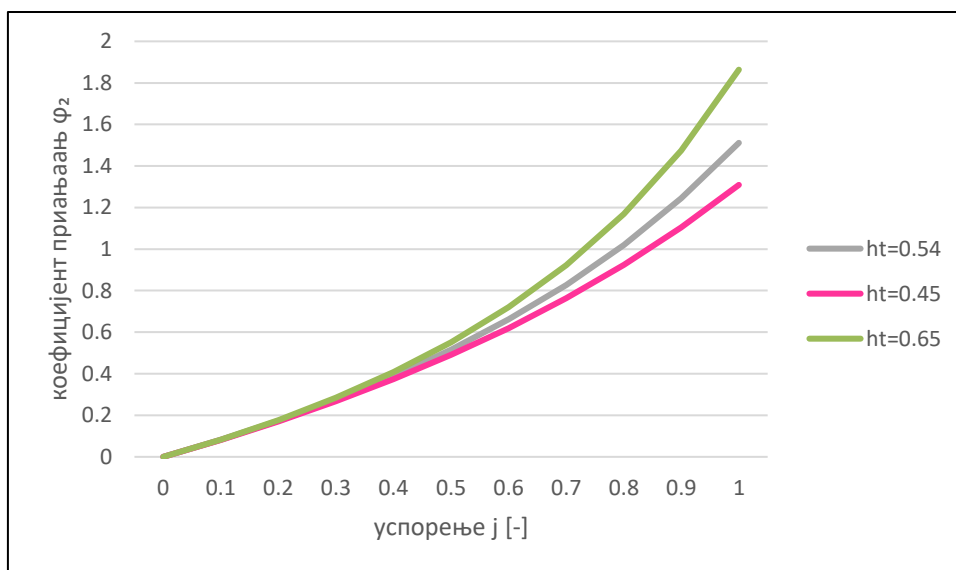
Слика 5.5 - Утицај положаја тежишта возила, a , на величину ангажованог коефицијента приањања на задњим точковима

На основу слика 5.4 и 5.5 може се закључити да се, са повећањем вредности координате положаја тежишта, a (удаљавањем тежишта од предње осовине), повећава вредност ангажованог коефицијента приањања предњих точкова, ϕ_1 , док се вредност ангажованог коефицијента приањања задњих точкова, ϕ_2 , смањује.

Дијаграми на сликама 5.6 и 5.7 показују утицај координате висине тежишта на вредност ангажованих коефицијената приањања на предњим и задњим точковима, респективно.



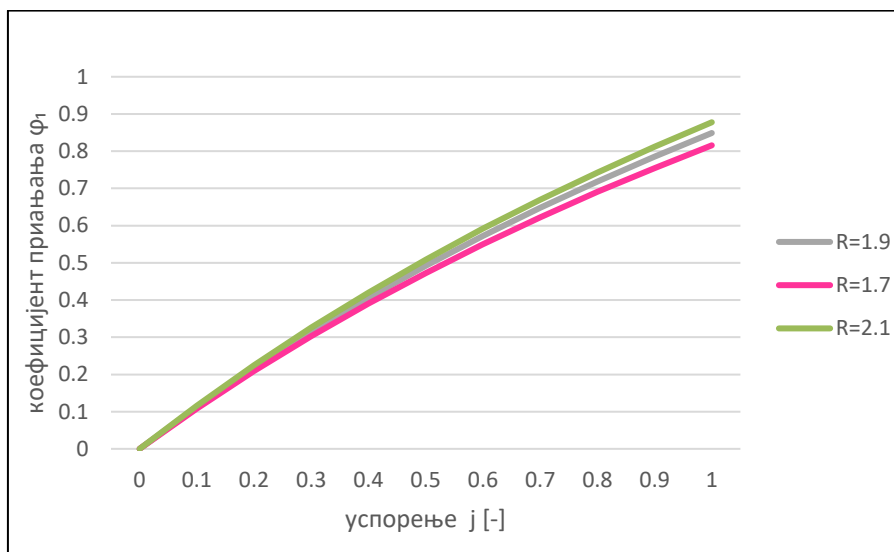
Слика 5.6 - Утицај положаја тежишта возила, h_t , на величину ангажованог коефицијента приањања на предњим точковима



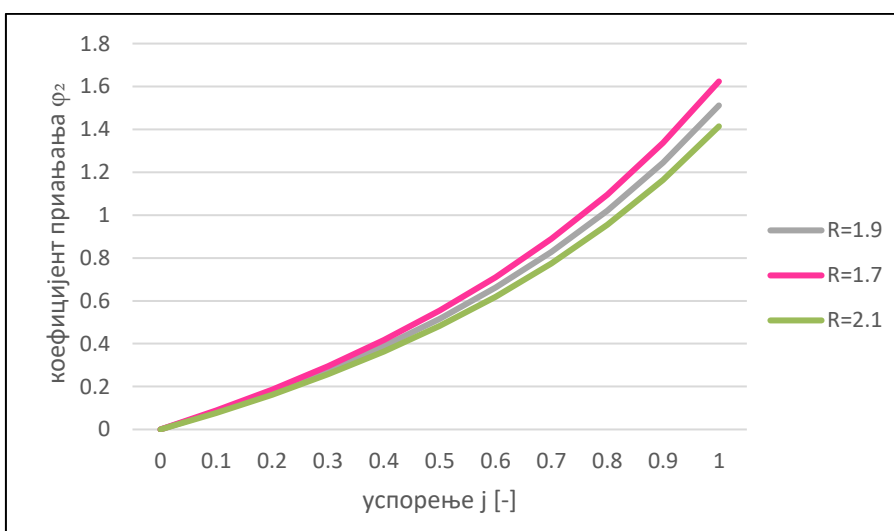
Слика 5.7 - Утицај висине тежишта возила, h_t , на величину ангажованог коефицијента приањања на задњим точковима

Са слике 5.6 се види да, што је тежиште ниже постављено, ангажовано приањање на точковима предње осовине је све веће, за исту вредност успорења при кочењу. Међутим, слика 5.7 показује да се за мању висину тежишта добија мање ангажовано приањање на точковима задње осовине, за исту вредност успорења при кочењу.

На сликама 5.8 и 5.9 приказан је утицај коефицијента расподеле сила кочења на вредности ангажованих коефицијената приањања на точковима предње и задње осовине, респективно.



Слика 5.8 – Утицај расподеле кочних сила R на вредност ангажованог коефицијента приањања предњих точкова



Слика 5.9 – Утицај расподеле кочних сила R на вредност ангажованог коефицијента приањања задњих точкова

Са слике 5.8 се види да, када је вредност коефицијента расподеле кочионих сила мања, то је и ангажовани коефицијент приањање предње осовине мањи, за исте вредности успорења при кочењу, док се са слике 5.9 види да, када се коефицијент расподеле кочних сила смањује, ангажовани коефицијент приањања задњих точкова расте, за исте вредности успорења при кочењу. Савремени системи кочења имају могућност подешавања расподеле кочних сила по осовинама у зависности од услова кочења.

ЗАКЉУЧАК

Коефицијент приањања дефинише међусобну везу пнеуматика и тла и сличан је коефицијенту трења клизања. Он достиже своју највећу вредност при проклизавању услед деформације пнеуматика, а како се повећава клизање - нагло опада. До проклизавања или блокирања точка долази услед већег момента на точку од граничног момента приањања. Зато савремена моторна возила имају уграђене уређаје за спречавање блокирања точкова при кочењу. Код појаве аквапланинга, коефицијент приањања је практично једнак нули, а возило је без кочних, вучних и управљачких сила.

Кочне карактеристике возила зависе од коефицијента приањања. Пожељне су што веће вредности коефицијента приањања са становишта преноса снаге на точак, управљања возилом и ефикасности кочења.

За одређено успорење већа је вредност граничног приањања задње осовине него предње (при кочењу на сва четири точка). То значи да се не остварују исте вредности њиховог граничног приањања довођењем истог кочног момента на предње и задње точкове. У случају интензивнијег кочења потребно је довести већи момент кочења предњим точковима него задњим, како би се остварила приближно иста вредност граничног приањања.

Један од параметара за оцену ефикасности кочења је ангажовани коефицијент приањања. Анализом је показано да удаљавањем тежишта од предње осовине, повећава се вредност ангажованог коефицијента приањања предњих точкова, док се вредност ангажованог коефицијента приањања задњих точкова смањује. Такође, што је тежиште ниже постављено, ангажовано приањање на точковима предње осовине је све веће, међутим, за мању висину тежишта све је мање ангажовано приањање на точковима задње осовине, за исту вредност успорења при кочењу.

Савремени системи кочења имају могућност подешавања расподеле кочних сила по осовинама у зависности од услова кочења, како би се очувале оптималне вредности приањања при кочењу и постигла најбоља ефикасност кочења.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Симић, Д.: „Моторна возила“, Научна књига, Београд, 1988.
- [2] Демић, М, Лукић Ј.: „Теорија кретања моторних возила“, Машински факултет Универзитета у Крагујевцу, 2011.
- [3] Knor, P.: „Dinamika motornih vozila – skripta“, Mašinski fakultet Sarajevo, Sarajevo, 2006.
- [4] Delticom AG: “How to avoid aquaplaning – Tyres online @ mytyres.co.uk”, доступно на: <https://www.mytyres.co.uk/uniroyal-aquaplaning.html> , преузето: 12. 12. 2018.
- [5] Јанковић, А.: „Динамика аутомобила“, Машински факултет Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац, 2008.
- [6] Volkswagen: “The Polo”, Volkswagen Group United Kingdom Limited, 2018.