

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Мастер академске студије

Модул: Друмски саобраћај

Предмет: Динамика возила

Број индекса: 345/2012

Татјана Д. Павловић

Кинематика управљачких тачкова ВОЗИЛА Мастер рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. Ванр. проф. Данијела Милорадовић -
ментор

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог мастер рада кандидаткиња треба да:

- прикаже геометрију управљачких точкова (траг котрљања, угао нагиба осе носача рукавца, угао затура точка, конструктивни затур, угао нагиба точка, угао конвергенције),
- прикаже механику управљачких точкова (крутост пнеуматика, силе у контакту пнеуматик-тло, отпор котрљања пнеуматика, отпор клизања пнеуматика, момент управљања, карактеристике пнеуматика у бочном правцу),
- развије модел за симулацију кинематике предњих управљачких точкова путничког возила по избору,
- прикаже и анализира резултате симулације.

Препоручена литература:

- [1] Јанковић, А.: Динамика аутомобила, Машински факултет Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац, 2008.
- [2] Симић, Д.: Моторна возила, Научна књига, Београд, 1998.
- [3] Wong, J. Y.: Theory of ground vehicles, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2001
- [4] Genta, G.: Motor vehicle dynamics – Modeling and simulation, World scientific, Singapore, New Jersey, London, Hong Kong, 1997

Крагујевац, 09.10.2017.

Ментор:

Данијела Милорадовић, ванр. проф.

РЕЗИМЕ

Предмет овог мастер рада је детаљни приказ кинематике управљачких точкова возила. На самом почетку, приказана је улога пнеуматика на возилу, као и његова конструкција. Затим је, графички приказан положај точка са најважнијим геометријским параметрима. У трећем поглављу, разматрана је механика управљачких точкова, где је било више речи о параметрима који битно утичу на процес приањања између точка и подлоге. Коришћењем програма MathCad, формиран је кинематски модел предњих управљачких точкова возила Застава Флорида. Извршена је анализа резултата мерења и формулисани су одговарајући закључци на крају мастер рада.

Кључне речи: управљачки точкови возила, геометрија, кинематика, моделирање

ABSTRACT

The subject of this master theses is a detailed review of kinematics of the steered wheels of the vehicle. At the beginning, the role of the pneumatic tyre in the vehicle was presented together with its construction. In addition, a graphical representation of the wheel position with the most important geometry parameters was presented. Mechanics of the steered wheels was reviewed in the third chapter, where discussion was also made about parameters that significantly affect the process of adhesion between the wheel and the road. A kinematical model of the front steered wheels of the Zastava Florida vehicle was developed using MathCad software. The analysis of the obtained simulation results was made and corresponding conclusions were drown at the end of the thesis

Keywords: vehicle steered wheels, geometry, kinematics, modelling

САДРЖАЈ

1. УВОД.....	1
2. ГЕОМЕТРИЈА УПРАВЉАЧКИХ ТОЧКОВА ВОЗИЛА	3
2.1 Точак са пнеуматиком	3
2.1.1 Улога точка	3
2.1.2 Конструкција пнеуматика	4
2.2 Конструктивне величине које карактеришу положај управљачких точкова	6
2.2.1 Траг котрљања при заокретању точка.....	6
2.2.2 Угао нагиба осе носача рукавца.....	7
2.2.3 Угао затура точка	10
2.2.4 Конструктивни затур	11
2.2.5 Угао нагиба точка.....	11
2.2.6 Угао конвергенције	12
3. МЕХАНИКА УПРАВЉАЧКИХ ТОЧКОВА ВОЗИЛА.....	13
3.1 Динамички модели пнеуматика који се котрља по неравном тлу.....	13
3.2 Силе у контакту пнеуматик-тло.....	16
3.2.1 Дејство молекуларне адхезије.....	18
3.2.2. Дејство хистерезиса	19
3.2.3 Контакт пнеуматика и тла у погоршаним путним условима	20
3.2.4 Аквапланинг	24
3.3 Отпор котрљања пнеуматика	25
3.4 Коефицијент приањања	28
3.5 Коефицијент клизања.....	30
3.6 Момент управљања	33
3.7 Карактеристике пнеуматика у бочном правцу	34
4. РАЗВОЈ МОДЕЛА ЗА СИМУЛАЦИЈУ КИНЕМАТИКЕ УПРАВЉАЧКИХ ТОЧКОВА.....	38

4.1. Карактеристике система за управљање возила Застава Флорида	38
4.2. Геометрија система за управљање возила Застава Флорида	39
4.3. Формирање модела за симулацију кинематике управљачких тачкова возила Застава Флорида	41
5. ПРИКАЗ И АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА СИМУЛАЦИЈЕ	45
6. ЗАКЉУЧАК	48
ЛИТЕРАТУРА	50

1. УВОД

Сигурност, управљивост и стабилност возила у великој мери зависе од конструкције точкова, система еластичног ослањања и система за управљање, који треба да функционишу у хармонији.

Точкови су кретачи на возилу који имају задатак да: приме и пренесу на подлогу силу тежине возила, омогуће кретање и маневрисање возила и пригуше ударе који се од неравнина пута преносе ка свим системима возила. Такође, они су и основни елементи активне безбедности возила у саобраћају, јер утичу на „држање пута“ од стране возила. Зато је веома важно ускладити еласто-пригушне карактеристике точка са карактеристикама система еластичног ослањања и карактеристике приањања са одговарајућим карактеристикама система за кочење [1].

Све главне силе и моменти који утичу на кретање друмског моторног возила се преносе преко отиска пнеуматика у контакту пнеуматик - тло. Каже се да „критичне силе управљања које одређују како се возило скреће, кочи и убрзава, настају у четири контактна отиска не већа од људске шаке“ [2].

Точкови преко којих се врши промена правца кретања возила називају се управљачки точкови. У зависности од концепције возила, управљање возилом се може остварити преко предњих, задњих, односно свих точкова возила.

Геометрија система еластичног ослањања по дефиницији представља угаону зависност између површине подлоге и елемената система ослањања, управљања и точкова возила. Правилна геометрија точка омогућава: безбедну вожњу, добру управљивост, дужи век пнеуматика и смањену потрошњу горива.

У равни контакта точка са подлогом, у подужном и бочном правцу, јављају се различите силе или њихове компоненте, које у случају повећаног интензитета могу

превазићи расположиве подужне и бочне реакције, што доводи до погоршања стабилности и управљивости возила.

Поред конструктивних карактеристика возила и експлоатационих услова, у критичним случајевима достизања максималних реакција у тангенцијалној равни, веома су значајне карактеристике еластичног дела точка, односно пнеуматика. Способност гуме, као основног саставног елемента пнеуматика, да издржи велика статичка и динамичка оптерећења и велике трајне деформације је најважнији разлог за њену широко распрострањену примену у аутомобилској индустрији.

Конструкција и техничко стање самог возила, у савременим условима саобраћаја морају да задовоље захтеве кретања у коме се од возила тражи да способно и брзо промени правац и брзину кретања према жељи возача уз постизање минималног утрошка енергије.

Већина савремених аутомобила данас располаже са одређеним бројем ADAS (Advanced Driver Assistance Systems) контролних система као што су системи за спречавање превртања возила, спречавање блокирања точкова, одржавања стабилности возила. Пројектовани су у циљу веће безбедности и лакшег управљања, а имају задатак да помажу око избегавања судара и незгода тако што на време упозоравају возача на потенцијалне проблеме у току вожње. Подаци који су потребни овим системима највише су везани за остварено приањање у контакту пнеуматик – подлога, углове клизања точкова, као и за промене притиска ваздуха у пнеуматику.

2. ГЕОМЕТРИЈА УПРАВЉАЧКИХ ТОЧКОВА ВОЗИЛА

2.1 Точак са пнеуматиком

2.1.1 Улога точка

Точак је по својој функцији део различитих система возила, као што су: систем преноса снаге, систем за кочење, систем еластичног ослањања и систем за управљање. Најважније функције точка на возилу су [3]:

- обезбеђење кретања возила својим котрљањем,
- пренос свих сила са возила на тло и обрнуто, укључујући тежину возила и реакције тла,
- пренос погонског момента мотора на тло (погонски точкови),
- пренос кочног момента на тло (кочени точкови),
- обезбеђење еластичности у контакту са тлом (као елементи система еластичног ослањања возила) и
- обезбеђење управљања возилом (управљачки точкови).

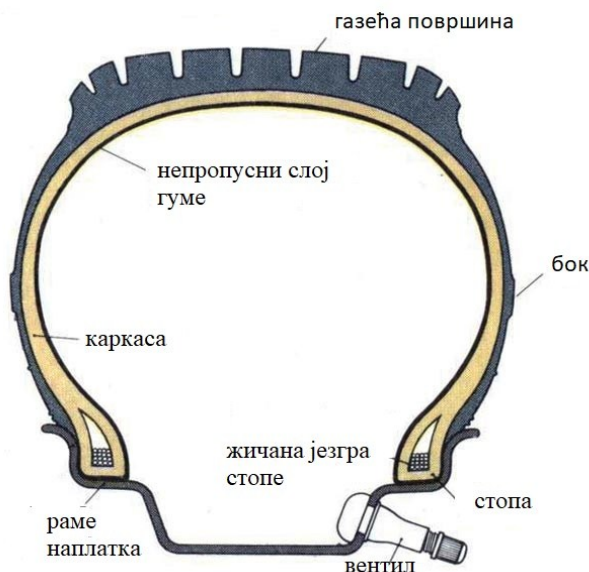
Развојем аутомобилске индустрије, повећава се и потреба за квалитетнијим точковима са пнеуматичима. Пнеуматик има одлику да се деформише у додиру са подлогом, али и да се врати у првобитно стање. Захтеви који се постављају пред пнеуматике су:

- безбедност,
- управљивост,
- удобност,
- век трајања,
- економичност и
- заштита животне средине.

Под захтевима безбедности се подразумева да је пнеуматик сигурно причвршћен за наплатак. Веома је битно да пнеуматик буде што мање осетљив на оптерећење и да је што отпорнији на продирање страних предмета. Када се говорио захтевима управљивости, подразумева се висок степен трења између подлоге и пнеуматика у свим условима, постепени раст бочних сила, добра стабилност у кривинама, омогућавање одржавања максималне брзине [4].

2.1.2 Конструкција пнеуматика

Пнеуматик се израђује од различитих материјала и по облику подсећа на шупљи торус који је отворен са стране где се поставља на наплатак. Слика 1 је приказана спољашња и унутрашња грађа пнеуматика. Газећи слој, односно протектор је спољашњи део гуме којим се обезбеђује приањање пнеуматика и тла. На његовој површини се налазе шаре чија је основна намена да обезбеде стабилност возилу које се креће по површини на којој се налази вода, снег или блато [4].

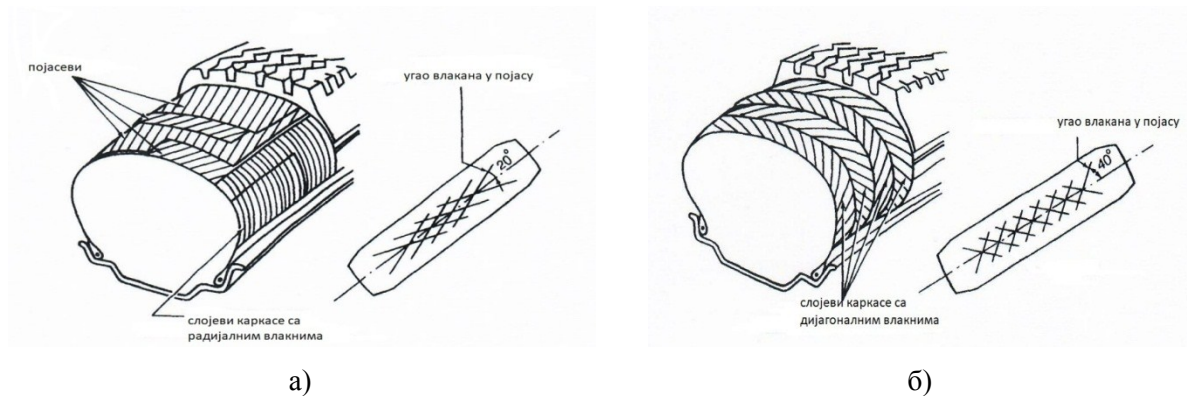


Слика 1. Попречни пресек дијагоналног пнеуматика[4]

Најбитнији структурни елемент пнеуматика је каркаса. Састоји се од великог броја слојева нити велике еластичности које су обавијене гумом [5]. Састављена је од слојева дијагонално и радијално постављених влакана.

Када се говори о конструкцији радијалног пнеуматика, слика 2а, нити су постављене под углом од 90° и његова газећа површина је учвршћена појасом, па се зато приликом деловања оптерећења у току вожње газећа површина минимално деформише. При високим брзинама, возила са радијалним пнеуматикима пружају већу удобност вожње и имају и боље карактеристике при кочењу на влажној подлози.

Каркаса дијагоналних пнеуматика се састоји од минимално два слоја гумираних влакана. Влакна појединих слојева се налазе под углом од 20° - 40° у односу на обим у центру пнеуматика, слика 2б. Дакле, при деформацији пнеуматика долази до повећаног унутрашњег трења међу слојевима каркасе и долази до повећаног генерисања топлоте која лоше утиче на трајност пнеуматика.

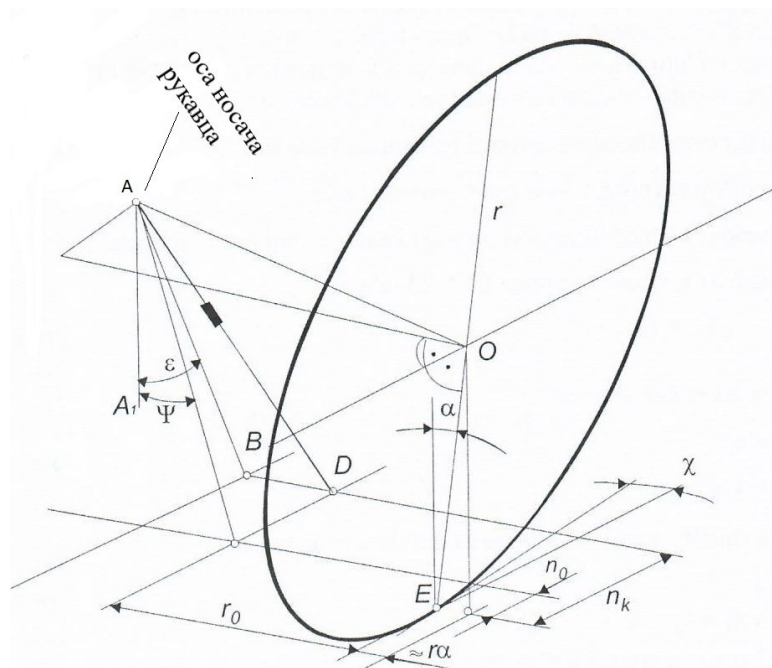


Слика 2. Конструкција радијалног (а) и дијагоналног (б) пнеуматика[5]

Упоређивањем радијалних и дијагоналних пнеуматика, може се закључити да, при истим условима, радијални пнеуматици трају до два пута дуже од дијагоналних због значајно мањег унутрашњег трења и развијања топлоте. Самим тим, радијални пнеуматици пружају смањену потрошњу горива због смањеног отпора котрљања. Једна од мана радијалних пнеуматика је већа подложност бока оштећењима.

2.2 Конструктивне величине које карактеришу положај управљачких точкова

Конструктивне величине које карактеришу положај управљачких точкова у односу на праволинијско кретање, приказане су на слици 3. Ове величине зависе од статичког оптерећења точка и режима вожње [6].



Слика 3. Положај точка са геометријским величинама [6]

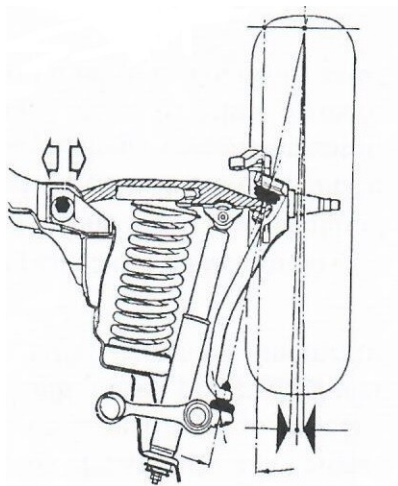
2.2.1 Траг котрљања при заокретању точка

У зависности од подлоге по којој се точак котрља, разликујемо три случаја [7]:

- *Котрљање еластичног точка по апсолутно тврдом путу.* У овом случају деформације тла су занемарљиво мале у односу на деформације точка.
- *Котрљање апсолутно крутог-тврдог точка по меком путу.* Код овог случаја деформације точка су занемарљиво мале у односу на деформације пута.
- *Котрљање еластичног точка по меком путу.* Деформације точка и пута су величине истог реда.

Први случај, односно котрљање еластичног точка по тврдој подлози има највећу важност за проучавање механике кретања аутомобила. На слици 3 је, између осталог, приказан и траг котрљања, r_0 . Тачка D представља продор осе носача рукавца и налази се у равни тла, као и тачка E. Пројекција дужи DE на бочну раван (y, z) тј. на осу y представља траг котрљања, који је позитиван уколико је продор осе носача рукавца унутар трагова точкова возила. При кретању точка, тачка E се помера подужно и попречно, па самим тим и тачка D мења свој положај чиме се мења траг котрљања и његова вредност може постати и негативна.

На слици 4 приказано је предње ослањање возила код кога је траг котрљања у статичком положају нула.



Слика 4. Одређивање трага котрљања за возило марке Мерцедес [6]

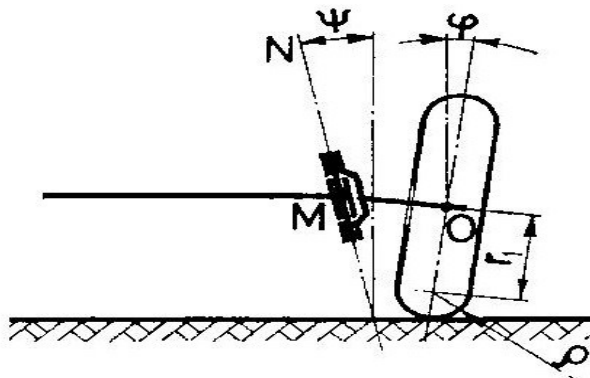
2.2.2 Угао нагиба осе носача рукавца

Нагиб осе носача рукавца, Ψ , представља угао између осе управљачког зглоба и вертикале на тло, гледано са предње стране возила. Осим што има циљ да смањи траг котрљања, са овим углом се при заокретању точкова повећава нагиб спољашњег точка, односно смањује се нагиб унутрашњег точка. Тачније, смањује се угао затура осовинице спољашњег точка, односно повећава се угао затура унутрашњег точка.

Такође, при заокретању точкова појављује се и ефекат подизања предњег краја возила. Точкови под дејством момента стабилизације теже да се врате у положај праволинијског кретања, па се самим тим повећава и потребна сила за управљање.

За теретна возила, угао осе носача рукавца је у опсегу приближно $0-5^\circ$, а за путничка $5-15^\circ$.

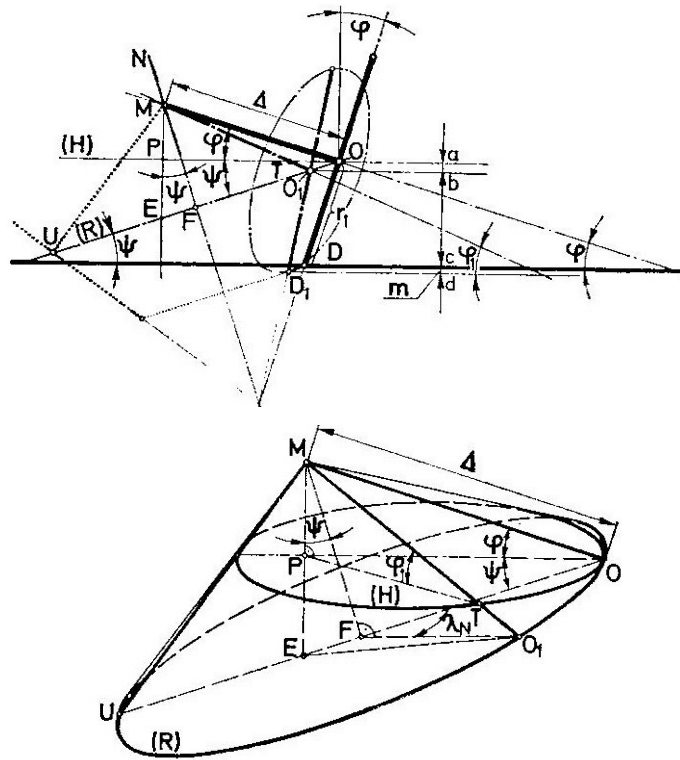
Слика 5 приказује десни управљачки точак у неутралном положају. При заокретању рукавца, точак тежи да се спусти, односно да се котрља надоле. Притом се јавља ефекат подизања рукавца и десног предњег дела аутомобила.



Слика 5. Неутрални положај десног управљачког точка[7]

Како се повећава угао нагиба спољашњег точака, ϕ , тако се и повећава тежња ка недовољно заокретљивом возилу. Поред геометријског приказа, могуће је овај угао израчунати на основу одговарајуће формуле.

Сликом 6 су представљена два положаја рукавца точака. Величина r_1 представља растојање од осе точака до центра полупречника кривине профила пнеуматика и преко овог растојања се може пратити вертикално померање осе рукавца. У неутралном положају рукавац заузима положај MO , а тачком D је приказан центар профила пнеуматика. При неком углу заокретања λ , рукавац ће прећи у положај MO_1 , док ће се растојање од осе точака до центра полупречника кривине пнеуматика, r_1 , наћи у положају O_1D_1 .



Слика 6. Угао нагиба точка [7]

Величином m представљено је вертикално померање центра точка O_1 при заокретању за неки произвољни угао λ_N , па је са слике 6 очигледно да је:

$$m = \overline{ab} + \overline{bd} - \overline{ac}.$$

Сада се може написати:

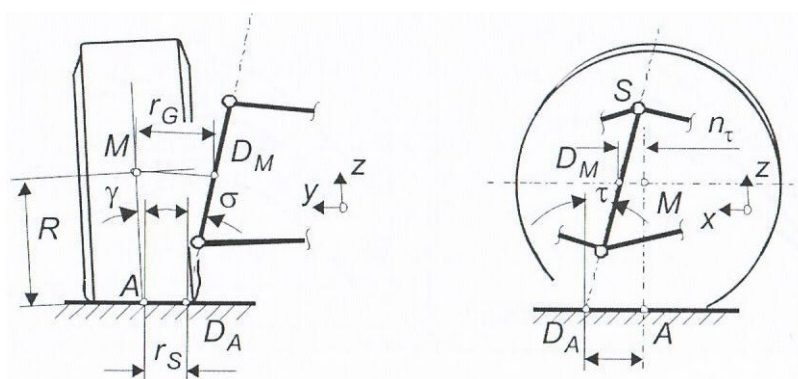
$$\begin{aligned} \overline{ab} &= \overline{OO_1} \sin \Psi = (\overline{OF} - \overline{O_1F}) \sin \Psi = \\ &= [\Delta \cos(\varphi + \Psi) - \Delta \cos(\varphi + \Psi) \cos \lambda_N] \sin \Psi = \\ &= \Delta \cos(\varphi + \Psi) \sin \Psi (1 - \cos \lambda_N) \end{aligned}$$

Како би се одредио угао нагиба точка, φ_1 , потребно је кроз тачку O провући хоризонталну раван, H , и из тачке M спустити нормалу на ову раван, дуж $\overline{MP}$. Тако ће се пројекција дела изводнице MT на хоризонталну раван поклопити са правом PT . На тај начин, угао $\angle MTP$ представља нови угао нагиба точка, φ_1 .

2.2.3 Угао затура точка

Приликом заокретања точка управљача заокрећу се и управљачки точкови возила којима затур точкова омогућава стабилно управљање. Угао затура точкова, τ , слика 7, представља угао између пројекције правца осе носача рукавца у подужној равни и вертикале.

На слици 7 приказани су позитиван и негативан затур точка. Уколико смер момента вертикалне реакције тла делује у смеру погонског момента, затур ће бити позитиван, а у супротном, затур има негативну вредност. Неправилне вредности затура доводе директно до нестабилности и смањене управљивости возила, посебно када се возило креће у кривини, па се угао затура обично креће у интервалу од $0 - 5^\circ$. На подешеност затура точкова могу да утичу лабави или похабани зглобови, односно "кугле", споне и гумене чауре.



Слика 7. Позитиван и негативан угао затура точка[6]

Потребна стабилизација приликом управљања може се постићи и постављањем осовинице вертикално, међутим померене испред осе точка на растојање n_0 . Ово растојање другачије се назива осни затур. На тај начин, бочна реакција тла, Y_T , образује момент у односу на осу осовинице који је приказан формулом:

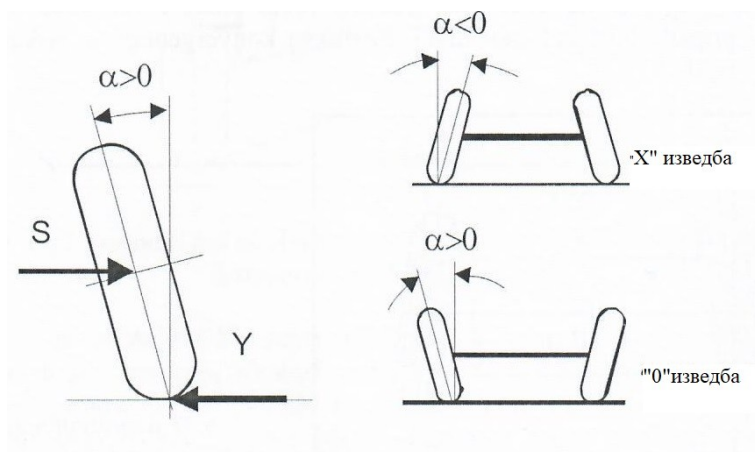
$$M_S = Y_T n_0 \sin \lambda.$$

2.2.4 Конструктивни затур

Конструктивним затуром, n_k , се приказује растојање између тачке продора носача рукавца кроз тло и пројекције центра тачка на тло, мерено у подужној равни тачка [6]. Код конструктивног затура, моменту стабилизације се додаје траг скретања, s , при чему момент стабилизације услед скретања расте уколико се угао скретања повећава до извесне величине. Са даљим повећањем угла скретања момент стабилизације опада.

2.2.5 Угао нагиба тачка

Угао нагиба тачка, ϕ , представља угао средишње равни тачка у односу на вертикалу. Уколико је нагиб тачка неправилно подешен, могућа последица је неравномерно трошење пнеуматика и то тако да се бочни делови газеће површине појачано хабају. Најчешће, угао нагиба тачка код путничких возила износи 1° . Када је горњи део тачка нагнут ка споља, реч је о позитивном нагибу тачка и он производи већи момент стабилизације, док је негативни нагиб тачка уколико је горњи део тачка нагнут ка унутра. На слици 8 приказани су позитиван и негативан нагиб тачка.



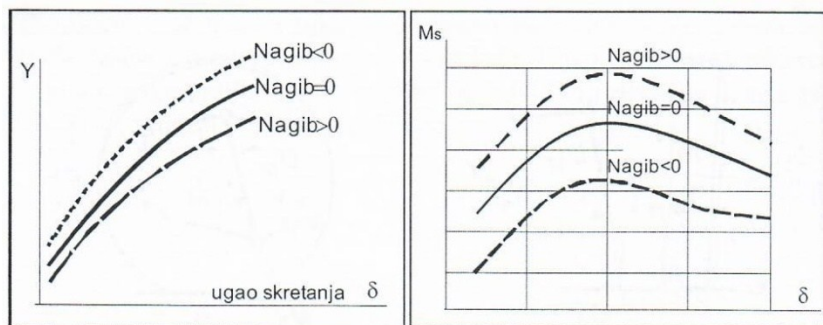
Слика 8. Позитиван и негативан нагиб тачка [6]

Утицај нагиба тачка на бочну реакцију и момент стабилизације је приказан уз помоћ слике 9. Услед заокретања предњих управљачких точкова, ремети се симетрија бочних реакција тла спољашњег и унутрашњег тачка, односно смањује се бочна сила.

Као што је већ речено, са повећањем угла нагиба точка при константном углу скретања момент стабилизације се повећава и може да се изрази као:

$$M_S = Y_T c + p_M \varphi = k \delta c + p_M \varphi$$

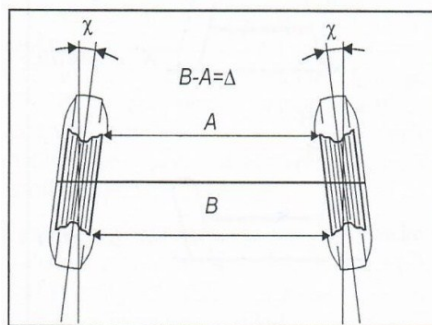
где је p_M - константа пропорционалности момента стабилизације.



Слика 9. Утицај угла нагиба точка на бочну реакцију Y и момент стабилизације M_s [6]

2.2.6 Угао конвергенције

Конвергенција је угао који захватају централна подужна оса возила и централна подужна линија точка. Постоје два типа конвергенције: када су предњи делови точкова ближи једни другима од задњих - позитивна конвергенција и када су предњи делови точкова даљи једни од других него задњи делови точкова - дивергенција. Позитивна конвергенција је приказана слици 10.



Слика 10. Конвергенција точкова и угао конвергенције [6]

Приликом заокретања управљачких точкова у кривинама, спољашњи точкови се крећу по путањи већег полупречника, па је самим тим и радијално оптерећење на унутрашњем точку смањено. То нам говори да позитиван угао конвергенције смањује бочно клизање спољашњег точка и смањује хабање пнеуматика.

3. МЕХАНИКА УПРАВЉАЧКИХ ТОЧКОВА ВОЗИЛА

У овом делу рада биће разматране динамичке силе које делују на точкове возила, као и њихов утицај на подужну стабилност возила.

3.1 Динамички модели пнеуматика који се котрља по неравном тлу

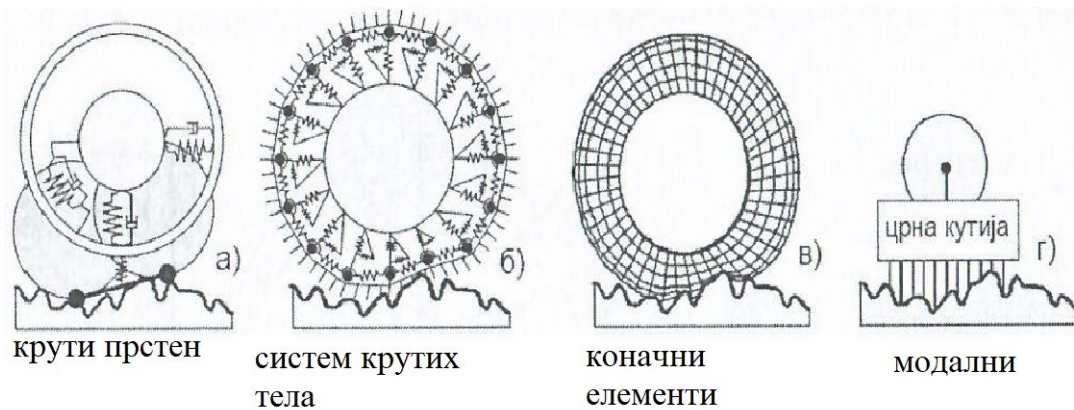
Осцилаторно понашање пнеуматика зависи од његове крутости и пригушења. Међутим, ове величине нису константне већ имају изражен нелинеаран карактер и мењају се у зависности од природе побуде, што је последица комплексног динамичког понашања пнеуматика. Крутост пнеуматика зависи од материјала и конструкције гуме и представља однос прираштаја оптерећења и деформације која је тим прираштајем изазвана.

Од тренутка када је први пут употребљен точак па све до данас, улаже се велики напор у развој што савременијих и функционалнијих пнеуматика, а све у циљу стабилније и безбедније вожње. У пракси постоји веома широк спектар математичких модела пнеуматика дефинисаних применом методе коначних елемената. С тим у вези, у наставку ће бити представљени различити модели пнеуматика који се котрљају по неравним подлогама, који су приказани на слици 11 [8]:

- модел крутог прстена (слика 11а),
- модел система крутих тела (слика 11б),
- модел коначних елемената (слика 11в),
- модални модел (слика 11г).

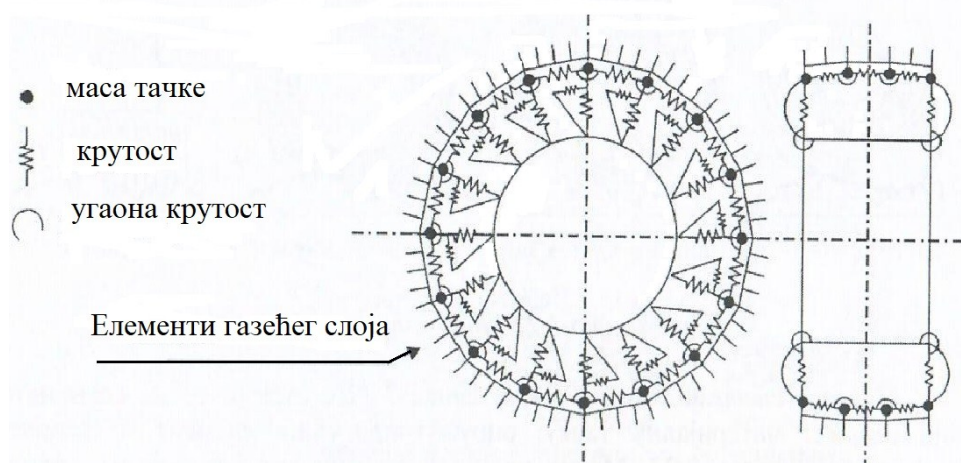
Код модела крутог прстена приказаног на слици 11а, основу чини крут прстен који представља брејкер пнеуматика. Прстен је еластично ослоњен на наплатак еласто-пригушним елементима који представљају раме пнеуматика под одређеним притиском [8]. При описивању контакта пнеуматика и подлоге, користе се две врсте модела:

енвелопни модел који генерише ефективну површину подлоге и модел клизања. Наиме, модел крутог прстена се користи како би се кориговала општа крутост пнеуматика, односно када облик брејкера остаје кружан.



Слика 11. Модели точка [8]

Уколико се посматра модел система крутих тела, слика 11б, он се састоји из елемената који садрже: материјалну тачку, опружно-пригушни елемент и елемент газећег слоја, слика 12. Овим моделом редукује се еластичност брејкера на прстен који је сачињен од материјалних тачака при чему су оне међусобно повезане линијским и угаоним опругама. Међутим, брејкер нема масу и одређен је одговарајућим бројем еластичних прстенова. Заобљена и ожлебљена рамена пнеуматика повећавају отпорност на хабање, па се њихова крутост и отпорност брејкера на трансверзална померања према наплатку моделирају опругама. Крутост опружних елемената између дела контакта пнеуматика и газећег слоја одређује се на основу тога да се бок понаша као мембрана оптерећена унутрашњим притиском у пнеуматику.



Слика 12. Тростандардни модел система крутих тела (Multibody) [8]

Међусобна веза између понашања возила и онога што се догађа у контакту зависи од специфичности конструкције пнеуматика и онога што се догађа у пнеуматику. Зато је модел коначних елемената погодан за моделирање динамичког понашања пнеуматика, слика 11в.

Када при вожњи точак наиђе на препреку на путу, доћи ће до промене брзине ротације точка. Кретање точка је повезано са зоном контакта преко модалне динамике пнеуматика (црна кутија), слика 11г. Овај модел се не може користити за симулације управљивости и не постоји могућност моделирања процеса клизања.

Због потребе да се прикаже један обједињени приступ моделирању трајности и анализи управљивости возила, користе се модели крутог прстена, модел коначних елемената и систем крутих тела, који се такође користе и за оцену возних карактеристика.

Поред наведених модела, доста често се у пракси користи и модел „Магична формула“ који је показао добре резултате у представљању нелинеарне зависности сила и момената од клизања приликом управљања возила. Општи облик Магичне формуле даје везу између вертикалног оптерећења и угла бочног нагиба точка [8]:

$$y = D \sin[C \arctan\{Bx - E(Bx - \arctan Bx)\}],$$

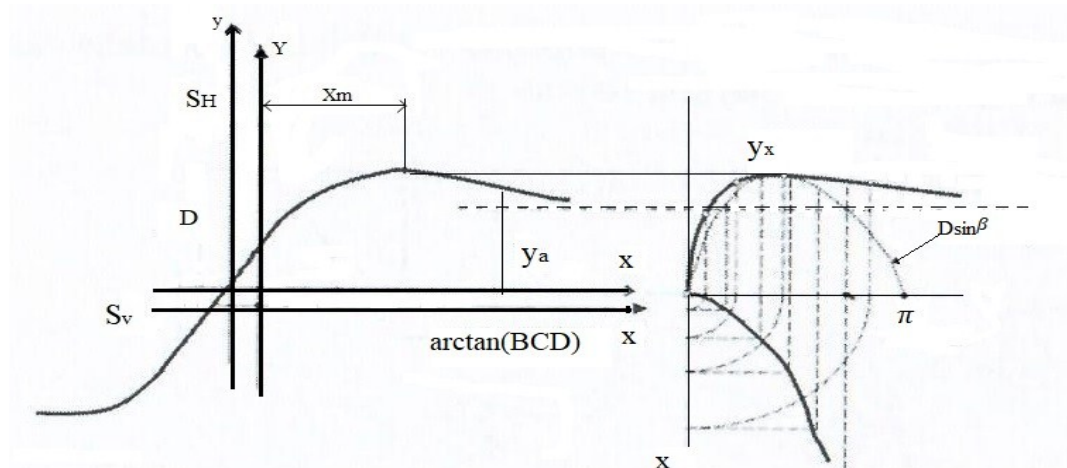
$$Y(X) = y(x) + S_V,$$

$$x = X + S_H$$

где су:

- Y – излазне променљиве (F_x, F_y, M_z)
- X – улазне променљиве ($\tan\delta$ или s)
- B - фактор крутости,
- C - фактор облика,
- D - максимална вредност
- E - фактор кривине,
- S_H – хоризонтално померање и
- S_V – вертикално померање.

„Магичном формулом“ приказана је крива која пролази кроз координатни почетак и достиже свој максимум, слика 13. На облик ове криве утичу фактор крутости, фактор облика и максимална вредност. Наиме, фактор облика, C , контролише границе опсега синусне функције, док фактор крутости, B , одређује нагиб криве у координатном почетку. Фактором кривине контролише се максимална вредност и хоризонтални положај максималне вредности, док се помоћу вертикалног и хоризонталног померања регулише помереност криве у односу на координатни почетак.



Слика 13. Крива изведена „Магичном формулом“ [8]

3.2 Силе у контакту пнеуматик-тло

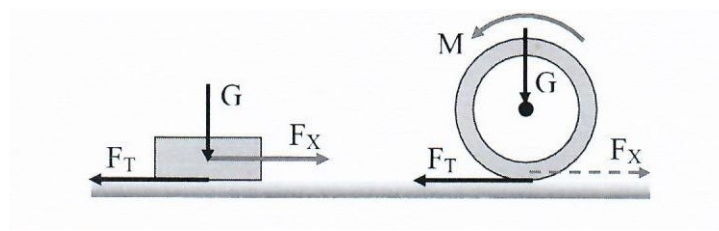
У наставку ће бити разматрани параметри који дефинишу услове контакта, тј. приањање између точка и подлоге, као и утицај спољних услова на њихове вредности.

Услов котрљања точка са претпоставком да између контакта точак-подлога не постоји трење, односно да точкови мирују, приказан је у [9]. Наиме, када би се точку у стању мировања саопштио погонски момент, M_T , не би се изазвало транслаторно убрзање точка, већ би точак проклизао и обртао се у месту. Како би се постигао ефекат котрљања точка по подлози, неопходно је да између њих постоји сила трења, односно приањање.

Коефицијент трења зависи од релативне брзине возила па тако постоје случајеви:

- чистог приањања ($V_{rel} = 0$) и
- приањања са клизањем ($V_{rel} > 0$).

Уколико се точак посматра као круто тело, применом Кулонове теорије, може се разматрати механизам котрљања точка са и без клизања, што је приказано на слици 14.



Слика 14. Аналогија приањања и Кулоновог трења [9]

При повећавању силе F_X која делује на точак, повећава се и реакција подлоге, F_T , па ће самим тим силе остати у равнотежи. Међутим, са даљим порастом силе F_X , реакција подлоге има своју максималну вредност, F_{TMAX} , преко које не може даље да расте. Максимална вредност коју достиже реакција подлоге, одређена је вертикалном силом, G , која врши притисак тела на подлогу и коефицијентом трења, μ . Ово се може приказати формулом:

$$F_{TMAX} = \mu * G$$

Уколико сила која делује на точак прекорачи ову вредност, нарушиће се равнотежа и тело ће клизати у правцу дејства силе. Међутим, на десном делу слике 14 је приказан случај када се дејство погонског момента може заменити дејством силе F_X . На тај начин, сила која делује на точак је пропорционална моменту M , односно $F_T < F_{TMAX}$. Овако посматран точак, под дејством момента M котрљаће се по подлози без проклизавања. У овом случају, смер дејства силе F_T је одређен тиме што се она супротставља клизању точка у односу на подлогу, па релативна брзина тачке контакта точка и подлоге остаје $v_r = 0$. Како се повећава момент M , тако расте и сила F_T . Достицањем своје максималне вредности, F_{TMAX} , сила реакције подлоге не може

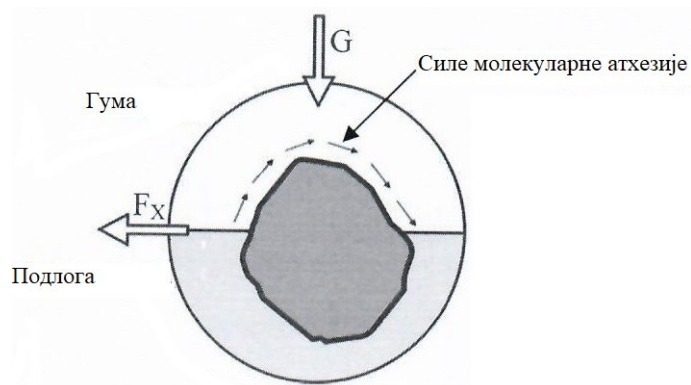
даље да расте, при чему ће се повећати угаона брзина точка, услед које почиње клизање контактеног сегмента у односу на подлогу, $v_r \neq 0$.

Унутрашње трење у материјалу пнеуматика, зависно је од особина и врсте материјала, као и од конструкције пнеуматика. Стварање трења заснива се на дејству два различита механизма:

- адхезивне компоненте (латинска реч "*adhaesio*" - приањање, привлачност) која је приказана на слици 15 резултат је молекулских веза генерисаних између изложених површинских атома гуме и материјала на путу у контактеној области и
- хистерезисне компоненте адхезије, односно хистерезиса и представља деформације и заклињавање гуме у микронеравнине подлоге (слика 16).

3.2.1 Дејство молекуларне адхезије

Као што је већ речено, молекуларна адхезија је сила привлачења молекула различитих материјала који се налазе у контакту под дејством одређеног контактеног притиска. Како расте контактни притисак гуме и суве подлоге, дејство силе молекуларне адхезије се смањује. С обзиром на то да је интензитет силе пропорционалан укупној површини контакта, са повећањем контактне површине опада контактни притисак. Дакле, порастом контактне површине, долази до повећања дејства силе молекуларне адхезије, слика 15.



Слика 15. Дејство молекуларне адхезије [9]

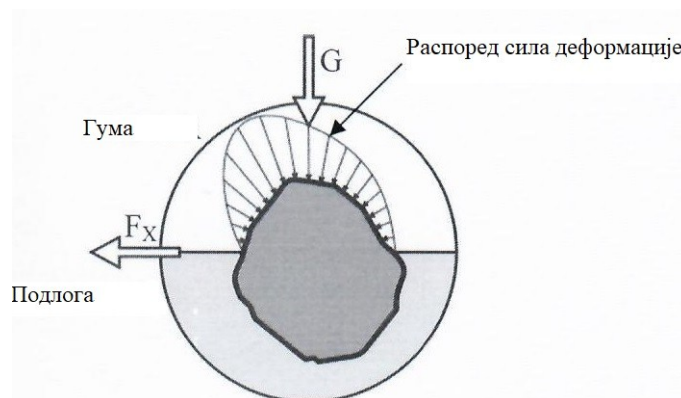
Сила молекуларне адхезије, $F_{M.A.}$, која се супротставља клизању гуме по подлози може се представити формулом:

$$F_{M.A.} = \tau * A$$

где су: τ - смицајни напон у контактної површини и A - ефективна величина контактне површине.

3.2.2. Дејство хистерезиса

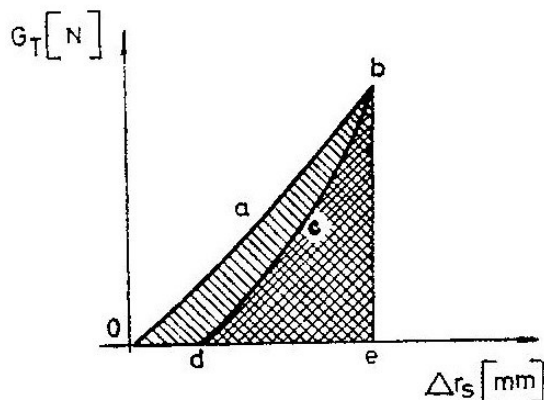
Посматрајући еластични точак при котрљању, може се уочити да се делови газећег слоја точка понашају двојачко. Једни улазе у контакт са подлогом и сабијају се, док се други делови који излазе шире. На тај начин се при деформацији јавља хистерезис, јер материјал од кога су изграђени пнеуматици није апсолутно еластичан, што је приказано на слици 16.



Слика 16. Дејство хистерезиса [9]

Услед деформација пнеуматика, јавља се унутрашње трење, при чему се ствара губитак енергије. Појава хистерезиса приказана је помоћу слике 17. Тачније, на слици је приказан дијаграм на коме се види да се при повећању оптерећења точка, G_T , смањује статички полупречник, r_s , и заједно формирају криву Oab. Може се видети да се при растерећењу точка, односно смањивању оптерећења G_T , промена статичког полупречника врши по кривој bcd. Рад који је утрошен на деформацији гуме приказан је као површина испод криве "a". Неповраћена енергија, односно петља хистерезиса Obd се у великој мери може смањити уколико је притисак ваздуха у пнеуматику већи,

правилним избором материјала за пнеуматик са малим унутрашњим трењем, смањењем крутости газећег слоја и другим конструктивним мерама.



Слика 17. Појава хистерезиса [7]

Фактори који битно утичу на приањање су:

- контактни притисак и његова расподела,
- шара газећег слоја пнеуматика,
- конструктивне карактеристике пнеуматика,
- температура пнеуматика и подлоге и
- вертикално оптерећење точка.

3.2.3 Контакт пнеуматика и тла у погоршаним путним условима

Понашање кретања возила у вожњи у великој мери зависи од услова на путу. То подразумева да се између контакта пнеуматика и тла могу наћи и други материјали као што су блато, вода, снег, лед... Ови фактори смањују коефицијент приањања, а самим тим и граничну погонску силу.

Уколико се посматра контакт пнеуматика и тла у погоршаним путним условима, сила деформације тла при котрљању, F_{fd} , може се изразити формулом [8]:

$$F_{fd} = \frac{A_d}{S}$$

где су: A_d - рад који треба извршити за деформацију тла и S - дужина отиска у тлу.

Даље се може изразити рад извршен за деформисање подлоге, A_d :

$$A_d = SB \int_0^{h_d} p dh_d$$

где су: B - ширина отиска пнеуматика, $p = p(h_d)$ - притисак у додирној површини, у функцији дубине деформације, h_d .

Услед деформације јавља се сила отпора кретању која се може изразити као:

$$F_{fd} = B \int_0^{h_d} p dh_d$$

У овом случају коефицијент отпора кретању ће бити:

$$f_d = \frac{F_{fd}}{Z_T} = \frac{B}{Z_T} \int_0^{h_d} p dh_d$$

Након увођења константи c и μ , које се дефинишу експерименталним путем, добија се:

$$f_d = \frac{B}{Z_T} \frac{c h_d^{\mu+1}}{1 + \mu}$$

Види се да се са порастом дубине отиска, повећава и коефицијент отпора котрљања. Применом претходне релације може се израчунати дубина отиска:

$$h_d = \left(\frac{p}{c} \right)^{\frac{1}{\mu}}$$

Дубина отиска се рачуна на основу познатог средњег притиска између пнеуматика и тла. Наиме, овај притисак зависи од притиска у пнеуматику, p_p , и притиска у контакту, p_0 , који је условљен крутошћу пнеуматика:

$$p = p_0 + p_p$$

Код пнеуматика обичне конструкције, $p_p > 0,2$ МПа, па је притисак у контакту од $p_0 = 0,01 \div 0,02$ МПа. Међутим, за пнеуматике специјалне конструкције, код којих је $p_p < 0,2$ МПа, онда је $p_0 = 0,03 \div 0,07$ МПа [8].

Дубина отиска може се изразити изразом:

$$h_d = \left(\frac{p_0 + p_p}{c} \right)^{\frac{1}{\mu}}$$

из кога се закључује да је дубина отиска већа када је притисак ваздуха већи, а пнеуматик крући.

Максимална погонска сила одређена је трењем између пнеуматика и тла и силом смицања тла. Сила трења материјала пнеуматика и тла зависи од радијалног оптерећења и коефицијента трења односно [8]:

$$F_{t1} = k_z Z_T \mu_p$$

где су:

- k_z - коефицијент који узима у обзир оптерећење точка,
- Z_T - радијално оптерећење и
- μ_p - коефицијент трења између пнеуматика и тла.

Смичућа сила зависи од унутрашње везе честица тла, c_0 , и унутрашњег трења, μ_0 , па тако се сила унутрашње везе честица може изразити на следећи начин:

$$F_{t2} = c_0 (A_1 - k_z)$$

Сила унутрашњег трења може се написати као:

$$F_{t3} = \mu_0 p A (1 - k_z) = \mu_0 Z_T (1 - k_z)$$

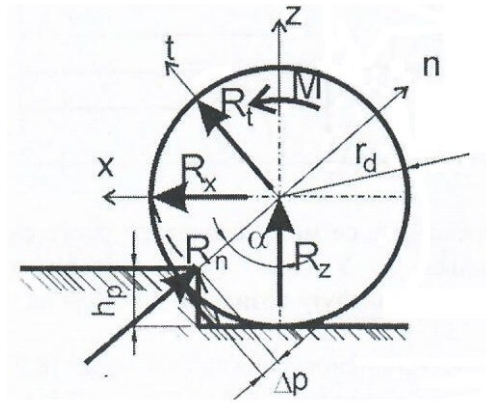
Збиром претходно наведених компоненти F_{t1} , F_{t2} и F_{t3} , добија се сила која се може пренети на тло:

$$F_0 = \varphi_u Z_T = F_{t1} + F_{t2} + F_{t3} = k_z Z_T \mu_p + c_0 A (1 - k_z) + \mu_0 Z_T (1 - k_z).$$

Од конструкције пнеуматика и карактеристике тла у великој мери зависи укупни коефицијент приањања који се може изразити као:

$$\varphi_u = \frac{1}{Z_T} [k_z Z_T \mu_p + (1 - k_z)(A c_0 + Z_T \mu_0)]$$

Даље се разматра случај када постоји проблем могућности савлађивања чврстих вертикалних препрека, где је реакција везе потпуно дефинисана тачком контакта и нападним углом, што је приказано на слици 18.



Слика 18. Шема савлађивања чврстих препрека[8]

Дати су услови равнотеже:

$$\begin{aligned} \sum F_{ni} &= 0, \quad R_n - F_x \sin \alpha - F_z \cos \alpha = 0, \\ \sum F_{ti} &= 0, \quad R_t + F_x \cos \alpha - F_z \sin \alpha = 0, \end{aligned}$$

где су : R_n - реакције везе и R_t - смицајна сила.

Кретање ће бити омогућено ако је испуњен услов:

$$\frac{R_t}{R_n} \leq \varphi_u.$$

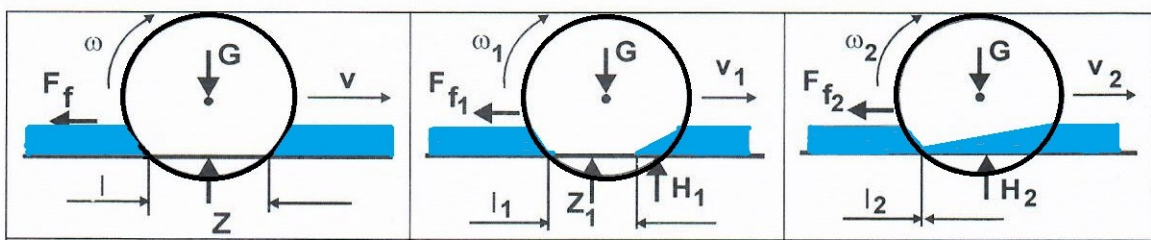
Висина препреке која се може савладати расте са порастом F_x , r_s , φ_u , Δ_p , а опада са повећањем F_z :

$$h_p \leq r_s \left[\frac{1 - \frac{\Delta_p}{r_s}}{\sqrt{1 + \left(\frac{F_x + \varphi_u F_z}{F_z - \varphi_u F_x} \right)^2}} \right].$$

3.2.4 Аквапланинг

При кретању возила на влажној подлози формира се слој течности, који у граничном случају потпуно раздваја газећу површину пнеуматика од подлоге. Ова појава се назива аквапланинг и врло је опасна, јер је возило у том стању нестабилно, управљање је отежано и може доћи до заношења. Додирна површина се смањује, па се самим тим смањује и сила трења, слика 19.

При одређеној брзини v , ствара се вертикално оптерећење точка G , које се даље преноси на подлогу изазивајући реакцију Z . Када возило повећава брзину, доћи ће до пораста количине течности коју је потребно избацити из контактне површине. Самим тим, долази до почетног губитка контакта услед формирања хидро-динамичког клина који раздваја контактну површину пнеуматика од подлоге.



Слика 19. Шематски приказ појаве аквапланинга [9]

При даљој вожњи, смањује се дужина контактне површине, где се део H_1 преноси преко слоја течности, па вертикално оптерећење точка износи:

$$G = Z_1 + H_1.$$

Повећањем брзине вожње, услови приањања ће се знатно погоршати, јер дужина хидро-динамичког клина расте при чему део вертикалне пројекције Z опада па је, вертикално оптерећење точка промењено и износи:

$$G = Z + H.$$

Када возило достигне критичну брзину, V_{kr} ,долази до губитка приањања односно до потпуног одвајања пнеуматика од подлоге, при чему хидро-динамички клин прекрива целу контактну површину па је:

$$H_2=G, Z_2=0.$$

Може се закључити да већим притиском у пнеуматику, смањује се вероватноћа за појавом аквапланинга, јер ће контактни притисак између пнеуматика и подлоге бити већи. Зависност између критичне брзине и притиска у пнеуматику описана је емпиријском релацијом:

$$V_{kr} = 6,34 * \sqrt{p}$$

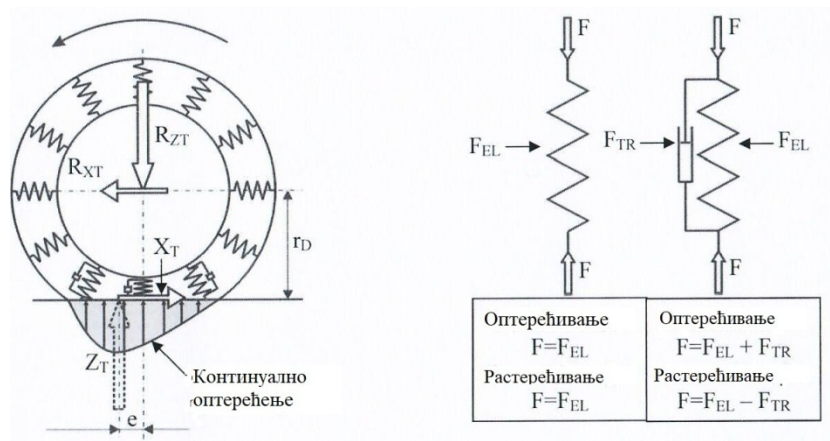
Чињеница је да дубина шаре има велики удео при вожњи на влажном путу. На основу разних тестирања, многи произвођачи аутомобила препоручују да се пнеуматици замене када дубина шаре буде испод 3 mm. Наиме, за разлику од пнеуматика са дужином шаре од 1,6 mm, пнеуматик са шаром од 3mm има 25% боље карактеристике приликом кочења на мокром путу.

3.3 Отпор котрљања пнеуматика

Говорећи о појави хистерезиса, односно о сабијању и истезању пнеуматика, напоменуто је да се енергија у пнеуматику претвара у топлоту и да се као последица тога, пнеуматик греје. Отпор котрљања у великој мери зависи од температуре пнеуматика, као и много других фактора [10]:

- врсте пнеуматика,
- притиска у пнеуматику (смањује се са порастом притиска)
- брзине и оптерећења (благо расте са њима) и
- тврдоће и пластичности подлоге.

Са повећањем оптерећења на точак, повећава се и коефицијент отпора котрљању јер се самим тим повећавају деформације пнеуматика и пута. Услед котрљања точкова, јавља се унутрашња сила трења, F_{TR} , слика 20, при којој настају енергетски губици. Када сегменти пнеуматика напуштају зону контакта, сабијање радијалних опруга ће се смањити и притом ће се вратити део енергије која је била утрошена при увођењу истог сегмента у зону контакта.



Слика 20. Котрљање еластичног точка [9]

Посматра се општи случај кретања погонског точка, слика 20, односно котрљање еластичног точка по крутој подлози на који делује сила G_T . При деформацији пнеуматика, вертикална реакција тла, Z_T , биће померена за малу величину e у смеру кретања точка. То значи да више неће деловати у оси вертикалне симетрије точка, већ испред ње. Смер деловања момента отпора котрљања, M_f , се супротставља котрљању точка и представља један од најважнијих узрока који доводе до појаве отпора котрљања точка:

$$M_f = e \cdot Z_T$$

Крак котрљања, односно величина ексцентрицитета, e , је последица радијалне еластичности пнеуматика и зависи од великог броја параметара и комплексних физичких механизма. За сваки пнеуматик се може одредити оптимални притисак при коме ће коефицијент отпора котрљању бити најмањи. Повећањем притиска доћи ће до повећања радијалне крутости, односно до смањења деформације, па ће самим тим доћи до смањења силе отпора котрљања.

Коефицијент отпора котрљања, f , и отпор котрљања, R_f , се рачунају из израза:

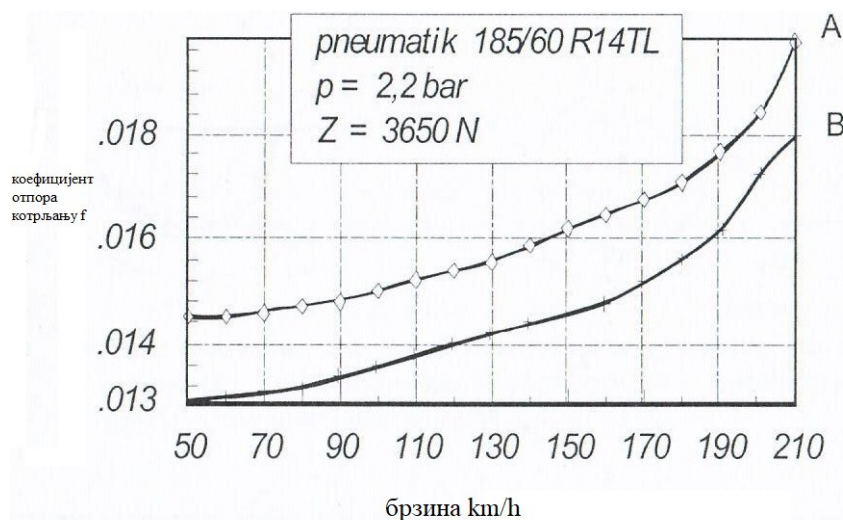
$$f = \frac{e}{r_d},$$

$$R_f = f \cdot Z_T.$$

Како би се дејство момента отпора котрљања, M_f , савладало и на тај начин точак довео у стање котрљања, потребно је на точак деловати неким другим спољним дејством, односно, у овом случају хоризонталном силом, $R_{ХТ}$. При кретању константном брзином, у контакту између точка и подлоге јавља се супротно усмерена тангенцијална сила, X_T , и представља силу отпора котрљања. На тај начин, спрег хоризонталних сила, $r_D \cdot X_T$, уравнотежава $e \cdot Z_T$, па се самим тим омогућава једнолико котрљање точка.

У случају када на точак не делују никакве силе у хоризонталном правцу, већ само делује спољни обртни момент, M_T , у смеру котрљања, јавиће се једнолико котрљање али без тангенцијалне реакције између точка и подлоге.

Као што је већ поменуто, коефицијент отпора котрљању у почетку са порастом брзине расте веома благо, док при већим брзинама има нагли пораст. На слици 21 је дат утицај брзине на величину коефицијента отпора котрљања за један тип пнеуматика и два различита произвођача.



Слика 21. Промена коефицијента отпора котрљања у функцији брзине возила за пнеуматик 185/60 R14TL [6]

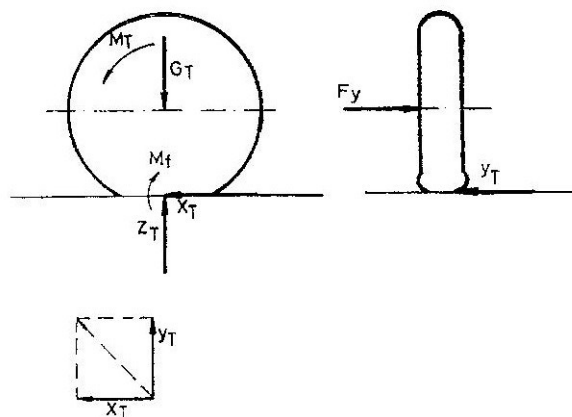
Такође, коефицијент отпора котрљању зависи и од природе и стања тла. Када се тло под дејством тежине возила пластично деформише (песак, снег, земља...), изазваће се додатни отпор котрљању услед укопавања. У табели 1 је приказана промена коефицијента отпора при различитим утицајима природе тла .

Табела 1. Коефицијент отпора котрљању при различитим утицајима стања тла [7]

Врста и стања подлоге	f - коефицијент отпора котрљању
Добар бетон	0,010 - 0,018
Лош бетон	0,015 - 0,020
Добар асфалт	0,010 - 0,012
Лош асфалт	0,016 - 0,023
Добар макадам	0,010 - 0,023
Лош макадам	0,018 – 0,035

3.4 Коефицијент приањања

Кључни израз на који је бачен акценат у овом раду је приањање, односно. међусобна веза пнеуматика и тла. У овом делу рада ће бити речи о коефицијенту приањања и клизању пнеуматика. Најпре , посматра се погонски точак на који делује сила, F_y , услед које ће имати бочну реакцију тла, Y_T , а услед погонског момента имаће и X_T реакцију тла, слика 22.



Слика 22. Утицај сила на погонски точак [7]

Резултујућа реакција тла је у истој равни са X_T и Y_T , а по интензитету је: $\sqrt{X_T^2 + Y_T^2}$, док је њена максимална вредност ограничена производом $Z_T \cdot \varphi$. На основу тога, може се написати да је:

$$Z_T \cdot \varphi = \sqrt{(X_T^2 + Y_T^2)_{max}}$$

Ако је поткорена величина мања од $Z_T \cdot \varphi$, неће доћи до клизања. Међутим, чим достигне вредност једнаку $Z_T \cdot \varphi$, долази до клизања. На основу овог израза дефинише се коефицијент приањања као однос максималне реакције у равни тла и радијалне реакције тла:

$$\varphi = \frac{\sqrt{(X_T^2 + Y_T^2)_{max}}}{Z_T}$$

Ако је $Y_T = 0$, тада је максимална реакција тла једнака X_{Tmax} .

При одређеном делимичном клизању, коефицијент приањања достиже своју максималну вредност, φ_{max} , док при потпуном клизању има мању вредност, па тако можемо разликовати статички и динамички коефицијент приањања. Повећањем коефицијента приањања повећава се стабилност вожње јер се у сваком моменту може обезбедити додатна реакција којом би се одржао жељени правац вожње. Фактори који утичу на приањање су:

- врста, стање и облик пута,
- температура пнеуматика и подлоге,
- релативна брзина клизања и брзина кретања возила,
- карактер котрљања.

У Табели 2 је приказан коефицијент приањања у зависности од врсте и стања путева.

Табела 2. Коефицијент приањања у зависности од врсте и стања путева [2, 6]

Врста и стање пута	Коефицијент приањања, ϕ	
	сув	влажан
Бетон	0,74	0,71
Асфалт	0,7-0,8	0,5-0,6
Асфалт-стар-прљав-влажан	-	0,25-0,45
Шљунак или ситан камен	0,6-0,7	0,3-0,5
Утабана шљака	0,5-0,6	-
Земљани пут	0,5-0,65	0,3-0,4
Снег	неутабан 0,2-0,4	утабан 0,3-0,5
Лед	0,5-0,1	

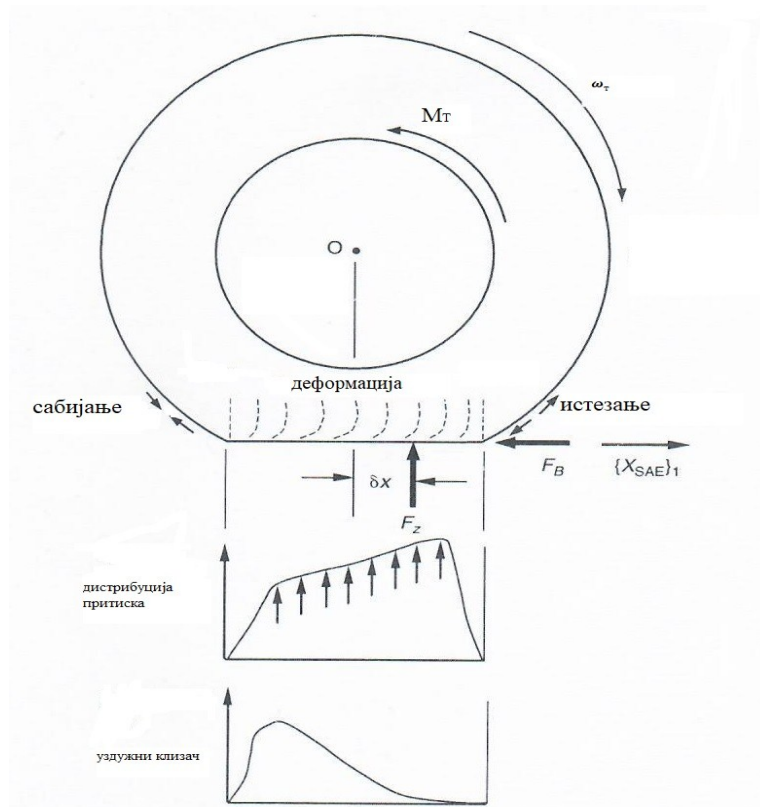
За разлику од суве подлоге, влажан пут смањује коефицијент приањања, док се његов тотални губитак може догодити када пнеуматик дође у контакт са подлогом на којој се налази вода. Та појава се назива аквапланинг.

Коефицијент приањања мења се са клизањем, због чега је потребно ову појаву посебно размотрити.

3.5 Коефицијент клизања

Клизање точка представља један од најважнијих параметара који битно утичу на приањање између точка и подлоге. У нормалним условима вожње пнеуматик је подложен широком опсегу вучне и кочне силе. Обично се разматра понашање погонског точка при делимичном проклизавању, мада постоје и остали случајеви који се могу јавити при кретању возила:

1. чисто котрљање без клизања (полупречници r_d и r_f су међусобно једнаки при чему је обимна сила једнака транслаторној брзини)
2. чисто проклизавање, где се точак обрће али без транслаторног померања осе
3. чисто клизање и
4. делимично проклизавање услед деформације, приказано на слици 23.



Слика 23. Делимично клизање услед деформације [8]

Котрљање пнеуматика је, активирањем кочионог механизма, праћено угаоним клизањем, ω_T . При довођењу погонског момента, M_T , долази до његове угаоне деформације, тј. до закретања за одређени угао. Сегменти пнеуматика испред контактне површине се при угаоној деформацији сабијају, док се сегменти иза ње издужују. Наиме, један део угаоног хода точка се „троши“, услед чега долази до смањења обимне брзине у односу на угаону брзину, ω_T , којом се окреће крути део точка.

При даљем повећању момента M_T , повећаће се и еластична угаона деформација, па тако долази до пораста еластичног клизања. Када погонски момент достигне одређену вредност, долази до проклизавања контактне површине, јер услови приањања не дозвољавају даљи пораст тангенцијалне реакције.

Код погонског точка, точак се обрће брже него што одговара транслаторној брзини, односно стварна транслаторна брзина је нешто мања од теоријске. Ова појава се другачије зове позитивно клизање ($v = 0, \omega_T \neq 0$).

Код коченог точка, стварна транслаторна брзина је нешто већа од теоријске. У овом случају, точак се креће нешто брже него што одговара обимној брзини, па се ова појава назива негативно клизање ($v \neq 0, \omega_T = 0$).

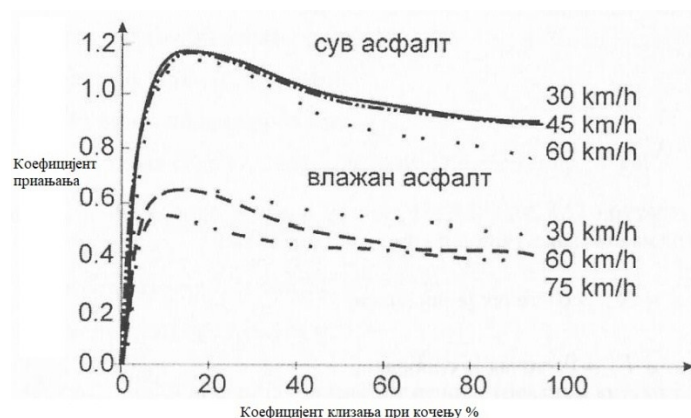
Под клизањем се подразумевају све појаве које доводе до тога да је, при котрљању точка по равној подлози, његова транслаторна брзина V различита од теоријске која одговара датој угаоној брзини точка ω_T и динамичком радијусу, r_d [6].

Коефицијент клизања се дефинише преко следеће једначине:

$$s = \frac{u - v}{u} = \frac{\omega_T r_d - \omega_T r_f}{\omega_T r_d} = 1 - \frac{r_f}{r_d}$$

При проклизавању точка услед деформације, коефицијент клизања ће бити знатно ближи вредности 0 него вредности 1, док ће коефицијент приањања имати највећу вредност, односно 15% до 25%, што је веома значајно за процес кочења и поласка из места.

На слици 24, шематски је приказан општи пример зависности коефицијента приањања од клизања. При порасту момента на точку од 0 па навише, долази до пораста угаоне деформације, па тако настаје деформационо клизање. Даљим порастом момента нарушавају се услови приањања, јер долази до проклизавања целе контактне површине. Услед оваквог случаја, молекуларна адхезија опада, па долази до наглог пораста клизања.



Слика 24. Зависност коефицијента приањања од проклизавања [8]

3.6 Момент управљања

Код возила која имају погон на предњим точковима, понашање при заокретању варира у зависности од ангажоване снаге мотора. За стабилност возила и безбедност у вожњи у великој мери су битне реактивне силе и моменти.

Приликом деловања вертикалне силе на точак, F_z , укупни момент, M_V , ће се рачунати као збир момената на левом и десном точку. За заокренути точак ће износити [6]:

$$M_V = -(F_{zl} + F_{zd})r_0 \sin \Psi \sin \lambda + (F_{zl} - F_{zd})r_0 \sin \varepsilon \cos \lambda,$$

док ће за незаокренути точак бити:

$$M_V = -(F_{zl} + F_{zd})r_0 \sin \Psi + (F_{zl} - F_{zd})r_0 \sin \varepsilon.$$

Услед угла затура делују бочне силе на левом и десном точку, F_{yl} и F_{yd} , при чему се изазива бочни момент, M_B :

$$M_B = (F_{yl} + F_{yd})r \tan \varepsilon,$$

где је: r - полупречник точка, ε - угао затура точка.

На краку који представља траг котрљања делује подужна сила. Код ове силе, моменти на левом и десном точку су супротног смера па тако укупни момент зависи од равнотеже уздужних сила.

$$M_T = (F_{xl} - F_{xd})r_0.$$

При праволинијској вожњи, погонски момент производи момент око осе носача рукавца. На ову осу збирни момент, M_p , који праве обимна сила, F_X , око носача рукавца и момент на полувратицу, M_v , редукован на ову осу и износи:

$$M_p = F_X r_0 \cos \varepsilon \cos \Psi + M_V \sin(\Psi + \zeta)$$

Погонски момент приближно износи $M_p = F_X r$, па се даље може написати:

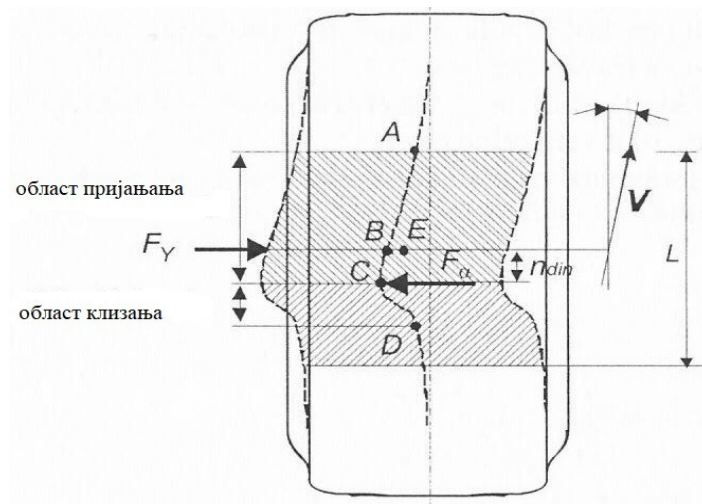
$$M_p = F_X [r_0 \cos \varepsilon \cos \Psi + r \sin(\Psi + \zeta)]$$

У газећем слоју пнеуматика постоји одређена расподела смичућег напона по површини отиска. Са променом погонског момента, M_p , мења се и расподела компоненте смичућег напона, τ_0 . При заокретању возила, ваљање возила ће смањити угао нагиба полувратила спољашњег точка, а самим тим, повећаће угао нагиба полувратила унутрашњег точка. Тако ће се смањити крак на коме делује погонска сила за спољашњи точак, а за унутрашњи увећати. На тај начин, дејством погонских сила делује момент који извлачи возило из кривине.

3.7 Карактеристике пнеуматика у бочном правцу

Испитивања показују да понашање пнеуматика није симетрично уколико на исти начин дејствује истовремено бочна и вучна сила или бочна и кочиона сила. При деловању само вучне силе, точак се котрља у равни точка, док под дејством бочне силе има бочно скретање, односно постоји угао између правца брзине кретања и равни точка. Точак под дејством бочне силе скреће са путање, односно поводи се.

На слици 25 је дат приказ отиска пнеуматика под дејством бочне силе. Допунско бочно деформисање протектора изазива одговарајућу реакцију у равни контакта. Са повећањем деформације реактивна сила достиже вредност расположиве бочне силе и након тога се може јавити клизање. Елемент протектора, до тада у контакту са подлогом, почиње да клиза ка свом иницијалном положају у односу на наплатак. Поред осталог, интензитет клизања зависи од угла скретања и вертикалног оптерећења точка.



Слика 25. Деформација пнеуматика под утицајем бочног повођења [6]

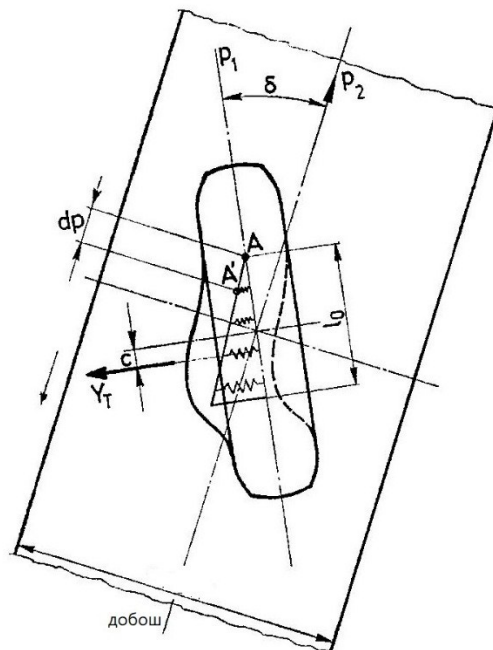
Услед дејства бочне силе, слојеви пнеуматика који нису деформисани се померају у правцу дејства бочне реакције тла и образују угао δ који називамо угао скретања или угао повођења. На појаву скретања првенствено утиче брзина котрљања а затим и остали фактори, као што су:

- величина нормалног оптерећења,
- величина бочне силе и
- конструктивни параметри пнеуматика.

Да би се ближе објаснила појава скретања и траг скретања, за анализу се користи кретање великог добоша, а све циљу детаљнијег објашњења котрљања точка под утицајем бочне силе [7]. На добошу који се окреће налази се точак чији је полупречник занемарљиво мали у односу на полупречник добоша, што је приказано на слици 26. Дужина отиска точка је означена са l_0 .

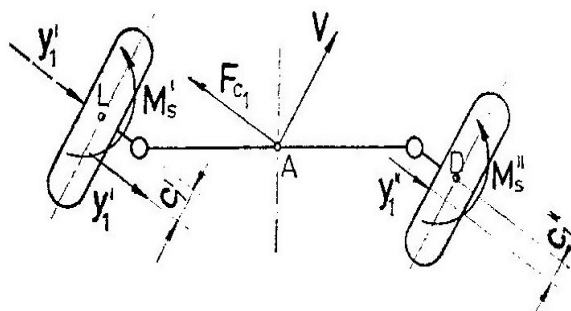
При померању добоша, тачка А која је била у контакту са добошем повући ће се у тачку А', услед које ће се појавити елементарна бочна сила. Наиме, реакција ове силе изазива момент стабилизације, M_s , који се може изразити у виду формуле:

$$M_s = S_T c = Y_T c.$$



Слика 26. Силе које делују на пнеуматик при окретање добоша [2]

На слици 27 приказан је момент стабилизације који тежи да заокрене средњу раван котрљања точка у правцу резултујућег кретања точка. Наиме, на предњу управљачку осовину дејствује центрифугална сила, F_{c1} , којој се супротстављају реакције тла левог и десног точка. Закључак је, да се при повећању бочне силе до одређене вредности повећава и угао скретања.

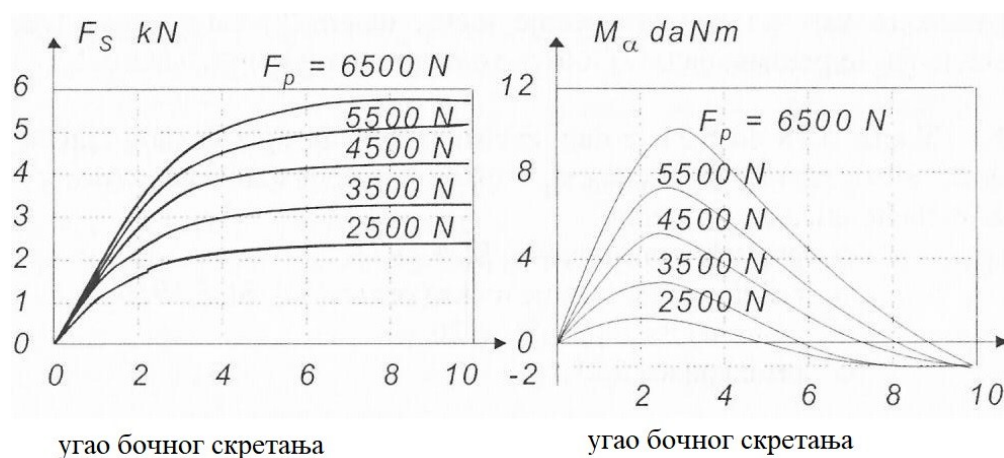


Слика 27. Момент стабилизације [2]

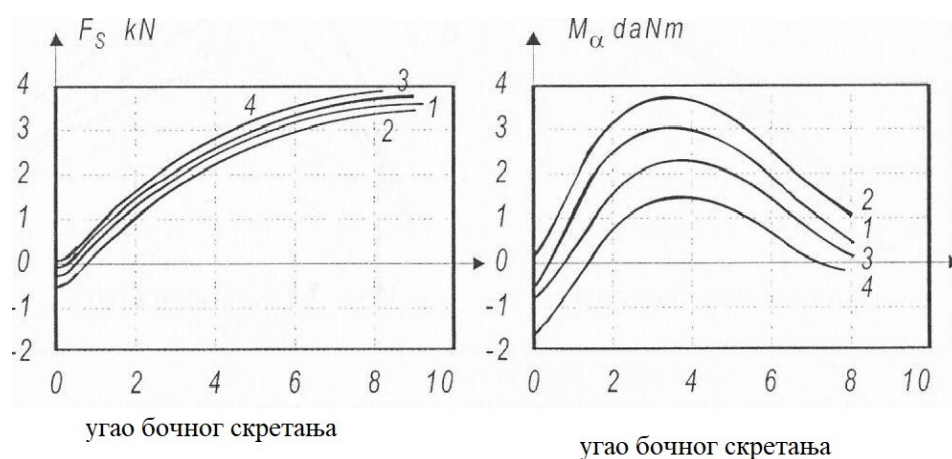
Јавља се и делимично бочно клизање, које зависи од брзине вожње, као и еластичности пнеуматика. Коефицијент отпора при скретању нам показује којом бочном силом треба дејствовати на точак како би се извршило скретање за један радијан. Вредности овог коефицијента зависе од великог броја фактора. За сваки

пнеуматик карактеристичног типа и конструкције (број слојева корда, број појасева...), специфичне су вредности крутости у бочном правцу. Са самим порастом крутости расте и коефицијент отпора скретању. Поред овог основног фактора, утицајни су и следећи фактори: величина вертикалног оптерећења точка, подужна реакција у тангенцијалној равни, притисак ваздуха у пнеуматику, геометрија точка.

Међусобна зависност између момента стабилизације и бочне силе од угла бочног скретања за различите параметре, представљена је на сликама 28 и 29.



Слика 27. Зависност бочне силе и момента стабилизације од угла скретања за различите вредности радијалног вертикалног оптерећења пнеуматика[6]



Слика 28. Зависност бочне силе и момента стабилизације од угла бочног скретања за различите углове нагиба точка (1 – 0° , 2 – 3° , 3 – 4° , 4 – 6°) [6]

4. РАЗВОЈ МОДЕЛА ЗА СИМУЛАЦИЈУ КИНЕМАТИКЕ УПРАВЉАЧКИХ ТОЧКОВА

С обзиром на значај и својства пнеуматика као и његове интеракције са подлогом за динамичке карактеристике возила, од интереса је могућност лабораторијског испитивања понашања пнеуматика у условима који су ближи реалним експлоатационим условима. Резултати оваквих испитивања могу се користити у сврху:

- квалитетног увида у карактеристике пнеуматика и њихових утицаја на динамику возила, што омогућава закључке за даљи развој испитивања и конструктивног унапређивања пнеуматика и
- идентификације параметара модела пнеуматика, ради даље примене модела у оквиру рачунарски подржане симулације динамике возила.

У даљем тексту биће приказан систем за управљање возила Застава Флорида, као и формирање модела кинематике система за управљање овог возила.

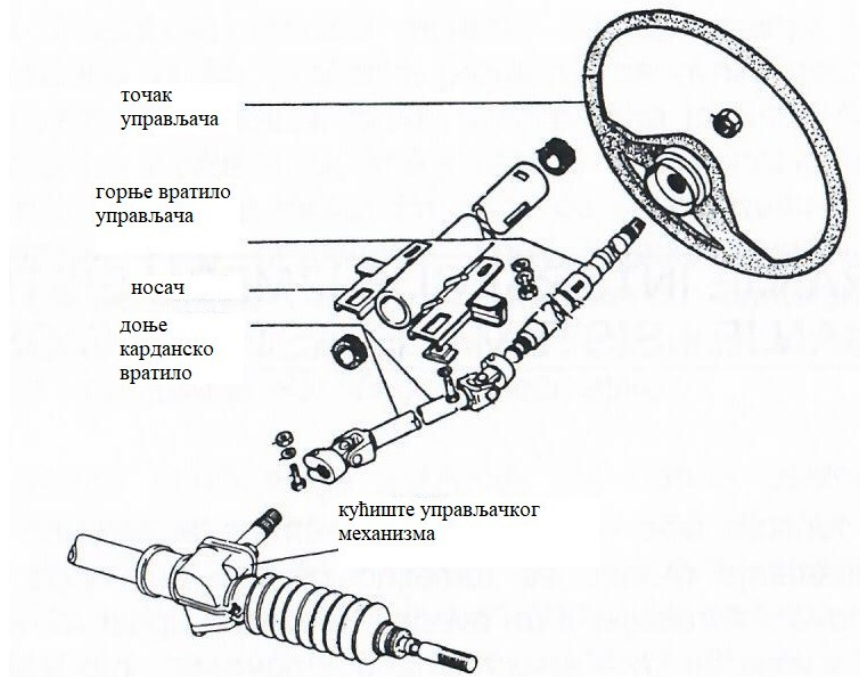
4.1. Карактеристике система за управљање возила Застава Флорида

Када се говори о безбедности у вожњи, систем за управљање је, поред система за кочење, један од најбитнијих система. Има задатак да прецизно одржава и мења правац кретања возила. Наиме, систем за управљање треба да испуни следеће услове:

- обезбеђивање стабилног кретања возила приликом вожње у правцу и при томе точак управљача треба да има што мањи празан ход,
- обезбеђивање одговарајуће силе на волану приликом закретања у вожњи,
- одговарајућа кинематика система управљања која у кривини омогућава котрљање управљачких точкова са што мање бочног клизања,
- спонтано враћање управљачких точкова из положаја криволинијског кретања у праволинијско,
- што мањи пренос удара са точкова на точак управљача,

- одржавање пропорционалности између момената закретања волана и момената закретања управљачких точкова.

Механизам за управљање система за управљање возила Застава Флорида приказан је на слици 29 и састоји се од: точка управљача, горњег вратила управљача, доњег карданског вратила управљача и зупчaste летве.



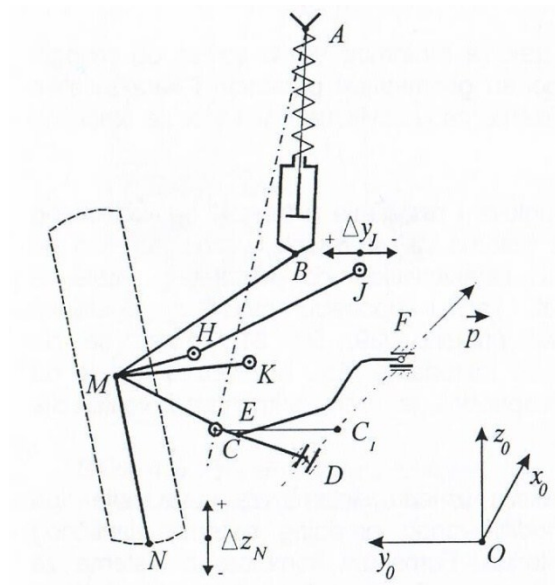
Слика 29. Механизам за управљање система за управљање возила Застава Флорида [11]

4.2. Геометрија система за управљање возила Застава Флорида

На слици 30 приказан је шематски приказ предњег левог точка путничког возила Застава Флорида са елементима система еластичног ослањања са ознакама:

- М – центар точка
- N – тачка контакта пнеуматика и тла.

Усвојен је референтни, непокретни Декартов координатни систем $O_{x_0z_0y_0}$ чији се координатни почетак, тачка О налази у равни тла. Координатна оса z_0 усмерена је вертикално навише, оса y_0 је усмерена ка предњем левом точку, док је оса x_0 усмерена ка предњем делу возила и управна на осе y_0 и z_0 .



Слика 30. Шематски приказ предњег левог точка са елементима система за управљање и серијског система за еластично ослањање [11]

У овом случају, коришћени су пнеуматици 165/70 R13, док су координате карактеристичних тачака возила преузете са техничких цртежа и приказане у Табели 3:

Табела 3. Координате карактеристичних тачака серијске варијанте система еластичног ослањања у статичком положају [11]

Тачка	Координате тачке у статичком положају		
	x [mm]	y [mm]	z [mm]
A	-0.25	522.0	829.0
B	-0.6	612.0	340.0
C	0.0	640.0	189.0
D	-143.5	379.5	215.0
F	446.0	400.5	226.5
H	-124.5	600.0	354.0
J	-138.0	265.0	384.0
K	0.0	640.0	260.1
M	0.0	704.5	259.0
N	0.0	700.0	0.0

4.3. Формирање модела за симулацију кинематике управљачких точкова возила Застава Флорида

Кинематска интеракција између система за управљање и система еластичног ослањања биће истражена преко праћења промена основних геометријских параметара (углова нагиба, конвергенције, затура точка, угла нагиба тренутне осе заокретања точка, крака котрљања точка при заокретању, крака затура) у зависности од бочног померања зупчасте летве и вертикалног хода точка.

Уведене су претпоставке да је неослоњена маса непокретна, при чему се точак, елементи система за управљање и елементи система еластичног ослањања релативно крећу у односу на неослоњену масу. Затим, занемарена је еластичност пнеуматика у свим правцима, па је усвојена претпоставка да је пнеуматик апсолутно крут и да су елементи система еластичног ослањања и система за управљање такође апсолутно крути.

У овом случају, вектори положаја тачке А (везе амортизера за каросерију), тачке D (везе попречне вођице за каросерију) и тачке F остају непромењени:

$$\vec{r}_A = const, \vec{r}_D = const, \vec{r}_F = const, \vec{r}_p = const$$

С обзиром на то да механизме чине крута тела, закони кретања неких тачака морају задовољити услове непроменљивости међусобних растојања за непромењену дужину попречне вођице, $\bar{CD}$ при чему је:

$$|\vec{r}_C - \vec{r}_D| = l_{CD} = const$$

Тачка С представља тачку везе попречне вођице за носач главчине точка и ротира око праве $\overline{DF}$ по кругу константног полупречника r_{CC1} . Овај полупречник представља растојање тачке С од праве $\overline{DF}$ у статичком положају. Сада се могу

израчунати пројекције јединичног вектора $\vec{p}$ праве $\overline{DF}$ на правце координатних оса (p_x, p_y и p_z):

$$p_x = \frac{x_D - x_G}{\sqrt{(x_D - x_G)^2 + (y_D - y_G)^2 + (z_D - z_G)^2}},$$

$$p_y = \frac{y_D - y_G}{\sqrt{(x_D - x_G)^2 + (y_D - y_G)^2 + (z_D - z_G)^2}},$$

$$p_z = \frac{z_D - z_G}{\sqrt{(x_D - x_G)^2 + (y_D - y_G)^2 + (z_D - z_G)^2}}.$$

Кретање тачке везе леве споне и зупчасте летве, J , могуће је само паралелно правцу осе y_0 , при чему је максимална вредност хода конструктивно ограничена на $\Delta y_{J_{max}} = \pm 65 \text{ mm}$.

Следе једначине најзначајнијих кинематских величина кретања тачка:

- Промена угла нагиба тачка:

$$\varphi = \arctg \left[\frac{Y_M - Y_N}{Z_M - Z_N} \right] \frac{180}{\pi}$$

Чак и при кретању по равним путевима, пожељно је постојање малог угла нагиба, зато што он помера тачку контакта пнеуматика и тла ближе оси заокретања тачка и при томе се смањује величина ударних оптерећења која се преносе на елементе система за ослањање и система за управљање.

- Промена додатног угла заокретања тачка - угао конвергенције:

$$\beta = \arctg \left[\frac{x_K - x_M}{y_K - y_M} \right] \frac{180}{\pi} - \beta_0$$

Промена угла конвергенције точкова треба да се креће ка смањењу овог угла, што доводи до хармоничног понашања возила, без поремећаја при закретања возила у кривини, односно током криволинијског кретања са великим бочним убрзањима.

- Промена угла затура осе заокретања точка:

$$\varepsilon = \arctg \left[\frac{x_C - x_A}{z_A - z_C} \right] \frac{180}{\pi}$$

Угао затура одређује меру стабилизације управљачких точкова. При постојању позитивног угла затура осе заокретања точка, изазива се појава враћања точкова у положај за праволинијску вожњу када возач отпусти точак управљача. Препоручује се да угао затура има вредност $2^\circ \div 4^\circ$.

- Промена полутрага точкова:

$$\Delta_{y_N} = y_N - y_{N_S}$$

Промена величине трага точкова доводи до одступања возила од праволинијског кретања при вертикалном кретању точкова и повећаног клизања и бочног хабања пнеуматика.

- Промена полупречника котрљања точка при заокретању:

$$R_0 = y_N - \left[y_A + \frac{(y_C - y_A)(z_N - z_A)}{z_C - z_A} \right]$$

- Промена крака затура:

$$n = \left[x_A + \frac{(x_C - x_A)(z_N - z_A)}{z_C - z_A} \right] - x_N$$

Полупречник котрљања и крак затура, треба да имају мале вредности јер се преко њих преносе кочни или погонски моменти, односно побудне силе од неравнина

пута у систем за управљање. Вредности ових крака се мењају у релацији са вертикалним осциловањем возила.

На основу наведених израза, написан је MathCad програм за решавање формираног система нелинеарних алгебарских једначина. Анализирана је ситуација када су управљачки точкови у неутралном положају, а мења се вертикални ход точка.

5. ПРИКАЗ И АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА СИМУЛАЦИЈЕ

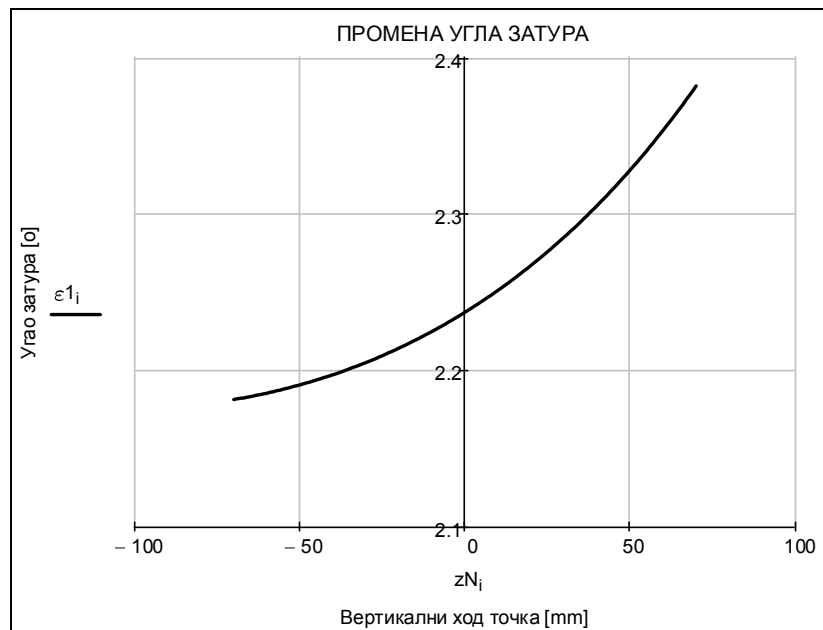
Резултати симулације вертикалног хода центра точка у опсегу ± 70 mm и његовог утицаја на геометријске параметре управљачког точка, приказани су на сликама 31 до 34.

На слици 31 приказана је промена угла нагиба точка у зависности од вертикалног хода центра точка. Вредности угла нагиба су повољне у случају точка у неутралном положају, јер у целом распону вертикалног хода точка имају мале позитивне вредности.



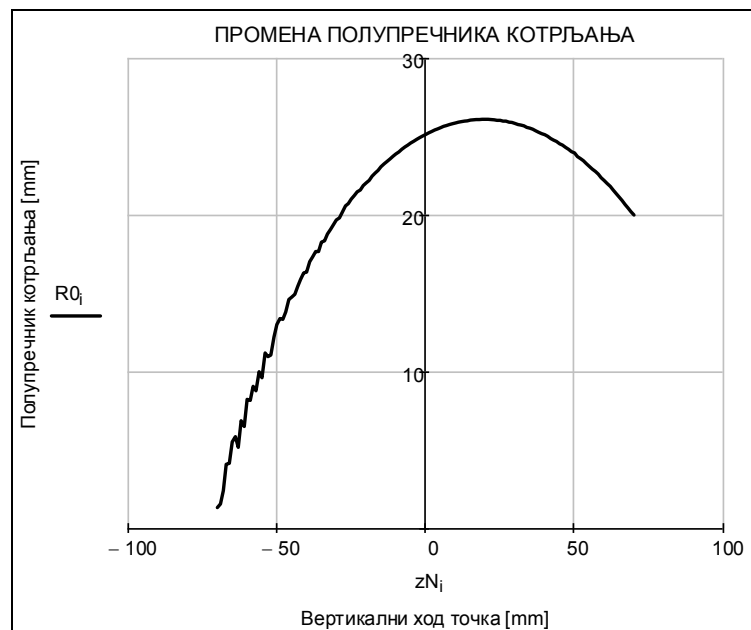
Слика 31. Промена угла нагиба точка

Промена угла затвора точка у функцији вертикалног хода центра точка приказана је на слици 32. Види се да се угао затвора налази у препорученим границама, што гарантује потребну меру стабилизације управљачких точкова.



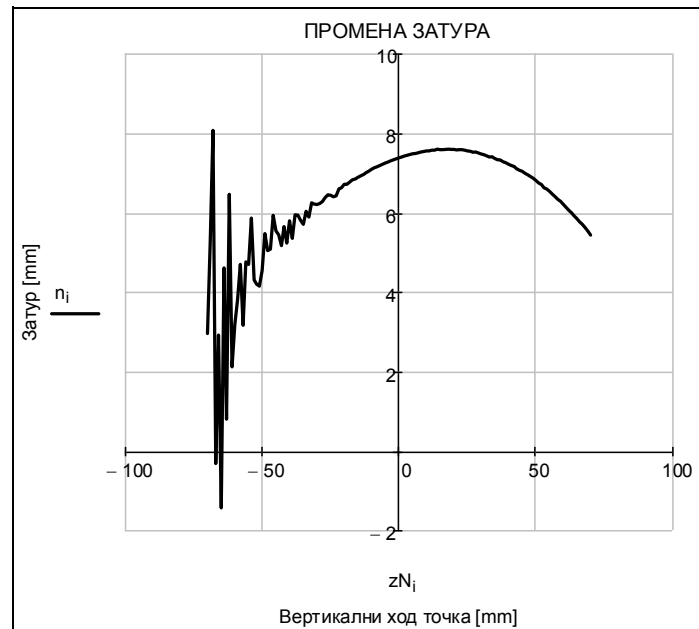
Слика 32. Промена угла затура

Полупречник котрљања у целом опсегу промена вертикалног хода точка има мале вредности, слика 33. Свој максимум, полупречник котрљања достиже при вертикалном ходу точка од приближно 20 mm увис. Сабијањем точкова смањује се крак котрљања, а тиме и крак преко кога се преносе силе из контакта пнеуматик-тло ка елементима возила, што је повољно.



Слика 33. Промена полупречника котрљања

Промене угла затура су минималне у целом опсегу вертикалног хода точка, слика 34. Крак затура достиже свој максимум у подручју хода сабијања точка.



Слика 34. Промена крака затура

6. ЗАКЉУЧАК

Када се говори о захтевима управљивости возила, подразумева се висок степен трења између подлоге и пнеуматика у свим условима, постепени раст бочних сила, добра стабилност у кривинама и омогућавање одржавања максималне брзине. Правилна геометрија точка је битан услов за стабилну и безбедну вожњу.

Повећањем коефицијента приањања између пнеуматика и подлоге повећава се стабилност вожње, јер се у сваком моменту може обезбедити додатна реакција којом би се одржао жељени правац вожње. Међутим, за разлику од суве подлоге, влажан пут смањује коефицијент приањања, док се његов тотални губитак може догодити када пнеуматик дође у контакт са подлогом на којој се налази вода.

Повећањем притиска у пнеуматику, доћи ће до повећања радијалне крутости, односно до смањења деформације, па ће доћи и до смањења силе отпора котрљања точкова.

Посматрајући конструктивне величине које карактеришу положај управљачких точкова, уочава се да крак котрљања точка при заокретању и крак затура треба да имају мале вредности, јер се преко њих преносе кочни и погонски моменти, односно побудне силе од неравнина пута у систем за управљање.

Постојање малог угла нагиба је пожељно, чак и при кретању по равним подлогама, јер он помера тачку контакта пнеуматика и тла ближе оси заокретања точка. На тај начин, када точак наиђе на појединачну вертикалну препреку на путу, смањује се величина ударних оптерећења која се преноси на елементе система за ослањање и система за управљање.

Позитивни угао затура осе заокретања точка, одређује меру стабилизације управљачких точкова, па се препоручује да угао затура има вредност $2 \div 4[^\circ]$.

Приликом заокретања управљачких точкова у кривинама, спољашњи точкови се крећу по путањи већег полупречника, па је самим тим и радијално оптерећење на унутрашњем точку смањено. То нам говори да позитиван угао конвергенције смањује бочно клизање спољашњег точка и смањује хабање пнеуматика.

Може се закључити да неправилно подешена геометрија точка ствара "лепршање" управљачких точкова, скретање возила са задатог правца у току вожње и шкрипу пнеуматика у кривинама.

Правилно подешена геометрија точка смањује трошење пнеуматика и повећава њихов век трајања, побољшава њихове перформансе и доприноси уштеди горива.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Јанићијевић, Н. et al. *Конструкција моторних возила*, Београд: Машински факултет Универзитета у Београду, 1998.
- [2] Gillespie, T. D. et al. *Fundamentals of vehicle dynamics*. Warrendale: SAE, 1992
- [3] Кнор, П. *Пројектовање и конструкција моторних возила*. Сарајево: Машински факултет, 2005.
- [4] Драгосављевић, В. Пнеуматици. *Вреле гуме*. [Online] 2013. [Цитирано: 16.10.2017.] <http://www.vrelegume.rs/test/pneumatici/>
- [5] Wong, J. Y. *Theory of ground vehicles*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001
- [6] Јанковић, А. *Динамика аутомобила*. Крагујевац: Машински факултет у Крагујевцу, 2008.
- [7] Симић, Д. *Моторна возила*. Београд: Научна књига, 1988.
- [8] Демић М., Лукић Ј. *Теорија кретања моторних возила*. Крагујевац: Машински факултет у Крагујевцу, 2011.
- [9] Стојић Б. *Теорија кретања друмских возила*. Нови Сад: Факултет техничких наука, 2012.
- [10] Genta, G. *Motor vehicle dynamics – Modeling and simulation*. Singapore, New Jersey, London, Hong Kong: World scientific, 1997
- [11] Милорадовић, Д. *Интеракција између система за управљање и система за ослањање путничких возила. Магистарски рад*. Крагујевац: Машински факултет у Крагујевцу, 2004.