

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу

Илија Д. Пантић

**Утицај паралелне, делимично паралелне и
специфичне везе на поузданост машинских
система**

завршни рад

Крагујевац, 2014.

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Машинске конструкције и механизација

Предмет: Поузданост машинских система

Број индекса: 37/2011

Илија Д. Пантић

**Утицај паралелне, делимично паралелне и
специфичне везе на поузданост машинских система
завршни рад**

Комисија за преглед и одбрану:

1. **Др Добривоје Ћатић - ментор**

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завршног рада кандидат треба да опише и анализира системе са паралелно везаним елементима, делимично паралелним везама и системе са специфичним везама елемената, као и утицај тих веза на поузданост машинских система. У раду су такође, дати примери одређивања показатеља исправног рада за наведене начине повезивања елемената у систему.

Препоручена литература:

[1] Вујановић Н.: Теорија поузданости техничких система, Војноиздавачки новински центар, Београд, 1990.

[2] Бекер И., Ивановић Г., Станивуковић Д.: Поузданост техничких система, Факултет техничких наука, Нови Сад, 2010.

[3] Зеленовић Д., Тодоровић Ј.: Ефективност система у машинству, Научна књига, Београд, 1990.

Крагујевац, 19.8.2014

ментор:

Др Добривоје Ћатић, ред. проф.

Резиме

Циљ овог завршног рада је анализа утицаја паралелне, делимично паралелне и специфичне везе елемената машинских система на поузданост система. Најпре су описани појмови везани за саму поузданост, а затим се говори о поменутих начинима повезивања елемената. Такође, за ове начине повезивања дати су примери практичне примене одређивања показатеља исправног рада.

Кључне речи: поузданост, паралелне везе, делимично паралелне везе, специфичне везе.

Abstract

The aim of this final paper is to analyze the impact of parallel, partially parallel and specific links of elements of mechanical systems on the reliability of the systems themselves. First there were described concepts that are related to reliability itself and then talked about these ways of connecting elements. Also, there are examples given for these ways of connecting with practical application of the figures uptime.

Key words: reliability, parallel connection, partially parallel connection, the specific binding.

Садржај

1. Увод.....	5
2. Паралелна веза елемената у систему.....	8
3. Делимична паралелна веза (k од n паралелних веза) елемената у систему.....	17
4. Специфичне везе елемената у систему.....	31
5. Закључак.....	42
6. Литература.....	44

1. Увод

Техничка средства односно системи подложни су отказивању. То значи да је важно да се зна колико дуго могу да раде а да не откажу, и да се пројектују тако да што мање отказују, а ако и откажу, да их је могуће за што краће време и што једноставније поправити. У транспортним системима, поготово у изразито техничким, као што су системи превоза роба и путника, недовољна поузданост, неадекватно и неефикасно одржавање могу да имају катастрофалне последице по саме техничке системе и људе. Управо ова питања и проблеми су предмет теорије поузданости и теорије одржавања.

Приликом анализе поузданости неког комплексног система, потребно је разложити тај систем на функционалне целине које могу представљати подсистеме, уређаје, блокове, елементе и слично. Анализа када је поузданост система и поузданост саставних делова система константна, односно када је претпостављен један непроменљиви временски интервал, представља тзв. прелиминарну анализу. Ова анализа се врши ради оцене разних могућих конфигурација конструкције и утврђивања потребног нивоа поузданости [1].

Развој теорије поузданости резултат је великог техничко-технолошког напретка у двадесетом веку. Временом, све сложенији системи преузимају су у аутоматизованим процесима све већи број људских обавеза. Из тих разлога системи су морали да задовоље одређене критеријуме по питањима исправног рада, експлоатације и одржавања.

Почетак брзог развоја поузданости као научне дисциплине везује се за 30-те године прошлог века, када је почео нагли развој ваздухопловне индустрије. Прва испитивања поузданости почињу са прикупљањем података о отказима појединих агрегата на авионима.

Математичка теорија поузданости најпре се развила четрдесетих година прошлог века у Сједињеним Америчким Државама и током педесетих година у Совјетском Савезу. Овај развој био је везан превасходно за војне сврхе. Касније је овај проблем проширен и на машинство.

Поузданост се може дефинисати као вероватноћа, на одређеном нивоу поверења, да ће систем успешно, без отказа, обавити функцију за коју је намењен, унутар специфицираних граница перформанси, у току специфицираног времена трајања задатака, када се користи на прописани начин и у сврху за коју је намењен, под специфицираним нивоима оптерећења, узимајући у обзир и претходно време коришћења система [2].

Технички системи представљају скупове елемената и релација између њих и њихових карактеристика, повезаних међусобно у целину, на начин који је најпогоднији за вршење функције.

Начини повезивања елемената у систем могу бити:

- редни,
- паралелни,
- пасивно паралелни,

- делимично паралелни,
- специфични,
- комплексни итд.

Како би се извршила анализа, посебно се анализирају начини повезивања елемената система са становишта обликовања структуре блок-дијаграма поузданости. При формирању блок-дијаграма, треба водити рачуна о технолошком начину повезивања елемената система ради вршења функције и везе ових елемената у блок-дијаграму поузданости [2].

Од начина на који су елементи система повезани у великом степену зависи и остварени ниво компоненти ефективности. Развој науке о поузданости везан је за индустријски развој земље [3].

Блок-дијаграм поузданости представља сликовито приказивање перформансе поузданости система. За квантитативно процењивање блок дијаграма поузданости користе се различите методе. У зависности од структуре могу се применити Булови (Bool) поступци или анализе скупа путања и прекида [4].

Следећих неколико примера, засновних на стварним праћењима рада система илуструју огромне користи остварене сагледавањем значаја организивног, планског и детаљног праћења поузданости:

- у 1958. години Американци су лансирали успешно само 28% сателита, док је сада та цифра 92% и има сталну тенденцију пораста,

- у 1959. години, период гаранције за аутомобил износио је 90 дана или 6000 километара, док данас неки произвођачи нуде гаранцију од 5 година или 80000 километара,

- хидраулична пумпа на авиону ДЦ-8 првобитно је имала време између ремонта 1200 часова. Континуалним прикупљањем података о отказима, омогућене су конструкцијске измене које су повећале поузданост пумпе. Као резултат тога повећано је средње време између ремонта на 2000 часова, затим на 4000 часова и најзад на 5800 часова. Значи, повећана поузданост резултирала је смањењем трошкова одржавања.

- добро постављеним и вођеним програмом, поузданост система наоружања на авиону Ф-105 подигнута је са 0,7263 на 0,8986. Трошкови поузданости били су високи – 25,5 милиона долара, али су зато и уштеде биле огромне -54 милиона долара годишње у трошковима одржавања [5].

Поузданост неког производа зависи од следећих фактора [6]:

- принципа његовог пројектовања и производње,
- броја,
- квалитета и функционалне повезаности компонената које производ садржи,
- електричних, топлотних и других услова њиховог рада,
- услова експлоатације, итд.

Задаци теорије поузданости су:

- дефинисање квантитативних показатеља поузданости,
- развој метода аналитичког одређивања поузданости,
- развој метода одређивања поузданости на основу резултата испитивања и експлоатације,
- оптимизација поузданости у фазама пројектовања и експлоатације.

Прорачунати поузданост система значи одредити показатеље поузданости на основу података о поузданости елемената и веза између њих у систему. Прорачун поузданости, у принципу, чине следеће фазе:

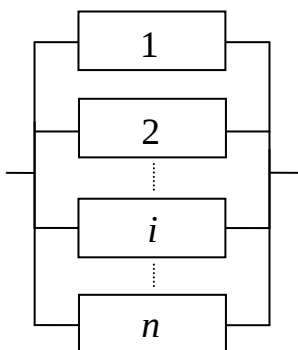
- одређивање критеријума и врста отказа система и елемената у систему,
- састављање модела поузданости,
- избор метода прорачуна поузданости,
- формирање математичког модела (релације),
- избор података о поузданости елемената и
- обављање прорачуна и анализа добијених резултата.

2. Паралелна веза елемената у систему

Паралелна конфигурација сусреће се у два случаја [1]:

1. као резултат структуре самог система,
2. као последица конструкцијског решења, када се ради повећања поузданости уграђују резервни елементи који или раде у току рада система или се укључују када неки елемент откаже.

Под паралелним везивањем саставних делова једног система подразумева се такав систем, код кога до отказа система долази само у случају кад откажу сви паралелно везани елементи. Блок-дијаграм поузданости оваквог начина везивања дат је на слици 2.1 [2].



Слика 2.1 Блок-дијаграм поузданости система са паралелно везаним елементима

Поузданост система се одређује на следећи начин. У паралелној конфигурацији систем успешно функционише ако је било који од елемената 1, 2, ..., n исправан. Систем ће отказати ако сви елементи у њему откажу, што значи да се поузданост система добија када се од 1 одузме непоузданост [1]. Овакав систем са паралелним везама је систем са тзв. “оптерећеном резервом” јер сви елементи почињу са радом у тренутку $t = 0$.

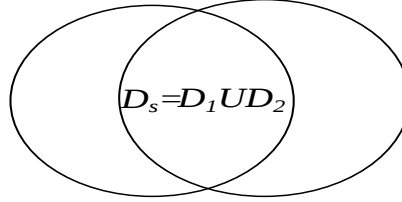
На основу Булове алгебре, која се користи за анализу логичних односа могућих догађаја D_i за реализацију више догађаја D_s може се изразити у облику тзв. “уније” догађаја (површина на слици 2.2), односно у аналитичком облику као:

$$D_s = D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup \dots \cup D_n, \quad (2.1)$$

вероватноће реализације повољног догађаја $P(D_i)$, и на основу теореме збира вероватноће догађаја које вероватноћа реализације повољног догађаја $P(D_s)$ је преко вероватноћа збира догађаја у облику:

$$P\left(\sum_{i=1}^n D_i\right) = \sum_{i=1}^n P(D_i) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n P(D_i)P(D_j) + \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n P(D_i)P(D_j)P(D_k) + \dots$$

$$\dots + (-1)^{n-1} \prod_{i=1}^n P(D_i) = 1 - [1 - P(D_1))(1 - P(D_2)) \dots (1 - P(D_n))]$$
(2.2)



Слика 2.2 Унија два скупа

Збир вероватноћа $P(D_i)$ реализације повољних догађаја показује да је вероватноћа реализације повољног догађаја $P(D_s)$, односно поузданост $R_s(t)$, обезбеђена када је реализован догађај $P(D_i)$ (елемент “1” је у раду) или догађај $P(D_2)$ (елемент “2” је у раду) или...или догађај $P(D_n)$ (n -ти елемент је у раду), дакле или први, или други, или... n -ти. У том смислу симбол “уније” може да се чита као “или”, односно, као одговарајући збир (зависно од броја елемената n) вероватноћа повољно реализованих догађаја [2].

С обзиром да је вероватноћа реализације догађаја $P(D_i)$ за било који тренутак $t=t_i$, у ствари вероватноћа исправног рада једног од n елемената у систему, то она, према основној дефиницији, представља њихову поузданост и може се изразити у облику: $P(D_i)=R_i(t_i)$, односно за систем у облику:

$$P(D_s) = R_s(t) = \sum_{i=1}^n R_i - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n R_i(t) \cdot R_j(t) +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n R_i(t) \cdot R_j(t) \cdot R_k(t) + (-1)^{n-1} \prod_{i=1}^n R_i(t) =$$

$$= 1 - (1 - R_1(t))(1 - R_2(t)) \dots (1 - R_n(t)) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i(t)).$$
(2.3)

Пошто су откази појединих елемената независни међу собом, онда је вероватноћа отказа система:

$$F_s(t) = F_1(t) \cdot F_2(t) \cdot \dots \cdot F_m(t) = \prod_{i=1}^m F_i(t),$$
(2.4)

што значи да је вероватноћа отказа система једнака производу вероватноћа отказа елемената.

Ако се вероватноћа отказа елемената изрази преко вероватноће исправног рада: $F_i(t) = 1 - R_i(t)$, онда се израз (2.4) може написати у облику:

$$F_s(t) = \prod_{i=1}^m [1 - R_i(t)],$$
(2.5)

а вероватноћа исправног рада система као:

$$R_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^m [1 - R_i(t)].$$
(2.6)

Ако је поузданост свих саставних елемената међусобно једнака, израз (2.6) може да се напише у облику:

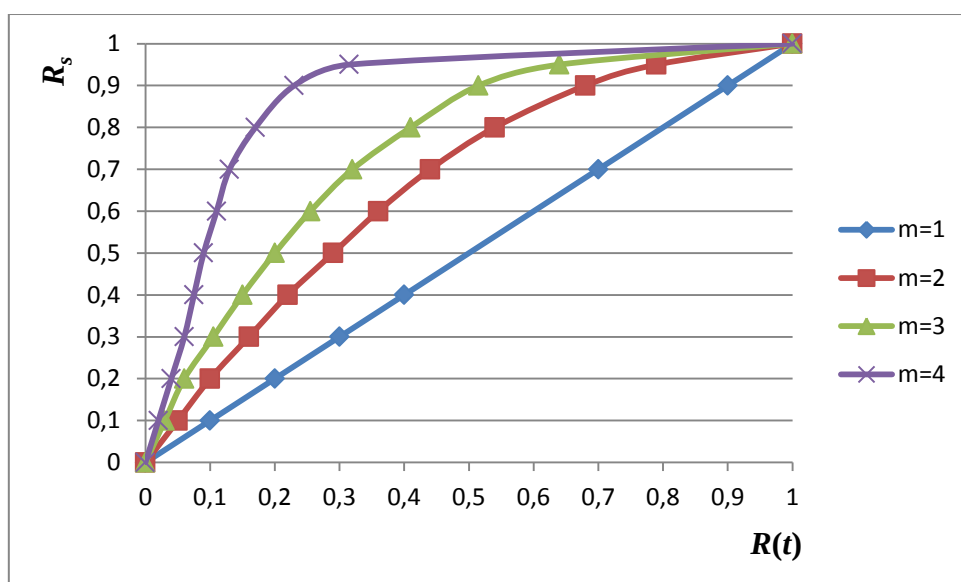
$$R_s = 1 - [1 - R(t)]^n. \quad (2.7)$$

Из претходног изрази се види да функција поузданости система, који се састоји само од паралелно везаних елемената, има увек већу вредност од вредности поузданости најпоузданијег система [2].

Ово је корисно показати и на примеру. Ако поузданости два паралелно везана елемента имају следеће вредности $R_1 = 0,9$ и $R_2 = 0,8$, онда ће систем имати поузданост:

$$R_s = 1 - [1 - 0,9] \cdot [1 - 0,8] = 0,98.$$

Ради илустрације изрази (2.7) на слици 2.3 приказана је дијаграмска зависност вероватноће исправног рада система у функцији од вероватноће исправног рада елемената и њиховог броја.



Слика 2.3 Дијаграм зависности вероватноће исправног рада система у функцији од вероватноће исправног рада елемената и њиховог броја

Види се да вероватноћа исправног рада система расте са повећањем поузданости елемената и броја тих елемената. Са дијаграма се још може закључити да пораст вероватноће исправног рада система, после укључивања четвртог елемента у систем постаје релативно мала. Зато се намеће питање економске оправданости укључивања више од четири елемента у систем паралелно везаних елемената [7].

Паралелна конфигурација елемената обично се користи као један од начина за повећање поузданости система. Међутим, није увек јасно колики утицај на поузданост система има паралелна конфигурација у одређеним случајевима. Треба напоменути да се ова конфигурација веома ретко среће код механичких система.

Са претходне слике 2.3 може се приметити да за вредности поузданости елемента $p < 0,9$, стављање у паралелну везу више од два елемента нема значајнијег ефекта на поузданост система. Исто тако, за вредности $0,8 < p < 0,9$ број елемената у паралелној

вези не би требало да буде већи од три, јер је повећање поузданости система после тога веома мало. Према томе, при конструисању система треба добро размислити да ли ићи на већи број елемената у паралелној конфигурацији или на подизање нивоа поузданости елемената.

Треба нагласити да се наведена разматрања заснивају само на поузданости. Фактори као што су трошкови, маса, одржавање и друго, морају се узети у обзир приликом доношења коначне одлуке [1].

Систем с паралелно везаним елементима даје могућност повећања поузданости система у односу на поузданост елемената. Увођењем паралелних елемената ствара се тзв. систем резервирања, код кога и када неки елемент откаже систем и даље ради, јер функцију тог елемента преузимају други елементи.

У случају када су откази елемената система изненадни, онда поузданост било ког елемента има облик:

$$R_i(t) = e^{-\lambda_i t}, \quad (2.8)$$

где је: $\lambda_i = \text{const}$ - интензитет отказа елемената.

Поузданост система се одређује као:

$$R_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - e^{-\lambda_i t}). \quad (2.9)$$

Ако се узме да су вероватноће исправног рада у систему паралелно везаних елемената међусобно једнаке тј.:

$$R_1(t) = R_2(t) = \dots = R_n(t) = R(t), \quad (2.10)$$

Онда је поузданост таквог система:

$$R_s = 1 - [1 - R(t)]^n = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^n. \quad (2.11)$$

Средње време исправног рада до отказа система:

$$t_{sr} = \int_0^{\infty} R_s(t) dt = \int_0^{\infty} [1 - (1 - e^{-\lambda t})^n] dt = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right) = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n \frac{1}{i}. \quad (2.12)$$

Из овога се види да средње време исправног рада расте с повећањем броја елемената у систему са активном паралелном везом елемената. На основу свега изнетог може се закључити, да се са паралелним везивањем елемената стварају могућности за градњу система врло високе поузданости. Ово се посебно користи у електроници, а знатно је теже остварити паралелне везе у машинским системима [4].

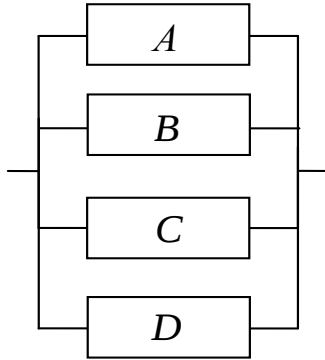
Предности паралелног везивања елемената у односу на редно још више се истичу на примеру датом у табели 2.1 који непосредно упоређује одговарајуће поузданости система са паралелним и редним везама.

Табела 2.1

Укупан број елемената у систему	Поузданост саставног елемента 0,90	
	Паралелне везе	Редне везе
1	0,9	0,9
2	0,99	0,81
10	0,9 ₁₀	0,348678
100	0,9 ₁₀₀	0,000027
Напомена: Ознака 0,9 ₁₀ означава иза децималног зареза десет деветки, а 0,9 ₁₀₀ сто деветки		

Ваља да се истакне да је проблематика повећања поузданости коришћењем паралелних веза релативно сложена, нарочито ако се ради о системима са великим бројем саставних елемената. Због тога се ова проблематика посебно изучава, а често се говори и о посебној грани теорије поузданости, тзв. теорији резервирања, с обзиром да је уобичајено да се паралелне везе третирају као различите врсте резерви [3].

Пример 2.1 За систем приказан на слици 2.4, одредити поузданост система, ако су поузданости елемената система $R_A = 0,9$; $R_B = 0,8$; $R_C = 0,7$ и $R_D = 0,6$.



Слика 2.4

Решење:

Поузданост система са слике 2.4 се на основу дефиниције и израза 2.6 одређује на следећи начин:

$$\begin{aligned} R_s &= 1 - (1 - R_A) \cdot (1 - R_B) \cdot (1 - R_C) \cdot (1 - R_D) = \\ &= 1 - (1 - 0,9) \cdot (1 - 0,8) \cdot (1 - 0,7) \cdot (1 - 0,6) = 0,9976. \end{aligned}$$

Пример 2.2 Један рафал од 5 метака испаљује се из неког артиљеријског оруђа на циљ. Сваки метак има вероватноћу 0,4 да ће да уништи циљ. Колика је вероватноћа да ће циљ бити уништен испаљивањем рафала?

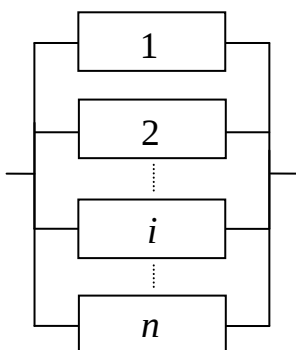
Решење:

$$R = 1 - (1 - 0,4)^5 = 0,92224.$$

Пример 2.3 Одредити поузданости и нацртати дијаграме поузданости ако се систем састоји од 2, 5, 10, 20, 100 и 500 елемената везаних паралелно, са интензитетом отказа сваког елемента од $\lambda = \lambda_i = 8 \cdot 10^{-4} [\text{h}^{-1}]$ за време рада од $t = t_i = 0$, као и 500, 1000, 1500, 2000, 4000, 8000, 10000 часова.

Решење:

Шема поузданости од n паралелно везаних елемената је приказана на слици 2.5.



Слика 2.5 Шема поузданости од n паралелно везаних елемената

Поузданост система са паралелним везама одређује се према изразу:

$$R_S = 1 - [1 - R_1(t_1)] \cdot [1 - R_2(t_2)] \cdot \dots \cdot [1 - R_n(t_n)],$$

с обзиром да је $t = t_1 = t_2 = \dots = t_n$ и $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = \lambda$, поузданост система је:

$$R_S(t) = 1 - [1 - R_i(t_i)]^n = 1 - [1 - e^{-\lambda \cdot t}]^n.$$

На пример за $n = 2$ и $t = 1000$ часова, поузданост система је:

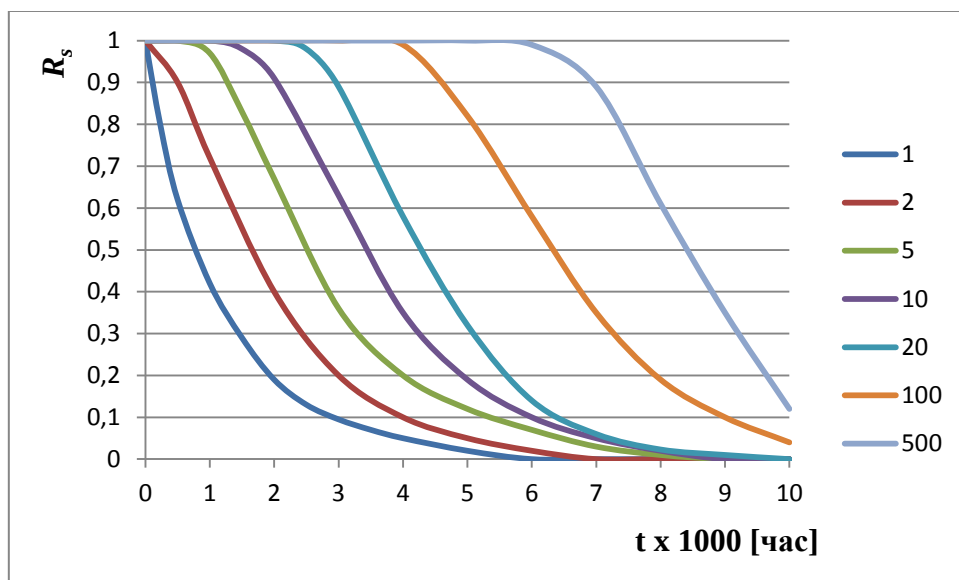
$$R_S(1000) = 1 - [1 - e^{-8 \cdot 10^{-4} \cdot 1000}]^2 = 0,696.$$

Вредности поузданости система за други број елемената и за друга времена, односно системе су дате у табели 2.2.

Табела 2.2

Поузданост система							
Број елемената	1	2	5	10	20	100	500
0	1	1	1	1	1	1	1
500	0,670	0,891	0,996	0,9999	0,999	0,999	0,999
1 000	0,449	0,696	0,949	0,997	0,999	0,999	0,999
1 500	0,301	0,511	0,833	0,972	0,999	0,999	0,999
2 000	0,202	0,363	0,676	0,895	0,989	0,999	0,990
4 000	0,041	0,080	0,188	0,340	0,565	0,985	0,999
8 000	0,002	0,003	0,008	0,020	0,033	0,153	0,565
10000	0,00034	0,0006	0,002	0,003	0,007	0,033	0,154

На слици 2.6 приказан је дијаграм поузданости.



Слика 2.6 Дијаграм поузданости

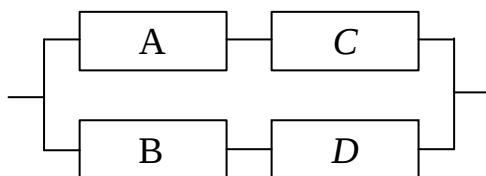
Пример 2.4 За системе приказане на слици 2.9, а, б, ц, и д, одредити поузданост сваког система, ако су поузданости елемента система:

$$R_A = 0,9; \quad R_B = 0,8; \quad R_C = 0,7; \quad R_D = 0,6.$$

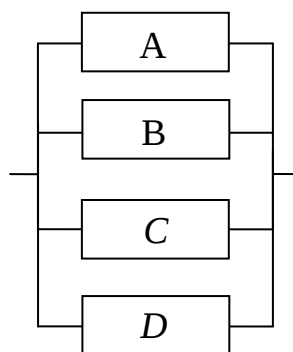
Који је систем најпоузданији?



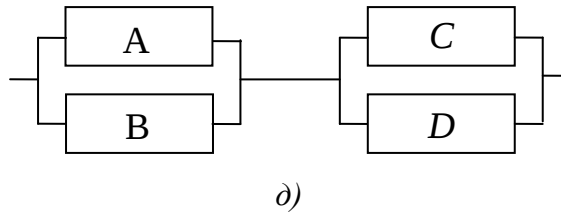
а)



б)



ц)



Слика 2.7

Решење:

Поузданости система R_{sa} , R_{sb} , R_{sc} , R_{sd} приказаних на слици 2.7 су:

$$R_{sa} = R_A \cdot R_B \cdot R_C \cdot R_D = 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,6 = 0,3024,$$

$$\begin{aligned} R_{sb} &= 1 - (1 - R_{AC}) \cdot (1 - R_{BD}) = 1 - (1 - R_A \cdot R_C) \cdot (1 - R_B \cdot R_D) = \\ &= 1 - (1 - 0,9 \cdot 0,7) \cdot (1 - 0,8 \cdot 0,6) = 0,8076, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{sc} &= 1 - (1 - R_A) \cdot (1 - R_B) \cdot (1 - R_C) \cdot (1 - R_D) = \\ &= 1 - (1 - 0,9) \cdot (1 - 0,8) \cdot (1 - 0,7) \cdot (1 - 0,6) = 0,9976, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{sd} &= R_{AB} R_{CD} = [1 - (1 - R_A) \cdot (1 - R_D)] \cdot [1 - (1 - R_C) \cdot (1 - R_D)] = \\ &= [1 - (1 - 0,9) \cdot (1 - 0,8)] \cdot [1 - (1 - 0,7) \cdot (1 - 0,6)] = 0,8624. \end{aligned}$$

Најпоузданији је систем R_{sc} , а најнепоузданији је систем R_{sa} .

Очигледно је да је најпоузданији систем са паралелно везаним елементима, а најнепоузданији са редно везаним елементима.

Пример 2.5 Нацртати дијаграм зависности поузданости система који се састоји од 1, 2, 3 и 4 паралелно везана елемента чије су поузданости: $R_{1i} = 0,5$; $R_{2i} = 0,7$; $R_{3i} = 1$.

Решење:

Поузданост система, састављеног од паралелно везаних елемената чије су поузданости једнаке је:

$$R_s = 1 - [1 - R(t)]^n.$$

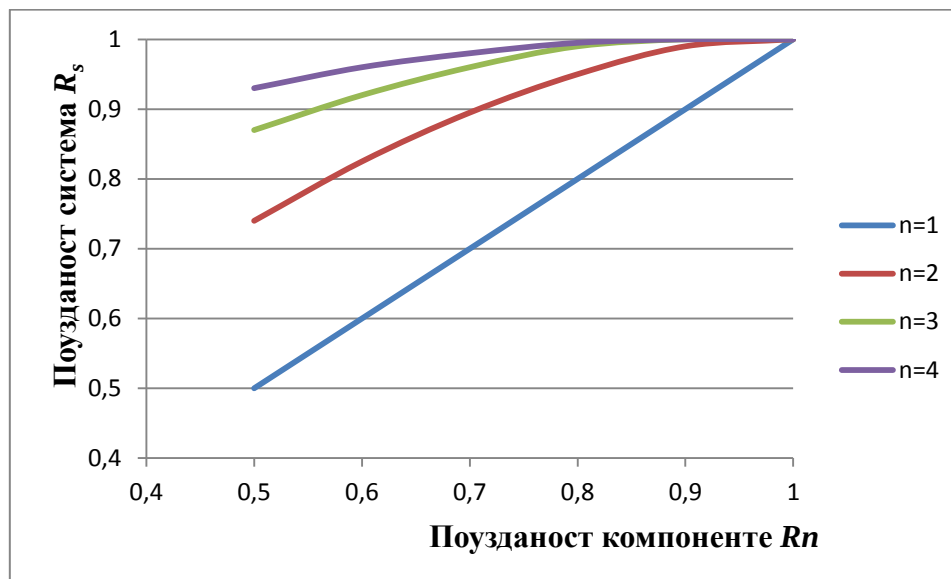
На пример, за $R_i = 0,5$ и $n = 2$ поузданост система је:

$$R_s = 1 - [1 - 0,5]^2 = 0,75.$$

Остале вредности су дате у табели 2.3, а дијаграм на слици 2.8

Табела 2.3

$R_i \backslash n$	1	2	3	4
0,5	0,5	0,75	0,875	0,9375
0,7	0,7	0,91	0,973	0,9919
1	1	1	1	1



Слика 2.8 Дијаграм зависности поузданости система од броја паралелних компоненти

3. Делимична паралелна веза (к од n паралелних веза) елемената у систему

Код система, код којих је могуће извршити одређене задатке и са смањеним перформансама система, односно, код којих ће задатак бити успешно (са дефинисаним критеријумима) извршен, ако од "n" елемената система исправно ради "k" елемената. Овакве везе могу да се назову делимично паралелне везе. Као пример таквог система може се узети челична ужад viseћег моста који ће извршавати своју функцију ако је минималан број ужади исправан. Функција поузданости за системе ове врсте, чији је блок-дијаграм поузданости приказан на слици 3.1, може се одредити преко биномне расподеле у облику [2]:

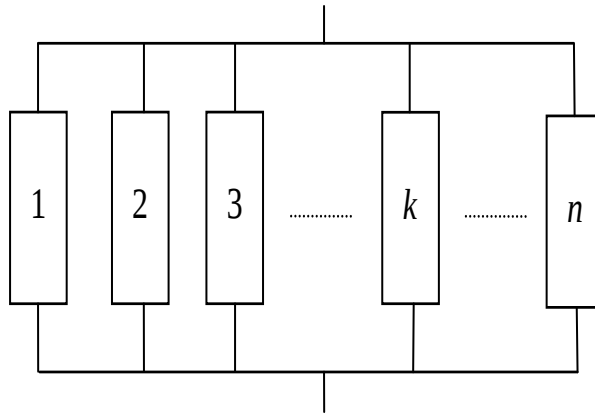
$$\begin{aligned} R_s(t) &= \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \cdot R_i(t)^i \cdot [1 - R_i(t)]^{n-i} = \\ &= \sum_{i=k}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot R_i(t)^i \cdot [1 - R_i(t)]^{n-i} \end{aligned} \quad (3.1)$$

где је:

k - минимални број елемената, који морају бити у исправном стању (постављени критеријум),

n - укупан број елемената у систему,

$R_i(t)$ - поузданост елемената система за време t.



Слика 3.1 Блок-дијаграм поузданости система са делимично паралелном везом елемената

На пример, на једном четворомоторном авиону за успешан лет потребно је да су исправна најмање два мотора, за један осмоцилиндрични мотор може се сматрати да је исправан ако му исправно раде бар 7 цилиндара (што је ствар договора, односно

претходно усвојених критеријума). Тада је, а под претпоставком да је поузданост сваког цилиндра $R=0,95$, поузданост целог мотора:

$$R_s[i=7;8] = \frac{8!}{7!(8-7)!} \cdot R_i^7(1-R_i)^{8-7} + \frac{8!}{8!(8-8)!} \cdot R_i^8(1-R_i)^{8-8} = 0,943.$$

У случају да елементи немају једнаке вероватноће исправног рада, за налажење вероватноће исправног рада система користи се принцип збрајања могућих варијанти при којима систем исправно ради. Овај принцип се може илустровати на примеру три паралелно везана елемента чије су вероватноће исправног рада дате као $R_1(t)$, $R_2(t)$ и $R_3(t)$. Вероватноћа да ће овај систем исправно радити у случају да је услов исправног рада исправан рад сва три елемента је:

$$R_{s3}(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \cdot R_3(t).$$

(3.2)

Вероватноћа исправног рада система уз услов да се захтева исправан рад бар два елемента у систему је:

$$R_{s2}(t) = R_{s3}(t) + R_1(t) \cdot R_2(t) \cdot F_3(t) + R_1(t) \cdot F_2(t) \cdot R_3(t) + F_1(t) \cdot R_2(t) \cdot R_3(t), \quad (3.3)$$

где су $F_1(t)$, $F_2(t)$ и $F_3(t)$ вероватноће да ће дотични елемент отказати за време t [7].

Сваки члан на десној страни једначине (3.3) представља одређену комбинацију стања елемената. На пример $R_1(t) \cdot R_2(t) \cdot R_3(t)$ означава да су сва три елемента исправна, $R_1(t) \cdot R_2(t) \cdot F_3(t)$ означава да су елементи $R_1(t)$ и $R_2(t)$ исправни а елемент $F_3(t)$ неисправан итд.

Из претходне једначине може се закључити да ће систем исправно функционисати ако се налази у једном од следећих стања: $R_1(t) \cdot R_2(t) \cdot R_3(t)$, $F_1(t) \cdot R_2(t) \cdot R_3(t)$, $R_1(t) \cdot F_2(t) \cdot R_3(t)$, $R_1(t) \cdot R_2(t) \cdot F_3(t)$, као и да је поузданост система једнака збиру вероватноћа свих оних стања која обезбеђују успешно функционисање система.

Стање које води успешном функционисању система може се одредити из блок-дијаграма поузданости. Тако, ако су елементи $R_1(t)$, $R_2(t)$, $R_3(t)$ у редној вези, онда ће само стање $R_1(t)$, $R_2(t)$, $R_3(t)$ означавати успешно функционисање система. Ако су $R_1(t)$, $R_2(t)$, $R_3(t)$ у паралелној вези система, онда сва стања осим $F_1(t)$, $F_2(t)$, $F_3(t)$ представљају успешно функционисање система [1].

Вероватноћа исправног рада система уз услов да се тражи исправан рад бар једног елемента је:

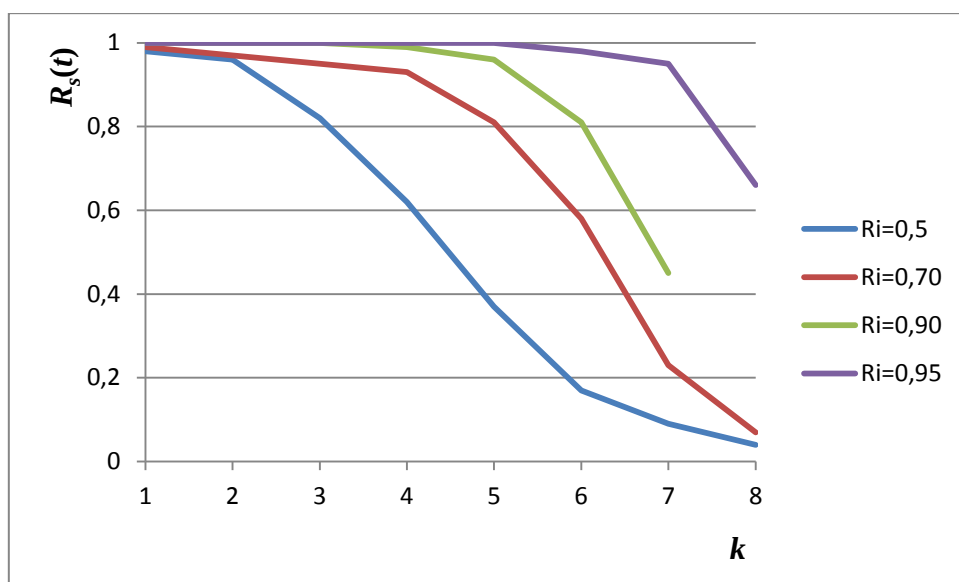
$$R_{s1}(t) = R_{s2}(t) + R_1(t) \cdot F_2(t) \cdot F_3(t) + F_1(t) \cdot F_2(t) \cdot R_3(t) + F_1(t) \cdot R_2(t) \cdot F_3(t). \quad (3.4)$$

Из претходне једначине може се закључити да ће систем исправно функционисати ако се налази у једном од следећих стања: R_{s2} , $F_1(t) \cdot F_2(t) \cdot R_3(t)$, $R_1(t) \cdot F_2(t) \cdot F_3(t)$, $F_1(t) \cdot R_2(t) \cdot F_3(t)$, као и да је поузданост система једнака збиру вероватноћа свих оних стања која обезбеђују успешно функционисање система.

Наведена процедура одређивања поузданости система иста је је и у општем случају, када је n елемената у систему, при чему је неопходно да исправно буде најмање k елемената за успешно функционисање система. У комплексним конфигурацијама, често је једноставније дефинисати стања која означавају отказ система, па се онда одузимањем вероватноћа ових стања од 1 добија поузданост система [1].

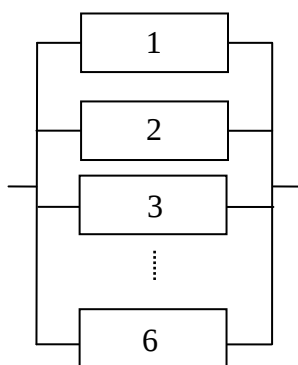
Недостатак овог принципа збрајања је тај што се са повећањем броја елемената у систему брзо повећава и број могућих варијанти исправног рада [7].

Карактер делимично паралелних веза може се видети на дијаграму (слика 3.2). Овај пример се односи на систем са 8 елемената у делимично паралелној вези и то за четири вредности поузданости елемената. Вероватноћа задовољења функције критеријума, односно поузданост, изражена је као функција броја елемената који морају да буду исправни (k) [3].



Слика 3.2 Карактер делимично паралелних веза

Пример 3.1 Структуру машинског система чини 6 идентичних паралелно везаних елемената. За исправно функционисање система довољно је да раде 4 елемента, али је у циљу повећања поузданости уграђено 2 елемента више. Ако је интензитет отказа елемената система линеарно растућа функција времена и средње време рада до отказа система 1505 часова, израчунати вероватноћу исправног рада и интензитет отказа система у тренутку $t = 2000$ h.



Слика 3.3

Решење:

За линеарну зависност интензитета отказа од времена поузданост елемената се одређује на основу израза:

$$R(t) = e^{-\frac{at^2}{2}}.$$

Поузданост система од 6 елемената са делимично паралелном везом, при чему се тражи да 4 елемента увек буду исправна, једнака је:

$$\begin{aligned} R_s &= \sum_{i=4}^6 \binom{6}{i} R^i \cdot F^{6-i} = \binom{6}{4} R^4 \cdot F^2 + \binom{6}{5} R^5 \cdot F + \binom{6}{6} R^6 = 15R^4 F^2 + 6R^5 F + R^6 = \\ &= 15R^4 (1 - 2R + R^2) + 6R^5 (1 - R) + R^6 = \\ &= 15R^4 - 30R^5 + 15R^6 + 6R^5 - 6R^6 + R^6 = \\ &= 15R^4 - 24R^5 + 10R^6 = \\ &= 15e^{-2at^2} - 24e^{-2.5at^2} + 10e^{-3at^2}. \end{aligned}$$

У овом случају средње време рада до отказа система је:

$$t_{sr} = \int_0^{\infty} R_s(t) dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{a}} \left(\frac{15}{\sqrt{a}} - \frac{24}{\sqrt{2.5}} + \frac{10}{\sqrt{3}} \right) = \frac{1,0645}{\sqrt{a}}.$$

На основу претходне једначине следи:

$$a = \left(\frac{1,0645}{t_{sr}} \right)^2 = 0,5 \cdot 10^6.$$

За тражено време $t = 2000$ часова поузданост система износи:

$$R_s(2000) = 0,1378.$$

На основу израза за поузданост у функцији од времена, густина времена рада до отказа добија се као:

$$f_s(t) = -\frac{dR_s(t)}{dt} = 15 \cdot 4 \cdot at \cdot e^{-2at^2} - 24 \cdot 5 \cdot at \cdot e^{-2.5at^2} + 10 \cdot 6 \cdot at \cdot e^{-3at^2}.$$

Густина времена рада до отказа система за $t = 2000$ часова је:

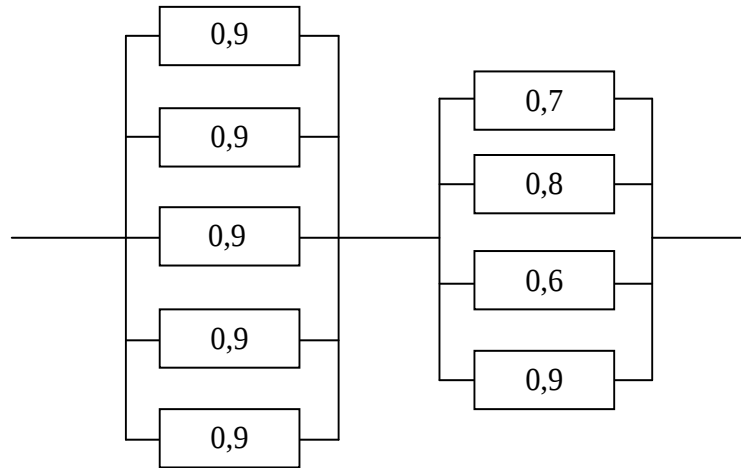
$$f_s(2000) = 0,439 \cdot 10^{-3} \left[\frac{otk}{h} \right].$$

И на крају, интензитет отказа система једнак је:

$$h(2000) = \frac{f_s(2000)}{R_s(2000)} = 3,186 \cdot 10^{-3} \left[\frac{otk}{h} \right].$$

Пример 3.2 Систем приказан на слици 3.4 састоји се из два редно везана подсистема паралелно везаних елемената. Да би први подсистем био исправан потребно је да функционише најмање три елемента, а за други, потребно је да функционишу најмање 2 елемента. Због повећања поузданости уграђена су по два елемента више. Ако су у структурним правоугаоницима на слици 3.4 уписане вероватноће исправног рада

појединих елемената за неко време t , одредити вероватноћу исправног рада система за исто то време.



Слика 3.4

Решење:

Поузданост система који се састоји из две редно везане паралелне везе, као што је овај, рачуна се као:

$$R_s = R_{ps1} \cdot R_{ps2} = 0,949.$$

Поузданост прве паралелне везе система износи:

$$R_{ps1} = \sum_{i=3}^5 \binom{5}{i} R^i (1-R)^{5-i} = \binom{5}{3} R^3 F^2 + \binom{5}{4} R^4 F + \binom{5}{5} R^5 F^0 =$$

$$= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} R^3 F^2 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} R^4 F + 1 \cdot R^5 = 10R^3 F^2 + 5R^4 F + R^5 = 0,9914.$$

Поузданост друге паралелне везе у систему једнака је:

$$R_{ps2} = R_1 R_2 R_3 R_4 + F_1 R_2 R_3 R_4 + R_1 F_2 R_3 R_4 + R_1 R_2 F_3 R_4 + R_1 R_2 R_3 F_4 + F_1 F_2 R_3 R_4 + F_1 R_2 F_3 R_4 +$$

$$+ F_1 R_2 R_3 F_4 + R_1 F_2 F_3 R_4 + R_1 F_2 R_3 F_4 + R_1 R_2 F_3 F_4 = 0,9572.$$

Пример 3.3 Структуру машинског система чини 7 идентичних паралелно везаних елемената. За исправно функционисање система довољно је да раде 4 елемента, али је у циљу повећања поузданости уграђено 3 елемента више. Ако је интензитет отказа елемената система константан и средње време рада до отказа система 1900 часова, израчунати вероватноћу исправног рада и интензитет отказа система у тренутку $t = 2000$ h.

Решење:

Поузданост система од 7 елемената са делимично паралелном везом, при чему се тражи да 4 елемента увек буду исправна, једнака је:

$$R_s = \sum_{i=4}^7 \binom{7}{i} R^i (1-R)^{7-i} = \binom{7}{4} R^4 \cdot (1-R)^3 + \binom{7}{5} R^5 \cdot (1-R)^2 + \binom{7}{6} R^6 \cdot (1-R) + \binom{7}{7} R^7 = 35R^4 - 84R^5 + 70R^6 - 20R^7.$$

У овом случају средње време рада до отказа система је:

$$t_{sr} = \int_0^{\infty} R_s(t) dt = \frac{35}{4\lambda} - \frac{84}{5\lambda} + \frac{70}{6\lambda} - \frac{20}{7\lambda} = \frac{319}{420\lambda}.$$

Из претходног израза може се изразити λ :

$$\lambda = \frac{319}{420 \cdot t_{sr}} = \frac{319}{420 \cdot 1900} = 0,399749 \cdot 10^{-3} \approx 0,4 \cdot 10^{-3} \left[\frac{otk}{h} \right].$$

За тражено време $t = 2000$ часова поузданост система износи:

$$R_s(t = 2000) = 35 \cdot e^{-4\lambda t} - 84 \cdot e^{-5\lambda t} + 70 \cdot e^{-6\lambda t} - 20 \cdot e^{-7\lambda t} = 0,390288.$$

На основу израза за поузданост у функцији од времена, густина времена рада до отказа добија се као:

$$f_s(t) = -\frac{dR_s(t)}{dt} = \lambda \cdot (140 \cdot e^{-4\lambda t} - 420 \cdot e^{-5\lambda t} + 420 \cdot e^{-6\lambda t} - 140 \cdot e^{-7\lambda t}),$$

$$f_s(t = 2000) = 0,381173 \cdot 10^{-3} \left[\frac{otk}{h} \right].$$

И на крају, интензитет отказа система једнак је:

$$h(t = 2000) = \frac{f_s(t = 2000)}{R_s(t = 2000)} = 0,976644 \cdot 10^{-3} \left[\frac{otk}{h} \right].$$

Пример 3.4 Машински систем се састоји од 5 паралелно везаних једнаких елемената. За исправно функционисање система довољно је да раде 3 елемента, али је због повећања поузданости уграђено два елемента више. Интензитет отказа елемената система је константан. Ако је средње време исправног рада система 3916 часова, израчунати вероватноћу исправног рада и интензитет отказа у тренутку $t=2000$ часова.

Решење:

Поузданост система се израчунава на следећи начин:

$$R_s = \sum_{i=3}^5 \binom{5}{i} R^i (1-R)^{5-i} = 10R^3(1-R)^2 + 5R^4(1-R) + R^5 =$$

$$= 10R^3 - 20R^4 + 10R^5 + 5R^4 - 5R^5 + R^5 =$$

$$= 10R^3 - 15R^4 + 6R^5,$$

$$R_s(t) = 10 \cdot e^{-3\lambda t} - 15 \cdot e^{-4\lambda t} + 6 \cdot e^{-5\lambda t}.$$

Средње време рада до отказа система је:

$$t_{sr} = \int_0^{\infty} R_s(t) dt = 10 \int_0^{\infty} e^{-3\lambda t} dt - 15 \int_0^{\infty} e^{-4\lambda t} dt + 6 \int_0^{\infty} e^{-5\lambda t} dt =$$

$$= \frac{10}{3\lambda} - \frac{15}{4\lambda} + \frac{6}{5\lambda} = \frac{200 - 225 + 72}{60\lambda} = \frac{47}{60\lambda} = 3916.$$

За задату вредност средњег времена рада до отказа, интензитет отказа је једнак:

$$\lambda = 0,2 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{отк}}{h} \right].$$

Густина времена рада до отказа система добија се као:

$$f_s(t) = -\frac{dR_s(t)}{dt} = \lambda \cdot (30 \cdot e^{-3\lambda t} - 60 \cdot e^{-4\lambda t} + 30 \cdot e^{-5\lambda t}),$$

$$f_s(2000) = 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot (30 \cdot e^{-1,2} - 60 \cdot e^{-1,6} + 30 \cdot e^{-2}) = 1,9641 \cdot 10^{-4} \left[\frac{\text{отк}}{h} \right].$$

$$R_s(2000) = 0,7955.$$

Интензитет отказа система за тражено време $t=2000$ h једнак је:

$$h(t=2000) = \frac{f_s(t=2000)}{R_s(t=2000)} = \frac{1,9641 \cdot 10^{-4}}{0,7955} = 2,469 \cdot 10^{-4} \left[\frac{\text{отк}}{h} \right].$$

Пример 3.5 Машински систем се састоји од 6 паралелно везаних једнаких елемената. За исправно функционисање система довољно је да раде три елемента, али је због повећања поузданости уграђено три елемента више. Интензитет отказа елемената система је константан. Ако је средње време исправног рада система 3166 часова, израчунати вероватноћу исправног рада и интензитет отказа у тренутку $t=2500$

Решење:

Поузданост система може се израчунати на следећи начин:

$$R_s = \sum_{i=3}^6 \binom{6}{i} R^i (1-R)^{6-i} = -10R^6 + 36R^5 - 45R^4 + 20R^3,$$

$$R_s = -10 \cdot e^{-6\lambda t} + 36 \cdot e^{-5\lambda t} - 45 \cdot e^{-4\lambda t} + 20 \cdot e^{-3\lambda t}.$$

Средње време рада до отказа система је:

$$t_{sr} = \int_0^{\infty} R_s(t) dt = -\frac{10}{6\lambda} + \frac{36}{5\lambda} - \frac{45}{4\lambda} + \frac{20}{3\lambda} = \frac{57}{60\lambda} = 3166 \text{ [h]}.$$

На основу претходног израза, интензитет отказа елемената система једнак је:

$$\lambda = 3 \cdot 10^{-4} \left[\frac{\text{отк}}{h} \right],$$

$$R_s(2500) = 0,60311.$$

Густина времена рада до отказа система:

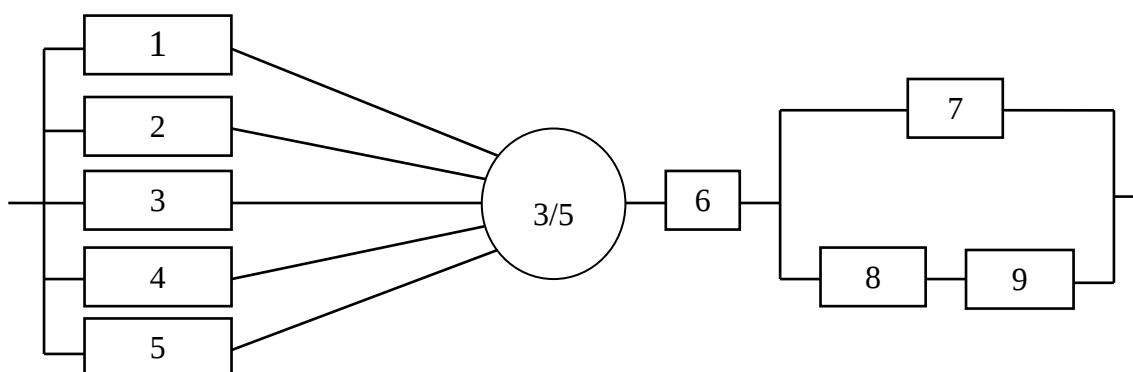
$$f_s(t) = -\frac{dR_s(t)}{dt} = \lambda \cdot (-60 \cdot e^{-\lambda t} + 180 \cdot e^{-5\lambda t} - 180 \cdot e^{-4\lambda t} + 60 \cdot e^{-3\lambda t}),$$

$$f_s(2500) = 0,27868 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{отк}}{h} \right],$$

$$\lambda_s(t=2500) = 0,462 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{отк}}{h} \right].$$

Пример 3.6 Потребно је одредити поузданост система приказаног на слици 3.5. Систем се састоји од девет елемената чије су поузданости $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 0,91$; $R_6 = R_8 = 0,94$; $R_7 = R_9 = 0,95$.

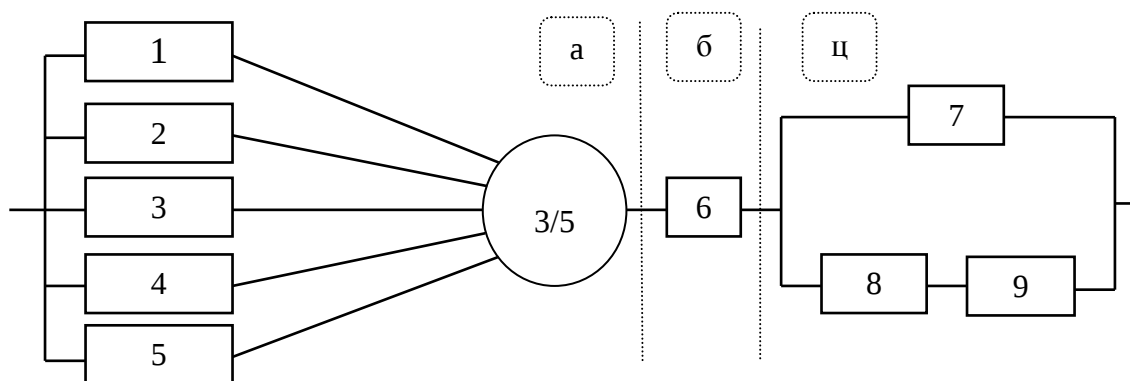
Напомена: елементи 1-5 се налазе у делимично - паралелној вези и потребно је да ради три од пет елемената да би систем био исправан.



Слика 3.5

Решење:

Одређивање поузданости је једноставније уколико се систем декомпонује на три мања и једноставнија подсистема, као што је приказано на слици 3.6.



Слика 3.6

Са слике, се може видети да се цео систем састоји из три подсистема. Подсистем “а” чине елементи 1, 2, 3, 4, 5; подсистем “б” чини елемент 6, док подсистем “ц” чине елементи 7, 8, 9.

Поузданост подсистема “а” – делимична паралелна веза:

$$R_a = \sum_{i=3}^5 \binom{n}{i} \cdot R_i(t)^i \cdot [1 - R_i(t)]^{n-i} =$$

$$= \sum_{i=3}^5 \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot R_i(t)^i \cdot [1 - R_i(t)]^{n-i},$$

где је:

$i=3$ – минимални број елемената који морају бити у исправном стању,

$n=5$ – укупан број елемената у систему,

$R_i(t) = R_i = R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 0,91$ - поузданост компонената система.

$$R_a(3/5) = \frac{5!}{3!(5-3)!} \cdot R_i^3 \cdot (1 - R_i)^{5-3} + \frac{5!}{4!(5-4)!} \cdot R_i^4 \cdot (1 - R_i)^{5-4} +$$

$$+ \frac{5!}{5!(5-5)!} \cdot R_i^5 \cdot (1 - R_i)^{5-5};$$

$$R_a(3/5) = \frac{5!}{3!(5-3)!} \cdot 0,91^3 \cdot (1 - 0,91)^{5-3} + \frac{5!}{4!(5-4)!} \cdot 0,91^4 \cdot (1 - 0,91)^{5-4} +$$

$$+ \frac{5!}{5!(5-5)!} \cdot 0,91^5 \cdot (1 - 0,91)^{5-5} = 0,99366.$$

Поузданост подсистема "б" – елемент 6:

$$R_o = R_6 = 0,94.$$

Поузданост подсистема "ц":

$$R_y = 1 - (1 - R_7) \cdot (1 - R_8 \cdot R_9) = 1 - (1 - 0,95) \cdot (1 - 0,94 \cdot 0,95) = 0,99465.$$

Поузданост система:

$$R_s = R_a \cdot R_o \cdot R_y = 0,99366 \cdot 0,94 \cdot 0,99465 = 0,92904.$$

Пример 3.7 Одредити поузданост у тренутку $t = 1000$ h и средње време у раду система који чине три елемента за случај редне, паралелне и делимичне паралелне везе 1/3 (1 од 3) и 2/3 (2 од 3) свих елемената. Елементе карактерише експоненцијални закон расподеле. Интензитет отказа елемента је $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0,9 \cdot 10^{-4} \text{ h}^{-1}$. Нацртати функције поузданости за све случајеве, у интервалу од 0-50000 h.

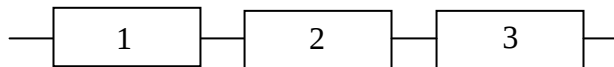
Решење:

Поуздаост елемента за $t = 1000$ h износи:

$$R_1(t) = R_2(t) = R_3(t) = R(t) = e^{-\lambda t}$$

$$R_1(1000) = R_2(1000) = R_3(1000) = R(1000) = e^{-0,9 \cdot 10^{-4} \cdot 1000} = 0,91393.$$

Редна веза елемената:



Слика 3.7 Редна веза елемената

Поузданост система са редном везом елемената:

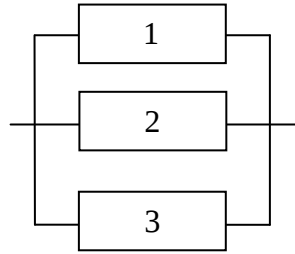
$$R_S(t) = \prod_{i=1}^{n=3} R_i(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \cdot R_3(t) = R^3(t) = e^{-3\lambda t}$$

$$R_S(1000) = R^3(1000) = 0,91393^3 = 0,76338$$

Средње време у раду за три редно везана елемента:

$$t_{sr} = \int_0^{\infty} R_S(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-3\lambda t} dt = \frac{1}{3\lambda} = \frac{1}{3 \cdot 0,9 \cdot 10^{-4}} = 3703,704 \text{ [h]}.$$

Паралелна веза елемената:



Слика 3.8 Паралелна веза елемената

Поузданост система са паралелном везом три елемента:

$$R_S(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n=3} [1 - R_i(t)] = 1 - \prod_{i=1}^{n=3} [1 - e^{-\lambda_i t}] = 1 - [1 - R_1(t)] \cdot [1 - R_2(t)] \cdot [1 - R_3(t)],$$

$$R_S(t) = 1 - [1 - R(t)]^3 = 1 - [1 - e^{-\lambda \cdot t}]^3,$$

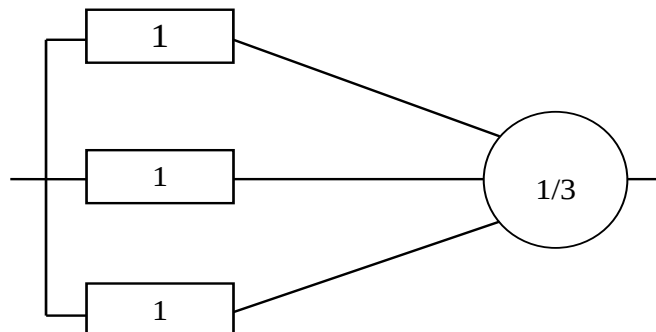
$$R_S(1000) = 1 - [1 - 0,91393]^3 = 0,99936.$$

Средње време у раду за три паралелно везана елемента:

$$t_{sr} = \int_0^{\infty} R_S(t) dt = \int_0^{\infty} [1 - (1 - e^{-\lambda \cdot t})^3] dt = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right) = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n \frac{1}{i},$$

$$t_{sr} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{n=3} \frac{1}{i} = \frac{1}{\lambda} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{0,9 \cdot 10^{-4}} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = 20\,370,370 \text{ [h]}.$$

Делимична паралелна веза елемената 1/3:



Слика 3.9 Делимична паралелна веза елемената 1/3

$$R_s(t) = \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \cdot R_i(t)^i \cdot [1 - R_i(t)]^{n-i} =$$

$$= \sum_{i=k}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot R_i(t)^i \cdot [1 - R_i(t)]^{n-i},$$

где је:

$i = 1$ - минимални број елемената система који морају бити у исправном стању,

$n = 3$ - укупан број елемената у систему,

$R_i(t)$ - поузданост компонената система за време t .

$$R_s(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot R_1(t)^i \cdot [1 - R_1(t)]^{n-i}$$

$$R_s(t) = \frac{3!}{1!(3-1)!} \cdot R_1(t)^1 \cdot [1 - R_1(t)]^{3-1} + \frac{3!}{2!(3-2)!} \cdot R_1(t)^2 \cdot [1 - R_1(t)]^{3-2} +$$

$$+ \frac{3!}{3!(3-3)!} \cdot R_1(t)^3 \cdot [1 - R_1(t)]^{3-3}$$

$$R_s(t) = 3 \cdot R_1(t) \cdot [1 - R_1(t)]^2 + 3 \cdot R_1(t)^2 \cdot [1 - R_1(t)] + R_1(t)^3$$

$$R_s(1000) = 3 \cdot R_1(1000) \cdot [1 - R_1(1000)]^2 + 3 \cdot R_1(1000)^2 \cdot [1 - R_1(1000)] + R_1(1000)^3,$$

$$R_s(1000) = 3 \cdot 0,91393 \cdot [1 - 0,91393]^2 + 3 \cdot 0,91393^2 \cdot [1 - 0,91393] + 0,91393^3,$$

$$R_s(1000) = 0,99936.$$

Како је:

$$R_s(t) = 3 \cdot R_1(t) \cdot [1 - R_1(t)]^2 + 3 \cdot R_1(t)^2 \cdot [1 - R_1(t)] + R_1(t)^3 =$$

$$= 3 \cdot R_1(t) - 6 \cdot R_1(t)^2 + 3 \cdot R_1(t)^2 + 3 \cdot R_1(t)^3 - 3 \cdot R_1(t)^2 + R_1(t)^3 =$$

$$= 3 \cdot R_1(t) - 3 \cdot R_1(t)^2 + R_1(t)^3 = 3 \cdot e^{-\lambda_1 t} - 3 \cdot e^{-2\lambda_1 t} + e^{-3\lambda_1 t}.$$

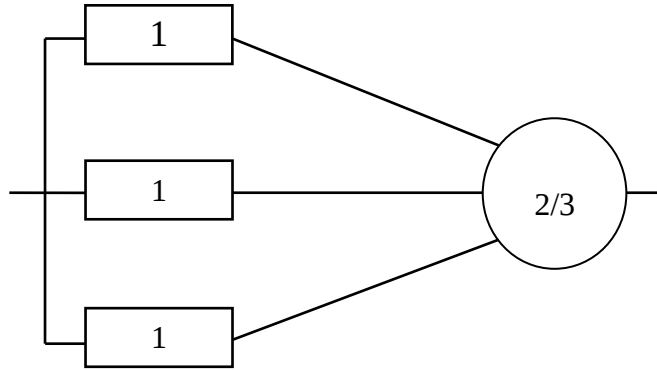
Средње време у раду:

$$t_{sr} = \int_0^{\infty} R_s(t) dt = \int_0^{\infty} (3 \cdot e^{-\lambda_1 t} - 3 \cdot e^{-2\lambda_1 t} + e^{-3\lambda_1 t}) dt = \int_0^{\infty} 3 \cdot e^{-\lambda_1 t} dt - \int_0^{\infty} 3 \cdot e^{-2\lambda_1 t} dt + \int_0^{\infty} e^{-3\lambda_1 t} dt =$$

$$= \frac{3}{\lambda_1} - \frac{3}{2 \cdot \lambda_1} + \frac{1}{3 \cdot \lambda_1} = \frac{1}{\lambda_1} \cdot \left(3 - \frac{3}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{0,9 \cdot 10^{-4}} \cdot \left(3 - \frac{3}{2} + \frac{1}{3} \right) = 20370,370 \text{ [h]}.$$

Може се приметити идентичност добијених вредности за делимичну паралелну везу 1/3 са паралелном везом приказаном на слици 3.8. Како је код 1/3 делимичне паралелне везе потребно и довољно да функционише један од три елемента како би систем функционисао, ситуација је идентична као да је у питању систем активне паралелне везе три елемента који је функционалан, такође, ако је макар један елемент функционалан.

Делимична паралелна веза елемената 2/3:



Слика 3.10 Делимична паралелна веза елемената 2/3

$$R_s(t) = \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \cdot R_i(t)^i \cdot [1 - R_i(t)]^{n-i} =$$

$$= \sum_{i=k}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot R_i(t)^i \cdot [1 - R_i(t)]^{n-i},$$

где је:

$i = 2$ - минимални број елемената система који морају бити у исправном стању,

$n = 3$ - укупан број елемената у систему,

$R_i(t)$ - поузданост компонената система за време t .

$$R_s(t) = \sum_{i=2}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot R_1(t)^i \cdot [1 - R_1(t)]^{n-i},$$

$$R_s(t) = \frac{3!}{2!(3-2)} \cdot R_1(t)^2 \cdot [1 - R_1(t)]^{3-2} + \frac{3!}{3!(3-3)} \cdot R_1(t)^3 \cdot [1 - R_1(t)]^{3-3} =$$

$$= 3 \cdot R_1(t)^2 \cdot [1 - R_1(t)] + R_1(t)^3,$$

$$R_s(1000) = 3 \cdot R_1(1000)^2 \cdot [1 - R_1(1000)] + R_1(1000)^3 =$$

$$= 3 \cdot 0,913931185^2 \cdot [1 - 0,913931185] + 0,913931185^3 =$$

$$= 0,979051646.$$

Како је:

$$R_s(t) = 3 \cdot R_1(t)^2 \cdot [1 - R_1(t)] + R_1(t)^3 = 3 \cdot R_1(t)^2 - 2 \cdot R_1(t)^3 = 3 \cdot e^{-2\lambda_1 t} - 2e^{-3\lambda_1 t},$$

Средње време рада до отказа:

$$t_{sr} = \int_0^{\infty} R_s(t) dt = \int_0^{\infty} (3 \cdot e^{-2\lambda_1 t} - 2 \cdot e^{-3\lambda_1 t}) dt = \int_0^{\infty} 3 \cdot e^{-2\lambda_1 t} dt - \int_0^{\infty} 2 \cdot e^{-3\lambda_1 t} dt =$$

$$= \frac{3}{2 \cdot \lambda_1} - \frac{2}{3 \cdot \lambda_1} = \frac{1}{\lambda_1} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3} \right) = \frac{1}{0,9 \cdot 10^{-4}} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3} \right) = 9259,259 \text{ [h]}$$

Функције поузданости система:

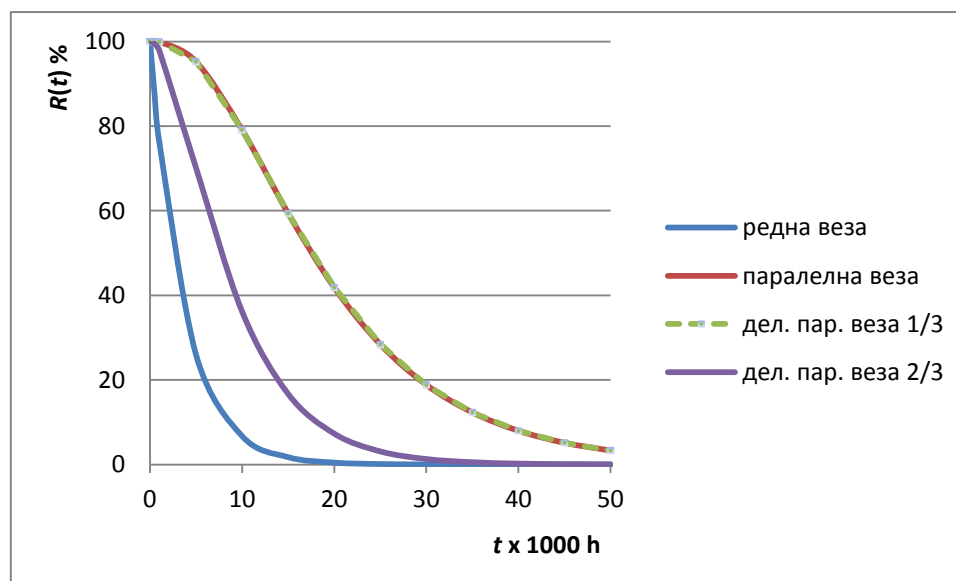
- редна веза: $R_s(t) = e^{-3\lambda t}$,

- паралелна веза: $R_s(t) = 1 - [1 - e^{-\lambda \cdot t}]^3$,
- делимична паралелна веза 1/3: $R_s(t) = 3 \cdot e^{-\lambda_1 t} - 3 \cdot e^{-2\lambda_1 t} + 3 \cdot e^{-3\lambda_1 t}$,
- делимична паралелна веза 2/3: $R_s(t) = 3 \cdot e^{-2\lambda_1 t} - 2 \cdot e^{-3\lambda_1 t}$.

У табели 3.1 дате су вредности поузданости за све системе дефинисане задатком, а слика 3.11 приказује функције поузданости ових система.

Табела 3.1

Тип везе	Редна веза	Паралелна веза	Делимична парал. 1/3	Делимична парал. 2/3
$t \cdot 10^3$ h	R(t)%	R(t)%	R(t)%	R(t)%
0	100	100	100	100
0,5	87,37159	99,99148	99,99148	99,43617
1	76,33795	99,93624	99,93624	97,90516
5	25,92403	95,24157	95,24157	70,12285
10	6,720551	79,10178	79,10178	36,14856
15	1,742237	59,35266	59,35266	16,67718
20	0,451658	41,844421	41,844421	7,293801
25	0,117088	28,40416	28,40416	3,098523
30	0,030354	18,83703	18,83703	1,294266
35	0,007869	12,31262	12,31262	0,535154
40	0,00204	7,975181	7,975181	0,219896
45	0,000529	5,136179	5,136179	0,090004
50	0,000137	3,295813	3,295813	0,036749



Слика 3.11 Функција поузданости система

Са дијаграма, може се закључити да паралелна и делимично паралелна веза 1/3 имају идентичне вредности поузданости, док је редна веза најнепоузданија јер у случају

отказа једног елемента отказује цео систем. Уколико упоредимо делимично паралелне везе $1/3$ и $2/3$ може се закључити да већу поузданост има веза код које је довољно да функционише само један елемент.

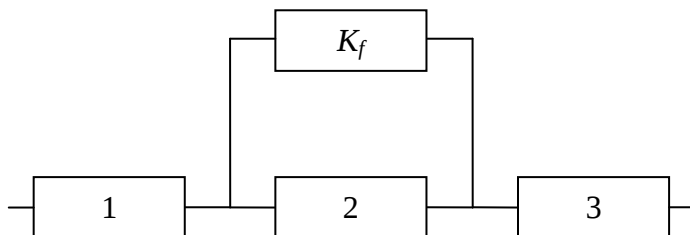
4. Специфичне везе елемената у систему

Постоје системи, који по свом карактеру имају извесна обележја редних или паралелних веза или и једних и других заједно. То значи да код система са редном везом, за који се зна да при отказу једног елемента система, цео систем отказује, у случају квази-редне везе отказ једног (или више елемената) не проузрокује отказ система, него наставља рад са погоршаним карактеристикама. Блок дијаграм поузданости система са квазиредном везом приказан је на слици 4.1, а функција поузданости је:

$$R_s = R_1 [1 - (1 - R_2)(1 - k_f)] R_3, \quad (4.1)$$

где k_f представља (условно) фиктивни елемент пробабилистичког својства система са становишта погоршања услова рада.

Отказ елемента 2 на слици 4.1, значи да систем неће отказати већ ће функционисати са погоршаним излазним карактеристикама.



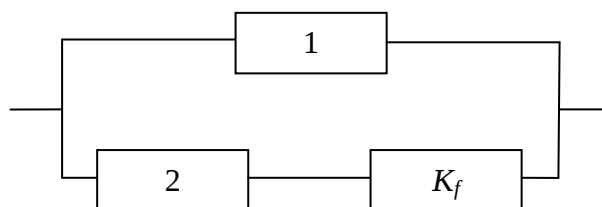
Слика 4.1 Блок-дијаграм поузданости система са квазиредном везом елемената

Квази-паралелна веза система, чији је блок-дијаграм приказан на слици 4.2, представља везу основне гране (1) чије перформансе одговарају перформансама система и паралелне гране (2) чије перформансе представљају деградацију у односу на основну грану:

$$k_f = \frac{\text{performanse}(2)}{\text{performanse}(1)} < 1. \quad (4.2)$$

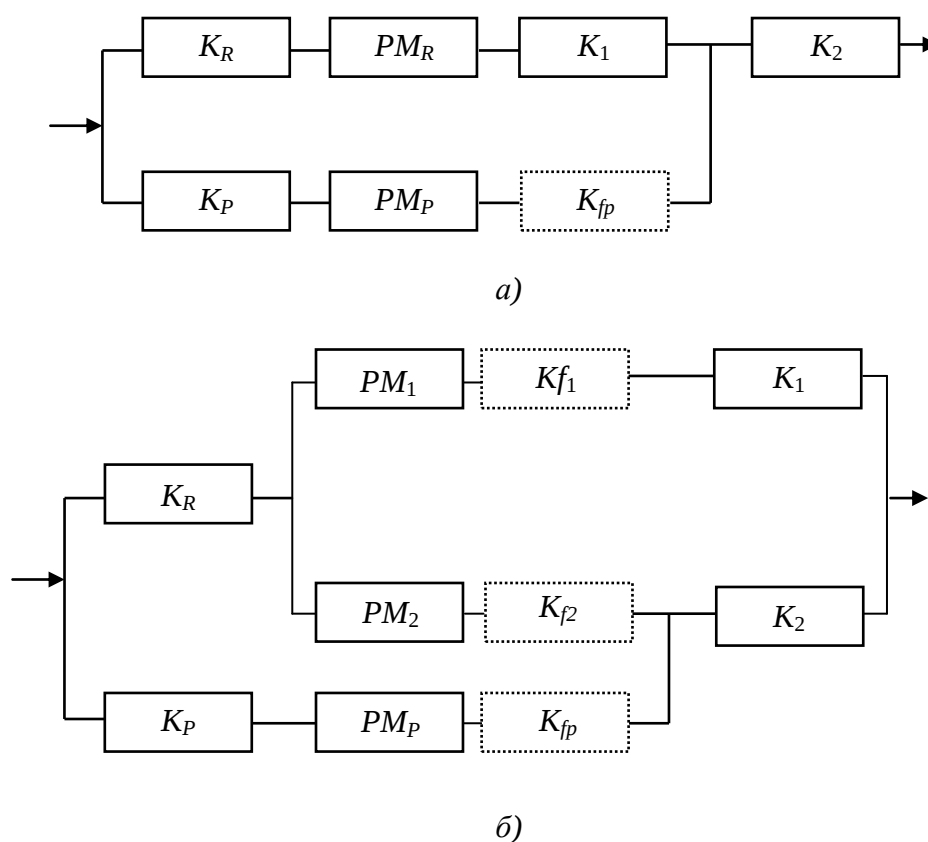
То значи да при отказу основне гране 1 систем са паралелном граном 2 неће остварити исте перформансе система, па ће и поузданост гране 2 бити умањена за фактор k_f који у овом случају представља фиктивни елемент пробабилистичког својства [2]. Према томе, функција поузданости система је:

$$R_s = 1 - (1 - R_1)(1 - k_f \cdot R_2). \quad (4.3)$$



Слика 4.2 Блок-дијаграм поузданости система са квазипаралелом везом елемената

Квазипаралелне везе могу најлакше да се објасне на примеру приказаном на слици 4.3 који се односи на кочни систем моторних возила.



Слика 4.3

На слици а) посматрани су односи радне и помоћне кочнице, које имају заједнички извршни орган – кочнице задњих точкова (K_2), али посебне команде (K_R и K_P) и посебне преносне механизме (PM_R и PM_P). Пошто се у грани помоћне кочнице не остварују перформансе прописане за радну кочницу (што дозвољавају одговарајући прописи), ова грана не може да се третира као „права“ резерва радне кочнице. Чињеница је, међутим, да овако решена помоћна кочница повећава укупну поузданост система, посебно са становишта ефикасности, односно безбедности у саобраћају. Због тога је оправдано да се

овакве квазипаралелне везе укључе у функцију поузданости система, с тим што на одређен начин треба да се уважавају погоршане перформансе у случају рада квазипаралелних резерви.

Овај проблем може да се реши на више начина, а један од најприкладнијих је да се усвоји да у квазипаралелној грани постоји још један фиктивни елемент, чија је поузданост једнака релативном нивоу погоршања перформанси система, у случају када ова грана не ради. Ово је и приказано на шеми 4.3а елементом означеним са K_{fp} . Тада се поузданост система може написати у облику:

$$R_s = R_{K2} [1 - (1 - R_{KR} R_{PMR} R_{K1}) (1 - R_{KP} R_{PMP} K_{fp})]. \quad (4.4)$$

Величина K_{fp} представља уствари меру или коефицијент опадања излазних карактеристика система у случају када, за овај пример, ради само помоћна кочница. Овај коефицијент може да се дефинише на различите начине, а за посматрани случај система за кочење најприкладније је да се изрази непосредно као однос прописаних излазних карактеристика у појединим гранама система, односно при кочењу помоћном и радном кочницом у виду:

$$K_{fp} = \frac{S_R}{S_p} = \frac{\text{пут кочења при дејству радне кочнице}}{\text{пут кочења при дејству помоћне кочнице}}.$$

Очигледно је да увек мора да важи однос $0 \leq K_{fp} \leq 1$, јер само у том случају овако дефинисани коефицијент опадања излазних карактеристика може условно да репрезентује фиктивни елемент система.

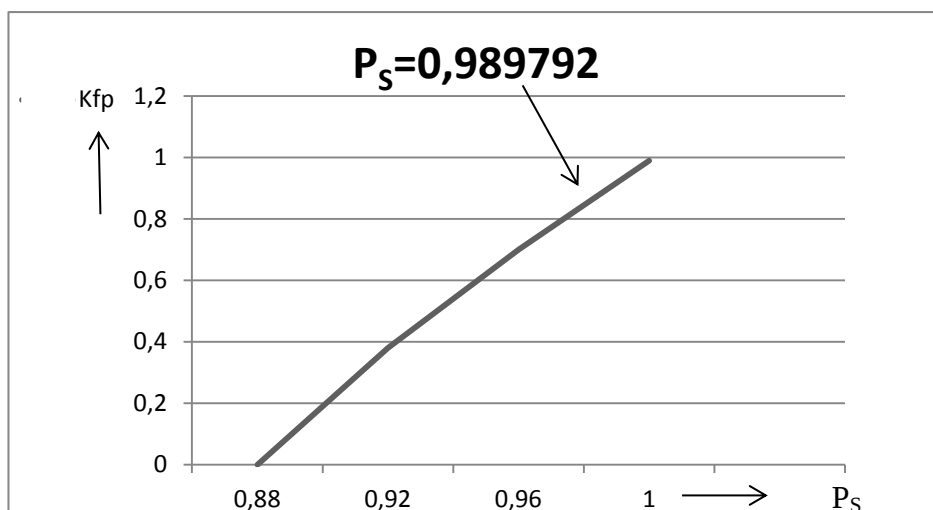
Корисно је да се овај пример прикаже и у бројним вредностима. У том смислу ако се претпоставе следеће поузданости појединих елемената система на слици 4.3 а).

$$R_{K1} = R_{K2} = 0,99; R_{KR} = R_{KP} = 0,999; R_{PMR} = 0,9; R_{PMP} = 0,999 \text{ и } K_{fp} = 0,55$$

(што одговара приближно прописима који се односе на путничка возила). Тада је поузданост система за кочење:

$$R_s = 0,99 [1 - (1 - 0,999 \cdot 0,9 \cdot 0,99) (1 - 0,999 \cdot 0,999 \cdot 0,55)] = 0,9409247.$$

Да би се боље сагледао ефекат оваквог третирања квазипаралелних веза, на слици 4.4, приказана је зависност поузданости приказаног система (са наведеним вредностима поузданости појединих елемената) од коефицијента K_{fp} .



Слика 4.4

Као што се види, ако би се квазипаралелна веза у потпуности занемарила, односно ако би се систем свео само на грану радне кочнице ($K_{fp}=0$), поузданост система би била 0,8812079, док би у случају посматрања помоћне кочнице, као праве резерве, односно као праве паралелне везе ($K_{fp}=1$) систем би имао поузданост 0,989782. Разлике су очигледне и веома изражене.

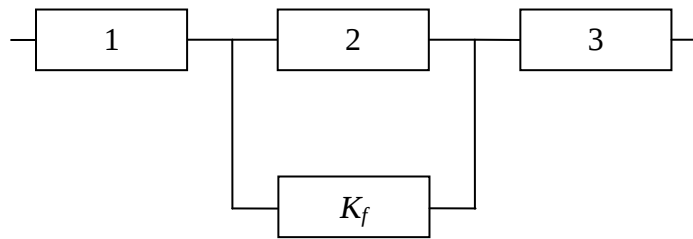
На овим основама може се одредити поузданост система и за друге сличне структуре система. За пример на слици 4.3 б), који за разлику од претходног има и независне гране радне кочнице, за предње (PM_1) и задње (PM_2) тачкове, поузданост система, има облик:

$$R_s = R_{KR} R_{PM1} R_{K1} K_{f1} + R_{KR} R_{PM2} R_{K2} K_{f2} + R_{KP} R_{PMP} R_{K2} K_{fp} - \\ - R_{KR} R_{PM1} R_{K1} K_{f1} R_{PM2} R_{K2} K_{f2} - R_{KR} R_{PM1} R_{K2} K_{f1} R_{KP} R_{PMP} R_{K2} K_{fp} - \\ - R_{KR} R_{PM2} R_{K2} K_{f2} R_{KP} R_{PMP} K_{fp} + R_{KR} R_{PM1} R_{K1} K_{f1} R_{PM2} R_{K2} K_{f2} R_{KP} R_{PMP} K_{fp}. \quad (4.5)$$

Поред респектовања опадања перформанси у случају кочења возила помоћном кочницом, у овом случају је узет у обзир и пад перформанси система како се кочење радном кочницом остварује само преко једне гране, дакле само преко предњих или само задњих тачова. Коефицијенти K_{f1} и K_{f2} имају у суштини исто значење као и коефицијент K_{fp} , само њихово бројно изражавање треба да се заснива на стварном опадању перформанси система за кочење у случају да је једна од грана радне кочнице неисправна.

По аналогiji са претходним разматрањима, под квазиредним везама се подразумевају такви начини везивања елемената који и поред непосредног везивања једног елемента за други, ипак омогућавају одређен степен функционисања система и у случају да један или више овако, квазиредних елемената откаже.

Један овакав пример показан је на слици 4.5, који се такође односи на део система за кочење возила. Елемент 2 представља појачало у преносном механизму, које има задатак да смањи силу на команди, како би се задовољили одговарајући прописи. Ако је елемент 2 у отказу, систем не задовољава постављене прописе, па је и он, дакле, у отказу. За разлику од праве редне везе, овај систем је тако решен да се и поред неисправности елемента 2 омогућава кочење возила, односно функционисање система, али са погрешним излазним карактеристикама.



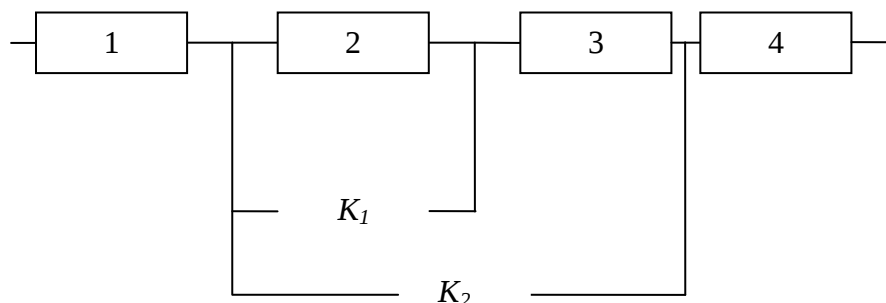
Слика 4.5

И овај проблем се може решити усвајањем претпоставке, да елемент 2 има паралелно везан један фиктивни елемент, поузданости K_f , како је на слици 4.5 показано. Тада је поузданост система са оваквом квазиредном везом:

$$R_s = R_1 [1 - (1 - R_2)(1 - k_f)] R_3. \quad (4.6)$$

Коефицијент K_f има исто значење као код квазипаралелних веза.

Други карактеристични пример квазиредних веза приказан је на слици 4.6. Овај пример се односи на систем са четири елемента који заједнички извршавају неку одређену функцију. На пример, четири завртња која везују точак, добош за вратило и слично. Стање у раду система је очигледно условљено исправним функционисањем сва четири елемента (системи у машинству се по правилу, тако димензионишу). Логично је, да систем неће одмах престати да функционише уколико један од ових елемената откаже. Ово се чак може односити и на два од посматрана четири елемента. Оно што је сигурно, сваки отказ елемената из овакве квазиредне везе непосредно утиче на остале елементе, отежавајући услове њиховог рада, тј. повећавајући њихова радна оптерећења, чиме се директно утиче на смањивање њихове поузданости.



Слика 4.6

Претпостављајући да систем може да функционише само са два елемента, његова функција поузданости може да се напише у облику:

$$R_s = R_1 [1 - \{1 - R_3 [1 - (1 - R_2)(1 - K_1)]\} \{1 - K_2\}] \cdot R_4 \quad (4.7)$$

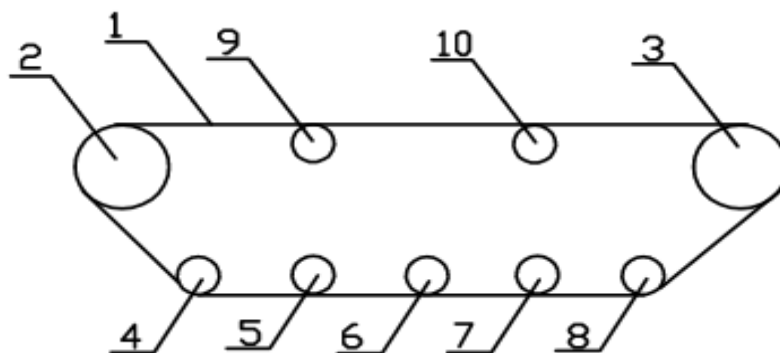
Коефицијенти K_1 и K_2 , који су шематски приказани на слици 4.6 као фиктивни елементи у замишљеним паралелним гранама, представљају у овом случају меру погоршања услова рада преосталих елемената система, односно меру повећања радних оптерећења или опадања поузданости.

Ефективност структура система у машинству условљена је поред елемената међусобном условљеношћу делова, времена рада дела у времену рада система, подручја дозвољених одступања, функције циља и квалитета израде и монтаже делова система, у највећој мери начином структурирања делова система, што значи да у процесу пројектовања овом питању треба посветити посебну пажњу [3].

Пример 4.1 Гусенични кретач, може са становишта поузданости да функционише са квазипаралелном везом елемената 5 и 6, 7 и 8 и 9 и 10. Погоршање услова рада је одређено коефицијентом $K_u = 0,8$ и то за сваки паралелно везани елемент. Познати су следећи подаци за време рада за $t = 150$ часова:

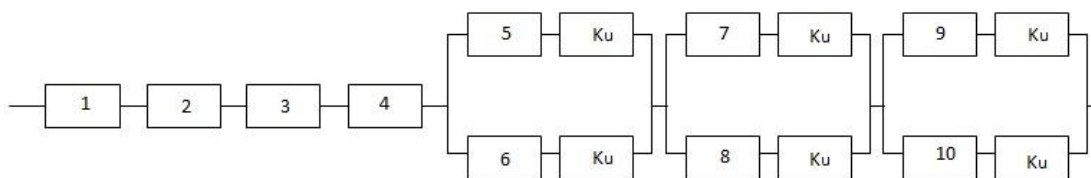
- поузданост гусенице $R_1 = 0,8$,
- поузданост погонског точка $R_2 = 0,9$,
- поузданост водећег точка $R_3 = 0,95$,
- поузданост ослоних точкова $R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = 0,96$,

- поузданост придржавајућих точкова $R_9 = R_{10} = 0,97$.



Слика 4.7 Гусенични кретаљ

Блок дијаграм поузданости квази комплексне везе је приказана на слици 4.8:



Слика 4.8 Блок дијаграм квази комплексне везе

Поузданост гусеничног кретаља за време $t = 150$ може да се дефинише као:

$$R_S(150) = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot [1 - (1 - R_5 \cdot K_u) \cdot (1 - R_6 \cdot K_u)] \cdot [1 - (1 - R_7 \cdot K_u) \cdot (1 - R_8 \cdot K_u)] \cdot [1 - (1 - R_9 \cdot K_u) \cdot (1 - R_{10} \cdot K_u)] =$$

$$= 0,8 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \cdot 0,96 \cdot [1 - (0,96 \cdot 0,8)^2]^2 \cdot [1 - (1 - 0,97 \cdot 0,8)^2] = 0,590.$$

$$R_S(400) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)t} \left[1 - (1 - e^{-\lambda_5 t} \cdot K_u)^2 \right] \cdot \left[1 - (1 - e^{-\lambda_9 t} \cdot K_u)^2 \right] =$$

$$= e^{\frac{\ln(0,8 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \cdot 0,96)}{150} \cdot 400} \cdot \left[1 - \left(1 - e^{\frac{\ln 0,96}{150} \cdot 400} \cdot 0,8 \right)^2 \right]^2 \cdot \left[1 - \left(1 - e^{\frac{\ln 0,97}{150} \cdot 400} \cdot 0,8 \right)^2 \right] = 0,257.$$

$$\Delta R_S = R_S(150) - R_S(400) = 0,558 - 0,257 = 0,301$$

јер је:

$$R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)t},$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = -\frac{\ln(R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4)}{150},$$

$$R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = e^{-\lambda_5 t},$$

$$\lambda_5 = \lambda_6 = \lambda_7 = \lambda_8 = -\frac{\ln R_5}{t},$$

$$R_9 = R_{10} = e^{-\lambda_9 t},$$

$$\lambda_9 = \lambda_{10} = -\frac{\ln R_9}{150}.$$

Пример 4.2 Систем за кочење моторног возила састоји се од радне и помоћне кочнице. Кочење се може вршити или радном или помоћном кочницом. За исправно функционисање радне кочнице потребно је да буде исправан: командни механизам предње и задње кочнице (KR) и преносни механизам предње и задње кочнице (PMR) и кочнице предњих точкова (K_1) и кочнице задњих точкова (K_2). За исправно функционисање помоћне кочнице потребно је да буде исправан командни механизам (KP) и преносни механизам (PMP) и кочнице задњих точкова (K_2). Ако су поузданости елемената кочног система $R_{KR}=R_{KP}=0,999$; $R_{PMR}=0,9$; $R_{K1}=R_{K2}=0,99$; $R_{PMP}=0,999$ и коефицијент погоршања услова рада $K_{fp}=S_p/S_z=0,55$ (S_p - пут кочења предњом и S_z – пут кочења задњом кочницом).

Одредити блок дијаграм и функцију поузданости кочног система и радне кочнице.

Решење:

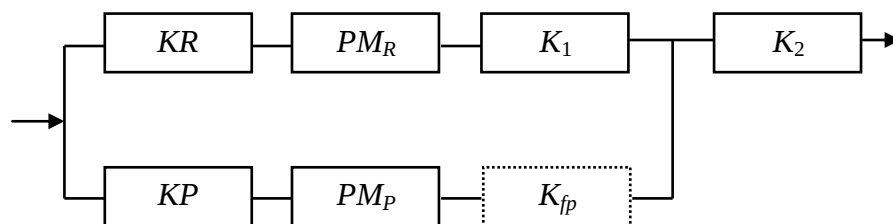
На слици 4.9 приказан је блок дијаграм поузданости система за кочење.

Функција поузданости $R_s(t)$ се одређује из услова реализације исправног рада кочног система, односно догађаја D_s :

$$D_s = D_1 \cup D_2;$$

$$D_1 = D_{KR} \cap D_{PMR} \cap D_{K1} \cap D_{K2};$$

$$D_2 = D_{KP} \cap D_{PMP} \cap D_{K2}.$$



Слика 4.9

Према закону сложене вероватноће и идемпотенције, добија се:

$$P(D_s) = P(D_1) + P(D_2) - P(D_1)P(D_2).$$

Упретходним изразима је:

D_s , $P(D_s)$, D_1 , $P(D_1)$, D_2 , $P(D_2)$ – догађај односно вероватноћа реализације догађаја исправног функционисања кочног система, гране радне кочнице и помоћне гране кочнице.

Како је за било који тренутак времена t : $P(D_i) = R_i(t) = R_i$, $P(D_S) = R_S(t) = R_S$ заменом претходних величина добија се:

$$R_S = 1 - \{1 - R_{KR} [1 - (1 - R_{PM1} R_{K1}) (1 - R_{PM2} R_{K2})] + (1 - R_{PMP} R_{KP} R_{K2} K_{fp}) - (1 - R_{K2}) (1 - R_{PM1} R_{K1}) \cdot R_{KR} R_{PM2} R_{K2} R_{KP} R_{PMP} K_{fp}\}.$$

За постављене услове рада кочног система, за функцију поузданости система добија се:

$$R_S = R_{K2} [1 - (1 - R_{KR} R_{PMP}) (1 - R_{KP} R_{PMP} K_{fp})] = 0,99 \cdot [1 - (1 - 0,999 \cdot 0,99) (1 - 0,999 \cdot 0,999 \cdot 0,55)] = 0,98980.$$

Блок дијаграм поузданости система радне кочнице представља редну везу елемената KR , PM_R , K_1 , и K_2 , слика 4.9, а функција поузданости гласи:

$$R_{RK} = R_{KP} R_{PMP} R_{K2} = 0,999 \cdot 0,999 \cdot 0,99 \cdot 0,55 = 0,8982.$$

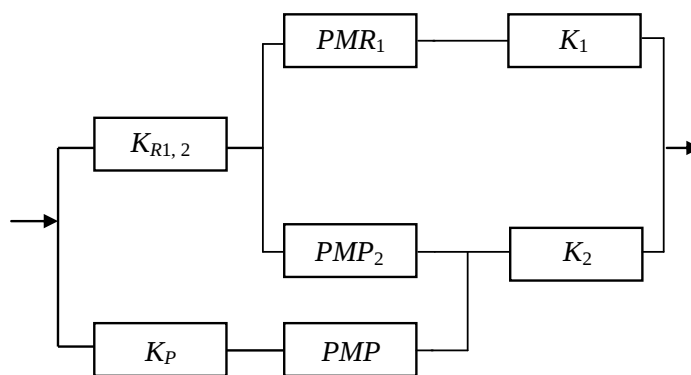
Пример 4.3 Систем за кочење моторног возила се састоји од радне и помоћне кочнице. Кочење се може вршити или радном или помоћном кочницом. За исправно функционисање радне кочнице потребно је да буде исправан: командни механизам предње и задње кочнице (KR 1, 2) и преносни механизам предње кочнице (PMR 1) и кочнице предњих точова (K_1) или преносни механизам задње кочнице (PMR 2) и кочнице задњих точова (K_2). За исправно функционисање помоћне кочнице потребно је да буде исправан командни механизам (KP) и преносни механизам (PMP) и кочнице задњих точова (K_2). Вредности функција поузданости елемената кочионог система су: $R_{KR} = R_{KP} = 0,999$; $R_{PMR} = R_{PMR1} = R_{PMR2} = 0,9$; $R_{K1} = R_{K2} = 0,99$; $R_{PMP} = 0,999$, и коефицијент погоршања услова рада $K_{fp} = S_p / S_z = 0,55$ (S_p - пут кочења предњом и S_z – пут кочења задњом кочницом).

Одредити блок дијаграм и функцију поузданости кочног система када се кочење остварује:

- предњом, задњом и помоћном кочницом;
- предњом и задњом кочницом;
- предњом и помоћном кочницом;
- задњом и помоћном кочницом и
- помоћном кочницом.

Решење:

Према условима рада кочног система на слици 4.10 приказан је блок дијаграм поузданости.



Слика 4.10

Функција поузданости $R_s(t)$ се одређује из услова реализације исправног рада кочног система, односно догађаја D_s :

$$D_s = D_1 \cup D_2 \cup D_3;$$

$$D_1 = D_{KR12} \cap D_{PMR1} \cap D_{K1};$$

$$D_2 = D_{KR12} \cap D_{PMR2} \cap D_{K2};$$

$$D_3 = D_{KP} \cap D_{PMP} \cap D_{K2}.$$

Вероватноћа реализације догађаја D_s јесте:

$$P(D_s) = P(D_1) + P(D_2) + P(D_3) - P(D_1)P(D_2) - P(D_1)P(D_3) - P(D_2)P(D_3) + P(D_1)P(D_2)P(D_3).$$

У претходним изразима су D_s , $P(D_s)$, D_1 , $P(D_1)$, D_2 , $P(D_2)$, D_3 , $P(D_3)$ догађаји, односно вероватноће реализације повољног догађаја исправног функционисања кочног система, предње гране радне кочнице, задње гране радне кочнице, помоћне гране кочнице.

Како је за било који тренутак времена $P(D_i) = R_i(t) = R_i$, $P(D_s) = R_s(t) = R_s$ функција поузданости јесте:

$$R_s = 1 - \{1 - R_{KR} [1 - (1 - R_{PM1} R_{K1}) (1 - R_{PM2} R_{K2})] \} (1 - R_{PMP} R_{KP} R_{K2} K_{fp}) - \\ - (1 - R_{K2}) (1 - R_{PM1} R_{K1}) R_{KR} R_{PM2} R_{K2} R_{KP} R_{PMP} K_{fp}.$$

За постављене услове рада кочног система функције поузданости система су:

$$а) R_s = 1 - \{1 - 0,999 [1 - (1 - 0,9 \cdot 0,99) (1 - 0,9 \cdot 0,99)] \} (1 - 0,999 \cdot 0,999 \cdot 0,99 \cdot 0,55) - \\ - (1 - 0,99) (1 - 0,9 \cdot 0,99) 0,99 \cdot 0,9 \cdot 0,99 \cdot 0,999 \cdot 0,999 \cdot 0,55 = 0,978887.$$

$$б) R_s = R_{KR} - [1 - (1 - R_{PM1} R_{K1}) (1 - R_{PM2} R_{K2})] = 0,999 [1 - (1 - 0,9 \cdot 0,999 \cdot 0,999)] = \\ = 0,9871308.$$

$$в) R_s = 1 - (1 - R_{KR} R_{PM1} R_{K1}) (1 - R_{KP} R_{PMP} R_{K2} K_{fp}) = \\ = 1 - (1 - 0,999 \cdot 0,9 \cdot 0,99) (1 - 0,999 \cdot 0,999 \cdot 0,99 \cdot 0,55) = 0,94825.$$

$$д) R_s = R_{K2} [1 - (1 - R_{KR} R_{PM2}) (1 - R_{KP} R_{PMP} K_{fp})] = \\ = 0,99 [1 - (1 - 0,999 \cdot 0,9) (1 - 0,999 \cdot 0,999 \cdot 0,55)] = 0,98980.$$

$$е) R_s = R_{KP} R_{PMP} R_{K2} K_{fp} = 0,999 \cdot 0,999 \cdot 0,99 \cdot 0,55 = 0,54341.$$

Напомена: У случају да једна од грана радне кочнице не остварује потребне перформансе, изведени израз за одређивање функције поузданости кочног система са независним грананама предње, задње и помоћне кочнице гласи:

$$R_s = 1 - \{1 - R_{KR} [1 - (1 - R_{PM1} R_{K1} K_{f1}) (1 - R_{PM2} R_{K2} K_{f2})] \} (1 - R_{PMP} R_{KP} R_{K2} K_{fp}) - \\ - (1 - R_{K2}) (1 - R_{PM1} R_{K1} K_{f1}) R_{KR} R_{PM2} R_{K2} R_{KP} R_{PMP} K_{f2} K_{fp}.$$

Где коефицијенти K_{f1} и K_{f2} имају у суштини исто значење као и K_{fp} само се бројно одређују на бази стварног опадања перформанси система.

Пример 4.4 Генератор електричне енергије напаја једно значајно постројење које треба да се одржава у погону са што већом сигурношћу. Због тога су за погон генератора (G) обезбеђена два мотора СУС (M_1 и M_2) везана паралелно. Напојни систем оба мотора је, такође решен са резервом. Из заједничког резервоара (R) гориво се доводи до мотора ($M1$) и ($M2$) пумпом (MP) која добија погон од самих мотора (механички). Ако ова пумпа откаже, обезбеђене су две електричне пумпе (EP_1 и EP_2), које се напајају из акумулаторске

батерије (A), а чији капацитет заједно одговара пумпи (MP), односно потребама мотора (M_1) или (M_2).

Дати блок шему и одредити укупну поузданост система ако је:

$$R_G = 0,999;$$

$$R_{M_1} = R_{M_2} = 0,98;$$

$$R_{MP} = 0,96;$$

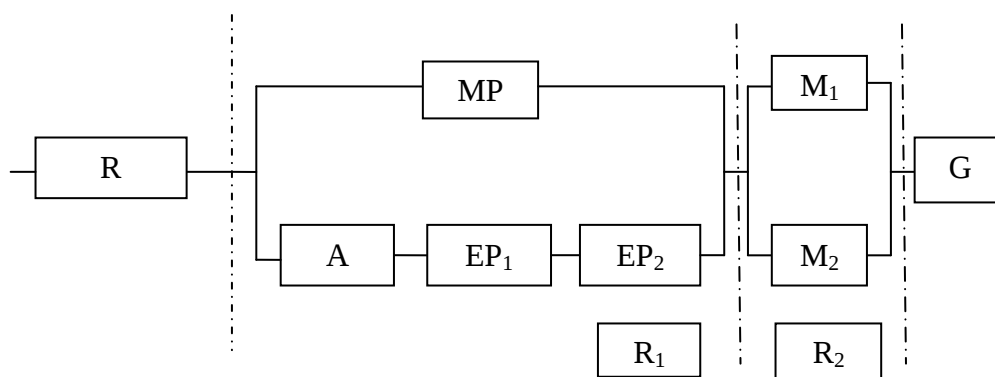
$$R_{EP_1} = R_{EP_2} = 0,99;$$

$$R_A = 0,99;$$

$$R_R = 0,999.$$

Решење:

На основу шеме приказане на слици 4.11:



Слика 4.11

$$R_S = R_R R_1 R_2 R_G$$

$$R_R = 0,999$$

$$R_G = 0,999$$

$$\begin{aligned} R_1 &= 1 - (1 - R_{MP}) \cdot (1 - R_A \cdot R_{EP_1} \cdot R_{EP_2}) = \\ &= 1 - (1 - 0,96) \cdot (1 - 0,99 \cdot 0,99 \cdot 0,99) = \\ &= 1 - 0,04 \cdot (1 - 0,99^3) = \\ &= 1 - 0,04 \cdot 0,0297 = \\ &= 0,9988 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_2 &= 1 - (1 - R_{M_1}) \cdot (1 - R_{M_2}) = \\ &= 1 - (1 - 0,98)^2 = \\ &= 0,9996 \end{aligned}$$

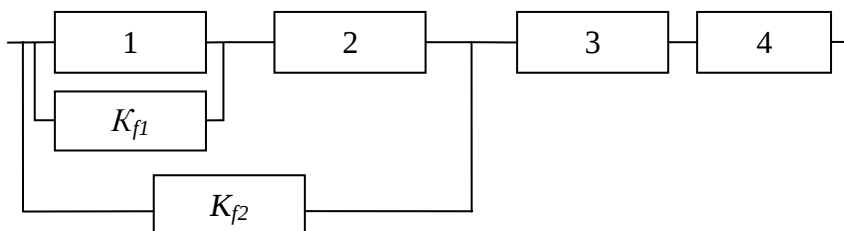
$$R_S = 0,9964$$

Пример 4.5 Веза полутки спојнице са ободом је остварена са 4 завртња. Поузданост сваког завртња је $R_i = 0,99$. Отказом једног завртња, систем функционише, али са погоршаним карактеристикама, које треба обухватити фиктивним елементом $K_{f1} = 0,9$.

Отказом још једног завртња, систем неће отказати већ ће функционисати са погоршаним карактеристикама, које треба обухватити фиктивним елементом $K_{f2} = 0,5$. Нацртати шему поузданости завртањске везе и одредити поузданост система.

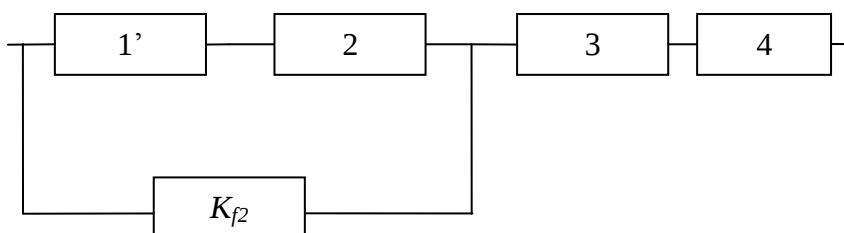
Решење:

Блок дијаграм поузданости система дат је на слици 4.12.



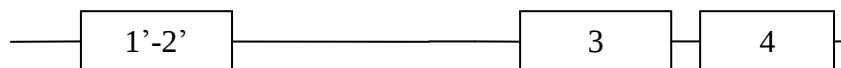
Слика 4.12 Блок дијаграм система

$$R_{1'} = 1 - (1 - R_1) \cdot (1 - K_{f1}) = 1 - (1 - K_{f1} - R_1 + R_1 \cdot K_{f1}) = K_{f1} + R_1 - R_1 \cdot K_{f1} = 0,9 + 0,99 - 0,99 \cdot 0,9 = 0,999$$



Слика 4.13 Блок дијаграм система

$$R_{1'-2'} = 1 - (1 - R_{1'} \cdot R_1) \cdot (1 - K_{f2}) = 1 - (1 - K_{f1} \cdot R_1 - R_1^2 + R_1^2 \cdot K_{f1}) \cdot (1 - K_{f2}) = 1 - (1 - 0,9 \cdot 0,99 - 0,99^2 + 0,99^2 \cdot 0,9) \cdot (1 - 0,5) = 0,994505$$



Слика 4.14 Блок дијаграм система

Поузданост система је:

$$R_S = R_{1'-2'} \cdot R_3 \cdot R_4 = [1 - (1 - K_{f1} \cdot R_1 - R_1^2 + R_1^2 \cdot K_{f1}) \cdot (1 - K_{f2})] \cdot R_3 \cdot R_4 = [1 - (1 - 0,9 \cdot 0,99 - 0,99^2 + 0,99^2 \cdot 0,9) \cdot (1 - 0,5)] \cdot 0,99 \cdot 0,99 = 0,97471$$

5. Закључак

Сваки сложени систем чини већи или мањи број саставних елемената. Што је систем сложенији то су и потребе за његово исправно функционисање разноврсније, дијапазон експлоатације је већи, а режим рада сложенији. Поузданост таквог система се одређује тако што се анализира сваки елемент понаособ. Такође, посебно се анализирају и начини повезивања тих елемената система са становишта обликовања структуре блок дијаграма.

Поузданост система је условљена:

- квалитетом обраде и монтаже,
- међусобном условљеношћу делова система,
- погодношћу и поступцима одржавања система,
- начином структурирања елемената у систему и степеном сложености структуре система,
- интензитетом отказа елемената и система у времену.

На основу свега изнетог може се закључити да се највећа поузданост може остварити коришћењем паралелне везе елемената, јер у случају отказа једног, па и више елемената, систем може неометано да настави са радом. Управо из тог разлога, паралелна веза се користи за градњу система врло високе поузданости. Ова веза примену најчешће налази у електронским системима. У авионској индустрији користе се и петоструке паралелне везе. Треба напоменути да се ова веза ретко користи у машинским системима због високих инвестиционих улагања и малог степена искоришћења. Применом ове везе, осим повећања поузданости повећава се и безбедност и сигурост самих корисника система. У индустријским постројењима може се често срести делимично паралелна веза, која се на пример користи за напајање фабричког погона електричном енергијом.

Повећање поузданости система у случајевима разматраних веза може се остварити повећањем броја елемената као и повећањем вероватноће исправног рада самих елемената у вези. Међутим, у случају паралелне везе после укључења четвртог елемента, раст вероватноће исправног рада система је релативно мали, па је економски неисплативо даље повећавати број елемената у вези.

Да би се постигла висока поузданост морају се предузети адекватне мере још од коцепта конструкције, јер последице непоузданости могу бити опасне по живот и здравље људи. Поузданост зависи и од правилног избора материјала од којег су елементи израђени, начина експлоатације и одржавања. Неправилно одржавање може значајно скратити животни век производа.

Специјали поступци за повећање поузданости су:

- метода заштите (уграђују се додатни елементи који нису походни, али који својим деловањем спречавају настајање већих штета),
- метода сниженог оптерећења елемената,

- метода редунације (уводи се већи број елемената, како би ти елементи у случају отказа преузели функцију компоненте у отказу).

Такође, може се закључити да би оптималан ниво поузданости био ниво при коме су набавна цена, трошкови коришћења и одржавања производа минимални.

6. Литература

- [1] Вујановић Н.: Теорија поузданости техничких система, Војноиздавачки новински центар, Београд, 1990.
- [2] Бекер И., Ивановић Г., Станивуковић Д.: Поузданост техничких система, Факултет техничких наука, Нови Сад, 2010.
- [3] Зеленовић Д., Тодоровић Ј.: Ефективност система у машинству, Научна књига, Београд, 1990.
- [4] Милчић Д.: Поузданост машинских система, Збирка решених задатака, Машински факултет, Ниш, 2008.
- [5] <http://nobel.etf.bg.ac.rs/studiranje/kursevi/of4ps/materijali/pouzdanost.pdf> , jun 2014.
- [6] <http://bs.scribd.com/doc/13402355/Zbirka-Zadataka-Iz-Pouzdanosti>, јун 2014.
- [7] Јовичић С.: Основи поузданости машинских конструкција, Београд, 1990.
- [8] Ивановић Г., Станивуковић Д.: Поузданост техничких система – збирка решених задатака, Београд, 1987.