

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Производно машинство

Предмет: Основи трибологије

Број индекса: 115/2009

Александар В. Томић

Статички коефицијент трења
завршни рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. **др. Слободан Митровић - ментор**

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

Овим завршним радом кандидат треба да одговори на питање шта је статички коефицијент трења, представи основне режиме и механизме статичког трења. Посебан део пажње треба посветити анализи теоријских и експерименталних радова, који се тичу статичког трења, у којима су испитивани утицаји различитих параметара на вредност статичког коефицијента трења. У оквиру рада такође представити и уређаје који се користе у циљу одређивања статичког коефицијента трења.

Препоручена литература:

- [1] Branko Ivković, Aleksandar Rac: *Tribologija*, Jugoslovensko društvo za tribologiju, Kragujevac, 1995.
- [2] B. Bhushan: *Modern Tribology Handbook*, Volume One, CRC Press, Principles of Tribology, 2001.
- [3] E.L. Deladi: *Static Friction in Rubber-Metal Contacts with Application to Rubber Pad Forming Processes*, PhD thesis, University of Twente, 2006.

ментор:

др. Слободан Митровић, ванр. проф.

Резиме рада:

Циљ овог завршног рада је дефинисање статичког трења, основних режима и механизма одговорних за његову појаву, као и испитивање утицај параметара на вредност статичког коефицијента трења. Прегледом теоретских и експерименталних научних радова, из литературе, представљени су сви параметри који битно утичу на статички коефицијент трења. Такође, описани су и уређаји који се користе у циљу одређивања статичког коефицијента трења.

Кључне речи:

Трење, коефицијент трења и статички коефицијент трења.

Summary of work:

The goal of this paper is to define static friction and basic regimes and mechanisms that stand behind its occurrence, as well as to examine the influence of the parameters on the static friction coefficient value. Through the overview of the theoretical and experimental works, found in the literature, all the parameters that significantly influence static friction coefficient are presented. Furthermore, the devices used for the purpose of determining static friction coefficient are presented and described.

Keywords:

Friction, friction coefficient and static friction coefficient.

Садржај:

1. Увод.....	1
2. Трибологија и трибомеханички системи.....	2
3. Трење и коефицијент трења.....	5
4. Одређивање трења и коефицијента трења.....	10
5. Статичко трење.....	13
5.1. Прекидна сила и режим статичког трења.....	13
5.2. Статички модели трења.....	16
6. Механизми трења – теорије трења.....	19
6.1. Адхезивна теорија трења.....	20
6.2. Модификована адхезивна теорија трења.....	21
6.3. Молекуларна теорија трења.....	22
6.4. Молекуларно – механичка теорија трења.....	23
6.5. Енергетска теорија трења.....	23
7. Механизми трења – динамичко трење.....	25
8. Механизми статичког трења.....	26
8.1. Механизми статичког трења – контакт метал-метал.....	26
8.2. Механизми статичког трења – трење гуме.....	29
9. Утицај разних параметара на режим статичког трења.....	30
9.1. Метал – метал контакт.....	31
9.1.1. Притисак.....	31
9.1.2. Храпавост.....	32
9.1.3. Микро – померање.....	34
9.1.4. Време трајања застоја.....	34
9.1.5. Температура.....	36
9.2. Контакт гума – крути материјал.....	36
9.2.1. Притисак.....	37
9.2.2. Микро – померање.....	37
9.2.3. Храпавост.....	38
10. Опрема за одређивање статичког коефицијента трења.....	39
11. Закључак.....	44

1. Увод

Трење представља веома важан процес, јер без ефеката трења немогуће је остварити било какво кретање. Процес трења је увек праћен енергетским губицима и хабањем материјала контактних површина.

Основни параметар којим се квантифицира и мери трење је сила трења. Поред силе трења за одређивање трења користи се и коефицијент трења. Силе трења могу бити пожељне и непожељне, тако да је некад потребно смањити а некад повећати трење. Коефицијент трења материјала зависи од стања контактних површина материјала у додиру, припреме површина и од услова међусобног деловања површина, тј. од присуства мазира и нечистоћа, што може променити хемију и топографију површина и знатно утицати на трење.

Приликом покретања тела разликујемо трење мировања (статичко трење, трење покретања) и трење кретања (кинетичко, динамичко трење). За боље разумевање наведених врста трења потребно је познавати режиме и механизме одговорних за њихову појаву.

Механизми статичког трења могу укључивати елестично или пластично деформисање мекшег материјала у контакту (деформација врхова неравнина) и заваривању врхова неравнина. Потребни параметри за дефинисање режима статичког трења су сила статичког трења, коефицијент статичког трења, прелиминарно померање и микро – померање (ограничено померање).

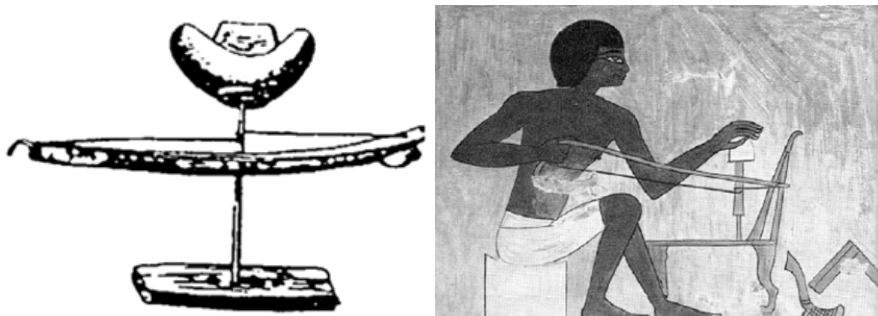
Да би се савладао статичко трење, односно покренуло тело, потребно је применити одговарајућу спољашњу силу која се најчешће назива максимална сила статичког трења (прекидна сила). Вредност ове силе зависи од временаведеног у мировању и од брзине примене спољашње силе тј. од њене деривације.

Коефицијент статичког трења није константна вредност, зависи од експерименталних услова. Због већ поменутих механизма који су укључени у статичко трење, очекује се да на коефицијент статичког трења утичу притисак, храпавост, микро - померање, време трајања застоја и температура.

2. Трибологија и трибомеханички системи

Трибологија је наука и технологија о процесима трења, хабања и подмазивања површина које се налазе у контакту. Реч трибологија потиче од грчке речи: “*tribos*” (τριβος), што значи – трење, трљање, хабање и од грчке речи “*logos*”, чије је значење наука.

Нека најважнија открића човечанства блиско су повезана с трибологијом, на пример откриће ватре (пре ~ 800.000 година). Постоје врло стари докази који сведоче о коришћењу лучних направа којима је топлина трења коришћена за паљење ватре (Слика 1 лево) [1].



Слика 1: Коришћење трења од давнина [1].

Исти механизам може се користити и за хабање подлоге па се слична направа може искористити за обраду одвајањем честица нпр. за бушење (Слика 1 десно).

Још један пример примене трибологије у историји приказује Египћане који су користили воду као мазиво за смањење трења (Слика 2) [1].



Слика 2: Транспорт кипа-колоса од стране робова помоћу водом подмазаних дрвених санки [1].

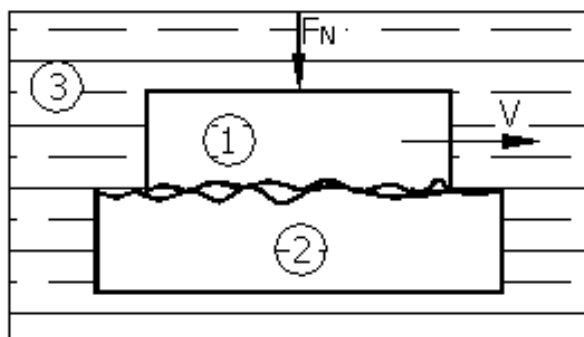
Индустријска револуција (1750 – 1850 нове ере) је позната као период упечатљивог и брзог развоја машина које се користе за производњу. Коришћење снаге паре и каснији развој железнице 1830.-их, доводи до потребе за механичким знањима и стручњацима. Почетком XX века, због великог

индустријског и привредног раста за већим знањем из трибологије, дошло је до екстремног напретка у свим областима у трибологији.

Подручја у којима трибологија даје највећи допринос су: област материјала, обраде материјала, конструисање машинских елемената и система, област подмазивања и одржавање машина. То су истовремено области у којима треба у будућности вршити триболошка истраживања. Велики губици у индустрији и транспорту услед трења, а посебно хабања материјала су основни покретачи развоја трибологије у свету.

Циљ трибологије је да умањи два главна недостатка при контакту два чврста тела: трење и хабање. Али то није увек случај јер се у појединим ситуацијама захтева смањење трења и повећање хабања, смањење хабања и повећање трења или повећање оба параметра у зависности од ситуације.

Трибомеханички систем чине најмање два елемента чије се површине налазе у међусобном контакту у процесу релативног кретања (Слика 3) [1].



Слика 3: Трибомеханички систем [1].

где је:

- (1) - први елемент система,
- (2) - други елемент система,
- (3) - средина (околина).

Врсте трибомеханичких система:

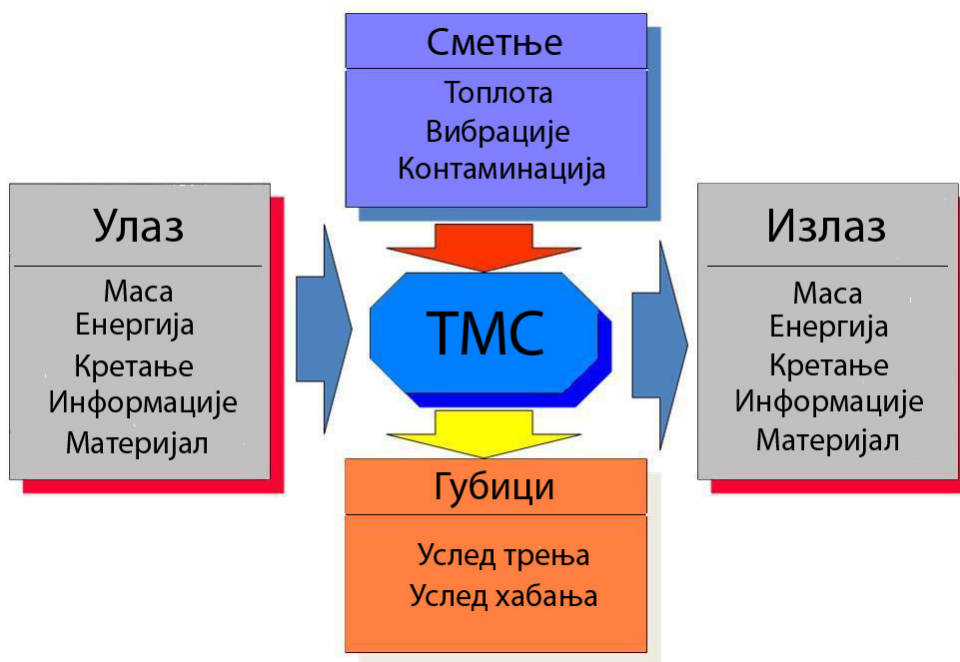
- трибомеханички системи у обрадним процесима (резање, деформисање, заваривање...);
- трибомеханички системи за вођење кретања (вођице и сл.);
- трибомеханички системи за пренос снаге и кретања (каишници, зупчаници, каишни преносници, хидраулични преносници...);
- трибомеханички системи за пренос информација (давачи и носачи информација).

Карактеристике основних трибомеханичких система, у којима се одигравају процеси трења и хабања, за време трајања производних процеса, зависе од врсте материјала (сва три елемента система) и услова под којим се

контакт у њима остварује (брзина релативног кретања, спољашње оптерећење, режим подмазивања и сл.). Контакт може бити између чврстих елемената израђених од металних или неметалних материјала, са или без присуства мазива. Могуће су 3 врсте контакта:

- метал-метал;
- метал-неметал;
- неметал-неметал.

Основни трибомеханички системи имају исте улазне, излазне и изгубљене величине. Улазне величине су маса, енергија, кретање, информације и материјал. Излазне и изгубљене величине су исте врсте, али са промењеним количинама. Изгубљене величине су губитак масе који се јавља због постојања процеса хабања у систему, губитак енергије као последица постојања трења у зонама контакта и губитак кретања, који се јавља као последица појаве клизања (Слика 4) [1].



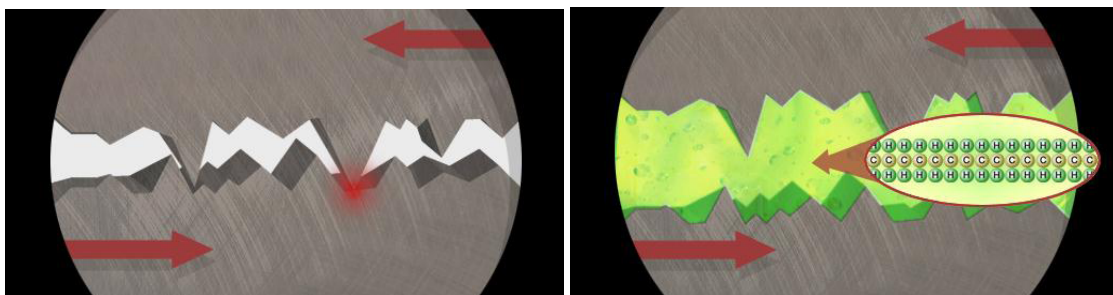
Слика 4: Шематски приказ промена у трибомеханичком систему (ТМС) [1].

3. Трење и коефицијент трења

Трење представља отпор релативном кретању две површине у додиру. Познато је да процес трења прати сваку врсту кретања тела. Трење (у различитим формама) је нужан процес јер се једино ефектима фрикције могу остварити покретање, кретање, промена брзине или заустављање. У ствари, без трења реализација било каквог кретања није могућа и то је општа законитост у природи. С друге стране, у току самог кретања као последица трења јавља се отпор који мора да се савлада да би се кретање наставило, због чега настају енергетски губици. Осим губитка енергије, трење је увек праћено и **хабањем** материјала контактних површина (прогресиван процес губитка материјала са контактних слојева елемената ТМС-а), што проузрокује додатне трошкове и смањење функционалности његових елемената. Другим речима, у природи се кретање може остварити само и једино помоћу ефекта трења, али током кретања трење увек узрокује губитке различите врсте. Трење је, дакле, такав процес у коме се истовремено манифестује његово и позитивно и негативно дејство. Стога је природно што постоји тежња да се његови негативни ефекти елиминишу, или барем минимизирају, а да се позитивни повећају [2].

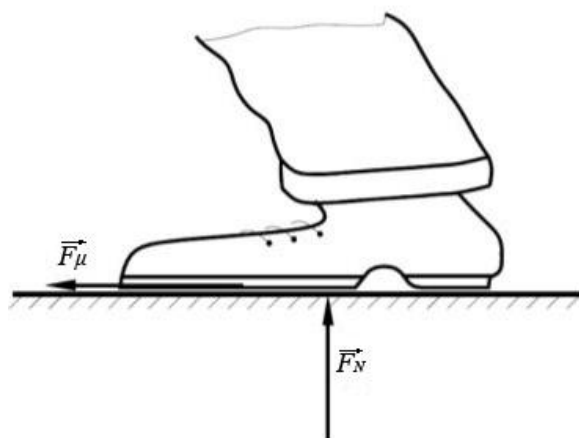
Чак и најфиније обрађена површина под микроскопом изгледа као храпава. На местима где су неравнине највеће, при контакту две површине и њиховом међусобном померању, долази до изазивања учесталијих вибрација атома материјала. Ове вибрације узрокују стварање топлоте, која се даље шири кроз материјал. На овај начин се материјал загрева и долази до откидања атома материјала, Слика 5 (лево).

На Слици 5 (десно) је приказана контактна површина два тела са присуством мазива. Ово мазиво омогућава да се неравнине мимоиђу и да не дође до контакта између њих. На овај начин се знатно смањује појава трења као и загревање материјала [3,4].



Слика 5: Увећани приказ контактне површине два тела [3,4].

Коефицијент трења је бездимензиона квантитативна карактеристика трења. Дефинише се односом силе трења и нормалног оптерећења, Слика 6 [3,5].



Слика 6: Сила трења и нормалног оптерећења [3,5].

$$\mu = F_{\mu}$$

Коефицијент трења може варирати од око 0,05 све до 10 или више као на пр. за меке или чисте метале који клизе међусобно у вакуму. Експерименти међутим показују да коефицијент трења може бити константан, али се може и мењати као функција оптерећења у зависности од површине.

Коефицијент трења материјала зависи од контактних површина материјала у додиру, припреме површина, и од условима међусобног деловања површина као што је нпр. деловање хемијских или других реактивних спојева, мазива, нечистоћа, што све може променити хемију и топографију површина и знатно утицати на трење [6].

Релативно несигурна природа трења није представљала препреку истраживачима у састављању листе коефицијената трења и њеном објављивању за широку употребу. Табеле које нуде вредности коефицијената трења могу бити од велике користи уколико су прецизно наведени и описани услови у којима је мерење коефицијената вршено. Уколико нам се услови мерења у значајној мери разликују од наведених не би требало користити вредности из табела [7]. Типичне (емпиријске) вредности коефицијента трења за триболошке парове материјала приказане су у Табели 1, и њихова вредност више је у релативном односу него у њиховим апсолутним вредностима [6].

Табела 1: Коефицијент трења за одређене материјале у додиру [6].

Материјали у додиру	μ_s
Al на Al	0,80-1,20
Кожа на метал	0,60
Дрво на метал	0,20-0,60
Al ₂ O ₃ на Al ₂ O ₃ (неподмазана керамика)	0,30-0,60
Природни и синтетички каучук (полимери-еластомери)	0,30-0,60
РЕ високе густоће (полимери-пластика)	0,15-0,30
Графит (чврста мазива)	0,05-0,10
Синтетичка уља (текућа мазива)	0,02-0,03

Површине чистих метала и легура у контакту поседују високу адхезију (јаке металне везе) и одговарајуће високо трење (високи коефицијент трења око 2 и више). Оксиди метала и нечистоће смањују адхезију, а тиме смањују и трење, па имају ниже коефицијенте трења.

Керамички парови показују ниски коефицијент трења у поређењу са металима. Користе се у екстремним условима због високе механичке чврстоће и отпорности, ниског пластичног течења на собној температури и мање ломљивости.

Полимери показују ниско трење и уопштено су неотпорни, ниже крутости и чврстоће, ради нижих интеракција у поређењу са керамиком и металима. Стога се користе полимерни композити који осигуравају равнотежу између добре механичке чврстоће али и ниског трења и хабања. Одговарајућа слаба адхезија с полимерима последица је слабих веза као *van der Waal*sove, *vodikove* везе и сл., такође одговорних и за ниску кохезију између полимерних ланаца.

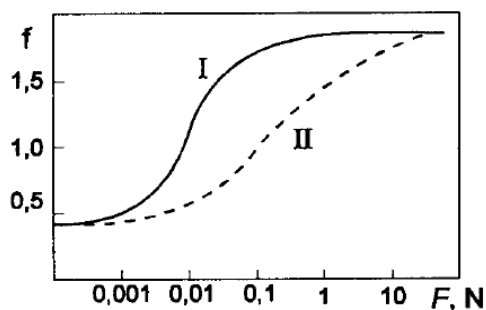
Мазива која се користе у облику праха, чврстих материја (чврста мазива), и уља за подмазивање, уопштено смањују трење и хабање стварајући танак филм на контактної површини ниске смицајне чврстоће.

Примена мазива гарантује смањење трења, као и заштиту од хабања и оштећења контактнoг пара, али само за метале и керамику, док код полимера у контакту са мазивом долази до бубрења.

Коефицијент трења, означен као μ или f , није увек константан јер зависи и од услова на површини, дефинисан је вектором силе трења F_t , која делује супротно смеру релативног кретања, и нормалног оптерећења F_n :

$$f = \frac{F_t}{F_n}$$

Пример промене коефицијента трења f , у зависности од силе трења F_t , приказан је на Слици 7. У додиру трибопара бакар-бакар, f нагло расте због пробијања оксидног слоја бабра код већих оптерећења и остварења чистог металног додира на површинама (I), у односу на нижи коефицијент трења код намерно оксидиране површине (II) [6].



Слика 7: Нагла промена коефицијента трења триболошког пара бакар-бакар када долази до пробијања оксидног слоја (I) и контролисана промена код већих оптерећења код намерно оксидиране површине (II) [6].

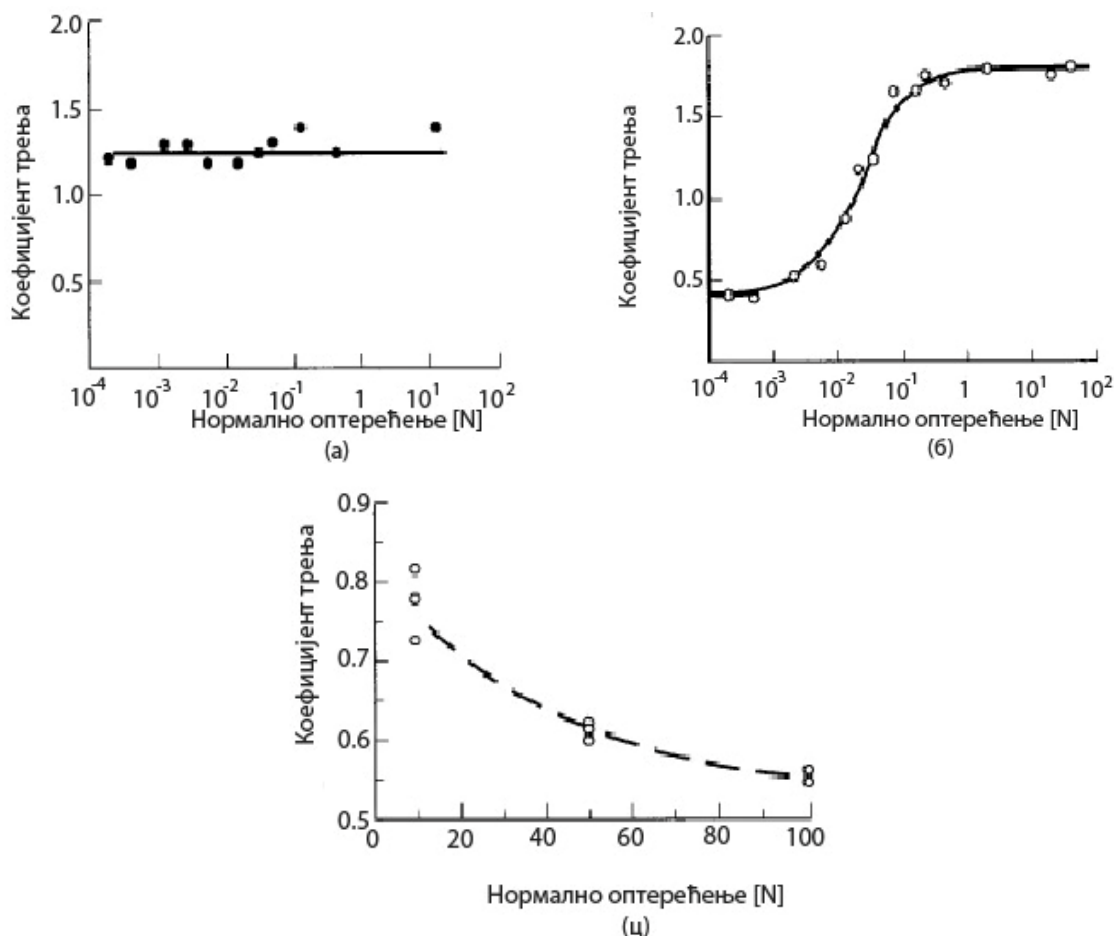
Површинске нечистоће или танки филмови на површини утичу на трење. Снижење адхезије између површина смањују трење. Добро подмазане површине показују слабу адхезију и стога и ниско трење. Пораст адхезије између површина повећава трење.

Силе трења могу бити добре (пожељне), без трења није могуће ходати, користити аутомобилске гуме на путу или подићи ствари, чак и у машинској примени као аутомобилске кочнице или бушилице трење је потребно повећати.

Силе трења могу бити лоше (непожељне), код већине клизајућих и ротирајућих компонената као што су лежајеви и заптивачи трење није пожељно јер изазива губитак енергије као и хабање материјала са покретних површина у контакту и у тим случајевима трење је потребно смањити.

Разликује се трење без и са подмазивања. Трење без подмазивања описује тангенцијалну компоненту силе трења до које долази када су две неподмазане површине у покрету или настоје да се крећу једна према другој.

Трење са подмазивањем описује тангенцијалну компоненту силе трења до које долази када се контактне површине у додиру крећу различитим брзинама релативно једна према другој и између њих постоји течност или гас [6].

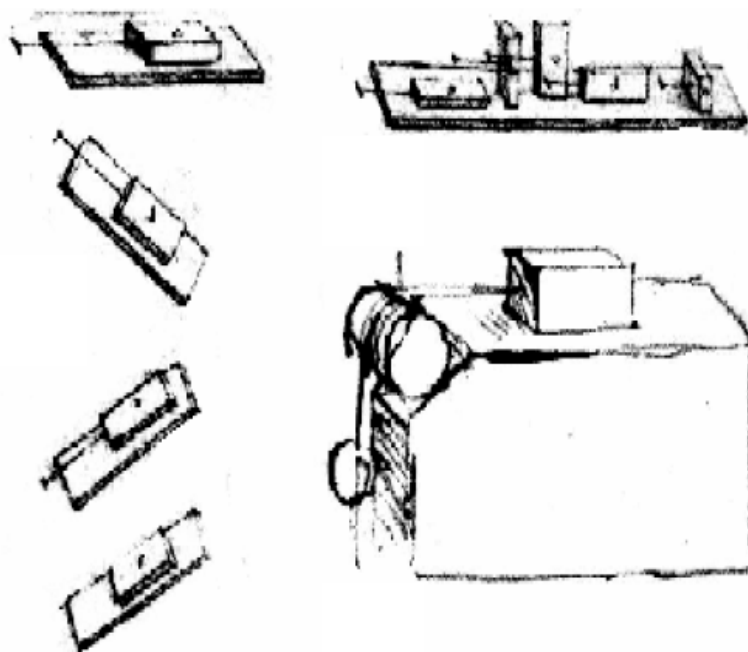


Слика 8: Коефицијенти трења у зависности од оптерећења [6].

- (а) коефицијент трење се не мења са порастом нормалног оптерећења (нпр. челик клизи по Al у ваздуху, Слика 8а);
- (б) коефицијент трења расте (нпр. бакар клизи по бакру у ваздуху где је оксидирани слој ниске смицајне чврстоће код нижег оптерећења одговоран за ниско трење јер одваја површине од директног контакта и контролисано расте при порасту оптерећења, Слика 8б);
- (ц) коефицијент трења опада са порастом оптерећења (AISI440C нерђајући челик клизи по легури Ni3Al у ваздуху, Слика 8ц) [6].

4. Одређивање трења и коефицијента трења

Због потешкоћа које су се сретале у пракси, трење је истраживано још од давнина. Прво забележено проучавање трења датира још у XV веку и припада *Leonardu da Vinčiju* (1452-1519), Слика 9 [8,9].



Слика 9: Скица *Leonarda da Vinčija* везана за проучавање трења [8,9].

Његова запажања су после 200 година постала два позната закона о (динамичком) трењу клизања које је представио *Guillaume Amontons* (1663-1705), и то:

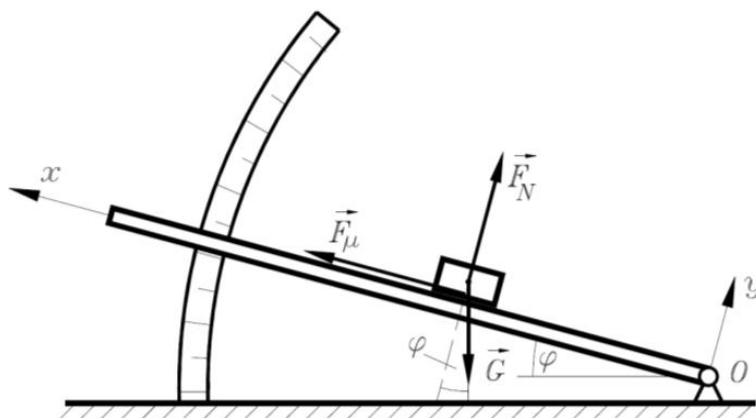
1. Сила трења је директно пропорционална оптерећењу.
2. Сила трења је независна од реалне површине контакта.

Leonardo da Vinči је такође представио концепт коефицијента трења (μ) као однос силе трења F_f и нормалног оптерећења N :

$$\mu = \frac{F_f}{N}$$

Johann Andreas von Segner (1704-1777) је био први који је направио разлику између статичког и динамичког (или кинетичког) трења [8,9].

Уколико нема клизања једног тела по другом, онда се између њих јавља **статички коефицијент трења** који је већи од динамичког коефицијента трења. Статички коефицијент трења је емпиријски податак и мора се одредити експериментално [3,5].



Слика 10: Равнотежа тела на стрмој равни [3,5].

Принцип мерења статичког коефицијента трења преко стрме равни (Слика 10) у основи се заснива на сили земљине теже. Коефицијент трења клизања, као што је познато представља однос силе трења и нормалне силе. У граничном случају трења клизања важи једнакост:

$$\mu = \frac{F_{\mu}}{F_N} = \frac{G \cdot \sin \varphi}{G \cdot \cos \varphi} = \tan \varphi$$

где је:

μ - величина статичког коефицијента трења,

F_{μ} - сила трења

F_N - нормална сила

φ - угао стрме равни

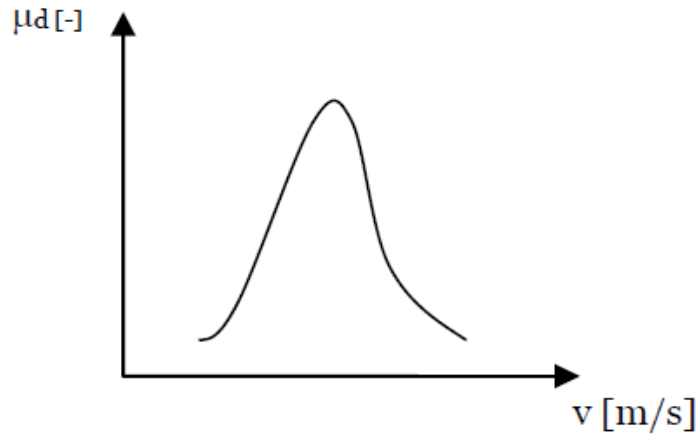
Већина материјала при контакту без подмазивања има статички коефицијент трења чије се вредности крећу од 0.3 ÷ 0.6. Вредности ван овог опсега су веома ретке (на пример тефолон има коефицијент трења 0.04). При контакту гуме са другим материјалима статички коефицијент трења може достићи вредности од 1 до 2 [3,5].

Коефицијент статичког трења је типично већи од динамичког, али такође може бити једнак коефицијенту динамичког трења. *Charles Augustin Coulomb* (1736-1806) је изводио детаљнија експериментална истраживања трења, и законе трења је употпунио трећим законом:

3. Динамичка сила трења је независна од брзине клизања.

Ови емпиријски закони су доказани да важе под одређеним условима за многе материјале контактних парова. Међутим, ови закони не важе за све материјале контактних парова. На пример, коефицијент трења се смањује повећањем нормалног оптерећења (тј. контактнoг притиска) клизањем полимера по полимерима, металима или керамици, што је у контрадикцији са првим законом.

Трећи закон такође не важи за контакт полимера и других материјала. На Слици 11 је приказана типична крива која показује зависност коефицијента динамичког трења од брзине. При већим брзинама гума постаје тврђа, што доводи до смањења реалне контактне површине а и самим тим до смањења коефицијента динамичког трења [8,9].

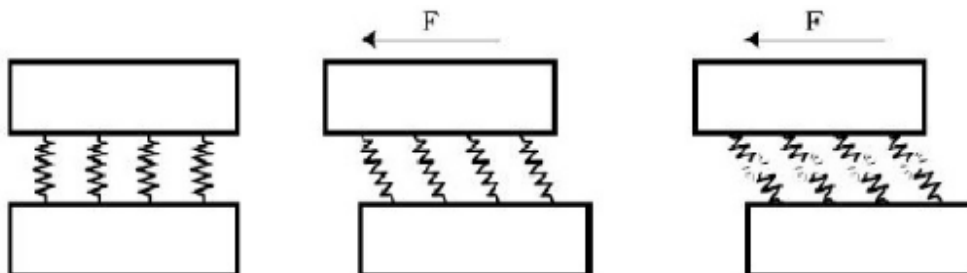


Слика 11: Зависност коефицијента динамичког трења од брзине (трење гуме) [8,9].

Иако се горе поменути закони генерално зову *закони трења*, они су у ствари добијени емпиријски коришћењем података динамичког трења [8,9].

5. Статичко трење

Трење се може поделити у две фазе, тј. на трење у фази мировања и трење у фази кретања. Трење које постоји када се тело налази у стању мировања представља **статичко трење**, односно трење мировања. Статичко трење подразумева да не постоји релативно кретање те стога постоји директан контакт између додирних површина. Битна карактеристика везе између два материјала за време мировања (асперитна веза) је њихово еластично савијање. Ако је сила мања од чврстоће асперитних веза, систем се понаша као да је између додирних површина уметнуто низ опруга велике крутости (Слика 12) [10].



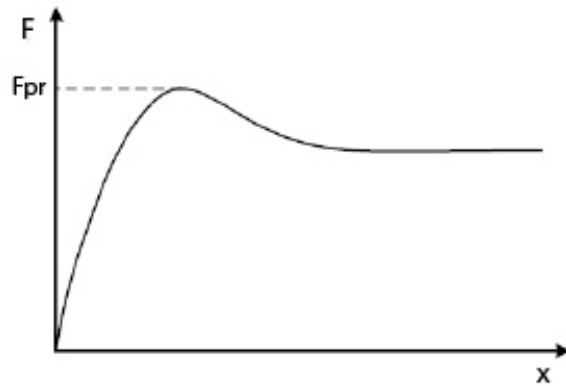
Слика 12: Апроксимација додирне површине два тела помоћу низа опруга у режиму статичког трења [10].

Друга битна карактеристика статичког трења је успорена пластична деформација асперитних влакана. Као последица успорене пластичне деформације контактна површина се међу асперитима повећава с повећањем времена provedеног у мировању. Повећање површине асперитних веза резултира већом чврстоћом самих веза. Следи да ће сила потребна за разарање асперитних веза, односно покретање тела, бити већа што су додирне површине више времена провеле у мировању [10].

Многи параметри који се јављају при контакту додирних површина (храпавост, површинске нечистоће, контактни притисак, време трајања контакта и тврдоћа мекшег материјала) имају велики утицај на статичко трење и могу бити коришћени са циљем његовог смањења. На пример, храпаве и запрљане површине доводе до мањег статичког трења [9].

5.1 Прекидна сила и режим статичког трења

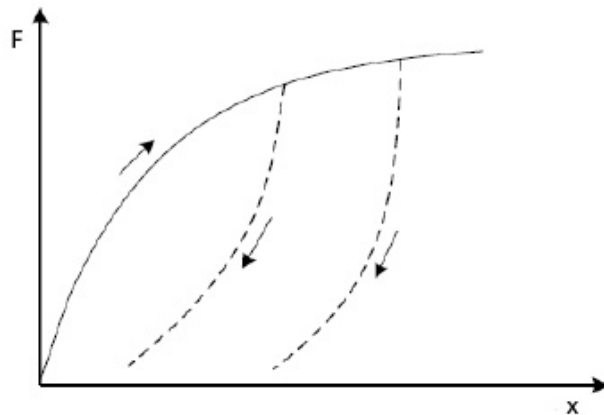
Споменуто је да се трење дели у две фазе (мировање и кретање), како би се тело покренуло потребно је применити одговарајућу спољашњу силу која ће савладати статичко трење и та се сила најчешће назива **прекидном силом** (максимална статичка сила трења). Прелаз тела из стања мировања у стање кретања не може се на задовољавајући начин описати функцијом релативне брзине v . Уместо тога, за опис понашања силе трења у стању мировања користи се функција померања x (Слика 13) [10].



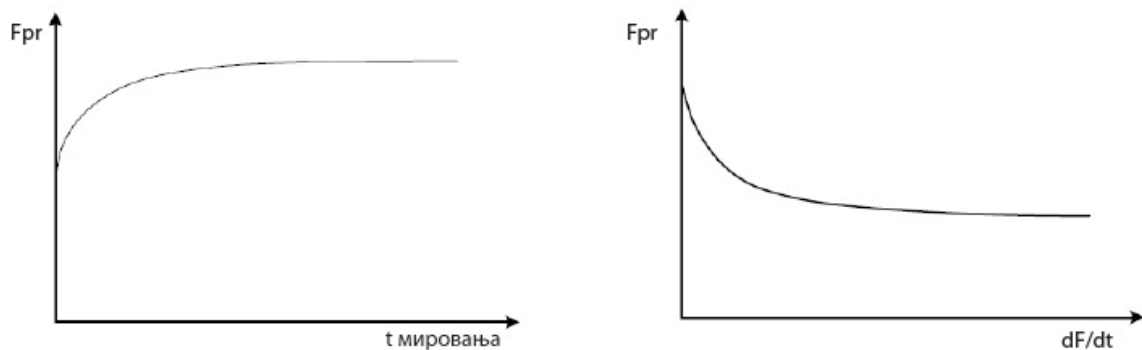
Слика 13: Зависност силе трења од померања x [10].

У почетном делу карактеристике зависности силе трења од померања x је скоро линеарна те се стога контакт може апроксимирати низом опруга како је приказано на Слици 12.

Након одређеног померања x долази до појаве пластичне деформације асперитних влакана, након престанка деловања спољашње силе појављује се трајно померање (Слика 14), тј. процес деформације влакана је иреверзибилан (неповратан) [10].



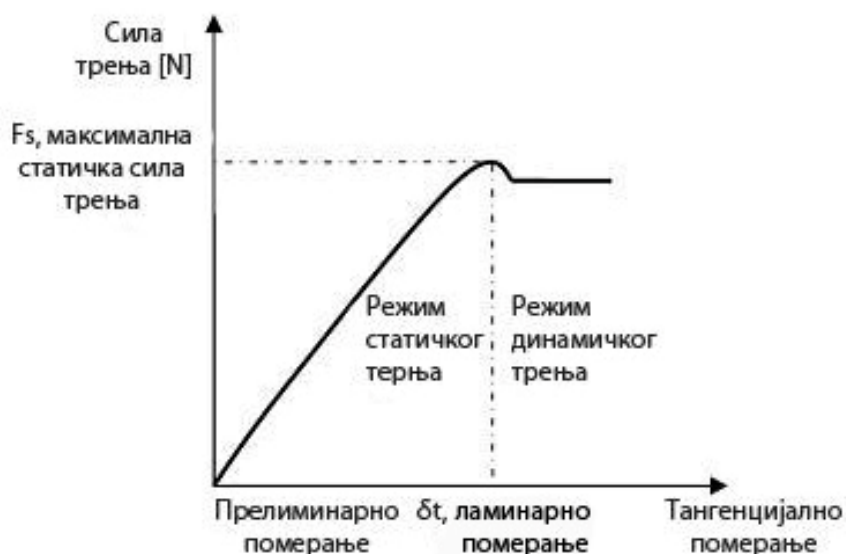
Слика 14: Илустрација иреверзибилности процеса истезања асперитних влакана [10].



Слика 15: Зависност прекидне силе од времена које је тело провело у мировању и од временске деривације примењене силе [10].

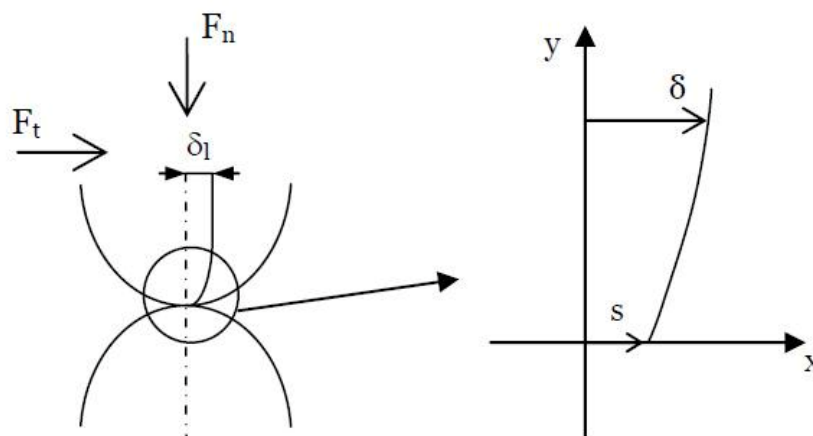
Вредност прекидне силе додатно зависи од времена проведеног у мировању (*dwell time*) и показује се да је прекидна сила већа што је дуже време које је тело провело у мировању (Слика 15). Такође, вредност прекидне силе је зависан и од брзине примене спољашње силе тј. од њене деривације [10].

Слика 16, типично описује однос између силе трења и тангенцијалног померања између два контактна тела. Сила трења у фази мировања расте са порастом тангенцијалног померања све до вредности која је потребна да би наступило кретање тела у контакту. Пре него што отпочне макро - клизање (*gross* – клизање), дешава се **микро - померање**. Мора се направити разлика између макро - клизања, што означава релативно померање суседних тачака на делу контактне површине, и микро - померања, термина који се користи за релативно тангенцијално померање тачака удаљених од контакта, што је шематски приказано на Слици 16 [8,9].



Слика 16: Сила трења наспрам тангенцијалног померања [8,9].

Ово микро - померање ће се звати прелиминарно померање (*Verkhovskii*, 1926). Може достићи релативно велике вредности када једна од контактних површина има малу тангенцијалну крутост у поређењу са другом контактном површином, као на пример контакт гуме и метала. Максимална вредност прелиминарног померања, непосредно пред макро - клизање, је ограничено померање означено као δt и одговара максималној статичкој сили трења (прекидна сила). Максимална статичка сила трења и одговарајућа вредност микро – померања претстављају главне параметре статичког трења. Након ове почетне фазе трења, дешава се макро - клизање (*gross* клизање) и уводи се режим динамичког трења (Слика 17) [8,9].



Слика 17: Тангенцијално померање удаљено од контакта две сфере нормално и тангенцијално оптерећено [8,9].

5.2 Статички модели трења

Под **статичким моделима трења** обично се подразумевају модели који дају функцијску зависност силе трења од релативне брзине два тела која су у контакту. За разлику од динамичких модела ови модели немају укључен никакав облик меморије.

Coulombovo трење (Coulomb, 1785):

Износ силе трења пропорционалан је нормалној сили и независан је од износа додирне површине ($F_c = \mu F_N$), како је то описано следећим изразом:

$$F = F_c \operatorname{sgn}(v)$$

Неодређеност износа силе трења за $v = 0$ представља највећи недостатак овог модела.

Вискозно трење (Reynolds, 1866):

У 19. веку са развојем теорије хидродинамике дошло се до описа силе трења проузроковане вискозношћу мазива. Ова се компонента силе трења обично назива вискозним трењем и описана је следећим изразом:

$$F_v = \sigma_2 v, v \neq 0$$

где је σ_2 коефицијент трења. [4]

Са циљем што бољег слагања са експерименталним мерењима за опис вискозног трења понекад се користи и следећа модификација модела вискозног трења:

$$F_v = \sigma_2 |v|^{\delta v} \operatorname{sgn}(v), v \neq 0$$

где је δv емпиријски коефицијент чији износ зависи од подручју примене модела.

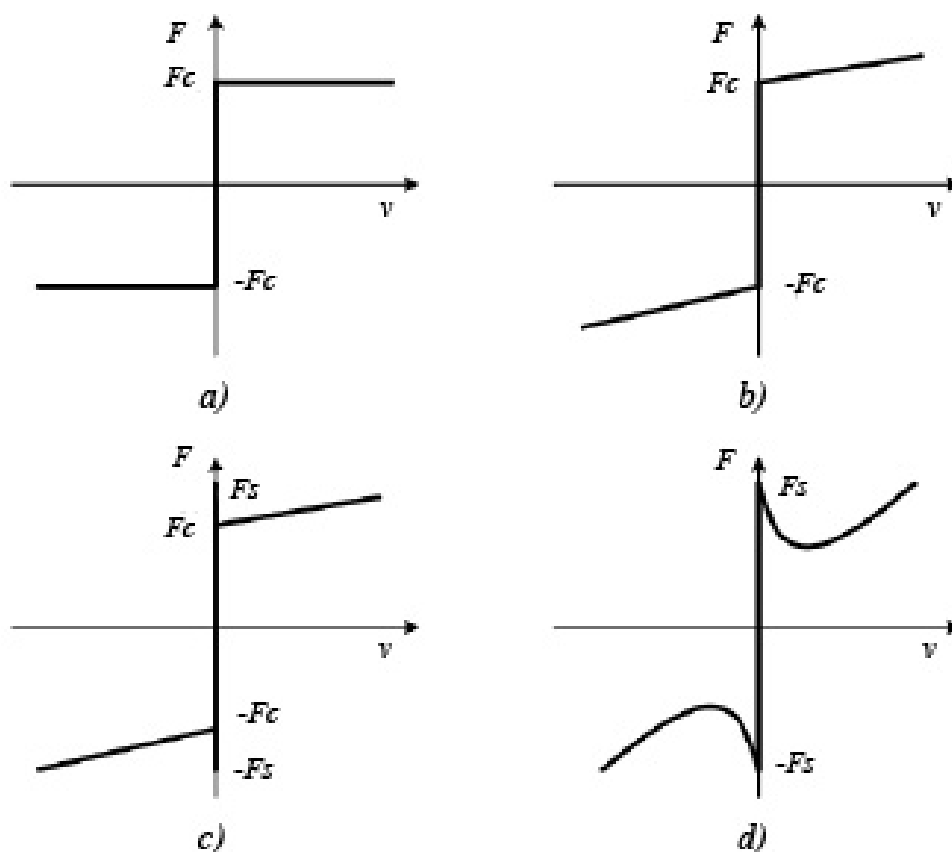
Статичко трење (Morin, 1833):

Опис силе трења комбинацијом *Coulombovog* и *вискозног трења* претпоставља да је апсолутни износ силе трења најмањи у мировању, тј. при $v \neq 0$. То је, међутим, у колизији (неслагање) с експерименталним подацима који указују да износ силе трења у мировању значајно премашује износ *Coulombovog* трења F_c . Ако је тело у мировању, потребна је спољашња сила једнака или већа од силе статичког трења (трења мировања) F_s да би се тело почело кретати.

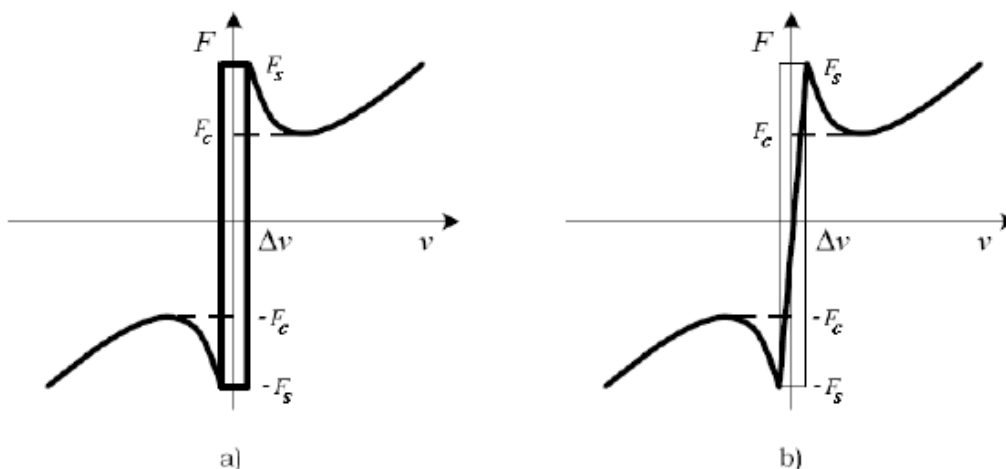
Stribeckovo трење (Stribeck, 1902):

1902. године *Stribeck* уместо дисконтинуираног прелаза, уводи континуирани прелаз између статичког и динамичког трења. Овај се ефекат обично у литератури назива *Stribeckovim* ефектом. Најчешће се овај ефект описује функцијом следећег облика [10]:

$$F = \left(F_c + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{|v|}{v_s}\right)^\delta} \right) \cdot \text{sgn}(v)$$



Слика 18: Класични статички модели трења: а) *Coulombovo* трење, б) *Coulombovo* + *вискозно* трење, ц) *Coulombovo* + *вискозно* трење + *статичко* трење, д) *Stribeckovo* + *вискозно* трење [10].



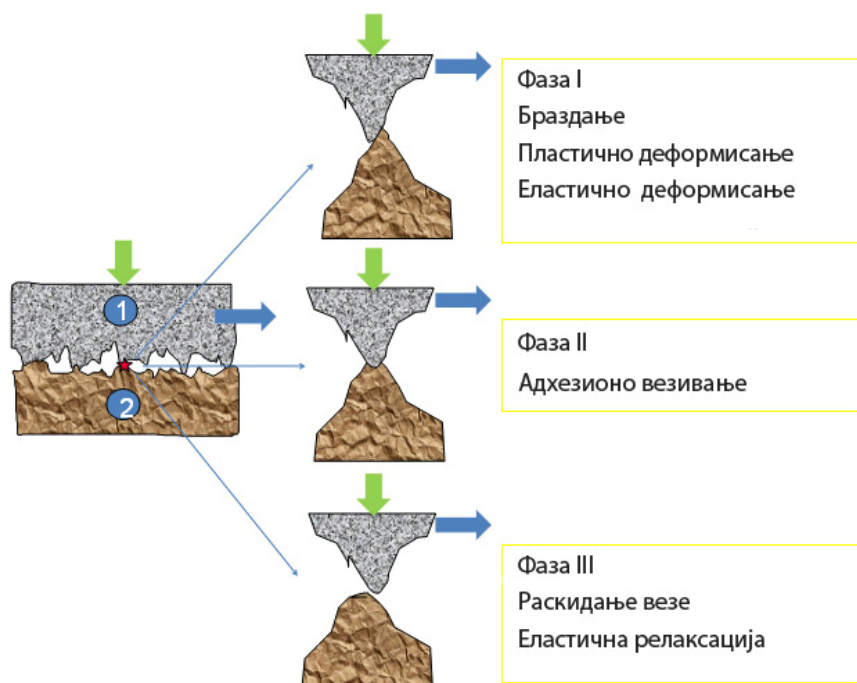
Слика 19: Karnoppov модел а) класични и б) модификовани [10].

Основни недостатак претходно описаних модела трења, са аспекта моделирања и управљања, лежи у чињеници да је потребно детектовати случајеве када је релативна брзина једнака нули. Како би се избегло често преклапање унутар споменутог модела *Karnopp* је предложио кориштење зоне неосетљивости тј. интервала $|v| < \Delta v$ (Слика 19а). Ако је релативна брзина кретања унутар тог интервала, сматра се да нема релативног кретања тела у контакту (*енгл. stick regime*). Како постојање зоне неосетљивости није физикално, често се користе различите модификације овог модела од којих се најчешће користи апроксимација силе трења врло стрмим правцем на интервалу $[-\Delta v, \Delta v]$ (Слика 19б) [10].

6. Механизми трења - теорије трења

Објашњење порекла силе трења дато је на Слици 20, која приказује појединачни догађај процеса клизања тј. интеракције елементарних контакта две микронеравнине материјала различитих тврдоћа.

При томе условно се могу издвојити 3 фазе њиховог релативног кретања, које су неопходне за разумевање свих механизма настајања силе трења [1].



Слика 20: Интеракција микронеравнина и 3 фазе контакта микронеравнина [1].

Овакво упрошћено анализирање контактне појаве објашњавају природу процеса трења. Наиме, да би се савладали отпори материјала у:

- процесу деформисања,
- раскидању адхезионих спојева, и
- браздању

потребно је утрошити одређену механичку енергију, тј. савладати појаву отпора релативном кретању, односно појаву трења.

Сила трења код клизања представља збир четири компоненте које су и саме збир појединачних компонената које делују на сваком додиру микроизбочина материјала у контакту:

$$F_t = \sum F1 + \sum F2 + \sum F3 + \sum F4$$

$\sum F1$ - отпор изазван еластичним деформацијама материјала;

$\sum F2$ - отпор изазван пластичним деформацијама материјала;

$\sum F3$ - отпор изазван задирањем микронеравнина;

$\sum F4$ - отпор изазван кидањем адхезионих веза.

Трење код котрљања уопштено је много мање од трења клизања, јер углавном изостају компоненте силе трења од браздања ($\sum F_3$) и од адхезионих веза ($\sum F_4$):

$$F_t = \sum F_1 + \sum F_2$$

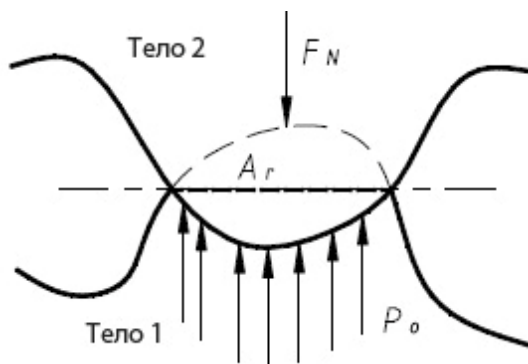
Приступ прорачуну силе трења и коефицијента трења на основу биномних израза коришћен је за развој неколико основних теорија трења, међу којима су најзначајније:

- Адхезивна теорија трења;
- Модификована адхезивна теорија трења;
- Молекуларна теорија трења;
- Молекуларно - механичка теорија трења;
- Енергетска теорија трења [1].

6.1 Адхезивна теорија трења

При контакту два чврста тела додир се остварује по врховима неравнина, па је величина реалне површине контакта врло мала, а реални притисци врло велики, чак и при релативно малим спољашњим оптерећењима.

Процес пластичне деформације материјала у зонама додира трајаће све до тренутка појаве реалне површине контакта A_r која помножена са притиском на граници течења мекшег материјала у контакту p_0 , обезбеђује уравнотежење спољашњих и унутрашњих сила, Слика 21 [1].



Слика 21: Јединични контакт остварен између неравнина два чврста тела [1].

Адхезивне силе се јављају у зони контаката и доводе до појаве хладног заваривања материјала оба тела у контакту, тј. до појаве тзв. фрикционих веза. За раскидање оваквих веза, потребно је у равни смицања деловати тангенцијалном силом која изазива смицање.

Према адхезивној теорији трења, за прорачун силе и коефицијента трења, полази се од следеће претпоставке:

$$F_t = A_s + \tau + p_c$$

A_s - површина смицања и одговара реалној површини контакта;

τ - чврстоћа на смицање материјала тела мање тврдоће у контакту;

ρ_s - сила потребна за остварење кретања врха неравнине тврђег тела кроз контактни слој мање тврдоће.

На основу даље анализе, може се извести израз за силу и коефицијент трења према адхезивној теорији трења [1]:

$$F_T = A_s + \tau = F_N \cdot \frac{\tau}{\rho_o}$$

$$\mu = \frac{F_T}{F_N} = \frac{\tau}{\rho_o}$$

6.2 Модификована адхезивна теорија трења

Једна од полазних претпоставки при овој теорији трења је да раст реалне површине елементарног контакта не зависи само од величине нормалног оптерећења већ и од тангенцијалних сила које се појављују у зони контакта при кретању једног тела по другом.

При томе, нормално напрезање и напрезање у равни смицања (тангенцијално), настају искључиво под дејством нормалне и тангенцијалне силе, а смањују се са порастом фрикционе везе, тј. реалне површине контакта.

Веза између ове две врсте напрезања је дата следећим изразом:

$$\rho^2 + \alpha + \tau^2 = \kappa^2$$

Даљом анализом је утврђено да на основне величине трења утиче и тзв. спољашњи гранични слој, на чију структуру утиче:

- природа материјала елемената трибомеханичких система;
- средина у којој се контактни елементи налазе.

Спољашњи гранични слој (SGS) садржи апсорбоване гасове, воду, уље, хемијске слојеве услед хемијских реакција. Критична вредност напона на смицање спољашњег граничног слоја преко кога се врши контакт, увек је мања од критичне вредности напона на смицање материјала елемената у контакту.

На основу изложеног, може се израчунати коефицијент трења и сила трења:

$$\mu = \frac{F_T}{F_N} = \frac{\tau_s}{\rho} = \frac{c}{[\alpha(1-c^2)]^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow F_T = \mu \cdot F_N$$

Основни закључци који се могу извести из адхезивне теорије трења су:

1. Реална површина контакта одређена је величином пластичне деформације материјала у зонама елементарног додира;
2. Контакт између елемената трибомеханичког система остварује се преко спољашњег граничног слоја, на контактним површинама, чије су вредности напона на смицање мање од критичне вредности напона на смицање основног материјала;
3. Величина силе и коефицијента трења зависе од критичне вредности напона на смицање спољашњег граничног слоја и притиска на граници течења основног материјала [1].

6.3 Молекуларна теорија трења

Једна од полазних претпоставки при овој теорији трења је да се у зонама контакта између два тела јављају привлачне и одбојне молекуларне силе. На основу ове претпоставке изведена је једначина равнотеже спољашњих и унутрашњих сила облика:

$$F_N + \sum p_p = \sum p_n$$

F_N - сила која потиче од спољашњег оптерећења;

$\sum p_p$ - збир привлачних сила у зони додира;

$\sum p_n$ - збир одбојних сила у зони додира.

Спољашњу нормалну силу може да уравнотежи n парова молекула, ако сваки пар молекула може да уравнотежи спољашње оптерећење величине p :

$$F_N = p \cdot n$$

Број молекуларних веза које се стварају и раскидају при кретању једног тела по другом на путу x се рачуна на следећи начин:

$$K = \frac{n \cdot x}{l}$$

Ако енергија једног пара молекула износи W , тада ће укупан рад који се троши за раскидање формираних молекуларних веза на путу x при кретању једног елемента по другом да износи $K \cdot W$, тада је:

$$F_T = F_N \cdot \mu = \mu \cdot p \cdot n$$

Даљом анализом се утврђује израз за силу и коефицијент трења:

$$\mu = \frac{C_1 \cdot W \cdot n}{l \cdot F_N} \Rightarrow F_T = \mu \cdot F_N$$

Основни закључци који следе из ове теорије трења су да сила и коефицијент трења зависе од:

1. Енергије молекуларних веза;
2. Правца кретања једног елемента по другом у односу на осу кристалне решетке;
3. Броја остварених молекуларних веза у зони контакта;
4. Растојања центара молекула;
5. Спољашњег оптерећења [1].

6.4 Молекуларно - механичка теорија трења

Сила трења која се јавља у зонама контакта TMS-а се састоји од две компоненте, што се може закључити на основу израза:

$$F_T = F_{Tm} + F_{Td}$$

F_{Tm} - молекуларна компонента силе трења, последица је појаве међумолекуларних сила тј. фрикционих веза у зонама контакта.

F_{Td} - отпор деформисању контактеног слоја материјала мање тврдоће, последица је кретања елемената TMS-а.

Молекуларно - механичком теоријом трења уведен је и појам трећег тела у којем се развијају триболошки процеси за време остварења контакта елемената TMS-а. Структуру трећег тела чине следећи слојеви:

- Унутрашњи гранични слој (UGS);
- Спољашњи гранични слој (SGS).

Сила трења и коефицијент трења зависе искључиво од карактеристика спољашњег и унутрашњег граничног слоја. Укупна сила трења која се јавља у зони контакта елемената TMS-а зависи од укупног броја додира остварених на контактним површинама и дефинисана је изразом:

$$F_T = \int_0^{n_r} F_{Ti} d_{nr}$$

Деформације контактеног слоја могу бити:

1. еластичне;
2. еластично-пластичне;
3. пластичне [1].

6.5 Енергетска теорија трења

Енергетска теорија трења се заснива на следећим претпоставкама:

- Трење је одређено радом који се троши на савладавање силе трења на путу x , он је једнак количини енергије која се у процесу трења претвори у топлоту;

- На процес трења је могуће применити први закон термодинамике;
- Постоји директна веза између количине рада који се утроши на савладавање трења и количине продуката хабања који при томе настају;
- У процесу трења могућа је појава промене физичко-хемијских карактеристика контактних слојева елемената у додиру.

При томе је укупан рад који се троши на савладавање силе трења на пређеном путу [1]:

$$W_R = F_T \cdot x$$

$$W_R = W_{term} + W_{hem} + W_{el} + W_{jon} + W_{meh}$$

7. Механизми трења – динамичко трење

На микроскопској скали, трење је углавном узроковано адхезијом и деформисањем и може се написати као:

$$F_f = F_{adhesion} + F_{deformation}$$

Зависно од материјала у контакту, ова два фактора могу бити узрокована различитим механизмима [9].

Према *Tabor*-у и *Bowden*-у [11], суво трење (трење без подмазивања) између метала се може приписати адхезији и деформисању (или браздању). Компонента адхезије трења дешава се у току покушаја да се одсеку „заварени“ спојеви између контактних неравнина. Адхезија није једини отпор који се среће за време кретања једног тела преко другог. Уколико је једна од површина у контакту тврђа и храпавија од друге, тврђа површина ће изобразити мекшу површину што ће довести до термина деформисања трења. Величина силе веома зависи од геометрије браздања тела и тврдоће мекшег тела. Енергија се на овај начин расипа пластичним деформисањем.

Трење гуме такође има компоненту због адхезије и деформисања. Термин адхезија сматра се као дејство површине и јавља се током стварања и раскидања веза на молекуларном нивоу. Компонента деформисања, која се такође зове трење хистерезе, је проузрокована одложеним опоравком (високоеластично понашање) деформисане гуме. Енергија се расипа кроз унутрашње пригушивање гумене масе, па се то сматра највећом особином. Ипак, то се доживљава као сила отпора при кретању једног тела у односу на друго. Увид у молекуларну дисперзију механизма показује да постоје три главна начина, и то: кроз хемијске механизме, *phononic* дисперзија и електронска дисперзија [12]. Хемијски механизам укључује енергију која је повезана са раскидањем хемијских веза. *Phononic* дисперзија се односи на атомске вибрације унутар материјала и повезана је са грејањем услед трења. Електронска дисперзија укључује побуђивање електрона при клизању.

8. Механизми статичког трења

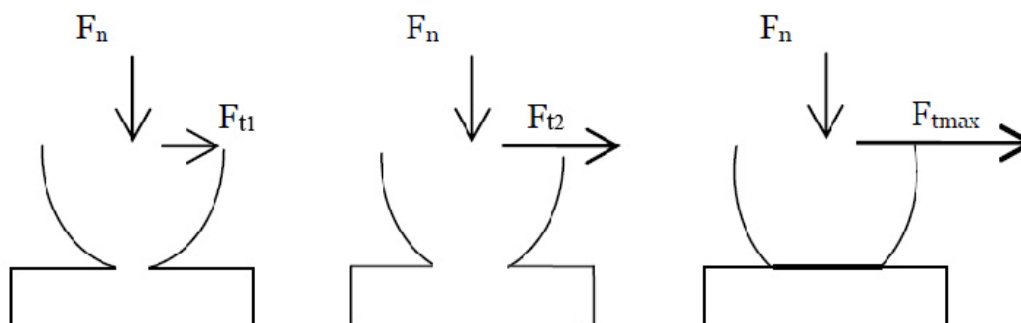
У литератури је откривено неколико механизма који су одговорни за статичко трење. Ови механизми могу укључивати еластично или пластично деформисање мекшег материјала у контакту, локално заваривање или лагано кретање по неравнинама. У даљем тексту су представљени механизми статичког трења за контакт између метала као и за контакт између гуме и метала (који се сматра крутим) [9].

8.1 Механизми статичког трења - контакт метал - метал

Већина истраживања о статичком трењу повезује силу статичког трења са тангенцијалним померањем пре него што се деси клизање на макро – скали. Експериментална испитивања статичког трења се углавном фокусирају на тренутак преласка из стања мировања (статичко трење) у стање кретања (динамичко трење), који је, у индустријским условима, праћен нежељеним “*stick-slip*” ефектом. “*Stick-slip*” ефекат доводи до озбиљног хабања челичних контактних парова и показује велику зависност од нормалног оптерећења [13].

Rankin [14] је експериментално открио да постоји прелиминарно померање пре него што се достигне тачка клизања. У његовим експериментима који су изведени на равним површинама челика у контакту са ливеним гвожђем, ово померање је било еластично. У експериментима *Verhovskii*-а [14], који су изведени на равним контактним површинама разних метала, прелиминарно померање је било не-еластично. Доле су описани механизми статичког трења који су нађени у литератури за металне материјале у контакту. Они су битни за разумевање статичког трења.

Режим статичког трења је анализиран за клизање челика на индијуму од стране *McFarlane*-а и *Tabora* [15]. Приказ процеса који се десио у овој прелиминарној фази трења је приказан на Слици 22. Кад се нормално оптерећење F_n примењује на челичну куглицу која је у контакту са блоком од индијума, материјал ће почети да струји док контактна површина не буде довољно велика да издржи оптерећење. Метални контакт је остварен у реалним површинама контакта. Затим се примењује тангенцијално оптерећење. Чак и за веома мало тангенцијално оптерећење F_{t1} , тангенцијални ток је започет пошто је нормално оптерећење већ пластично деформисало контакт. Померање које је узроковано тангенцијалним током ће одредити даље повећање контактне површине. Константним повећањем тангенцијалног оптерећења, величина контакта се повећава док вредност пораста тангенцијалног оптерећења не буде већа од контактне површине, након чега започиње макроскопско клизање ($F_t = F_{tmax}$).

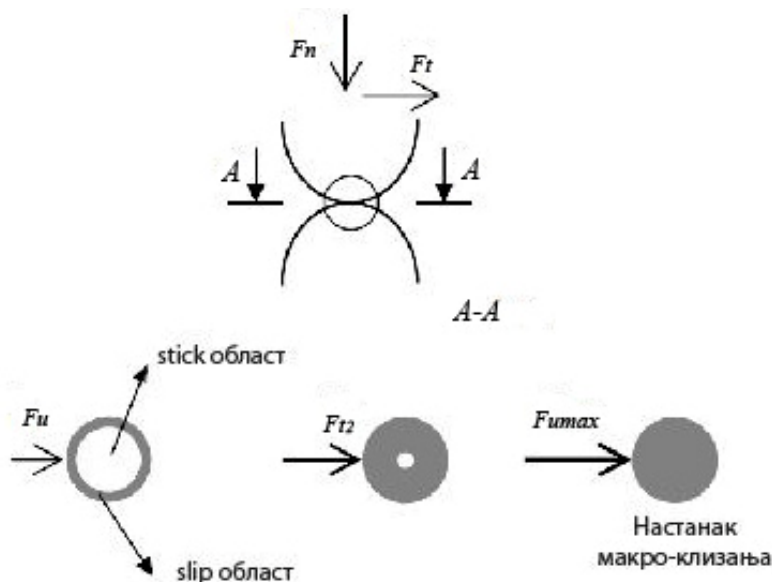


Слика 22: Механизам статичког трења у контакту метал - метал. Контакт расте са повећањем тангенцијалног оптерећења $F_{t2} > F_{t1}$ (режим статичког трења); започињање макро - клизање при $F_t = F_{tmax}$ [15].

Даље експерименте су извели *Courtney-Pratt* и *Eisner* [16] на два контактна узорка од истог материјала као што су злато, платина, тин, индијум и мекани челик. У њиховим експериментима сферична купа је оптерећења наспрам равне плоче и мерено је померање металних тела. Ови резултати потврђују теорију коју су представили *McFarlane* и *Tabor*. Они су такође истакли да процес пластичног деформисања одређује нагомилавање силе трења док је интеракција површине одговорна за коначну вредност силе статичког трења. Према томе, контаминирани слојеви смањују максимално трење због смањења контактне површине.

Chang и сарадници [17] су претпоставили у свом теоријском моделу коефицијента статичког трења за металне храпаве површине да само неравнине које нису достигле своју еластичну границу могу допринети сили статичког трења. Максимална сила статичког трења је збир свих тангенцијалних сила које изазивају пластичан ток индивидуалних пренапрегнутих неравнина. Тако да је пластично деформисање неравнина одговоран механизам за статичко трење.

Johnson [14] је испитивао микро - померање између куглице од чврстог челика и пљоснатог краја ваљка такође од чврстог челика под дејством постојане и осцилирајуће тангенцијалне силе, које су мање од силе статичког трења. Квантитативни резултати експеримената се поклапају са еластичном теоријом коју је предложио *Mindlin* [18]. Ова теорија је разрађена за два еластична тела која су оптерећена нормално и тангенцијално једно наспрам другог. Према *Mindlinu*, уколико нема проклизавања између контактних површина, расподела напона смицања иде асимптотично у бесконачно на граници контактне области. Међутим, у пракси овај бесконачни напон смицања треба да буде ослобођен на неки начин, на пример релативним проклизавањем површина преко прстенастог зупчаника са унутрашњим озубљењем који се радијално шири унутра са тангенцијалним оптерећењем које се повећава (Слика 23).

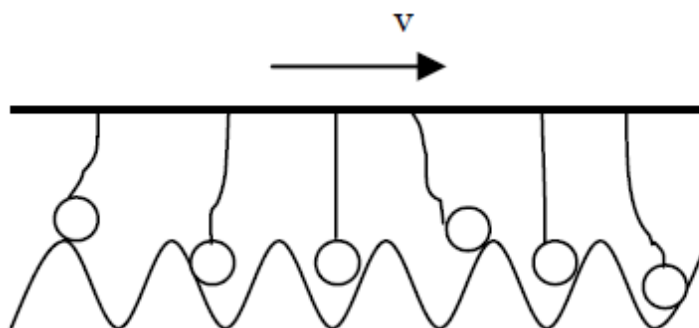


Слика 23: Еволуција контактне површине (одозго) према *Mindlinovoj* теорији [18].

Вреди напоменути да претпоставка еластичних тела може бити направљена за веома чврста, глатка или она веома еластична тела.

Galligan и *McCullough* [19] су предложили два механизма за статичко трење која су везана за температуру. При ниској температури механизам обухвата пузање по неравнинама које доводи до покрета, док за већу температуру механизам садржи локално синтеровање или заваривање неравнина и кретање се дешава кад дође до међусобног раздвајања неравнина.

Природу статичког трења је испитивао *Persson et al.* [20] коришћењем молекуларних динамичких симулација. Оне су фокусиране на гранично подмазивање при високим притисцима (1GPa), што је типично за остваривање контакта између чврстих материјала. Утицај мазива у зони контакта два чврста тела се описује помоћу еластичних опруга. Тврде опруге подразумевају веома мало статичко трење система, док меке опруге одређују велику силу статичког трења због еластичних нестабилности, Слика 24.



Слика 24: Механизам трења клизања [20].

8.2 Механизми статичког трења - трење гуме

Књижевна истраживања су открила да је статичко трење у трењу гуме мање проучавано у поређењу са динамичким режимом. Већина радова описује експериментална истраживања али ниједан од њих не даје комплетно објашњење механизма одговорних за статичко трење. Преглед ових радова је представљен у даљем тексту [9].

Експерименти које је спровео *Adachi et al.* [21] на гуменим куглицама у контакту са стакленим плочама су такође открили процес делимичног проклизавања и његово ширење са повећањем тангенцијалног оптерећења како је *Mindlin* теоријски описао.

Roberts и *Thomas* [22] су испитивали силу статичког трења глатке гуме полулопте у контакту са стакленим плочама. Њихови експерименти који су спроведени на (глаткој) гуми указују да се величина силе статичког трења односи на еластичну деформацију гуме која претходи појави еластичне нестабилности као одбијање таласа или *Schallamach* таласи. *Schallamach* таласи су мали превоји који се формирају услед компресије гуме и узрокују релативно кретање између тела.

Међуповршински *pinning* (молекуларне групе које су хемијски причвршћене за горњи део чврстог тела) је по *Persson-y et al* [20] такође важан фактор статичког трења при трењу гуме. Због активних термичких процеса опуштања, коефицијент статичког трења је већи од коефицијента динамичког трења. Осим тога почетно време трајања застоја, које се односи на време мировања контакта и почетка кретања, утичу на величину статичког трења. Активирани термички процес ће пратити *Arrhenius*-ов однос [23]:

$$\omega_p = \omega_0 \cdot \exp(-\Delta / kT)$$

где је T температура, k је Болцманова (*Boltzmann*) константа, Δ је енергија активирања, ω_0 је карактеристична фреквенција система, а ω_p је фреквенција максималног губитка и једнака је инверзији времена релаксације.

Као резултат експерименталног доказа који је нађен у литератури, механизам статичког трења који се одвија у контакту између материјала попут гуме и крутог контра тела биће моделиран према *Mindlinovoj* теорији, која је шематски приказана на Слици 23 [9].

9. Утицај разних параметара на режим статичког трења

Коефицијент статичког трења није константна вредност, зависи од површине контакта, нормалног оптерећења, атмосфере и температуре при којој се остварује контакт, површинске адсорбције, квалитета обраде и материјала контактних површина [7,24-27]. Генерално може се сматрати да статички коефицијент трења расте са порастом вредности параметара површинске храпавости [25], док низак коефицијент трења код DLC превлака (превлаке на бази “diamond-like-carbon”) директна последица квалитета контактних површина [26].

Неки аутори су дошли до закључка да неки од параметара храпавости, као што су закривљеност (*skewness*) и заравњеност (*kurtosis*), имају већи утицај на статички коефицијент трења у односу на друге параметре [28,29]. *Tayebi et al.* [28] дошао је до закључка да при великим вредностима *kurtosis*-а, статички коефицијент трења опада са падом спољашње силе. Такође, *Bhushan* [29] је дошао до закључка да је *kurtosis* један од параметара храпавости који има велики утицај на статичко трење код магнетних трака.

Аутори *D.-H. Hwang et al.* [30] су се бавили испитивањем статичког трења челик/челик, челик/алумина и алумина/алумина контактних парова у условима са и без подмазивања. Дошли су до закључка да је највећа добијена вредност статичког коефицијента трења код контактних парова челик/алумина, што је последица “stick-slip” ефекта, а најмања код челичног контактних парова. Утицај површинске храпавости је мање изражен код контактних парова од истог материјала. Повећање нормалног оптерећења утиче на повећање статичког коефицијента трења код контактних парова челик/алумина, док код контактних парова од истог материјала нема толиког утицаја. Присуство минералног уља у зони контакта умерено утиче на статички коефицијент трења, док значајно смањује трење кретања. Утицај подмазивања је израженији при већим нормалним оптерећењима.

Прегледом бројних научних радова уочен је мали број радова који су се бавили статичким коефицијентом трења на повишеним температурама [31,32]. *H. Kumar et al.* [31] су вршили испитивање статичког и динамичког коефицијента трења на *pin-on-disc* трибометру са линеарно реципрочним кретањем. Том приликом су вредност статичког коефицијента трења узимали у моментима када је брзина кретања била најмања, а вредност динамичког коефицијента трења онда када је брзина клизања највећа. Резултати су показали да је статички коефицијент трења у свим испитним комбинацијама већи од динамичког и да расте са порастом температуре.

У даљем престављању рада говориће се о утицају неколико параметара на статичко трење метала и полимера [9].

9.1 Метал – метал контакт

Експериментални резултати показују да коефицијент статичког трења значајно зависи од експерименталних услова. Због механизма који су укључени у статичко трење металних тела, на пример пластична деформација,

пузање, очекују се да на коефицијент статичког трења утиче нормалан притисак, микро – померање, време трајања застоја, храпавост и температура. Биће представљено истраживање из литературе [9].

9.1.1 Притисак

Nolle и *Richardson* [33] су истакли да два класична закона трења (*Amontons - Coulomb*) не могу у потпуности описати својства трења реалних металних површина пошто не узимају у обзир загађеност површине, деформисање пластичног материјала и зависност времена.

Узимајући у обзир ове факторе, однос између коефицијента статичког трења и очигледног контактеног притиска може бити приказан као на Слици 25. Резултати приказани на овој слици су добијени коришћењем куглице пречника $9.52 \cdot 10^{-3}$ [m] за распон притиска од $6.55 \cdot 10^5$ до $1.28 \cdot 10^6$ [Pa]. Очигледни контактни притисак се може дефинисати као однос нормалног оптерећења и нормалне контактне површине.

При ниским притисцима, I област, коефицијент статичког трења је константан. Обе површине су покривене контаминираним слојевима и трење је углавном разлог смицању ових слојева. Контаминирани слојеви су мање реактивни од чистих метала, с тога су силе трења мале у овој области.

Повећањем контактеног притиска контаминирани слој се постепено прекида. Дешава се неки контакт метал – метал и сила трења нагло расте (II област). У III области се одвија значајан контакт метал – метал. Коефицијент статичког трења је опет независан од притиска, али је знатно већи него у I области. Велики контактни притисак из IV области одређује екстензивно пластично деформисање површина. Коефицијент статичког трења се знатно смањује са повећањем притиска и на крају постаје нулти када материјал не успе у сабијању. Нулти - коефицијент статичког трења при великим притисцима је споран ако се узме у обзир механизам који је одговоран за статичко трење у контакту метал – метал [33].



Слика 25: Квалитативни опис зависности коефицијента статичког трења од притиска [33].

Експериментални резултати који су нађени у литератури за коефицијент статичког трења између површина од челика показују везу са теоријским трендовима приказаним на Слици 21 [9].

Chang [17] је открио да, на основу теоријског модела, при високим притисцима коефицијент статичког трења између две храпаве металне површине (челик - челик) се смањује са повећањем контактнoг притиска. При високим притисцима већина неравнина се пластично деформише. Само неколико неравнина које нису достигле своју еластичну границу могу да издрже тангенцијалну силу. Као резултат, сила трења је мала у поређењу са контактним оптерећењем, што доводи до веома малог коефицијента трења. *Broniec* и *Lankiewicz* [34] су такође дали сличне резултате између равних челичних површина.

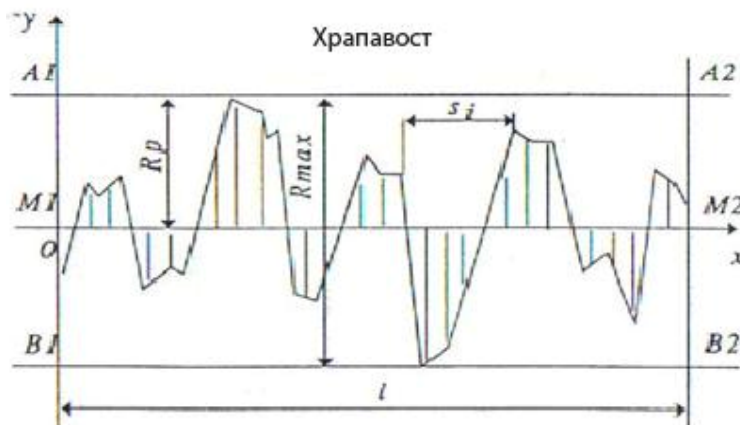
9.1.2 Храпавост

Површина машинских елемената није апсолутно глатка. Машински елементи после грубе обраде имају неравнине реда $100 - 200\mu\text{m}$. После завршних операција од 0.01 до $0.1\mu\text{m}$. Глатки кристали кварца су покривени неравнинама висине $0.01\mu\text{m}$, а површине лискуна $0.002\mu\text{m}$.

Ово указује на чињеницу да је површина тврдих тела храпава. Под утицајем оптерећења, у процесу експлоатације, храпавост активних површина машинских елемената се мења.

Под **храпавошћу површина** (Слика 26) подразумевају се неравнине чије је међусобно растојање релативно мало, а висине неравнина могу бити веома различите. Храпавост је проузрокована:

- обликом алата;
- стањем његових резних ивица;
- низом других, мање или више, релевантних фактора (вибрације, крутост система резни алат – машина – прибор – предмет обраде, наслага на резним елементима алата и др) [1].



Слика 26: Храпавост површина [1].

У односу на правац праћења разликује се попречна и уздужна храпавост (Слика 27). Попречна храпавост се прати и мери у правцу нормалном на трагове обраде (у правцу помоћног кретања), а уздужна дуж трагова обраде (у правцу главног кретања).

Попречна храпавост је у нормалним условима обраде метала резањем, већа од уздужне, и меродавна је за оцену квалитета обрађене површине [1].



Слика 27: Попречна и уздужна храпавост [1].

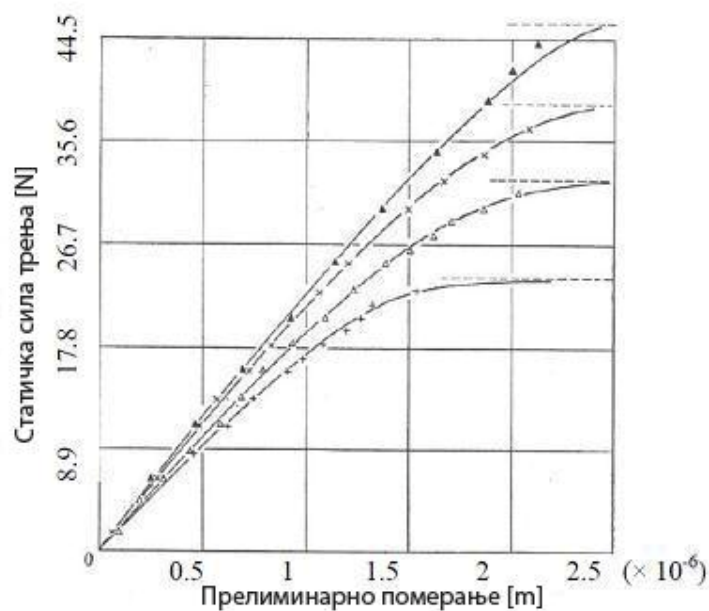
У *Chang*-овом моделу статичког трења металних храпавих површина [17], ефекат храпавости површине је проучаван варирајућим индексом пластичности. Индекс пластичности зависи од својстава материјала и топографије површине. Глатке површине и чврсти материјали имају низак индекс пластичности а контакт је већином еластичан, док храпаве површине и меки материјали имају висок индекс пластичности а контакт је типично пластичан.

Резултати показују да се коефицијент статичког трења смањује како се индекс пластичности повећава. Висок индекс пластичности значи оштре неравнине које су углавном пластично деформисане, што доводи до мале тангенцијалне силе која се може одржати пре макро – клизања. За веома храпаве површине, ефекат нормалног оптерећења на коефицијент статичког трења се смањује, а слични резултати су такође негде другде представљени [22, 34].

9.1.3 Микро – померање

Експериментална истраживања која је извео *Johnson* [14] на челичној куглици у контакту са равним крајем ваљка од чврстог челика су показала да сила статичког трења линеарно расте са прелиминарним померањем (Слика 28).

Близу тачке клизања ова зависност постаје нелинеарна. Може се приметити да повећање нормалног оптерећења доводи до повећања прелиминарног померања и силе статичког трења [14].



Слика 28: Сила статичког трења наспрам прелиминарног померања при неколико нормалних оптерећења [14].

$$(\Delta)F_N = 91,2[N] \quad (x)F_N = 76,5[N] \quad (\Delta)F_N = 61,8[N] \quad (+)F_N = 46,7[N]$$

Hagman и *Olofsson* [35] су мерили прелиминарно померање узмеђу површина челик/челик и челик/бронза. Овај тренд је сличан тренду приказаном на Слици 28.

9.1.4 Време трајања застоја

Неколико аналитичких једначина су формулисане за зависност статичког трења од стационарног контактнoг времена. Преглед ових односа, који су изражени у форми експоненцијалног закона и закона снаге, представљен је и за суве и подмазане контакте [36,37].

На пример, дат је емпиријски однос који је предложио *Rabinovicz* између коефицијента статичког трења μ_s и стационарног контактнoг времена t_s :

$$\mu_s = \mu_d + c_1 \cdot t_s^{c_2}$$

где је μ_d динамички коефицијент трења а c_1 и c_2 су константе. Из ове једначине се може видети да је коефицијент статичког трења већи од динамичког уколико све константе имају позитивне вредности и бесконачно се повећавају у времену.

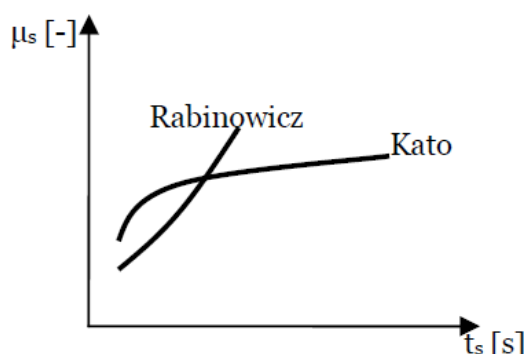
Тестирања су спроведена на челичним површинама. Према *Brockley*-у [36] теорија пузања металних спојева може објаснити експерименталне резултате. Једначина која је добијена из мерења трења без подмазивања се не слаже са експериментима око широког спектра контактнoг времена мировања у подмазаним условима.

На статичко трење у условима са подмазивањем великог утицаја има време трајања застоја, које за последицу има истискивање мазива из зоне контакта током периода мировања, тако да се контактне неравнине налазе у директном контакту у почетном тренутку кретања [38].

Још једну емпиријску формулу је предложио *Kato* [37]:

$$\mu_s = \mu_0 - (\mu_0 - \mu_d) \cdot \exp(-c_3 \cdot t_s^{c_4})$$

где μ_0 има асимптотску вредност μ_s кад је $t_s \rightarrow \infty$, μ_d има вредност μ_s кад је $t_s \rightarrow 0$, скоро једнако динамичком коефицијенту трења а c_3 и c_4 су константе, које зависе од својстава мазива које се примењује и топографије површине. Ова једначина предвиђа ограничену вредност коефицијента статичког трења чак и за веома дуго контактено време $t_s \rightarrow \infty$. Површине су направљене од ливеног гвожђа. Једначина показује добро слагање са експерименталним резултатима за широки спектар времена трајања застоја. Обе једначине су шематски приказане на Слици 29 [36,37].



Слика 29: Промена коефицијента статичког трења са контактним временом мировања [36,37].

У Табели 2 су, као пример, дате вредности константи у претходним једначинама које су добијене на површинама од ливеног гвожђа подмазане са минералним уљем.

Табела 2: Вредности параметара једначина (*Rabinowicz* и *Kato*), [37].

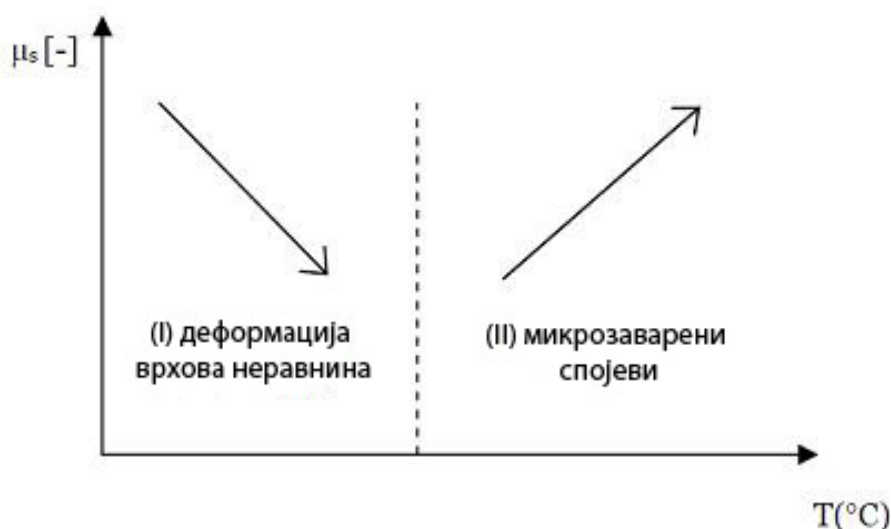
Мазиво: минерално уље	μ_d	μ_0	c_1	c_2	c_3	c_4
<i>Rabinowicz</i> једн.	0.156	-	0.079	0.284	-	-
<i>Kato</i> једн.	0.156	0.450	-	-	0.286	0.671

9.1.5 Температура

Утицај температуре на коефицијент статичког трења су експериментално испитали *Gulligan* и *McCullough* [19] на бакру и месингу. Они су открили да се, при релативно ниским температурама, коефицијент статичког трења смањује са повећањем температуре, а пошто прође који трен (минимум), почиње да се повећава са температуром, Слика 30.

При ниским температурама механизам укључује деформацију врхова неравина. У контакту бакар на бакар, овај режим ниске температуре је био између 20°C и 60°C. Повећањем температуре у области (I), повећава се и деформацију врхова неравина, тако да је потребна мања тангенцијална сила да би отпочело макро – клизање. Коначно, коефицијент статичког трења се смањује са повећањем температуре у ниском температурном режиму.

После проласка кроз минимум који зависи од материјала у контакту, коефицијент статичког трења се повећава за веће температуре (70 до 120°C у контакту бакар на бакар). У области (II) статичко трење се односи на механизам микрозаварених спојева и кидања микрозаварених спојева. Кад се температура повећава, спојеви постају јачи и потребна је већа тангенцијална сила да би изазвала макро – клизање [19].



Слика 30: Квалитативни опис зависности коефицијента статичког трења од температуре [19].

9.2. Контакт гума – крути материјал

Статичко трење полимера није широко проучавано, међутим подаци који су нађени у литератури показују да на њега утичу разни параметри као што су притисак, микро – померање и храпавост. Ове зависности ће бити представљене у наставку рада [9].

9.2.1 Притисак

Експерименти које су спровели *Barquins* и *Roberts* [39] на стакленим сочивима у контакту са глатком гуменом површином показују да се коефицијент статичког трења смањује уколико се нормално оптерећење повећава.

Однос између максималне статичке силе F_s и нормалног оптерећења N су прорачунали *Tarr* и *Rhee* [40], на основу њихових експеримената изведених

на контактном пару материјала глатких површина, ојачаних фенолном смолом/ливеним гвожђем. Према томе,

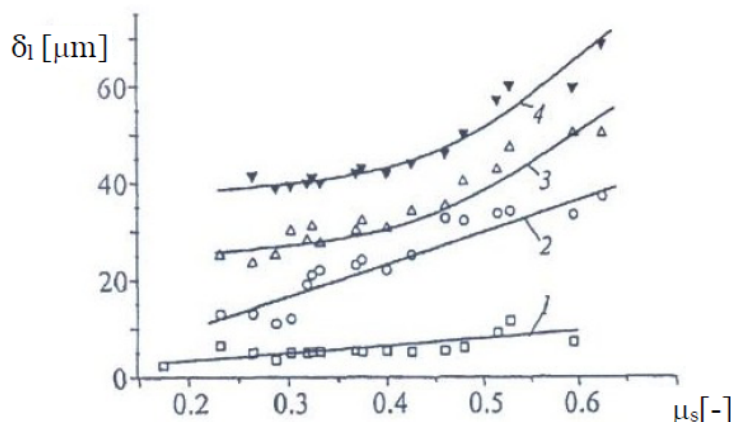
$$F^s = \mu_s \cdot N^\beta$$

при чему експонент β варира од 1.03 до 1.41 за органске материјале (фенолна смола ојачана азбестом и испуњена минералима) и од 1.1 до 1.37 за металоидне материјале (фенолна смола ојачана челичним влакном и испуњена гвожђем, графитом и минералима).

9.2.2 Микро – померање

Микро - померање које претходи макро – клизању (*gross sliding*) је битан параметар режима статичког трења. Зависност микро – померања од коефицијента статичког трења (или максималне силе статичког трења) је објашњена у наставку рада [9].

Резултати експеримента које су добили *Bogdanović* и *Baidak* [41], где се челични цилиндри крећу по подлози од плоча епокси полимера, су приказани на Слици 31. При ниским притисцима, микро - померање (δ_l) се линеарно повећава са коефицијентом статичког трења (μ_s), међутим, однос између ове две величине престаје да буде линеаран са повећањем притиска.



Слика 31: Однос микро - померања и коефицијента статичког трења при различитим вредностима притиска 1) 1.55 [MPa], 2) 4.5 [MPa], 3) 6.5 [MPa], 4) 10 [MPa] [41].

Adači et al. [21] је у експерименталном испитивању трења између гумене полулопте и стаклене плоче добио дијаграмски приказ односа криве између коефицијента статичког трења и прелиминарног померања, сличне онима приказаним на Слици 28.

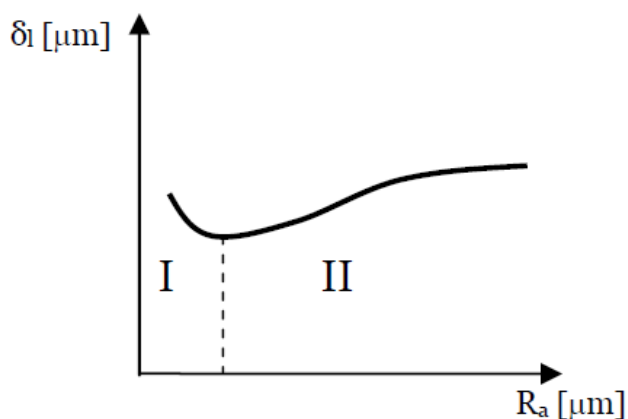
9.2.3 Храпавост

Храпавост додирних површина утиче на режим статичког трења у погледу микро – померања (ограниченог померања) и коефицијента статичког трења.

Bogdanović и *Baidak* [41] су испитивали дејство храпавости површине на микро - померање у контакту полимерне плоче и челичног цилиндра. Они су дошли до закључка да се микро - померање смањује са повећањем храпавости R_a челичног тела, где долази до минимума, а затим се повећава и достиже веће вредности R_a (шематски је приказано на Слици 31).

Слична зависност је запажена и између коефицијента статичког трења и храпавости површине (R_a) тела које се креће. Овакво понашање објашњено је помоћу адхезивне и деформационе компоненте трења.

Дејства адхезије опада у I зони (Слика 32) кад се R_a повећава због смањења броја и величине неравнина у контакту, што доводи до пада интензитета трења. У II области деформациона компонента трења се повећава са повећањем R_a , а као резултат, коефицијент статичког трења као и микро - померање расту у овој области [41].

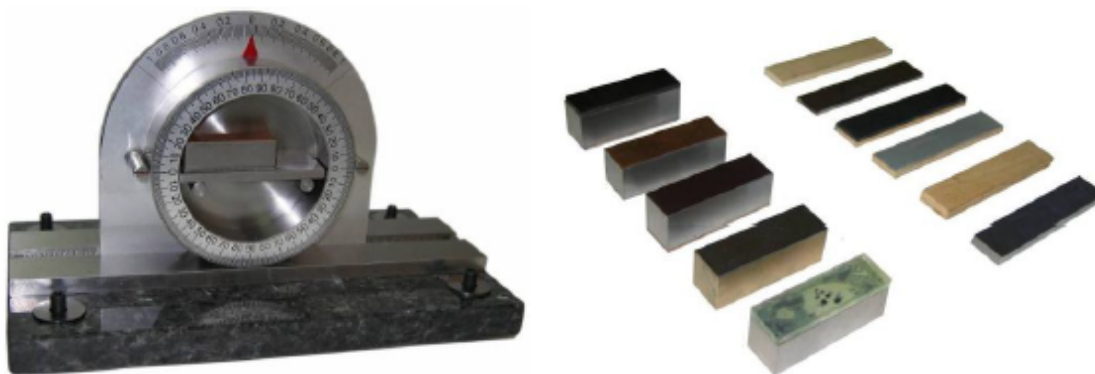


Слика 32: Дејство храпавости површине на микро – померање [41].

10. Уређаји за одређивање статичког коефицијента трења

На основу прегледане литературе (теоријске и експерименталне), уочено је да се за одређивање статичког коефицијента трења најчешће користе трибометри који раде по принципу косе (стрме) равни и принципу линеарно реципрочног кретања. У даљем излагању рада описани су сви уређаји из прегледаних експерименталних радова коју су поједини аутори користили при својим испитивањима за израчунавање статичког коефицијента трења.

С. Радоњић и сарадници [3] су експериментално одређивали статички коефицијент трења клизања на Трибометру Т1 са одговарајућим узорцима (Слика 33), који је конструисан на Машинском факултету у Крагујевцу.

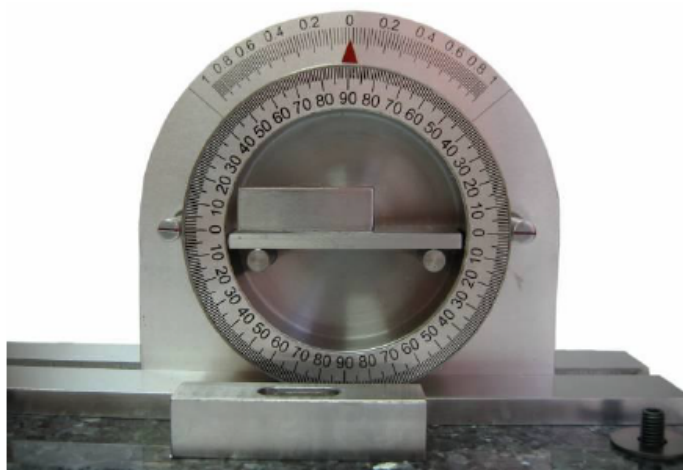


Слика 33: Изглед трибометра Т1 и узорка [3,42].

Трибометар Т1 је механички уређај који функционише по принципу косе (стрме) равни. Основна намена овог уређаја је експериментално одређивање статичког коефицијента трења металних и неметалних материјала у условима са и без подмазивања. Прецизност мерења коефицијента трења је 0.02. Тегови који се користе при одређивању коефицијента трења су тежине 1N. Контактна површина парова је 18 x 50 mm.

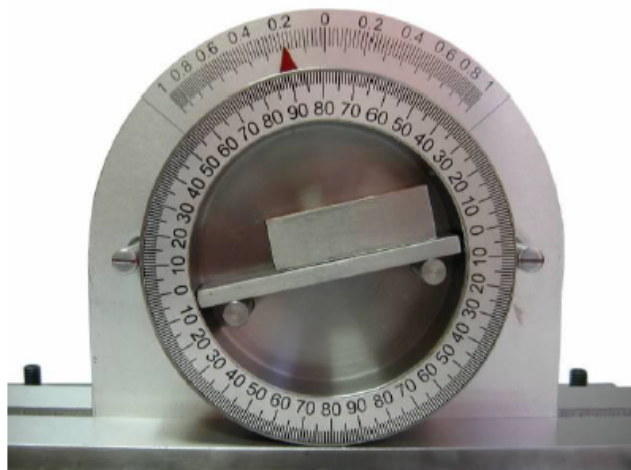
Пре извођења експеримента потребно је извршити нивелацију уређаја и котрљајни диск довести у нулти положај.

Узорке је пре мерења потребно очистити алкохолом и пребрисати сувом крпом како би се са њих отклониле све нечистоће. Ако се мерење коефицијента трења врши у условима са подмазивањем, на узорцима је после чишћења потребно нанети танак филм жељеног мазива. Након припреме узорка врши се њихово постављање у уређај. Прво се поставља подлога од жељеног материјала – први елемент трибопара. Потом се на први елемент трибопара поставља други елемент трибопара – тег. Други елемент трибопара - тег се поставља на полазно мерно место (Слика 34) [3,42].



Слика 34: Полазно мерно место [3,42].

Затим се врши закретање косе равни лаганим померањем носача котрљајног диска по подлози. Померање се врши поступно са паузама након достизања закретања котрљајног диска у вредности од максимално један степен. Након сваког закретања од једног степена, прави се пауза и посматра се да ли је дошло до кретања тега по подлози. У тренутку када је почело кретање тега по подлози врши се читавање коефицијента трења (Слика 35) [3,42].

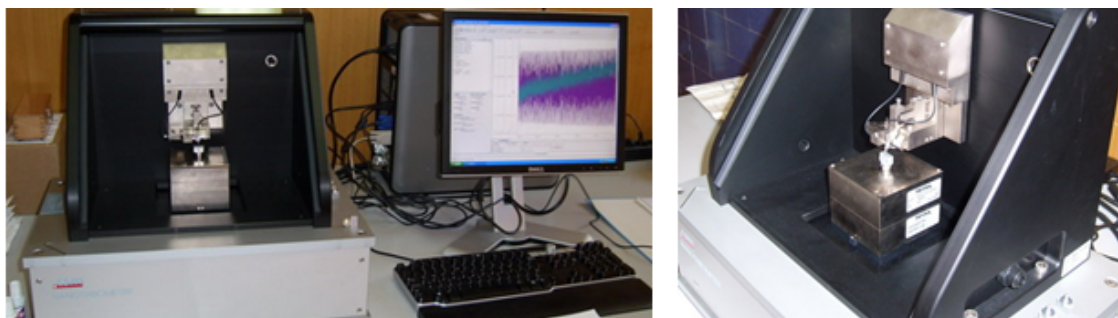


Слика 35: Очитавање коефицијента трења [3,42].

Коефицијент трења се очитава на горњој скали (показивач је црвена стрелица), са прецизношћу од 0,02. Горња скала је скала прерачунатих вредности тангенса угла закретања стрме равни који је једнак коефицијенту трења [3,42].

E.I. Deladi [9] вршила је експериментално мерење статичког коефицијента трења на ЦСМ нанотрибометру (Слика 36). При томе је користила два модела статичког трења: модел контакта два тела по једној неравнини (куглица-на-равној површини) и модел контакта два тела по више неравнина (равна површина-на-равној површини). У оба случаја контактни пар

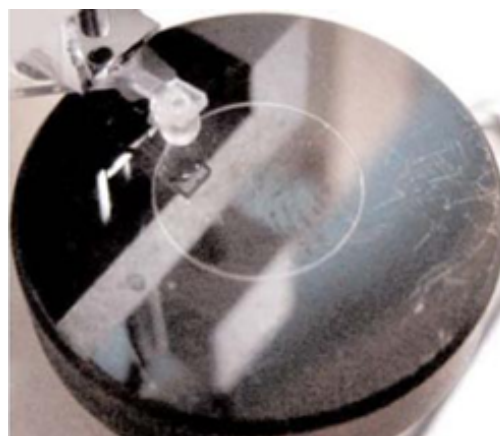
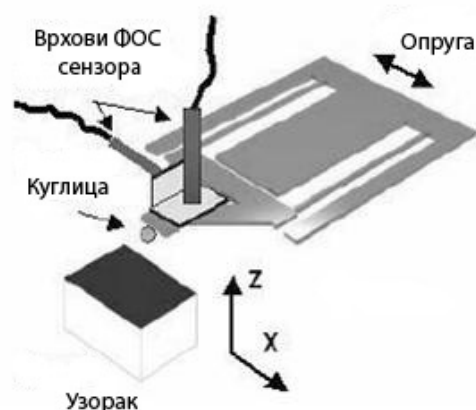
чине челик/гума. Испитиван је утицај неколико параметара, као што су полупречник куглице (на првом моделу), нормално оптерећење и модул еластичности на статичко трење (на оба модела). Добијени експериментални резултати слажу се са теориским предвиђањима [9].



Слика 36: ЦСМ нанотрибометар [1].

ЦСМ нанотрибометар је јединствен инструмент због ниског нивоа оптерећења од $50\mu\text{N}$ до 1N . Користи се у два мода (Слика 37):

- линеарно наизменично кретање, и
- кружно (ротационо) кретање [1].



Слика 37: Линеарно наизменично кретање узорка - Кантиливер (лево), ротационо кретање узорка (десно) [1].

Нанотрибометар садржи три корачна мотора: два у X- и Y- правцу повезан са куглица-на-равној површини (енг. *ball-on-flat*) модулом и један у Z- правцу повезан са мерном главом. Кантиливер (енг. *cantilever*) конзола је монтирана директно на мерној глави и може се скидати (Слика 37 лево), а повезана је са два оптичка сензора за мерење нормалног бочног одступања. Куглица се поставља на један крај кантиливера. Два осетљива оптичка огледала, постављена близу главе кантиливера, управно један у односу на другог (X- и Y-оса), мере померања кантиливера током клизања куглице по равној површини узорка. Коефицијент трења током клизања одређује се мерењем еластичног дела кантиливера у оба правца, у хоризонталној и вертикалној равни помоћу два сензора високе прецизности: влакнасто-оптичких сензора (енг. *fiberoptic sensors, FOS*).

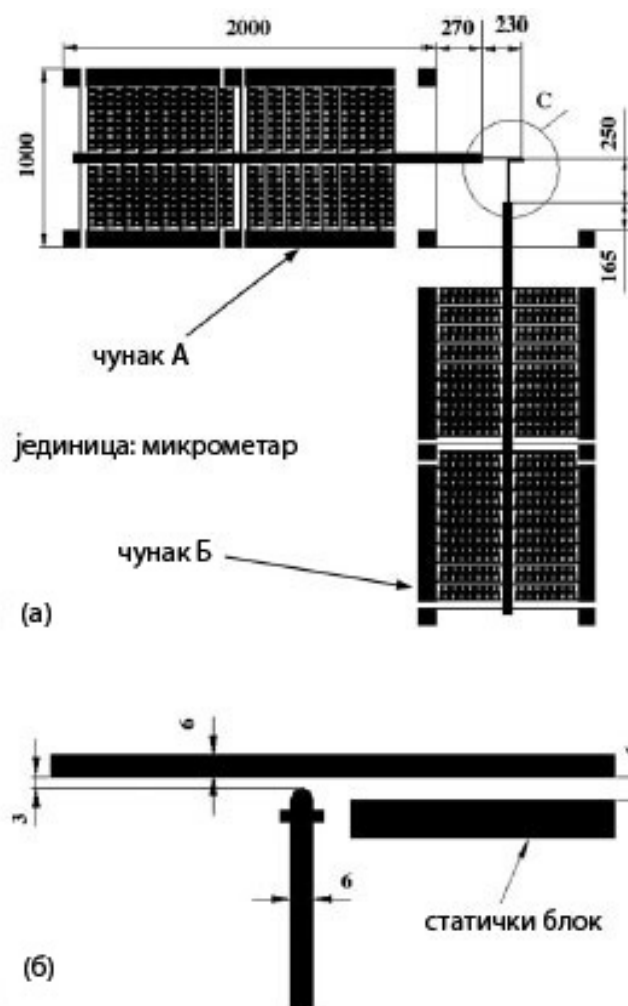
Линеарни наизменични модул користи се за симулацију већег броја реалних врста кретања. Могуће је поставити већину познатих контактних геометрија као што су: куглица-на-равној површини (енг. *ball-on-flat*); пин-на-равној површини (енг. *pin-on-flat*); и равна површина-на-равној површини (енг. *flat-on-flat*).

Пре сваког теста, потребно је урадити калибрацију силе односно калибрацију сензора силе. То се врши аутоматском софтверском процедуром уз физичко померање сензора до одређеног положаја у односу на рефлектујућа огледала у складу са софтвером [43].

Једна од најважнијих карактеристика нанотрибометра јесте та што се испитивање прекида уколико коефицијент трења достигне граничну вредност или уколико се достигне одређени број циклуса.

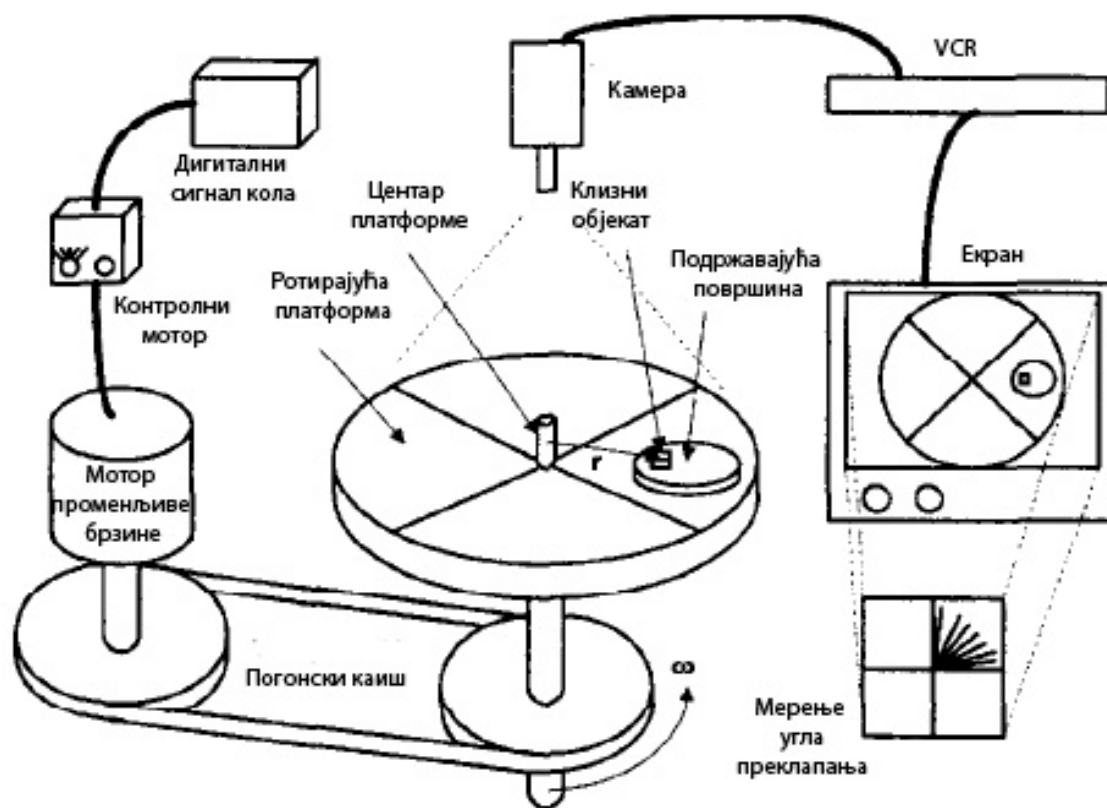
Нанотрибометар је опремљен сензором дубине. Он служи да прикаже дубину продирања у узорак, што је веома важно приликом испитивања зависности карактеристика трења од времена. Уређај такође има уграђен одговарајући софтвер за аквизицију података, обраду података и извештавање [1]. Софтвер за аквизицију података нанотрибометра аутоматски прикупља следеће податке током триболошког теста: број циклуса, дужина пређеног пута [m], вредност нормалне силе и силе трења [mN], коефицијент трења и дубина продирања. Прикупљени подаци се процесирају за крајњи извештај, али се формира и колекција сирових података који се могу добити једноставним извозом у .txt фајл па се са њима могу дање додатно правити различита поређења [43].

Z. Guo и сарадници [44] у циљу одређивања коефицијената статичког и динамичког трења конструисали су једну врсту микротрибометра (Слика 38). Испитивања су вршена на бочним додирним површинама MEMS (микроелектромеханички системи) уређаја израђеног од једно-кристалног силикона. Овај микротрибометар састоји се од два раздвојена ткачка чунка, фрикционог пара и сензора силе који су интегрисани у један микромодул. Један ткачки чунак служи за стварање оптерећења, док се други помера напред-назад како би довео фрикциони пар до наизменичног кретања. Коефицијенти статичког и динамичког трења мерени су помоћу микротрибометра под микроскопом. Клизање са уздужним осцилацијама малих амплитуда је примећено приликом мерења коефицијента статичког трења. Измерени коефицијент статичког трења износи 0.9. Коефицијент динамичког трења нема константну вредност када варира нормална сила која делује на фрикциони пар. Измерене вредности крећу се у распону од 0.24 до 0.35.



Слика 38: Структура конструисаног трибометра: а) структура микротрибометра, б) увећана слика дела С [44].

Експериментални уређај, назван апарат центрифугалног трења (АСТ, Слика 39), направљен је да мери статички коефицијент трења између равних површина са веома малим силама које делују нормално на њих. *J.E. Dunkin* и *D.E. Kim* [45] изводили су експерименте са АСТ-ом, користећи углачану површину од силиконских плочица *n*-тог типа са примесама арсена да би се истражило трење при промени оптерећења. Добијени резултати показују да је уређај погодан за одређивање статичког коефицијента трења под дејством различитих оптерећења.



Слика 39: Апарат центрифугалног трења [45].

11. Закључак

Статичко трење представља трење које постоји када се тело налази у стању мировања. Можемо закључити да параметри који се јављају при контакту додирних површина као што су храпавост, површинске нечистоће, контактни притисак, време трајања контакта и тврдоћа мекшег материјала имају велики утицај на статичко трење и могу се користити у циљу његовог смањења.

Прегледом литературе уочено је неколико механизма који су одговорни за статичко трење. Главни механизам одговоран за статичко трење међу металима је пластично деформисање неравнина. До овог закључка дошло се на основу експеримената у којима је анализирано клизање метала по металу под дејством нормалног и тангенцијалног оптерећења. Резултати експеримената у којима се контакт између два тела сматра еластичним поклапају се са теоријом коју је предложио *Mindlin*. Ова теорија разрађена је за два еластична тела која су оптерећена нормално и тангенцијално једно наспрам другог. У контакту металних површина откривена су два механизма статичког трења везана за температуру. Они се састоје од деформације врхова неравнина при ниским температурама и заваривању врхова неравнина при високим температурама (локалном синтеровању).

Експериментални резултати показују да на коефицијент статичког трења при контакту металних тела значајно утичу контактни притисак, микро – померање, време трајања застоја, храпавост и температура. Статички коефицијент трења расте са повећањем контактеног притиска све док контактни притисак не буде довољно велики да започне пластично деформисање површина. У том тренутку статички коефицијент трења нагло опада и на крају постаје нулти када материјал не успе у сабијању. Ефекат храпавости површина је проучаван варирајућим индексом пластичности. Резултати показују да се коефицијент статичког трења смањује како се индекс пластичности повећава. За веома храпаве површине, ефекат притиска на коефицијент статичког трења се смањује. На основу експеримента који је спровео *Johnson*, може се закључити да статички коефицијент трења линеарно расте са микро – померањем под дејством нормалног оптерећења. При релативно ниским температурама, коефицијент статичког трења смањује се са повећањем температуре, а пошто прође који трен (минимум), почиње да се повећава са температуром. Овакво понашање је објашњено механизмом који укључује деформацију врхова неравнина при ниским температурама и механизмом микроставарених спојева при високим температурама.

Статичко трење у контакту гума - крути материјал није широко проучавано. Подаци из прегледане литературе нам говоре да на њега утичу параметри као што су притисак, полупречник куглице (при контакту куглице са равном површином), микро – померање и храпавост. Експерименти показују да већи полупречници куглице резултирају већим коефицијентом статичког трења, док са порастом притиска коефицијент статичког трења опада. При ниским притисцима, микро - померање се линеарно повећава са коефицијентом статичког трења, међутим, однос између ове две величине престаје да буде линеаран са повећањем притиска. Статички коефицијент трења смањује се са повећањем храпавости површина, долази до минимума, а затим почиње да се

повећава. Овакво понашање објашњено је помоћу адхезивне и деформационе компоненте трења. Закључци за обе врсте контакта су изведени на основу истраживања литературе кроз преглед бројних експерименталних радова.

Литература:

- [1] Предавања из *Основи трибологије*, Универзитет у Крагујевцу, Машински факултет у Крагујевцу, 2011.
- [2] M. Djurdjanovic, D. Stamenkovic: *TRENJE MIROVANJA – USLOV KRETANJA*, SERBIATRIB`07, 10th International Conference on Tribology and WORKSHOP`07, Serbia, pp. 215-218, 2007.
- [3] Снежана Радоњић, Јелена Баралић, Недељко Дучић: *Одређивање статичког коефицијента трења коришћењем трибометра*, Технологија, Информатика и Образовање за друштво учења и знања 6. Међународни Симпозијум, Технички факултет Чачак, 3–5 јун, 2011.
- [4] Science friction,
<http://www.abc.net.au/science/articles/2011/02/17/3140791.htm>, (27.06.2012).
- [5] Static Coefficients of Friction,
http://www.roymech.co.uk/Useful_Tables/Tribology/co_of_frict.htm,
(29.06.2012).
- [6] Вера Ковачевић, Домагој Врсаљко: *"Инжењерство површина"*, Загреб 2011.
- [7] P.J. Blau, *The significance and use of the friction coefficient*, Tribol. Int., Vol. 34, pp. 585-591, 2001.
- [8] D. Dowson: *History of Tribology*, Professional Engineering Publishing Limited, London and Bury St Edmunds, UK, 1998.
- [9] E.L. Deladi: *Static Friction in Rubber-Metal Contacts with Application to Rubber Pad Forming Processes*, PhD thesis, University of Twente, 2006.
- [10] UEMP trenje,
http://www.fer.hr/download/repository/UEMP_trenje2009.pdf, (02.07.2012).
- [11] J.D. Ferry: *Viscoelastic properties of polymers*, John Wiley&Sons, Inc., New York, 1970.
- [12] S. Thiruvarduchelvan: *Elastomers in metal forming: a review*, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 39, pp. 88-82, 1993.
- [13] C.-R. Yang, Y.-C. Chiou, R.-T. Lee: *Tribological behaviour of reciprocating friction drive system under lubricated contact*, Tribol. Int., Vol. 32, pp. 443–453, 1999.
- [14] K.L. Johnson: *Surface interaction between elastically loaded bodies under tangential forces*, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol. 230, Issue 1183, pp. 531-548, 1955.
- [15] J.S. McFarlane, D. Tabor: *Relation between friction and adhesion*, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Science, Vol. 202, Issue 1069, pp. 244-253, 1950.

- [16] J.S. Courtney-Pratt, E. Eisner: *The effect of a tangential force on the contact of metallic bodies*, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Science, Vol. 238, Issue 1215, pp. 529-550, 1950.
- [17] W.R. Chang, I. Etsion, D.B. Bogy: *Static friction coefficient model for metallic rough surfaces*, Journal of Tribology, Vol. 110, pp. 57-61, 1988.
- [18] R.D. Mindlin: *Compliance of elastic bodies in contact*, ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 16, pp. 259-268, 1949.
- [19] J.M. Galligan, P. McCullough: *On the nature of static friction*, Wear, Vol. 105, pp. 337-340, 1985.
- [20] B.N.J. Persson, O. Albohr, F. Mancosu, V. Peveri, V.N. Samoilov, I.M. Sivebaek: *On the nature of the static friction, kinetic friction and creep*, Wear, Vol. 254, pp. 835-851, 2003.
- [21] K. Adachi, K. Kato, J. Liu, H. Kawamura: *The effect of contact morphology on initiation and propagation of micro-slip at contact interface*, Proceedings of TRIB, ASME/STLE International Joint Tribology Conference, 2004.
- [22] A.D. Roberts, A.G. Thomas: *Static friction of smooth clean vulcanized rubber*, NR Technology, Vol. 7, Part 2, pp. 38-42, 1976.
- [23] R.M. Hill, L.A. Dissado: *Temperature dependence of relaxation processes*, Journal of Physics C: Solid State Physics, Vol. 15, pp. 5171-5193, 1982.
- [24] K.-H. Zum Gahr, K. Voelker: *Friction and wear of SiC fiberreinforced borosilicate glass mated to steel*, Wear, Vol. 88–895, pp. 225–229, 1999.
- [25] B. Ivkovic, M. Djurdjanovic, D. Stamenkovic: *The Influence of the Contact Surface Roughness on the Static Friction Coefficient*, Tribology in Industry, Vol. 22, No. 3&4, pp. 41-44, 2000.
- [26] U. Muller, R. Hauert: *Investigations of the coefficient of static friction diamond - like carbon films*, Surface and Coatings Technology, Vol. 174 –175, pp. 421– 426, 2003.
- [27] B. Polyakov, S. Vlassov, L.M. Dorogin, P. Kulis, I. Kink, R. Lohmus: *The effect of substrate roughness on the static friction of CuO nanowires*, Surface Science, Vol. 606, pp. 1393–1399, 2012.
- [28] N. Tayebi, A.A. Polycarpou: *Modeling the effect of skewness and kurtosis on the static friction coefficient of rough surfaces*, Tribology International, Vol. 37, pp. 491–505, 2004.
- [29] B. Bhushan, S. Sundararajan, W.W. Scott, S. Chilamakuri: *Stiction analysis of magnetic tapes*, IEEE Magnetics Transactions, Vol. 33, No. 5, pp. 321–3213, 1997.
- [30] D.-H. Hwang, K.-H. Zum Gahr: *Transition from static to kinetic friction of unlubricated or oil lubricated steel/steel, steel/ceramic and ceramic/ceramic pairs*, Wear, Vol. 255, pp. 365–375, 2003.

- [31] H. Kumar, V. Ramakrishnan, S.K. Albert, C. Meikandamurthy, B.V.R. Tata, A.K. Bhaduri: *High temperature wear and friction behaviour of 15Cr–15Ni–2Mo titanium-modified austenitic stainless steel in liquid sodium*, Wear, Vol. 270, pp. 1–4, 2010.
- [32] P. Mosaddegh, J. Ziegert, W. Iqbal, Y. Tohme: *Apparatus for high temperature friction measurement*, Precision Engineering, Vol. 35, pp. 473–483, 2011.
- [33] H. Nolle, R.S.H. Richardson: *Static friction coefficients for mechanical and structural joints*, Wear, Vol. 28, pp. 1-13, 1974.
- [34] Z. Broniec, W. Lenkiewicz: *Static friction processes under dynamic loads and vibration*, Wear, Vol. 80, pp. 261-271, 1982.
- [35] L.A. Hagman, U. Olofsson: *A model for micro-slip between flat surfaces based on deformation of ellipsoidal elastic asperities – parametric study and experimental investigation*, Tribology International, Vol. 31, No. 4, pp. 209-217, 1998.
- [36] C.A. Brockley, H.R. Davis: *The time dependence of static friction*, Journal of Lubrication Technology, Vol. 90, pp. 35-41, 1968.
- [37] S. Kato, N. Sato, T. Matsubayashi: *Some consideration on characteristics of the static friction of machine tool slideway*, Journal of Lubrication Technology, Vol. 94, pp. 234-247, 1972.
- [38] K.C. Ludema: *Friction*, in: B. Bhushan (Ed.), Modern Tribology Handbook, Vol. I, CRC Press, Boca Raton, FL, pp. 205–233, 2001.
- [39] M. Barquins, A.D. Roberts: *Rubber friction variation with rate and temperature: some new observations*, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 19, pp. 547-563, 1986.
- [40] W.R. Tarr, S.K. Rhee: *Static friction of automotive friction materials*, Wear, Vol. 33, pp. 373-375, 1975.
- [41] P.N. Bogdanovich, A.A. Baidak: *Micro-slip in metal-polymer friction pairs*, Journal of friction and wear, Vol. 23, No. 3, pp. 41-45, 2002.
- [42] Б. Тадић, Б. Јеремић, Ђ. Вукелић, С. Митровић, *Упутство за употребу Трибометра Т1*.
- [43] Ф. Живић: *Нанотрибометрија напредних триболошких материјала*, Докторска дисертација, Универзитет у Крагујевцу, Машински факултет у Крагујевцу, 2011.
- [44] Z. Guo, Y. Meng, H. Wu, C. Su, S. Wen: *Measurement of static and dynamic friction coefficients of sidewalls of bulk-microfabricated MEMS devices with an on-chip micro-tribotester*, Sensors and Actuators A, Vol. 135, pp. 863–869, 2007.
- [45] J.E. Dunkin, D.E. Kim, *Measurement of static friction coefficient between flat surfaces*, Wear, Vol. 193, pp. 186-192, 1996.