

Универзитет у Крагујевцу
Факултет инжењерских наука



Дипломски рад

Тема:

Динамичке карактеристике пнеуматика

Предмет: Основе динамике моторних возила

Студент: Немања Јоцић
Бр. Индекса 829/2013

Професор: Др Александра Јанковић

У Крагујевцу, децембра 2016

Факултет инжењерских наука
Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Аутомобилско инжењерство
Ниво студија: Основне академске студије
Предмет: Основе динамике МВ
Број индекса: 829/2013

Немања Д. Јоцић

Динамичке карактеристике пнеуматика
Завршни рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. Проф. др Александра Јанковић
2. _____
3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завршног рада потребно је проучити одговарајућу литературу из области динамике возила сапиком на динамичке карактеристике пнеуматика. На основу прикупљених података треба приказати поменуте карактеристике као инезанемарљиве утицаје на њих.

Препоручена литература:

- [1] А. Јанковић, *Динамика аутомобила*, Машински факултет Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац 2007.
- [2] Д. Симић, *Моторна возила*, Научна књига, Београд 1974.
- [3] Д. Јанковић, Ј. Тодоровић, *Теорија кретања моторних возила*, Машински факултет Београд, Београд 1990.

Крагујевац, 02.12. 2016.

Ментор:
Проф. др Александра Јанковић

САДРЖАЈ

1. Увод	6
1.1 Историјски развој пнеуматика.....	8
2. Пнеуматик и геометрија точка	10
2.1 Бочни нагиб точка γ	13
2.2 Бочни нагиб осовинице рукавца точка α	14
2.3 Подужни нагиб осовинице рукавца точка – затур β	14
2.4 Подужни нагиб - усмереност точкова ε.....	15
3. Динамичке карактеристике пнеуматика	17
3.1 Трење у контакту пнеуматика и тла	17
3.2 Напони у газећем слоју пнеуматика.....	18
Деловање погонског момента на точак	19
Деловање кочног момента на точак.....	20
Бочне карактеристике пнеуматика.....	21
5.3 Једначине равнотеже точка	24
5.3.1 Стационарне карактеристике пнеуматика у подужном правцу.....	24
5.3.2 Карактеристике пнеуматика у бочном правцу	28
Утицај мокрог коловоза на бочно скретање	33
Бочно повођење погонског и коченог точка	34
4. Експериментално измерене силе пнеуматика.....	37
5. Закључак	40
Литература	42

Резиме

У овом раду је изучена и детаљно описана проблематика везана за динамичке карактеристике пнеуматика. Први део рада се бави основним теоријским знањима везаним за сам пнеуматик, основне „динамичке“ појмове, као и за геометријске поставке точка које утичу на силе које се јављају у пнеуматику. У другом делу рада су обрађени проблеми везано за трење у контакту пнеуматика и тла. Графички су приказани и објашњени напони у газећем слоју пнеуматика и детаљно објашњене стационарне карактеристике пнеуматика у подужном правцу. Такође, обрађени и приказани су разни утицаји на карактеристике пнеуматика у бочном правцу. У трећем делу су приказани резултати појединих експерименталних испитивања како би се створила што јаснија слика о интензитетима оптерећења која се јављају при вожњи у пнеуматику.

Кључне речи: пнеуматик, динамичке карактеристике, динамика возила...

ABSTRACT

This paper is about detail described issues dynamic characteristics of tire. The first part deals with the basic theoretical knowledge related to the tire itself, the basic "dynamic" terms, as well as geometric point settings that affect the forces that occur in the tire. The second part problems are related to friction in contact tire and the ground. Graphics are displayed and explained stresses in the tread of tires and explained in detail the characteristics of the tire stationary in the longitudinal direction. Also, analyzed and presented in the various influences on the characteristics of the tire in the lateral direction. The third section presents the results of some experimental tests in order to create a clearer picture of the intensity loads which occur when driving in the tire.

Key words: Tire, Dynamics characteristic, Vehicle Dynamics

1. Увод

Пнеуматик је еластични преносни елемент између возила и пута, на чијем се котрљању заснива механичко кретање возила. Основни задатак пнеуматика је:

- ✓ да носи возило и користан терет при великим брзинама
- ✓ да преноси погонску силу и силу кочења између возила и пута
- ✓ да добрим пријањањем за подлогу осигура стабилност возила.

Ове карактеристике не смеју да се мењају током експлоатационог века пнеуматика. Осим тога пнеуматик мора да нас сигурно носи преко што већег броја километара. Осим ових основних задатака од модерних пнеуматика очекује се још један низ не мање важних особина:

- ✓ мало трошење (хабање) газеће површине
- ✓ мали отпор котрљања
- ✓ амортизујућа својства
- ✓ да не ствара буку
- ✓ могућност оправке, протектирања, нарезивања
- ✓ да има минимално проклизавање
- ✓ да дају стабилност возилу
- ✓ способност подношења великих брзина уз висок комфор.

Улога пнеуматика је веома комплексна. Може се поћи од тога да пнеумтици пружају подлогу између возила и пута али се њихова главна улога објашњава мало компликованијим терминима. Треба поћи од тога да пнеуматици представљају потпору између возила и пута и омогућава управљање возилом. Пнеуматици примају ударе од пута апсорбују не дозвољавајући да се ти удари пренесу на возило. То се постиже пре свега због њихове еластичности. Еластичност је особина материјала да се после деформације врати у првобитан облик. Дакле пнеуматик има одлику да се деформише у додиру са подлогом, али да се врати у првобитно стање.

Пнеуматици у општој употреби су у ствари производи састављени од више компоненти: гумених мешавина, текстилних и челичних или синтетичких појачања. Главни саставни делови пнеуматика су гумена газећа површина (протектор) и носива текстилна унутрашња структура, каркаса. Каркаса је кружно учвршћена на два, гумом превученим жицаним плетеницама, које на точку належу на раменима наплата. У газеће површине је обликован профил гуме од различитих жљебова и међуламела. Облик профила зависи од намене пнеуматика. За пут под снегом потребан је, на пример, дубок, груб профил, који опет није примеран за сув пут, јер се пнеуматик са њим прегреје. У зависности од конструкције пнеуматици се могу поделити на:

- дијагоналне пнеуматике (слика 1.1 / доле)
- радијални пнеуматике. (слика 1.1 / горе)

Разлика је што су код радијалних нити корда каркасе под углом од 90° у односу на правац кретања, а код дијагоналних слојева каркаских платана се укрштају под углом од 60° до 80°[1]. Такође, неке од карактеристика поменутих пнеуматика су:

Радијални

Мањи отпор котрљања али бокови се лакше оштећују

Код заокретања при великим брзинама јавља се изненадно клизање

Отпорнији су на пробој али нису погодни за лоше путеве

Боље пријањају на подлогу

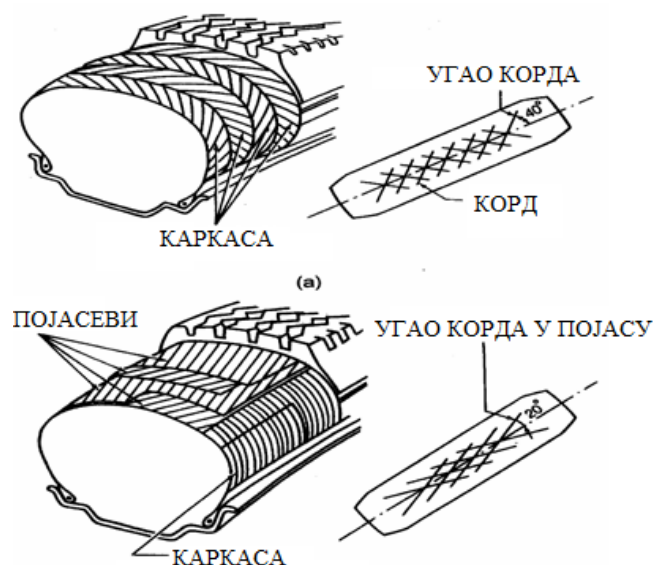
Боље држе смер вожње

Дијагонали

Не задржавају сталан облик газеће површине

Мања површина газећег слоја у односу на радијални

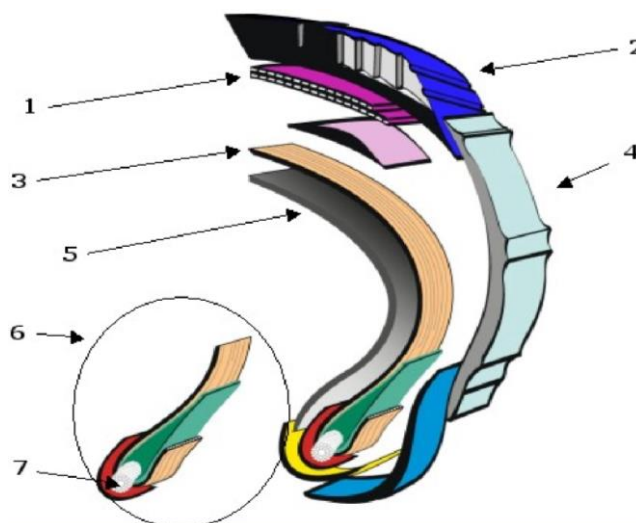
Примењују се код моторских, пољопривредних машина, спец. војних возила итд.



Слика 1.1 Радијални (горе) и дијагонални пнеуматик (доле)[2]

Конструкција радијалних пнеуматика приказана је на слици 1.2 на којој обележене позиције представљају:

1. Појас
2. Газећи слој
3. Каркаса
4. Бок пнеуматика
5. Корд
6. Пета
7. Жичани обруч[2]



Слика 1.2 Пресек радијалног пнеуматика[2]

Точак као склоп пнеуматика и наплата (фелне) представља кључни фактор стабилности и мирноће хода возила. Динамичке карактеристике пнеуматика су веома битне за све делове структуре динамике возила, што се према уобичајној подели односи и на:

- ✓ вертикалну динамику,
- ✓ подужну динамику,
- ✓ попречну динамику [3].

1.1 Историјски развој пнеуматика

Почетком 19. Века, *Charles Mcintosh* експериментисао је са латексом, смешом која се добија од дрвета каучука пореклом из Амазона. Латекс је најпре сакупљан са стабала у шумама Амазона, а крајем 19. Века подижу се прве плантаже у Малезији. Латекс је стигао у Јужну Америку након што су истраживачи открили да Идијанци користе листове каучука за хидроизолацију.

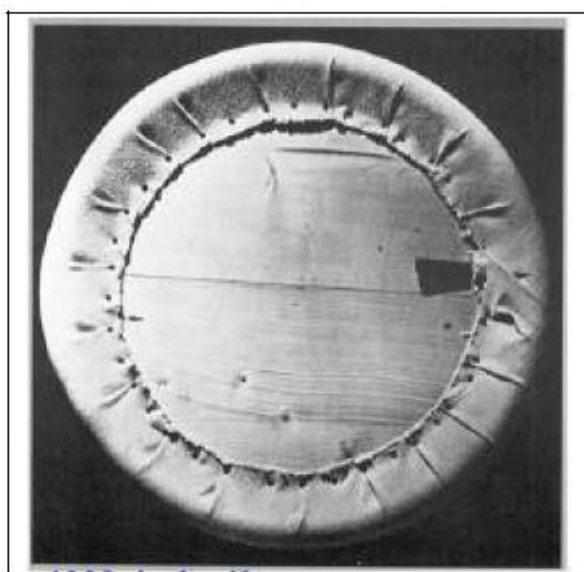
Нажалост, листови каучука показали су се недовољно квалитетним; када је хладно, постајали би превише крути а на сунцу су постајали лепљиви.

Експериментисање са латексом наставља се широм Европе и Америке са циљем да се стабилизују и унапреде карактеристике ове смеше.

Године 1839. *Charles Goodyear* открио је да додавањем сумпора у растопљени латекс смеша достиже потребну еластичност и снагу. Нови концепт гуме првобитно је коришћен као газећи слој точкова за кочије и бицикле.

Гуме кроз историју

Као и многи проналасци, модерна гума измишљена је из потребе да се реши проблем појединца, а не због жеље за славом и богатством изумитеља. Године 1888. Шкот *John Boyd Dunlop* желео је да сину омогући удобнију вожњу бицикла. Није ни сањао да је на трагу једног великог проналаска.



Слика 1.3 Први Данлоп пнеуматик [4]

Међутим, Дунлопово откриће нису заобишле контроверзе. Није знао да је један други Шкот, *Robert William Thomson*, већ патентирао гуму 1845. Године. Дунлоп је брже-боље основао фирму Данлоп (енгл. *Dunlop*), да би се након тога борио и легално добио битку против Томсона.

Упркос томе што је Томсон био бржи, Данлопу је кредибилитет дао већ припремљен дизајн за проналазак. Нажалост, ветеринар по струци, господин Данлоп, продао је патент и предузеће прилично рано тако да од свог изума није имао наручиту финансијску добит.

Крајем 1891. године прву гуму „одвојиву“ од точка измислила су два агро-инжењера из централне Француске. Браћа Мишелин, Едуард и Андре, лансирали су своје идеје снажно и успешно. Они су први испробали пнеуматске гуме на „кочијама без коња“ у трци Париз-Бордо-Париз. Стигли су последњи, мењајући гуме на сваких 90 миља, тако да је победник трке изјавио да пнеуматске гуме никада неће бити прихватљиве за моторна возила.

Након неколико година *Barlett* измислио је и унапредио фелну и гуму која је одвојива од точка.

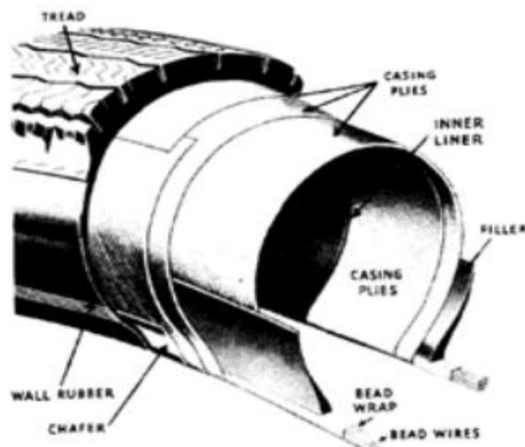
Дијагоналне гуме

Компанија Палмер гуме (енгл. *Palmer Tyre*) из Детроита, направила је већи корак 1915. године. Она је направила прву дијагоналну гуму. Име је добила због своје унутрашње конструкције јер се нити појединих слојева тканине укрштају косо, дијагонално.

До 1937. године експериментисање и потрага за јачим материјалима није престала. Тек тада су се за унутрашњу конструкцију почеле користити челичне жице и то за камионске гуме.

Радијалне гуме

Прва радијална гума направљена је 1947. године. Представљала је револуцију за индустрију транспорта и главни изум у гумарској технологији још од Дунлоповог пнеуматика. Као што јој име каже, радијална гума конструисана је тако да се нити слажу попречно, што значи у смеру радијуса гуме. Називају се и појасате због појаса који је на ободу уграђен под газећи слој[4].

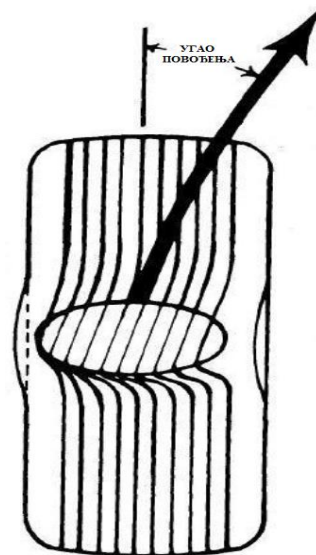


Слика 1.4 Приказ првог радијалног пнеуматика [4]

2. Пнеуматик и геометрија точка

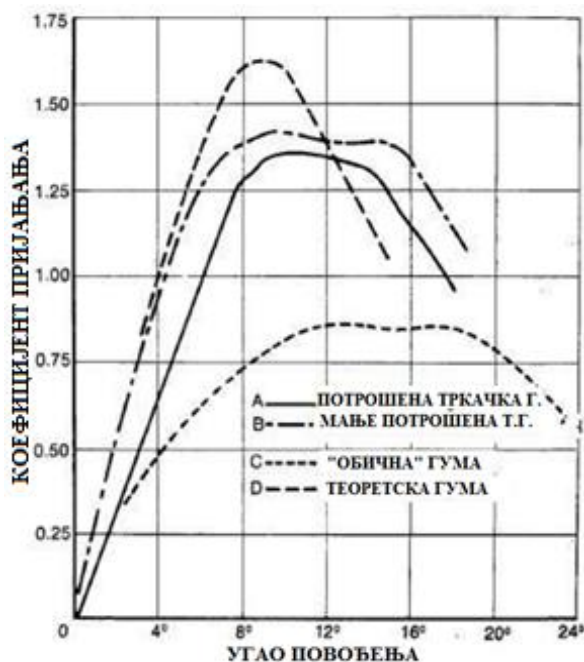
Највећа сличност, а у неким случајевима и једина, између данашње Формуле 1, путничког возила и нпр. картинга, је та да сви они своја кретања, убрзања, стабилност, контролу, управљање, а такође и све повратне информације према возачу добијају и остварују искључиво преко контакта четири пнеуматика са подлогом. На сваком пнеуматику јавља се одређена нормална сила која зависи од укупне масе возила, трансферу оптерећења при одређеним убрзањима, као и утицају аеродинамичког притиска. Она се готово константно мења у току вожње. Из нормалне силе се јавља сила пријањања која зависи од коефицијента трења, а он зависи од пуно фактора, као што су: врста пнеуматика, смеше и притиска у пнеуматику, температуре, врсте и храпавости подлоге, као и од повођења пнеуматика, који ће ускоро бити објашњен. Коефицијент пријањања се углавном претпоставља јер га је готово немогуће измерити за сваки поједини случај. У случају тркачких возила, када је пнеуматик довољно загрејан и подлога по којој се вози квалитетна, коефицијент пријањања се креће од 1,5 до 2, док је коефицијент пријањања ког путничких пнеуматика далеко испод 1. У прорачунима се углавном узима мало већа вредност, како би се добило на сигурности конструкција.

Контактна површина између пнеуматика и подлоге је елипсоидног облика. Како се точак окреће, део пнеуматика који се налази у контакту са подлогом се константно мења. Иако је пнеуматик еластичан, и са обзиром да се у контакту јављају велике силе реакције, контактна површина се кроз кривину закреће у односу на правац по коме се точак креће. Тај угао, између симетрале пнеуматика у погледу одозго и правца по коме се преноси сила са подлоге, назива се угао повођења („*Slip angle*“). На *слици 2.1* се види како се пнеуматик готово линеарно деформише пре него што дође до контакта са подлогом, тада се цела контактна површина формира у правцу угла повођења, а када прође контакт са подлогом карактеристика пнеуматика је да се нагло опусти и врати у почетну позицију.



Сл. 2.1 Угао повођења

Коефицијент пријањања зависи од угла повођења. Дакле, коефицијент пријањања, а и количина бочног убрзања се повећава са повећањем угла повођења до одређене границе где достиже максималну вредност. Након што је максимална вредност коефицијента пријањања достигнута, даље повећање угла повођења резултира лаганим смањењем коефицијента пријањања до тачке када долази до губитка пријањања. Ако се направи дијаграм зависности коефицијента пријањања и угла повођења добија се график са *слике 2.2*. Максимална вредност коефицијента пријањања постигнута на кривој одређује колико бочног убрзања гума може остварити, а облик криве утиче на управљивост возила при вожњи на граници пријањања. Облик криве који сеприжељкује требало би да буде што стрмији до отприлике 80 – 90 % од максималног коефицијента пријањања, да би временски период од када је возач почео да скреће до када пнеуматик стварно не успостави пријањање био што краћи. Након тога врх саме криве би морао бити што равнији тј. да се коефицијент пријањања што мање мења са променом угла повођења. Такво понашање пнеуматика је изузетно важно због поузданости возача у само возило и да не би дошло до излетања са стазе први пут када дође до максимума пријањања у кривини. Након одређеног угла повођења,



Сл. 2.2 График карактеристике пнеуматика

аеродинамика при већим брзинама кретања возила.

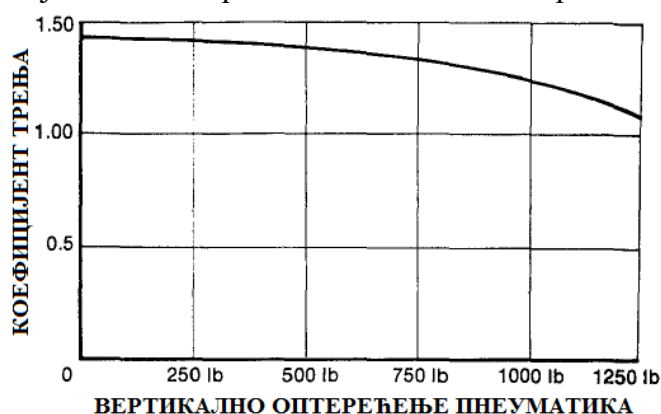
Док возило убрзава у кривини, са пнеуматиком дешава се следеће: Како је пнеуматик еластичан, он се у старту почне деформисати и повећавати трење. При врху где престаје линеарност пнеуматик почиње лагано клизати ка рубовима, али коефицијент трења још увек расте, само не толико стрмо као пре. Повећањем угла повођења мења се удео еластичне деформације контактне површине и количине проклизавања, све док кривуља не почне стрмо падати, а то значи да се комплетно оптерећење преноси трењем клизања. Негде између појаве клизања на контактної површини и комплетног клизања се јавља максимални износ коефицијента трења односно пријањања.

Још један фактор који значајно утиче на пнеуматике је њихова температура. Како је познато, сваки процес који укључује трење нужно производи и отпадну топлоту. У овом случају она се преноси већим делом на околни ваздух, али се део задржава и у пнеуматику. Тако да температура пнеуматика расте све до тачке где се успоставља температурна равнотежа. Она није константна, већ зависи од тренутног оптерећења и трења које пнеуматик у том тренутку производи. Већина тркачких пнеуматика постиже радну температуру на око 80°C , док се код пнеуматика за кишу радна температура постиже на око 60°C , из разлога што имају боље хлађење тј. мање топлоте произведене трењем се задржава у самом пнеуматику. Зато није препоручљиво возити са кишним пнеуматичима по сувој стази. Пнеуматици за путничка возила су пројектовани за знатно веће температуре из разлога сигурности и непредвидљивих услова.

Последња ствар која је веома важна код карактеристике пнеуматика, је његова кружница пријањања. Пнеуматик, зависно од модела, врсте, примене итд, преноси

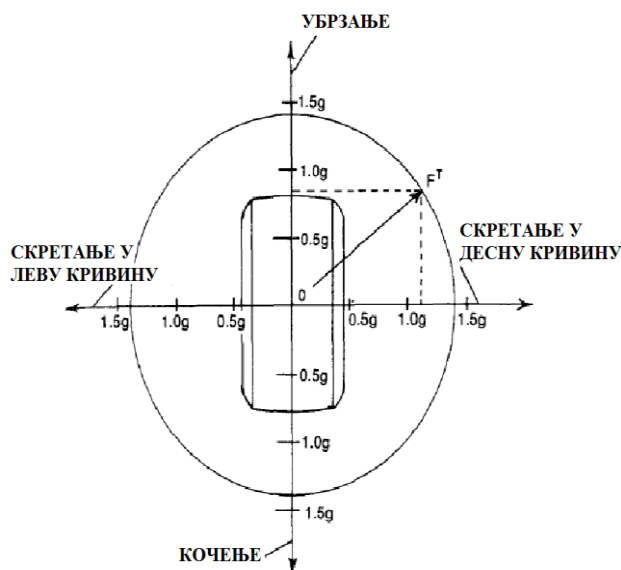
кривапочиње да стрмо пада и да губи пријањање, тако да се тад угао тачка управљача мора под хитно смањити како би се вратили на врх криве и вратити пријањање.

Коефицијент пријањања није линеарно зависан у односу на вертикални притисак тј. нормалну силу, већ лагано опада (приказано на слици 2.3). То се јавља из разлога што се са већом нормалном силом повећава и притисак на контактної површини. Због већег притиска се смањује еластична деформација, што директно утиче на смањење коефицијента пријањања. Та нелинеарност постоји, али ипак није толико изражена да се не би користила



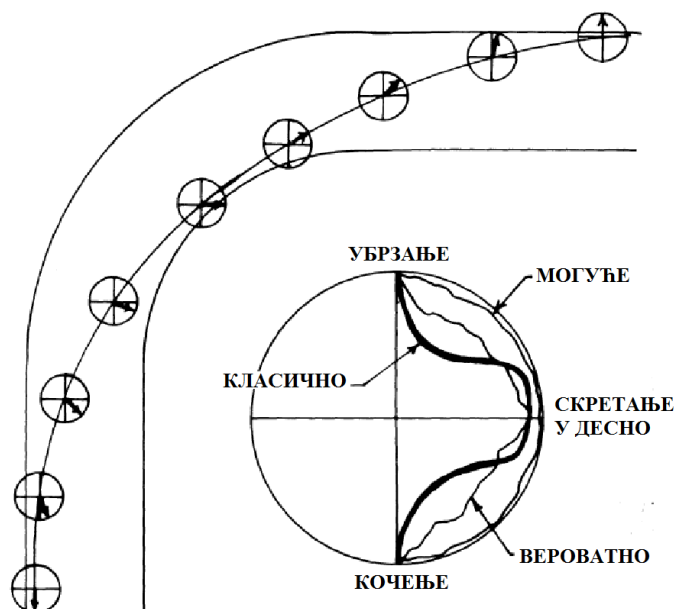
Сл. 2.3 График зависности од вертикалног притиска

готово једнаку силу трења у правцу убрзања, кочења и бочног убрзања, као што је приказано на **слици 2.4**. Приложени график приказује како анализирани пнеуматик може пренети $1,4 g$ убрзања у сва четири правца, али је такође очигледно да није могуће истовремено постићи два максимална убрзања. Уколико се истовремено и кочи и скреће, онда је потребно дозирати ове две компоненте како се не би „испало“ из кружнице пријањања и проклизало. Другим речима, након наглог кочења на уласку у кривину, команда кочнице се постепено попушта и точак управљача се лагано окреће у правцу кривине. На врху кривине, команда кочнице је искључена у потпуности, а бочно убрзање је максимално. Тада долази излазак из кривине где се лагано смањује бочно убрзање и такође лагано додаје гас, како би до краја изласка из кривине убрзање било на самој граници кружнице пријањања тј. највеће које се може пренети у том тренутку.



Сл. 2.4 Кружница пријањања

На **слици 2.5** приказано је читавање давача убрзања које приказује осцилације убрзања приликом проласка кроз кривину обичног и професионалног возача, као и пример шта је теоретски могуће урадити [5].

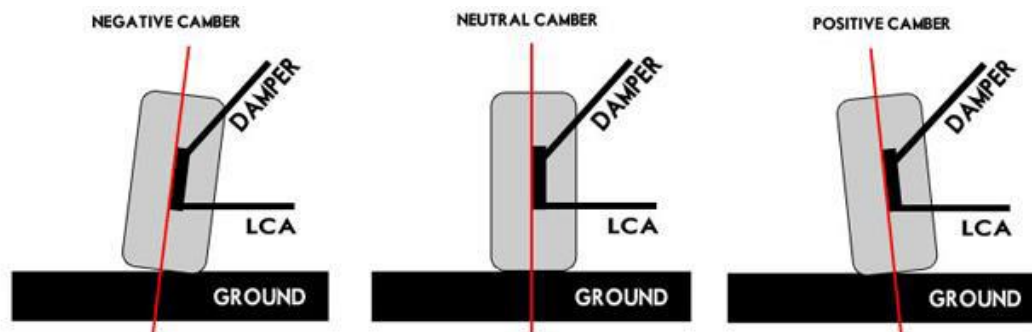


Слика 2.5 Поређење читавања давача убрзања и кружнице трења

Геометрија поставке точка такође утиче на силе које се јављају у самом пнеуматику и зато је неопходно упознавање са њеним основним појмовима.

2.1 Бочни нагиб точка γ

Код моторних возила подужна равна точка није вертикална, већ она са нормалом на равнагта гради угао γ .



Слика 2.6 Бочни нагиб точка (негативни, неутрални и позитивни)
(Damper – амортизер, LCA – доње A раме, доње контролно раме, Ground – тло)

Точкови који имају позитиван угао бочног нагиба точка имају смањену способност да прихвате веће вредности бочних сила при кретању у кривини, односно угао клизања пнеуматика се повећава, јер се смањује контактна површина пнеуматика и тла.

Како би обезбедили малу подуправљивост возила, обично се предњи управљачки точкови постављају под извесним позитивним углом нагиба, а задњи условно под правим углом односу на пут. Од њега највише зависи величина газеће површине пнеуматика. Ако је овај угао превелики, газећа површина ће бити премала, а ивице пнеуматика ће се брже истрошити.

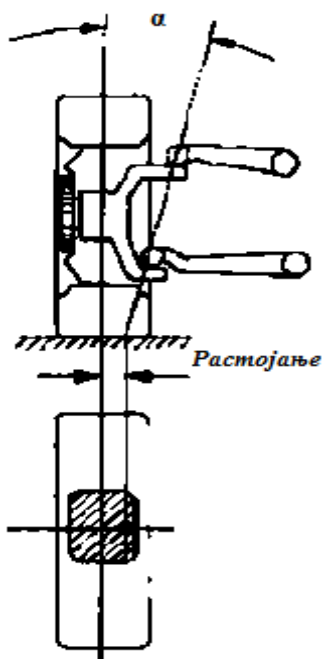
Негативни угао бочног нагиба точка онемогућава нагињање унутрашњег точка при кретању у кривини. У кривини се унутрашњи точак нагиње од возила, тј. угао његовог бочног нагиба постаје позитиван. Ако се он постави тако да при кретању на правцу буде негативан, онда у кривини постаје једнак нули и омогућава да газећа површина точка и његово пријањање буду највећи могући. Стога је пожељна вредност овог угла нула или негативна. Позитиван угао ствара проблеме у држању возила на путу, јер би се у кретању у кривини толико повећала да би точак са путем има контакт само ивицом пнеуматика.

У току кретања у кривини возила чији су предњи точкови постављени под позитивним бочним углом нагиба, унутрашњи и спољашњи точак ће се закретати ка и од центра ротације возила (радијус кривине) респективно.

У исто време, због кретања у кривини, долази до трансфера оптерећења са унутрашњег на спољашњи точак, услед чега унутрашњи точак има мањи угао клизања, мање вертикално оптерећење и мање губитке у односу на спољашњи точак, који је са већим углом клизања и већим вертикалним оптерећењем. Са обзиром да ће предњи пнеуматици имати у просеку већи угао клизања у односу на задње пнеуматике, који су постављени нормално у односу на пут, то ће изазвати тенденцију возила ка подуправљању.

Са увођењем нископрофилних пнеуматика, углови нагиба точкова се држе на минималним вредностима[5,3].

2.2 Бочни нагиб осовинице рукавца точка α



Овај угао заклапа осовинице рукавца точка са вертикалом у попречној равни. Овај угао се сматра позитивним ако је горњи крај осовинице рукавца точка ближи подужној равни симетрије него доњи.

Уколико је угао нагиба осовинице рукавца точка једнак нули, постојаће одговарајући радијус око којег ће се окретати точак приликом његовог закретања. Услед постојања овог радијуса и са његовим повећањем, управљање точковима ће бити теже услед постојања момента којег треба савладати.

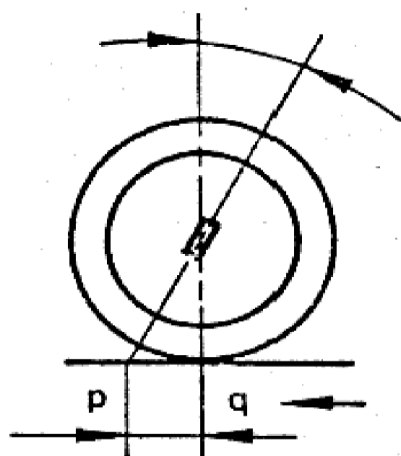
Када је размак између центара пројекције осе осовинице рукавца точка и контактне површине пнеуматика једнак нули, тада се јавља проблем управљања при ниским брзинама возила.

Због свега тога овај угао се креће у границама између 10° и 25° најчешће око 8° до 15° . Обично се у пракси осе осовинице рукавца точка и бочног нагиба точка не секу у центру који се налази на подлози, већ испод њега [5,3].

Сл. 2.7 Бочни нагиб осовинице рукавца точка

2.3 Подужни нагиб осовинице рукавца точка – затур β

Овај угао се остварује нагибом осовинице точка уназад у односу на подужну осу возила, чиме се добија продор осе рукавца точка у равни тла испред средине контактне површине.



Сл. 2.9 Затур

Растојање између тачака “p” и “q”. Ово растојање је пројекција оштрог угла, који са вертикалом заклапа стварна или измишљена обртна оса рукавца, на раван која је паралелна средњој подужној равни возила.

Затур је позитиван када је p испред q, посматрано у правцу кретања возила.

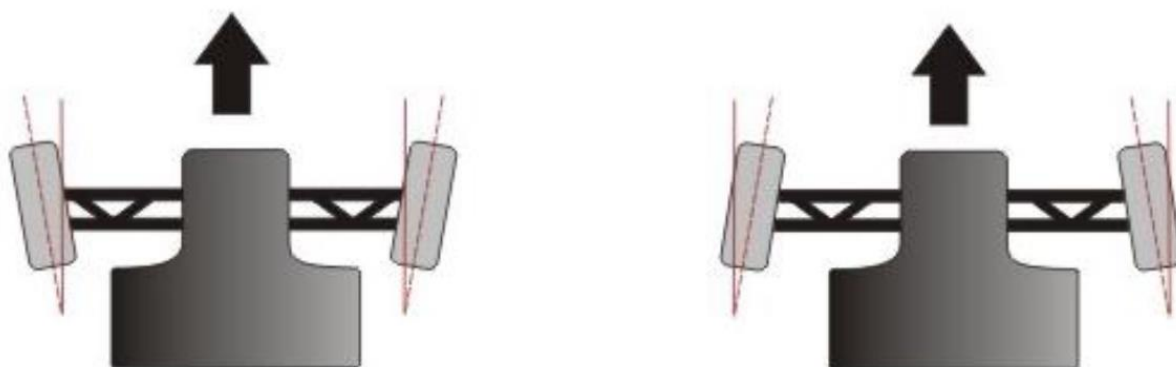
Главни задатак затура точка је да омогући враћање точка управљача по изласку из кривине самоиницијативно у положај који карактерише праволинијску вожњу.

Позитиван затур је када је пројекција подужног нагиба осовинице точка на тло испред центра контактне површине пнеуматика, а негативан када је тачка ове пројекције иза центра контактне површине.

Код возила са задњом погонском осовином, предњи точкови су постављени тако да имају позитиван подужни нагиб осовинице рукавца точка. Ово омогућује да се

предњи точкови, пошто нису погонски већ су вучени (гурани), окрећу око осе затура точка, све док се точкови не поставе у праволинијски положај под дејством силе отпора кретању предњих точкова.[5,3].

2.4 Подужни нагиб - усмереност точкова ε



Слика 2.10 Подужни нагиб точка (негативни(лево) и позитивни (десно))

Постојање угла бочног нагиба точкова, изазива да точкови имају тежњу кретања по луковима, који се разилазе од возила. Да би се одстранио овај недостатак, практикује се „увлачење” предњих крајева управљајућих точкова, такозвана „усмереност точкова”, тако да они нису постављени паралелно са подужном осом возила, већ под такозваним углом конвергенције ε према њој. Другим речима, међусобно одстојање точкова испред рукавца (гледано у правцу вожње) је мање за 1 до 10 mm од одстојања иза рукавца. Величина увлачења точкова зависи од врсте и конструкције возила.

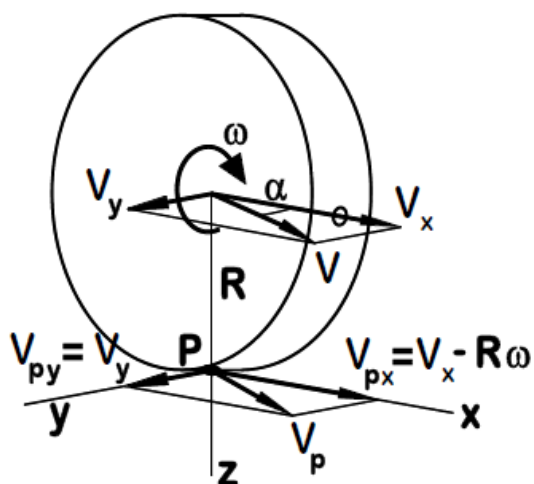
2.5 Кинематика пнеуматика

Две кинематичке променљиве се обично користе у вези са облицима сила пнеуматика и у вези мерења сила пнеуматика. Оне су рачунски угао α , и лонгитудинално клизање точка, s . Рачунски угао је илустрован на слици 2.11 и дефинише се као:

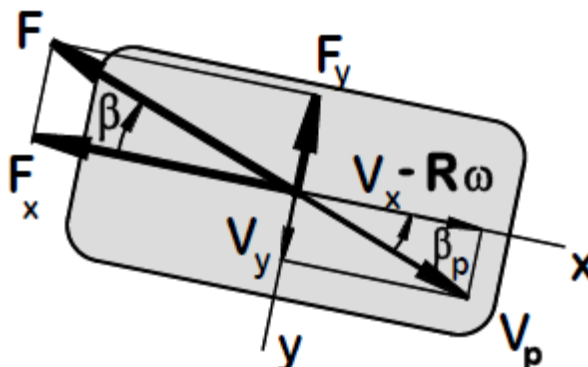
$$\alpha = \tan^{-1} \frac{B_z}{B_x} \quad (2.1)$$

Клизање точка може имати различите дефиниције. Једна која се овде користи је таква да је $0 \leq S \leq 1$, где је

$$S = \frac{V_x - R\omega}{V_x} \quad (2.2)$$



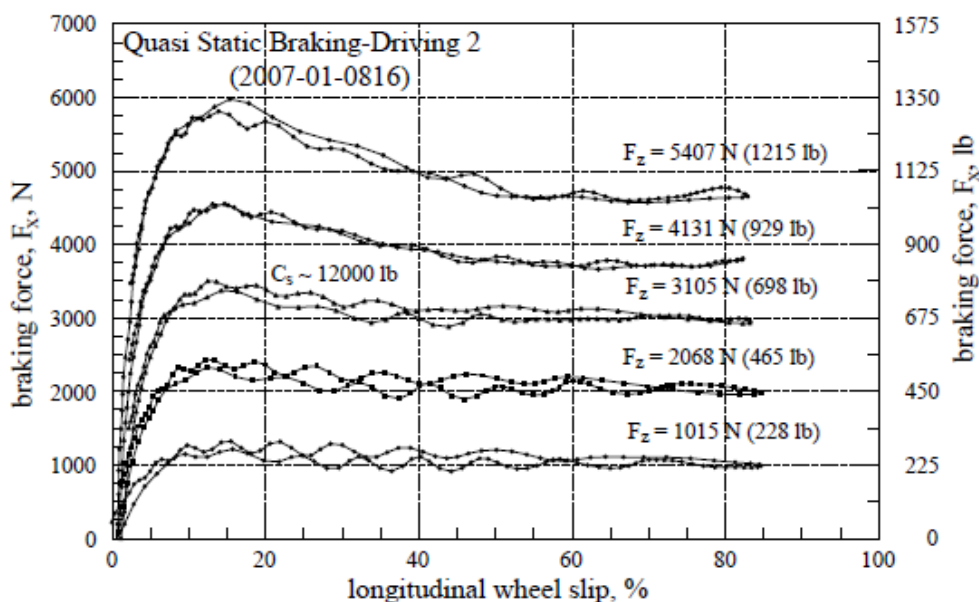
Слика 2.11 Брзине точка / пнеуматика [6]



Слика 2.12 Компоненте сила и клизних брзина у пнеуматику [6]

На сликама 2.11 и 2.12 показане су компоненте брзина клизања пнеуматика $V_{px} = V_x - R\omega$ и $V_{py} = V_y$. Наглашава се да се генерално вектор брзине, V , на главчини точка и клизна брзина, V_p , у додирном центру површине разликују како у величини тако и у правцу. Клизна брзина V_p је брзина тачке P у односу на површину пута. Такође се могу разликовати правац резултујуће силе, F , и клизна брзина, V_p . Без управљања, компонента лонгитудиналне (кочење, убрзавање) силе пнеуматика, $F_x(S)$ обично се изражава математички, као функција точка који клиза.

Слично је кад нема кочења, где се компонента бочне силе (кривинама, управљање), $F_y(\alpha)$, обично математички изражава као функција угла клизања.



Слика 2.13 Експериментално измерене подужне силе пнеуматика P225/60R16 [Salaani]. (braking force – сила кочења; longitudinal wheel slip – подужни угао точка) [6]

3. Динамичке карактеристике пнеуматика

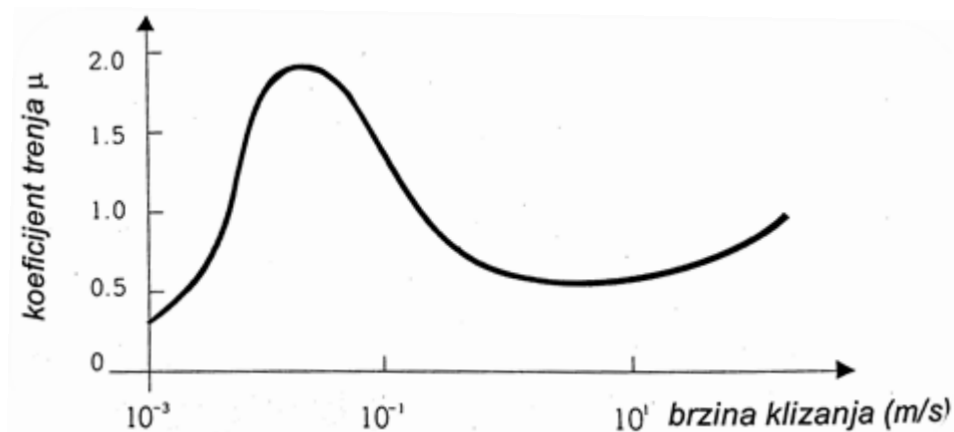
Познато је да су пнеуматици изложени директном дејству сила које се са тла преносе на возило – реакција тла. Динамичко оптерећење контактних слојева је веома велико. Тако, нпр., при вожњи брзином од **100 km/h** у контакту са тлом је део обима протектора дужине око **$l=0,15m$** и то за време од **0,0054s**. Осим тога што се ради о веома брзим динамичким променама, сам пнеуматик је анизотропна средина, што отежава проучавање феномена пријањања и клизања, његово моделирање као и примену механичко-математичког апарата. Јасно је да су **контактне силе последица постојања смичућих напона, произведених притиском и трењем**.

3.1 Трење у контакту пнеуматика и тла

Према Кулоновој теорији трења, коефицијент трења је константна величина. Са друге стране, гума је вискоеластични материјал и њено понашање не подлеже класичној теорији. Трење садржи компоненту пријањања и компоненту клизања. У случају контакта пнеуматика и тла, зависно од релативне брзине V_{rel} између центра тачка и тачке додира пнеуматика и тла (периферна брзина), разликујемо случај

- Чистог пријањања ($V_{rel}=0$) и
- Пријањања са клизањем, ($V_{rel}>0$).

Све док се тачка котрља, коефицијент пријањања је већи од коефицијента клизања. Учешће пријањања и клизања се мења током кретања возила, тако да је јасно да је коефицијент трења функција брзине клизања.



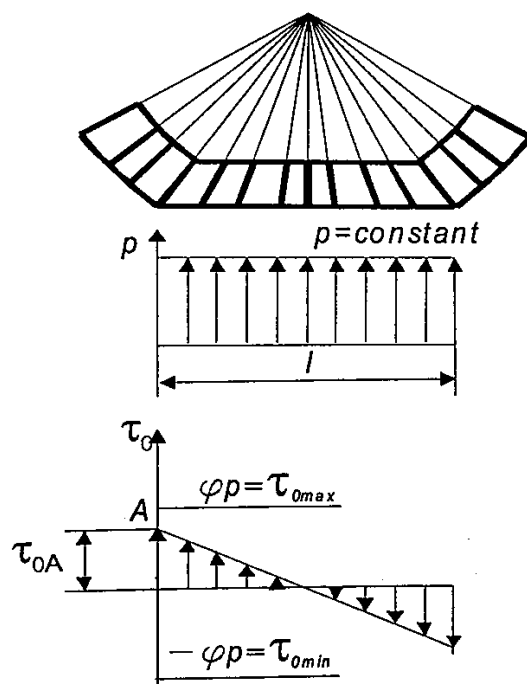
Слика 3.1 Зависност коефицијента трења од брзине клизања[3]

Са **слике 3.1** се види да коефицијент трења може да буде и већи од јединице, што је за вискоеластичне материјале могуће. Дијаграм на овој слици је добијен експериментално [7]. Максимум варира у области брзине клизања 0,05 до 5 m/s зависно од особина гуме и температуре подлоге. Што је температура подлоге већа, максимум се помера више удесно, ка већим брзинама клизања. Сама максимална вредност коефицијента може да буде и више од 10 ако се ради о веома углачаној подлози. После максимума долази до пада вредности коефицијента трења са великим градијентом. Овакве вредности су типичне за слетање авиона на писту. Дијаграм не полази из нуле јер је у експерименту увек брзина клизања већа од нуле. Случај када је брзина клизања

једнака нули представља математичку, фиктивну вредност, која није потврђена у пракси.

Процесе адхезије и хистерезиса у гуми, који објашњавају појаву трења (пријањања и клизања) неће бити тема овог рада јер су то молекуларни процеси који нису предмет разматрања у овом раду[3].

3.2 Напони у газећем слоју пнеуматика



Слика 3.2 Распоред смичућег напона у контакту пнеуматика и тла уподужном правцу (коэф.пријањања $\phi = \text{const}$)[3]

Kummer је 1966.год. дао савремене основе теорије трења, а *Willumeit* је 1969. први пут успоставио механички модел газећег слоја пнеуматика којим се добро репрезентују карактеристике пнеуматика и који се ослања на *Kummer*-ову теорију. Овим моделом могу да се објасне промене обимне силе, бочне силе и момента стабилизације који настају код реалних пнеуматика.

У газећем слоју пнеуматика постоји одређена расподела смичућег напона по површини отиска. Последице постојања неке расподеле која није униформна ни у подужној ни у попречној равни су неравномерне реакције тла, односно промена како величине реакције тла тако и њене нападне линије у различитим режимима вожње (кочење-убрзавање).

За објашњење ове појаве, претпоставиће се да је:

- 1) нормални притисак који делује између пнеуматика и тла константан и једнак унутрашњем притиску пнеуматика (**p**);
- 2) ширина контактне површине константна, једнака ширини пнеуматика (**b**) и не зависи од оптерећења точка.

У газећем слоју пнеуматика (протектору) долази до деформација смицања под дејством смичућег напона. Ово смицање проузроковано је трењем на контактної површини. Услед вискоеластичних особина протектора, овај смичући напон има одређену расподелу дуж контактне површине протектора. Постоје промене смичућег напона у радијалном правцу (трансверзално смицање).

На **слици 3.2** приказана је промена смичућег напона који производи обимна сила на пнеуматику, при чему је са **1** означена дужина контактне зоне. Обимна сила на точку у функцији смичућег напона је

$$F_0 = b \int_0^l \tau_0 dx \quad (3.1)$$

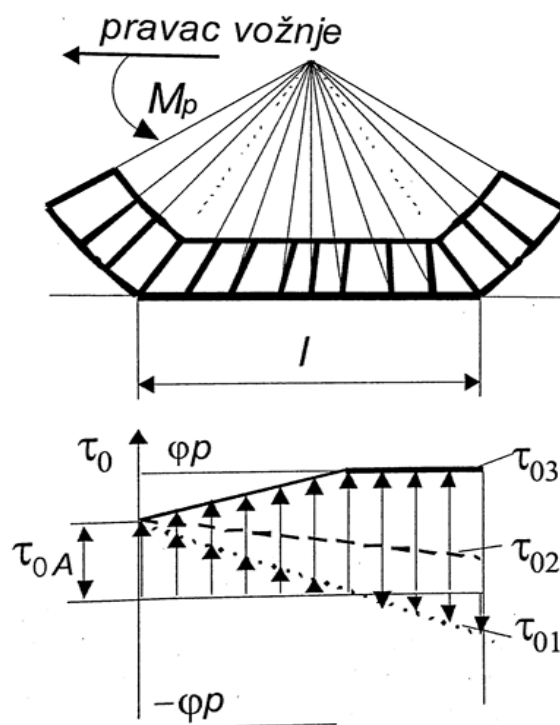
На **слици 3.2** са τ_{0A} је означен иницијални смичући напон у почетној тачки контакта пнеуматика и тла [3].

Деловање погонског момента на точак

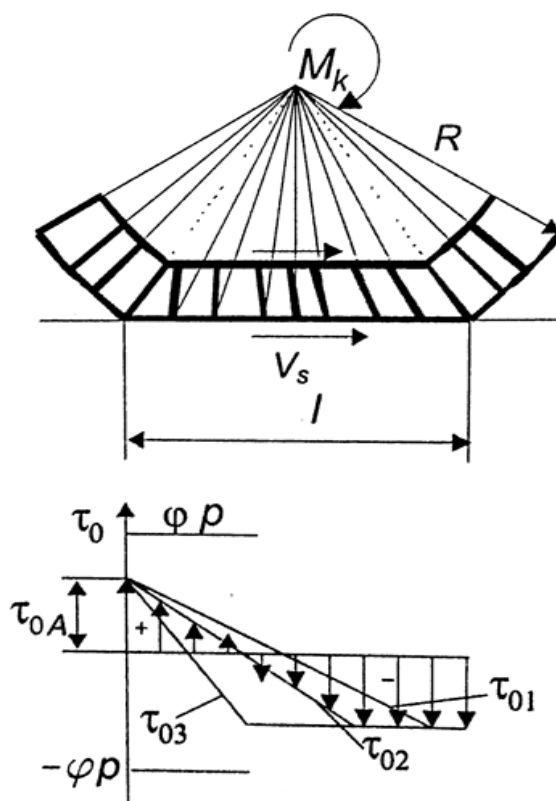
Са променом погонског момента M_p мења се и нагиб праве којом је представљена расподела компоненте смичућег напона τ_0 .

Сагласно **слици 3.3**, напону τ_{03} одговара највећи погонски момент, тј. важи релација $M_{p3} > M_{p2} > M_{p1}$, као и констатација да не може да се пређе вредност напона $\tau_{0max} = \varphi p$, где је φ коефицијент пријањања. Одатле следи да је

$$F_0 = \varphi \cdot b \int_0^l p dx \quad (3.2)$$



Слика 3.3 Промена смичућег напона у контактку пнеуматика и тла, делује погонски момент ($\varphi = \text{const}$) [3]

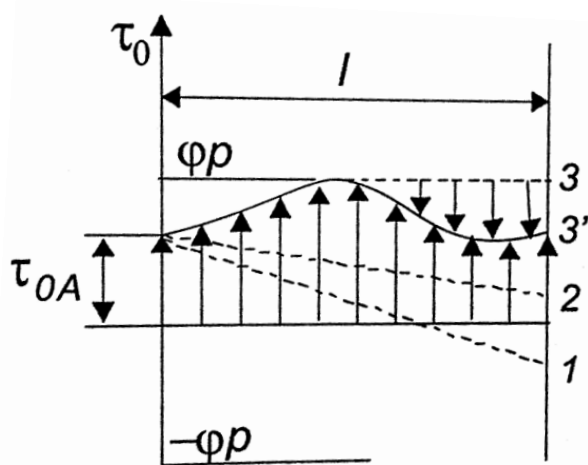


Слика 3.4 Промена смичућег напона у контакту пнеуматика и тла, делује кочни момент ($\phi = \text{const}$) [3]

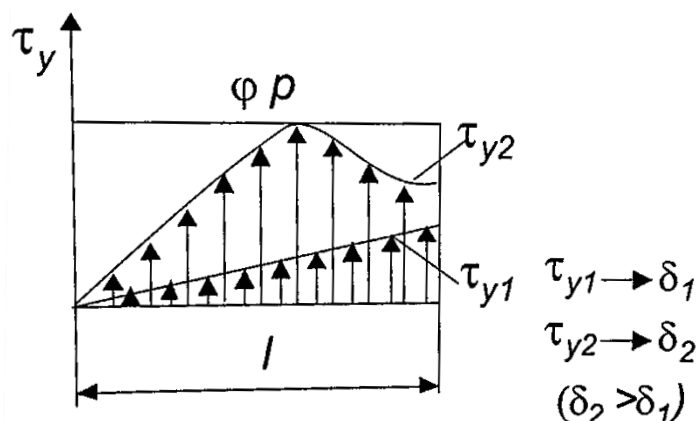
Деловање кочног момента на точак

Кочном моменту одговара расподела приказана на слици 3.4 индексу „3“ одговара највећи кочни момент, тј. важи релација $M_{k3} > M_{k2} > M_{k1}$.

Јасно је да се тежиште површине отиска, а самим тим и нападна тачка резултујућих сила смицања, при оштријем - интензивнијем кочењу помера ка напред.



Слика 3.5 Реална (3') и идеалне расподеле (1, 2 и 3) смичућег напона, делује погонски момент [3]



Слика 3.6 Расподела бочне компоненте смичућег напона [3]

Праволинијски карактер опадања напона до достигања његове минималне вредности (хоризонтална линија) значи да се промена догађа за $\phi = \text{const}$, а у тачки достигања саме минималне вредности настаје потпуно клизање.

У оба случаја (погон и клизање) правим линијама у координатном систему (τ_0, x) је приказана идеализована расподела напона при **непроменљивом** коефицијенту пријањања.

Како у стварности коефицијент пријањања зависи од брзине клизања, ова расподела смичућег напона за, нпр., погонски точак који се убрзава моментом M_{p3} (слика 3.3), има облик дат на **слици 3.5**.

До достигања максималне вредности смичућег напона (вредност ϕp) промена је линеарна, а после достигања максимума, вредност смичућег напона асимптотски опада (хоризонтална асимптота) до вредности која би одговарала обимној сили при потпуном клизању[3].

Бочне карактеристике пнеуматика

Позната је појава бочног скретања пнеуматика услед постојања еластодинамичких особина газећег слоја и у бочном правцу. Зависно од величине угла бочног скретања (δ) расподела смичућег напона, чијим се интеграљењем по површини отиска добија бочна сила F_y , има изглед као на **слици 3.6**.

Напону τ_{y2} одговара угао скретања δ_2 , а напону τ_{y1} угао скретања δ_1 ($\delta_2 > \delta_1$). Као и код подужне компоненте, расподела је линеарна и растућа до достигања максималне вредности напона ϕp , а потом опада због великих промена градијента угла клизања (зона нелинеарности).

Бочна сила би се рачунала према:

$$F_y = b \int_0^l \tau_y dx, (b = \text{const}) \quad (3.3)$$

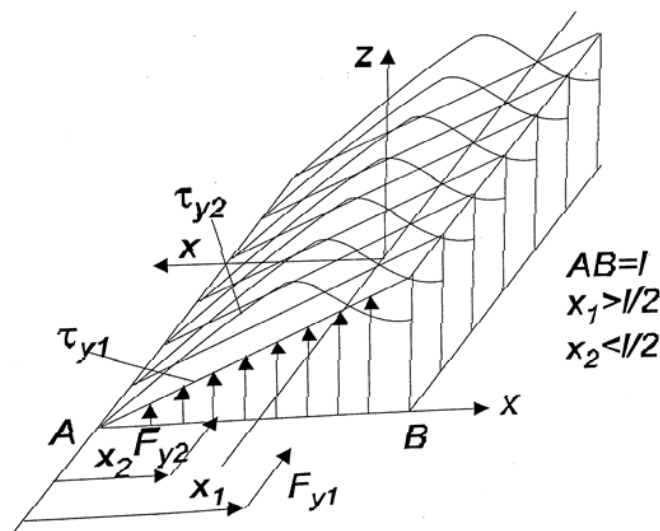
Прираштај бочне силе по углу скретања се дефинише као **коефицијент бочног скретања** (k_y),

$$k_y = \frac{dF_y}{d\delta} \quad (3.4)$$

Из свега наведеног се закључује да, са обзиром на расподелу напона τ_s по дужини отиска, резултујућа бочна сила не делује у геометријском тежишту отиска већ у тежишту површине која представља расподелу напона.

За случај да је ова расподела линеарна (мали углови бочног скретања), једноставно је израчунати аналитички положај резултанте (тежиште правоуглог троугла), па бочна сила делује на константном растојању $x = l/6$ од геометријског тежишта отиска, који је симетричан.

У случају већих углова скретања и већих деформација пнеуматика, отисак није симетричан, а и расподела напона зависи од режима вожње.



Слика 3.7 Распоред бочне компоненте смичућег напона у контакту пнеуматика и тла [3]

Ова бочна сила производи момент враћања точкова при њиховом скретању – момент стабилизације. При већим угловима скретања тежиште површине се помера улево, ка геометријској оси отиска, па момент стабилизације мења своју вредност пропорционално промени величине x (слика 3.7),

$$M_s = M_{(z)}^{F_y} = F_y \left(\frac{1}{2} - x \right) = b \int_0^l \left(\frac{1}{2} - x \right) \tau_y dx \quad (3.5)$$

Крак момента стабилизације, тј. величина x , представља однос момента стабилизације и бочне силе и назива се **динамички затур точка**, тј.

$$n_{din} = \frac{M_s}{F_y} \leq \frac{1}{6} \quad (3.6)$$

Овај динамички затур може да буде и негативан уколико је тежиште површине расподеле напона τ_y (по дужини отиска) испред геометријског средиште отиска. Тада момент стабилизације нема тенденцију враћања точка, већ повећање бочног повођења. Максимална бочна сила F_{ymax} је изражена релацијом:

$$F_y = b \int_0^l \tau_{ymax} dx = \int_0^l \varphi \cdot p dx \quad (3.7)$$

Закључци о промени динамичког затура за случај да је коефицијент трења константан би могли да се формулишу зависно од расподеле напона τ_y , тј. интензитета и положаја нападне линије силе F_y и то:

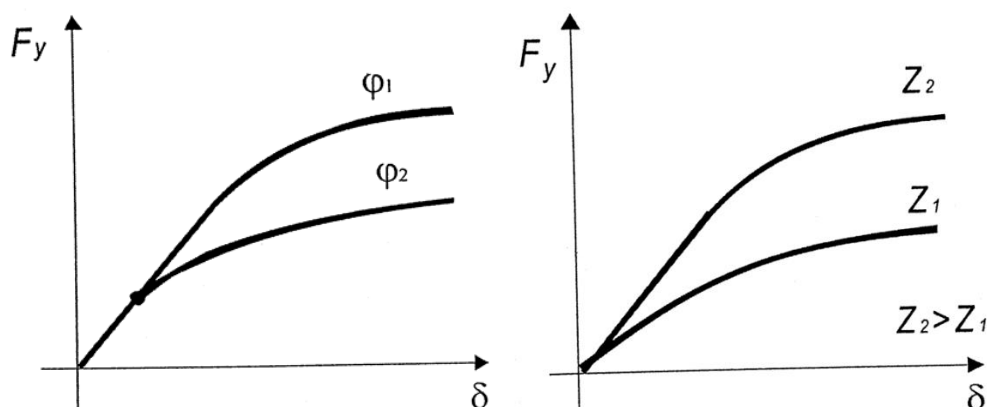
- за $F_y \leq \frac{F_{y\max}}{2}$, $n_{din} = \frac{l}{6}$;

У овој области је $F_y = k_y \cdot \delta$, $k_y = \text{const.}$ па је промена момента стабилизације линеарна.

- за $\frac{F_{y\max}}{2} < F_y \leq F_{y\max}$, $0 < n_{din} < \frac{l}{6}$;
- за $F_y = F_{y\max}$, $n_{din} = 0$;

У случају да се коефицијент трења мења у функцији брзине клизања, у моменту достигања максималне вредности напона (ϕ_p), бочна сила коју тачак може да пренесе такође достиже свој максимум, док момент стабилизације и динамички затур у том моменту постају негативни.

Важно је напоменути да за мале вредности угла скретања, промене бочне силе не зависе од коефицијента пријањања, док за веће углове скретања, већем коефицијенту пријањања одговара већа бочна сила, **слика 3.8 (лево)**.



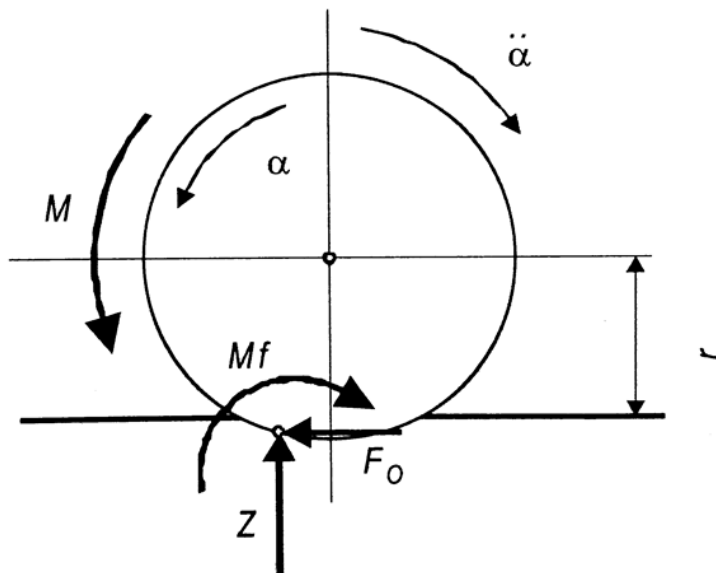
Слика 3.8. Бочна сила у функцији угла бочног скретања за различите вредности коефицијента пријањања (лево) и вертикалног оптерећења (десно) [3]

Важно је истаћи и утицај вертикалног оптерећења на величину бочне силе, **слика 3.8 (десно)**. При мањем оптерећењу, мањи је отисак пнеуматика, а мањи је и смичући напон у газећем слоју, па је самим тим мања и бочна сила коју пнеуматик може да пренесе при истом углу бочног скретања [3].

5.3 Једначине равнотеже точка

5.3.1 Стационарне карактеристике пнеуматика у подужном правцу

Било да се ради о погоњеном или коченом точку, на њега делују силе према слици 3.10.



Слика 3.10 Силе које делују на точак

Моментна једначина равнотеже за центар точка гласи:

$$I_T \ddot{\alpha} - M + M_f + F_0 \cdot r = 0 \quad (3.8)$$

Одакле је обимна сила:

$$F_0 = \frac{M}{r} - \frac{M_f}{r} - \frac{I_t}{r} \ddot{\alpha} \quad (3.9)$$

За случај да се точак обрће константном угаоном брзином важи релација

$$F_0 = \frac{M}{r} - F_f \begin{cases} > 0 \text{ погон} \\ < 0 \text{ кочење} \end{cases} \quad (3.10)$$

Познато је да је максимална обимна сила коју точак може да пренесе

$$F_{0 \max} = \varphi_{\max} \cdot Z \quad (3.11)$$

где је са $\varphi_{\max}$ означена гранична вредност коефицијента приањања која одговара сили на граници проклизавања. Вредност обимне силе коју точак може да пренесе ограничена је са једне стране коефицијентом приањања, а са друге величином оптерећења точка.

На почетку овог поглавља је речено да треће обухвата приањање и клизање. Вредност коефицијента приањања коју у прорачунима користимо обухвата оба ова ефекта. Већ је речено да је то променљива величина која зависи од режима вожње, тј. од промене смичућих напона у контактном слоју као и од релативне брзине контактних слојева протектора и тла.

У случају да погонски момент расте тако да се за обимну силу добија вредност већа од максималне обимне силе коју је могуће пренети настаје проклизавање пнеуматика (транслаторна брзина центра точка је једнака нули). То значи да нека критична обимна сила, при којој точак више не преноси момент, има вредност

$$F_{ok} = \varphi_k \cdot Z \quad (3.12)$$

где је φ_k тзв. критична вредност коефицијента приањања. Ова вредност је увек мања од коефицијента приањања при максималној сили коју точак може да пренесе, φ_{max} , слика 3.11.

На вредност коефицијента приањања, посматрано интегрално, без обзира на парцијално учешће клизања, утичу:

- врста пнеуматика (начин израде протектора),
- дубина и врста шаре,
- састав гуме,
- квалитет пута,
- стање пута,
- задрљаност и влажност пута.

За реалне путеве је коефицијент приањања највише **1,2**, за квалитетан и сув асфалт и **0,1** за лед (критична вредност).

Са повећањем погонског момента повећава се разлика између обимне брзине и брзине центра точка. Због тога у једном тренутку долази до проклизавања, када центар точка и тачка на обиму точка прелазе неједнаке путеве.

Коефицијент клизања узима вредности у интервалу **(0,1)**, па се за погоњени, односно кочени точак уводе различите дефиниције коефицијента клизања. За случај погоњеног точка клизање (гранични случај је проклизавање точка) се дефинише као:

$$0 < s = \frac{v - r\omega}{v} < 1 \quad (3.13)$$

док се у случају коченог точка (гранични случај је блокирање точка) клизање дефинише као

$$0 < s = \frac{r\omega - v}{r\omega} < 1 \quad (3.14)$$

где је v транслаторна брзина центра точка, $r\omega$ обимна брзина точка и r радијус котрљања точка.

Треба напоменути да величина r (полупречник котрљања) није исто што и физичка величина динамички полупречник точка r_d . Увек је $r > r_d$. При котрљању точка обе ове величине се мењају и та промена зависи од брзине кретања, од сила узгона, од врсте пнеуматика и врсте и стања тла итд.

Коефицијент клизања s може се изразити и у процентима.

За процес кочења, каже се да одблокирани точак има клизање **100%**. За процес убрзавања, каже се да точак који проклизава има клизање такође **100%**. Уствари, у оба режима вожње, када дође до ових екстремних ситуација, вредност коефицијента клизања је неодређена. Блокирани точак има транслаторну брзину V , али се не окреће, па је

$s=0/0$ (неодређено).Точак који проклизава има само угаону брзину,док је $V=0$ (нема транслаторну брзину),па је стакође, $0/0$.

Ако расте погонски или кочни момент на точку,расте и обимна сила.Котрљање точка никада није идеално,тако да клизање увек постоји.

Пораост обимне силе до вредности F_{0max} (слика 3.11) прати пораост клизања. У околини ове граничне вредности клизања ,најчешће је то за вредности коефицијента клизања до 20%,је најбоље искоришћење приањања,тј.точак може да пренесе највеће тангенцијалне силе и то како у подужном,тако и у бочном правцу.

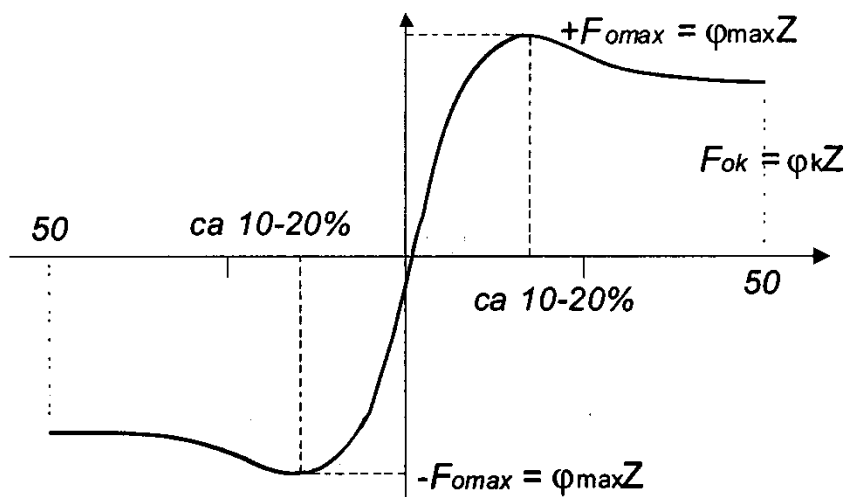
Вредност F_{0max} је највећа обимна сила коју точак може да пренесе из услова приањања. До постизања вредности F_{0max} режим вожње је стабилан. После достизања ове вредности обимна сила коју точак може да пренесе опада,док клизање и даље расте. То значи да је возач дејством на кочницу или на гас остварио већу силу него што су адхезионе силе између газећег слоја пнеуматика и тла и да је тиме ушао у нестабилан режим вожње. Обимна сила опада практично до тзв.критичне вредности, F_{ok} , слика 3.11, после чега практично није могуће остварити никакву контролу над возилом.

Са дијаграма на слици 3.11 се види да се то дешава за вредности коефицијента клизања око 50%.

Однос остварене обимне силе и вертикалне реакције тла

$$\varphi = \frac{F_0}{Z} \quad (3.15)$$

представља коефицијент приањања (променљива величина). У прорачунима се најчешће узима да је то фиксна величина ,да је приањање максимално искоришћено и да има вредност дату релацијом 3.15 у којој се подразумева да је Z реакција тла из услова равнотеже, а F_0 , обимна сила из биланса вуче[3].



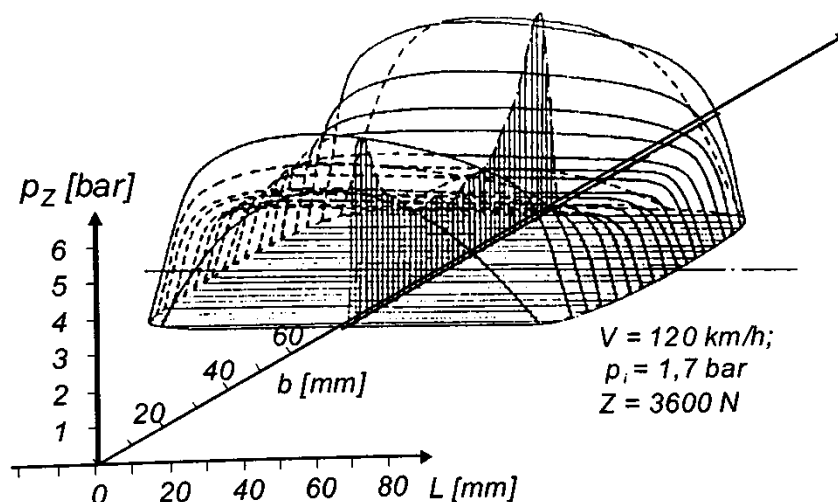
Слика 3.11 Зависност обимне силе од коефицијента клизања, [7]

Као што је већ речено,Кулонова теорија трења није применљива на пнеуматик због,са једне стране вискоеластичних особина пнеуматика и са друге стране због постојања смичућих напона у контактної зони између пнеуматика и тла. Утицај оптерећења точка на гранични коефицијент приањања треба разумети на следећи

начин: ако би пнеуматик био идеална мембрана, као неки балон, онда би се оптерећење точка у контактної зони израчунавало према

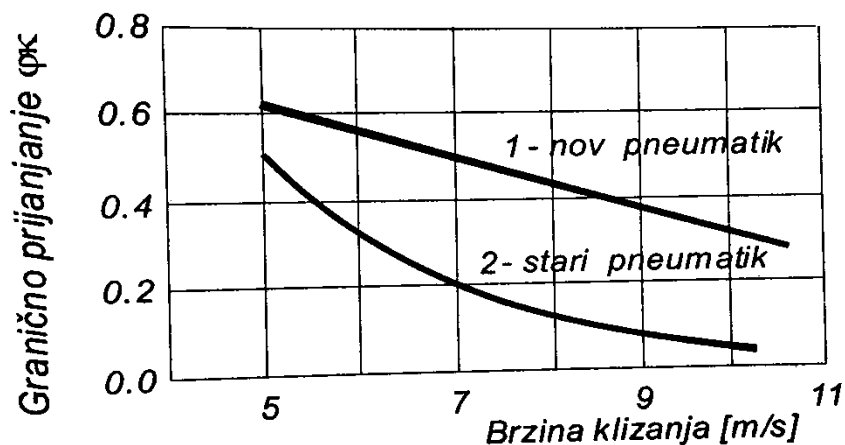
оптерећење точка = површина отиска пнеуматика $\times$ унутрашњи притисак.

Реално, пнеуматик је љуска која је напрегнута на савијање тако да контактни притисак није једнак унутрашњем притиску. Притисак бочних страна пнеуматика зависи од савојне крутости бочних зидова и смичуће крутости у радијалном правцу. Због крутости целе каркасе, растуће оптерећење точка, тј. контактне површине између бокова пнеуматика, не изазива исте деформације по ширини пнеуматика, **слика 3.12**. На овој слици је координатни систем измештен из тачке **О** због прегледности слике [3].

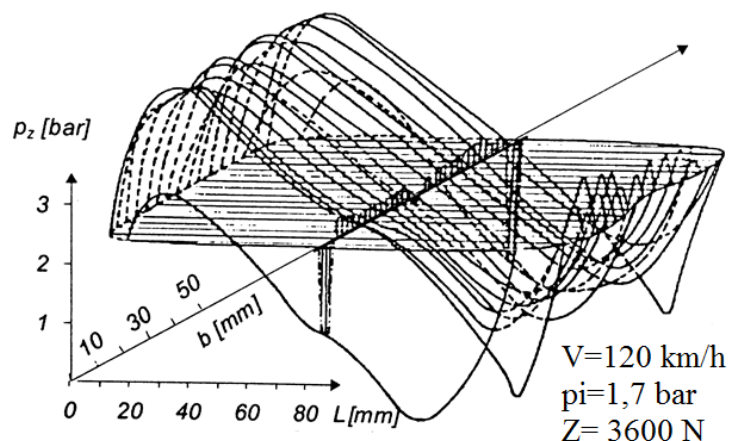


Сл.3.12 Расподела нормалног притиска у средњој и попречној равни пнеуматика, [7]

На величину граничног коефицијента пријањања утиче и дубина, као и врста шаре протектора. На **слици 3.13** је дат утицај дубина шара протектора за пример мокрог асфалта и блокираног точка [3].



Слика 3.13 Зависност граничног пријањања од брзине клизања, мокар асфалт и точак блокиран [7]



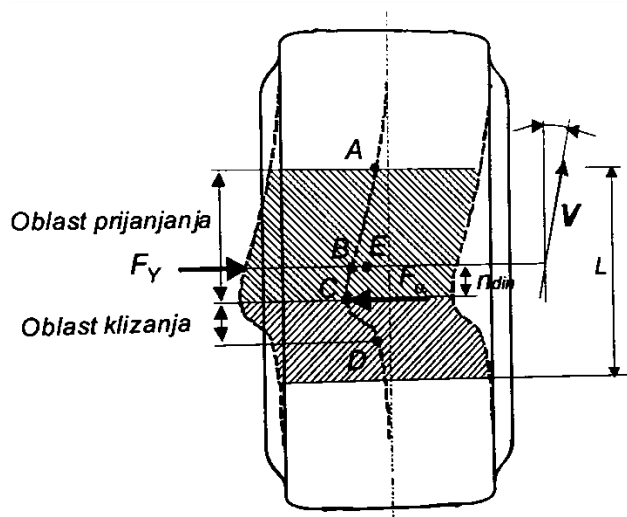
Слика 3.14 Просторни изглед расподела тангенцијалног напона на отиску пнеуматика[3]

На слици 3.14 је дата снимљена расподела подуже компоненте смичућег напона по дужини отиска пнеуматика. Види се да је на бочним крајевима пнеуматика, који имају већу савојну крутост због постојања бочних зидова пнеуматика, овај напон другачије расподељен него на средини бочне ширине пнеуматика[3].

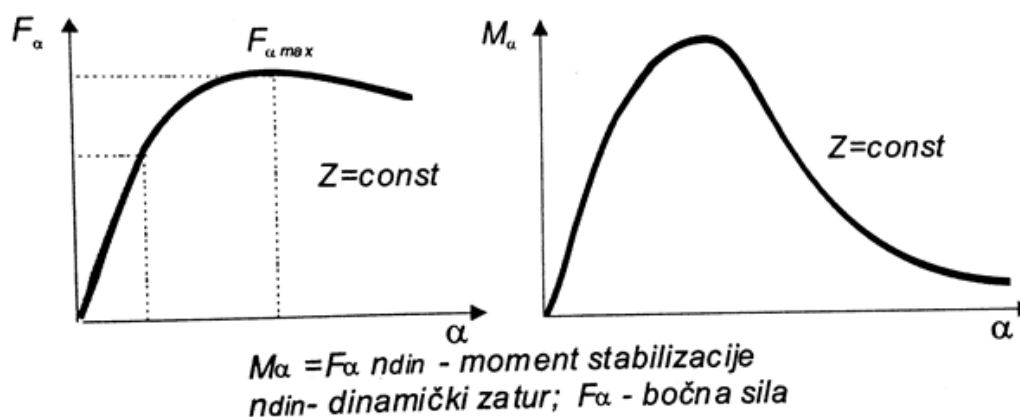
5.3.2 Карактеристике пнеуматика у бочном правцу

Док се точкак под дејством само обимне силе котрља у равни точка (брзина је у правцу тангенте у равни котрљања точка), точкак под дејством бочне силе има бочноскретање, тј. постоји угао између правца брзине кретања и равни точка, тзв. **угао бочногскретања или повођења точка**. Узрок бочног повођења точка је бочна еластичност пнеуматика.

На слици 3.15 је дат изглед отиска пнеуматика под утицајем бочног повођења.



Слика 3.15 Деформација пнеуматика под утицајем бочног повођења

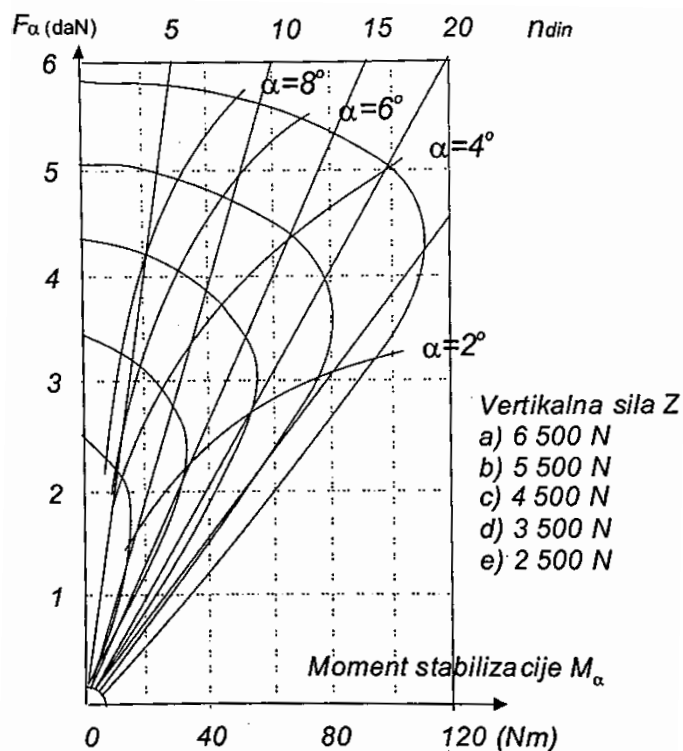


Слика 3.16 Зависност бочне силе (лево) и момента стабилизације (десно) од угла бочног скретања

Због дејства спољашње бочне силе F_y , у контактної зони се јавља смичући напон τ_s , а интеграљењем овог напона по површини отиска добија се бочна реакција F_s . Пошто расподела смичућег напона није симетрична по дужини отиска, то резултујућа бочна сила делује на растојању n_{din} од геометријске равни симетрије точка(раван y, z).

Реакција бочне силе, на краку n_{din} , изазива момент стабилизације M_s , који тежи да заокрене возило око вертикалне осе z .

Ток бочне силе и момента стабилизације у зависности од угла бочног скретања је дат на слици 3.16.

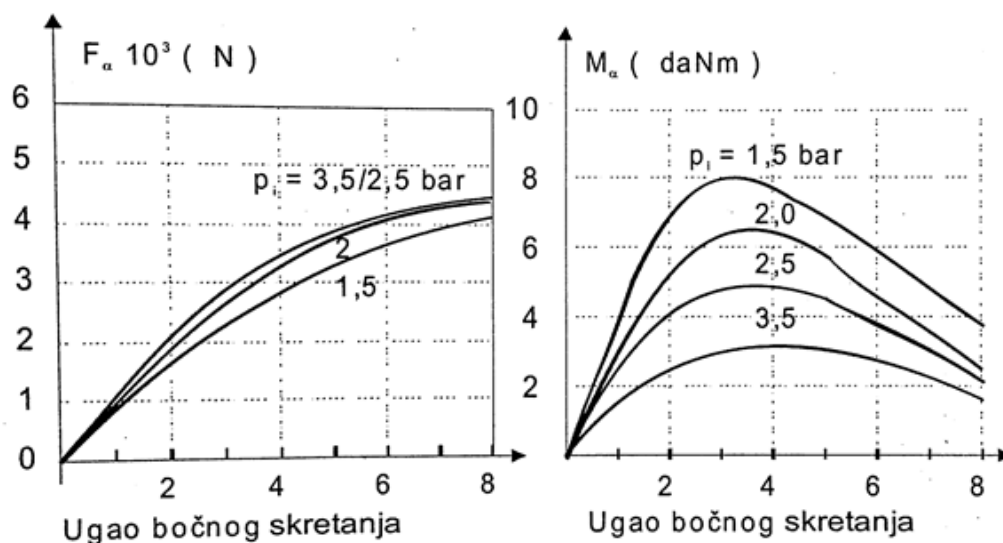


Слика 3.17 Гофов дијаграм за пнеуматик 195/70 HR14TL при притиску од 2,3 бара

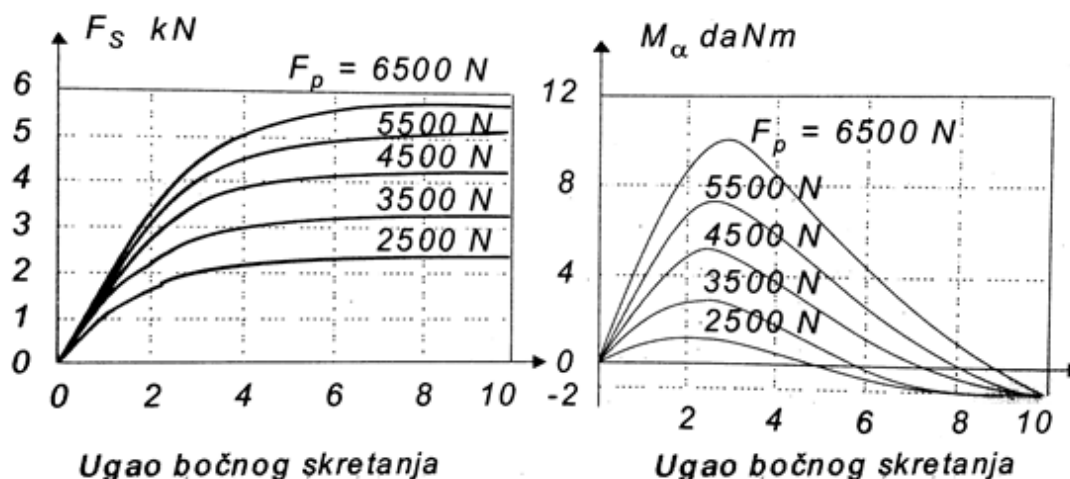
Међусобна зависност између момента стабилизације и бочне силе за различите параметре као што су:оптерећење точка,динамички затур,угао бочног скретања,се представља тзв.Гофовим дијаграмом,слика 3.17.

На сликама од 3.18до3.21 је дата зависност између угла бочног скретања и бочне силе(лево) и угла бочног скретања и момента стабилизације (десно)и то за различите утицајне параметре:

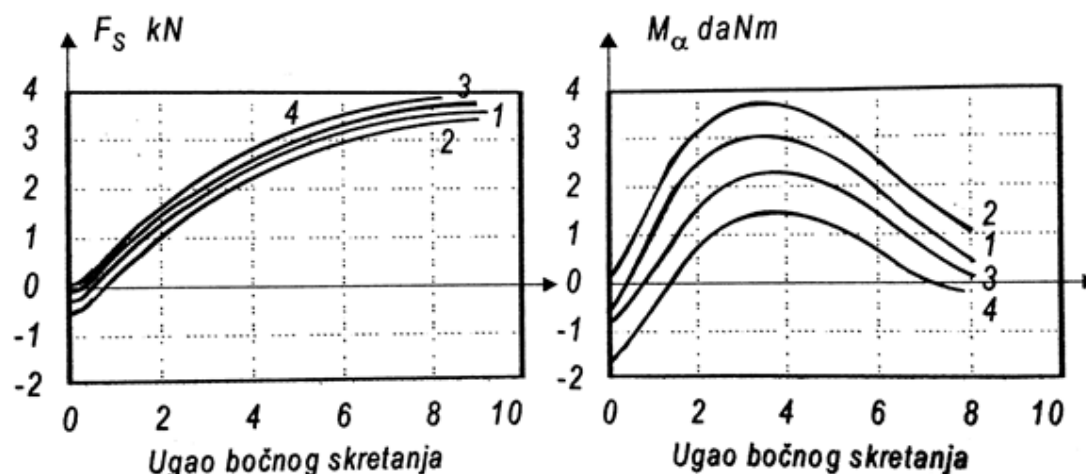
- притисак у пнеуматику,слика 3.18,
- радијално оптерећење точка(вертикално),слика 3.19,
- угао нагиба точка,слика 3.20,
- произвођача 3.21[3].



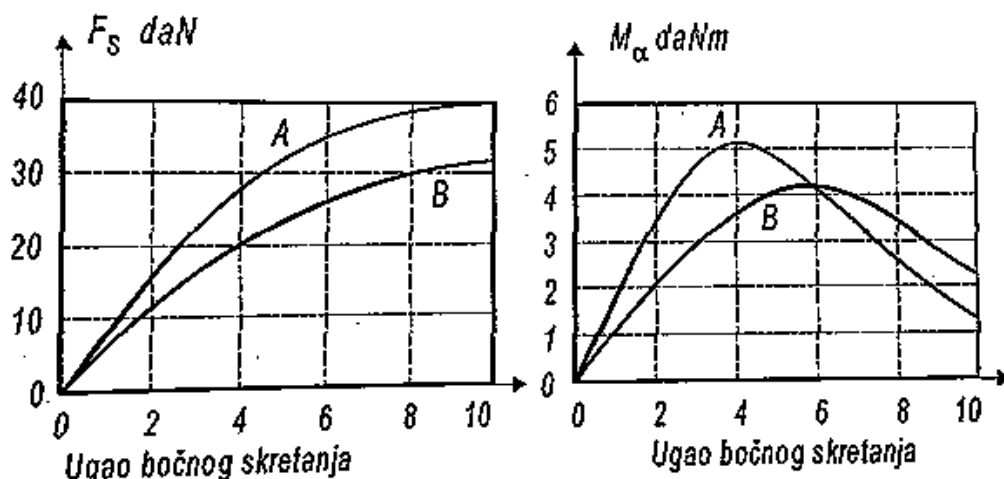
Слика 3.18 Зависност бочне силе (лево) и момента стабилизације (десно) од угла бочног скретања за различите вредности притиска у пнеуматику 195/70 HR 14 TL при оптерећењу точка од 5000 N и брзини од 50 km/h. [7]



Слика 3.19 Зависност бочне силе (лево) и момента стабилизације (десно) од угла бочног скретања [3]



Слика 3.20 Промена бочне силе (лево) и момената стабилизације (десно) за различите углове нагиба точка (1-0°, 2-3°, 3-4°, 4-6°)



Слика 3.21 Промена бочне силе (лево) и момената стабилизације (десно) за различите углове нагиба точка (1-0°, 2-3°, 3-4°, 4-6°)[3]

Утицај нагиба точка на бочну силу

Нагиб точка производи додатне деформације на протектору пнеуматика, а тиме и додатне смичуће напоне, чија је расподела по дужини отиска пнеуматика дата на слици 3.22.

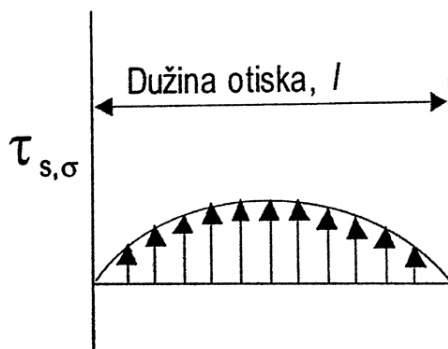
За мале углове нагиба точка, компонента бочне силе настала услед нагиба точка, α , је пропорционална овом углу, тј.

$$F_{ynt} = k_{nt}\alpha$$

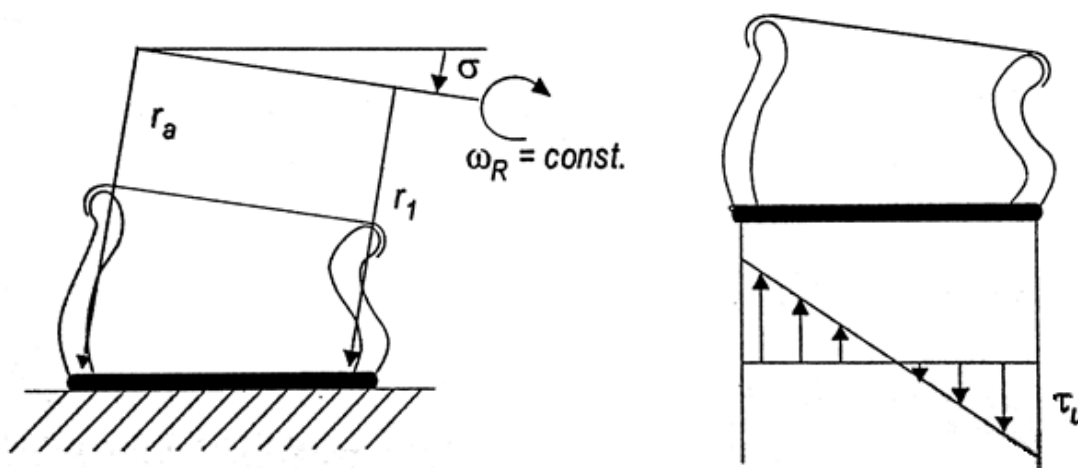
Између коефицијената бочне крутости ($k = dF_y/d\delta$) и коефицијента k_{nt} се наводи следећи однос:

$$k_{nt} = (0,1 \text{ do } 0,2)k, [7].$$

Пошто точак има нагиб ,то његова унутрашња и спољашња страна имају различите радијусе котрљања,слика 5.23[3].



Слика 3.22 Промена смичућег напона у бочном правцу услед нагиба точка



Слика 3.23 Принципијени приказ настанка смичућег напона услед нагиба точка (десно) и одговарајућих различитих брзина спољашње и унутрашње стране пнеуматика (лево)

Пошто је угаона брзина точка једна,то унутрашња и спољашња страна пнеуматика имају различите обимне брзине.Последица тога је додатна компонента смичућег напона и одговарајућег момента M_{Snt} ,који делује око осе z . Овај моменат се додаје моменту стабилизације уколико је нагиб точка позитиван. Насупрот томе,бочна сила настала услед нагиба точка се одузима од постојеће бочне силе уколико је нагиб точка позитиван.

За мале углове нагиба точка зависност између угла нагиба точка α и момента M_{Snt} је линеарна,а коефицијент пропорционалности је према /Willumeit/ 30 Nm/rad до 110 Nm/rad.

Значи,за точак који има угао нагиба α и на који делује бочна сила,може да се пише:

$$F_y = k\delta - k_{nt}\alpha$$

$$M_S = k \cdot n_{din} \cdot \delta + k \cdot \alpha$$

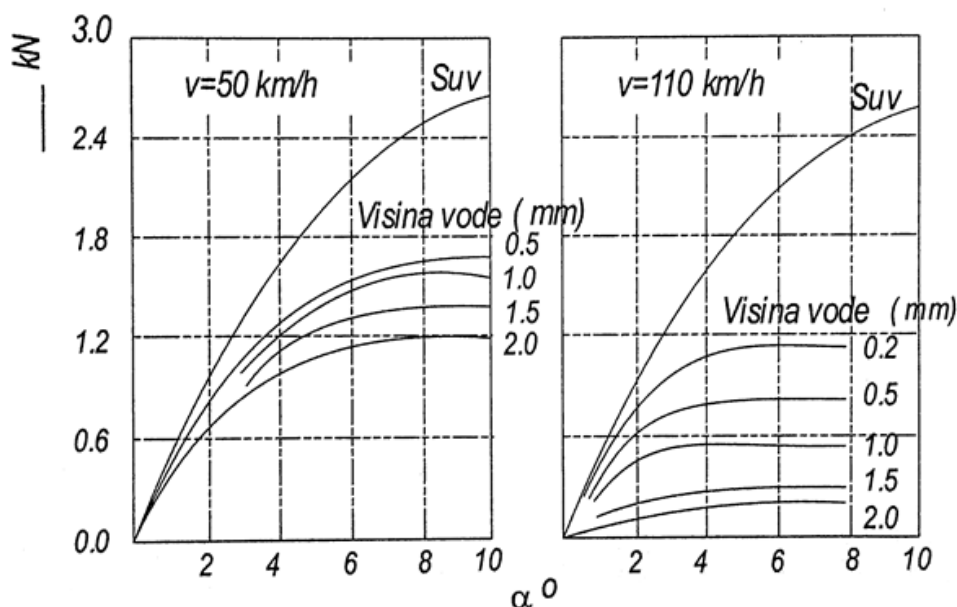
Јасно је да постоји интеракција између нагиба точка и бочне силе,тј.тачка момента стабилизације.Суперпозиција тих дејстава може да одведе до тога да возило постане подуправљиво[3].

Утицај мокрог коловоза на бочно скретање

Приањање точка се смањује услед различитих нечистоћа и влаге на коловозу, јер долази до промене адхезионих сила између протектора и коловоза. Пошто у контактної зони пнеуматика и тла делује вертикални притисак, при котрљању точка долази до "увлачења" воденог филма са коловоза у канале протектора. Све док је вертикални притисак пнеуматика већи од динамичке компоненте притисака настале услед релативне брзине између пнеуматика и коловоза, постоји контакт ова два тела.

При већим брзинама возила, овај динамички притисак постаје већи од вертикалног притиска у пнеуматику, тако да формира водени клин између протектора и коловоза и контакт у једном моменту престаје да постоји. Ово стање је познато под именом "**aquaplaning**". Ова појава је илустрована **сликом 3.24**.

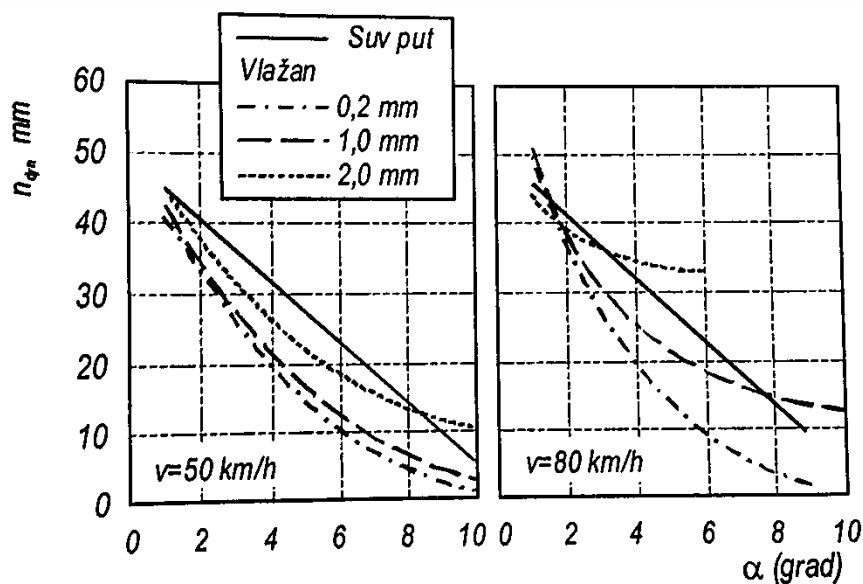
Настало стање пливања точка значајно утиче на моћ ношње точка, тј. тачка на силе које је у стању точка да пренесе у бочном правцу, као и на момент стабилизације и динамички затур [3].



Слика 3.24 Утицај мокрог коловоза на бочно скретање, [7]

Са порастом брзине возила расподела тангенцијалног напона је таква да се "троугао" расподеле помера ка уназад, па динамички затур расте и производи велике углове бочног скретања, **слика 3.25**. То значи иако је бочна сила мања, због повећања динамичког затура, расте момент стабилизације који може да буде и већи него на свом путу. Ово је приказано на **слици 3.26**.

Важно је напоменути да велики момент стабилизације даје сигурност возачу преко точка управљача, тако да постоји реална опасност да она нема информацију о аквапланингу који му прети [3].



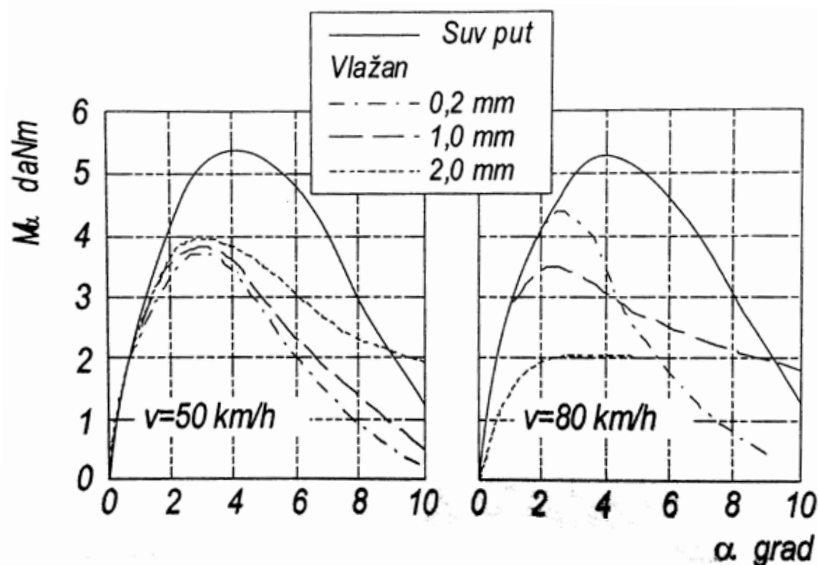
Слика 3.25 Утицај брзине возила и влаге на путу на затур точка,[7]

Бочно повођење погонског и коченог точка

Познато је да је укупна тангенцијална сила коју точак може да пренесе

$$F_t = \sqrt{X^2 + Y^2} \leq \varphi_{\max} \cdot Z$$

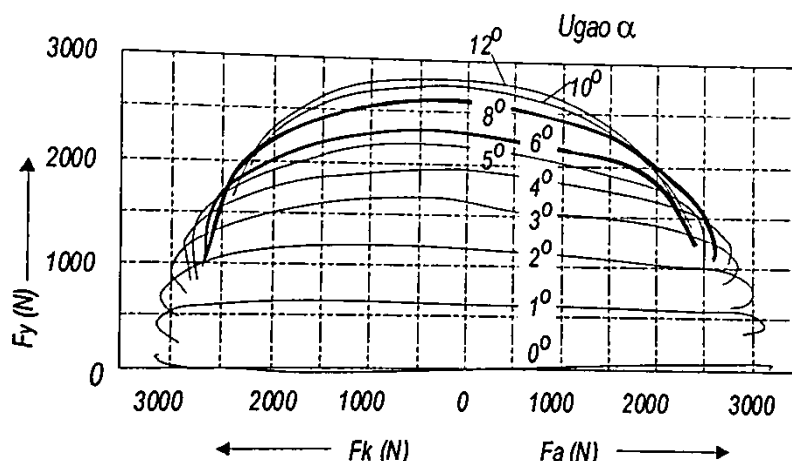
Ова релација се илуструје тзв. **Камшовим кругом приања**. Међутим, експериментално је докзано да точак не може да пренесе исту тангенцијалну силу у сваком правцу (при погону и кочењу се величине тих сила разликују), па се Камшов круг деформише у елипсу, **слика 3.27**. Важно је напоменути следеће, када точак блокира, бочне силе које на њега делују непосредно пре блокирања и даље делују (мада у том стању реакција преко точка управљача нема никакво дејство), али резултујући вектор обимне и бочне силе F_t , има исти правац као брзина (не заборавити да се бочна сила дефинише као сила која је нормална на раван точка).



Слика 3.26 Утицај угла скретања и влаге на коловозу на момент стабилизације

ABS систем користи област клизања 5 до 15% да би одржао возило управљивим при бочном клизању које објективно постоји при деловању максималне обимне силе.

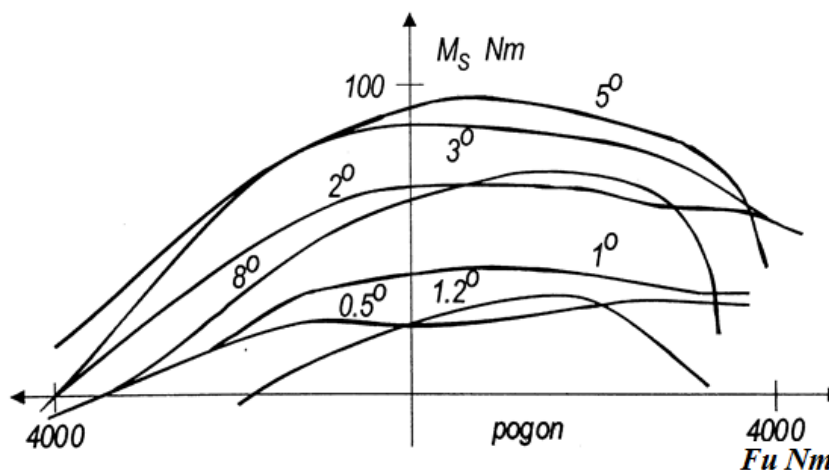
Већ је речено да бочна сила на кракуправи момент стабилизације. Међутим, пнеуматике се под дејством бочне силе деформише, па је обимна сила бочно померена, односно екваторујална равна пнеуматика се деформише, тако и обимна сила производи момент око осе z , који је истог смера као и момент стабилизације у сличају погоњеног точка, а супротног смера у случају коченог точка, **слика 3.28**.



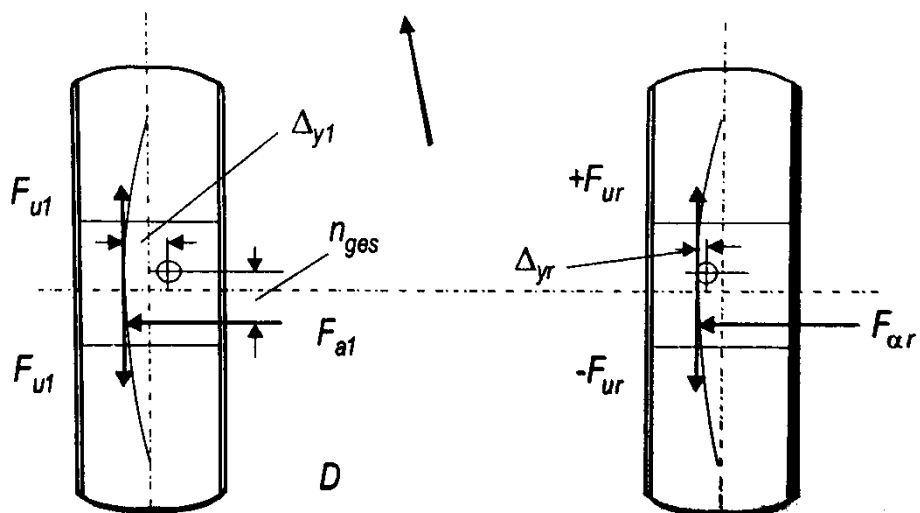
Слика 3.27 Утицај угла скретања и влaге на коловозу на момент стабилизације

Притом је важно напоменути и следеће: оса око које се на реалном возилу врше сва релативна заокретања точка и елемената неослоњених маса није z оса, већ оса носача рукавца, па се за формирање реалних момената крак мери од продора ове осе кроз равна тла, **слика 3.29**. Ово је нарочито важно при вожњи у кривини.

Ако се возила са предњим погоном у кривини додаје гас, јавља се момент стабилизације који "исправља" возило (угао бочног повођења је супротносмеран углу заокретања). Насупрот томе, при кочењу у кривини јавља се додатни момент око осе z



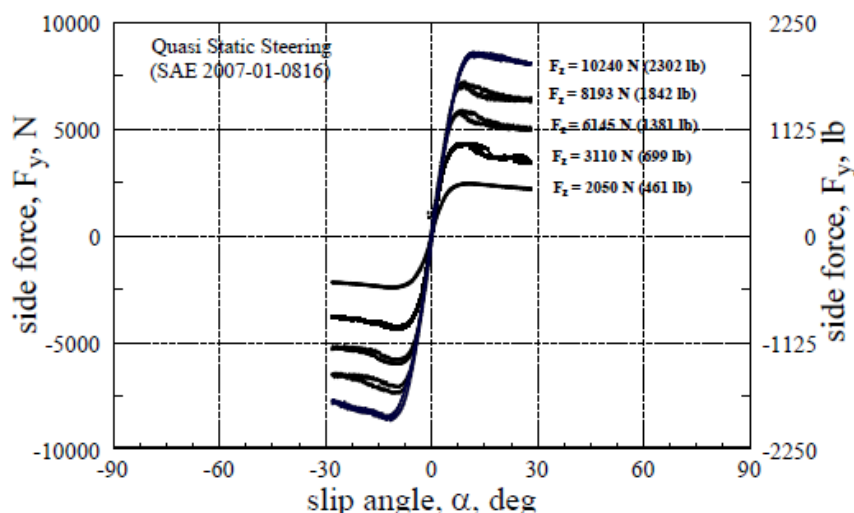
Слика 3.28 Момент бочног кретања у функцији обимне силе (мерне вредности), [7]



Слика 3.29 Обимне и бочне силе на предњој осовини и приказ промене динамичког затура точка и трага котрљања[7]

4. Експериментално измерене силе пнеуматика

Експериментални подаци о гуми су овде представљени јер неки од резултата симулације касније дати у раду користе параметре пнеуматика који одговарају измереним вредностима. **Слика 4.1** такође приказује измерене вредности силе (α) за различите нормалне силе. Као што је раније наведено, $F_x(s)$ се мери за нулти угао клизања α , и $F_y(\alpha)$ је мера за нулти точак који клиза, s . Са **слике 4.2** види се да коефицијент клизања, $C\alpha$, зависи од нормалне силе, F_z . Најмањи одговарајући квадрат (користећи BNP једначину) илуструју ову зависност која је приказана на **слици 4.2**.

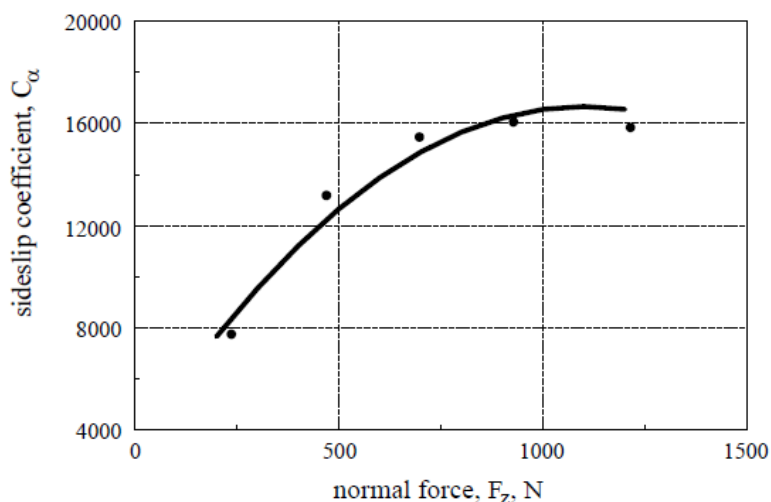


Слика 4.1 Експериментално измерене бочне силе пнеуметика P225/60R16 [6]

Елипса трења и елипса силе пнеуматика

Критеријуми за комбиновање попречних и уздужних компоненти силе – Са одговарајућим коефицијентима **B**, **C**, **D**, **E**, и **K**, **BNP** једначине дају изразе за компоненту уздужне силе $F_x(s)$ при чему нема угла бочног клизања, α , као и за компоненту попречне силе $F_y(\alpha)$ када нема клизања точка. Комбиновањем управљања и кочења свака од ових компоненти ће симултано бити функција и уздужног клизања точка s , и угла бочног клизања α . Стога се компоненте силе морају описати као $F_x(s, \alpha)$ и $F_y(\alpha, s)$, појединачно. Овакав приступ је изабран да би се искомбиновале појединачне једначине уздужних и попречних компоненти силе на такав начин да би се добила једна сила, F , тангентна у односу на површину пута где је:

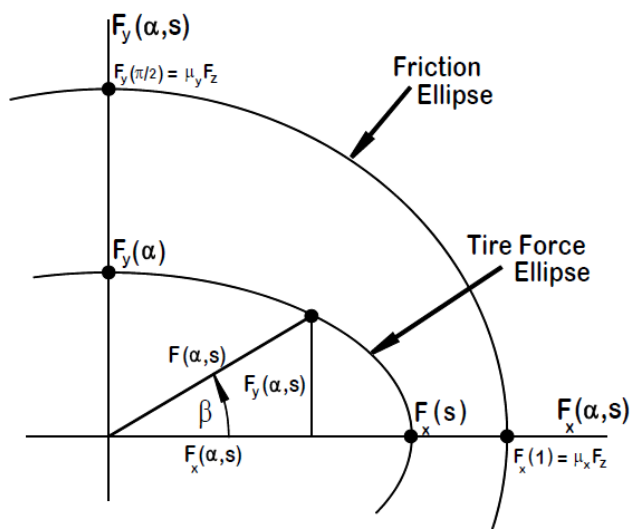
$$F(\alpha, s) = \sqrt{F_x^2(\alpha, s) + F_y^2(\alpha, s)} \quad (4.1)$$



Слика 4.2 Мерење одступања (тачке) C_α од F_z , пнеуматика P225/60R16 [Salanni] (sideslip coefficient – коефицијент бочне чврстоће пнеуматика, normal force – нормална сила) [6]

Један од услова *Nikolas-Comstock* модела пнеуматика је тај да су компоненте силе изједначене са компонентама брзина клизања, која је $\beta = \beta p$. Као што је приказано на слици 4.3, $F_x(\alpha, s)$ оса (апсциса) представља само кочење (тј., $\alpha = 0$). Оса (ордината) $F_y(\alpha, s)$ представља само управљање (тј. $s = 0$). Сваки положај унутрашњости елипсе трења је положај са вредностима клизања α, s за комбиновано управљање и кочење које представља контролу возача, математички изражено једначином 4.1. Тачка $F_x(s)|_{s=1} = \mu_x F_z$ на апсциси представља клизање блокираног точка за само кочење. Тачка, $F_y(\alpha)|_{\alpha=\pi/2} = \mu_y F_z$ на ординати представља бочно клизање пнеуматика возила. Треба нагласити да је ова формулација могућа за различите коефицијенте чеоног отпора трења у x и y правцима, односно μ_x и μ_y . Пуно клизање пнеуматика у било којој комбинацији α и s дешава се ако резултанта силе пнеуматика додирује елипсу трења, $F(\alpha, s) = \mu F_z$.

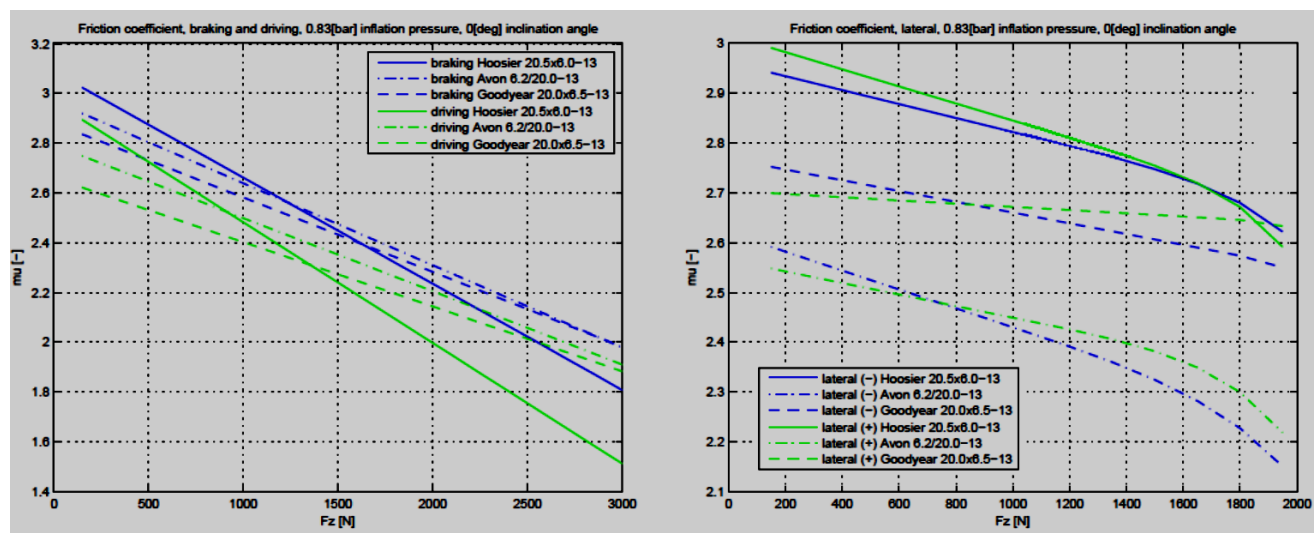
За дату нормалну силу, F_z , тачке изван елипсе трења не могу се дотаћи зато што је сила трења ограничена са μF_z . Ако је $\mu_x = \mu_y$, онда елипса силе гуме постаје круг, а елипса трења постаје круг трења.



Слика 4.3 Дијаграм трења (границе) елипсе и елипса сила гуме [2,8]

Модел једначина који одређује функције $F_x(\alpha, s)$ и $F_y(\alpha, s)$ за комбиновање управљања и кочења (као што је приказано на **слици 4.3**, као елипса силе гуме) мора бити нађен независно од функција управљања $F_y(\alpha)$ и кочења $F_x(s)$. Важно је напоменути да елипса трења није модел пнеуматика. Уместо тога, то је идеализовани графички приказ оперативне границе за резултанту сила гуме за било коју комбинацију управљања и кочења. Постоји више од једног начина за објашњавање резултанте силе гуме за комбиновање управљања и кочења.

На **слици 4.4** представљени су коефицијенти трења различитих гума добијени експерименталним испитивањем.



Слика 4.4 Коефицијенти трења појединих пнеуматика подложених испитивању (дијаграм лево – уздигжни коеф. трења, дијаграм десно – попречни коеф. трења) [9]

5. Закључак

Точак као склоп пнеуматика и наплата (фелне) представља кључни фактор стабилности и мирноће хода возила. Пнеуматици представљају чврст ослонац између возила и пута и ублажавају утицај ударних рупа. Пнеуматици такође остварују трење са подлогом и на тај начин омогућавају да возило на што бољи начин обавља своју функцију, а то је кретање. Савремени пнеуматици производе се од различитих материјала. Ти материјали су углавном синтетички.

Пнеуматици нам омогућавају безбедност у вожњи. Они су главни и један од најважнијих делова на сваком моторном возилу. Захваљујући пнеуматикама ублажује се додир са тлом по коме се креће моторно возило. Пнеуматици требају да буду у складу са прописаним условима, јер једино адекватни пнеуматици имају праву ефикасност. Коефицијент оптерећења пнеуматика представља максималну дозвољену носивост сваког појединог пнеуматика на моторном возилу. Такође за сваки пнеуматик прописана је највећа дозвољена брзина којој пнеуматик сме да буде изложен. Индекси брзине и оптерећења су стандардизовани.

Улога пнеуматика је веома комплексна. Може се поћи од тога да пнеуматици пружају подлогу између возила и пута али се њихова главна улога објашњава мало компликованијим терминима. Треба поћи од тога да пнеуматици представљају потпору између возила и пута и омогућава управљање возилом. Пнеуматици примају ударе од пута и апсорбују не дозвољавајући да се ти удари пренесу на возило. То се постиже пре свега због њихове еластичности. Еластичност је особина материјала да се после деформације врати у првобитан облик. Дакле пнеуматик има одлику да се деформише у додиру са подлогом, али да се врати у првобитно стање.

На сваком пнеуматику јавља се одређена нормална сила која зависи од укупне масе возила, трансферу оптерећења при одређеним убрзањима, као и утицају аеродинамичког притиска. Она се готово константно мења у току вожње. Из нормалне силе се јавља сила пријањања која зависи од коефицијента трења, а он зависи од пуно фактора, као што су: врста пнеуматика, смеше и притиска у пнеуматику, температуре, врсте и храпавости подлоге, као и од повођења пнеуматика. Коефицијент пријањања се углавном претпоставља јер га је готово немогуће измерити за сваки поједини случај.

У газећем слоју пнеуматика постоји одређена расподела смичућег напона по површини отиска. Последице постојања неке расподеле која није униформна ни у подужној ни у попречној равни су неравномерне реакције тла, односно промена како величине реакције тла тако и њене нападне линије у различитим режимима вожње (кочење-убрзавање). До достизања максималне вредности смичућег напона промена је линеарна, а после достизања максимума, вредност смичућег напона асимптотски опада (хоризонтална асимптота) до вредности која би одговарала обимној сили при потпуном клизању.

Још један фактор који значајно утиче на пнеуматике је њихова температура. Како је познато, сваки процес који укључује трење нужно производи и отпадну топлоту. У овом случају она се преноси већим делом на околни ваздух, али се део задржава и у пнеуматику. Тако да температура пнеуматика расте све до тачке где се успоставља температурна равнотежа. Она није константна, већ зависи од тренутног оптерећења и трења које пнеуматик у том тренутку производи. Већина тркачких пнеуматика постиже радну температуру на око 80°C , док се код пнеуматика за кишу радна температура постиже на око 60°C , из разлога што имају боље хлађење тј. мање

топлоте произведене трењем се задржава у самом пнеуматику. Зато није препоручљиво возити са кишним пнеуматичима по сувој стази. Пнеуматици за путничка возила су пројектовани за знатно веће температуре из разлога сигурности и непредвидљивих услова.

Док возило убрзава у кривини, са пнеуматиком дешава се следеће: Како је пнеуматик еластичан, он се у старту почне деформисати и повећавати трење. При врху где престаје линеарност пнеуматик почиње лагано клизати ка рубовима, али коефицијент трења још увек расте, само не толико стрмо као пре. Повећањем угла повођења мења се удео еластичне деформације контактне површине и количине проклизавања, све док кривуља не почне стрмо падати, а то значи да се комплетно оптерећење преноси трењем клизања. Негде између појаве клизања на контактної површини и комплетног клизања се јавља максимални износ коефицијента трења односно пријањања.

Последња ствар која је веома важна код карактеристике пнеуматика, је његова кружница пријањања. Пнеуматик, зависно од модела, врсте, примене итд, преноси готово једнаку силу трења у правцу убрзања, кочења и бочног убрзања.

Приањање точка се смањује услед различитих нечистоћа и влаге на коловозу, јер долази до промене адхезионих сила између протектора и коловоза. Пошто у контактної зони пнеуматика и тла делује вертикални притисак, при котрљању точка долази до "увлачења" воденог филма са коловоза у канале протектора. Све док је вертикални притисак пнеуматика већи од динамичке компоненте притисак настале услед релативне брзине између пнеуматика и коловоза, постоји контакт ова два тела.

Литература

- [1] Pacejka, Hans, *Tire and Vehicle Dynamics*, SAE, Warrendale, Pa, 2002.
- [2] Скрипта из предмета „Погонски и мобилни системи“ (IV предавање)
- [3] А. Јанковић, *Динамика аутомобила*, Машински факултет Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац 2007.
- [4] www.scribd.com/doc/253971813/44218964-Knor-skripta-Pneumatici-pdf
- [5] Carroll Smith, „*Tune to Win*“, Aero Publishers, inc. Fallbrook, CA, USA, 1978.
- [6] Raymond M. Brach, R. Matthew Brach, *Tire models for vehicle Dynamic Simulation and Accident Reconstruction*, University of Notre Dame, Brach Engineering
- [7] Willumeit, H.P.: *Fahrzeugdynamik*, TU Berlin, Institut fuer Kraftfahrzengen, Fachgebiet Kraftfahrwesen, Umdruk fuer Volesung, Berlin 1998.
- [8] Model for Combined Tire Cornering and Braking Forces When Applied to a Range of Tires, SAE Paper 982747, Warrendale, PA 15096.
- [9] Lamers, W.: „*Development and analysis of a multi-link suspension for racing applications*“, Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, 2008.

Нотација, акроними и дефиниције

- Спољашња чврстоћа: $C\alpha$
- Спољашња пропустљивост: $1/C\alpha$
- Коефицијент пријањања, μ : зависи од клизне површине (мокро, суво, асфалт, бетон, шљунак, лед)
- Круг трења: елипса трења када је $\mu_x = \mu_y$
- Круг елипсе: зависи од уздужних компонената сила којима се дефинише проклизавање точка на коловозу
- Бочно (стране, у кривинама): правац се поклапа са у осом пнеуматика
- Подужни (напред, назад, кочење, убрзавање, вожња): правац се поклапа са х осом пнеуматика,
- Клизање: стање кретања точкова кад блокирају ($s = 1$), или се креће бочно ($\alpha = \pi/2$)
- $C\alpha$: коефицијент бочне чврстоће пнеуматика (такође угаони коефицијент),
- Cs : уздужни коефицијент силе у гуми,
- Fb : улазна величина за силу кочења или убрзавања
- $Fx(s)$: једначина са једном независном променљивом, s , модел подужне силе точка за који нема управљања, $\alpha = 0$,
- $Fy(\alpha)$: Једначина са једном независним променљивом, α , модел бочне силе без кочења, $s = 0$,
- $Fx(\alpha, s) = Fx Fxs, Fy\alpha, \alpha, s$: Једначина са две независне променљиве, (α, s) , модел компоненте силе точка за коју комбинује кочење и управљање,
- $Fy(\alpha, s) = Fy Fxs, Fy\alpha, \alpha, s$: једначина са две независне променљиве, (α, s) , модел компоненте силе на точку за коју се комбинује кочење и управљање
- Fz : нормална сила на точку,
- пуно клизање: стање када се комбинују варијабле клизања (α, s) , дају
- s : угао подужног клизања,
- брзина клизања: брзина центра пнеуматика у тачки контакта са подлогом,
- угао клизања: α ,
- ротација: кретање возила које укључује и ротацију и translацију,
- Vx, Vy : компоненте брзина точкова изражене у координатном систему пнеуматика,
- Vp : брзина клизања точка у тачки контакта Р,
- бочно клизање: ротација возила око вертикалне осе
- α : угао клизања пнеуматика (такође, бочни угао клизања),
- βp : угао између вектора брзине клизања пнеуматика и х осе точка и угао резултујуће силе паралелне површини пута
- β : угао у односу на х осу резултујуће силе точка
- μ_x : коефицијент трења за пуно клизање у подужном правцу, $s=1, \alpha=0$,
- μ_y : коефицијент трења за пуно клизање у попречном правцу, $\alpha=\pi/2$.