

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Мастер академске

Модул: Енергетика и процесна техника

Предмет: Хип компоненте и системи аутоматског управљања

Број индекса: 394/2018

Никола М. Трајковић Прорачун, симулација и анализа струјања флуида кроз хидрауличну турбину

Мастер рад

Комисија за преглед и одбрану

1. Др Владимир Вукашиновић, доцент
2. _____
3. _____

Датум
одбране: _____

Оцена: _____

Садржај

Резиме	1
1. Уводне напомене.....	2
1.1 Хидроенергија	2
1.2 Развој хидрауличних турбина	3
2. Хидроелектране.....	6
2.1 Подела хидроелектрана	6
2.2 Предности хидроелектрана	11
2.3 Недостаци хидроелектрана	11
3. Основи теорије и параметри турбина	12
3.1 Основни параметри хидротурбина	12
3.2 Јединични рад код турбина	12
4. Основне једначине	15
4.1 Ојлерова једначина за турбине	15
4.2 Троуглови брзина	15
4.3 Специфична брзина турбине.....	16
5. Врсте хидрауличних турбина	18
5.1 Пелтонова турбина.....	18
5.2 Капланова турбина.....	18
5.3 Фурнијева турбина	19
5.4 Деријазова турбина	19
5.5 Франсисова турбина.....	20
5.5.1 Главни делови Франсисове турбине	21
5.5.2 Инструменти за надзор	27
6. Критичне појаве у турбинама	28
6.1 Појава кавитације.....	28
6.2 Кавитацијска резерва турбине	29
6.3 Кавитацијска резерва турбинског постројења.....	31
7. Димензионисање главних елемената Францисове турбине	32
7.1 Резултати димензионисања за конкретан случај.....	36
8. Симулација струјања кроз Францисову турбину	38
8.1 Софтверски пакет SolidWorks.....	38
8.2 Припрема модела	39
8.3 Припрема анализе	41
8.4 Постављање граничних услова	42

8.5 Генерисање мреже.....	43
9. Симулација и анализа струјања за различите радне режиме.....	44
10. Закључак	52
11. Литература.....	53

Резиме

Предмет овог рада је анализа струјања кроз турбину. У првом делу рада извршена су теоријска разматрања турбина и турбинских постројења што обухвата: поделу, принцип рада, конструктивна решења. У другом делу је на основу добијеног прорачуна усвојена Франсисова турбина као предмет изучавања симулације струјања. Затим су представљени модел турбине који је израђен у софтверу Solid-works као и припрема симулације и модела која обухвата неопходна подешавања у модулу Flow Simulation како би симулација била спроведена на адекватан начин. У последњем поглављу представљена је симулација за различите режиме струјања односно за номинални проток од $4 \text{ m}^3/\text{s}$ као и за варијацију протока од 20 %. На основу добијених резултата урађена су поређења основних параметара као што су брзина, притисак... и донети су одговарајући закључци.

Abstract

The subject of this master's thesis is the analysis of the flow through the turbine. In the first chapter of the thesis, theoretical considerations of turbines and turbine plants were performed, which include classification, working principle, constructive solutions. In the second part of the paper, theoretical considerations of turbines and turbine plants were performed, which include: division, working principle, constructive solutions. Then, the turbine model developed in the Solid-works software was presented, as well as the preparation of the simulation and the model that includes the necessary settings in the Flow Simulation module in order for the simulation to be carried out in an adequate manner. In the last chapter, a simulation for different flow regimes is presented, for a nominal flow of $4 \text{ m}^3 / \text{s}$ as well as for a flow variation of 20%. Based on the obtained results, comparisons of basic parameters such as speed, pressure ... were made and appropriate conclusions were made.

1. Уводне напомене

1.1 Хидроенергија

Хидроенергија, односно енергија воде представља један од најзначајнијих обновљивих извора енергије који је уједно и конкурентан фосилним горивима и нуклеарној енергији. Много пре него што су развијене прве парне турбине енергија воде се користила за добијање механичке енергије помоћу водених точкова што је представљало главни извор снаге за индустријске млинове. Ти млинови су били лоцирани у близини водених падова како би вода могла да се директно преусмери из горњег тока на точак и после у доњи ток реке. Хидроенергија за разлику од фосилних горива не ствара емисију штетних гасова односно угљен диоксида (CO_2) и не учествује у глобалном загревању али са друге стране може значајно да наруши речни екосистем. Главна предност хидроенергије је способност да се покрије дневна и годишња потражња за електричном енергијом за разлику од енергије сунце и енергије ветра који нису доступни током целе године. Када се смањи потражња за енергијом брана чува вишак воде, то се најчешће примењује током ноћи када није велика потражња за енергијом. Хидроенергија данас чини 97 % енергије произведене свим обновљивим изворима енергије. Сама по себи енергија воде није вредна већ је потребно потенцијалну енергију воде претворити у облик енергије који човек може да користи. Данас је то најчешће електрична енергија. Овај процес се обавља у хидроелектранама.

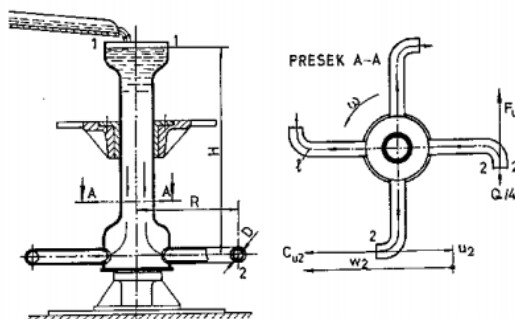
Хидроелектране су постројења где се потенцијална енергија воде помоћу турбине претвара у механичку енергију, која се даље у генератору претвара у електричну енергију. Количина енергије која се генерише у хидроелектранама значајно расте у последњим годинама. У последњих 30 година генерисана енергија је утростучена док је удео хидроенергије повећан за око 50 %. За разлику од осталих обновљивих извора енергије хидроенергија нема проблема са недостатком потребне технологије већ са недостатком погодних локација за изградњу хидроелектрана.

Потенцијал коришћења хидроенергије зависи од више фактора а један од главних је постојање довољне количине текуће воде која је доступна у току целе године јер електричну енергију није могуће јефтино ускладиштити. Да би се поништио утицај осцилација граде се акумулациона језера и бране што додатно повећава трошкове. Данас је у свету искоришћено само 25 % светског хидроенергетског потенцијала. Остали неискоришћени део се углавном налази у неразвијеним земљама. Поред великих данас се у свету све више користе и мале хидроелектране које се могу примењивати код малих токова река и у забаченим подручјима где друге видове енергије није могуће користити. Мале хидроелектране углавном не користе брану. Данас се у свету за мале хидроелектране добијају разне повластице у виду кредита или порезних олакшица. Поред својих предности мале хидроелектране утичу у великој мери на нарушавање екосистема док са друге стране не могу да подмире потребе електричне енергије као што је случај са великим хидроелектранама [1,2].

1.2 Развој хидрауличних турбина

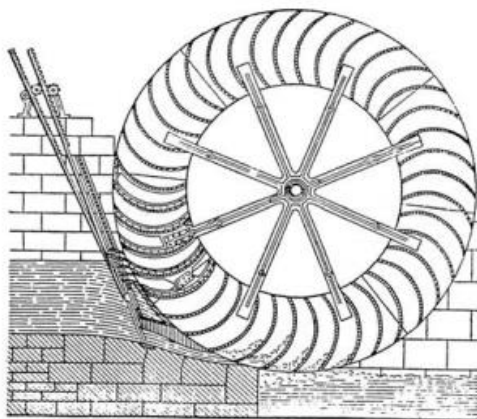
Од свих расположивих извора енергије у природи човек је најпре почео да користи енергију водених токова да помоћу водених кола добије механичку енергију. Та водна кола користила су се још у старом веку а чак се и данас могу наћи у забаченим крајевима света.

Ова водна кола су била једноставне конструкције. Принцип рада се заснивао на томе да вода делује на лопатице кинетичком енергијом уз помоћ силе гравитације. У средњем веку се значајно повећала разноликост примене точка. Водени точкови користили су се за погон лифтова за транспорт воде, руде као и за довод ваздуха у високим пећима. Тек 1750.год појављује се водно коло које ради на реакцијском принципу а конструисао га је Џон Андреас фон Зегнер (Johan Andreas fon Segner). Ово коло је приказано на слици 1 [3].



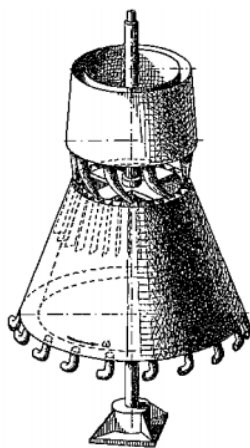
Слика 1. Зегнерово коло

Неколико година касније 1737 године француски инжењер Белидор (Bernard Forest de Belidor) је саградио водени точак са закривљеним лопатицама. Први корак ка турбини предузео је Виктор Понцелет (Jean Victoire Poncelet) (1788-1867). Он је 1825 године саградио водени точак са закривљеним лопатицама као што је то раније радио Белидор. Закривљене лопатице су ефикасно смањивале хидрауличне губитке. Поред тога осмислио је и инсталацију за промену протока а тиме и брзине и обртног момента (Слика 2) [3].



Слика 2. Понцелетов водени точак

Након ових конструкција ређале су се и многе друге. Леонард Ојлер (Leonhard Euler) је 1754 године дао своју конструкцију турбине. Али је направљена тек 1943. Након тестирања ове турбине добијени су позитивни резултати. Конструкција ове турбине је приказана на слици 3.



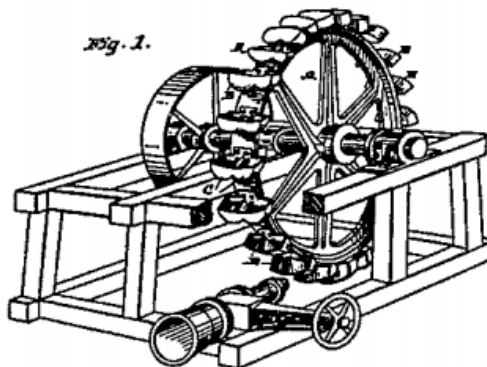
Слика 3. Ојлерова турбина

Прву употребљиву турбину конструисао је Бено Фурнејрон (Benoit Fourneyron) 1827. године. То је радијална центрифугална турбина код које је први пут примењено регулисање променом протока при константном паду. Механичар Хеншел (Henschel) је 1848 конструисао турбину која је у потпуности била аксијална, названа је и сифон турбина. Код ове турбине је знатно повећана ефикасност.

Американац Самјуел Хауд (Samuel Howd) је 1838. године конструисао турбину која знатно подсећа на данашњу францисову турбину. Та турбина је била радијално центрипетална са сифоном и имала је степен корисности од 70 %.

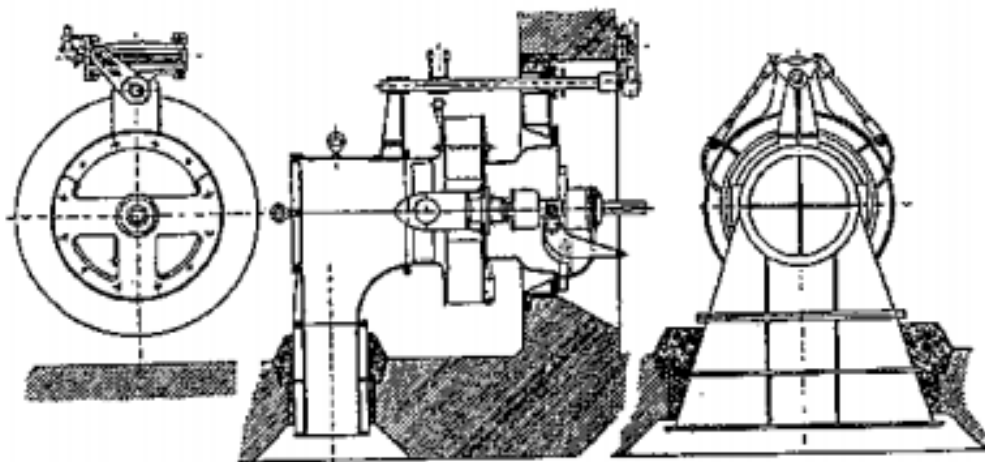
Американац Џејмс Бишено Франсис (James Bicheno Francis) је 1868. године увео новину код Хаудове турбине и достигао степен корисности од 80 %. У то време то је била потпуна новина тако да се све турбине овог типа од тада зову Франсисове турбине.

Наредни корак у развијању водених турбина значао је њихово прилагођавање великим падовима. Овај проблем је први решио Лестер Алан Пелтон (Lester Allan Pelton). Он је 1880. године направио конструкцију која је касније названа Пелтонова турбина (слика 4) [3].



Слика 4. Пелтонова турбина

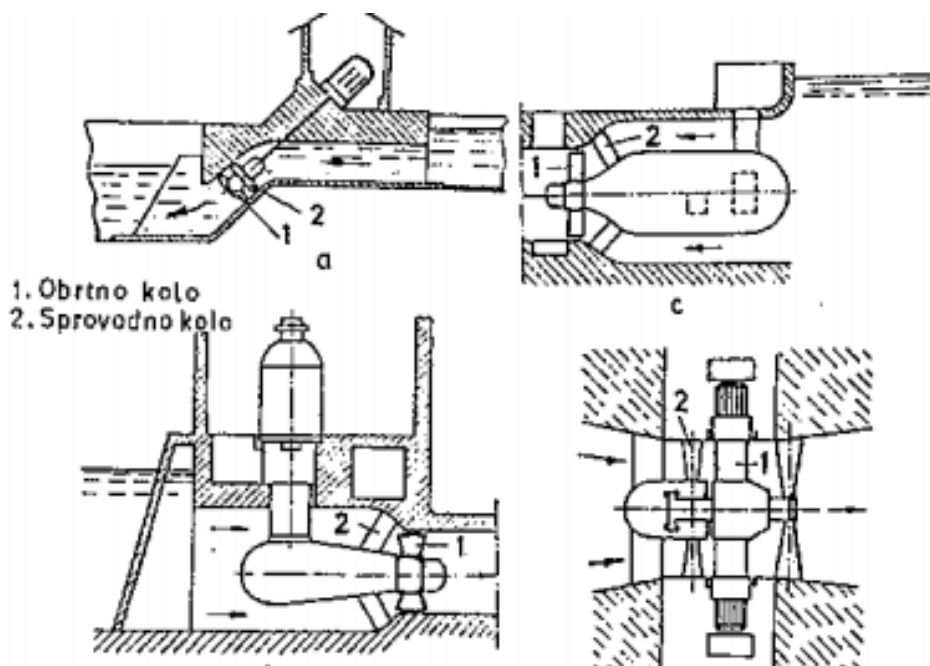
Почетком XX века, 1913. године Виктор Каплан (Victor Kaplan) пријављује своје патенте. Изглед прве Капланове турбине је приказан на слици 5.



Слика 5. Прва Капланова турбина

Каплан је 1919. године израдио прву хидроелектрану са Каплановом турбином у Доњој Аустрији.

Након ове турбине ређали су се и други патенти па су тако Квјатковски и Деријаз (Paul Deriaz) изнели своје решење турбине. Након ових турбина појавиле су се и конструкције цевне турбине које су се користила за велике равничарске реке са малим падовима. На њима су радили научници попут Хафела (Haefele), Кине (Kunne), Харца (Harza), Фишера (Fisher) и многи други (слика 6) [3, 4].



Слика 6. Првобитне цевне турбине

2. Хидроелектране

Хидроелектране су постројења где се потенцијална енергија речног тога претвара у кинетичку енергију тока воде а затим се та енергија у турбини претвара у механичку енергију обртања вратила турбина. На крају се механичка енергија у генератору претвара у електричну енергију [2].

2.1 Подела хидроелектрана

Према начину коришћења воде односно регулацији протока деле се на :

1. Акумулацијске, код којих се вода акумулира како би могла да се користи кад је потребније. Уобичајене компоненте су брана, акумулација, водена комора, захват, гравитацијски довод, засунска комора, притисни цевовод, машинска зграда и одвод воде. Акумулацијске могу да буду прибранске и деривацијске хидроелектране (слика 7).

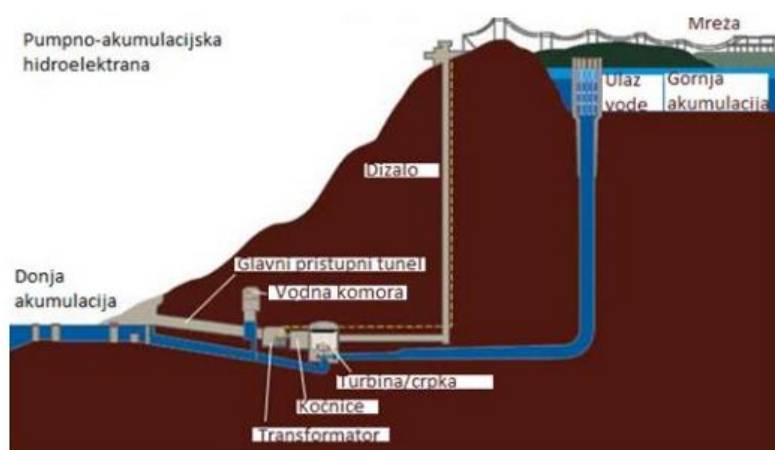


Слика 7. Акумулацијска хидроелектрана

2. Проточне, код којих се енергија воде искоришћава њеним дотоком. То су електране које немају своју акумулацију или имају акумулацију која се при раду електране при номиналној снази може испразнити за 2 сата (слика 8).
3. Реверзибилне, код којих се део воде помоћу вишка струје црпи и враћа назад у акумулацију где се поново користи. Реверзибилне електране имају два језера, главно и помоћно. Када постоји велика потреба за енергијом онда произведену енергију шаљу у мрежу а када су захтеви за енергијом ниски онда се вода пумпа у помоћно језеро узимајући енергију из мреже (слика 9) [5].



Слика 8. Проточна хидро електрана “Chief Joseph Dam”



Слика 9. Реверзибилна хидроелектрана

Према локацији постројења хидроелектране могу бити:

1. Класичне, на копненим водотоковима: реке, потоци, канали
2. На морске таласе
3. На морске мене: плиму и осеку

Према паду водотока, односно висинској разлици горњег и доњег тока воде хидроелектране се могу поделити на:

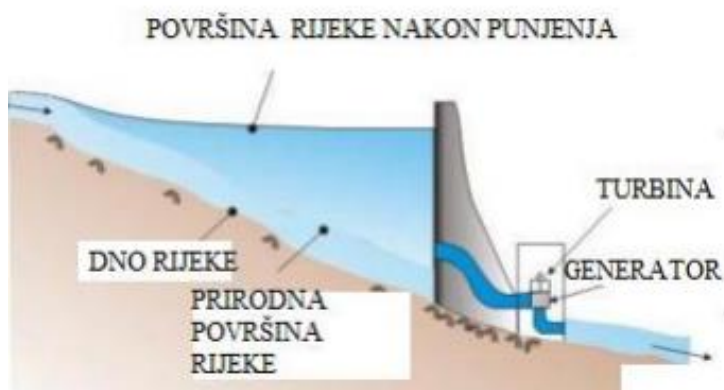
1. нископритисне,
2. средњепритисне и
3. високопритисне.

Према начину односно величини акумулацијског базена, хидроелектране могу бити:

1. Са дневном акумулацијом – акумулација се пуни ноћу а празни дању
2. Са сезонском акумулацијом – акумулација се пуни током кишног а празни током сушног периода године
3. Са годишњом акумулацијом – акумулација се пуни током кишних година а празни током сушних година.

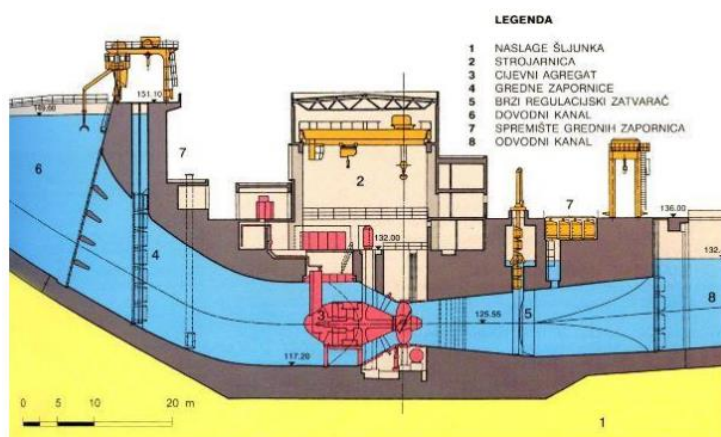
Према удаљености постројења од бране хидроелектране се деле на:

1. Прибранске, чија су постројења смештена уз брану, најчешће испод ње (слика 10).



Слика 10. Прибранска електрана

2. Деривацијске, код којих се машинска зграда налази одвојена на некој удаљености а вода се цевима доводи из акумулационог језера (слика 11).



Слика 11. Деривацијска хидроелектрана

Према смештају постројења хидроелектране се деле на:

1. Надземне – постројење се налази изнад тла
2. Подземне – постројење се налази испод тла

Према улози хидроелектрана у систему деле се на:

1. Хидроелектране које раде стално
2. Вршне, укључују се само када се покаже потреба за тим

Према инсталираној снази хидроелектране се деле на:

1. Велике (преко 10 MW) (слика 12)
2. Мале (до 10 MW) (слика 13)
3. Микро (обично се односе на системе капацитета испод 100 KW) (слика 14)
4. Пико (односе се на системе капацитета испод 5 KW)



Слика 12. Велике хидроелектране



Слика 13. Мале хидроелектране



Слика 14. Микро и пико хидроелектране

Данас су у свету инсталиране хидроелектране које дају снагу од 1270.4 GW (подаци из 2017. год.) што представља 20 % укупно произведене електричне енергије у свету било од обновљивих или необновљивих извора енергије односно 88 % од обновљивих извора енергије [1].

Поред претходно наведене поделе могуће је у зависности од претварања струјне енергије воде у механичку енергију турбине поделити на:

1. Импулсне (акцијске) турбине које користе кинетичку енергију воде док се притисна енергија не мења. У овакве врсте турбина се убрајају: Пелтонова, Турго, Банки и Теслина турбина.
2. Реакцијске турбине код којих се у радном колу мењају све три енергије: притисна, кинетичка и потенцијална. Пошто је притисна енергија већа на улазу него на излазу односно пошто долази до пада притиска кроз турбину називају се још и притисне турбине. (Франсисова, Капланова)

Након бројних испитивања дошло се до закључка да није могуће да се са једном типом турбине оствари максималан учинак када су у питању сви протоци и све висине већ је извршена подела на четири основна типа: Пелтонова, Франсисова, Капланова (аксијална) и радијална [1].

Од специфичне брзине обртања зависиће облик радног кола као и конструкција. Према специфичној брзини извршена је класификација турбина:

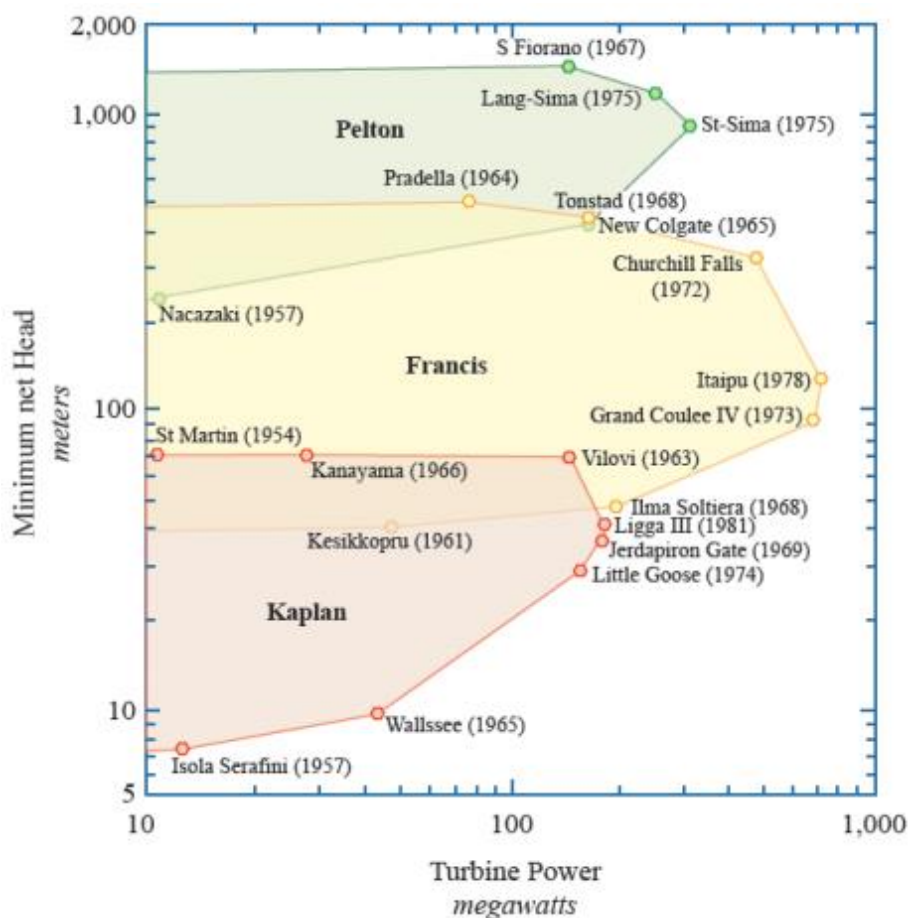
1. Пелтонове турбине за пад $H = 100-2000$ m деле се на:
 - а) Спороходне где је $n_s = 4-15$, и број млазница 1-2,

- b) Нормалне са $n_s = 15-25$, и број млазница 2-4,
 - c) Брзоходне са $n_s = 25-60$, и број млазница 5-6
- 2. Франсисове турбине за пад $H = 40-700\text{m}$ деле се на:
 - a) Спороходне, $n_s = 80-150$,
 - b) Нормалне, $n_s = 150-250$,
 - c) Брзоходне, $n_s = 250-450$
- 3. Дијагоналне турбине за пад $H = 30-200\text{m}$ деле се на:
 - a) Спороходне, $n_s = 230-280$,
 - b) Нормалне, $n_s = 280-340$,
 - c) Брзоходне, $n_s = 340-500$
- 4. Капланове (аксијалне) турбине за пад $H = 3-80\text{m}$, деле се на:
 - a) Спороходне где је $n_s = 350-450$,
 - b) Нормалне, $n_s = 450-650$
 - c) Брзоходне, $n_s = 650-1100$

Да би се извршио одабир турбине користе се разни дијаграми као што су:

1. Дијаграм према препорукама фирме Voith Hydro,
2. Дијаграм према препорукама фирме Sinclair,
3. Сводни дијаграм по Руској номенклатури у функцији (H , P) према искуству великих фирми.

На слици 15 представљен је дијаграм референтних вредности радних параметара и излазне снаге за главне типове хидрауличних турбина [1, 3].



Слика 15. Дијаграм односа снаге и минималне висине турбине

2.2 Предности хидроелектрана

Предности хидроелектрана су то што је у знатној мери смањена емисија штетних гасова у свету. Ако се у обзир узима само хидроелектрана, када се гледа производња електричне енергије може се рећи да су гасови стаклене баште потпуно елиминисан али ако се у обзир узме цела хидроелектрана постоји мала присутност гасова. Према истраживању које је урађено у Штутгарту доказано је да од свих извора енергије укључујући ветроелектране, нуклеарне електране, фото напонске панеле, хидроелектране имају најмању производњу штетних гасова. Економски су прихватљиве јер не зависе од цене гориво као што су угаљ, нафта и гас па је самим тим и електрична енергија рентабилнија. По студијама је време потребно за повратак инвестиције 10 година док је код реверзибилних нешто дужи период. Имају дуг век трајања и због све веће аутоматизације смањује се број људи који су потребни за рад и одржавање електране [6].

2.3 Недостаци хидроелектрана

Код хидроелектрана постоји опасност од урушавања брана што може довести до катастрофалних последица. Код реверзибилних електрана постоји опасност од урушавања јер се граде тако да је горње и доње језеро укопано. Веће последице постоје од таложења песка и муља на дну акумулацијских језера због чега постају врло неекономичне после дужег времена. Као последица таложења језеро је све плиће. Овај проблем се решава помоћу канала како би се тај седимент одводио. Приликом градње акумулацијских језера сви биљни остаци под водом почињу да труле и да се распадају. У анаеробним условима долази до стварања гасова. Гасови који настају су угљен диоксид, метан и други [6].

3. Основи теорије и параметри турбина

3.1 Основни параметри хидротурбина

Основним параметрима хидрауличних машина се сматрају величине као што су:

1. **Проток турбине** Q (m^3/s) представља количину течности која за 1 s протекне кроз турбину. Проток кола турбине се разликује од протока кроз турбину за вредност губитака цурења у турбини [3].
2. **Бруто јединични струјни рад** $Y_{br} = gH_{br}$ (J/kg), где g представља гравитационо убрзање, док H_{br} (m) представља бруто пад односно разлику горњег и доњег нивоа воде, односно $Y_{br} = e_g - e_d$. [1].
3. **Нето јединични струјни рад турбине** $Y_n = gH_n$ (J/kg) где H_n представља разлику јединичних струјних енергија на улазу и излазу из турбине, док се у пракси чешће користи као нето пад турбине. Обично се нето пад турбине H_n означава само са H . Бруто пад се је већи од нето пада за хидрауличне губитке од акумулације до улаза кроз пресек 1 у турбину, и хидрауличне губитке од излаза кроз пресек 2 из турбине до доње воде [1].
4. **Хидраулична снага турбине** P_h (W) представља количину рада у јединици времена коју би вода разменила у турбини када не би било губитака. Одрађује се помоћу израза $P_h = \rho Q Y = \rho Q g H$ где је [3]:
 ρ (kg/m^3)- густина воде,
 Q (m^3/s)- проток кроз турбину,
 Y (J/kg)- јединични струјни рад турбине,
 H (m)- нето пад турбине.
5. **Брзина обртања кола турбине** n (min^{-1}) и угаона фреквенција кола турбине ω (s^{-1}) су повезане везом: $\omega = 2\pi n/60$. Ако су велике турбине спојене са синхроним генератором наизменичне струје, онда се оне морају окретати сталном брзином како би фреквенција мреже имала сталну вредност. Фреквенција, брзина обртања и број пари полова су повезани изразом: $f = pn/60 = p\omega/2\pi$ [1].
6. **Кавитациони коефицијент** σ дефинише кавитационо стање турбине односно да ли се јављају мехурови водене паре у радном колу. Моделским испитивањем се одређује вредност кавитационог коефицијента испод којег не сме да се иде односно која му је критична вредност испод које долази до кавитације [1].

3.2 Јединични рад код турбина

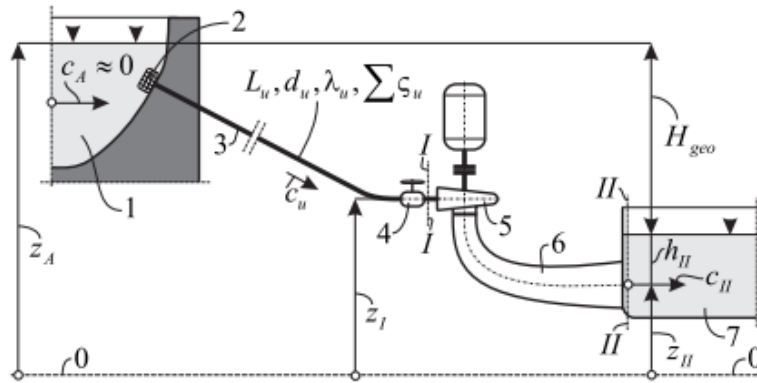
Вода на свом путу од акумулације до турбине мења свој енергетски опсег. Посматрајући шематски приказ јединичне енергије са слике може се закључити да јединичне енергије хидроелектране долазе у обзир код водних турбина. Свака приказана јединична енергија почев од горњег нивоа (А) до доњег нивоа (Б) који се налази на некој висини од референтне равни а и састоји се од укупне струјне енергије – линија b, и линије потенцијалне енергије с. Пресек 1 – 1 означава улаз у турбину а пресек 2 – 2 излаз из турбине (слика 16) [7].

Расположена јединична енергија у акумулацији једнака је:

$$Y = g \cdot z_A + \frac{p_A}{\rho} + \frac{c_A^2}{2}$$

а у излазном каналу:

$$Y = g \cdot z_B + \frac{p_B}{\rho} + \frac{c_B^2}{2}$$



Слика 16. Турбинско постројење

Разлика расположивих јединичних енергија у пресецима А и Б дефинише јединични рад воденог тока, који се може искористити у турбини:

$$Y = Y_A - Y_B = g \cdot (z_A - z_B) + \frac{p_A - p_B}{\rho} + \frac{c_A^2 - c_B^2}{2}$$

Пошто је притисак у пресецима А и В једнак, односно $p_A = p_B$ због великих попречних пресека може се претпоставити да су брзине струјања воде у њима једнаке односно да је $c_A = c_B = 0$. Разлика ових енергија са овом претпоставком је једнака:

$$Y = Y_A - Y_B = g \cdot (z_A - z_B)$$

Та разлика јединичних енергија назива се и геодетска бруто расположива јединична енергија, Y [J/kg]. Укупна расположива јединична енергија турбине у пресеку 1 – 1 према слици једнака је

$$Y = g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2}$$

а у излазном пресеку 2 – 2 је:

$$Y = g \cdot z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2}$$

На основу последња два израза произилази да је:

$$Y_1 = Y_A - Y_{gA-1}$$

Где је Y_{gA-1} , дисипована струјна енергија од пресека А до улазног пресека турбине 1 – 1.

Сходно горњим изразима може се написати и за излазни пресек:

$$Y_2 = Y_B - Y_{g2-B}$$

Где је Y_{g2-B} , дисипована јединична енергија потребна за савлађивање хидрауличних отпора на путу од излазног пресека 2 – 2 до пресека В доње воде.

Укупна јединична енергија турбине је одређена разликом јединичних енергија у улазном и излазном пресеку турбине [7]:

$$Y = Y_1 - Y_2$$

или

$$Y = g \cdot (z_1 - z_2) + \frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} - \sum Y_g$$

Јединична енергија турбине која се губи Y_g , односно енергија тока у доводном и одводном воду турбине једнака је [7]:

$$\sum Y_g = Y_{gA-1} + Y_{g2-B}$$

4. Основне једначине

4.1 Ојлерова једначина за турбине

Једначина континуитета, једначина струјања вискозног флуида, једначина енергије и једначина промене количине кретања су основне једначине механике флуида.

Ојлер је у 18 веку извео једначину која је допринела бољем разумевању процеса размене енергије у турбинама [1]:

$$Y_K = g \cdot H_K = u_1 c_{u0} - u_2 c_{u3} = \varpi (r_1 c_{u0} - r_2 c_{u3})$$

где је Y_K (J/kg) рад кола, u_1 и u_2 обимске брзине на улазу и излазу из кола, c_{u0} и c_{u3} апсолутне брзине на улазу и на излазу из кола, r_1 и r_2 полупречници кола на улазу и на излазу. Постоји и други облик ове једначине:

$$Y_K = g \cdot H_K = \varpi (\Gamma_0 - \Gamma_3)$$

која указује на услове који су неопходни да би се у турбинском колу разменила енергија. Услови који се морају испунити су [1]:

1. Флуид мора испуњавати струјни простор
2. Коло се мора обртати и
3. Мора постојати коначна разлика циркулације Γ_0 од улаза у коло па до излаза из кола Γ_3 , тј $\Gamma_0 - \Gamma_3 \neq 0$.

4.2 Троуглови брзина

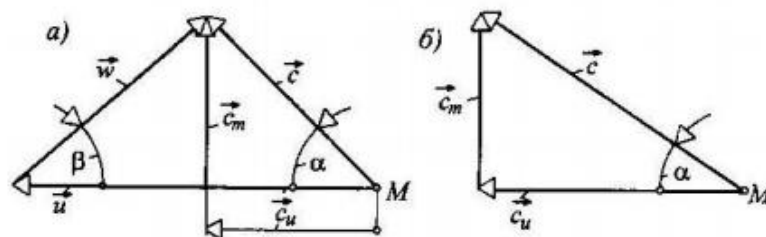
Апсолутна брзина c сваког флуидног делића у просторној профилној решетки може да се добије као векторски преносне брзине u , и релативне врзине w :

$$c = u + w$$

Релативна брзина представља ону брзину коју посматрач види из координатног система који је везан за профилну решетку и који би се кретао са решетком преносном брзином u .

Преносно кретање не постоји код непокретних профилних решетки односно не постоји преносна брзина. ($u=0$)

На слици 17 је приказан општи приказ троуглова брзина.



Слика 17. Општи изглед троуглова брзина у тачки M која лежи на главном правцу струјања у међулопатичном простору профилне решетки

a – за покретну профилну решетку, b – за непокретну профилну решетку $u=0$

За потпуно дефинисање троуглова брзина потребно је одредити најмање три величине:

1. Меридијанска компонента c_m
2. Обимска компонента c_u
3. Преносна брзина флуидног делића

Преносна брзина флуидног делића у произвољној тачки профилне решетке може се одредити уз помоћ формуле:

$$U = [\omega, r]$$

Где је:

ω (1/s) – угаона брзина обртања радног кола коме припада разматрана просторна профилна решетка.

r (m) – радијус који дефинише одстојање тачке у којој се одређује троугао брзина у просторној профилној решетки од почетка координатног система.

Пошто су брзине флуидних делића тзв. локалне брзине, онда су и троуглови брзина локалне величине струјног поља профилне решетке.

4.3 Специфична брзина турбине

Различите врсте хидрауличних турбина се могу класификовати према специфичној брзини. Специфична брзина је бездимензионални параметар који карактерише хидрауличка својства турбине у погледу брзине и капацитета пражњења [8].

Специфична брзина је дефинисана као:

$$n_{QE} = \frac{n \cdot \sqrt{Q}}{E^{3/4}}$$

Где је:

E [J/kg] – специфична хидраулична енергија

n [s⁻¹] – рационална брзина турбине

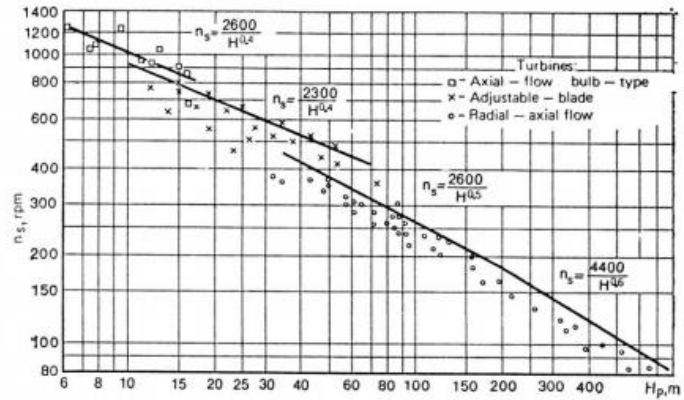
Специфична хидраулична енергија се добија из једначине:

$$E = H_n \cdot g$$

Где је:

H_n [m] – нето висина

Све више се иде ка томе да се за исти пад и снагу турбине смањује пречник, а то се постиже повећањем специфичне брзине. Подручје стварне специфичне брзине је приказано на слици 18.



Слика 18. Подручје стварне специфичне брзине

Специфична врзина је одређена помоћу следећих формула:

За радијално – аксијалне турбине:

$$\begin{aligned} H > 200 \text{ m} \quad n_s &= 4400 / H^{0.6} \\ H < 200 \text{ m} \quad n_s &= 2600 / H^{0.5} \end{aligned}$$

За турбине са помичним лопатицама:

$$n_s = 2300 / H^{0.4}$$

За аксијалне проточне цевне турбине:

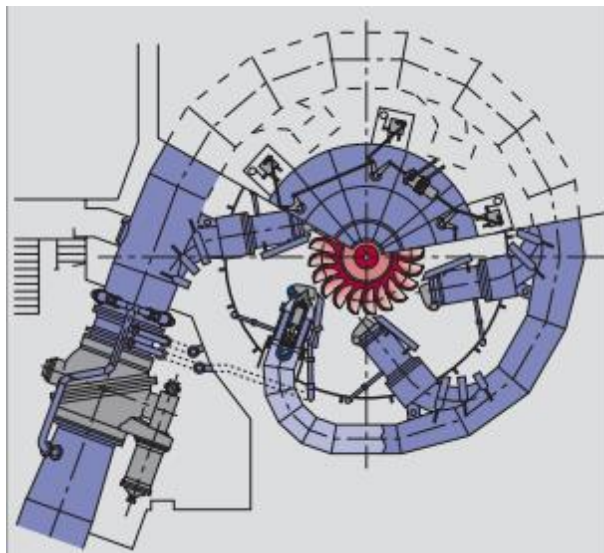
$$n_s = 2600 / H^{0.4}$$

5. Врсте хидрауличних турбина

5.1 Пелтонова турбина

Пелтонова турбина припада групи импулсних турбина. Састоји се од диска који по свом ободу има велики број лопатица које помоћу млазница стварају обртни момент. Пелтонова турбина има прилично висок степен ефикасности који зависи од више фактора а један од њих је број млазница [8].

Пелтонове турбине су најпогодније за велике падове и мале протоке. Могу да буду хоризонталне и вертикалне конструкције. Хоризонталне турбине се користе само код малих и средњих конструкција најчешће са једном или две млазнице док је у неким специјалним конструкцијама коришћено четири млазнице. Велике Пелтонове турбине које имају већи број млазница су обично вертикалне конструкције [9]. На слици 19 приказана је Пелтонова турбина.



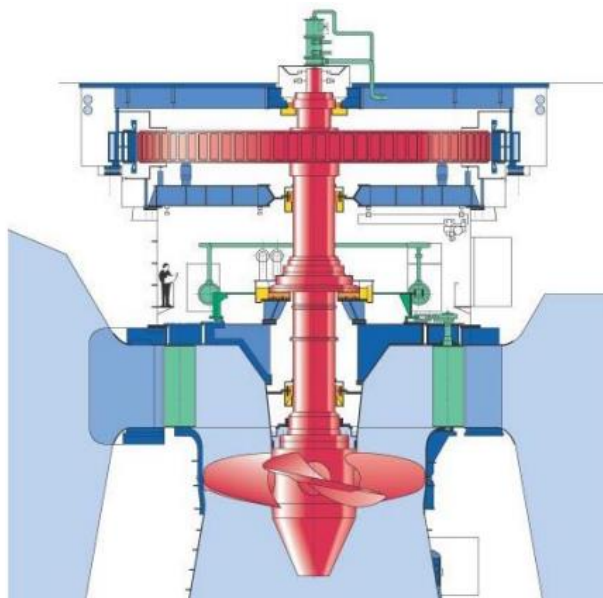
Слика 19. Пелтонова турбина

На слици 8, се може видети да цев доводи воду која пролази кроз млазницу са копљем пре него што дође до турбине. Помоћу копља које се креће помоћу сервомеханизма регулише се проток кроз турбину. Регулациона игла прати кретање копља и када је потребно смањити снагу она одсеца део млаза до одређеног пречника а копље заузима потребан положај. Млазнице затим долазе до лопатица где се врши пренос енергије струјања течности на радно коло које помоћу вратила снагу преноси до генератора. Када је потребно зауставити турбину скретач млаза преусмерава млазницу ван радног кола.

5.2 Капланова турбина

Капланова турбина спада у групу аксијалних турбина. Капланове турбине имају могућност регулације хидрауличне снаге помоћу лопатичног преткола као и синхроним закретањем лопатица радног кола око сопствених оса што повећава степен корисности.

Ова регулација је могућа у току рада турбине [10]. На слици 20 је приказан пресек Капланове турбине.



Слика 20. *Пресек Капланове турбине*

Вода из акумулације најпре долази до спиралног кућишта а затим центрипетално усмерава кроз венац потпорних лопатица и лопатично претколо ка осни турбине. На излазу из лопатичног преткола водена маса мења правац кретања и до радног кола турбине долази аксијално [10].

5.3 Фурниерова турбина

Спада у групу центрифугалних турбина. Има мали значај зато што се помоћу ње могу остварити мале снаге. Вода из речног корита се доводи до сабирног резервоара. Дно у резервоару усмерава воду кроз отвор у коме је уграђен непокретни венац односно лопатично претколо. Помоћу лопатичног преткола струја воде се усмерава ка периферији. Делићи воде се по спиралној путањи крећу радијално. Вода пре него што истекне у доњу воду пролази кроз радно коло чије су лопатице постављене тако да са најмањим хидрауличним губицима примају надолazeће делиће и да им промене правац кретања у односу на онај који су имали на улазу. Због промене правца кретања и интензитета брзина делића воде од улаза до излаза из лопатичног венца јавља се промена количине кретања водене масе која пролази кроз радно коло, што доводи обртања радног кола и појаве обимске силе [10].

5.4 Деријазова турбина

Спада у групу полуаксијалних турбина. Водена маса након изласка из спиралног кућишта пролази кроз потпорне лопатице, лопатично претколо и радно коло при том задржавајући дијагонални правац. Спада у регулационе турбине и баш као и Капланова

турбина регулацију врши помоћу лопатичног преткола као и помоћу синхроног закретања лопатица радног кола. Такође се регулација врши у току рада турбине (слика 21) [10].

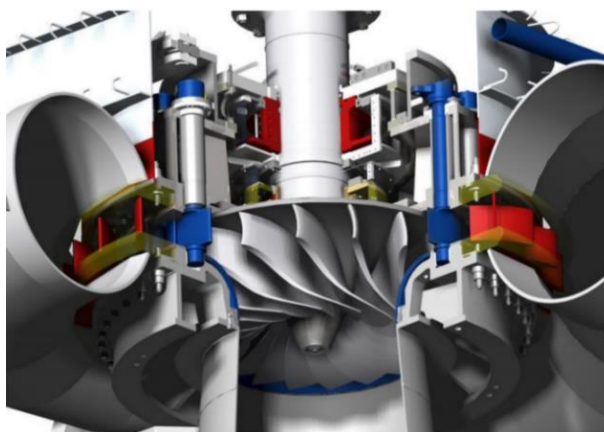


Слика 21. Деријазова турбина

5.5 Франсисова турбина

Франсисову турбину је изумео амерички проналазач Џејмс Франсис (James B. Francis). Спада у групу реакцијских турбина и једна је од турбина које се највише користе у хидроелектранама за производњу електричне енергије. Углавном се користе за висине од 40 – 600 m док се распон брзина турбине креће од 75 до 1000 o/min. Имају способност да издрже велики механички напон који настаје услед великих висина [12].

Франсисова турбина има кружну плочу која је причвршћена на осовину. Плоча заједно са закривљеним каналима чини радно коло. Око радног кола се налази прстен водећих лопатица [3]. На слици 22 је приказан пресек Франсисове турбине.



Слика 22. Пресек Франсисове турбине

Принцип рада Франсисове турбине је следећи:

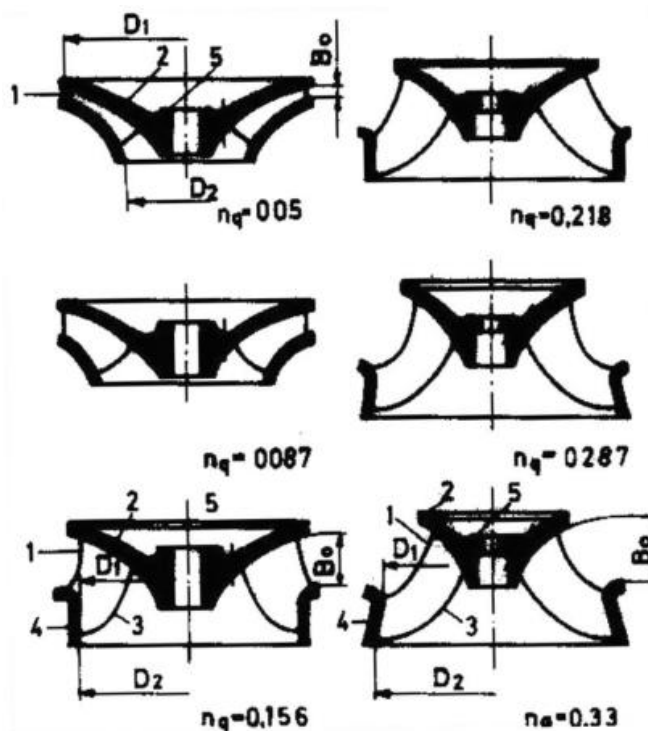
Вода из акумулације долази до спиралног кућишта где се равномерно разводи по обиму и усмерава кроз лопатично претколо. Лопатице преткола могу да се закрећу око својих

5.5.1 Главни делови Франсисове турбине

1. <i>Спирално кућиште</i>	13. <i>Заптивно кућиште</i>	23. <i>Полуга</i>
3. <i>Радно коло</i>	14. <i>Вођени лежај</i>	24. <i>Горње лежиште покретне лопатице</i>
4. <i>Вратило</i>	14а. <i>Подупирач лежаја</i>	25. <i>Доње лежиште покретне лопатице</i>
5. <i>Одводна конусна цев</i>	15. <i>Регулациони прстен</i>	26. <i>Лежиште регулационог прстена</i>
8. <i>Непокретне лопатице</i>	17. <i>Доњи поклопац</i>	27. <i>Под</i>
9. <i>Покретне лопатице</i>	21. <i>Лабиринтни прстенови</i>	28. <i>Ротациони уљни цилиндар</i>
12. <i>Горњи поклопац</i>	22. <i>Веза</i>	
29. <i>Уљна цевчица повезана са (14) и (14а) са отвором у оријентисаним у супротном смеру преносне брзине ротационог резервоара</i>		

21

цурење повећава а ефикасност се знатно смањује. Вода са високом концентрацијом песка у себи изазива оштећење заптивача и код високонапорских турбина изазива губитак цурењем од 2-5 %. Тај губитак цурењем се користи за хлађење генератора, трансформатора и лежачева. У зависности од пада и протока радна кола Франсисове турбине имају различите изведбе. Код радних кола мале специфичне учесталости обртања ($n_q = 0,05$, улазна ивица лопатице (1) је паралелна са осом обртања радног кола. Излазна ивица лопатице радног кола је скоро положена према хоризонталној равни. Профили предњег (4) и задњег (2) венца скоро су паралелни међу собом. Релативна висина радног кола на улазу, према улазном пречнику, није велика b_0/D_1 . Лопатица је доста издужена од улазне до излазне ивице радног кола, при малој ширини проточног канала. На слици 24 се могу видети различите изведбе радних кола Франсисове турбине за различите учесталости [7].



Слика 24. Различити облици радних кола за различите учесталости

- | | | |
|--------------------------|------------------------------|------------------|
| 1. Улазна ивица лопатице | 3. Излазна ивица радног кола | 5. Главчина кола |
| 2. Профил задњег венца | 4. Профил предњег венца | |

Обртни момент се на вратило преноси фрикцијом или фрикцијом – смицајном везом. Код релативно великих димензија шrafoви ових веза су додатно изложени термичким напорима. Основна карактеристика једне Франсисове турбине је облик радног кола [7, 13].

Проблем пројектовања радног кола је један од најкомпликованијих проблема и има исти значај као пројектовање спирале или дифузора, пошто је за радно коло везан орган за трансформацију струјне у механичку енергију. Радно коло је обликовано тако да вода као носилац хидрауличне енергије пролазећи кроз њега мења смер а да се при том промена јединичног рада у механичку енергију врши са минималним губицима енергије. Избор оптималне геометрије радног кола је заснован на томе да буду што мањи губици енергије односно да се добије што већи степен корисности. Тада се мора водити рачуна и да кавитациона способност радног кола буде на висини као и

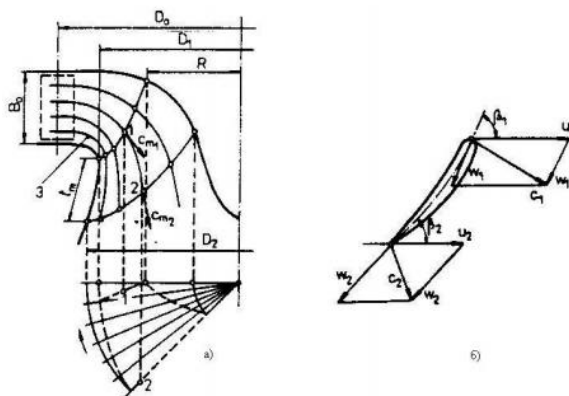
технолошке могућности за реализацију таквог кола. Данас при пројектовању радног кола постоје разне графичке методе као нпр. метода на конус (купу), две купе, метода комфортног пресликавања и др. Аналитичке и нумеричке методе заузимају све више места поготово увођењем рачунара у прорачун радног кола. Помоћу ових метода црта се меридијански пресек радног кола и одређују брзине струјања дуж лопатица. Рачунање губитака енергије, кавитационе особине и др. се занемарује. Најчешће примењивана метода за прорачун радног кола обухвата цртање радног кола у меридијанској пројекцији и одређивању брзина воде на улазу и излазу из радног кола. Решења се траже за јединични проток [7]:

$$Q_1 = (0.7 - 0.75)Q'_{max}$$

И јединичну брзину обртања

$$n_1 = (0.5 - 0.1)n'_{max}$$

Геометрија меридијанског пресека је дата на слици 25.



Слика 25. Геометрија меридијанског пресека

За специфичну учестаност обртања $n_q = 0.07 - 0.12$ препоручује се да вредности улазног угла лопатица буду $\beta_{11} = 50-90$, $\beta_{21} = 10-25$, а за $n_q = 0.2 - 0.33$ се препоручује $\beta_{11} = 40-60$, $\beta_{21} = 40-60$ с тим да се излазни угао у правцу струјања смањује. Улазна страна лопатице има полупречник R , који зависи од облика радног кола тј. Његове специфичне учесталости обртања. Он се може одредити по изразу [7]:

$$R \geq \frac{1}{\omega} Y * (\eta_h)^{0.5}$$

Код турбина са $n_q \leq 0.2-0.33$ препоручује се да улазна ивица лопатице почне на улазном пречнику D_1 тј. да је паралелна са осом обртања радног кола. Број лопатица радног кола је такође у функцији специфичне учесталости обртања n_q . Дебљина лопатица радног кола ако се раде од лима константне дебљине се одређује према изразу:

$$\delta = (0.001 - 0.0032) D_1 \left(\frac{Y}{Z} \right)^{0.5}$$

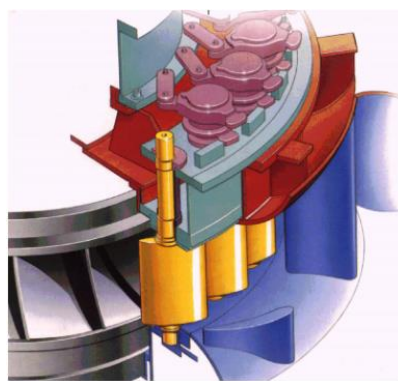
Крајеви лопатица се морају лепо заоблити а крајеви који се уливају у сиви лив се морају добро очистити песарењем а затим је ивице потребно обрадити у виду ластиног репа након чега их треба окалајисати како би се добро улиле са венцима радног кола.

Лопатице радног кола представљају срце сваке турбине. Течност која струји удара у лопатице и ствара обртни момент који се помоћу осовине преноси до генератора. Облик лопатица је битан због смањења хидрауличних губитака и саме ефикасности турбине. Приказане су на слици 26 [12].



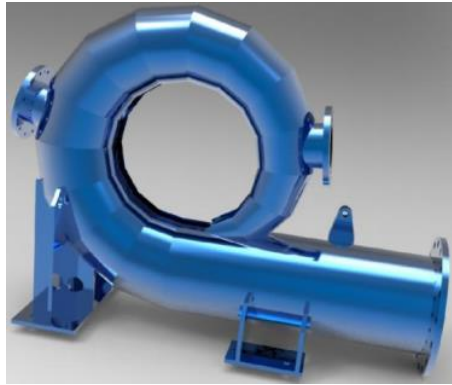
Слика 26. Лопатице радног кола

Покретне лопатице служе за претварање енергије притиска течности у импулсну енергију. Поред тога служе за усмеравање течности на лопатице радног кола и прилагођавају се протоку који је потребан. Ове лопатице служе као регулатор протока, повећавају ефикасност и смањују ерозију. Лопатице су распоређене између два паралелна поклопца. Покретне лопатице су приказане на сликама 27 и 28 [12].



Слика 27. Покретне лопатице у радном колу **Слика 28.** Покретна лопатица

Спирално кућиште служи како би се вода равномерно довела до радног кола. Спирална кућишта се углавном израђују од заварених челичних плоча а такође и комбинацијом ливеног челика и заварених челичних плоча [7]. Спирално кућиште је приказано на слици 29.



Слика 29. *Спирално кућиште Франсисове турбине*

Дифузор служи за одвод воде из турбине и главна функција је смањење брзине на излазу из турбине. Могу да имају различите геометријске облике односно могу бити криволинијски и праволинијски. Савремени дифузори морају да поседују следеће карактеристике [3]:

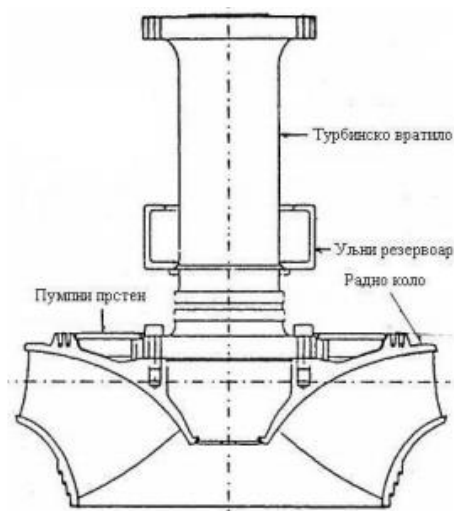
1. Да воду из турбине спроведу у доњу воду уз што мање губитке
2. Што боље искоришћење пада кад је kota турбине виша од коте доње воде
3. Да изврше рекулпацију већег дела излазне кинетичке енергије у притисну енергију на излазу из турбине.

На слици 30 је приказ дифузора.



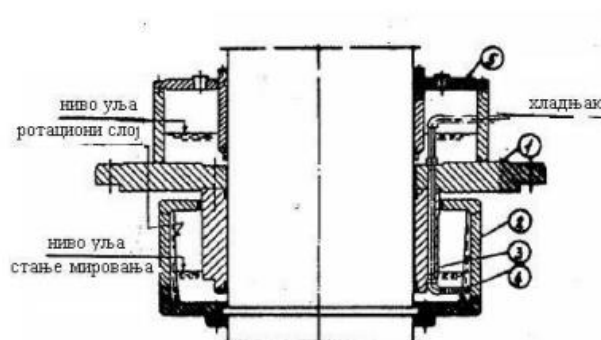
Слика 30. *Дифузор франсисове турбине*

Турбинско вратило приказано на слици 31 је произведено од челика са кованим прирубницама на оба краја. Вратило турбине и вратило генератора су спојени прирубницама, а веза може бити фриксиона или смицајна [13].



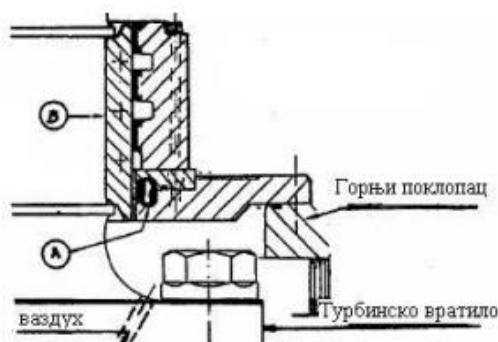
Слика 31. Турбинско вратило Франсисове турбине

Са слике 31 се може видети уљни резервоар који се налази на турбинском вратилу, док је на слици 32 приказан уљни резервоар заједно са лежајевима.



Слика 32. Радијални лежај вертикалне Франсисове турбине

Кућиште лежајева је подељено на две половине и монтирано на прирубницу горњег поклопца. Прстен има два спојена сегмента испод кућишта лежајева. Прстен такође има четири лежишне површине које уз помоћ правилно обликованих рампи обезбеђују правилно центрирање турбинског вратила. На поклопцу се налази издужење у облику цилиндричног рукавца вратила који досеже до дна кућишта формирајући жљеб кроз који ће уље цурети до лежајева. То издужење спречава обртање уља заједно са вратилом. У току ротације центрифугалне силе држе слој уља уз зид резервоара. Притисак ротационог уља изазива кретање уља ка хладњаку и горњем резервоару. Из горњег резервоара расхлађено уље тече ка цеповима лежишних прстенова а одатле услед ротације улази у сегменте кугличних лежајева. На крају уље долази у ротациони резервоар где циклус поново почиње [13]. Заптивач вратила је приказан на слици 33.



Слика 33. Заптивач вратила вертикалне Франсисове турбине

Ова заптивка је монтирана на горњи поклопац и састоји се од два дела. Између заптивача и чауре се оставља зазор од 0,2 – 0,4 mm. Чаура је израђена од нерђајућег материјала. Уз помоћ пумпног система зазор ће функционисати без протицања воде за време рада турбине. То омогућава посебан дизајн заптивне кутије где нема директног контакта између лабиринтног заптивача и рукавца вратила. За дубоко потопљене турбине се практикује инсталација гуменог заптивног прстена на надувавање (А) лабиринтној запивној кутији. Када турбина мирује он се надувава и спречава продор воде. Када турбина крене са радом ваздушни притисак у прстену се смањи и он затим више не долази у контакт са вратилом.

Осим описаног дизајна заптивне кутије, често се среће и дизајн са карбонским прстеновима. У том случају заптивање је потпуно, без зазора, па се прстенови хабају док су у контакту са обртним елементима. Водено хлађење прстена је неопходно пошто рад на суво може да изазове велика оштећења [13].

5.5.2 Инструменти за надзор

Уобичајени инструменти за контролу и праћење рада турбине су следећи [7]:

- Манометар повезан на спирално кућиште
- Манометар инсталиран на доводну цев, узводно од главног вентила
- Притисни прекидач са најмање два подешавања прикачен на доводну цев, узводно од главног вентила
- Мано-вакуметар монтиран на одводну цев
- Манометар повезан на одводну цев тока цурења
- Гранични прекидач за сигнализирање прекида функције заптивача

Рад лежајева се надгледа са:

- Контактним термометрима за контролу и надзор високих и критичних температура
- Даљинским термометром за мерење температуре уља у кућишту лежајева
- Прекидач за упозорење на превише висок или низак ниво уља који истовремено прати проток воде за расхлађивање.

6. Критичне појаве у турбинама

У турбинама за време њиховог рада може доћи до одређених феномена који могу знатно да утичу на карактеристике турбина и поремете њихов рад.

6.1 Појава кавитације

Кавитација је процес који карактерише настајање гасно – парних мехурова и њихово нестајање. Кавитацију је први употребио Фруд (Froude) како би дефинисао претходно описану појаву [3].

Када дође до снижавања температуре при константном притиску испод одговарајуће вредности која представља тачку мржњења тачни флуид ће прећи у чврсто стање, док са повећањем температуре до тачке кључања долази до преласка течног флуида у гасовито стање. Тачке кључања и мржњења сваког реалног флуида функције су притиска и температуре. У хидрауличној машини у току рада на одређеним локацијама може да дође до тога да притисак у радној течности опадне испод оног притиска који одговара њеној тачки кључања на тој температури и тада долази до појаве парне фазе – кавитације. Ти мехурићи се крећу у зоне вишег притиска где се кондензују [7].

У хидрауличним машинама кавитација [3]:

1. Мења структуру струјања
2. Погоршава степен корисности и снагу турбине
3. Ствара буку
4. Проузрокује имплозију која уништава зидове проточног тракта
5. Ствара вибрације

На слици 34 представљено је оштећење Франсисове турбине настало кавитацијом.



Слика 34. Радно коло Франсисове турбине оштећено кавитацијом

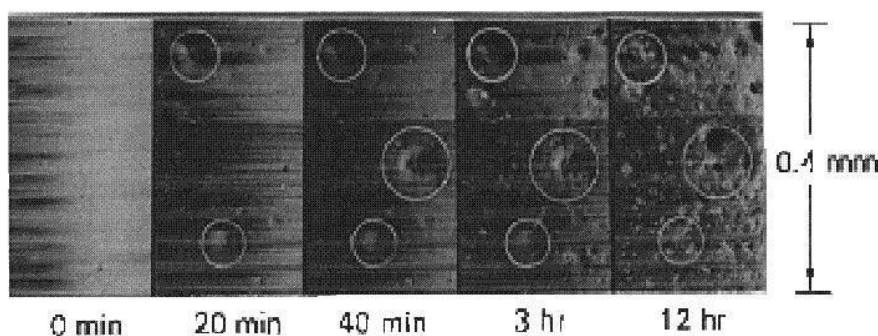
Код турбина може доћи до појаве инерцијске кавитације и углавном се јавља због наглог затварања преткола што изазива раскидање течне масе која испуњава турбину и дифузор. Инерцијска кавитација долази и у случајевима брзог одмицања две блиске површине, јер када дође до брзог одмицања ствара се потпритисак а течност не стигне да попуни простор. Простор без течности (каверна) који је настао услед инерцијског дејства поново се затвара када дође до повећања притиска.

Утицај кавитације на рад хидрауличних турбина зависи од стадијума развитка кавитације.

Постоје три основна стадијума развитка кавитације:

1. Почетна кавитација – карактеришу је мала висина шума, постојање мале количине кавитацијских мехурова који образују нестационарну кавитацијску зону.
2. Делимично развијена кавитација – карактерише је постојање стационарне кавитацијске зоне одређених размера, доводи до локалног пораста брзине струјања и условљава појаву секундарног струјања у течности. За разлику од почетне кавитације појачавају се шумови и јављају се вибрације.
3. Потпуно развијена кавитација – долази до прекида рада машине, јављају се велики шумови, интензивне вибрације и по правилу више се не може управљати машином.

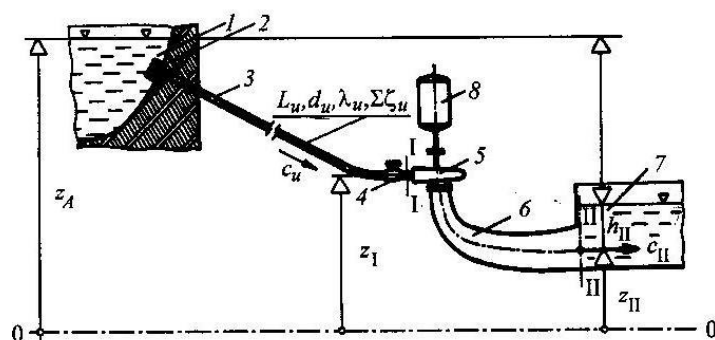
На слици 35 приказан су оштећења материјала под дејством кавитације [7].



Слика 35. Оштећења материјала радног кола турбине услед изложености кавитацији

6.2 Кавитацијска резерва турбине

Код хидрауличних турбина критично место с обзиром на појаву кавитације представља пресек 2 – 2 (слика 36) непосредно на излазу из турбине јер се ту јављају најмањи притисци у радној течности. Да у том делу не би дошло до кавитације апсолутни притисак не сме да буде мањи или једнак притиску испаравања радне течности на датој температури. Како тај услов није довољан да не дође до кавитације зато што локални и тренутни падови притиска у течности могу да буду већи него у пресеку 2 – 2. Зато је потребно пресеку 2 – 2 обезбедити вишак струјне енергије у односу на критичну притисну енергију при којој радна течност почиње да испарава на радној температури [10].



Слика 36. Хидраулична турбина са делом доводног цевовода и сифоном

Минимални вишак струјне енергије радне течности у пресеку 2 – 2 где се везује кућиште турбине са дифузором изнад критичне вредности притисне енергије при којој радна течност почиње да кључа на радној температури, који обезбеђује да она ради на граници кавитације назива се кавитацијском резервом турбине и дефинише се изразом [10]:

$$NPSE_T = \left(\frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} \right) - \frac{p_D}{\rho}$$

Где су:

- | | |
|---------------------------|---|
| $NPSE_T$ [J/kg] | - кавитацијска резерва турбине |
| $\frac{p_2}{\rho}$ [J/kg] | - притисна енергија радне течности на улазу у дифузор |
| $\frac{c_2^2}{2}$ [J/kg] | - кинетичка енергија радне течности на улазу у дифузор |
| $\frac{c_2^2}{2}$ [J/kg] | - притисна енергија радне течности, за радну температуру, |

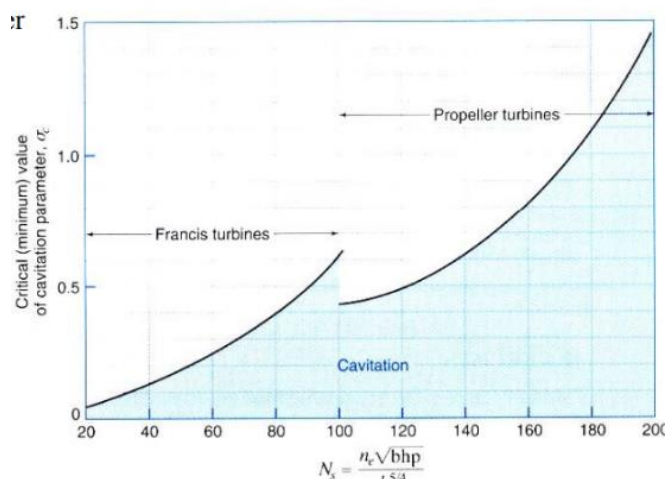
при којој почиње њено испаравање.

Дељењем кавитацијске резерве при сваком протоку радне течности са одговарајућом вредности напора турбине Y добија се кавитацијски коефицијент турбине, тј:

$$\sigma_T = \frac{NPSE_T}{Y}$$

σ_T - представља кавитацијски коефицијент турбине

На слици 37 приказане су типичне вредности критичног коефицијента за реакцијску турбину.



Слика 37. Вредности критичног коефицијента за реакционе турбине

6.3 Кавитацијска резерва турбинског постројења

Струјна енергија радне течности на улазу у дифузор хидрауличне турбине, може се изразити за хидрауличке и геометријске параметре везане за дифузор и доњу воду, као што следи [10]:

$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} = \frac{p_0}{\rho} - g \times H_s + Y_{vD}$$

Овај израз омогућава да се израз за кавитацијску резерву турбине сведе на облик:

$$NPSE_{AT} = \frac{p_0 - p_D}{\rho} - g \times H_s + Y_{vD}$$

Где су:

$NPSE_{AT}$ [J/kg]	– кавитацијска резерва турбинског постројења,
P_2/ρ [J/kg]	– притисна енергија на слободној површини доње воде,
P_D/ρ [J/kg]	– притисна енергија радне течности за дату радну температуру, при којој почиње њено кључање,
H_s [m]	– црпна висина дифузора,
Y_{vD} [J/kg]	– хидраулични губици дифузора

У пракси се не узимају у обзир губици у дифузору па због тога израз има следећи облик:

$$NPSE_{AT} = \frac{p_0 - p_D}{\rho} - g \cdot H_s$$

У случају када је $NPSE_{AT} > NPSE_T$ турбина неће кавитирати а у случају када је $NPSE_{AT} < NPSE_T$ доћи ће до кавитације. Када је $NPSE_{AT} = NPSE_T$ турбина ће бити на граници кавитације.

Максимална висина сисања H_s на коју се сме подићи турбина изнад доње воде може се добити из израза за кавитацијску резерву турбинског постројења, стављајући у њему да је $NPSE_{AT} = NPSE_T$, одакле следи:

$$H_s = \frac{1}{g} \cdot \left(\frac{p_0 - p_D}{\rho} - NPSE_{AK} \right)$$

Кавитацијски коефицијент турбинског постројења се дефинише изразом:

$$\sigma_{AT} = \frac{NPSE_{AT}}{Y}$$

7. Димензионисање главних елемената Францисове турбине

- 1) Прорачун расположивог нето пада одабраног водотока.

$$H_n = H_b - H_g$$

Где је:

H_b [m] - расположиви бруто пад водотока
 H_g [m] - укупни хидраулични губици при проласку кроз отпадну решетку, доводни цевовод или вентил. Ови губици износе 6 % од укупне вредности бруто пада.

- 2) Прорачун протока одабраног водотока

Постоји више метода за мерење протока водотокова. Једна од најстаријих метода је мерење брзине струјања течности кроз одређени попречни пресек.

$$Q = c \cdot A$$

- 3) Прорачун снаге радног кола турбине

$$P = \rho \cdot g \cdot \eta \cdot H_n \cdot Q_t$$

Где је:

ρ [kg/m³] - густина воде кроз турбину,
 g [m/s²] - убрзање силе земљине теже,
 η [-] - хидраулична ефикасност радног кола турбине,
 Q_t [m³/s] - проток воде кроз турбину.

- 4) Прорачун радног кола турбине [14].

Пречник радног кола на улазу као и брзина течности су међусобни повезани релацијом.

$$U_1 = \frac{\pi \cdot D_1 \cdot N}{60}$$

Брзина U_1 се узима као:

$$U_1 = \phi_1 \cdot \sqrt{2gH}$$

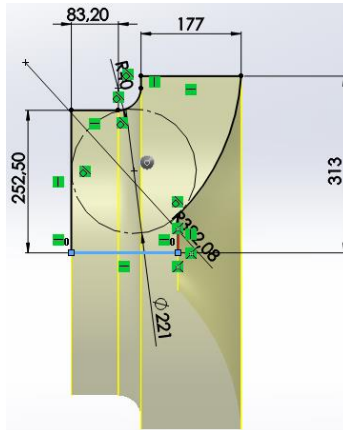
Где је:

ϕ_1 - однос брзине у односу на референтну брзину $\sqrt{2gH}$ и има вредности у распону од 0.62-0.82 за опсег специфичних брзина од 60- 300.

Изједначавањем оба израза за брзину добија се:

$$D_1 = \frac{60\phi_1\sqrt{2gH}}{\pi N}$$

Изразни дијаметар D_2 израчунава се из односа D_2/D_1 . Варира од 0.5-1, са специфичним опсегом брзине од 60- 300. Висина лопатица B_1 је иста као висина водећих лопатица B_0 . На слици 38 је приказана конструкција радног кола у Solid works- у.



Слика 38. Конструисање радног кола у Solid works- и

5) Прорачун водећих лопатица радног кола [14].

Водеће лопатице се окрећу око сопствене осе и служе да под одређеним углом усмере воду на лопатице радног кола како би постојала максимална ефикасност. При прорачуну водећих лопатица се полази од претпоставке да је тангенцијална брзина врха лопатица:

$$U_0 = \frac{\pi D_0 N}{60}$$

Такође

$$U_0 = \phi_0 \sqrt{2gH}$$

Одавде је:

$$D_0 = \frac{60 \phi_0 \cdot \sqrt{2gH}}{\pi N}$$

Где је:

ϕ_0 - хипотетички однос брзине који варира од 0.7 за $N_s = 60$ и 1.31 за $N_s = 300$.

Висина водећих лопатица се израчунава из једначине протока:

Запремински проток (m^3/s) = површина протока око ротора (m^2) * брзина протока (m/s).

Односно:

$$Q = \pi D_0 B_0 V_{f0} = \pi D_0 B_0 \psi_0 \sqrt{2gH}$$

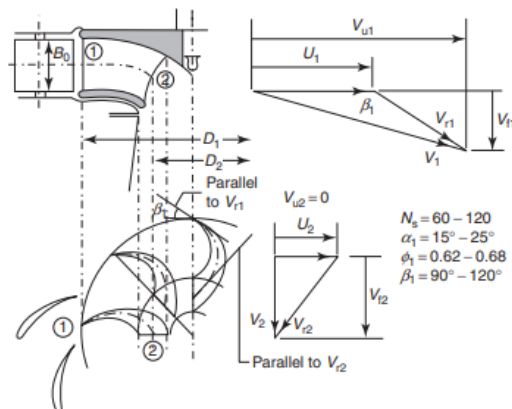
Тако да је:

$$B_0 = \frac{Q}{\pi D_0 \psi_0 \sqrt{2gH}}$$

Где је:

ψ_0 - коефицијент протока који варира од 0.15 за $N_s = 60$ и 0.35 за $N_s = 300$.

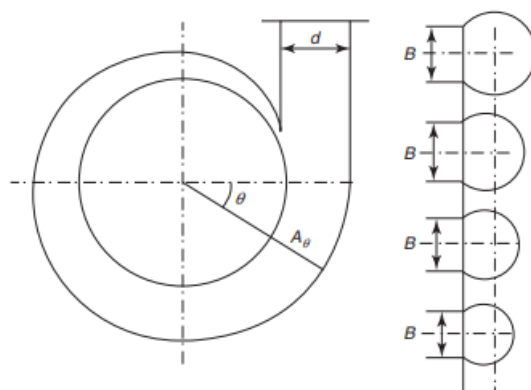
На слици 39 су приказани троуглови брзина и пречници радног кола као и ширина лопатица који су добијени прорачуном.



Слика 39. Троуглови брзина на лопатицама радног кола

6) Прорачун спиралног кућишта [12].

Као што је поменуто кућиште је спољни вод Францисове турбине. Доводна цев која доводи воду до спиралног кућишта је истог попречног пресека као и улаз воде у спирално кућиште. Површина попречног пресека кућишта мора постепено да се смањује. Висина унутрашње стране кућишта мора остати непромењена и она је једнака ширини радног кола. Попречни пресек због тога добија овални облик, постепено смањујући површину попречног пресека на готово нулу када се достигне угао од 360 степени. Смањивање попречног пресека је приказано на слици 40.



Слика 40. Попречни пресеци спиралног кућишта

Пречник спиралног кућишта је подељен на 10 целина различитог пречника. Запремински проток Q [m^3/s] кроз поједине сегменте спиралног кућишта може се писати као:

$$Q_1 = 10Q_{10}$$

$$Q_2 = 0.9Q_1$$

$$Q_3 = 0.8Q_1$$

$$Q_4 = 0.7Q_1$$

$$Q_5 = 0.6Q_1$$

$$Q_6 = 0.5Q_1$$

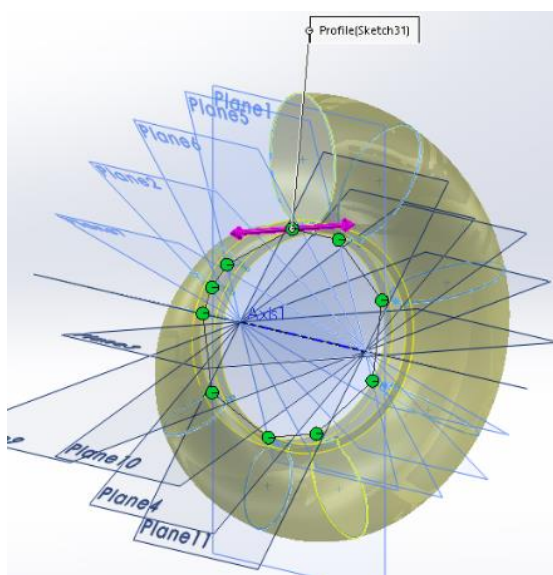
$$Q_7 = 0.4Q_1$$

$$Q_8 = 0.3Q_1$$

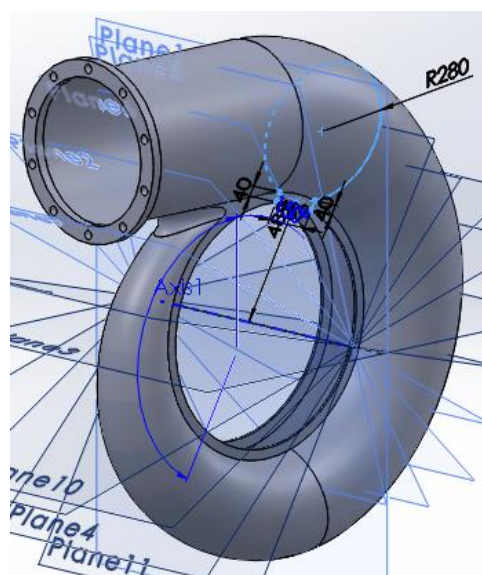
$$Q_9 = 0.2Q_1$$

$$Q_{10} = \frac{\pi D_{10}^2 V}{4}$$

Конструисање спиралног кућишта се врши тако што се на кружници пречника радног кола креирају равни на којима ће бити конструисане кружнице пречника добијених прорачуном. На сликама 41 и 42 је приказан начин конструисања спиралног кућишта.



Слика 41. Конструисање спиралног кућишта



Слика 42. Конструисање спиралног кућишта

7) Прорачун дифузора [12].

$$\alpha = 3^\circ$$

$$Q_i = \frac{\pi R^4 p_i}{8L\eta}$$

$$Q_u = \frac{\pi R^4 p_0}{8L\eta}$$

$$Q_i = Q_0$$

$$L = (2R_0 - 2Rrk)/2\tan(\alpha)$$

Где су:

α [°] – угао зида и централне линије

P_0 [bar] – притисак околине,

P_i [bar] – улазни притисак,

L [mm] – дужина дифузора

Q_i [m³/s] – проток на излазу

Q_u [m³/s] – проток на улазу

R [mm] – радијус дифузора

η [Pa·s] – коефицијент вискозности

8) Прорачун вратила [14].

$$M_t = \frac{P \cdot 1000 \cdot 60}{2n\pi}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot \tau_d}}$$

$$d_{gl} = 1.3 \cdot d_{st}$$

d [mm] – пречник вратила

d_{gl} [mm] – пречник главчине

7.1 Резултати димензионисања за конкретан случај

На основу теоријских разматрања и математичког прорачуна које је представљен у претходном поглављу добијени су резултати основних елемената Франсисове турбине за водоток са почетним параметрима: протоком од $Q = 4 \text{ m}^3/\text{s}$ и нето падом од $H_n = 20 \text{ m}$. Резултати прорачуна су приказани у табели 1.

Табела1. Резултати димензионисања Франсисове турбине.

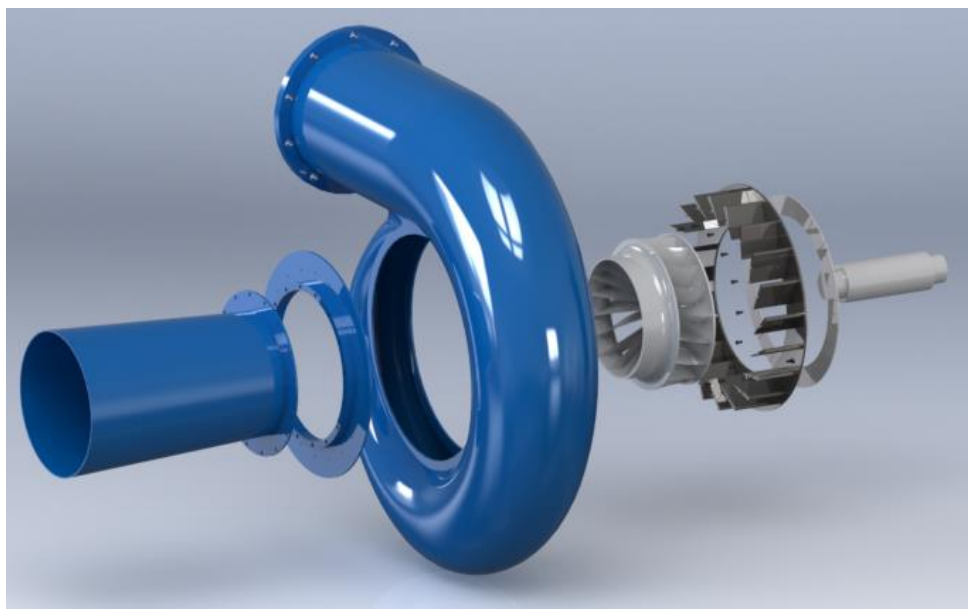
Параметар	Ознака	Јединица	Резултат димензионисања
Расположиви проток	Q	m ³ /s	4
Нето пад	H _n	m	20
Ефикасност турбине	η_t	-	0.95
Снага турбине	P	kW	745.305
Специфичан број обртаја	N _s	-	279
Улазни пречник радног кола	D ₁	m	0.606
Излазни пречник радног кола	D ₂	m	0.485
Број лопатица радног кола	z ₁	-	17
Број закретних лопатица	z ₂	-	20
Ширина радног кола на улазу	B ₁	m	0.177
Ширина радног кола на излазу	B ₂	m	0.221
Улазни угао лопатица радног кола	β_1	o	68.405
Излазни угао лопатица радног кола	β_2	o	43.118

8. Симулација струјања кроз Францисову турбину

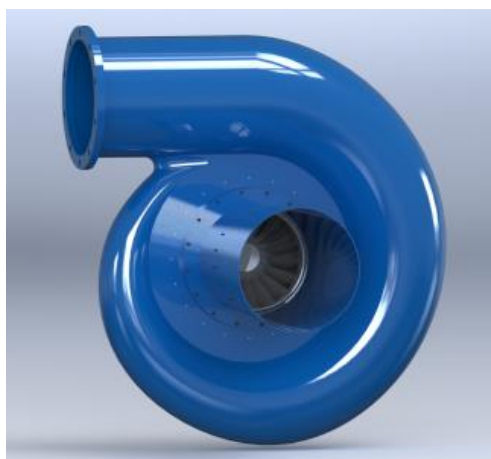
8.1 Софтверски пакет SolidWorks

Софтверски пакет SolidWorks представља скуп алата за компјутерски подржано дизајнирање. Користи се у процесима развоја производа, изради техничке документације, разним врстама симулација као што су анализа струјања флуида и структурна анализа. Садржи напредне алате за дефинисање геометрије и израду склопова, симулације механизма и радних склопова, визуализацију идеја кроз израду филмова.

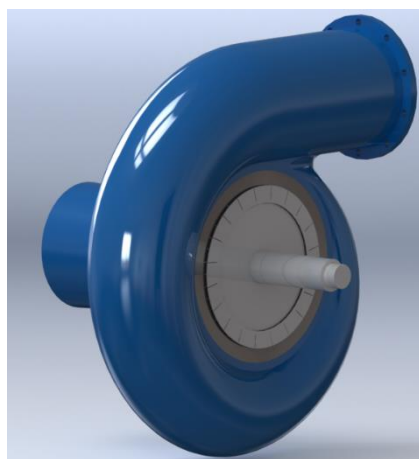
У оквиру овог софтверског пакета урађен је модел Франсисове турбине. Помоћу овог софтвера извршена је анализа струјања течности кроз Франсисову турбину при чему је коришћен упрошћен модел турбине како би било могуће извршити симулацију струјања. То подразумева да упрошћени модел мора бити потпуно затворен без покретних делова. На сликама 43, 44 и 45 су приказани рендеровани модели турбине у софтверу Solidworks.



Слика 43. Модел Францисове турбине у SolidWorks софтверу

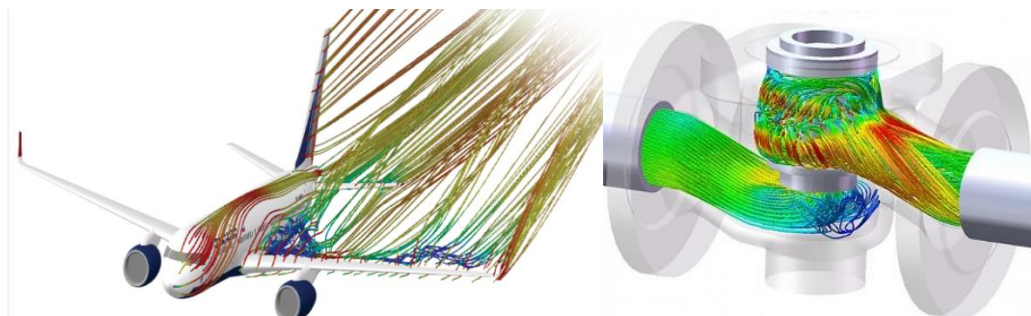


Слика 44. Рендерован модел турбине



Слика 45. Рендерован модел турбине

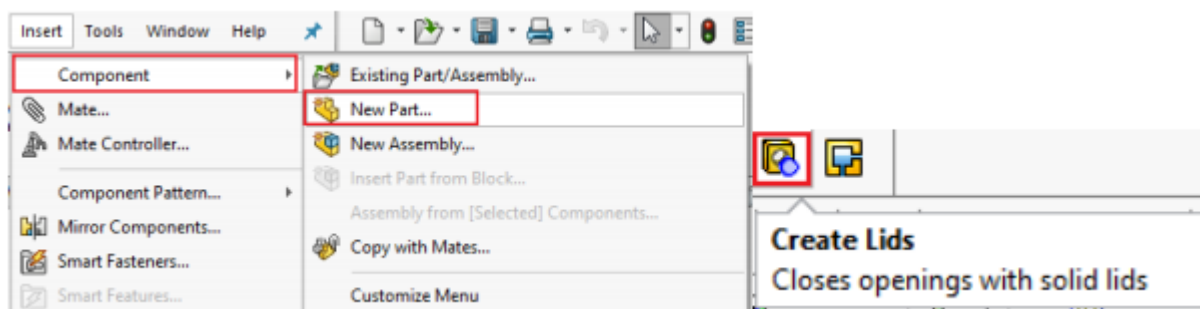
Поменути модул за симулирање струјања течности (Flow Simulation) данас се све више користи у развоју турбина. Овај модул може да открије мане постојећих модела па је самим тим могуће извршити оптимизацију како би се добили тражени резултати. Оптимизација резултира смањењем трошкова који би настали приликом физичке израде модела. Модул Flow Simulation омогућава анализу спољашњег и унутрашњег струјања (слика 46). Симулацијом се могу одредити брзине струјања, притисци, размена топлоте као и многи други параметри.



Слика 46. Приказ спољашњег и унутрашњег струјања

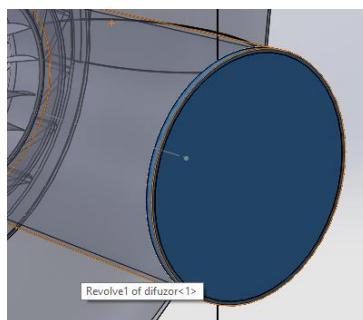
8.2 Припрема модела

Као што је већ речено приликом симулације струјања течности у модулу Flow Simulation потребно је значајно упростити геометрију модела. У случају анализе унутрашњег струјања кроз турбину потребно је да турбина буде затворена и да нема покретних делова који би међу собом имали зазоре. Зато је први корак ка припреми модела за симулацију креирање поклопаца (lids) односно потребно је омогућити да се у даљој анализи креиране површине користе као улаз и излаз из турбине. Приликом задавања улаза и излаза задаваће се и други почетни параметри као што су проток на улазу и излазу, притисак, брзина и др. Креирање ових поклопаца могуће је на више начина (слика 47).



Слика 47. Креирање поклопаца (Lids)

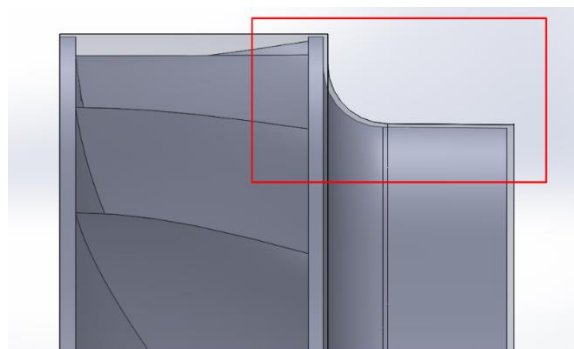
Приликом креирања површине која ће представљати поклопац није битно које дебљине ће тај поклопац бити али је битно да поклопац целом дужином буде у унутрашњости модела што се може видети на слици 48.



Слика 48. *Креирани поклопац (Lids)*

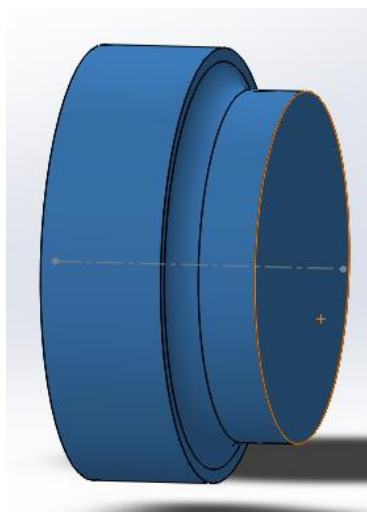
Након креирања поклопаца потребно је извршити још корекција на моделу као што је постављање зоне ротације. Приликом проучавања симулација унутрашњег струјања у некој хидрауличној пумпи или турбини вода пролази кроз неки ротирајући елемент односно радно коло које је у самом програму потребно посебно назначити као зону ротације.

Локална зона ротације омогућава да се креира подсклоп у склопу који ће представљати зону ротације. Креирање се врши тако што се око ротирајућег елемента односно радног кола креира профил који је истог облика као и радно коло са одређеним одстојањем од њега, које може бити минимално (слика 49).



Слика 49. *Креирање зоне ротације*

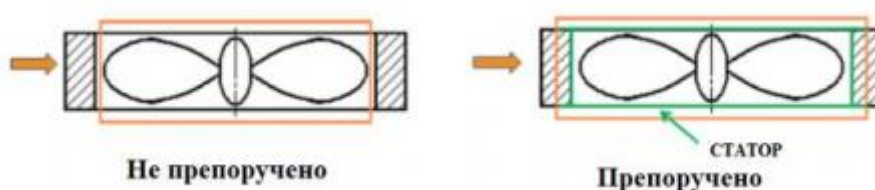
Када се креира зона ротације она у потпуности прекрива профил ротирајућег елемента и има изгледа као на слици 50.



Слика 50. *Креирана зона ротације*

Када се креира зона ротације неопходно је водити рачуна да она обухвата све покретне делове зато се постављају следећи услови које је приликом постављања ротације потребно испоштовати (слика 51):

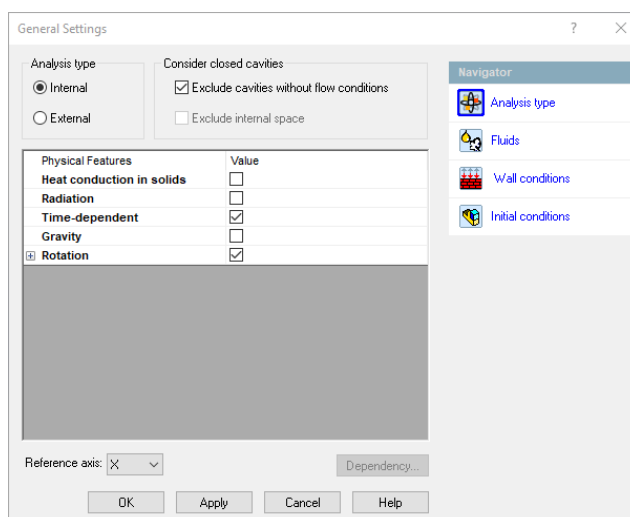
- 1) Ротирајућа зона мора у потпуности да обухвата ротирајуће компоненте, осим ако није реч о комбинацији са граничним условима зида.
- 2) Препоручује се постављање покретног зида на лице ротације која су осносиметрична по оси ротације. У практичном смислу, подразумева се да ротирајуће подручје обухвата само лопатицу компоненте.
- 3) Зона ротације треба да буде већа од врхова лопатица, како би се омогућило адекватно постављање мреже.
- 4) Зона ротације мора да буде симетрична и центрирана по оси ротације. (SolidWorks tech blog)



Слика 51. Правилно постављање зоне ротације

8.3 Припрема анализе

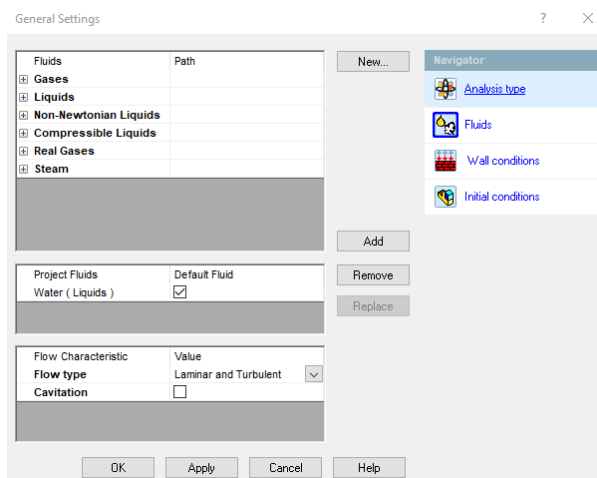
Приликом покретања модула Flow Simulation пре свега је потребно одабрати врсту струјања које ће се анализирати. У случају анализе струјања течности кроз турбину бира се Internal тип струјања (слика 52).



Слика 52. Картица за одабир типа струјања

Након одабира струјања у овој картици потребно је одабрати и ротационо кретање како би се у даљој анализи могло проучавати кретање течности кроз ротационе елементе. Након овога дела долази се до дела за одабир типа струјања које може бити ламинарно и турбулентно. Поред услова који описује начин струјања течности потребно је одабрати и тип флуида који ће бити у анализи што је у случају Франсисове турбине вода. Поред

воде могуће је одабрати и друге течности и гасове. Такође се бира да ли ће анализирана симулација узимати у обзир кавитацију (слика 53).



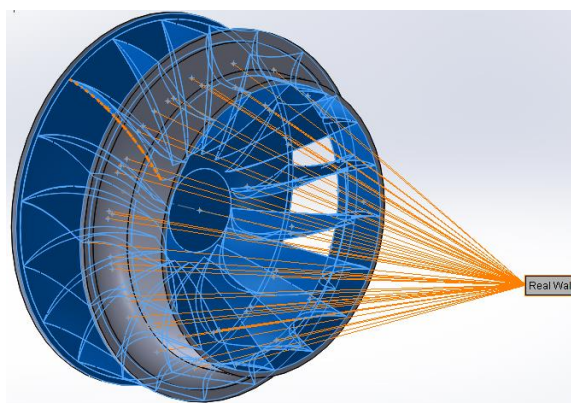
Слика 53. Одабир врсте струјања течности

Поред ових параметара у овој картици могуће је одабрати и да ли ће анализирани модел представљати адијабатски зид односно да ли ће се одводити топлота. Од термодинамичких параметара могуће је подесити притисак и температуру флуида.

8.4 Постављање граничних услова

Гранични услови се користе за одређивање карактеристика течности на улазу и излазу из модела када је у питању унутрашња анализа или на површинама модела када је у питању спољашња анализа.

Код анализе унутрашњег струјања неопходно је назначити улаз у турбину, најчешће са улазним протоком (inlet volume flow) док се излаз из турбине означава са притиском околине (environmental pressure). Поред улазних и излазних параметара неопходно је назначити да радно коло представља реалан зид (слика 54).

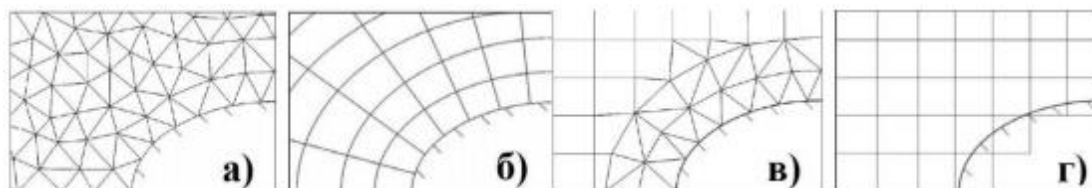


Слика 54. Постављање реалног зида

Поред ових параметара могуће је као улазне и излазне параметре одабрати и масени проток,брзину као и статички и тотални притисак.

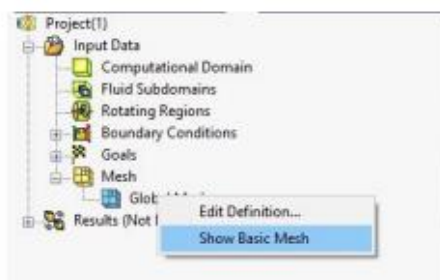
8.5 Генерисање мреже

У зависности од геометрије модела зависи каква ће мрежа бити формирана. Када је у питању компликована геометрија тела онда се користи неструктурална мрежа која је неправилно формирана по одређеним чворовима (слика 55. а). Када је реч о једноставној геометрији користи се структурна мрежа (слика 55. б). Могуће је користити и комбиновано наведена два система код модела који садрже и једноставну и сложену геометрију (слика 55. в). Могуће је формирати мрежу која прелази границу између чврстих и течних тела, тада се мрежа формира произвољно.

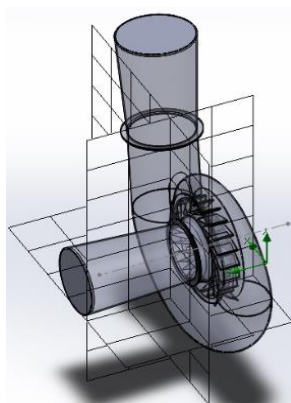


Слика 55. Приказ различитих формирања мрежа

Софтвер аутоматски генерише мрежу модела која се састоји од неколико равни које пресецају модел. Основна мрежа се приказује означавањем Global Mesh и чекирањем Basic Mesh (Слика 56). На слици 57 приказана је основна мрежа на моделу.



Слика 56. Опција приказа основне мреже

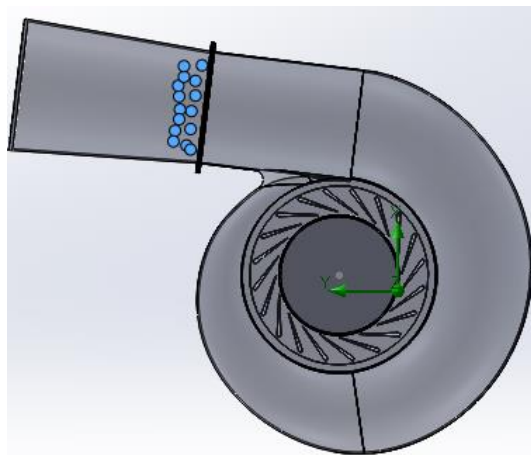


Слика 57. Основна мрежа на моделу

Поред креирања основне односно глобалне мреже могуће је креирати и локалну мрежу. Формирање густе мреже на целом моделу представља велико оптерећење за RAM меморију рачунара што продужава време симулације. Зато је потребно како би се процес убрзао смањити густину мреже на делу модела где резултати у одређеној мери нису битни а густину повећати тамо где се очекују значајне промене.

9. Симулација и анализа струјања за различите радне режиме

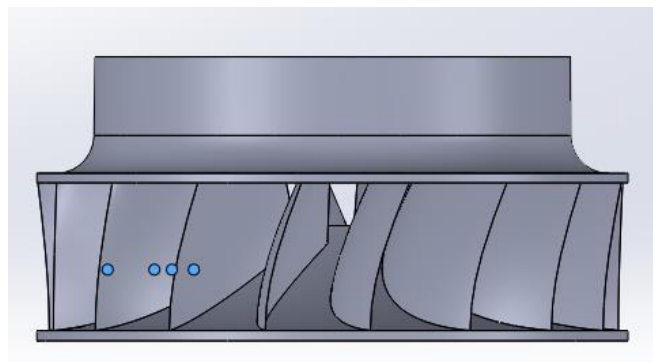
Струјање воде кроз моделирану Франсисову турбину извршено је за номинални проток од $4 \text{ m}^3/\text{s}$ који је добијен прорачуном. Затим је урађена симулација за варијацију протока од 20 %, односно проток од $3,2 \text{ m}^3/\text{s}$ и $4,8 \text{ m}^3/\text{s}$. Како би се проверила тачност симулације неопходно је проверити брзину на улазу у турбину и утврдити да ли се поклапа са брзином од $15,8 \text{ m/s}$ односно брзину добијену прорачуном. Помоћу опције point parameter одабрано је неколико тачака на улазу у турбину како би се провериле њихове вредности. На слици 58 могу се видети означене тачке док су вредности тих тачака приказани у табели. Поред тога урађена је провера брзина на улазу у турбини како би се проверила тачност прорачуна (слика 59) (табела 1).



Слика 58. Приказ брзина на улазу

Табела 1. Вредности брзина означених тачака

X [m]	Y [m]	Z [m]	Velocity [m/s]
1,182608988	1,029117301	0,50778493	15,4294842
1,024027013	1,063405298	0,50778493	15,32874653
1,101175001	1,063405298	0,50778493	15,39762575
0,942593026	1,084835295	0,50778493	15,39960178
0,84830104	1,089121295	0,50778493	15,5188275
0,762581054	1,110551292	0,50778493	15,38989286
0,741151057	1,089121295	0,50778493	15,36678659
0,839729042	1,170555286	0,50778493	15,23055756
0,951165024	1,144839289	0,50778493	15,36160431
1,019741013	1,149125288	0,50778493	15,1320216
1,075459005	1,153411288	0,50778493	15,18495639
1,122604997	1,123409291	0,50778493	15,2416833
1,178322988	1,123409291	0,50778493	15,22685392
0,899733032	1,149125288	0,50778493	15,35872027
0,78401105	1,179127285	0,50778493	15,2853437



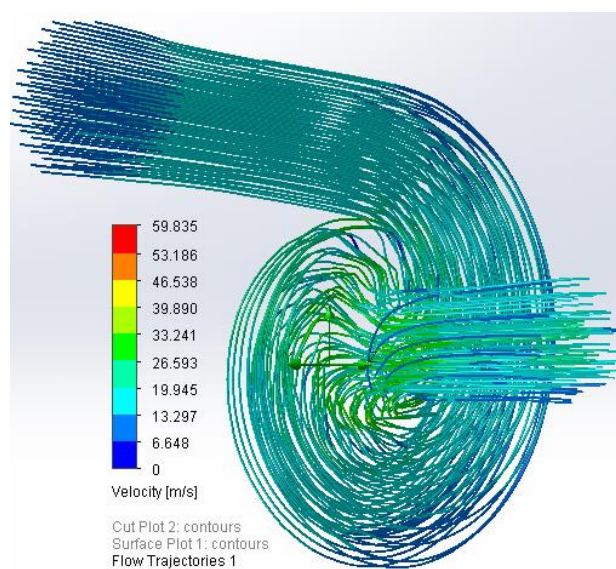
Слика 59. Приказ брзина на улазу у радно коло

Брзина на улазу у радно коло добијена прорачуном износи 11,8 m/s. Вредности добијене прорачуном су дате у табели 2. Разлика у брзинама последица је упрошћавања у приказу спиралног кућишта и лопатица преткола.

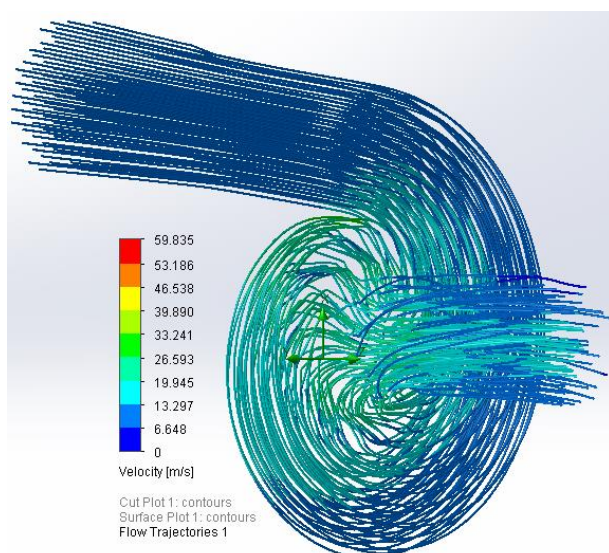
Табела 2. Вредности брзина означених тачака

X [m]	Y [m]	Z [m]	Velocity [m/s]
0,229044702	0,468293547	0,499046377	14,59304656
0,27079774	0,32660639	0,499046377	12,81919387
0,252301664	0,492830559	0,499046377	13,03010073
0,320340758	0,329347753	0,499046377	13,96048176

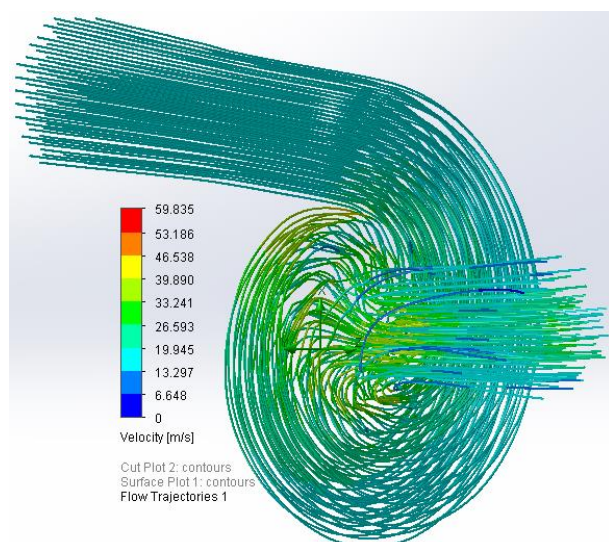
На сликама 60, 61, 62 представљене су струјнице које представљају кретање течности са опсегом брзина за различите режиме струјања.



Слика 60. Приказ брзина кроз турбину за номинални проток

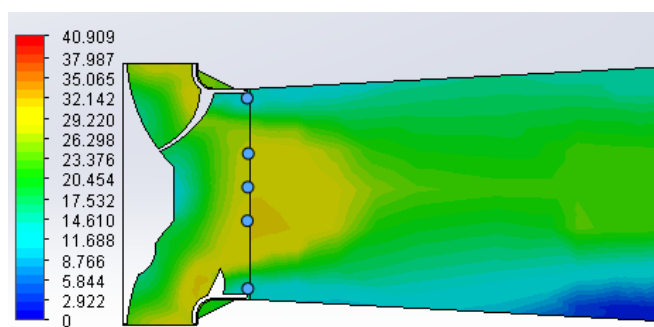


Слика 61. Приказ брзина кроз турбину за проток од $3,2 \text{ m}^3/\text{s}$.

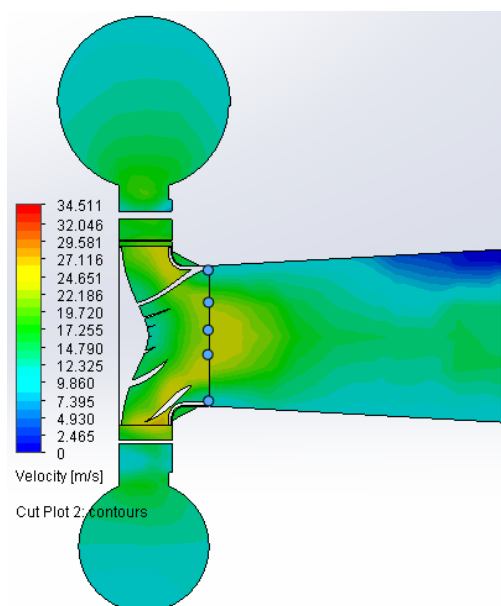


Слика 62. Приказ брзина кроз турбину за проток од $4,8 \text{ m}^3/\text{s}$.

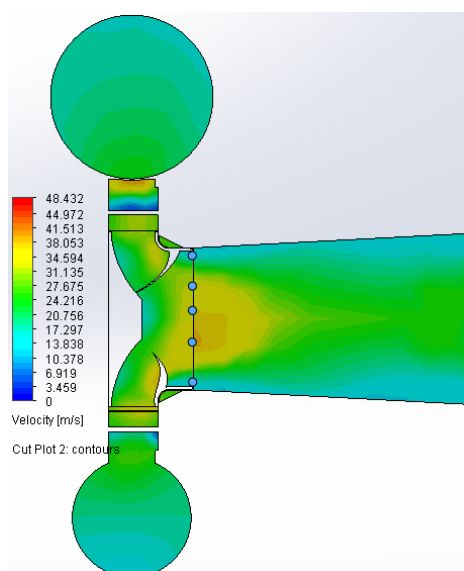
На сликама 63, 64, 65 представљена су поља брзина за попречни пресек турбине како би се лакше сагледале брзине кретања кроз само радно коло и дифузор. Опцијом point parameter проверене су вредности брзине на излазу из радног кола.



Слика 63. Приказ брзина кроз турбину за номинални проток .



Слика 64. Приказ брзина кроз турбину за проток од $3,2 \text{ m}^3/\text{s}$.



Слика 65. Приказ брзина кроз турбину за проток од $4,8 \text{ m}^3/\text{s}$.

Са слика се може уочити да брзине на излазу из радног кола нису свуда једнаке што је потврђено на основу одабира 5 тачака на излазу из радног кола и провером њихових вредности. У табелама 3, 4, 5 се могу видети вредности тих тачака за представљене режиме струјања.

Табела 3. Брзина на излазу радног кола за номинални проток

X [m]	Y [m]	Z [m]	Velocity [m/s]
0,312759756	0,291946571	0,722514248	12,43686146
0,179812655	0,291946571	0,725198695	28,30644979
0,099087431	0,291946571	0,72406172	28,40447288
0,018362207	0,291946571	0,722924745	29,77091548
0,144566339	0,291946571	0,724061773	12,46905804

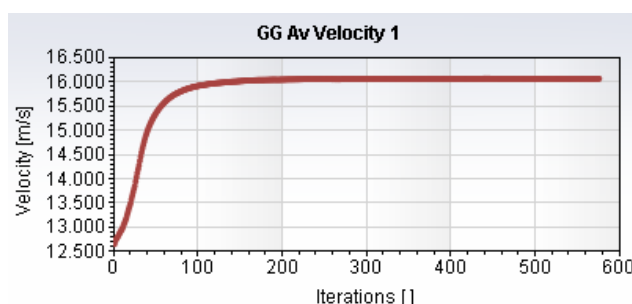
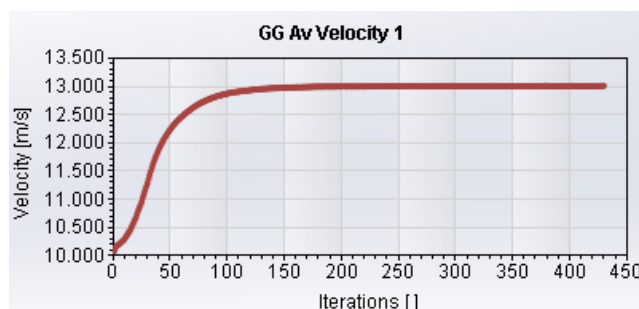
Табела 4. Брзина на излазу радног кола за проток од 3,2 m³/s

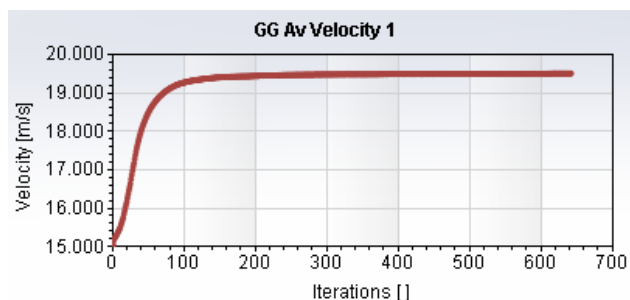
X [m]	Y [m]	Z [m]	Velocity [m/s]
0,303777287	0,246863968	0,7236688	12,4565741
0,195464974	0,246863968	0,724833449	22,56499185
0,102293091	0,246863968	0,7236688	22,47607347
0,019603045	0,246863968	0,722504152	22,93770539
-0,136459859	0,246863968	0,724833449	12,51165903

Табела 5. Брзина на излазу радног кола за проток од 4,8 m³/s

X [m]	Y [m]	Z [m]	Velocity [m/s]
0,308589904	0,271921991	0,723505465	12,94814516
0,199960945	0,271921991	0,724211739	33,725558
0,112628596	0,271921991	0,724211739	35,23034793
-0,000389737	0,271921991	0,72335554	37,46292354
-0,142954547	0,271921991	0,725171076	14,52551907

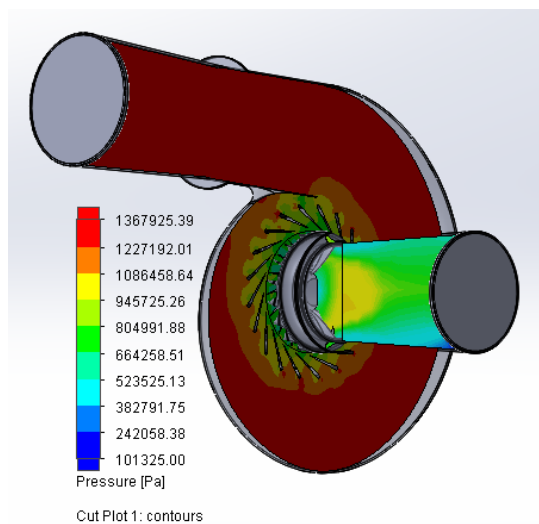
Из табела видимо да су брзине код сва три режима струјања знатно мање у првој и последњој тачки односно целом дужином уз ивицу дифузора што је последица сила трења. Струјање у дифузору је вртложно. Вода на излазу из радног кола па до излаза из дифузора у околину ротира неком одређеном фреквенцијом. То вртложно кретање може се уочити на сликама 60, 61, 62 где су брзине кретања течности представљене помоћу трајекторија. На излазу из турбине због наглог проширења, као и целом дужином дифузора долази до пада брзине и притиска што и јесте улога дифузора. Смањење брзине узрокује мање губитке код турбине. На сликама 66, 67, 68 дати су дијаграми просечних брзина кроз турбину за све режиме.

**Слика 66.** Приказ просечне брзина кроз турбину за номинални проток**Слика 67.** Приказ просечне брзине кроз турбину за проток од 3,2 m/s.

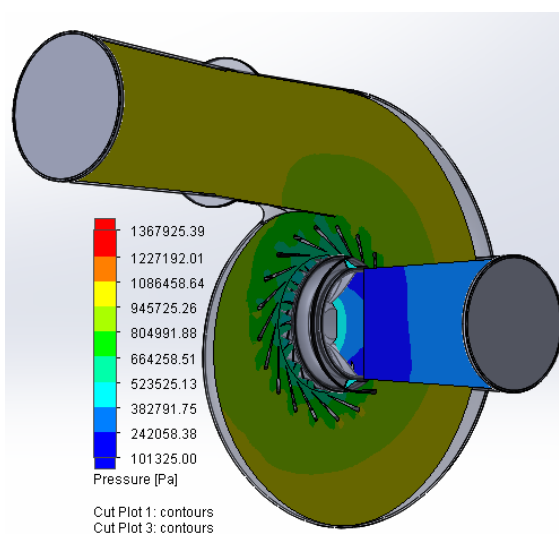


Слика 68. Приказ просечне брзине кроз турбину за проток од 4,8 m/s.

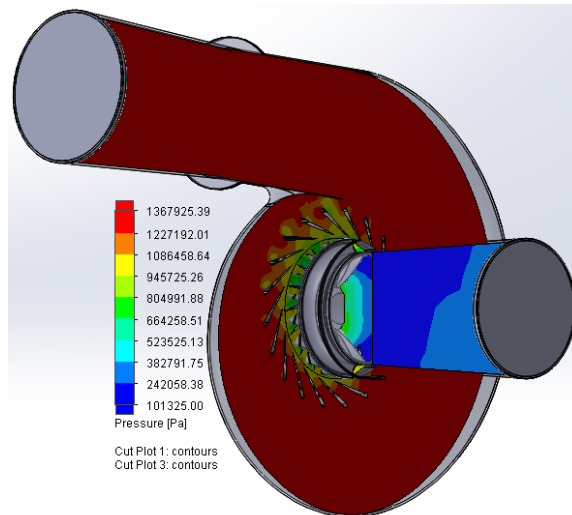
Просечне брзине су се сразмерно мењале са променом протока, брзина се смањила за 3 m/s када је проток био мањи за 20 % и повећала се за 3 m/s када се проток повећао за 20 %. На сликама 69, 70, 71 приказана је расподела притисака кроз турбину за све режиме.



Слика 69. Вредности притисака у турбини за номинални проток



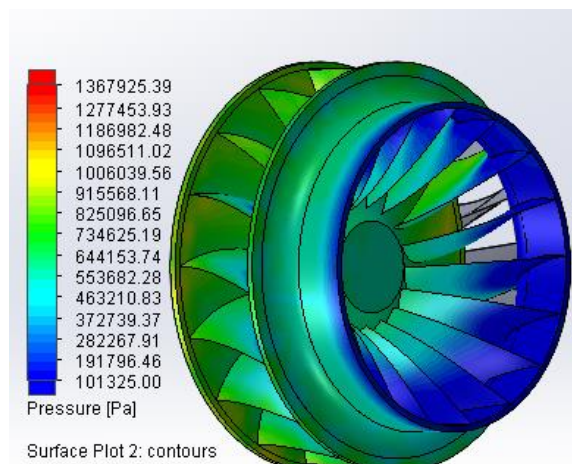
Слика 70. Вредности притисака у турбини за проток од 3,2 m³/s.



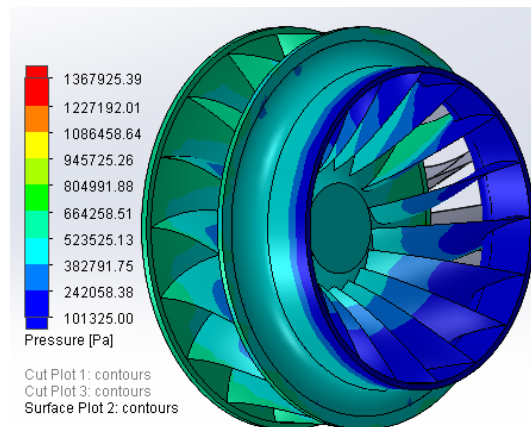
Слика 71. Вредности притисака у турбини за проток од $4,8 \text{ m}^3/\text{s}$.

На основу слика може се закључити да се притисак на излазу из турбине није мењао у зависности од промене протока од 20 %.

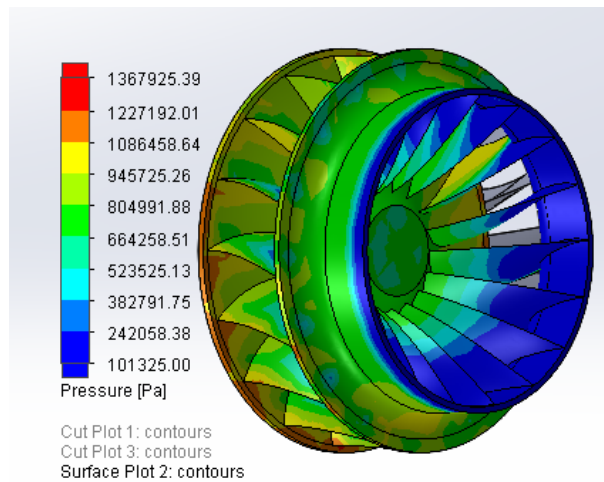
На сликама 72, 73, 74 приказане је расподела притисака на радном колу за различите режиме.



Слика 72. Вредности притисака у радном колу за номинални проток



Слика 73. Вредности притисака на радном колу за проток од $3,2 \text{ m}^3/\text{s}$.



Слика 74. Вредности притисака на радном колу за проток од $4,8 \text{ m}^3/\text{s}$.

На сликама се уочава да је притисак на лопатицама на улазу у радно коло 10 bar-a за номинални проток, 7 bar-a за проток од $3,2 \text{ m}^3/\text{s}$ и 10,7 bar-a за проток од $4,8 \text{ m}^3/\text{s}$. Ове вредности су додатно прочитане помоћу опције surface parameter. Када се помоћу point parameter опције која је претходно коришћена за мерење брзине на излазу из турбине провери притисак у тим истим тачкама може се закључити да се притисак на излазу мењао у малом интервалу за варијацију протока, од 2,7 bar-a код номиналног протока до 2,6 bar-a за 20 % мањи проток и 2,75 bar-a за 20 % увећан проток. Пошто је практично пад притиска умањен односно увећан при промени протока од 20 %. Када се у обзир узму веће брзине код протока од $4,8 \text{ m}^3/\text{s}$ који стварају веће губитке долази се до закључка да турбина може несметано радити и у номиналном протоку као и са варијацијом протока од 20 % без већег нарушавања ефикасности турбине.

10. Закључак

Циљ овог мастер рада био је да се изврши симулација и анализа струјања радне течности кроз Франсисову турбину у софтверском пакету SolidWorks. Разлог примене софтверског испитивања у односу на физичку израду модела је краће време добијања резултата и смањење цене израде производа. Поред ових предности оваква врста софтверске анализе има и низ мана а главна је то што је неопходно значајно упростити моделе како би анализа била изводљива. Пре свега се мисли на отклањање постојећих зазора и покретних делова. Оваква промена модела не треба да утиче у великој мери на промену резултата када се софтверским путем добијају резултати у виду брзина, расподеле притисака, протока... За сложеније анализе модела погодније је користити софтвер као што је Ansys. У овом мастер раду представљени су резултати димензионисања и анализе струјања за Франсисову турбину при паду од 20 m и нето протоку од 4 m³. Прорачун је рађен уз помоћ софтверског пакета MathCad кога карактеришу једноставна употреба и лака манипулација полазним подацима. Резултати димензионисања су у функцији протока и расположивог нето пада и управо њиховом једноставном променом у MathCad-у могуће је добити резултате димензионисања за други проток и пад. Прорачун је заснован на математичким формулама различитих аутора.

Анализа струјања је рађена за номинални проток као и за варијацију протока од 20 % односно проток од 3.2 m³/s и 4.8 m³/s. Из приложених резултата у мастер раду виде се да су се резултати пропорционално мењали у односу на промену протока, пре свега мисли се на просечне брзине, притиске на улазу у радно колуи притиске на излазу. На основу детаљне анализе може се закључити да неће доћи до значајнијег нарушавања ефикасности турбине при промени протока у интервалу од 20 %. Када би се анализирана значајна промена протока добијени резултати не би били валидни јер је анализирана турбина пројектована за проток од 4 m³/s те би се у већој мери нарушила ефикасност турбине.

11. Литература

- [1] Дечан Ивановић: *Хидроенергија*, Подгорица, 2014.
- [2] Иван Шаманић: *Одабир главних параметара ХЕ постројења*, Ријека, 2011.
- [3] Мирослав Бенишек: *Хидрауличне турбине*, Машински факултет Београд, 1998.
- [4] Fasol, K. H. (2002). *A short history of hydropower control. IEEE Control systems magazine*, 22(4), 68-76.
- [5] <https://www.energetskiportal.rs/predstavljamohidroelektrane-u-srbiji/>, приступљено јануара 2021.г.
- [6] Немања Мишљеновић: *Погон пумпно – акумулацијских електрана*, Факултет електротехнике, рачунарства и информационих технологија, Осиек, 2016.
- [7] Небојша Јуришевић: *Методологија избора и одређивање основних димензија турбине МХЕ*, Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац, 2013.
- [8] Flaspöhler, T. (2007). *Design of the runner of a Kaplan turbine for small hydroelectric power plants*.
- [9] Nagpurwala, Q. H. (2016). *Hydraulic Turbines. MS Ramaiah School of Advanced Studies*.
- [10] Милун Ј. Бабић, Светислав Стојковић: *Турбомашине: теорија и математичко моделирање*, Машински факултет Крагујевац. 1997.г.
- [11] <https://www.li.rs/male-hidroelektrane/turbine/peltonova-turbina>, приступљено јануара 2021.г.
- [12] Bibek Giri, Nabin Bhatta, Prabin Dhakal, Samit Rimal: *Design and fabrication of pico Francis turbine components*, Kathmandu Univcity, School of engineering, department of mechanical engineering, August 2017.
- [13] Arne Kjølle: *Hidropower in Norway – mechanical equipment*, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2001.
- [14] B.U. Pai: *Turbomachines*, Department of Mechanical Engineering, SDM College of Engineering & Technology, Dharwad, Karnataka