

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Мастер академске студије

Модул: Примењена механика и аутоматско управљање

Предмет: Пројектовање система аутоматског управљања

Број индекса: 368/2011

Александар М. Станисављевић

**ПРОЈЕКТОВАЊЕ ДИГИТАЛНО УПРАВЉАНИХ
СЕРВОМЕХАНИЗАМА СА DC МОТОРОМ У УЛОЗИ
ИЗВРШНОГ ОРГАНА**

мастер рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. др Милан Матијевић - ментор

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог мастер рада кандидат треба да

описе поступак синтезе дигитално управљаног (позиционог/брзинског) сервомеханизма са једносмерним мотором у улози извршног органа, односно, описе структуру дигитално управљаног сервомеханизма, модел једносмерног мотора, спроведе поступак пројектовања контролера и изврши експерименталну верификацију пројектованог система. Користити лабораторијске моделе и опрему расположиву у просторији С85 Центра за примењену аутоматику. По могућству, извршити поређења различитих метода пројектовања контролера, и различитих имплементација контролера (у софтверском и хардверском смислу - могући коментар предности и мана). Евентуално, упоредити резултате симулације и експеримента. И уколико се користе различити лабораторијски објекти у ширем смислу - евентуално се може коментарисати квалитет спрезања компоненти система, као и самих компоненти.

Препоручена литература:

[1] М. Р. Стојић, Дигитални системи управљања, Електротехнички факултет Универзитета у Београду, Београд, 1989.

[2] Clarence W. de Silva, Sensors and actuators: control system instrumentation, CRC Press, Boca Raton, USA, 2007.

[3] Љ. Драгановић, Пројектовање система аутоматског управљања, ЈОЛА Институт, Београд, 2000.

...

Крагујевац, датум

ментор:

др Милан Матијевић

Резиме

Рад објашњава поступак синтезе дигитално управљаног сервомеханизма са DC мотором у улози извршног органа. Биће дата структура и математички модели континуалног и дигиталног сервомеханизма, DC мотора, давача и осталих компоненти серво система. Приказаће се поступак пројектовања различитих врста контролера као и резултати добијени коришћењем истих. Извешће се експеримент коришћењем два различита лабораторијска модела са различитим рачунарским имплементацијама и дати упоредна анализа добијених резултата. Експеримент ће бити изведен коришћењем MATLAB-а и Siemens-овог софтвера TIA Portal за програмирање PLC/HMI уређаја.

Кључне речи: Сервомеханизам, DC мотор, контролер

Abstract

The paper explains the procedure of synthesis for digitally controlled servo drive with DC motor performing the action. In paper will be given the structure and mathematical models of continuous and digital servo drive, DC motors, encoders and other components of servo system. It will be shown process of of designing different kinds of controllers and the results obtained by using them. It will be performed experiments using two different laboratory models with different computational implementations, and will be provided a comparative analysis of the results. The experiment will be conducted using MATLAB and Siemens software from TIA Portal for programming PLC/HMI device.

Key words: Servomechanism, DC motor, controller

Садржај

1. Увод	7
2. Моделирање једносмерног мотора управљаног струјом у ротору.....	7
2.1 Подела, основни делови и принцип рада DC мотора	8
2.1.1 Подела DC мотора.....	8
2.1.2 Основни делови DC мотора	12
2.1.3 Принцип рада DC мотора	13
2.2 Математички модел DC мотора	15
2.2.2 Дискретизација модела континуалног система.....	26
3. Структура брзинског и позиционог сервомеханизма.....	31
3.1 Шта је сервомеханизам, а шта сервомотор?	31
3.2 Димензионисање серво мотора	32
3.3 Брзински и позициони сервомеханизам.....	39
3.3.1 Избор структуре и компоненти система.....	40
3.3.2 Функција преноса брзинског и позиционог сервомеханизма.....	64
4. Lego Mindstorms Robotics NXT Servo motor - пример конкретне структуре, параметара и карактеристика сервомеханизма са DC мотором у улози актуатора	68
5. Лабораторијски модели за испитивање карактеристика сервомеханизама	76
5.1. Карактеристике лабораторијског модела “Modular Servo” фирме Inteco.....	76
5.1.1 Енкодер HEDL 5540	82
5.1.2 DC мотор	84
5.1.3 Остали модули	86
5.2. Карактеристике лабораторијског модела “Modular Servo” развијеног на Факултету инжењерских наука	87
6. СИНТЕЗА АЛГОРИТМА УПРАВЉАЊА.....	92
6.1 Математички модели коришћених сервомеханизама.....	93
6.2 PID контролер	95
6.3 LQ контролер	101
6.4 Фракциони PID контролер.....	105
6.4.1 Основе фракционог рачуна.....	106
6.4.2 Системи фракционог реда и фракциони PID контролери.....	107
7. Закључак	113

8. Додатак	114
8.1 Имплементација закона управљања на PLC SIEMENS S7-1200.....	114
8.2 Имплементација закона управљања у MATLAB-у.....	121
Литература.....	123

1. Увод

Потреба аутоматизације производних процеса у индустрији, повећање поузданости и смањење трошкова узрокује рад у области развоја микропроцесорски контролисаних електромоторних погона. Данас се у индустријски развијеним земљама око 60% произведене електричне енергије претвара у механичку енергију путем електромоторних погона. Притом се могу срести електромоторни погони широког опсега снага, момената и брзина, у скоро свим радним условима. Око 60% електромоторних погона чине нерегулисани погони, тј. погони са константном брзином, електромоторних погона са променљивом брзином (груба регулација брзине) има око 30%, док серво погони са прецизном регулацијом брзине и позиције чине преосталих 10%. У оквиру последње две категорије углавном је коришћен мотор једносмерне струје (DC (*Direct Current*) мотор), због врло повољних регулационих карактеристика [1].

На подручју управљаних електромоторних погона мотори за једносмерну струју заузимају значајно место. Захваљујући добрим управљачким својствима, а првенствено због релативно једноставног поступка управљања, мотор за једносмерну струју представља скоро идеалан мотор за погоне где је потребна променљива брзина обртања. Његова брзина обртања се може континуално подешавати променом једносмерног напона ротора у широким границама које обухватају у континуитету оба смера обртања са пуним моментом, укључујући и нулту брзину.

2. Моделирање једносмерног мотора управљаног струјом у ротору

Извршни орган је елемент директне гране САУ којим се непосредно мења извршна (управљачка) власт. Обично, извршни орган мења интензитет тока енергије или материјала кроз објекат управљања у циљу достизања одређених перформанси. За покретање извршних органа механичког типа користи се извршни механизам механичког типа који се назива актуатор и који обезбеђује захтевану снагу. Постоје разни видови актуатора, у зависности од природе извршног органа који покрећу, типа енергије коју користе за свој рад, типа управљачког сигнала итд.

Позициони актуатори често се зову и сервомотори који позиционирају извршне органе, нпр. промена угла вратила. Сервомотори се могу посматрати као конвертори једног вида енергије који је обично ниског нивоа, у други вид енергије који је обично високог нивоа, а који је неопходан за успешно покретање извршног органа.

Такође, актуатори се могу посматрати и као генератори силе или момента. Сила или моменат се могу изразити као производ $F(p)I$, где је $F(p)$ рационални оператор у коме је садржан закон пресликавања улазне величине I у излазну величину, стање сервомотора, као и појачање сервомотора, а I је стандардни улазни сигнал сразмеран сигналу управљања малог енергетског нивоа. Резултат дејства силе сервомотора на

извршни орган је кретање извршног органа које може бити изражено помаком (позицијом), брзином, убрзањем, итд. У том случају, сервомотори се могу сматрати као извори кретања са одређеном унутрашњом отпорношћу [2].

2.1 Подела, основни делови и принцип рада DC мотора

Електромотори су уређаји који претварају електричну енергију у механичку. Електромотори углавном раде на принципу електромагнетне индукције, мада постоје и електромотори који користе друге електромеханичке феномене, као што су електростатичка сила и пиезоелектрични ефекат. Када се каже електромотор, углавном се мисли на ротациони електромотор, тј. мотор који ствара обртно кретање. Такође постоје и линеарни мотори, али о њима у овом тексту неће бити речи. Овде ћемо се бавити електромоторима који се побуђују једносмерним напоном/струјом [4].

Први DC мотор конструисао је Јасоби 1838. године у Петрограду (данас Санкт Петербург, Русија), а мотор је покретао чамац са 14 особа на реци Неви. У тој првој конструкцији DC мотора намотаји статора и ротора су били учвршћени на дрвеној конструкцији.

2.1.1 Подела DC мотора

Према начину повезивања намотаја статора и ротора, једносмерни мотори, који се типично користе у индустрији се могу поделити на:

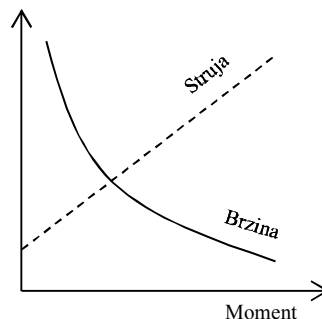
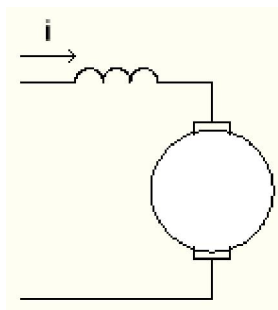
- DC моторе са независном побудом и
- DC моторе са сопственом побудом или аутоексикацијом

DC мотори са сопственом побудом се даље могу поделити на:

- DC моторе са серијском (редном) везом
- DC моторе са дуплом серијском везом
- DC моторе са паралелном везом
- DC моторе са серијско-паралелном (комбинованом) везом

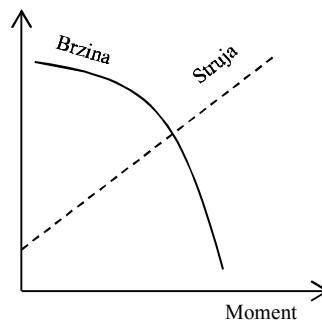
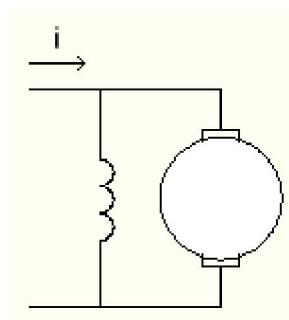
Посебна група мотора су DC мотори са перманентним магнетом.

Серијски везане DC моторе карактерише велики стартни момент и могу се користити за померање великих терета по самом укључењу. Серијски везани мотори се користе за покретање тешких, непокретних терета и у применама где је где прецизна регулација брзине није најважнија (нпр. за брзо отварање вентила). Серијски везани мотори се такође користе у разним уређајима и машинама као што су ручне бушилице и сл. [5].



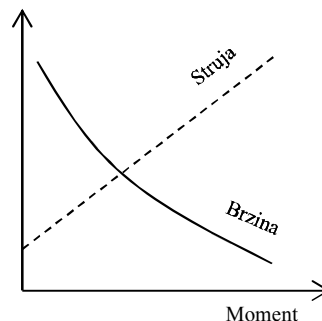
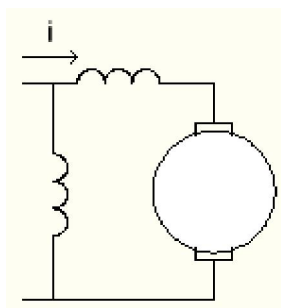
Сл.2.1.1.1. DC мотор са серијском везом и његова статичка карактеристика [3]

Паралелно везани DC мотори имају мањи покретачки момент, али имају много боље могућности за регулацију брзине мотора. Регулација брзине се врши променом побудне струје. Паралелно везани DC мотори се користе у ситуацијама где је битна прецизна регулација брзине, нпр. за управљање покретним тракама [5].



Сл.2.1.1.2. DC мотор са паралелном везом и његова статичка карактеристика [3]

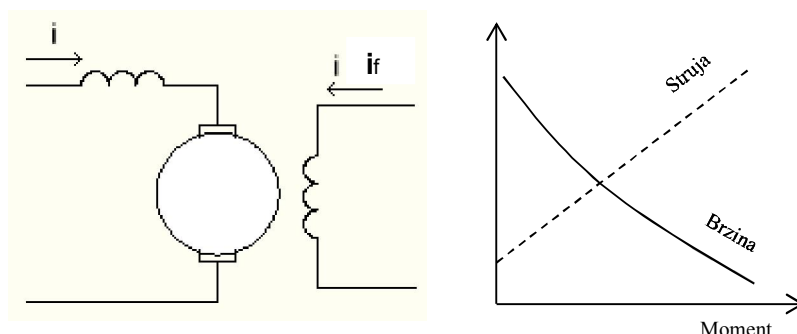
DC мотори са комбинованом везом би требало да обезбеде најбоље карактеристике у односу на претходно описана два типа мотора. Комбиновано везани DC мотори обезбеђују бољу регулацију брзине од серијски везаних мотора уз истовремену могућност да покрену велика оптерећења [5].



Сл.2.1.1.3. DC мотор са комбинованом везом и његова статичка карактеристика [3]

DC мотори са независном побудом су веома заступљени у техничкој пракси. Овај мотор се често назива и DC мотор управљан струјом у ротору. DC мотор са константном

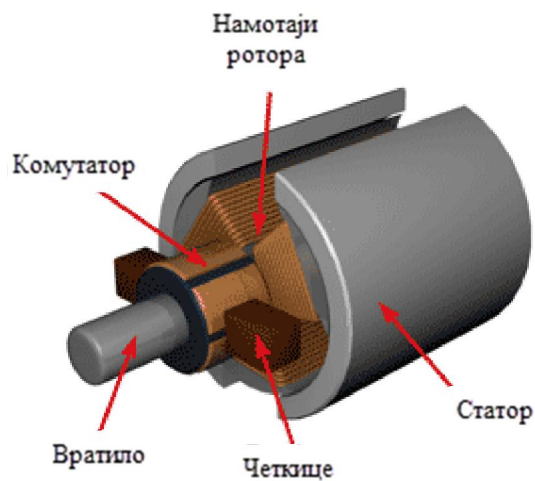
независном побудом често се користи као извршни механизам када се захтева одређена снага на његовом излазу која треба да савлада неки терет окарактерисан моментом инерције и еквивалентним вискозно фрикционим трењем f [2].



Сл.2.1.1.4. DC мотор са независном побудом и његова статичка карактеристика [3]

Према конструкцији, моторе можемо поделити на моторе са четкицама (*brushed*), моторе без четкица (*brushless*) и корачне (*step*) моторе.

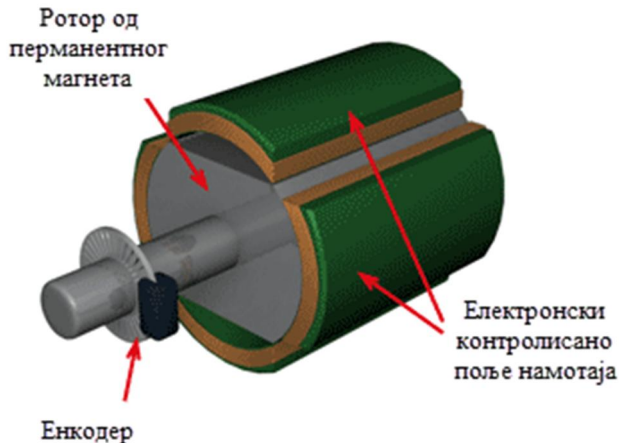
DC мотори са четкицама (*brushed*) се састоје од статора (стални магнети), ротора, четкица и комутатора. Комутатор је механички прекидач који периодично обрће смер струје у мотору. Чини га пар међусобно изолованих бакарних контаката полуцилиндричног облика причвршћених око ротора. Четкице служе за затварање струјног кола између извора преко комутатора. Оне су начињене од мекшег материјала него комутатор и лако се мењају јер се хабају услед експлоатације.



Сл.2.1.1.5. DC мотор са четкицама (*brushed*)

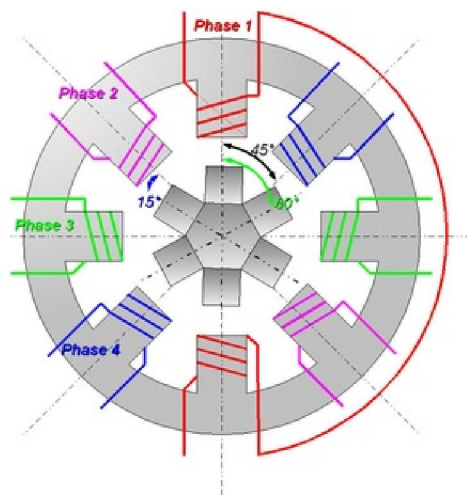
DC мотор без четкица (*brushless*) на ротору има перманентне магнете, а статор се побуђује одговарајућом електроником. Имају замењен механички комутатор за електронски. Код ових мотора нема проблема око затварања струјног кола кроз ротор преко четкица, а самим тим су јефтинији за одржавање и не долази до варничења између ротора и четкица. Како контролер који диктира смер обртања мотора мора знати у ком положају

се налази ротор у односу на статор, у статору се налази Hall-ов сензор или ротациони енкодер.



Сл.2.1.1.6. DC мотор без четкица (*brushless*)

За разлику од “конвенционалних” DC мотора, корачни (*step*) мотори не производе континуално кретање (ротацију) када су побуђивани континуалним улазним напоном, већ се ротор корачног мотора помера у коначним “корацима”. Сви корачни мотори, за разлику од “класичних” електричних мотора имају најмање две фазе. Укључењем једне фазе задржава се ротор у једној од могућих позиција. Искључивањем тренутно активне фазе и укључивањем друге фазе, ротор се помера у наредну позицију. Ово укључивање/искључивање побуде се назива импулсом. Сваки импулс изазива прецизно угаоно померање ротора, одређено самом конструкцијом мотора. Корачни мотор се може посматрати као синхрони мотор наизменичне струје код кога се електромагнетно поље електронски укључује/искључује у циљу покретања ротора [5].



Сл.2.1.1.7. Корачни (*step*) DC мотор

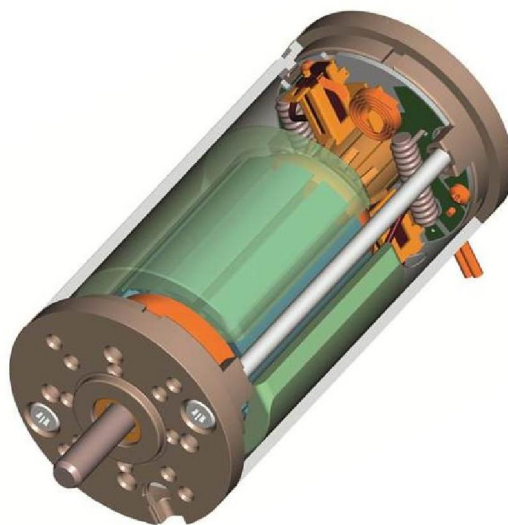
2.1.2 Основни делови DC мотора

Основни делови DC мотора се могу поделити у три групе:

- **Механички делови** – кућиште, вратило, лежаји, лежајни штитови, вентилатори
- **Електрични делови** – намотаји статора и ротора, колектор (комутатор), четкице, прикључне стезаљке
- **Магнетни делови** – јарам статора, главни и помоћни полови статора, јарам и зуби ротора, међугвожђе (зazor)

Основни елементи DC мотора су непокретни део - статор и покретни (ротирајући) део - ротор. Између непокретног и покретног дела налази се међугвожђе (ваздушни процеп, зазор).

Статор чине кућиште и полови магнета са побудним намотајем. Улога статора је стварање побудног флуksа, којег стварају перманентни (стални) магнети или намотај у коме постоји DC струја (електромагнет). Статор је начињен од кућишта - јарма у облику шупљег ваљка од масивног гвожђа, на чијој су унутрашњој периферији причвршћена 2п истакнута пола сложених од феромагнетских лимова. На половима статора је смештен концентрисан побудни намотај (индуктор), повезан између половина на одређени начин и изведен на два прикључна краја. Кроз побудни намотај се пропушта DC струја која ствара статорску магнетно-побудну силу и статорски флуks који је непомичан. На статору су и четкице које клизе по колектору ротора, а присутни су и неки конструкцијски делови попут носача лежаја, као и носач држача четкица. DC мотори мањих и средњих снага имају и помоћне полове с помоћним намотајем. Код највећих мотора постоји и компензацијски намотај у жлебовима главних половина.



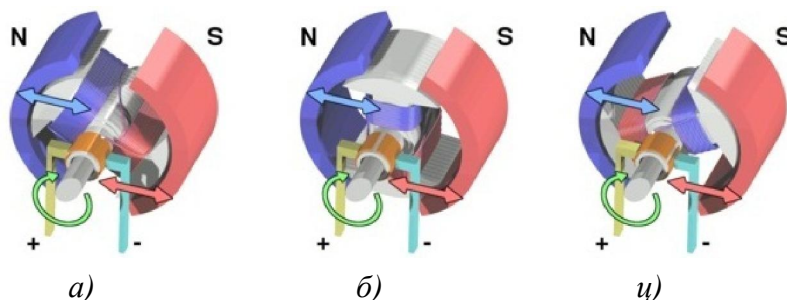
Сл.2.1.2.1. Изглед типичног DC мотора

Ротор је цилиндричног облика и чине га роторски пакет са намотајем и вратило са комутатором и вентилатором. Ротор је састављен од танких феромагнетских лимова (динамо-лимова) и равномерно је ожљебљен по свом обиму. Роторски пакет чврсто је спојен са вратилом машине директно или преко главчине (са клином). Намотај на ротору (индукт, арматура) је расподељен по жлебовима роторског пакета и директно прикључен на ламеле колектора, који су изоловани међусобно и у односу на масу. Комутатор (колектор) је причвршћен је са једне стране ротора и обрће се заједно са њим.

Комутатор (колектор) је састављен од бакарних сегмената (ламела, кришки) који су изоловани међусобно и у односу на масу. Улога комутатора је преусмеравање смера струје кроз намотаје ротора. Постављен је са једне стране ротора и обрће се заједно са њим. На површину комутатора належе извештан број дирки (четкица), које су смештене на симетрали међу половима, у "неутралној зони" и непомицне (механички учвршћене за статор), спојене на два прикључна краја на статору. Ламеле комутатора су у електричној вези са намотајем ротора и сваки сегмент комутатора спојен је са истим толиким бројем тачака намотаја индукта.

2.1.3 Принцип рада DC мотора

На Сл.2.1.3.1. статор DC мотора је приказан у облику сталног (перманентног) магнета а ротор се напаја помоћу једносмерног напона, тако да постоји непроменљиво магнетно поље. Опште је познато да се супротни полови два магнета привлаче, а исти полови се одбијају. На слици изнад, под *а)*, може се видети да долази до одбијања статора и ротора које се манифестује у виду мометна који изазива ротацију ротора у смеру казаљке на сату (пошто је ротор покретни, а статор непокретни део DC мотора). На слици *б)* долази до привлачења статора и ротора, које се и даје манифестује у виду момента које изазива обртно кретање. На слици *ц)* ротор и статор се налазе у равнотежи и обртно кретање ротора изчежава, тј. ротор мирује, пошто се ротор и статор привлаче супротним половима магнета.

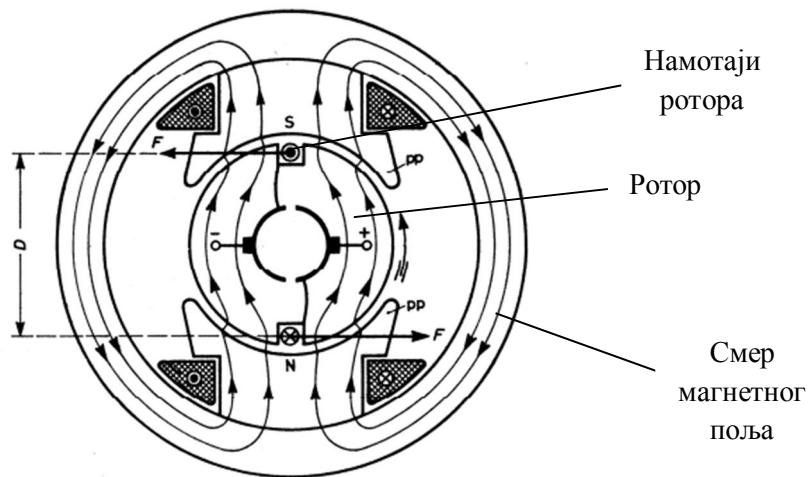


Сл.2.1.3.1. Принцип рада DC мотора

Пошто је нама у интересу да ротор непрекидно врши обртно кретање како би добили одговарајући жељени рад на излазном вратилу, у положају *ц)* морамо променити

смер магнетног поља ротора. Ако би и ротор био у облику сталног магнета као и статор, то не би било могуће. Због тога се магнетно поље ротора пројектује помоћу роторских намотаја који се напајају једносмерним напоном, како би могли да извршимо промену смера магнетног поља ротора. Та промена магнетног поља ротора се постиже помоћу четкица и комутатора (колектора). Намотаји ротора су преко комутатора са четкицама спојени на извор једносмерног напона. Комутатор чине проводни бакарни сегменти (ламеле) који су међусобно изоловани, тако да је сваки проводник једног навојка спојен на један сегмент комутатора. Треба напоменути да је намотај ротора заједно са комутатором ротирајући, а да четкице са носачима мирују. Четкице и комутатор заједно обезбеђују “превезивање” напајања намотаја ротора тако да се смер магнетног поља мења и мотор се неће заустављати, већ наставља ротацију [5].

На Сл.2.1.3.2. приказан је попречни пресек DC мотора. Принцип рада једносмерног мотора се заснива на дејству Лоренцове силе F на роторски намотај кроз који протиче струја јачине I и која се налази у магнетном пољу јачине B (магнетна индукција). Лоренцова сила ствара обртно кретање роторског намотаја и износи $F = IBL$, где је L дужина роторског намотаја нормалног на правац вектора магнетне индукције.



Сл.2.1.3.2. Попречни пресек DC мотора

На Сл.2.1.3.2. pp означава помоћне полове који се уграђују између главних полова (у тзв. “неутралну” зону), а основни задатак им је решавање проблема комутације. Намотај помоћних полова има мали број навојака, а кроз њега тече струја ротора. Момент који се ствара између два супротна проводника се може изразити помоћу израза

$$M = B \cdot I \cdot L \cdot D \quad 2.1.3.1$$

где је D растојање између два супротна проводника.

Реално, DC мотор има на ротору намотај са p парова полова, z проводника и a парова паралелних грана, тако да ствара момент који је једнак:

$$M = \frac{pz}{2\pi a} I_a \Phi = k_m I_a \Phi \quad 2.1.3.2$$

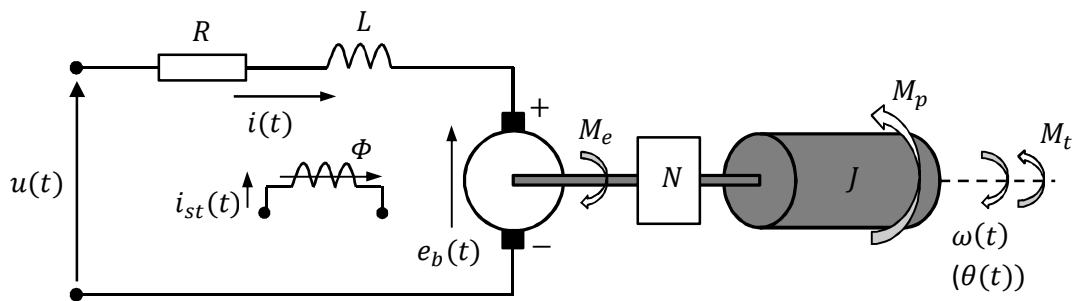
где је I_a укупна струја ротора, а Φ магнетни флуks под једним полом:

$$\Phi = B_{sr} \tau_p I \quad 2.1.3.3$$

где је B_{sr} средња вредност индукције под полом, а $\tau_p = D\pi/2p$ је корак полова.

2.2 Математички модел DC мотора

Шематски приказ мотора једносмерне струје је приказан на Сл.2.2.1.



Сл.2.2.1. Шематски приказ DC мотора

где су:

R – отпорност у намотајима ротора

L – индуктивност у намотајима ротора

$u(t)$ – улазни напон

$i(t)$ – струја у намотајима ротора

$i_{st}(t)$ – струја у намотајима статора

Φ – флуks електромагнетног поља

$e_b(t)$ – контра-електромоторна сила

$\omega(t)$ – угаона брзина ротора

$\theta(t)$ – угаона позиција ротора

M_e – електромеханички обртни момент

M_t – обртни момент терета

J – момент инерције покретних делова

N – преносни однос механичког редуктора који се сматра идеалним (без трења и инерције)

$M_p(t)$ – поремећајни (спољашњи) момент оптерећења који делује на оптерећеном вратилу

Математички модел DC мотора је описан помоћу две диференцијалне једначине. Прва једначина представља Омов закон за електрично коло роторског намотаја (једначина 2.2.1).

- **напонска једначина**

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e_b(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + k_{me} \Phi N \omega(t) \quad 2.2.1$$

Управљање DC мотором је могуће на два начина. Први начин је да се одржава струја статора константном, а да се променом струје ротора повећава или смањује брзина окретања мотора. Таква структура се назива једносмерни мотор управљан струјом у ротору. Други начин је да се струја ротора држи константном, а да се брзина окретања мотора регулише променом струје статора. Овај начин је прилично неприкладан јер је много теже одржавати струју ротора константном, па се због тога много ређе користи. Због тога ми и формирамо модел једносмерног мотора управљаног струјом у ротору. Дакле, претпоставићемо да је струја у намотајима статора $i_{st}(t)$ константна, што значи да је и флукс електромагнетног поља Φ константан, па једначину 2.2.1 можемо написати у следећем облику:

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + K_{me} N \omega(t) \quad 2.2.2$$

Константа пропорционалности $K_{me} = k_{me} \Phi$ има индекс “*em*” који упућује на то да се из механичког узрока (угаона брзина ротора $\omega(t)$) као последица добија електрична величина (индуктована контра-електромоторна сила $e_b(t)$).

На Сл.2.2.1 је приказана механичка осовина ротора мотора. На крају ове осовине се налази оптерећење које мотор окреће. Као што се сваки терет који гурамо транслаторно може окарактерисати својом масом и коефицијентом трења са подлогом, тако се, аналогно томе, оптерећење које се ротира може окарактерисати моментом инерције J и коефицијентом вискозног трења β . Момент инерције тела зависи не само од његове масе, већ и од његових димензија, док коефицијент вискозног трења карактерише трење између осовине која ротира и лежишта осовине.

Друга диференцијална једначина која описује математички модел DC мотора представља закон механичке равнотеже ротора. Овај закон каже да у инерцијалном систему векторски збир свих сила које делују на неко тело као и векторски збир свих момената мора бити једнак нули. У нашем случају, ако посматрамо само моменте који

делују на ротор мотора, делују два момента од којих је један покретачки (M_e) док је други отпорни (M_t).

- **једначина механичке равнотеже**

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = M_e - M_t - M_p(t) = k_{em} \Phi N i(t) - \beta \omega(t) - M_p(t) = K_{em} N i(t) - \beta \omega(t) - M_p(t) \quad 2.2.3$$

Константи пропорционалности $K_{em} = k_{em} \Phi$ је придружен индекс “ em ” што треба да асоцира на појаву да се из електричног узрока (струја у намотајима ротора $i(t)$) добија механичка последица (покретачки, тј. електромеханички обртни момент M_e).

Једначине које математички описују карактеристике DC мотора управљаног струјом у ротору се коначно могу представити на следећи начин:

$$\frac{d}{dt} i(t) = \frac{1}{L} u(t) - \frac{R}{L} i(t) - \frac{K_{me} N}{L} \omega(t) \quad 2.2.4$$

$$\frac{d}{dt} \omega(t) = \frac{K_{em} N}{J} i(t) - \frac{\beta}{J} \omega(t) - \frac{1}{J} M_p(t) \quad 2.2.5$$

$$\frac{d}{dt} \theta(t) = \omega(t) \quad 2.2.6$$

Једначине 2.2.4, 2.2.5 и 2.2.6 у потпуности описују рад једносмерног мотора управљаног струјом у ротору. Ако на њих применимо Лапласову трансформацију, уз претпоставку о нултим почетним условима, добијамо следеће алгебарске једначине:

$$I(s) = \frac{1}{Ls} U(s) - \frac{R}{Ls} I(s) - \frac{K_{me} N}{Ls} \omega(s) \quad 2.2.7$$

$$\omega(s) = \frac{K_{em} N}{Js} I(s) - \frac{\beta}{Js} \omega(s) - \frac{1}{Js} M_p(s) \quad 2.2.8$$

$$\theta(s) = \frac{1}{s} \omega(s) \quad 2.2.9$$

Изразе за струју и угаону брзину ротора можемо записати и на следећи начин:

$$I(s) = \frac{1}{Ls} U(s) - \frac{R}{Ls} I(s) - \frac{K_{me} N}{Ls} \omega(s)$$

$$I(s) + \frac{R}{Ls} I(s) = \frac{1}{Ls} U(s) - \frac{K_{me}N}{Ls} \omega(s)$$

$$I(s) \left(1 + \frac{R}{Ls}\right) = \frac{1}{Ls} U(s) - \frac{K_{me}N}{Ls} \omega(s)$$

$$I(s) \left(1 + \frac{R}{Ls}\right) = \frac{U(s) - K_{me}N\omega(s)}{Ls}$$

$$I(s) = \frac{\frac{U(s) - K_{me}N\omega(s)}{Ls}}{\frac{Ls + R}{Ls}}$$

$$I(s) = \frac{U(s) - K_{me}N\omega(s)}{Ls + R}$$

2.2.10

$$\omega(s) = \frac{K_{em}N}{Js} I(s) - \frac{\beta}{Js} \omega(s) - \frac{1}{Js} M_p(s)$$

$$\omega(s) + \frac{\beta}{Js} \omega(s) = \frac{K_{em}N}{Js} I(s) - \frac{1}{Js} M_p(s)$$

$$\omega(s) \left(1 + \frac{\beta}{Js}\right) = \frac{K_{em}N}{Js} I(s) - \frac{1}{Js} M_p(s)$$

$$\omega(s) \left(1 + \frac{\beta}{Js}\right) = \frac{K_{em}NI(s) - M_p(s)}{Js}$$

$$\omega(s) = \frac{\frac{K_{em}NI(s) - M_p(s)}{Js}}{\frac{Js + \beta}{Js}}$$

$$\omega(s) = \frac{K_{em}NI(s) - M_p(s)}{Js + \beta}$$

2.2.11

Математички модел једносмерног мотора управљаног струјом у ротору може бити представљен и само комплексним ликом угаоне брзине и угаоне позиције оптерећеног вратила [6]. Заменом једначине 2.2.10 у једначину 2.2.11 добијамо:

$$\begin{aligned}
\omega(s) &= \frac{K_{em}NI(s) - M_p(s)}{Js + \beta} = \frac{K_{em}N \frac{U(s) - K_{me}N\omega(s)}{Ls + R} - M_p(s)}{Js + \beta} = \\
&= \frac{\frac{K_{em}NU(s) - K_{em}K_{me}N^2\omega(s)}{Ls + R} - M_p(s)}{Js + \beta} = \\
&= \frac{\frac{K_{em}NU(s) - K_{em}K_{me}N^2\omega(s) - M_p(s)(Ls + R)}{Ls + R}}{Js + \beta} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{K_{em}NU(s) - K_{em}K_{me}N^2\omega(s) - M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta)} = \\
&= \frac{K_{em}NU(s) - M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta)} - \frac{K_{em}K_{me}N^2}{(Ls + R)(Js + \beta)} \omega(s)
\end{aligned}$$

$$\omega(s) + \frac{K_{em}K_{me}N^2}{(Ls + R)(Js + \beta)} \omega(s) = \frac{K_{em}NU(s) - M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta)}$$

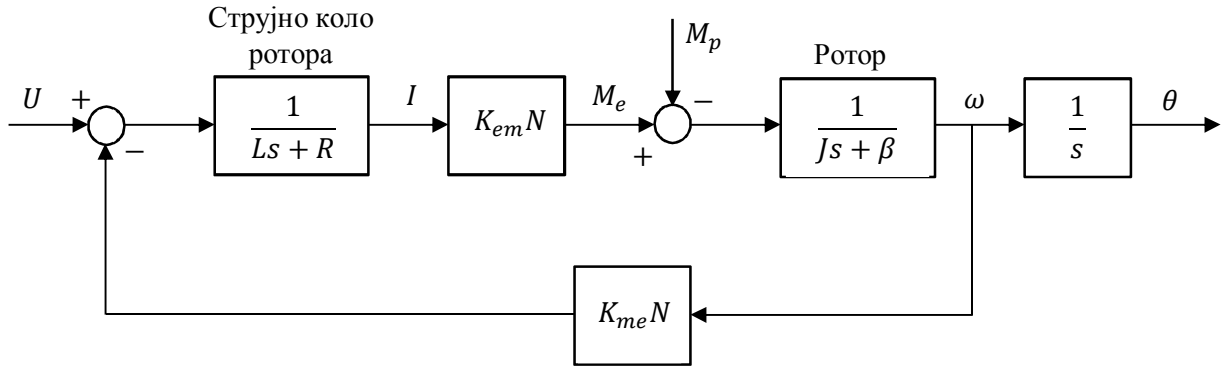
$$\omega(s) \left(1 + \frac{K_{em}K_{me}N^2}{(Ls + R)(Js + \beta)} \right) = \frac{K_{em}NU(s) - M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta)}$$

$$\begin{aligned}
\omega(s) &= \frac{\frac{K_{em}NU(s) - M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta)}}{1 + \frac{K_{em}K_{me}N^2}{(Ls + R)(Js + \beta)}} = \frac{\frac{K_{em}NU(s) - M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta)}}{\frac{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2}{(Ls + R)(Js + \beta)}} = \\
&= \frac{K_{em}NU(s) - M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2}
\end{aligned}$$

$$\omega(s) = \frac{K_{em}N}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2} U(s) - \frac{Ls + R}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2} M_p(s) \tag{2.2.12}$$

$$\theta(s) = \frac{1}{s} \omega(s) \tag{2.2.13}$$

Сада, на основу једначина 2.2.9, 2.2.10 и 2.2.11 можемо нацртати графички блок дијаграм мотора једносмерне струје, који је приказан на Сл.2.2.2.



Сл.2.2.2. Блок дијаграм DC мотора

Са блок дијаграма се могу извести две функције преноса, и то:

- Одзив угаоне брзине обртања ротора у односу на промену напона ротора, који се добија заменом једначине 2.2.10 у једначину 2.2.11.

$$\begin{aligned}
 \omega(s) &= \frac{K_{em}NI(s) - M_p(s)}{Js + \beta} = \frac{K_{em}N \frac{U(s) - K_{me}N\omega(s)}{Ls + R} - M_p(s)}{Js + \beta} = \\
 &= \frac{K_{em}NU(s) - K_{em}K_{me}N^2\omega(s) - M_p(s)(Ls + R)}{Ls + R} = \\
 &= \frac{K_{em}NU(s) - K_{em}K_{me}N^2\omega(s) - M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta)} = \\
 &= \frac{K_{em}NU(s) - M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta)} - \frac{K_{em}K_{me}N^2}{(Ls + R)(Js + \beta)}\omega(s) \\
 \omega(s) + \frac{K_{em}K_{me}N^2}{(Ls + R)(Js + \beta)}\omega(s) &= \frac{K_{em}NU(s) - M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta)} \\
 \omega(s) \left(1 + \frac{K_{em}K_{me}N^2}{(Ls + R)(Js + \beta)} \right) &= \frac{K_{em}NU(s) - M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta)} \\
 \omega(s) &= \frac{\frac{K_{em}NU(s) - M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta)}}{1 + \frac{K_{em}K_{me}N^2}{(Ls + R)(Js + \beta)}} = \frac{K_{em}NU(s) - M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2} \\
 \omega(s) &= \frac{K_{em}NU(s)}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2} - \frac{M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2} \Big/ \frac{1}{U(s)}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{K_{em}N}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2} - \frac{M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2} \frac{1}{U(s)} \quad 2.2.14$$

Изабраћемо да референтни услов равнотеже буде $M_p(s) = 0$ и $U(s) = 0$, тако да функција преноса угаоне брзине обртања ротора у односу на промену напона ротора има следећи облик:

$$G(s) = \left. \frac{\omega(s)}{U(s)} \right|_{M_p(s)=0} = \frac{K_{em}N}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2} \quad 2.2.15$$

Ако желимо функцију преноса да представимо као однос угаоне позиције вратила и напона ротора, добијамо израз у следећем облику:

$$G(s) = \left. \frac{\theta(s)}{U(s)} \right|_{M_p(s)=0} = \frac{K_{em}N}{s((Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2)} \quad 2.2.16$$

- Одзив угаоне брзине обртања ротора у односу на промену спољашњег момента оптерећења ротора, који се добија коишћењем једначине 2.2.14.

$$\frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{K_{em}N}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2} - \frac{M_p(s)(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2} \frac{1}{U(s)} \bigg/ \frac{U(s)}{M_p(s)}$$

$$\frac{\omega(s)}{M_p(s)} = \frac{U(s)K_{em}N}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2} \frac{1}{M_p(s)} - \frac{(Ls + R)}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2}$$

Користећи већ изабрани референтни услов равнотеже, добијамо функцију преноса угаоне брзине обртања ротора у односу на промену спољашњег момента оптерећења ротора у следећем облику:

$$G(s) = \left. \frac{\omega(s)}{M_p(s)} \right|_{U(s)=0} = - \frac{Ls + R}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2} \quad 2.2.17$$

И овде можемо представити функцију преноса као однос угаоне позиције вратила и спољашњег момента оптерећења ротора:

$$G(s) = \left. \frac{\theta(s)}{M_p(s)} \right|_{U(s)=0} = - \frac{Ls + R}{s((Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2)} \quad 2.2.18$$

Код једносмерних мотора веће снаге, тј. када је механичка импеданса оптерећења $J s + \beta$ велика, индуктивност роторског намотаја се може сматрати занемарљиво малом ($L \approx 0$) у поређењу са еквивалентним моментом инерције (J) оптерећења [6]. У том случају, једначина 2.2.12 има следећи облик:

$$\omega(s) = \frac{K_{em} N}{(L s + R)(J s + \beta) + K_{em} K_{me} N^2} U(s) - \frac{L s + R}{(L s + R)(J s + \beta) + K_{em} K_{me} N^2} M_p(s) \quad 2.2.12$$

$$\omega(s)|_{L \approx 0} = \frac{K_{em} N}{J R s + R \beta + K_{em} K_{me} N^2} U(s) - \frac{R}{J R s + R \beta + K_{em} K_{me} N^2} M_p(s)$$

$$\omega(s) = \frac{K_{em} N}{J R s + R \beta + K_{em} K_{me} N^2} U(s) - \frac{R}{J R s + R \beta + K_{em} K_{me} N^2} M_p(s) \left| \begin{array}{l} \frac{1}{R \beta + K_{em} K_{me} N^2} \\ \frac{1}{R \beta + K_{em} K_{me} N^2} \end{array} \right.$$

$$\omega(s) = \frac{\frac{K_{em} N}{R \beta + K_{em} K_{me} N^2}}{\frac{J R s + R \beta + K_{em} K_{me} N^2}{R \beta + K_{em} K_{me} N^2}} U(s) - \frac{\frac{R}{R \beta + K_{em} K_{me} N^2}}{\frac{J R s + R \beta + K_{em} K_{me} N^2}{R \beta + K_{em} K_{me} N^2}} M_p(s)$$

$$\omega(s) = \frac{\frac{K_s}{J R}}{\frac{R \beta + K_{em} K_{me} N^2}{J R} s + 1} U(s) - \frac{\frac{R}{R \beta + K_{em} K_{me} N^2}}{\frac{J R}{R \beta + K_{em} K_{me} N^2} s + 1} M_p(s)$$

$$\omega(s) = \frac{K_s}{T_s s + 1} U(s) - \frac{\frac{R}{R \beta + K_{em} K_{me} N^2}}{T_s s + 1} M_p(s) \left| \begin{array}{l} \frac{K_{em} N}{K_{em} N} \end{array} \right.$$

$$\omega(s) = \frac{K_s}{T_s s + 1} U(s) - \frac{R}{K_{em} N} \frac{K_s}{T_s s + 1} M_p(s) \quad 2.2.19$$

где су K_s фактор појачања мотора и T_s временска константа мотора дати изразима:

$$K_s = \frac{K_{em} N}{R \beta + K_{em} K_{me} N^2} \quad 2.2.20$$

$$T_s = \frac{J R}{R \beta + K_{em} K_{me} N^2} \quad 2.2.21$$

Једначина 2.2.19 је диференцијална једначина првог реда, за разлику од једначине 2.2.12 која је другог реда, и самим тим је једноставнија за решавање, па се због тога чешће користи од једначине 2.2.12.

Коришћењем једначина 2.2.20 и 2.2.21 сада можемо изразити функцију преноса брзинског и позиционог управљања.

- брзинско управљање

$$G(s) = \left. \frac{\omega(s)}{U(s)} \right|_{M_p(s)=0} = \frac{K_s}{T_s s + 1} \quad 2.2.22$$

$$G(s) = \left. \frac{\omega(s)}{M_p(s)} \right|_{U(s)=0} = -\frac{R}{K_{em} N} \frac{K_s}{T_s s + 1}$$

- позиционо управљање

$$G(s) = \left. \frac{\theta(s)}{U(s)} \right|_{M_p(s)=0} = \frac{K_s}{s(T_s s + 1)} \quad 2.2.23$$

$$G(s) = \left. \frac{\theta(s)}{M_p(s)} \right|_{U(s)=0} = -\frac{R}{K_{em} N} \frac{K_s}{s(T_s s + 1)}$$

2.2.1 Модел DC мотора у простору стања

Представљање математичких модела преко функције преноса има својих недостатака. Са развојем аутоматике и алгоритма управљања, мултиваријабилни системи, са много међусобно повезаних улазних и излазних величина, се све више математички истражују. Функција преноса у оваквим случајевима нема великих могућности, између осталог, и због тога што она описује искључиво линеарне системе. Управо овај разлог је био довољан да руски научник А. И. Лурије, користећи се радовима А. М. Љапунова, открије методу простора стања. Ова метода се базира на претварању диференцијалне једначине n -тог реда у n диференцијалних једначина првог реда. Креирањем преносне функције смо узимали да су почетни услови једнаки нули. Код методе простора стања, почетни услови могу имати било коју вредност. Даље, увођењем матричног рачуна, системи диференцијалних једначина постају компактни, чиме добијамо већу прегледност.

Једначине простора стања написане у матричном облику имају следећи изглед:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + v(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad 2.2.1.1$$

где су:

$x(t)$ – вектор стања система ($n \times 1$)

$y(t)$ – вектор излаза система ($p \times 1$)

$u(t)$ – вектор улаза система ($m \times 1$)

$v(t)$ – вектор променљивих поремећаја ($n \times n$)

A – матрица стања система ($n \times n$)

B – матрица улаза система ($n \times m$)

C – матрица излаза система ($p \times n$)

D – матрица преноса система ($p \times m$)

Треба напоменути да у пракси увек тежимо да нема директног преноса улаза на излаз, тј. да сви коефицијенти матрице преноса D буду једнаки нули.

Зато ћемо математички модел DC мотора описати и коришћењем нотације простора стања. Нека је $x = col(x_1, x_2, x_3)$ вектор стања, где x_1 представља струју у намотајима ротора, x_2 представља угаону брзину обртања вратила мотора, а x_3 је угаона позиција вратила мотора. На основу једначина 2.2.4, 2.2.5 и 2.2.6 добијамо:

$$\begin{aligned} x_1 = i \left| \frac{d}{dt} \right. & \rightarrow \dot{x}_1 = \frac{di}{dt} = \frac{u}{L} - \frac{R}{L}i - \frac{K_{me}N}{L}\omega \\ x_2 = \frac{d\theta}{dt} = \omega \left| \frac{d}{dt} \right. & \rightarrow \dot{x}_2 = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{K_{em}N}{J}i - \frac{\beta}{J}\omega - \frac{M_p}{J} \\ x_3 = \theta \left| \frac{d}{dt} \right. & \rightarrow \dot{x}_3 = \frac{d\theta}{dt} = x_2 \end{aligned}$$

одакле добијамо

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{di}{dt} = \frac{u}{L} - \frac{R}{L}x_1 - \frac{K_{me}N}{L}x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{K_{em}N}{J}x_1 - \frac{\beta}{J}x_2 - \frac{M_p}{J} \\ \dot{x}_3 &= \frac{d\theta}{dt} = x_2 \end{aligned}$$

2.2.1.2

па коначно добијамо математички модел DC мотора представљен у простору стања

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K_{me}N}{L} & 0 \\ \frac{K_{em}N}{J} & -\frac{\beta}{J} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix}$$

2.2.1.3

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

где су:

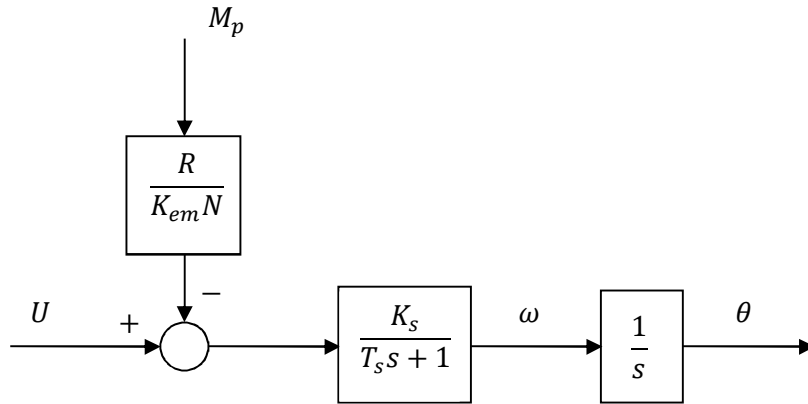
$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K_{me}N}{L} & 0 \\ \frac{K_{em}N}{J} & -\frac{\beta}{J} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Координате стања објекта управљања (DC мотора) се могу изабрати тако да једна од њих буде угаона позиција (θ), а друга угаона брзина (ω). Односно, блок дијаграм DC мотора (Сл.2.2.2) може бити представљен сликом 2.2.1.2, на основу израза 2.2.22 и 2.2.23. [6]



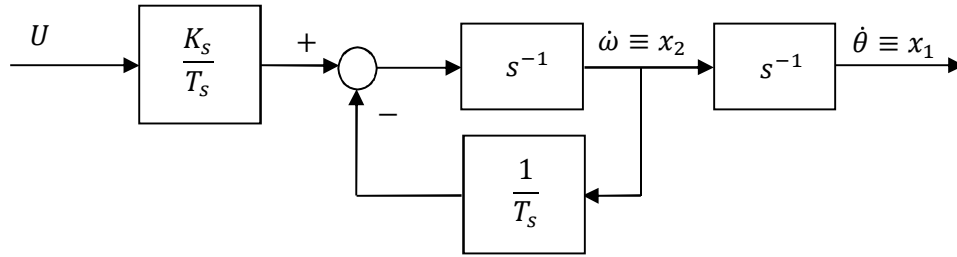
Сл.2.2.1.2. Структурни блок дијаграм DC мотора [6]

где су K_s фактор појачања мотора и T_s временска константа мотора дати изразима:

$$K_s = \frac{K_{em}N}{R\beta + K_{em}K_{me}N^2} \quad 2.2.20$$

$$T_s = \frac{JR}{R\beta + K_{em}K_{me}N^2} \quad 2.2.21$$

Структурни блок дијаграм на Сл.2.2.1.2, не узимајући у обзир дејство поремећаја ($M_p = 0$) може се трансформисати у облик приказан на Сл.2.2.2.2. [6]



Сл.2.2.2.2. Модификовани блок дијаграм DC мотора [6]

Усвајањем излаза из интегратора, односно угаоне позиције и брзине, за променљиве стања добија се математички модел DC мотора у простору стања:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_s}{T_s} \end{bmatrix} u \quad 2.2.1.4$$

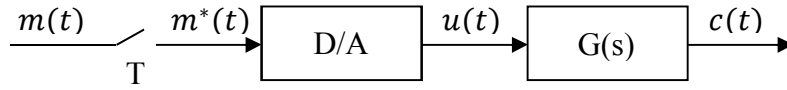
$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

2.2.2 Дискретизација модела континуалног система

Као што је већ познато, модел континуалног динамичког система се даје у простору стања у виду векторске диференцијалне једначине стања и векторске алгебарске једначине излаза. На сличан начин, модел дигиталног или дискретног динамичког система се у простору стања представља векторским једначинама: диференцном једначином стања и алгебарском једначином излаза [7].

Сада ћемо на основу познатих координата стања континуалног система превести модел континуалног система у дискретни облик, тј. извршићемо дискретизацију модела објекта управљања.

Структурни блок дијаграм динамичког система је приказан на Сл.2.2.2.1.



Сл.2.2.2.1. Блок дијаграм динамичког система

Модел објекта функције преноса $G(s)$ дат у форми диференцијалне једначине стања и једначине излаза је уствари једначина 2.2.1.3, тј.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K_{me}N}{L} & 0 \\ \frac{K_{em}N}{J} & -\frac{\beta}{J} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t)$$

2.2.2.1

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

С обзиром да на улазу објекта управљања постоји коло задршке нултог реда, важи да је $u(t) = u(kT) = m(kT)$ за $kT \leq t < (k+1)T$ и све $k = 0, 1, 2, \dots$ [7] При извођењу дискретизације модела најпре морамо одредити фундаменталну матрицу $\Phi(t) = e^{At} = \mathcal{L}^{-1}\{(sI - A)^{-1}\}$. На основу израза 2.2.2.1 добијамо да је

$$\begin{aligned} (sI - A)^{-1} &= \left(s \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K_{me}N}{L} & 0 \\ \frac{K_{em}N}{J} & -\frac{\beta}{J} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \\ &= \left(\begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K_{me}N}{L} & 0 \\ \frac{K_{em}N}{J} & -\frac{\beta}{J} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} s + \frac{R}{L} & \frac{K_{me}N}{L} & 0 \\ -\frac{K_{em}N}{J} & s + \frac{\beta}{J} & 0 \\ 0 & -1 & s \end{bmatrix}^{-1} = \\ &= \frac{adj(sI - A)}{\det(sI - A)} = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{s^3 + s^2 \left(\frac{\beta}{J} + \frac{R}{L} \right) + s \frac{R\beta + K_{em}K_{me}N^2}{JL}} \cdot \begin{bmatrix} s^2 + s \frac{\beta}{J} & s \frac{K_{em}N}{J} & \frac{K_{em}N}{J} \\ -s \frac{K_{me}N}{L} & s^2 + s \frac{R}{L} & s + \frac{R}{L} \\ 0 & 0 & s^2 + s \left(\frac{\beta}{J} + \frac{R}{L} \right) + \frac{R\beta + K_{em}K_{me}N^2}{JL} \end{bmatrix} \quad 2.2.2.2$$

одакле одређујемо фундаменталну матрицу

$$\Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\{(sI - A)^{-1}\} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad 2.2.2.3$$

где су коефицијенти фундаменталне матрице система добијени коришћењем инверзне Лапласове трансформације коефицијената матрице у изразу 2.2.2.2.

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{c(e^{tcJ^{-1}L^{-1}} + e^{-tcJ^{-1}L^{-1}}) + JL(e^{tcJ^{-1}L^{-1}} - e^{-tcJ^{-1}L^{-1}}) \left(\frac{\beta}{J} - \frac{L\beta + JR}{2JL} \right)}{2e^{0.5t(L\beta + JR)J^{-1}L^{-1}}c} \\ a_{12} &= \frac{0.5K_{em}LN(e^{tcJ^{-1}L^{-1}} - e^{-tcJ^{-1}L^{-1}})}{e^{0.5t(L\beta + JR)J^{-1}L^{-1}}c} \\ a_{13} &= \frac{K_{em}N}{K_{em}K_{me}LN^2 + LR\beta} - \frac{0.5K_{em}N \left(c(e^{tcJ^{-1}L^{-1}} + e^{-tcJ^{-1}L^{-1}}) + 0.5(L\beta + JR)(e^{tcJ^{-1}L^{-1}} - e^{-tcJ^{-1}L^{-1}}) \right) c^{-1}}{e^{0.5t(L\beta + JR)J^{-1}L^{-1}}(K_{em}K_{me}N^2 + R\beta)L} \\ a_{21} &= -\frac{0.5JK_{me}N(e^{tcJ^{-1}L^{-1}} - e^{-tcJ^{-1}L^{-1}})}{e^{0.5t(L\beta + JR)J^{-1}L^{-1}}c} \\ a_{22} &= \frac{c(e^{tcJ^{-1}L^{-1}} + e^{-tcJ^{-1}L^{-1}}) + JL(e^{tcJ^{-1}L^{-1}} - e^{-tcJ^{-1}L^{-1}}) \left(\frac{R}{L} - \frac{L\beta + JR}{2JL} \right)}{2e^{0.5t(L\beta + JR)J^{-1}L^{-1}}c} \\ a_{23} &= \frac{JR}{K_{em}K_{me}L^2N^2 + R\beta L^2} \\ &\quad - \frac{JR \left[c(e^{tcJ^{-1}L^{-1}} + e^{-tcJ^{-1}L^{-1}}) - JL(e^{tcJ^{-1}L^{-1}} - e^{-tcJ^{-1}L^{-1}}) \left(\frac{L\beta + JR}{2JL} - \frac{-K_{em}K_{me}L^3N^2 - \beta L^3R + \beta LR + JR^2}{JLR} \right) \right]}{2e^{0.5t(L\beta + JR)J^{-1}L^{-1}}(K_{em}K_{me}N^2 + R\beta)L^2c} \\ a_{31} &= 0 \\ a_{32} &= 0 \end{aligned}$$

$$a_{33} = \frac{1}{L^2} + \frac{(c(e^{tcJ^{-1}L^{-1}} + e^{-tcJ^{-1}L^{-1}}) + (e^{tcJ^{-1}L^{-1}} - e^{-tcJ^{-1}L^{-1}})(L\beta + JR)0.5)c^{-1}(L+1)(L-1)0.5}{L^2 e^{0.5t(L\beta + JR)J^{-1}L^{-1}}}$$

где је c део вредности који се добија инверзном Лапласовом трансформацијом и користи се ради боље прегледности:

$$c = \sqrt{\frac{J^2 R^2}{4} - K_{em} K_{me} J L^3 N^2 - J L^3 R \beta + \frac{J L R \beta}{2} + \frac{L^2 \beta^2}{4}}$$

Сада имамо да је

$$E(T) = \Phi(T) = \left[\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \right] \Bigg|_{t=T} \quad 2.2.2.4$$

и

$$F(T) = \int_0^T \Phi(\tau) B d\tau = \int_0^T \left[\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} 1 \\ L \\ 0 \end{array} \right] d\tau = \left[\begin{array}{ccc} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{array} \right] \quad 2.2.2.5$$

Коефицијенти матрице $F(T)$ су сложени за приказивање, тако да читаоцу остаје да замени бројне вредности у коефицијентима матрице $F(T)$ како би добио конкретну бројну вредност матрице $F(T)$ за одговарајући модел DC мотора.

Даље имамо

$$\mathbf{x}[(k+1)T] = \mathbf{E}(T)\mathbf{x}(kT) + \mathbf{F}(T)\mathbf{u}(kT) = \left[\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \right] \mathbf{x}(kT) + \left[\begin{array}{ccc} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{array} \right] \mathbf{u}(kT) \quad 2.2.2.6$$

$$\mathbf{y}(kT) = \mathbf{C}\mathbf{x}(kT) = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \mathbf{x}(kT)$$

Ако желимо да дискретни модел представимо у облику функције преноса, тада користимо следећу једначину:

$$G(z) = C(zI - E)^{-1}F \quad 2.2.2.7$$

Наравно, овакав модел дискретног система у простору стања се може добити на исти начин, али много једноставније коришћењем једначине 2.2.1.4, тј.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_s}{T_s} \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad 2.2.1.4$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

па рачунамо

$$\begin{aligned} (sI - A)^{-1} &= \left(s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_s} \end{bmatrix} \right)^{-1} = \left(\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_s} \end{bmatrix} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 0 & s + \frac{1}{T_s} \end{bmatrix}^{-1} = \\ &= \frac{\text{adj}(sI - A)}{\det(sI - A)} = \frac{1}{s^2 + s\frac{1}{T_s}} \begin{bmatrix} s + \frac{1}{T_s} & 1 \\ 0 & s \end{bmatrix} \end{aligned} \quad 2.2.2.8$$

одакле одређујемо фундаменталну матрицу

$$\Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\{(sI - A)^{-1}\} = \begin{bmatrix} 1 & T_s \left(1 - e^{-\frac{t}{T_s}}\right) \\ 0 & e^{-\frac{t}{T_s}} \end{bmatrix} \quad 2.2.2.9$$

Сада имамо да је

$$E(T) = \Phi(T) = \begin{bmatrix} 1 & T_s \left(1 - e^{-\frac{T}{T_s}}\right) \\ 0 & e^{-\frac{T}{T_s}} \end{bmatrix} \Bigg|_{t=T} \quad 2.2.2.10$$

и

$$F(T) = \int_0^T \Phi(\tau) B d\tau = \int_0^T \begin{bmatrix} 1 & T_s \left(1 - e^{-\frac{\tau}{T_s}}\right) \\ 0 & e^{-\frac{\tau}{T_s}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_s}{T_s} \end{bmatrix} d\tau = \begin{bmatrix} K_s T - K_s T_s \left(1 - e^{-\frac{T}{T_s}}\right) \\ K_s \left(1 - e^{-\frac{T}{T_s}}\right) \end{bmatrix} \quad 2.2.2.11$$

и на крају добијамо [6]

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[(k+1)T] &= \begin{bmatrix} 1 & T_s(1-a) \\ 0 & a \end{bmatrix} \mathbf{x}(kT) + \begin{bmatrix} K_s T - K_s T_s(1-a) \\ K_s(1-a) \end{bmatrix} \mathbf{u}(kT) \\ \mathbf{y}(kT) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(kT) \end{aligned} \quad 2.2.2.12$$

где су T – периода одабирања и $a = e^{-\frac{T}{T_s}}$.

3. Структура брзинског и позиционог сервомеханизма

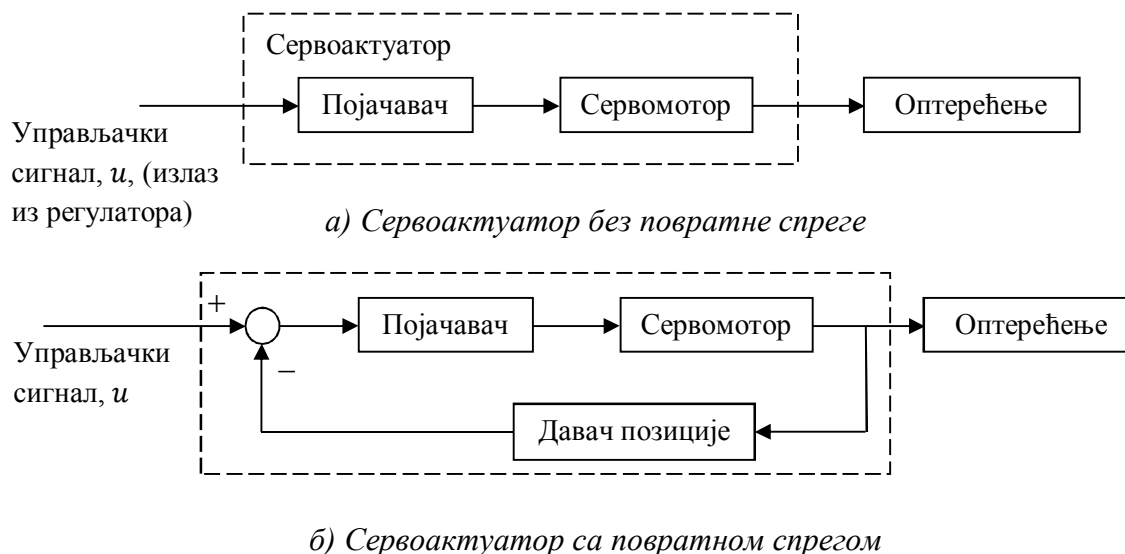
3.1 Шта је сервомеханизам, а шта сервомотор?

Сервомеханизам или сервосистем је систем аутоматског управљања са повратном спрегом код којег је управљана променљива нека механичка координата – позиција, брзина, убрзање или генерално, кретање објекта управљања. Основна функција сервомеханизма је да његов излаз брзо и прецизно прати промене улаза. Раније се уместо назива сервомеханизам употребљавао израз брзински, позициони или пратећи систем управљања, јер му је само име изведено од латинских речи *servus* (онај који служи или прати) и *mehanism* (механизам). Сервомеханизми су често делови неког другог управљачког система. Нпр. роботска рука може садржати више сервомеханизма, по један за сваки зглоб у руци.

Нема теоријске разлике између сервомеханизма и управљачког система са затвореном петљом. Међутим, пошто су серво управљање и процесно управљање еволуирали посебно, терминологија и методе пројектовања се разликују. Такође, сервомеханизми се углавном користе за релативно брзе процесе - често краће од једне секунде. Процесно управљање се користи најчешће за знатно спорије процесе, са временским константама реда неколико секунди, минута или чак сати. Компоненте у сервомеханизму су математички обично добро дефинисане, па се контролер може пројектовати тако да каснија подешавања буду минимална. Процес је математички теже представити, па су обично потребна подешавања на реалном систему да би се добила оптимална функционалност.

Сервомеханизми се користе у свим сложенијим системима управљања. Код робота се углавном користе за одржавање позиције екстремитета, код летелица за померање крилаца, код НУ машина за управљање кретањем алата. Аутомобилски систем контроле управљања преко волана је сервомеханизам. Као практичан пример сервомеханизма можемо узети систем који управља позицијом бродског кормила. Претпоставимо да желимо да држимо кормило под одређеним углом. Ако применимо систем отворене петље (без повратне спреге) и само иницијално подесимо позицију, отпор воде ће полако померати кормило од задате позиције, и брод ће отићи у погрешном смеру. Дакле, једино затворени систем са повратном спрегом (провером грешке) долази у обзир.

Сервоактуатор је елемент који погони извршни орган и тиме управља проток масе или енергије кроз управљани процес. Када се управља протоком масе или енергије или неким оптерећењем, то управљање се може остварити без повратне спреге (Сл.3.1.1 а) или са повратном спрегом (Сл.3.1.1 б). Сервоактуатори су нормално брзинског типа код којих деловање управљачког сигнала резултира излаз у виду брзине за рад у стационарном стању [3].



Сл.3.1.1. Управљање сервоактуатором [3]

Да би се добио позициони сервомеханизам мора бити уведена повратна спрега по позицији. Ако се такође захтева висока тачност по брзини, онда се мора увести повратна спрега по брзини. Ако се захтева висока тачност по сили или моменту, мора се имати повратна спрега по сили или моменту [3].

Израз *сервомотор* означава различите типове конвертора енергије високог нивоа, као што су електрични, електрохидраулични, електропнеуматски и сл. Сервомотор обезбеђује снагу сервоактуатору. Појачавач са Сл.3.1.1 обезбеђује конверзију управљачког сигнала u ниског нивоа (за сервоактуатор) или сигнала грешке (за сервосистем) у излаз високе снаге која омогућује рад сервомотора. Давач позиције обезбеђује сигнал повратне спреге у случају сервосистема. Улаз у сервоактуатор или сервосистем може бити електрични, механички, хидраулички или пнеуматски. У зависности од типа конверзије енергије, сервоактуатори могу бити електромеханички, електрохидраулички, електропнеуматски или хидромеханички [3].

Рани развој сервоактуатора и сервосистема доминантно је био реализован у технологији електропнеуматике. Наглим развојем микропроцесорске технике и висококвалитетних магнетних материјала на бази ретко-земљаних магнета (као што су Samarium-Cobalt, Neodymium и сл.), електромеханички системи налазе најширу примену у индустрији [3].

3.2 Димензионисање серво мотора

Инжињери могу промашити у концепцији ако бирају величину серво мотора на основу: величине снаге или тренутно инсталираног мотора или искључиво на основу моментних захтева. Други промашај је да однос инерција мора бити 1:1.

Међутим, циљ није да постигнемо специфициран однос инерција мотора и терета већ да изаберемо најбољи мотор за дати сервомеханизам. Много фактора је важно за избор серво мотора укључујући и:

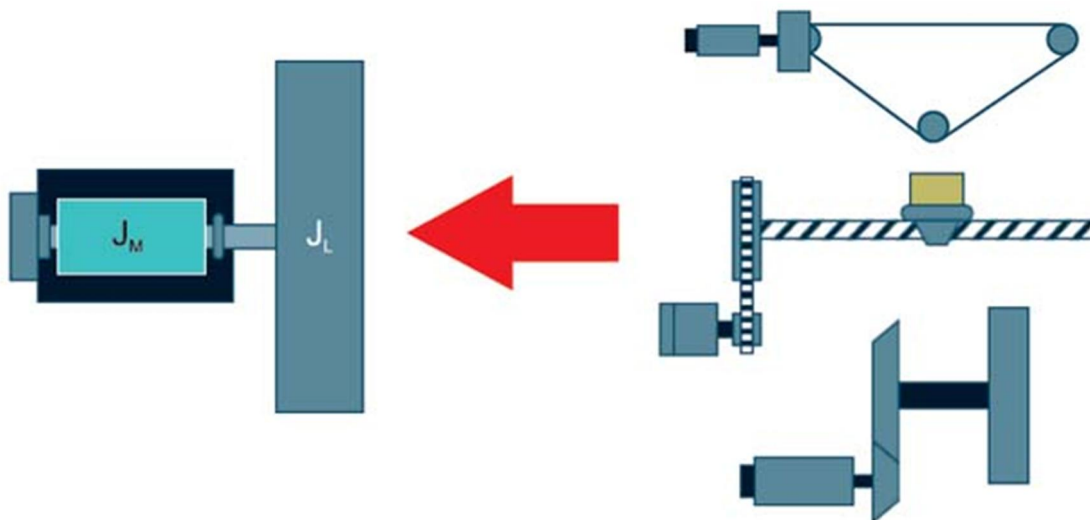
- цену,
- амбијенталне услове,
- резолуцију енкодера,
- захевану снагу,
- просторна ограничења.

Најкритичнији фактори у процесу одабирања могу бити следећа четири:

- однос инерција,
- брзина,
- максимални момент,
- РМС момент [8].

Однос инерција

Први кључни фактор је однос момента инерција. Момент инерције је мера колико тешко можемо да променимо брзину објекта. Момент инерције система може бити подељен у два дела: момент инерције мотора и момент инерције оптерећења. Момент инерције мотора J_M је дефинисао произвођач и може се наћи у документацији мотора. Међутим, момент инерције оптерећења често садржи многе компоненте. Свака компонента коју мотор помера утиче на укупан момент инерције који је одређен применом једначина за сваку компоненту.

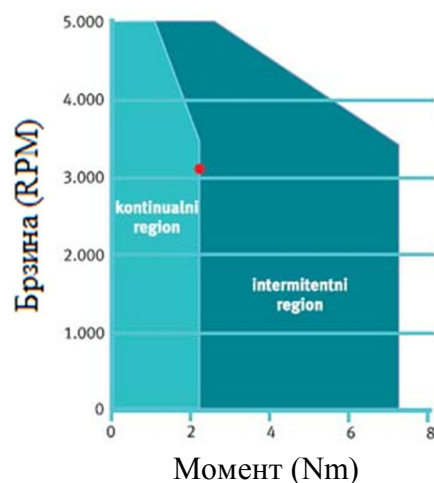


Сл.3.2.1. Момент инерције мотора је добијен од произвођача, док момент инерције оптерећења мора бити израчунат на основу компонента система

Однос инерција је типично 5:1 за многе системе. Перформансе се побољшавају ако је овај однос мањи, често испод 2:1 или 1:1 или ниже. Али када перформансе нису критичне овај однос може бити 10:1, 100:1 или више. У сваком случају, перформансе расту када однос инерција пада и подешавање контролне петље је лако. Уколико је однос инерција превише мали мотор троши енергију само за савладавање сопствене инерције ротора што опет није добро, а и непотребно поскупљује решење. Уколико је однос инерција лимитирајући фактор, потребно је да добро разумемо перформансе пре него предложимо већи однос.

Криве момент-брзина

Може бити одређено неколико мотора који дају одговарајући однос инерција. Посао је да нађемо најмањи, најефикаснији мотор који ће да одговори захтевима производње задате брзине и момента. Могућности мотора по питању брзине и момента су дати у каталогу произвођача за сваки мотор појединачно карактеристикама момент-брзина. Криве момент-брзина показују неколико тачака од интереса. Номинални момент је



Сл.3.2.2. График односа брзине и момента

максимални момент који мотор може производити континуално при номиналној брзини или ниже а да се не прегрева. Овај момент даје 100% вредности момента. Слично томе, номинална брзина је брзина при којој је номинални момент расположив. Мотор може континуално радити брже од номиналне брзине, али му момент значајно пада са порастом брзине.

Максимална расположива брзина мотора је дата као врх криве момент-брзина, а максимални момент као најдаља десна тачка криве на Сл.3.2.2. Крива момент-брзина има два региона, континуални и интермитентни. Ако је комбинација момент-брзина захтевана од система, мора да се увек нађе у континуалном подручју. Мотор увек мора производити брзину и момент без шанси да се

прегреје. Ако је комбинација момент-брзина пада у регион интермитентног момента, мотор може производити брзину и момент само у ограниченом времену. Ако је то време прекорачено мотор ће почети да се прегрева. Како би спречили оштећења због прегревања, модерни регулатори генеришу алармно стање уколико је временска граница прекорачена. Али када се захтевају краткотрајни високи моменти, као што су моменти убрзања и успорења, мотор може радити поуздано. Величина момента који мотор може производити изнад номиналног и време које то може радити варирају у зависности од произвођача. RMS момент (корен средње вредности квадрата момента, средњи момент) мора лежати унутар континуалног региона. Уколико нека комбинација брзине и момента лежи ван ових региона (континуалног и интермитентног) мотор неће моћи да производи

ту комбинацију момента и брзине. Када селектујете мотор, императив је да обезбедите да крива момент-брзина буду ефективни.

Профил кретања

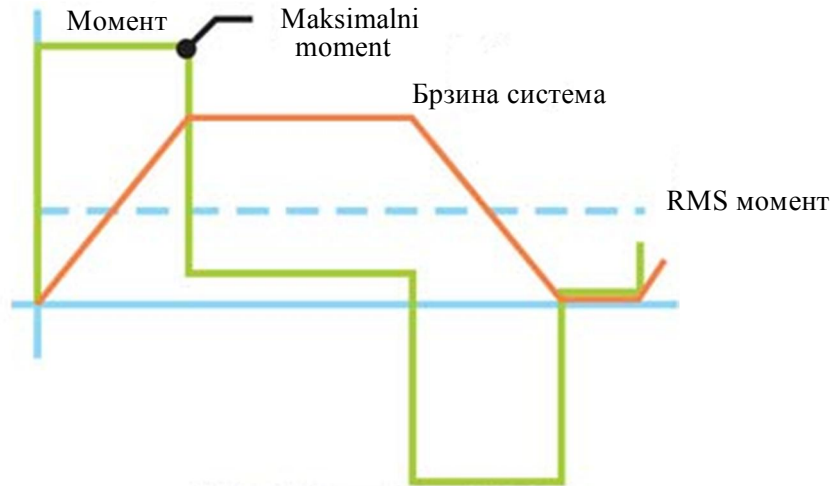
Док су могућности мотора најбоље описане кривом момент-брзина, захтеви сервосистема су најбоље описани профилем кретања и профилем момента (Сл.3.2.3). Профил брзине је графичка презентација брзине мотора у времену, а профил момента илуструје захтеве машине за моментом који ће следити профил брзине у истом том времену.

Максимални момент

Момент на почетку трапезног профила је максимални момент јер покрива механичка трења и убрзање маса (динамички момент). Ова тачка профила је названа максимални момент. Када је максимална брзина достигнута и мотор се креће константном брзином (нема убрзања) мотор покрива момент трења и статички момент и одржава брзину. За успорење процеса често је потребан реверсан момент. Реверсни момент није тако висок као стартни јер га смањују моменти трења, тако трење помаже успорењу оптерећења. Када је трење превисоко, момент за напред можда буде потребан за време успорења тако да се оптерећење не успорава пребрзо. Идеалан случај је да максималан момент пада у регион интермитентног момента криве момент-брзина. Он такође може пасти у регион континуалног момента, али је то знак да је мотор можда предимензионисан.

RMS момент

Други прорачун момента критичан за систем је RMS момент, временско тежиште, средина момента за време комплетног машинског циклуса или еквивалент моменту сталног стања. На пример, момент од $1.2 [Nm]$ RMS момента ће производити раст температуре као да континуално ради са $1.2 [Nm]$. Тако је веома важно да обезбедимо да RMS пада унутар континуалног региона криве момент-брзина. Одређивање величине и избора мотора је засновано на прорачуну момента и инерције са механичком монтажом плус брзинским и апликацијама убрзања. Изабрани мотор мора бити способан да покреће машину обезбеђујући добар момент и брзину.



Сл.3.2.3. Графічки приказ профила кретања и профила момента

Процес одабирања укључује следеће кораке:

1. Утврђивање циљева кретања
2. Селекцију механичких компоненти
3. Дефиницију циклуса рада
4. Прорачун оптерећења
5. Избор мотора

Утврђивање циљева кретања

Приказивање структуре контроле кретања система ће помоћи да утврдите нужне параметре потребне за следећи корак.

- Захтевана позициона тачност?
- Захтевана позициона поновљивост?
- Захтевана тачност брзина?
- Линеарни или ротациони систем.
- Ако је линеарни: хоризонтални или вертикални?
- Термичка разматрања – амбијентна температура.
- Које топологије мотора најбоље одговарају посматраном систему?

Избор механичких компоненти

Морате одлучити које механичке компоненте требају пројектованом систему. На пример, линеарна апликација може захтевати пужно померање или конвејер. За пренос брзине може бити коришћен редуктор или ремени пренос.

- Директно покретање?
- Специјална апликација или стандардни механички уређаји?
- Ако је линеарна апликација: Користити пужно померање, линеарни мотор или конвејер?
- Захтевана редукција - редуктор или ремени пренос?
- Тестирати димензије вратила - изабрати повезивање (купловање).
- Тестирати механичке компоненте за лимите брзине и убрзања.

Дефинисање циклуса терета (циклуса рада)

Морате дефинисати максималну брзину, максимално убрзање, временски циклус рада, рампе убрзања и успорења, време стајања и друге специфичности апликације:

- Дефинисати критичне параметре кретања као што су брзина и убрзање.
- Троугани или трапезоидни или неки други профил кретања?
- Ако је линеарна апликација - будите сигурни да циклус рада не прекорачује пут кретања линеарног уређаја.
- Лимитација С-криви.
- Разматрање терета.
- Да ли се оптерећење мења за време циклуса рада?
- Да ли се кочница користи за време мировања?

Прорачун оптерећења

Оптерећење је дефинисано моментом који је потребан да покреће механичке компоненте. Износ момента је одређен са инерцијом од механичких делова сведених на мотор па све до мотора и убрзања вратила мотора.

- Рачунање инерција свих механичких делова
- Одређивање инерција сведених на мотор
- Одређивање брзине и убрзања на вратилу мотора
- Израчунавање момента убрзања на вратилу мотора
- Одређивање неинерцијалних сила као што су гравитација, трење и др.
- Израчунавање константног момента на вратилу мотора
- Израчунавање укупног убрзања и RMS момента на вратилу.

Избор мотора

Мотор мора бити способан да обезбеди захтевани момент машине плус момент услед утицаја сопственог ротора. Сваки мотор има специфичну инерцију ротора која утиче на момент целог система. При одабиру мотора, треба за сваки одабран мотор поново прерачунати момент.

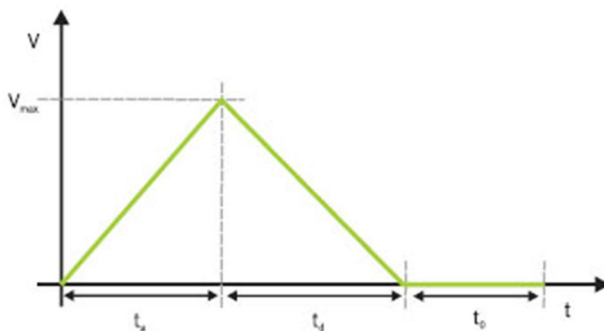
- Одлучити о контролној технологији мотора (DC са четкицама, без четкица, корачни, AC серво...).
- Одабрати мотор - драјв комбинацију.
- Да ли мотор подржава захтевану максималну брзину? Ако не, изабрати други мотор-драјв.
- Користите инерцију ротора да израчунате системско убрзање (мотор плус механичке компоненте) и RMS момент.
- Да ли номинални момент мотора подржава RMS момент система?
- Да ли крива перформанси мотора (карактеристика момент–брзина) подржава момент и брзинске захтеве?
- Ако однос инерције ротора и терета прекорачује одређени однос (за серво моторе је 5:1) размотрите коришћење редуктора или повећање преносног односа постојећег редуктора. Серво мотор не треба да ради са односом већим од 10:1.

Напомене: Прорачун мотора који је за 20% већи од захтеваног је прихватљив. Фактор преоптерећења треба да буде имплементиран за време прорачуна и тестирања момента. У овом случају, такође је прихватљиво коришћење већег фактора за момент убрзања. Циљ димензионисања мотора је да се нађе оптималан мотор за посматрани систем.

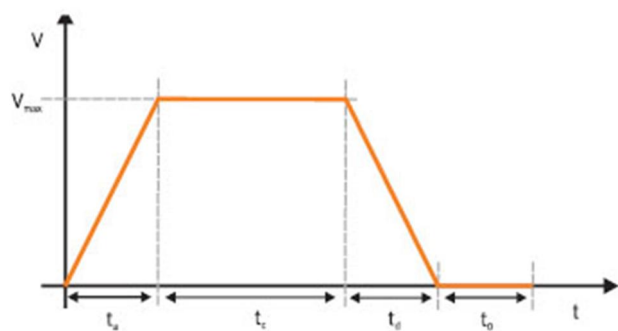
Дефиниција циклуса оптерећења (циклуса рада)

Циклус оптерећења, тј. начин стварног кретања које је примењено може имати различите карактеристике. Постоје једноставни системи слични вентилаторима, пумпама, конвејерима и др. које имају константан или експоненцијални момент у врло дугом периоду времена. Одабир величине мотора за ове апликације је далеко једноставнији и не захтева анализе циклуса рада јер се оптерећење не мења у циклусу рада.

Најједноставније форме циклуса терета су троугаона и трапезоидна. Оне дефинишу већину критичних података као што су максимална брзина и убрзање и оне су довољне да покрију најважније апликације и захтеве који одређују захтеве момента. Наравно да постоје далеко сложенији профили кретања који захтевају детаљно одређивање момента [8].



Сл.3.2.4. Троугаони профил кретања



Сл.3.2.5. Трапезоидни профил кретања

где су:

V – брзина

V_{max} – максимална брзина

t – време

t_c – време константне брзине

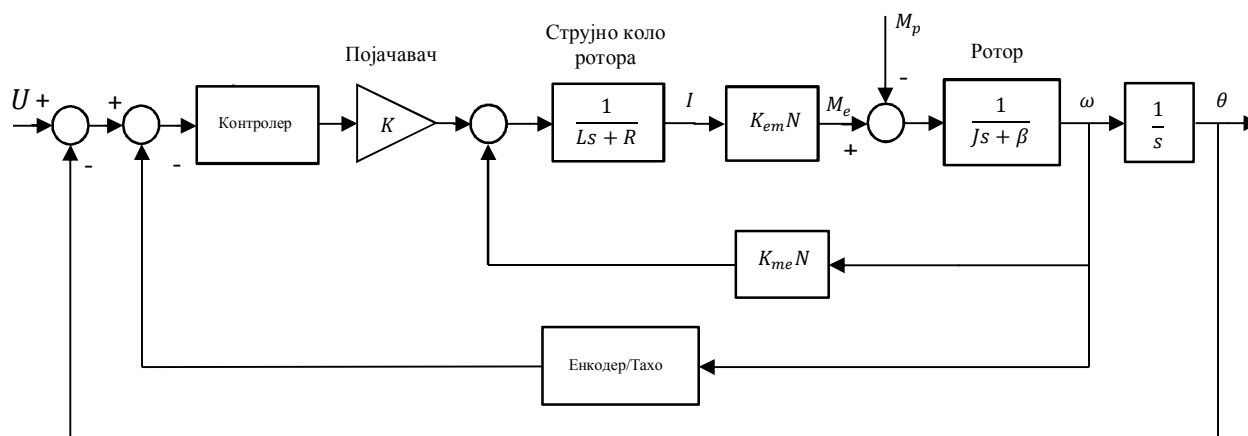
t_a – време убрзања

t_d – време успорења

t_0 – време мировања (време нулте брзине)

3.3 Брзински и позициони сервомеханизам

Сваки DC мотор можемо преправити у DC сервомотор увођењем повратне спреге по брзини (или по позицији). То је могуће извршити додавањем давача (енкодер, тахогенератор и др.) на постојећи DC мотор. Сада ћемо представити брзински и позициони сервомеханизам где ће DC мотор имати улогу извршног органа, а повратна спрега по брзини и по позицији биће уведена за цео систем. Структурни блок дијаграм сервомеханизма је приказан на Сл.3.3.1 [9].



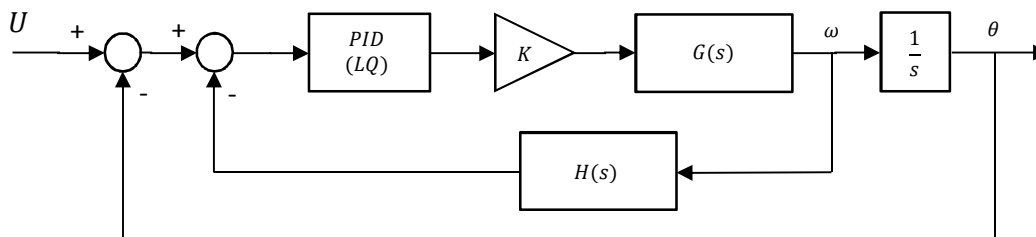
Сл.3.3.1. Блок дијаграм сервомеханизма

На основу блок дијаграма са Сл.3.3.2 можемо написати функцију преноса брзинског и позиционог сервомеханизма:

$$G_{sb}(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{PID \cdot K \cdot G(s)}{1 + H(s)PID \cdot K \cdot G(s)}; \quad G_{sp}(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{PID \cdot K \cdot G(s)}{s(1 + H(s)PID \cdot K \cdot G(s))}$$

3.3.1

или једноставније



Сл.3.3.2. Поједностављени блок дијаграм сервомеханизма

где су:

$G(s)$ – функција преноса DC мотора

$H(s)$ – функција преноса давача

K – појачавач снаге

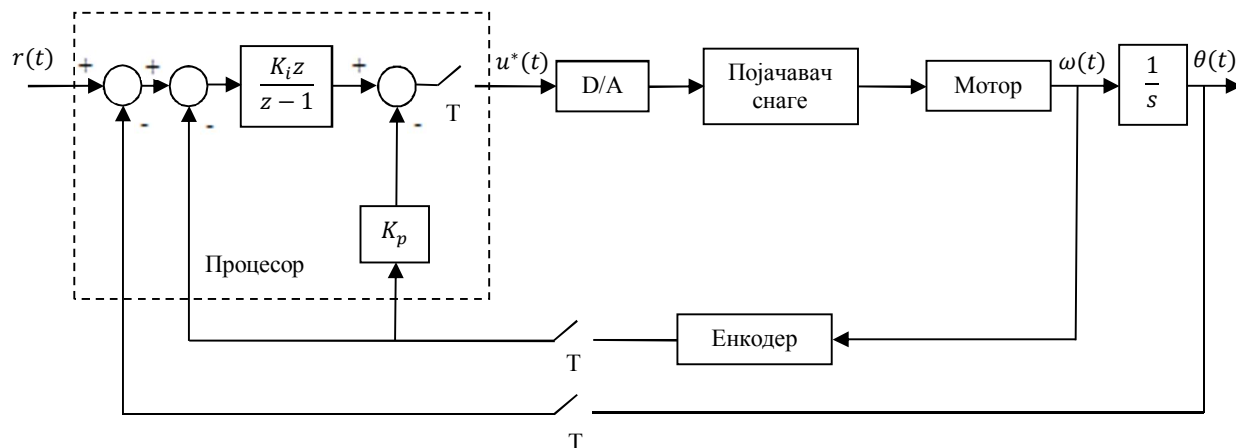
$PID (LQ)$ – одговарајући PID или LQ контролер

Да би извршили избор компоненти и структуре система прво морамо знати основне параметре конкретног електромоторног погона: снагу коју треба да развија извршни орган (електромотор) и захтевану брзину обртања. На основу ових података се врши избор електромотора и склопа за његово напајање. Затим треба дефинисати жељено динамичко понашање система. Први и основни захтев је да пројектовани систем буде стабилан. Следећи захтев који се поставља систему је да грешка излазне регулисане променљиве у устаљеном стању буде једнака нули. Поред овога захтева се и одређена брзина реаговања система на задату побуду, затим имуност система на спољне поремећаје и шуме као и на промену параметара објекта управљања. На основу ових захтева се врши пројектовање контролера. При постављању захтева мора се водити рачуна и о томе да ли је захтевани систем могуће практично реализовати.

3.3.1 Избор структуре и компоненти система

У пракси су чести процеси где се захтева управљање или регулација само једне физичке променљиве (температура, притисак, ниво, број обртаја,...). Наведена класа процеса има типичну динамику која омогућава да се постављени захтеви у погледу понашања и тачности рада у стационарном стању, као и квалитета динамичког понашања контуре регулације у прелазном процесу могу постићи применом дигиталних регулатора који садрже у себи само пропорционално, интегрално и диференцијално дејство. Такви регулатори су једноставни, захтевају скромне процесоре ограничене меморије и могућности рачунања. Важна особина дигиталних регулатора је велика флексибилност: лако се програмски могу имплементирати различити алгоритми управљања добијени у

результату теоријских истраживања или аналитичког пројектовања. Овакви регулатори се могу једноставно трансформисати у редне, паралелне или регулаторе по мерљивом поремећају и прилагодити практично свим могућим типовима извршних органа. У литератури се често предлаже и следећа структура сервомеханизма:



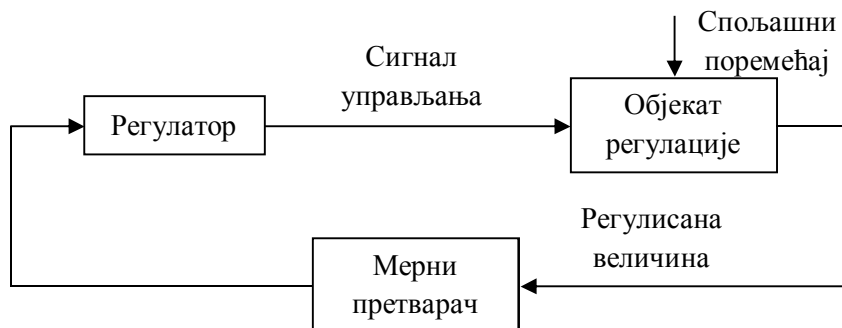
Сл.3.3.1.1. Структурни блок дијаграм сервомеханизма са дигиталним контролером

Како објекат управљања у ширем смислу (D/A конвертор, појачавач снаге, мотор и енкодер) не поседује астатизам, да би се обезбедило да систем има нулту грешку у стационарном стању при задатој константној брзини, као редни компензатор је усвојен дигитални интегратор, а у колу локалне повратне спреге је примењено чисто пропорционално дејство. Оваква регулациона структура се једноставно примењује на микроконтролеру јер захтева мали број операција множења и сабирања. Поред овога треба нагласити и то, да само I дејство зависи од одбирака улазног сигнала $r(kT)$, док је P дејство измештено у повратну спрегу чиме се избегава нагли скок вредности управљачке променљиве $u(kT)$ у тренуцима скоковите промене улазне променљиве. Овде је могуће у колу повратне спреге поред пропорционалног унети и D дејство али за тим нема потребе у случају процеса првог реда као што је мотор [11].

3.3.1.1 Појам контролера (регулатора)

На ток производног процеса утичу разни поремећаји и да би се процес одвијао на унапред одређен начин потребно је управљати њиме. Под управљањем се подразумева скуп радњи којима се обезбеђује жељени ток производног процеса у условима поремећаја. У великом броју случајева у пракси ток неког производног процеса одређен је вредношћу неке физичке величине (температура у некој пећи, висина нивоа течности...). Задатак управљања таквим процесима своди се на одржавање вредности одређене физичке величине у дозвољеним (контролисаним) границама. Скуп радњи којима се то постиже назива се регулација или конторла. Када се регулација дате физичке величине врши

аутоматски, помоћу одређених уређаја и машина, ради се о аутоматској регулацији. Уређај који обавља тај задатак назива се регулатор, тј. контролер [10].



Сл.3.3.1.1.1. Блок дијаграм регулације сигнала

Општа блок-шема система аутоматске регулације може се приказати на Сл.3.3.1.1.1. На овој слици можемо уочити да регулатор, објект регулације и мерни претварач, повезани међусобно одговарајућим везама, образују затворен круг. Тај круг се назива регулациони круг или регулационо коло.

Улазни сигнал регулатора је излазни сигнал мерног претварача. Претварач задате вредности и детектор сигнала грешке саставни су елементи регулатора. Излазна величина регулатора је сигнал управљања, који располаже довољном снагом за покретање извршног органа објекта регулације (регулационог вентила, електромоторног погона и др.). На основу величине и знака сигнала грешке, регулатор производи сигнал управљања, који делује на објект регулације у смеру смањења одступања његове излазне величине од задате вредности.

Улога регулатора у регулационом кругу је да на темељу одступања стварне од жељене вредности регулисане величине, даје на свом излазу, односно улазу извршног органа објекта регулације, такву врсту и вредност сигнала који ће извршни орган покретати одређеном брзином и у одређеном смеру.

Регулатори се с обзиром на коришћење енергије деле на две основне врсте и то на:

- регулаторе са извором помоћне енергије, и
- регулаторе без извора помоћне енергије.

Регулатори без извора помоћне енергије делују на темељу трошења енергије сигнала регулисаних величина и немају посебних извора за напајање. Тако, на пример, делују биметални регулатори и регулатори нивоа с пловком.

Регулатори с извором помоћне енергије су они регулатори који троше помоћну енергију неког извора напајања, и који се за сложеније примере регулације скоро редовно

примењују. То су најчешће регулатори с електричном, хидрауличном и пнеуматском енергијом.

Велика је разноликост динамичких процеса код појединих објеката регулације, па је и велики број разних врста регулатора. Из мноштва разних класификација регулатора могу се издвојити две као најопштије:

- класификација према облику статичких карактеристика и
- класификација према динамичким процесима у регулатору.

Према облику статичких карактеристика регулатори се деле на две опште класе: линеарне и нелинеарне регулаторе, а према карактеру динамичких процеса на континуалне и дискретне (дигиталне) регулаторе. У току технолошког процеса мерни елемент континуално (стално) снима вредност регулисане величине. Управљачки сигнал за корекцију процеса, односно за одржавање задате вредности регулисане величине, такође ће имати континуални карактер. Сам процес регулисања, односно регулационо дејство изазвано сигнаlima за управљање, може бити континуално или дискретно. Ово зависи од конструкције и принципа рада регулатора, па се, зависно од тога, регулациони системи деле на системе са континуалним и дискретним регулисањем.

Неки објекти регулације, као и неки извршни елементи система аутоматске регулације имају особину да интегрирају (увећавају у току времена) регулационо одступање. Тако, на пример код сервосистема за позиционирање, електромотор једносмерне струје производи угаони померај који је сразмеран интегралу напона на крајевима ротора. Односно, брзина обртања је сразмерна напону на крајевима ротора, а угаони померај осовине је једнак интегралу брзине обртања. Према томе, угаони померај осовине је сразмеран интегралу напона управљања мотором. То практично значи да ако би се електромотором управљало без повратне спреге, када покретни део машине дође у задати положај, потребно је смањити напон на нулу да би се електромотор зауставио. Међутим, ако се из неког разлога напон на крајевима мотора повећа изнад нуле, али довољно да може да покрене мотор, овај ће се полако обртати и удаљавати покретни део машине од задатог положаја и, на тај начин, увећавати грешку. Применом негативне повратне спреге, уколико се јави одступање покретног дела машине од задатог положаја, јавља се сигнал грешке који, у регулатору, производи сигнал управљања у смеру враћања покретног дела машине према задатом положају [10].

3.3.1.2 Извршни орган - мотор

Као што смо већ претходно напоменули, када се говори о избору мотора најпре се мора одредити тип машине (једносмерни, асинхрони...) а затим извршити избор конкретне машине на основу задатих номиналних података. Мотор за једносмерну струју је обзиром на своје карактеристике скоро идеалан мотор за погоне где је потребна променљива

брзина и позиција. Његова брзина се може континуално подешавати променом једносмерног напона у широким границама које обухватају оба смера обртања са пуним моментом, укључујући и нулту брзину. Поред овога овај мотор има добре динамичке особине које се одражавају у брзом одзиву на промену захтева. Једина мана овог мотора је сложеност његове конструкције, пре свега због механичког комутатора који има за последицу велику цену и трошкове одржавања, мању поузданост и краћи век [11]. Припадају двопобудним системима, јер имају два намотаја, статорски и роторски.

Са друге стране асинхрони мотор има веома једноставну конструкцију, јефтин је и лако се одржава. Међутим, да би овај мотор у брзинском и позиционом сервомеханизму имао тако добре карактеристике као једносмерни мора се применити много сложенији дигитални закон управљања којим би се реализовало V/f или векторско управљање. Из овог разлога је за извршни објекат одабран мотор једносмерне струје.

Функција преноса једносмерног мотора од напона на крајевима роторског намотаја до брзине обртања вратила мотора може се апроксимирати претходно изведеном једначином 2.2.15, тј. 2.2.22:

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{K_{em}N}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2} \quad 2.2.15$$

или једноставније

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{K_s}{T_s s + 1} \quad 2.2.22$$

3.3.1.2.1 Појам извршног органа

Основни задатак система аутоматског управљања и регулације јесте да делује на управљани објект тако да се његова излазна величина приближава задатој вредности. То деловање се често састоји у померању покретног дела, на пример, неког затварача за проток флуида, или покретног дела неке радне машине, било у задати положај, било задатом брзином.

Финални елементи управљања су актуатори. Актуатор се састоји од појачавача и извршног органа. Он на свом улазу добија сигнал из управљачког дела система који треба да појача и конвертује у облик погодан за деловање на процес. Сигнал из управљачког дела (регулатора) има малу снагу, а требао би да проузрокује неки жељени ефекат, нпр. затвори неки вентил, повећа притисак или температуру итд. Улазни део актуатора је појачавач који појачава тај сигнал. Други део актуатора је извршни орган. Извршни орган

непосредно делује на процес – претвара улазну величину у различите облике, рецимо, електричну снагу у кретање, струју у топлоту...

У зависности од енергије која се користи, извршни органи могу бити:

- електрични,
- хидраулични,
- пнеуматски.

Као што је опште познато, електрични уређаји користе електричну енергију. Хидраулични уређаји користе течност под притиском (најчешће уље), а код пнеуматских уређаја радни флуид је ваздух под притиском или инертни гас под притиском. Пнеуматски и хидраулични уређаји се примењују због једноставне конструкције, релативно малих димнзија, велике сигурности и трајности, као и могућности преношења велике снаге. Према начину деловања на процес, извршни органи се деле на:

- континуалне и
- дискретне.

Континуални извршни органи се примењују када је потребно успоставити вредност излазног сигнала у континуалном опсегу (нпр. сушара – ако треба да се повећа температура коморе за неки проценат треба да се повећа струја кроз грејач за тај проценат, ако треба да се повећа време које материјал проводи у комори за сушење треба смањити брзину мотора који покреће материјал кроз сушару). Дискретни извршни органи се користе за управљање процесима, машинама и опремом који могу да имају само два стања (1/0, укључено/искључено, тачно/погрешно, предмет јесте/није присутан, висок/низак напон,...).

3.3.1.3 Појачавач снаге

Сигнали, добијени из детектора сигнала грешке система, најчешће немају потребан ниво (напон) нити снагу (струју) за непосредно деловање на објекат управљања или његов извршни орган. Веома су ретки случајеви када је то могуће. Исто тако, у многим случајевима, сигнали од мерних или претварачких елемената не могу се директно водити на детектор грешке или на извршни орган, већ се морају претходно појачати по напону и/или струји (по нивоу и/или по снази). Осим тога, основни значај примене система са негативном повратном спрегом заснива се на великом појачању у директној грани. Елементи који остварују појачање сигнала било по напону или по снази називају се појачавачи. Са тог становишта разликујемо појачаваче напона и појачаваче снаге (струје).

Појачавачи су најзаступљенији елементи у системима аутоматског управљања. Имају задатак да сигнал, доведен на њихов улаз, само појачају не мењајући му облик. При томе, идеалним се сматра појачавач са бесконачном улазном и нултом излазном

импедансом, са константним појачањем независним од фреквенције појачаног сигнала. Али, такав појачавач се не може остварити у пракси. Реални појачавач уноси како нелинеарна изобличења тако и инерцијална и транспортна кашњења и има коначну улазну и излазну импедансу. Ипак, степен нелинеарних изобличења, инерцијалности и транспортног кашњења у многим реалним појачавачима, у односу на особине других динамичких елемената који га окружују (извршни орган, објекат управљања), се може најчешће занемарити и појачавач сматрати идеалним. У сваком конкретном случају потребно је проценити утицај занемарених неидеалности на изучаване особине система у којима се посматрани појачавач примењује. У циљу минимализације цене коштања, често се намерно користе нелинеарни појачавачи релејног типа. Међутим, и у том случају неке од напред наведених основних особина појачавача су очуване. У пракси САУ примену су нашли многи типови појачавача, који се могу сврстати у различите категорије, у зависности од принципа рада и коришћене енергије за напајање. Треба истаћи основну чињеницу да се појачање сигнала остварује на рачун енергије којом се напаја појачавач. Према врсти те енергије појачавачи се могу поделити на електромашинске, магнетне, електромагнетне, електронске, механичке, хидрауличне, пнеуматске и диелектричне [14].

У погледу облика статичких карактеристика улаз-излаз сврставају се у:

- линеарне,
- нелинеарне (који се могу класификовати на појачаваче са несуштинском и суштинском нелинеарношћу).

У погледу конструкције, појачавачи се деле на појачаваче без повратне спреге, појачаваче са повратном спрегом, једностепене и вишестепене. У једном САУ могу се примењивати један или више типова наведених појачавача истовремено; нпр. електронски и хидраулични, електронски и магнетни, електронски и електромеханички итд. Даље ћемо дати неку основу о појачавачима који користе електричну енергију за напајање, јер се управо такви појачавачи користе код сервосистема који као актуатор користе DC мотор.

Електромашински обртни појачавачи

Ови појачавачи данас, за савремене конструкције, имају мали значај, јер су технолошки превазиђени другим врстама појачавача, првенствено електронским. Три су основна представника електромеханичких појачавача: генератор једносмерне струје (једностепени), амплидин (двостепени генератор једносмерне струје) и генератор наизменичне струје (алтернатор).

Електронски појачавачи

Електронски појачавачи се конструишу на основу електронских компонената: електронских цеви, транзистора или тиристора.

Појачавачи са електронским цевима

Ови појачавачи су сасвим потиснути из употребе у САУ. Једина област где остају незаменљиви, због високог квалитета репродукције сигнала, су појачавачи за музичке инструменте и снажне емисионе цеве у радиостаницама. Осим тога, треба указати да су електронске цеве мање осетљиве на радијацију, те се још увек користе у неким војним системима.

Појачавачи са транзисторима

Имају доминантну улогу у САУ како као појачавачи напона тако и као појачавачи снаге. Ова област технике се веома успешно развија у другој половини XX века и представља генератор експлозивног развоја технике и технологије, посебно информатичке, оличене у широкој примени рачунара у свим областима људског деловања па и у аутоматици. С обзиром на велику развијеност и разноврсност електронских појачавача са транзисторима и на постојање одговарајуће литературе за изучавање истих, нећемо се упуштати у детаље и сва могућа решења. Основну пажњу биће посвећена неким битним особинама транзисторских појачавача и решењима која се најчешће примењују у реализацији САУ. Појачавачи са транзисторима, осим наведене поделе на појачаваче напона и појачаваче снаге, по начину реализације, у технолошком смислу, могу се класификовати на појачаваче са дискретним компонентама и интегрисане појачаваче. И један и други тип појачавача има основне елементе базиране на типичним решењима појачавача са дискретним (појединачним) транзисторима. У аутоматици се у колима појачања и обраде сигнала користе интегрисани транзисторски појачавачи који су познати под називом операциони појачавачи, док се у колима појачања снаге користе решења са дискретним транзисторима, за средње и велике снаге или са интегрисаним појачавачима за мање снаге [14].

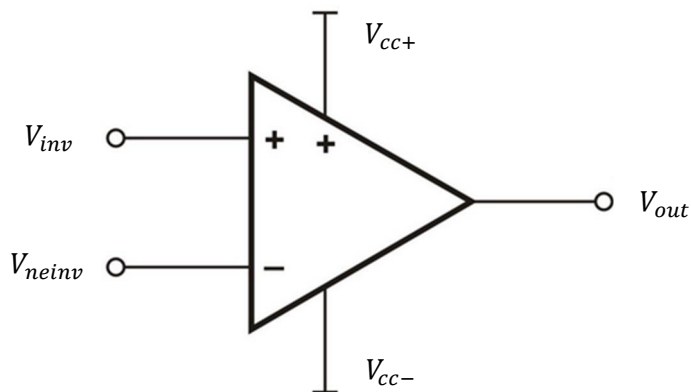
Операциони појачавачи

То су интегрисани транзисторски појачавачи са јаком негативном повратном спрегом, реализовани на бази диференцијалног појачавача које карактеришу следеће особине:

1. Веома велико појачање, $2 \cdot 10^4 - 10^6$ пута, па се у пракси сматра да им је појачање бесконачно
2. Велика улазна импеданса, реда стотину $k\Omega$ до реда $M\Omega$, практично бесконачно, па је улазна струја у појачавач равна нули, тј. ОП не оптерећује елемент који му претходи
3. Мала излазна импеданса, што омогућава преношење сигнала без деформације на наредне компоненте које следе иза ОП.

Наравно, наведене особине су идеализоване. Међутим, те идеализације не уносе битне промене у инжењерском прилазу реализацији разноврсних решења са ОП. Интегрисани ОП имају два улаза и један излаз. Први улаз се назива инвертујући, а други неинвертујући. Ови називи дефинишу фазу (знак) излазног сигнала у односу на одговарајући улаз. Шематски приказ ОП дат је на Сл.3.3.1.3.1. На овој основној ознаци указана су само три приступа - два улаза и један излаз. У детаљнијим шемама, поред ових приступа постоје и прикључци за напајање као и прикључци за компензацију дрифта нуле и фреквенцијску компензацију.

Дрифт нуле ОП јавља се због несиметричности у реализацији диференцијалних појачавача и манифестује се као појава напонског сигнала на излазу када су оба улаза ОП на нултом потенцијалу. Тај излазни напон сведен на улаз ОП представља офсет који уноси грешка ОП. Ту грешку треба компензовати у реализацијама које захтевају високу прецизност.



Сл.3.3.1.3.1. Ознака операционог појачавача

С друге стране, због паразитних спрега индуктивног и капацитивног карактера у самом ОП и елементима који су у вези са њим, појачање ОП зависи од фреквенције. Може се догодити да се у близини граничне фреквенције пропусног опсега јави таква фазна разлика сигнала да ОП као систем са повратном спрегом постане нестабилан и да се јаве самоосцилације. Да би се то спречило, у неким ОП постоје прикључци за фреквенцијску компензацију, а у неким извођењима је уграђена фреквенцијска компензација у самом ОП.

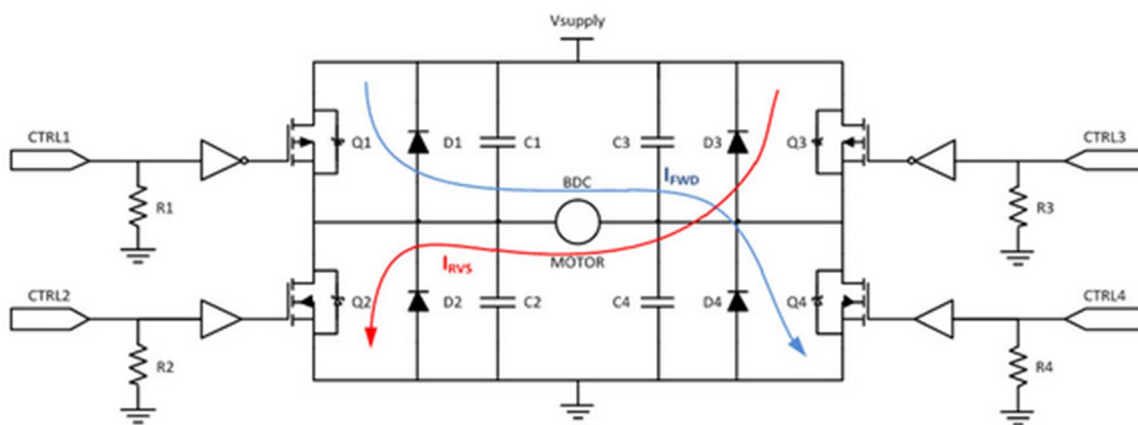
Транзисторски појачавачи снаге

У САУ се користе различити типови појачавача снаге са транзисторима. За управљање моторима једносмерне струје у тзв. четвороквадрантном режиму рада (моторни режими са променом смера обртања и режими противструјног и динамичког или генераторског кочења) користе се шеме са четири транзистора који, заједно са оптерећењем - мотором, имају облик латиничног слова Н те се у литератури називају Н-мостни појачавачи, односно краће Н-појачавачи. Израђују се као интегрисани склопови или са дискретним компонентама, за веће снаге. Појачавач ради у импулсном режиму рада

у циљу минимизације губитака. Побуђује се правоугаоним импулсима високе фреквенције (неколико kHz или десетина kHz) из ширинско-импулсног модулятора (PWM) тако да средња вредност напона на мотору за периоду одговара жељеном напону напајања [14].

3.3.1.3.1 Појачавач снаге

Контрола DC мотора у оба смера захтева уређај који се зове драјвер у Н-мосту (*Full-bridge'driver*). Овај уређај представља појачавач снаге који је најчешће изведен са PWM (*Pulse Width Modulation* - импулсно ширинска модулација) управљањем.



Сл.3.3.1.3.1.1. Шематски приказ Н-моста

Н-појачавач се напаја из извора једносмерног напона (V_{supply}) (не мора бити стабилисан али је пожељно да буде добро филтриран када се једносмерни напон добија из исправљача). Да би се разумело како функционише овај уређај, неопходно је раставити га на две стране или два полумоста. Левој страни моста чине транзистори Q1 и Q2, док десну страну чине транзистори Q3 и Q4. Сваки од ових полумостова има могућност да на пин мотора, за који је везан доведе напајање или да га споји са масом. На пример, када је Q1 пропусно а Q2 непропусно поларисан, леви пин мотора ће бити на потенцијалу напајања. Ако узмемо још и да Q4 пропусно а Q3 непропусно поларишемо и спојимо други пин са масом, тиме ћемо затворити струјно коло и струја ће потећи у смеру који је приказан стрелицом. На тај начин смо остварили обртање мотора у једну страну, унапред (*Forward*).

Сви режими управљања су приказани у Таб.3.3.1.3.1.1:

Режим	Q1 (CTRL1)	Q2 (CTRL2)	Q3 (CTRL3)	Q4 (CTRL4)
Унапред	On	Off	Off	On
Уназад	Off	On	On	Off
Слободни режим	Off	Off	Off	Off
Кочење	Off	On	Off	On

Таб.3.3.1.3.1.1. Режими управљања Н-мостом

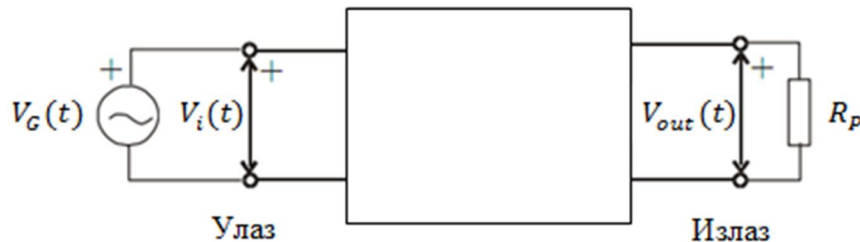
Режими *унапред* и *уназад* држе једну страну моста на потенцијалу напајања а другу на потенцијалу масе. На Сл.3.3.1.3.1.1 I_{FWD} и I_{RVS} приказују ток струје у току режима *унапред*, односно *уназад*. У *слободном режиму* изводи мотора „плутају“ и мотор се понаша као да није прикачен. Режим *кочење* служи да се нагло заустави мотор. Тада се изводи мотора кратко спајају са масом, а сам мотор се понаша као генератор када му се окрене ротор.

На шеми се могу приметити диоде које су везане паралелно сваком MOSFET-у (D1-D4). Ове диоде штите транзисторе од појаве струјног пражњења насталог као последица електромагнетне индукције када се транзистор искључи. Кондензатори (C1-C4) се постављају опционо. Њихова вредност је око 10 pF и није критична. Сврха ових кондензатора је да смање сметње настале варничењем комутатора. Оно што је веома битно код H-мостова и што се мора узети у обзир при пројектовању уређаја је да се никад не смеју пропусно поларисати оба транзистора у полумосту, јер ће моментално бити уништени. Дати појачавач може да ради у несиметричном или у симетричном режиму рада.

Брзина обртања ротора је пропорционална напону доведеном на изводе мотора. Пошто се користи PWM управљање, импулсно-ширински модулисани сигнал генерише средњу вредност напона. Намотаји мотора се понашају као нископропусни филтар тако да PWM сигнал довољне фреквенције генерише константну струју у намотајима мотора. Релација која показује зависност средње вредности напона, напона напајања и трајања импулса PWM сигнала је дата као [12]:

$$U_{AVERAGE} [V] = D [\%] \cdot U_{SUPPLY} [V] \quad 3.3.1.3.1.1$$

Фреквенција PWM сигнала је веома битна за исправно управљање DC мотором. Сувише ниска учестаност ће имати за последицу пиштав мотор на ниским обртајима са спорим одзивом на промене. Високе учестаности смањују ефикасност система услед прекидачких губитака у транзисторима. Компромисни опсег фреквенције PWM сигнала је од 4 [kHz] па до 20 [kHz]. Генерално, препочује се експериментисање са фреквенцијом PWM сигнала како би се за жељени мотор нашла одговарајућа [12].



Сл.3.3.1.3.1.2. Блок шема појачавача

У пракси се веома често поставља захтев да појачавачи врше појачање улазног сигнала само за одређени опсег фреквенција. То је нарочито значајно за случајеве када се зна да се корисни сигнал налази у одређеном фреквенцијском опсегу, а разне сметње ван тог опсега. Тада преносну карактеристику појачавача треба подесити тако да буде константа (константно појачање) у опсегу сигнала, док ван тог опсега треба бити нула. На тај начин се појачава само корисни део улазног сигнала. Појачавачи који обављају овакву функцију називају се филтри.

Наиме, ако је преносна карактеристика појачавача таква да он појачава сигнале од нулте до неке фреквенције f_n , онда се ради о нископропусном филтру.

$0 < f < f_n$ је подручје пропуштања.

Појачавач који појачава од неке фреквенције f_v па надаље је високопропусни филтар.

$f_v < f < \infty$ је подручје пропуштања.

Појачавачи који појачавају унутар неког фреквентног опсега ограниченог фреквенцијама f_d и f_g представљају тзв. филтре пропуснике опсега.

$f_d < f < f_g$ је подручје пропуштања.

Генерално гледано, анализа фреквенцијских карактеристика се састоји из три корака:

- 1) налажења преносне функције појачавача $G_P(s)$
- 2) налажења нула и полова те функције
- 3) цртања амплитудско-фреквенцијског и фазно-фреквенцијског дијаграма

Преносна функција појачавача чије појачање ће бити константно само унутар заданог фреквенцијског опсега ће бити комплексна величина. Уколико нам је позната функција преноса система (односно излазног и улазног напона)

$$G_P(s) = \frac{U_{out}(s)}{U_i(s)} \quad 3.3.1.3.1.2$$

сменом $s = j\omega$ добија се функција $G_P(j\omega)$ која има свој модуо и своју фазу. У том смислу, функција преноса се може записати и као:

$$G_P(j\omega) = A(\omega)e^{j\Phi(\omega)} \quad 3.3.1.3.1.3$$

где $A(\omega)$ представља амплитудску, а $\Phi(\omega)$ фазну карактеристику појачавача. Амплитуда неке функције $G_P(j\omega)$ се добија као модуо ове функције, док је фаза једнака аргументу те функције, односно аркустангенсу односа имагинарног и реалног дела функције преноса.

$$A(\omega) = |G_P(j\omega)|$$

3.3.1.3.1.4

$$\Phi(\omega) = \Phi \arg(G_P(j\omega)) = \arctan \frac{\text{Im}(G_P(j\omega))}{\text{Re}(G_P(j\omega))}$$

Дијаграми на којима се приказује зависност модула и фазе од учестаности ω називају се амплитудском и фазном фреквенцијском карактеристиком. Амплитудско-фреквенцијска карактеристика показује колико филтар појачава или гуши сигнал на одређеној фреквенцији, док фазна карактеристика показује колико излазни сигнал филтра претходи или заостаје у фази са улазним сигналом на одређеној фреквенцији.

Из преносне функције $G_P(j\omega)$ се могу одредити нуле и полови. Наиме, нуле полинома у бројиоцу функције преноса су нуле појачавача, док су нуле полинома у имениоцу функције преноса полови појачавача. У општем случају, појачавач има више нула и полови и може се представити у факторизованој форми:

$$G_P(j\omega) = \frac{K(s - s_{01})(s - s_{02}) \dots (s - s_{0n_b})}{(s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_{n_a})} = \frac{U_{out}(s)}{U_i(s)}$$

3.3.1.3.1.5

При томе не треба заборавити да се код реалних система, полови и нуле или могу појављивати као реалне константе или се морају појавити у конјуговано комплексним паровима.

$$s = \sigma + j\omega$$

За $s = 0$ имамо једносмерни сигнал, а за $s = j\omega$ имамо хармонијски (синусоидни) сигнал. У зависности од тога каква је имагинарна учестаност σ , имамо растући или опадајући сигнал, тј. ако је:

$\sigma > 0$ – експоненцијално растући сигнал

$\sigma < 0$ – експоненцијално опадајући сигнал.

3.3.1.3.2 Импулсно-ширинска модулација (PWM - Pulse-wide modulation)

Модулатор је претварач једносмерног или споропроменљивог сигнала у наизменични (импулсни) сигнал чија је амплитуда (однос импулс/пауза) пропорционална величини улазног сигнала. При томе се фаза (знак) наизменичног (импулсног) сигнала на излазу модулятора мења за 180° (на супротни) кад год се промени знак улазног сигнала.

Основни технички захтеви за модулаторе су исти као и за све мерно-претварачке елементе, линеарност, симетричност, једнозначност и др. Бројна су решења модулатора који се користе у пракси, и то су најчешће модулатор са аналогним прекидачем, модулатор са транзисторима и ширинско-импулсни модулатор. Нама је од интереса само последња врста модулатора [14].

PWM начин модулације је веома популаран у енергетској електроници за појачаваче снаге јер обезбеђује минимизацију губитака, омогућавајући постизање високог степена искоришћења појачавача, чак и до 90%. Постоје више начина реализације PWM-а, зависно од типа референтног сигнала. У системима са тиристорским мрежно вођеним појачавачима користе се, обично, тестерасти референтни сигнали, што доводи до нелинеарне статичке карактеристике модулатора. У циљу линеаризације тиристорских појачавача са фазним управљањем као референтни сигнал се користи сигнал састављен из делова косинусоиде. Са развојем технологије снажних транзистора: биполарних, MOSFET и IGBT, један тип PWM-а, у коме је референтни сигнал наизменични напон троугаоног облика, је заузео доминантно место у пракси [14].

Импулсно ширинска модулација или PWM настаје поређењем два сигнала и то носећег $v_c(t)$ и модулишућег $v_m(t)$. Носећи сигнал је тестерасти, а модулишући је улазни сигнал. Када је амплитуда модулишућег сигнала v_m већа од амплитуде носећег сигнала v_c , на излазу PWM-а добијамо логичку 1, а у супротном логичку 0. То поређење можемо представити функцијом $v_{pwm}(t)$, датом у уопштеном случају:

$$v_{pwm}(t) = \begin{cases} 1; & v_m(t) > v_c(t) \\ 0; & v_m(t) < v_c(t) \end{cases} \quad 3.3.1.3.2.1$$

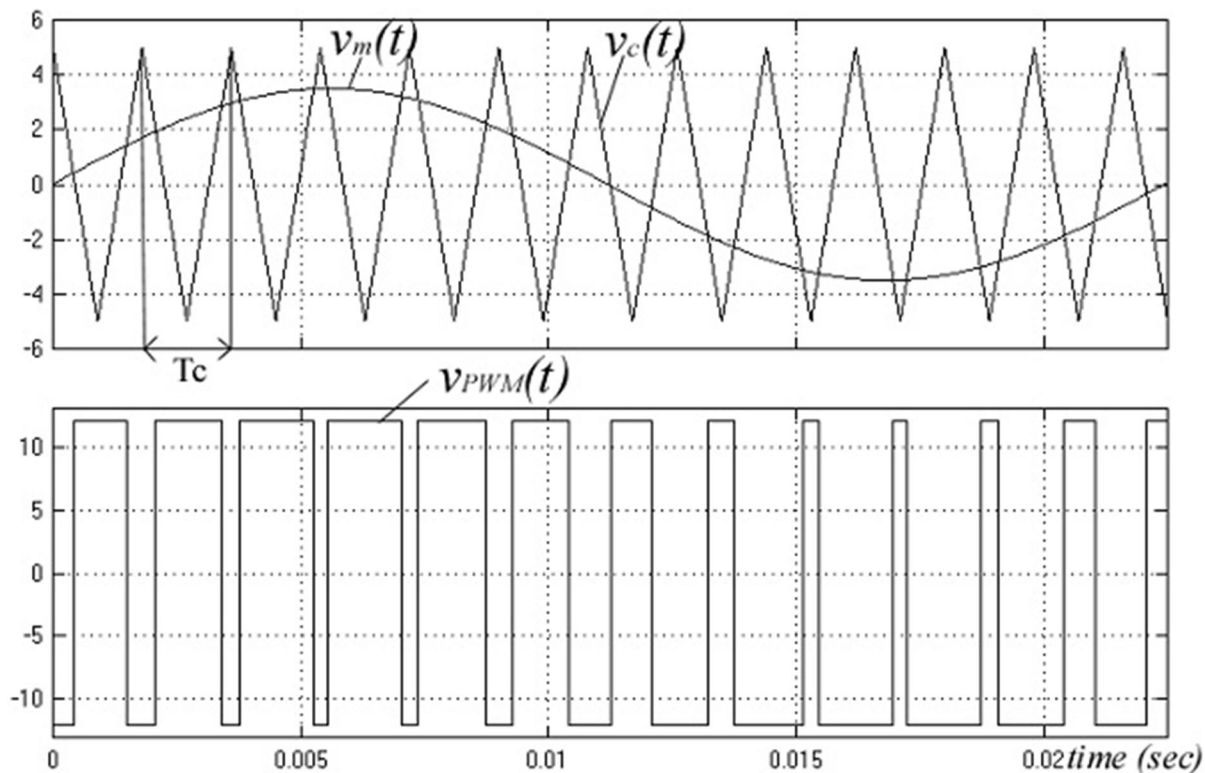
У нашем будуће посматраном случају, где V_o представља излазни напон PWM модулатора $v_{pwm}(t)$ можемо исказати као:

$$v_{pwm}(t) = \begin{cases} +V_o; & v_m(t) > v_c(t) \\ -V_o; & v_m(t) < v_c(t) \end{cases} \quad 3.3.1.3.2.2$$

За модулишући сигнал $v_m(t) = v_m \sin \omega_m t$ и носећи тестерасти сигнал којег можемо представити са:

$$v_c(t) = (-1)^{-t} v_c \left[4 \frac{1}{T_c} t - (2i - 1) \right] \quad 3.3.1.3.2.3$$

где $i = 1, 2, 3 \dots$ представља одговарајући i -ти интервал носећег сигнала у трајању од $T_c/2$. На излазу PWM-а добијамо поворку правоугаоних импулса чија се ширина мења у складу са функцијом $v_{pwm}(t)$ (Сл.3.3.1.3.2.1).



Сл.3.3.1.3.2.1. Основни принцип рада PWM модулятора

Кружна учестаност модулишућег сигнала је дата са:

$$\omega_m = 2\pi f_m; \quad f_m = \frac{1}{T_m} \quad 3.3.1.3.2.4$$

где је f_m учестаност модулишућег сигнала. Са T_c је представљена периода носећег сигнала, па је стога:

$$f_c = \frac{1}{T_c}; \quad \omega_c = 2\pi f_c \quad 3.3.1.3.2.5$$

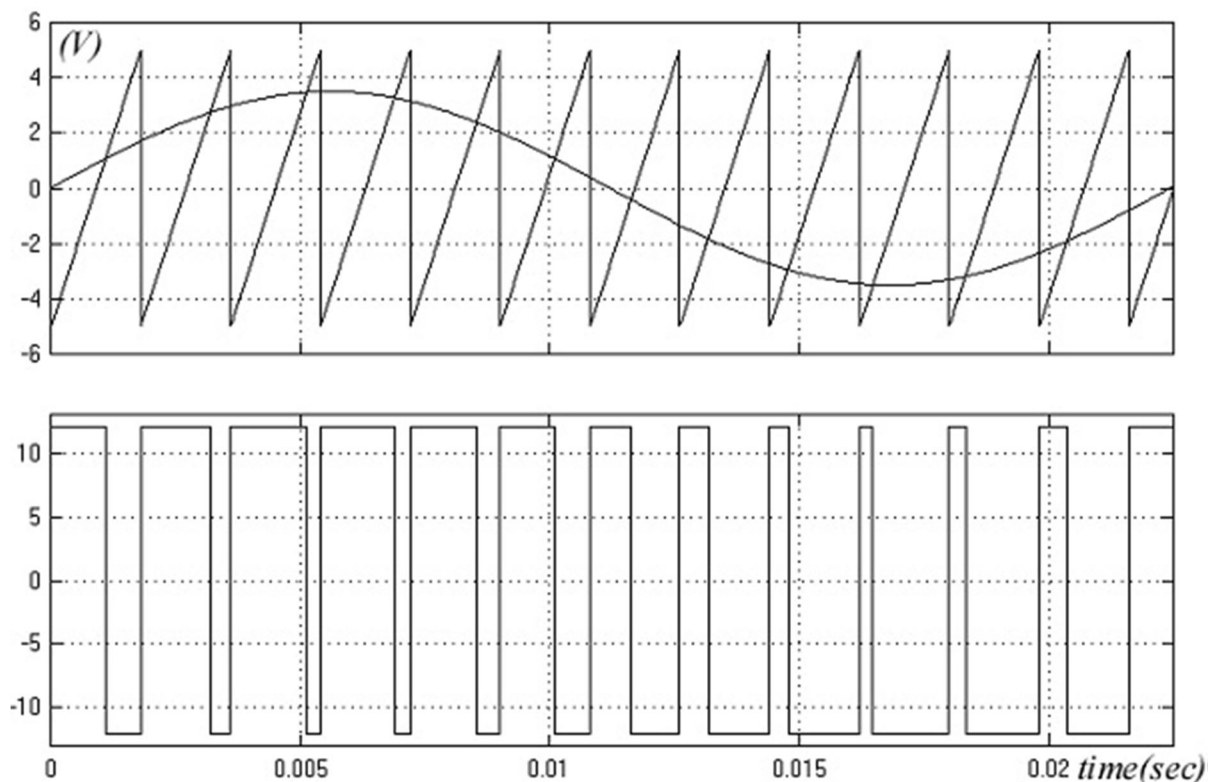
Код PWM-а можемо дефинисати два битна параметра модулације:

1. Однос носеће учестаности троугластог сигнала и модулишућег, дат је са $F = f_c/f_m$. Од вредности овог параметра зависи изглед фреквентног спектра, односно положај учестаности виших хармоника у односу на основну учестаност. Код практично реализованих PWM модулятора овај број се креће од 10 па навише.

2. Индекс модулације M представља однос амплитуда модулишућег сигнала и носећег, $M = v_m/v_c$. M утиче на однос ширина импулса на излазу PWM-а, односно што је M ближе вредности 1 то је однос ширина импулса при минималној и максималној

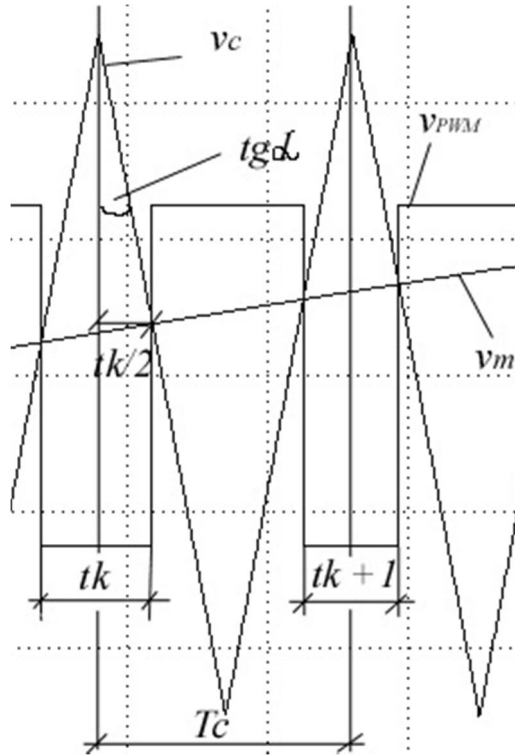
вредности улазног сигнала већи. Могу се посматрати три опсега вредности индекса M : $M > 1$, $M = 1$ и $M < 1$. Од ове три вредности најчешће се користи случај када је $M \leq 1$.

Сам PWM модулатор је једноставне конструкције и лако се може реализовати помоћу одговарајућег генератора тестерастог напона и компаратора. Улога компаратора је да упореди вредности улазних сигнала и на своме излазу генерише функцију $v_{pwm}(t)$. Поред тестерастог сигнала са Сл.3.3.1.3.2.1, може се користити и другачији облик носећег сигнала приказаног на Сл. 3.3.1.3.2.2, који суштински не доноси ништа ново [13].



Сл.3.3.1.3.2.2. Алтернативни начин PWM модулације

За поворку правоугаоних импулса амплитуде V_0 приказану на претходне две слике, можемо показати да се средња вредност функције $v_{pwm}(t)$ мења у складу са модулишућим сигналом, уз услов да је параметар F довољно велик. Тада се модулишући сигнал споро мења у односу на носећи (Сл.3.3.1.3.2.3) и можемо прихватити да је $t_k \approx t_k + 1$.



Сл.3.3.1.3.2.3. Промена модулишућег сигнала у односу на носећи

Средња вредност функције $v_{pwm}(t)$ у k -том интервалу функције $v_m(t)$, периоде T_m дата је са:

$$\begin{aligned}
 V_{PWMsrednje(k)} &= \frac{1}{T_c} \int_0^{\frac{t_k}{2}} -V_o dt + \frac{1}{T_c} \int_{\frac{t_k}{2}}^{T_c - \frac{t_{k+1}}{2}} V_o dt + \frac{1}{T_c} \int_{T_c - \frac{t_{k+1}}{2}}^{T_c} -V_o dt \cong \\
 &\cong \frac{1}{T_c} \left(-V_o \frac{t_k}{2} + (V_o T_c - V_o t_k) - V_o \frac{t_k}{2} \right) = \left(1 - \frac{2t_k}{T_c} \right) V_o
 \end{aligned}$$

3.3.1.3.2.6

$$tg \alpha = \frac{\frac{t_k}{2}}{v_c - v_{m(k)}} = \frac{\frac{T_c}{2}}{2v_c} \Rightarrow \frac{t_k}{T_c} = \frac{v_c - v_{m(k)}}{2v_c}$$

3.3.1.3.2.7

Последња једначина произилази из подударности одговарајућих троуглова, при чему је са $v_{m(k)}$ обележена вредност модулишућег сигнала у k -том, посматраном интервалу.

На крају, после смене, налазимо средњу вредност функције $v_{pwm}(t)$ у k -том интервалу:

$$V_{PWMsrednje(k)} = \left(1 - 2 \frac{v_c - v_{m(k)}}{2v_c}\right) V_o = \frac{v_{m(k)}}{v_c} V_o$$

3.3.1.3.2.8

За велику вредност праметра F , можемо прихватити да је $T_m \approx nT_c$, где је T_m периода модулишућег сигнала. Ако извршимо сумирање свих средњих вредности функције $V_{PWMsrednje(k)}$, у n k -тих интервала трајања T_c , добијамо средњу вредност функције $v_{pwm}(t)$, дату са:

$$V_{PWMsr} = \sum_{k=1}^N V_{PWMsrednje(k)} = \frac{V_o}{v_c} \sum_{k=1}^n v_{m(k)} = \frac{V_o}{v_c} v_{mn} = \frac{V_o}{v_c} V_m \sin \omega_m t = M V_o \sin \omega_m t$$

3.3.1.3.2.9

Из горе изведене средње вредности поворке правоугаоних импулса на излазу PWM-а, видимо да се она мења у ритму модулишућег сигнала. Ако из те поворке на адекватан начин издвојимо средњу вредност (филтрирањем), можемо теоретски остварити максималну амплитуду излазног сигнала $V_{out} = V_o$, (V_o - амплитуда импулса на излазу PWM-а) при максималном индексу модулације $M = 1$. Амплитуда излазног сигнала, може се мењати променом индекса модулације M , у границама од 0 до 1 уз претпоставку да нам је $V_o = const.$ [13].

Конкретно за наш случај, када су у питању DC мотори, PWM модулација се примењује за промену брзине обртања ротора. Ако, на пример, имамо DC који је прикачен на константан напон од 12 V и ротор мотора се окреће максималном брзином за коју је предвиђен. PWM модулација користи тромост мотора на тај начин што му шаље 0.01 секунду 12 V, па 0.01 секунду 0 V и због тога мотор нема могућност да то осети да ли има или нема напона, јер услед своје тромости не може да примети присуство или одсуство напона. Као што људско око не може да примети да једна сијалица трепери 100 пута у секунди, већ види да сијалица континуално светли, без треперења. Ако смо мотор држали половину времена на 12 V, а половину времена на 0 V, можемо закључити да се мотор цело време напајао са константних 6 V. Због тога ће мотор и да ради као да прима 6 V. Тако на основу напона који желимо да имамо на мотору рачунамо време PWM модулације. За моторе са малом снагом напон можемо да мењамо и потенциометром. За веће снаге потребна је PWM модулација. Појава која карактерише DC моторе са PWM модулацијом је бука. Због тога се бира што већа фреквенција којом се шаље напон мотору. Мотор може да прима и рецимо 12 V за паљење, а 3 V за гашење, па да на основу те две вредности коригује константан напон напајања мотора. Мотори се стартују и заустављају транзисторски. Релејно је немогуће због тога што су релеји индукциони елементи који су такође троти за брзо стартовање и заустављање и тај механички склоп није предвиђен за ту брзину. Пример PWM модулације DC мотора су вентилатори у рачунарима. Тако на рачунару постоји опција за регулисање брзине вентилатора на процесору. Када је у

питању регулација једносмерних машина, највећи проблем је дисципација, тј. губици на отпору који зависе од квадрата струје. У случају PWM-а, дисципација је теоријски 0, али у пракси постоји и веома је мала. PWM модулација за асинхроне моторе је нешто сложенија.

3.3.1.4 Појам давача

Добијање квалитетне информације о резултатима управљања - мерење управљаних величина објекта - је од изузетне важности за остваривање квалитетног система аутоматског управљања. Иако је, због кружног тока сигнала у регулационој петљи свака компонента важна, ипак мерно-претварачким компонентама припада почасно место из два разлога:

- 1) Неком величином се може управљати једино ако постоји могућност њеног непосредног или посредног мерења,
- 2) Тачност САУ је, у првом реду, одређена тачношћу мерног елемента.

Ради тога се од мерно-претварачког елемента захтева:

- висока осетљивост (резолуција)
- линеарност у целом опсегу промене мерене величине од интереса за управљање
- једнозначност детекције мерене величине (одсуство хистерезиса)
- безинерцијалност
- непроменљивост карактеристика, без обзира на услове амбијента или дужину употребе у дефинисаним границама.

Наведене (идеалне) услове у целини не може да испуни ниједан реални мерно-претварачки елемент. С тога се у пракси задовољавамо реалним карактеристикама које, у релативном односу према датом објекту и задатку, задовољавају основне захтеве. Тако, на пример, ако је инерцијалност мерног елемента значајно мања (за ред величине) од инерцијалности објекта, тада можемо сматрати да се процес мерења врши практично без инерције. Исто тако, извештајан степен нелинеарности, у оквиру захтеване статичке тачности, не представља проблем [14].

Мерење има посебно место у системима управљања, јер даје квантитативне информације о објекту управљања. Мерне информације најчешће имају форму електричног сигнала. Разлог је што су појачање, обрада, пренос и читавање електричног сигнала усавршени, а истовремено се постиже висок метролошки квалитет статичких и динамичких карактеристика. Мерење механичких, хемијских, биолошких и процесних величина спроводи се помоћу разних давача, трансдуктора, трансмитера и мерних претварача. За њих се у новије време усталио термин сензор, што је коинцидирало са развојем материјала и технологије, интеграцијом компоненти и применом микромеханике и микроелектронике.

Сензор је, дакле, уређај који претвара мерену физичку величину у, најчешће, електрични сигнал, одликује се малим димензијама, изузетним техничким карактеристикама и способношћу обраде сигнала. Наведена дефиниција уноси помак у термилошко значење појма сензор, који према класичном тумачењу представља само примарни елемент у низу претварања мерене физичке величине у мерни сигнал. Модерно схватање сензора до пуног изражаја долази са развојем роботике [15].

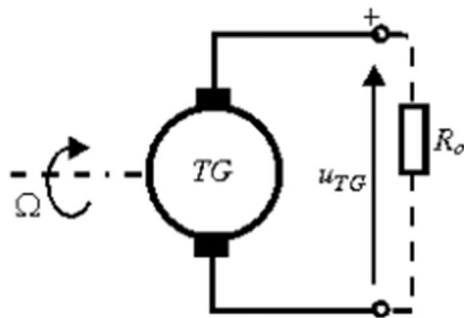
3.3.1.4.1 Детектор брзине обртања

Брзина обртања вратила мотора се може детектовати на различите начине, а најчешће се примењују тахогенератори и енкодери.

Тахогенератори

Тахогенератори су мале електричне машине које генеришу напонски сигнал на прикључцима пропорционалан брзини обртања осовине, односно, то су давачи сигнала пропорционалног брзини промене угла вратила. Код брзинског сервосистема он је мерни елемент управљане променљиве (брзине обртања), а код позиционих сервосистема има улогу паралелног диференцијалног компензатора за стабилизацију система. Раде практично у празном ходу, а употребљавају се свуда где је потребно регистровати брзину обртања. Основни недостаци тахогенератора су потреба за слободним крајем вратила посматране машине, немогућност кориштења код великих брзина, различите константе сразмерности напона и брзине обртања, температурна зависност, генерисање високог нивоа шума и релативно велика инерција. Због наведених недостатака, данас се код регистровања брзине у прелазним стањима и брзим процесима тахогенератори практично не употребљавају. Постоје два основна типа тахогенератора и то: за једносмерну и наизменичну струју (асинхрони и синхрони).

Једносмерни тахогенератор је по конструкцији исти као и мотор једносмерне струје са перманентним магнетима. Једина разлика је у томе што је он, као мерни елемент, брижљивије урађен. Наравно, и функција му је обратна, јер овде ради као генератор једносмерне струје. Ради се о томе да сваки мотор може бити истовремено и генератор. На Сл.3.3.1.4.1.1 дата је шема једносмерног тахогенератора.



Сл.3.3.1.4.1.1. Ознака тахогенератора на електричним шемама

Тахогенератор једносмерне струје је генератор са независном побудом. Статор је електромагнет. Струја кроз намотај статора (побудни намотај) ствара побудни флуks. Ротор је цилиндричног облика са жлебовима који су равномерно распоређени по обиму и на њему су смештени намотаји који су кратко спојени. Крајеви ротора везани су на комутатор - прстен направљен од међусобно изолованих бакарних ламела. На површину колектора належу четкице - дирке које су спојене са прикључцима машине. Индукована ЕМС у ротору сразмерна је побудном флуксу Φ и брзини обртања n .

$$E = k \cdot \Phi \cdot n \quad 3.3.1.4.1.1$$

где је k константа генератора.

Како је магнетни флуks сталних магнета константан, види се да је излазни напон директно пропорционалан броју обртаја. Наравно да временом магнети слабе, тако да се мења и излазни напон.

Описаном конструкцијом сведени су на најмању меру механичка и електрична инерција ротора, валовитост излазног напона и реакција индукта. Ротор може да буде и у облику диска са штампаним намотом.

Најзначајнији проблеми код овог типа тахогенератора су:

- хабање четкица преко којих се одводи генерисани (излазни) напон, услед чега долази до пада напона између четкица и комутатора. Грешка се знатно умањује ако се употребе металографитне или металне четкице, а комутатор изради од посребрених или сребрних кришака
- шум (модулација) који се јавља на осцилоскопу, тако да се добијају лоши снимци прелазних појава у којима се брзина мења. Постоје три основна хармоника који су узрок ове валовитости: због коначног броја кришака комутатора, због жлебова индукта (ако постоје), због несиметрије магнетног кола. Не препоручује се употреба филтера ради сузбијања ових хармоника, јер се тиме повећава временска константа машине
- температурна грешка због промене отпора индукта и магнетских особина сталног магнета.

Тахогенератор осим мерења брзине обртања региструје и промену смера обртања (мења се поларитет напона).

С обзиром на то да угаона брзина представља улаз у тахогенератор, а напон представља излаз, за разлику од DC мотора где је улаз напон а излаз угаона брзина, функцију преноса тахогенератора можемо представити у следећем облику:

$$G_{TG}(s) = \frac{U(s)}{\omega(s)} = \frac{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em}K_{me}N^2}{K_{em}N}$$

3.3.1.4.1.2

или у једноставнијем облику

$$G_{TG}(s) = \frac{U(s)}{\omega(s)} = \frac{T_s s + 1}{K_s}$$

3.3.1.4.1.3

Енкодери

Енкодери представљају дигиталне претвараче угаоног померања. Називају се дигиталним претварачима због тога што се угаоно померање (које је аналогна улазна величина) претвара у низ импулса (дигитална излазна величина). Импулси се могу представити као низ нула и јединица које представљају одређену вредност. Поред уобичајеног децималног записа бројних вредности које користимо у свакодневном животу и који има десет различитих симбола за представљање бројних вредности, постоји више различитих начина помоћу којих се те исте бројне вредности могу представити са само два симбола, 0 и 1, бинарно, а ти начини се називају кодовима. Најчешће коришћени код, BCD (*Binary Coded Decimal*) или бинарни код, није нарочито погодан код оваквих дигиталних претварача, јер су грешке приликом читавања вредности кода непредвидиве и могу бити јако велике. Код дигиталних претварача се најчешће користи тзв. Грејов код и то због његове особине да се суседне вредности разликују само за један бит. Ако се пажљиво погледа Таб.3.3.1.4.1.1 која представља вредности изражене Грејовим кодом, може се уочити да се свака два суседна броја разликују по томе што је само један бит променио вредност. Сходно томе, ако дође до грешке при читавању неког од битова, укупна грешка читавања ће бити мања него приликом коришћења неког другог кода.

Децимални	Грејов
0	0000
1	0001
2	0011
3	0010
4	0110
5	0111
6	0101
7	0100
8	1100
9	1101
10	1111
11	1110
12	1010
13	1011
14	1001
15	1000

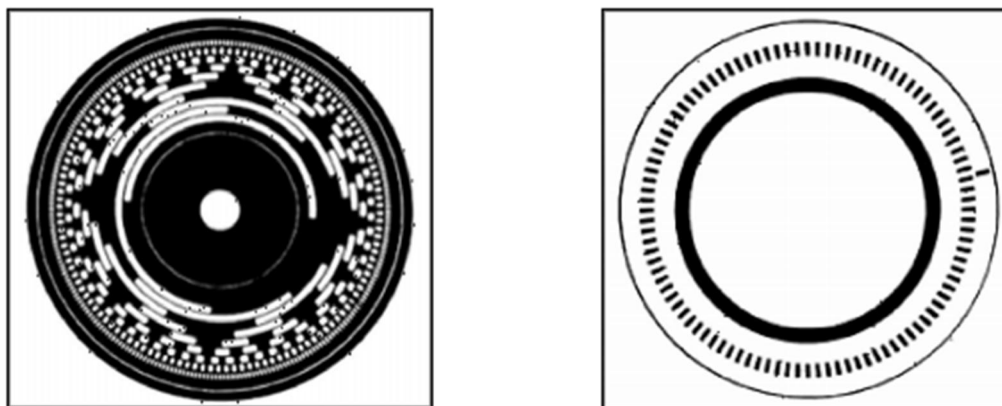
Таб.3.3.1.4.1.1. Децимални и бинарни запис у Грејевом коду

Енкодери се састоје од диска на коме су, на неки погодан начин, представљени битови (0 и 1), и од одговарајућег читача. Генерално, енкодери се могу поделити на апсолутне и инкременталне.

Апсолутни енкодер генерише читаву реч у дигиталном облику која представља тачну позицију, тачан угао за који је извршено закретање у односу на неку дефинисану

почетну вредност или постављену нулту вредност у систему. Диск апсолутног енкодера има више прстенова подељених на сегменте. Број прстенова (а самим тим и број читача) одговара броју битова којима је представљена реч.

Инкрементални енкодери генеришу само један импулс при сваком малом окретању, при сваком инкременталном кораку. Тај импулс се додаје претходним импулсима, броји се и укупан број импулса представља податак о томе колики је угао остварен у односу на почетак бројања. Одатле можемо да закључимо где се налази мерена величина само ако имамо податак о томе са ког места смо почели бројање, односно мерење угла. Пошто се са диска инкременталног енкодера читава један импулс, довољно је да диск има један прстен са кога се читавају импулси. Међутим, потребно је узети у обзир и смер ротације диска (како би се знало да ли се угао повећава или смањује, односно да ли се при бројању додаје импулс или одузима), тако да се додаје још један прстен (и још један читач) који омогућавају одређивање смера ротације.



Сл.3.3.1.4.1.2. Диск апсолутног и инкременталног енкодера

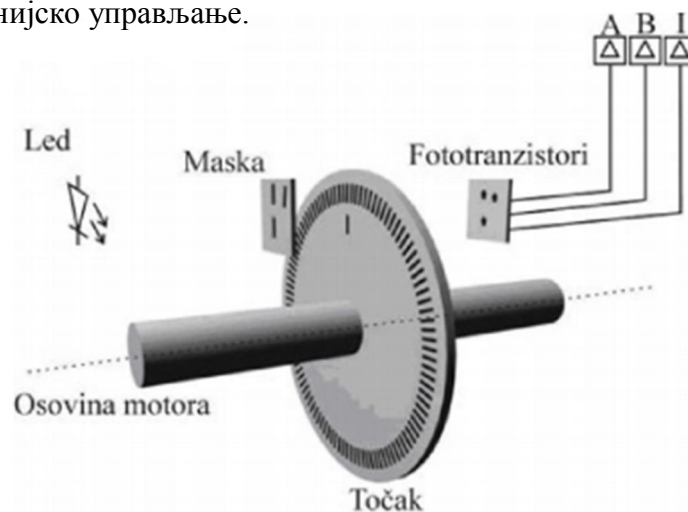
Оно што је заједничко код обе врсте енкодера је да се окреће или диск или читачи, при чему се покретни део уређаја везује за мерни објекат чије угаоно померање одређујемо. Енкодер може бити контактнoг типа, што се све ређе среће у пракси, и онда су тамна поља сачињена од проводног материјала и налазе се на неком потенцијалу, а светла поља су изолована. На диск належу угљене четкице са којих се добијају дигитални сигнали и воде на кола за обраду. Данас се све више користе неконтактни енкодери, најчешће оптички, код којих је диск провидан на месту где су тамне површине на скици. Са једне стране диска налази се светлосни извор (LED диода, рецимо) а са друге стране светлосни пријемник (фотонапоонски елемент, претвара светлост у напонски сигнал).

Касније ће у току вршења експеримента са сервомеханизмом бити коришћен инкрементални енкодер, тако да ћемо у даљем тексту више пажње посветити њему.

Пошто инкрементални енкодер мери и сабира делове угла које мерни објекат пређе од претходног положаја, а пошто је неопходно знати смер ротације како би се знало да ли

се пређени угао повећава или смањује, односно да ли се импулси у бројачу додају или одузимају, на диску се налазе два “перфорирана” прстена, са мало помереним отворима. Каже се да су прстенови фазно померени или да нису у фази, јер ће се на читачима који су постављени радијално прво појавити сигнал са једног прстена а затим са другог. На основу тога где ће се прво појавити сигнал, можемо да одредимо који прстен “предњачи”, односно на коју страну се диск okreће. Други начин на који можемо остварити фазно померени сигнал је да имамо померен други извор светла и други читач, а да користимо исти прстен са отворима. Зависно од тога који читач први добије сигнал, закључујемо који фазно предњачи и на коју страну се диск okreће. Овај метод се чешће примењује пошто редуктује број број прстенова са прорезима. Уколико је потребно да меримо углове који су већи од 360° , постављамо и трећи читач радијално са већ поменутих, који региструје присуство једног маркера који означава да се диск окренуо за 360° и да почиње следећи циклус. С обзиром на то да су код овог типа енкодера траке са “прорезима” (који су најчешће само провидни сегменти) само на ободу диска, могуће је остварити много већу резолуцију него код апсолутних енкодера где се концентричне траке са сегментима простиру скоро до средине диска. Такође, код оптичких енкодера је резолуција много боља него код контактних и данас типични доступни стаклени енкодери имају између 100 и 6000 сегмената, што значи да имају резолуцију од 3.6° до 0.06° . Такву резолуцију је немогуће постићи код металних дискова са избушеним рупама пошто је немогуће очувати механичка својства тако избушеног диска. Енкодери засновани на оптици шаљу светлост са LED диоде кроз фино изрезан точак круто везан на вратило мотора. Пријемници (фототранзистори) претварају светло/тамни сигнал у одговарајући електрични импулс који се појачава и шаље на обраду. Особине овог енкодера су:

- заузимају велики простор са избочинама,
- велики број импулса на излазу,
- могућност индекс канала и
- могуће је линијско управљање.



Сл.3.3.1.4.1.3. Принцип рада инкременталног оптичког енкодера

Један од највећих недостатака инкременталних енкодера је што се податак о пређеном углу чува у бројачу или баферу, тако да при нестанку напајања нема више података о томе где се налази, рецимо, рука робота чију смо позицију одређивали инкременталним енкодером. То се може у неким случајевима дешавати сваке ноћи уколико се, због безбедносних или неких других разлога, искључује напајање у постројењу. Тада се на почетку следећег радног циклуса, рука робота води до неког положаја када се активира неки прекидач који да сигнал бројачу да почне бројање од нулте вредности, односно да је рука на нултој позицији. Ову операцију елиминише употреба апсолутних енкодера, који у сваком тренутку показују тачну позицију мерног објекта.

Променљива на излазу инкременталног енкодера износи:

$$b(t) = \frac{N^2}{2\pi} [\theta(t) - \theta(t - T)]$$

3.3.1.4.1.4

где је $\theta(t)$ угаона позиција вратила у радијанима, а N представља број бита бројача.

Лапласова трансформација једначине 3.3.1.4.1.4 је:

$$B(s) = \frac{N^2}{2\pi} \frac{1 - e^{-sT}}{s} \Omega(s)$$

3.3.1.4.1.5

па се функција преноса инкременталног енкодера може представити на следећи начин:

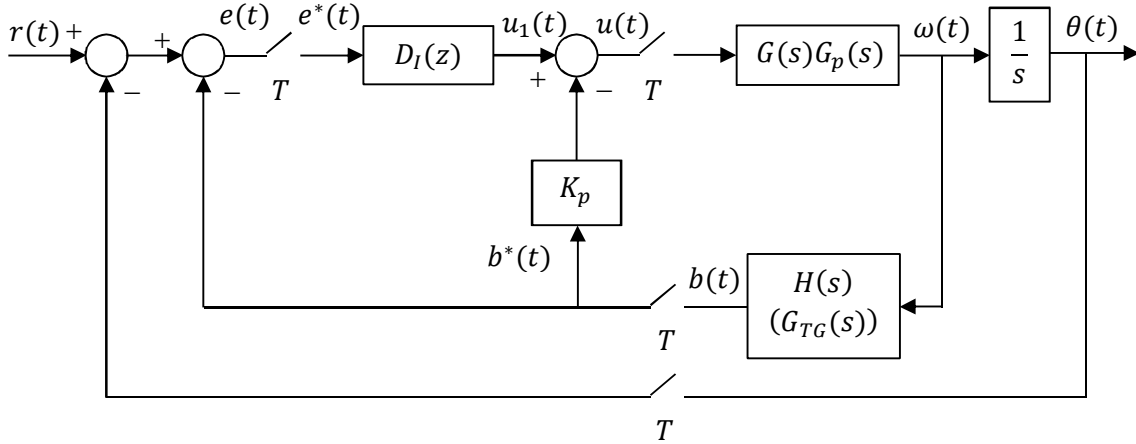
$$H(s) = \frac{B(s)}{\Omega(s)} = K_n \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

3.3.1.4.1.6

где је $K_n = \frac{N^2}{2\pi}$ ukupan broj kvantnih markera na disku, а $\Omega(s)$ комплексни лик управљане променљиве.

3.3.2 Функција преноса брзинског и позиционог сервомеханизма

На основу претходно наведених објашњења компоненти сервосистема и под претпоставком да се за управљање користи PI контролер, сервомеханизам можемо представити следећим блок дијаграмом:



Сл.3.3.2.1. Блок дијаграм сервомеханизма

где имамо да је:

$$D_I(z) = \frac{K_I z}{z - 1} - \text{интегрални блок регулатора}$$

K_P – пропорционални блок регулатора

$$G(s) = \frac{K_{em} N}{(Ls + R)(Js + \beta) + K_{em} K_{me} N^2} = \frac{K_s}{T_s s + 1} - \text{функција преноса DC мотора}$$

$$G_p(s) = \frac{U_{out}}{U_i} \frac{1 - e^{-sT}}{s} - \text{функција преноса појачавача}$$

Поред појачавача снаге транзисторски исправљач игра и улогу D/A конвертора у овом систему па се стога при извођењу преносне функције и симулацији система њему на ред мора додати и коло задршке нултог реда (као и у случају функције преноса енкодера). Генерално гледано, при моделирању, процес A/D конверзије се састоји из две операције: одабирања и задршке. Релација

$$f^*(t) = \begin{cases} f(kT), & t = kT \\ 0, & t \neq kT \end{cases} \quad 3.3.2.1$$

описује дискретни сигнал који се добија процесом одабирања. Процес задршке описује непроменљивост вредности одбирака између сукцесивних тренутака одабирања (садржај излазног регистра A/D конвертора се не мења током периоде одабирања T). Вредности одбирака се задржавају до следећег тренутка одабирања, те се сигнал $f_h(t)$ на излазу кола задршке може описати релацијом

$$f_h(t) = f(kT) \text{ за } kT \leq t < (k+1)T, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad 3.3.2.2$$

при чему, коло задршке врши трансформацију сигнала $f^*(t)$ у сигнал $f_h(t)$. Модел кола задршке може бити описан релацијом

$$G_{h0}(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \quad 3.3.2.3$$

Ипак, коло задршке се у практичним применама много више везује за инверзан поступак конверзије дигиталног у аналогни сигнал (модел кола за реконструкцију аналогног сигнала или D/A конвертора, као у нашем случају) [5].

$$H(s) = K_n \frac{1 - e^{-sT}}{s} - \text{функција преноса енкодера}$$

$$G_{TG}(s) = \frac{(Ls+R)(Js+\beta) + K_{em}K_m e N^2}{K_{em}N} = \frac{T_s s + 1}{K_s} - \text{функција преноса тахогенератора}$$

На основу блок дијаграма са Сл.3.3.2.1 можемо написати следеће релације (под претпоставком да користимо енкодер):

$$U_1(z) = E(z)D_I(z) \quad 3.3.2.4$$

$$U(z) = U_1(z) - K_p B(z) \quad 3.3.2.5$$

$$B(s) = G(s)G_p(s)H(s)U^*(s) \Rightarrow B(z) = G G_p H(z)U(z) \quad 3.3.2.6$$

Решавањем система једначина, добијамо функцију повратног дискретног преноса система:

$$\begin{aligned} B(z) &= G G_p H(z) (U_1(z) - K_p B(z)) = G G_p H(z) (E(z)D_I(z) - K_p B(z)) \\ &= G G_p H(z)E(z)D_I(z) - G G_p H(z)K_p B(z) \end{aligned}$$

$$B(z) + G G_p H(z)K_p B(z) = G G_p H(z)E(z)D_I(z)$$

$$B(z)(1 + G G_p H(z)K_p) = G G_p H(z)E(z)D_I(z)$$

$$B(z) = \frac{G G_p H(z)D_I(z)}{1 + G G_p H(z)K_p} E(z)$$

$$\frac{B(z)}{E(z)} = W(z) = \frac{G G_p H(z)D_I(z)}{1 + G G_p H(z)K_p}$$

3.3.2.7

где је:

$$GG_pH(z) = \mathcal{Z}\{G(s)G_p(s)H(s)\} = K\mathcal{Z}\left\{\frac{(1 - e^{-sT})^2}{s^2(s + a)}\right\} \quad 3.3.2.8$$

$$GG_pH(z) = K\left(\frac{T}{z} - \frac{(z - 1)(1 - A)T_s}{z(z - A)}\right) \quad 3.3.2.9$$

где су:

$$K = K_n K_s K_a$$

$$K_a = \frac{U_{out}}{U_i}$$

$$a = \frac{1}{T_s}$$

$$A = e^{-\frac{T}{T_s}}$$

Сада имамо да је:

$$W(z) = K_W \frac{z(z + \beta)}{(z - 1)(z^2 + \gamma z + \delta)} \quad 3.3.2.10$$

$$K_W = K_I K (T - T_s(1 - A)) \quad 3.3.2.11$$

$$\beta = \frac{T_s(1 - A) - TA}{T - T_s(1 - A)} \quad 3.3.2.12$$

$$\gamma = K_P K T - A - K_P K T_s(1 - A) \quad 3.3.2.13$$

$$\delta = K_P K T_s(1 - A) - K_P K T A \quad 3.3.2.14$$

Из $W(z)$ се види да систем поседује астатизам првог реда у односу на улазни сигнал, што значи да му је вредност сигнала грешке у устаљеном стању нула како је и захтевано. Сада применом релације

$$\frac{B(z)}{R(z)} = \frac{W(z)}{1 + W(z)} \quad 3.3.2.15$$

добивамо функцију спрегнутог дискретног преноса

$$\frac{B(z)}{R(z)} = \frac{K_W z(z + \beta)}{z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0}$$

3.3.2.16

где је:

$$a_0 = K_p(TA - T_s(1 - A))K$$

$$a_1 = A + KT_s(1 - A)(2K_p + K_I) - KTA(K_p + K_I) - K_pKT$$

$$a_2 = (K_p + K_I)(KT - (1 - A)KT_s) - (1 - A)$$

Овде треба још једном напоменути да су изведене функције повратног и спрегнутог дискретног преноса система добијене под претпоставком да је појачавач снаге линеаран и да дигитални регулатор не одлази у засићење.

4. Lego Mindstorms Robotics NXT Servo motor - пример конкретне структуре, параметара и карактеристика сервомеханизма са DC мотором у улози актуатора

Lego Mindstorms представља серију комплета који садрже софтвер и хардвер за креирање малих, прилагодљивих и програмабилних робота. Они укључују програмабилни *brick* рачунар којим се управља системом, скуп модуларних сензора и мотора, као и резервне делове за креирање механичких система.

Први комплет *Mindstorms Robotics Invention System* са хардвером и софтвером и програмабилним *brick*-ом креиран је у MIT Media Lab (истраживачка лабораторија на MIT, *Massachusetts Institute of Technology*). Овај први *brick* је програмирам у програмском језику Brick Logo. Прво визуелно окружење за програмирање се звало LEGOsheets, јер је настало на Универзитету у Колораду 1994. година на основу AgentSheets-a.



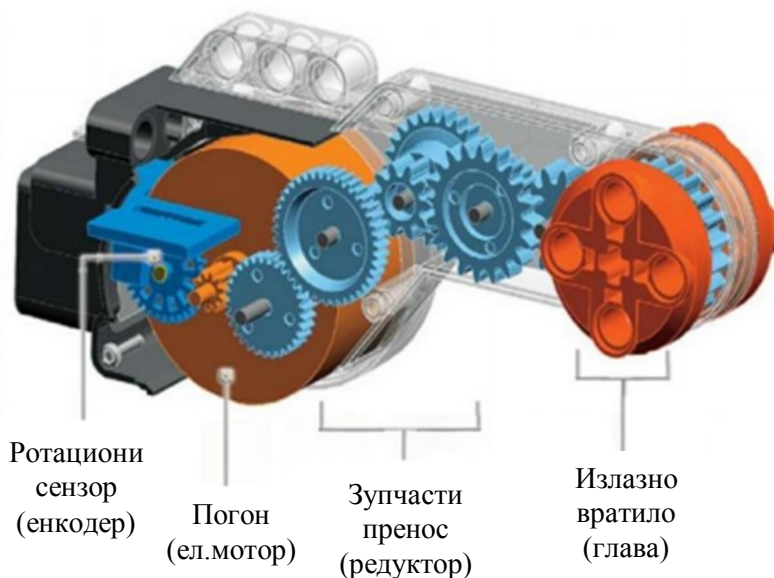
Сл.4.1. Lego Mindstroms програмабилни brick рачунар

Оригинални *Mindstorms Robotics Invention System* комплет садржи два мотора, два сензора за додир и један светлосни сензор. NXT верзија има три серво мотора и по један светлосни, звучни, сензор за растојање, као и један сензор за додир. NXT 2.0 верзија има два сензора за додир, светлосни сензор, сензор за растојање као и сензор за боје. Такође садржи и три серво мотора. LEGO Mindstorms се може користити за изградњу модела *embedded* система са рачунарским управљањем електромеханичких делова. Многе врсте *embedded* система из реалног живота, од управљања лифтом до индустријских робота, могу се моделирати коришћењем Lego Mindstorms-a.

Mindstorms комплети који се продају и користе као наставно средство, првобитно су коришћени кроз партнерство између Lego и MIT Media Laboratory. Едукативна верзија производа се зове *Lego Mindstorms for Schools*, а долази са ROBOLAB GUI - основним софтвером за програмирање, развијеном на Универзитету Туфт (Tufts) у Медфорду, САД, коришћењем National Instruments LabVIEW. Поред тога, испоручују софтвер који може бити измењен од стране корисника коришћењем *firmware*-а и/или програмских језика, укључујући и неке од најпопуларнијих које користе професионалци, као што су Java и C.

Mindstorms је добио име по књизи *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas* од Seymour Papert.

Lego Mindstorms motor је серво јер, као што је већ раније објашњено, у себи садржи ротациони сензор који нам на основу повратне спреге по брзини (или по позицији) даје информацију о угадној брзини мотора. Сервомотор се састоји из погона – мотора, осам зупчаника, ротационог сензора (енкодера) и главе сервомотора. Због преносног односа зупчаника, енкодер може да детектује 1° ротације главе сервомотора.



Сл.4.2. Конструкција сервомотора [18]

Од електромотора ка излазном вратилу, преносни односи зупчаника су следећи:

$$10 : 30 : 40 = 1 : 4$$

$$9 : 27 = 1 : 3$$

$$10 : 20 = 1 : 2$$

$$10 : 13 : 20 = 1 : 2$$

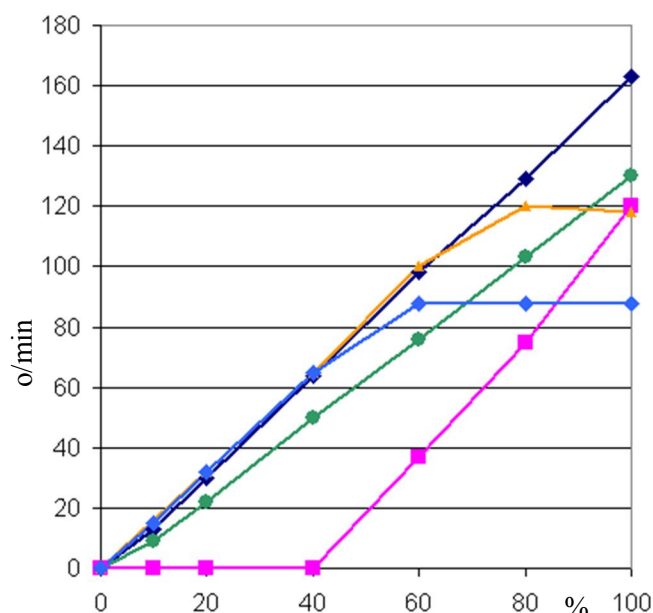
$$\text{Укупно:} \quad 1 : 48$$

Дакле, за један окрет излазног вратила, електроmotor треба да се окрене 48 пута. Преносни однос између вратила мотора и вратила диска енкодера је $10 : 32$. Сада можемо одредити однос између излазног вратила и енкодера. Тај однос је $48 \cdot 10/32 = 15$. Дакле, за један заокрет излазног вратила диск енкодера ће се окренути 15 пута и фотосензор ће регистровати 180 отвора. Фотосензор мења своје стање у случају да је испред њега отвор или заклон, па имамо 360 промена по једном окрету излазног вратила. Због тога је осетљивост оптичког енкодера 1° [18].



Сл.4.3. Сензор ротације сервомотора [19]

Карактеристике момента (механичке карактеристике) мотора представљају зависност момента од брзине обртања, снаге мотора, струје и коефицијента искоришћења мотора. У даљем делу биће приказни и у кратким цртама објашњени дијаграми претходно наведених зависности који се односе на Lego сервомотор. Максимални напон за напајање Lego сервомотора је $9V$ и наредне карактеристике се односе на коришћење овог сервомотора само у оквиру NXT комплета. Ове карактеристике мотора даје произвођач [18].



Сл.4.4. Зависност угаоне брзине NXT мотора у односу на проценат искоришћења снаге мотора

◆ Мотор није оптерећен и напаја се са максималних 9 V. Може се уочити скоро идеална линеарност између угаоне брзине и снаге мотора. Пошто нема никаквог оптерећења којег мотор треба да савлада, контрола напајања нема никаквог смисла. Са дијаграма се може закључити да је максимална угаона брзина Lego мотора (са напајањем од 9 V) када није оптерећен око 165 [o/min].

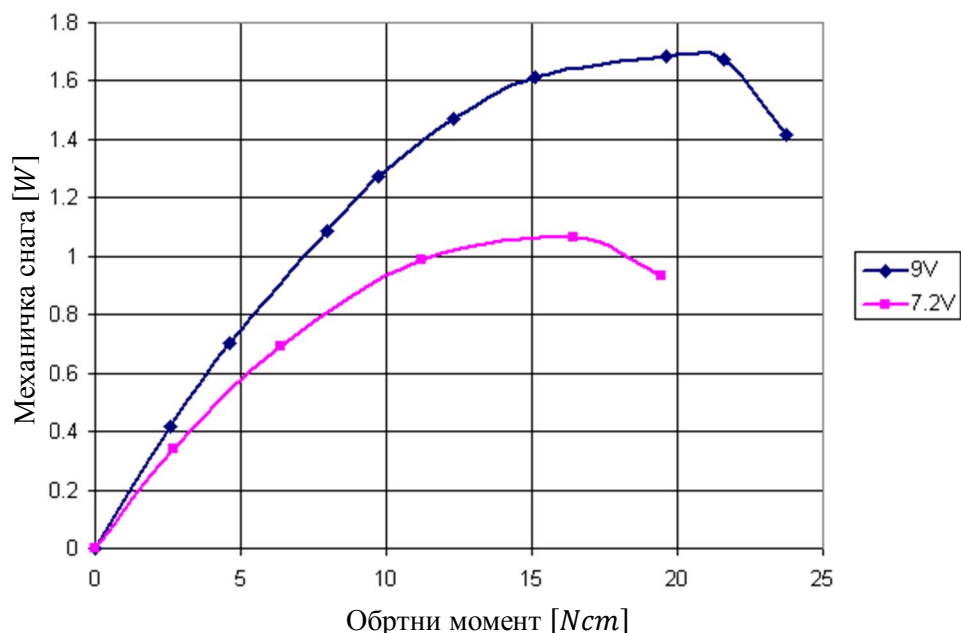
◆ Мотор ни сада није оптерећен, али се сада напаја са 7.2 V (случај када се за напајање користе NiMH (Nickel Metal Hydride) батерије. Пошто се сервомотор напаја помоћу USB кабла који се повезује на NXT brick рачунар, а када се brick напаја преко батерија, за напајање се користе шест

батерија. Једна NiMH батерија има 1.2 V, па је $6 \times 1.2 = 7.2$ V). Као и у претходном случају, и овде се може уочити линеарност између угаоне брзине и снаге мотора. С обзиром да је напајање 7.2 V, имамо и мању угаону брзину. Са дијаграма се може видети да, када се мотор напаја преко батерија и када није оптерећен, максимална угаона брзина коју постиже износи око 130 [o/min].

◆ У овом случају мотор је оптерећен са 11.5 [Ncm] и напаја се са максималних 9 V (треба напоменути да се при напајању са 9 V користе алкане батерије од 1.5 V или се мотор у оба случаја може напајати помоћу тестног напајања). Мотор стартује са 40% снаге и максимална угаона брзина коју достиже је око 120 [o/min]. И овде постоји линеарност између угаоне брзине и снаге мотора.

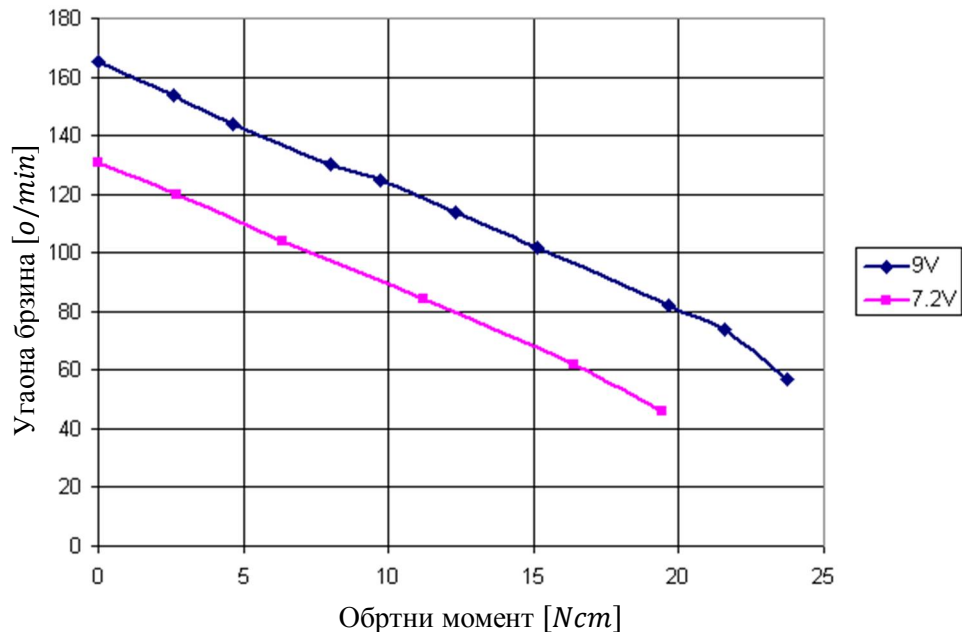
◆ Као и у претходном случају, мотор је оптерећен са 11.5 [Ncm] и напаја се са 9 V, али почиње да се обрће са 0% снаге. Пошто су и оптерећење и напајање исти као и у претходном случају, и максимална угаона брзина коју мотор достиже је је приближно иста, око 120 [o/min]. Разлика је у томе што не постоји линеарност између угаоне брзине и снаге мотора. Са дијаграма се види да та линеарност постоји до 60% снаге мотора (као и у случају када мотор није оптерећен). Од 60% до 80% угаона брзина мотора престаје линеарно да расте, већ постепено успорава и са 80% снаге мотор се већ обрће максималном угаоном брзином. Са повећањем снаге преко 80% угаона брзина врло благо опада. Разлог зашто сервомотор са 80% снаге има већу угаону брзину него са 100% је инерција мотора. Међутим, када бисмо смањили снагу мотора са 100% на 80% угаона брзина се не би повећала, већ би остала иста као у случају рада мотора са 100% снаге.

— На крају имамо мотор који је оптерећен са $11.5 [Ncm]$ и напаја се са $7.2 V$. Као и у случају када је напајање $9 V$, линеарност између угаоне брзине и снаге мотора постоји до 40% снаге мотора, тј. понаша се исто као и без оптерећења. Од 40% до 60% угаона брзина мотора престаје линеарно да расте, већ постепено успорава и са 60% снаге мотор се већ обрће максималном угаоном брзином. С обзиром да се за напајање користи мање енергије него у претходном случају, мања је и максимална угаона брзина коју сервомотор достиже и износи око $90 [o/min]$.



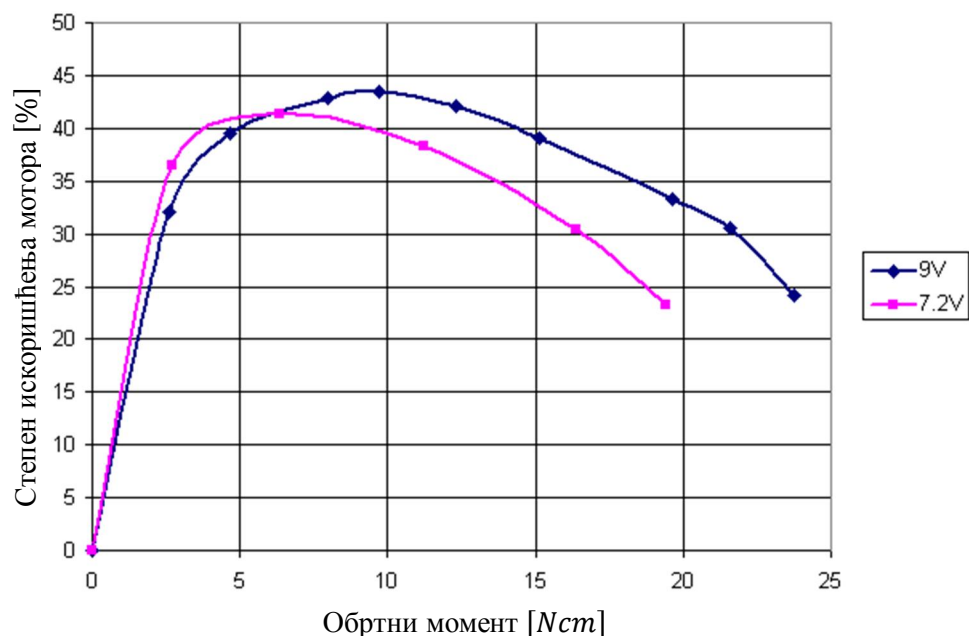
Сл.4.5. Зависност механичке снаге NXT сервомотора у односу на промену оптерећења [18]

График на Сл.4.5 приказује зависност механичке снаге мотора у односу на промену оптерећења. Плави график се односи на мотор које се напаја напоном од $9 V$, а пинк график се односи на мотор који се напаја напоном од $7.2 V$. Снага са којом раде мотори је у оба случаја 100%. Када је у питању мотор са напајањем од $9 V$ максимално оптерећење које мотор може да издржи је око $22 [Ncm]$ и за то му је потребна снага од око $1.7 [W]$. Након тога, и снага и оптерећење мотора опадају услед преоптерећења. У случају мотора који се напаја са $7.2 V$ максимално оптерећење које може да издржи је око $17 [Ncm]$ и за то му је потребна снага од око $1.1 [W]$. Графици су у оба случаја нелинеарни.



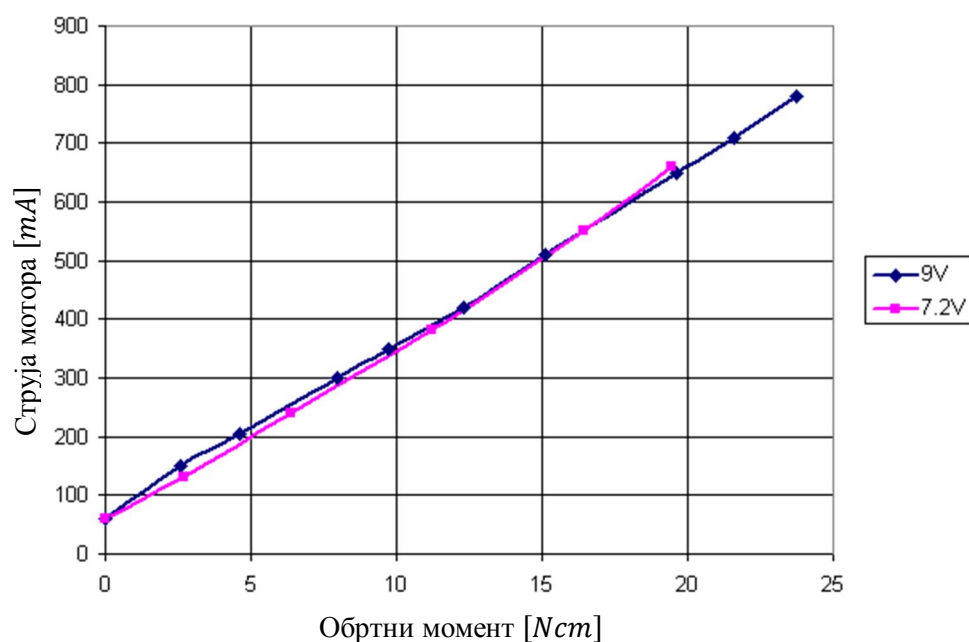
Сл.4.6. Зависност угаоне брзине NXT сервомотора у односу на промену оптерећења [18]

Ова крива показује зависност угаоне брзине мотора у односу на промену оптерећења. У случају мотора који се напаја напоном од 9 V када је мотор неоптерећен максимална угаона брзина коју мотор остварује је око 165 [o/min] (што се види и са Сл.4.4). Са порастом оптерећења логично је да се угаона брзина смањује. Пошто је максимално оптерећење које мотор може да поднесе око 22 [Ncm] , свако повећање оптерећења изнад тога доводи до заустављања мотора. Слична ситуација је и са мотором који се напаја са 7.2 V . Када је неоптерећен, максимална брзина којом се мотор обрће је око 130 [o/min] . Угаона брзина мотора се смањује све док не достигне максимално оптерећење које може да издржи, око 17 [Ncm] . У првом случају зависност је нелинеарна, док је у другом случају линеарна.



Сл.4.7. Зависност степена искоришћења NXT сервомотора у односу на промену оптерећења [18]

Овде имамо зависност степена искоришћења мотора у односу на промену оптерећења. Максимални степен искоришћења мотора када се напаја са 9 V је око 44% и то када је оптерећење око 10 Ncm . Са повећањем оптерећења опада и степен искоришћења мотора. У случају мотора који се напаја са 7.2 V максимални степен искоришћења је око 41% када је оптерећење око 6 Ncm . График је нелинеаран у оба случаја.



Сл.4.8. Зависност струје NXT сервомотора у односу на промену оптерећења [18]

На слици изнад имамо приказ зависности струје у мотору у односу на промену оптерећења. У оба случаја, мотори узимају приближно исту вредност струје која расте са порастом оптерећења. Када мотор није оптерећен, за покретање мотора је потребно око 70 [mA] струје. У случају максималног оптерећења максимална струја коју мотор захтева је око 800 [mA] (за мотор са напајањем од 9 V), тј. око 700 [mA] (за мотор који се напаја са 7.2 V). Такође, у оба случаја можемо рећи да је зависност линеарна.

NXT Lego мотор има следеће вредности параметара [20]:

$K_{em} = 0.31739 [Nm/A]$ - електромоторна константа пропорционалности

$K_{me} = 0.46839 [Vs/rad]$ - механичка константа пропорционалности

$R = 6.8562 [\Omega]$ - отпорност у намотајима ротора

$\beta = 1.1278 \cdot 10^{-3} [Nms/rad]$ - коефицијент вискозног трења

$J = 0.842 \cdot 10^{-3} [kgm^2]$ - момент инерције покретних делова

$N = 48$ - преносни однос механичког редуктора који се сматра идеалним

Пошто је, према изразима 2.2.20 и 2.2.21:

$$K_s = \frac{K_{em}N}{R\beta + K_{em}K_{me}N^2}$$

$$T_s = \frac{JR}{R\beta + K_{em}K_{me}N^2}$$

можемо написати функцију преноса брзинског Lego NXT сервомотора, према изразу 2.2.22:

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{K_s}{T_s s + 1}$$

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{0.0445}{1.7 \cdot 10^{-5} s + 1}$$

4.1

Ако желимо да прикажемо дискретну функцију преноса брзинског Lego NXT сервомотора, са периодом одабирања $T = 0.01$ s, онда имамо следећи облик једначине 4.1:

$$G(z^{-1}) = \frac{0.0445z^{-1}}{1 - 3.409 \cdot 10^{-256}z^{-1}}$$

4.2



*Сл.4.9. Пример конкретне употребе NXT Lego сервомотора
(HTWay – Lego Segway, пример инверзног клатна)*

5. Лабораторијски модели за испитивање карактеристика сервомеханизама

Сада ћемо се упознати са лабораторијским моделима који ће бити коришћени за испитивање карактеристика сервомеханизма. Један модел је развијен на Факултету инжењерских наука, док је други модел из Пољске који производи фирма *Inteco Sp. z.o.o.* Биће представљени блок дијаграми и математички модел оба сервомеханизма, као и упоредна анализа оба модела, и однос цена и перформанси. Такође, биће речи и о основама управљања помоћу PLC-а и MATLAB-а, тј. користиће се различите рачунарске имплементације управљања. Управљаће се помоћу неколико врста контролера, који ће у даљем делу рада бити образложени.

5.1. Карактеристике лабораторијског модела “Modular Servo” фирме Inteco

Modular Servo System (MSS) је дизајниран првенствено за учење и практичну примену основних и напредних управљачких метода. Методе укључују демонстрирање типичних променљивих фактора као што су трење, пригушење, кашњење и инерција као и велики број управљачких метода позицијом и брзином, у распону од PID до LQ и временски оптималног управљања. Модул мотора једносмерне струје се може повезати на неколико других модула. Велики број линеарних и нелинеарних механичких модула су дизајнирани да симулирају појаву кашњења, пригушења, еластичности и трења. Све јединице се могу индивидуално истраживати пре повезивања система. Модул са

пригушењем (кочница) се састоји од парамагнетичког¹ диска који се креће између полова перманентног магнета. Модул са инерцијом је опремљен масивним цилиндром од месинга. Модул са кашњењем се састоји из два диска, при чему оба диска имају мали завртањ ка унутрашњој страни. Сервомеханизам може бити закашњен за максимално 2π обртаја вратила мотора. Челична шина обезбеђује фиксирање и повезивање модула и њихову непокретност, чиме се ствара имитација шематског блок дијаграма. Све електричне везе су остварене унутар софтвера [16].



Сл.5.1.1. Inteco Modular Servo System

Modular Servo System ради преко рачунарски заснованог дигиталног контролера. Рачунар комуницира са позиционим сензором (енкодером) и DC мотором преко I/O картице и напојног интерфејса. Контрола I/O картице врши се помоћу софтвера у реалном времену, а извршава у MATLAB/Simulink окружењу. Пре-програмирана библиотека контролера и Simulink модела подржава MSS. У потпуности се може извршити свеобухватни опсег експеримената коришћењем MSS-а и пратећег софтвера.

Modular Servo System се састоји од Inteco дигиталног сервомеханизма и софтвера са окружењем за управљање експериментима у реалном времену. Основни концепт MSS-а је да створи брзу и директну путању од моделираног управљачког система до хардвера. MSS подржава рад у реалном времену и имплементацију напредних метода управљања коришћењем MATLAB и Simulink алата и проширује MATLAB окружење у решавању

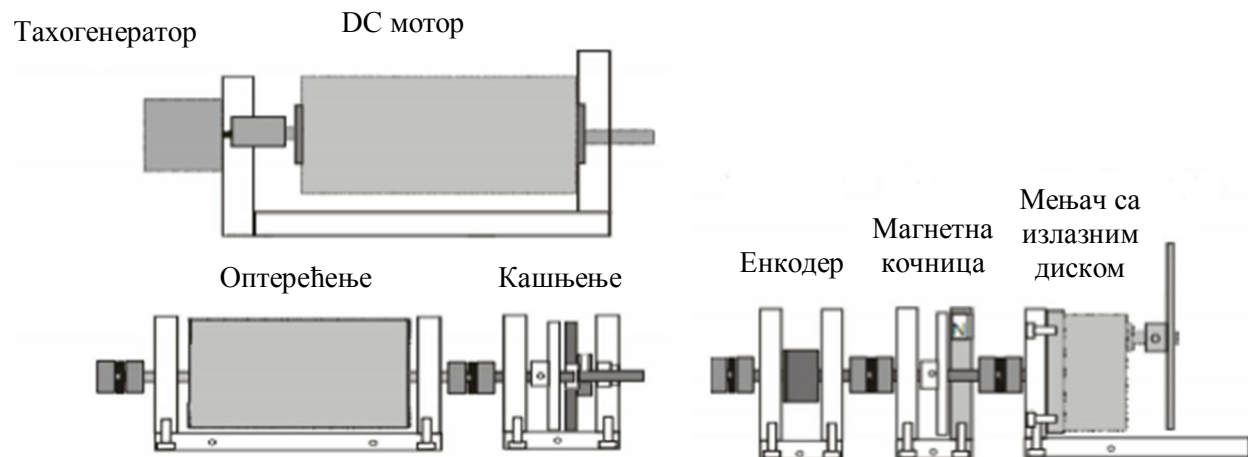
¹ Парамагнетици су материјали чији атоми поседују перманентни магнетни момент (неспарени електрони), а који се у присуству спољашњег поља делимично оријентишу у смеру поља – поље је у њима незнатно појачано. Супротност парамагнетцима су дијамагнетици.

проблема контроле дигиталног сервомеханизма. Интегрисани софтвер подржава све фазе развоја контроле система:

- on-line процес идентификације
- управљање системом моделирања, пројектовања и симулације
- примена управљачких алгоритама у реалном времену.

MSS користи стандардни PC хардвер и Microsoft Windows оперативни систем.

MSS се састоји од неколико модула монтираних на металну шину који су повезани помоћу малих спојница. Модули су распоређени у ланцу. DC мотор заједно са тахогенератором се налази на почетку ланца. Мењач (редуктор) са излазним диском се налази на крају ланца. Модул са потенциометром се налази ван ланца. DC мотор активира следеће модуле: инерцију, кашњење, магнетну кочницу (пригушење) и мењач са излазним диском. Ротација угла вратила DC мотора се мери помоћу инкременталног енкодера. Тахогенератор је директно повезан са DC мотором и генерише сигнал напона пропорционалан угаоној брзини вратила мотора [16].



Сл.5.1.2. Модули MSS-а [16]

При монтирању модула на шину треба обратити пажњу на оријентацију енкодера. Енкодер мора да буде у таквом положају да се утичница налази на истој страни шине као и код модула са DC мотором и тахогенератором.

Сервомеханизам је повезан са рачунаром, где се остварује контрола алгорита на основу мерења угла и угаоне брзине. Систем нема повратне информације за компензацију мртве зоне. Тачност мерења брзине је 5%, док је тачност мерења угла 0.1%. Напоном DC мотора управља се помоћу PWM сигнала. Из тог разлога управљачки сигнал је напон ниског нивоа, $u(t) = v(t)/v_{max}$. За прихватљиву контролу треба да је $|u(t)| \leq 1$ и $v_{max} = 12 [V]$.

Мерни систем је базиран на RT-DAC/PCI аквизиционој картици која је опремљена са A/D конвертором.

I/O картица комуницира са јединицом напојног интерфејса. Цела логика се састоји у томе да је неопходно активирати и прочитати сигнале са енкодера и да се генерише одговарајући редослед PWM импулса који контрлолише DC мотор конфигурисан у *Xilinx* чипу на RT-DAC/PCI картици. Свим функцијама картице приступа се из *Modular Servo Toolbox*-а који ради директно у MATLAB/Simulink окружењу.

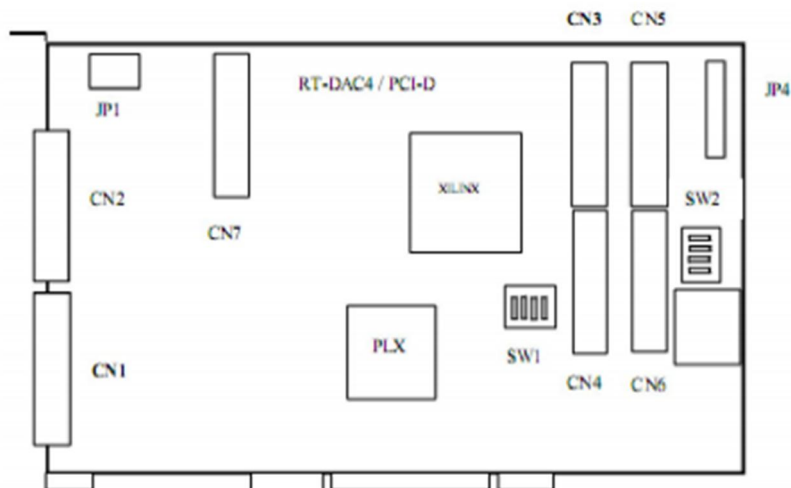
За коришћење MSS-а неопходне су следеће хардверске и софтверске компоненте:

- Pentium или AMD персонални рачунар
- Microsoft Windows 2000/XP/7
- MATLAB R2008a/b, R2009a/b, R2010a/b или R2011a са Simulink-ом, RTW и RTWT toolboxes
- RT-DAC/PCI програмабилна I/O картица која ће бити инсталирана у рачунару
- MSS уређај произведен од стране Inteco компаније, који садржи: MSS механичку јединицу и MSS напојни интерфејс
- MSS софтвер који се налази на CD-у.

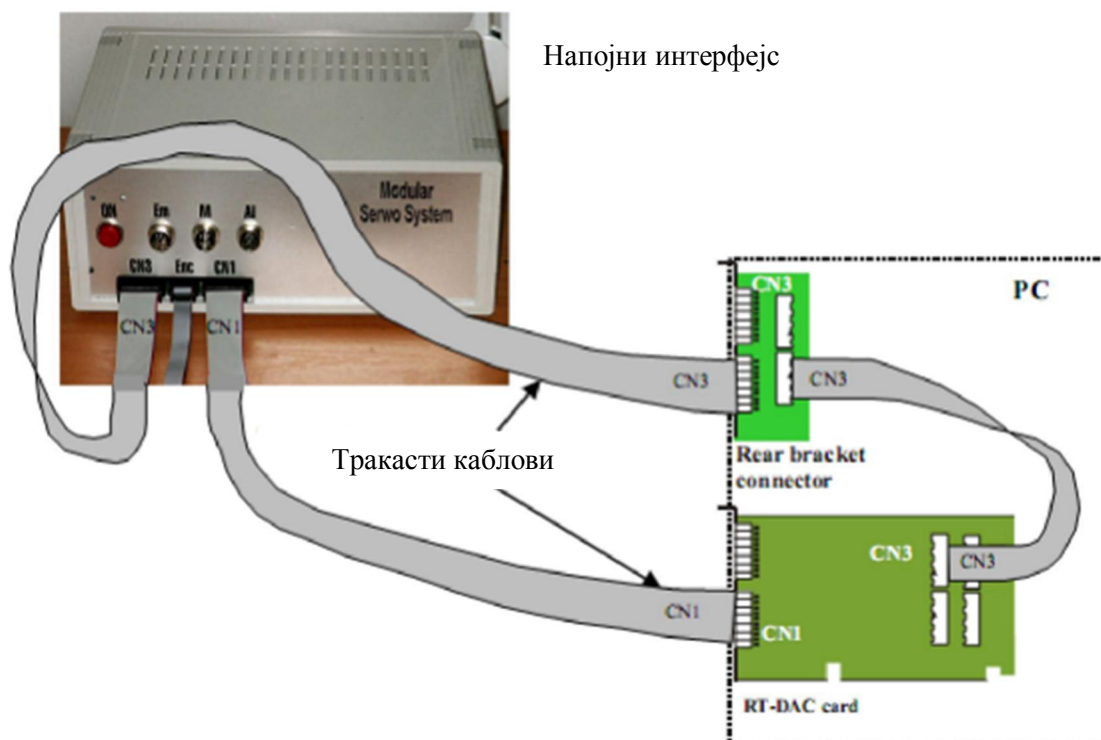
MSS се састоји из следећих компоненти:

- MSS базна метална шина са сигналним кабловима и кабл за напајање
- DC мотор са тахогенератором
- модул са инерцијским оптерећењем
- модул са магнетном кочницом
- модул са потенциометром
- модул са енкодером
- модул са зазором (кашњењем)
- модул са мењачем (редуктором) на излазном диску
- MSS напојни интерфејс
- прекидач за хитне случајеве
- главни кабл за напајање
- RT-DAC/PCI картица са конекторима
- 3 тракаста кабла
- CD са MSS инсталационим софтвером

Инсталација RT-DAC картице се врши тако што се тракасти каблови CN1 и CN3 повежу са одговарајућим конекторима на RT-DAC картици и задњем носачу конектора, а затим се каблови CN1 и CN3 повежу са напојним интерфејсом, као што је приказано сликама Сл.5.1.3 и Сл.5.1.4.



Сл.5.1.3. RT-DAC/PCI картица и локација конектора



Сл.5.1.4. Повезивање RT-DAC/PCI картице тракастим кабловима са напојним интерфејсом [16]

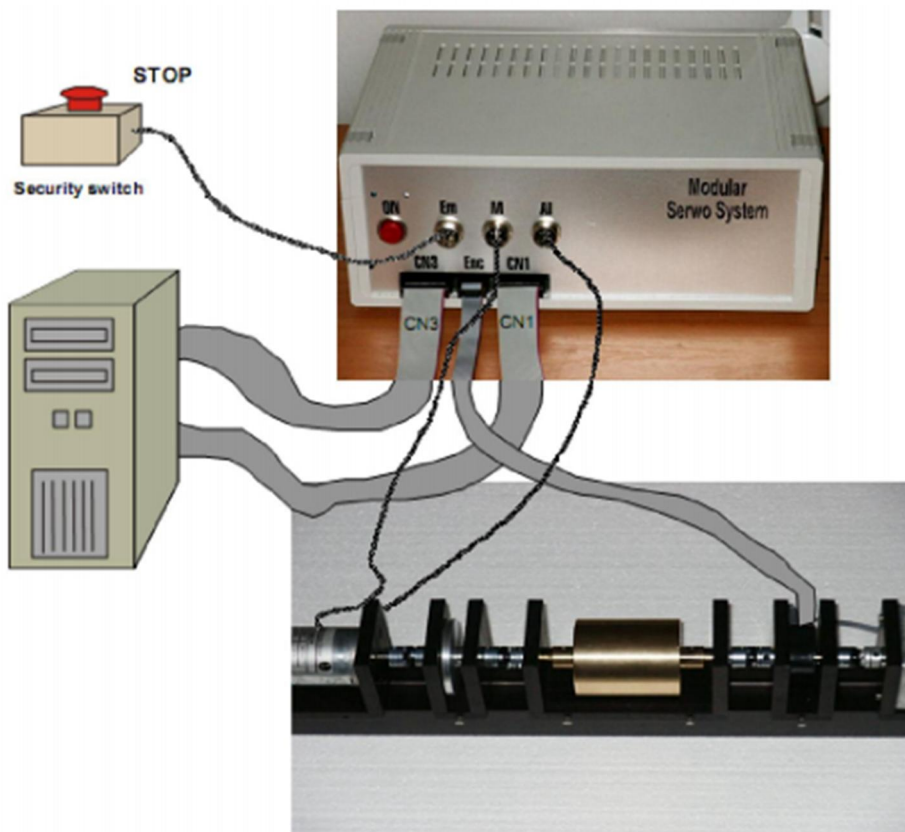
Треба напоменути да на рачунару треба инсталирати драјвер за RT-DAC/PCI картицу.

Постоје две врсте каблова прикључених на MSS механичку јединицу: један тракасти кабл из енкодера, један кабл са кружним пресеком за контролу DC мотора и један кабл са кружним пресеком из тахогенератора.

Повезивање каблова се врши на следећи начин:

- утикач тракастог кабла са 20 пина из RT-DAC/PCI картице иде у CN1 конектор
- утикач тракастог кабла са 20 пина из задњег носача конектора иде у CN3 конектор
- утикач тракастог кабла са 10 пина из енкодера иде у **Enc** конектор
- за контролу DC мотора на **M** конектор повезујемо црвено-црни кабл са кружним пресеком
- тахогенератор и потенциометар повезујемо на **AI** (аналогни улаз) конектор са црно-црним каблом са кружним пресеком
- на **Em** конектор повезујемо кабл са прекидача за хитне случајеве

Начин повезивања напојног интерфејса са осталим компонентама MSS сетупа дат је на Сл.5.1.5.



Сл.5.1.5. Напојни интерфејс и повезивање кабловима са MSS компонентама

За тестирање и покретање система треба урадити следеће [16]:

- инсталирати MSS софтвер
- ако су RT-DAC/PCI картица и тракасти каблови правилно инсталирани и повезани, стартовати рачунар
- стартовати MATLAB и укуцати команду *servo*
- напојни интерфејс укључити у струју, а затим укључити прекидач који се налази на задњој страни напојног интерфејса, при чему ће се упалити плава LED лампа на предњем панелу
- притиснути дугме **ON** на предњем панелу при чему ће се упалити црвена LED лампа
- извршити тест за проверу конекције сензора на напојном интерфејсу
- у случају неочекиваног понашања система притиснути дугме за хитне случајеве. Након употребе прекидача за хитне случајеве, прекидач треба отпустити и притиснути дугме **ON** како би поново покренули систем
- по завршетку експеримената зауставити MATLAB апликацију и искључити напојни интерфејс

5.1.1 Енкодер HEDL 5540

У MSS систему користиће се дигитални HEDL 5540 инкрементални енкодер оптичког типа који ће се користити у комбинацији са DC мотором. Даје 500 импулса за пун круг обртаја вратила. Поседује канале А, В и индекс канал I. Напон напајања енкодера износи 5 V док се излазна струја по сигналу креће у опсегу од $-20 [mA]$ до $20 [mA]$.

Овај енкодер заснован је на оптичком принципу и погодан је за задатке позиционирања. Поседује могућност одређивања смера ротације и брзине обртања вратила. Енкодер шаље светлост са LED диоде кроз фино изрезан точак који је круто везан на вратило мотора. Пријемници (фототранзистори) претварају светло/тамни сигнал у одговарајући електрични правоугаони импулс који се појачава и шаље на обраду [21].

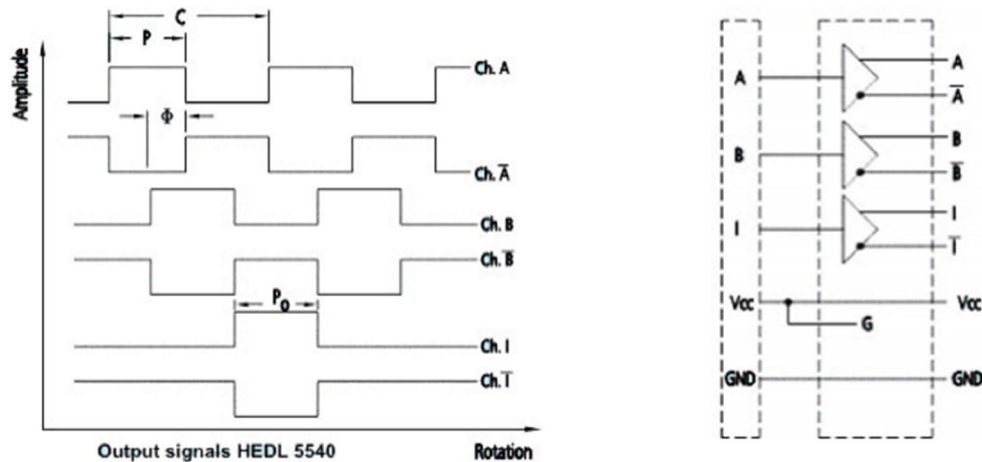
Особине енкодера HEDL 5540

Његова карактеристика је да даје 500 импулса по обртају за један круг. То заправо значи да се један импулс добије на сваких $0,72^\circ$ ротора, тј. ако се узме у обзир и редуктор (коришћени редуктор има пренос 1:25) на излазном вратилу се мора направити угао од $0,0288^\circ$ за добијање једног импулса на излазу енкодера. Из тога се може закључити да је прецизност више него довољна. Неке од карактеристика овог енкодера су:

- резолуција енкодера – 500 *cpr*
- број канала – 3
- пречник осовине – 4 *mm*
- брзина ротације – 30 000 *o/min*
- тип конектора – IDC

- опсег радне температуре – од 0 до 100 °C.

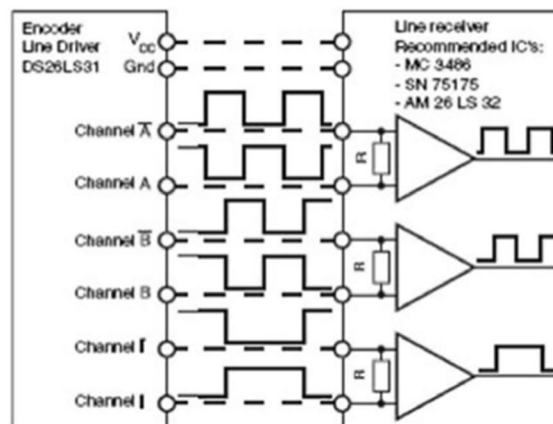
На располагању су 2 канала (A и B) и индекс канал I, као и сви канали у комплементарном облику (A, B и I). Канали A и B су фазно померени, па се њиховим упоређивањем може установити смер обртања ротора. Почетни импулс (индекс канал I) се користи као референца при одређивању угла ротора [21].



Сл.5.1.1.1. Временски дијаграм и блок шема излазних сигнала енкодера HEDL 5540

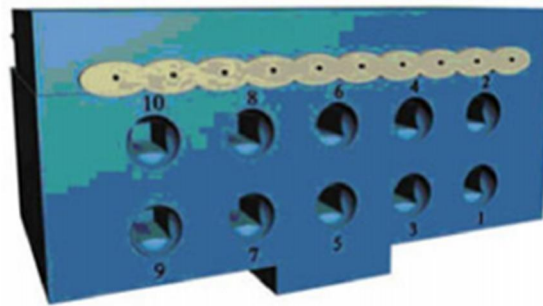
За неке потребе рада модула за погон мотора довољно је коришћење само једног сигнала енкодера. То може бити било који сигнал A, B или I њихове инвертоване вредности.

На Сл.5.1.1.2. је приказан један од примера повезивања енкодера HEDL 5540 са линијским пријемником. Енкодер HEDL 5540 на свом излазу има линијски драјвер DS26LS31. Напон напајања овог енкодера износи $5V \pm 10\%$ док се излазна струја по сигналу креће у опсегу од 20 [mA] до 20 [mA]. Радни температурни опсег је у границама од 0°C до 70°C [21].



Сл.5.1.1.2. Пример повезивања енкодера HEDL 5540

На Сл.5.1.1.3 је приказан распоред пинова на излазном конектору HEDL 5540 дигиталног инкременталног енкодера.



Сл.5.1.1.3. Распоред пинова на излазном конектору HEDL 5540 енкодера

- 1 – Није повезан (NC – Not Connected)
- 2 – Напајање (+5 V)
- 3 – Маса (GND)
- 4 – Није повезан (NC – Not Connected)
- 5 – Канал А (инвертовано)
- 6 – Канал А
- 7 – Канал В (инвертовано)
- 8 – Канал В
- 9 – Канал I (индекс) (инвертовано)
- 10 – Канал I (индекс)



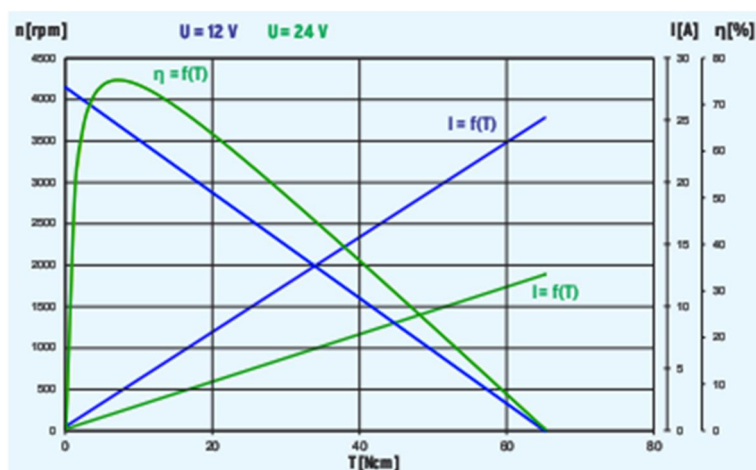
Сл.5.1.1.4. Изглед енкодера HEDL 5540

5.1.2 DC мотор

Као извршни орган користиће се DC мотор немачког произвођача *Bühler Motor* [22]. Изглед мотора је дат на Сл.5.1.2.1, а на Сл.5.1.2.2 су приказане механичке карактеристике мотора које даје произвођач.



Сл.5.1.2.1. DC мотор 51x88 1.13.044.2xx



Сл.5.1.2.2. Механичке карактеристике DC мотора [22]

Коришћени DC мотор има следеће вредности параметара [22]:

$R = 2 \text{ } [\Omega]$ – отпорност у намотајима ротора

$L = 1 \text{ } [mH]$ – индуктивност у намотајима ротора

$u(t)$ – улазни напон ($u_{max} = 24 \text{ } [V]$)

$i(t)$ – струја у намотајима ротора ($i_{max} = 3.1 \text{ } [A]$)

$\omega(t)$ – угаона брзина ротора ($\omega_{max} = 3000 \text{ } [min^{-1}]$)

$J = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ } [kgm^2]$ – момент инерције покретних делова

$N = 1$ – преносни однос механичког редуктора који се сматра идеалним

5.1.3 Остали модули

Магнетна кочница (пригушење)

Када се електрични проводник, рецимо од бакра или алуминијума, креће кроз поље сталног магнета или електромагнета, електромагнетна индукција ствара вртложне струје, при чему долази до претварања кинетичке енергије у топлоту, што за резултат има успоравање кретања проводника. Овај принцип се користи за израду магнетних кочница, односно, ова демонстрација показује магнетно кочење које се примењује на ротирајући метални диск. Магнетно кочење налази примену код ваљкастих подметача и железничких возова, у којима метални проводник има облик линеарне шине. За разлику од конвенционалних кочница са трењем, овде не постоји директан контакт између површина у интеракцији, па је магнетно кочење доста поузданије и нема хабања кочионих површина.

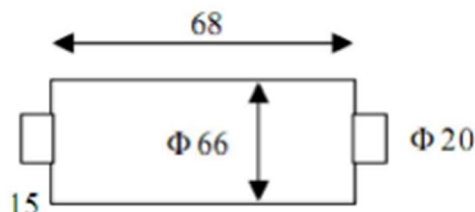
У нашем примеру, магнетна кочница представља поремећај који пригушује систем, тј. супроставља се кретању. Механичка отпорност (трење) је особина механичког система да се опире кретању. Представља потребно повећање силе која производи повећање брзине од $1 [m/s]$. Са повећањем брзине ротације осовине, на којој се налази диск магнетне кочнице, повећава се и интеракција између диска и магнета, која се манифестује пригушењем, тј. благим успоравањем обртања осовине. Наравно, ово трење нема превелики утицај на обртање осовине, али ипак представља један вид поремећаја који је присутан у сваком систему.

Инерција

Инерција је једна од основних особина свих тела у свемиру које имају масу, тј. маса је мера инертности физичких тела. То својство се манифестује као противљење тела промени стања свога кретања, што је описано I Њутновим законом (Закон инерције).

Противљење промени стања кретања испољава се у појави инерцијалне силе која делује у неинерцијалном референтном систему чврсто везаном за само тело (у систему у којем тело мирује). Пошто се у овом систему убрзање (промена брзине) тела не опажа, ово противљење се опажа као сила која делује без видљивог узрока или извора, па се зато и назива фиктивном или инерцијалном силом. Најједноставнији и свима добро познати пример за ово је вожња у аутомобилу који мења своју брзину (убрзава, успорава или мења смер брзине). Дакле, као што добро знамо из искуства, приликом убрзања у вожњи седиште потискује наша леђа, као да нас нешто вуче уназад, док приликом успоравања настављамо са кретањем унапред, као ветробранском стаклу, као да нас нешто вуче унапред. Ефекат је израженији што је маса тела и/или промена брзине у јединици времена, тј. убрзање веће.

У нашем примеру, поремећај изазван инерцијом представљен је у виду модула са инерцијским оптерећењем. Модул је уствари ваљак средње величине направљен од месинга, чврсто причвршћен на осовину модула, при чему DC мотор обрће осовину заједно са ваљком. Поремећај се манифестује на тај начин што при завршетку рада DC мотора осовина и даље има тенденцију да се обрће услед масе ваљка који и даље тежи да се обрће услед своје инерцијалне силе.



Сл.5.1.3.1. Инерцијско оптерећење ($m = 2.03 \text{ kg}$)

Зазор (кашњење)

Кашњење (мртво време) је временски интервал који протекне од тренутка појаве сигнала на улазу у систем и појаве одговарајућег сигнала на његовом излазу. Елемент чистог временског кашњења не мења амплитуду улазног сигнала, већ га само помера у времену. Сваки технички уређај има одређено кашњење одзива у односу на побуду. Кашњење је изразитије уколико је побуда бржа. Тек после извесног времена, одзивна побуда достиже задату, номиналну вредност. У периоду од иницирања побуде до достизања одговарајуће номиналне вредности дешавају се такозвани прелазни процеси. Због инерцијалности САУ у динамичком режиму имамо стално заостајање одзива система у односу на побуду. То називамо фазни померај, односно фазно кашњење САУ.

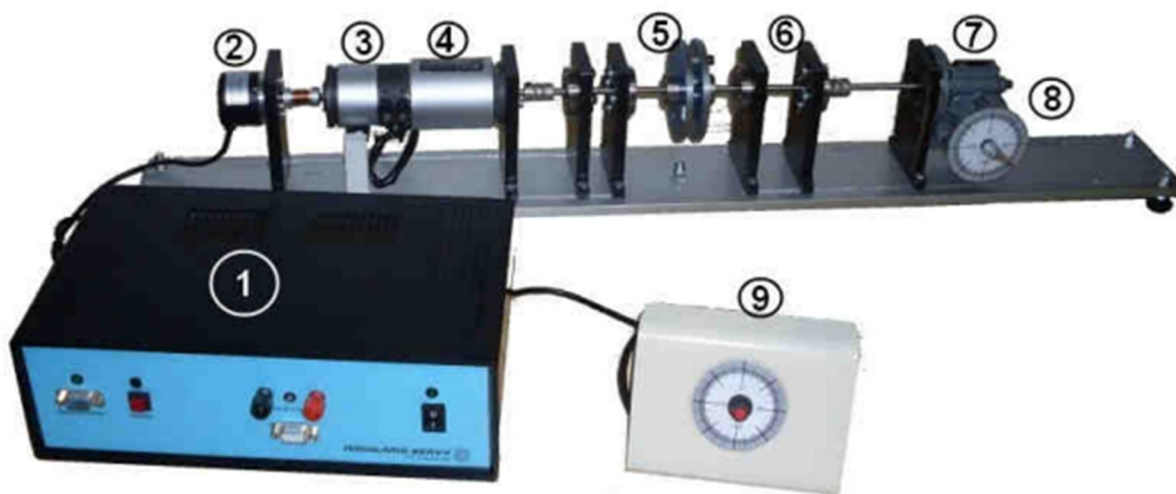
У нашем примеру, кашњење је представљено модулом који садржи два паралелна диска, при чему први диск, који покреће осовина, обрће други диск, али само у једној тачки (први диск на свом граничном радијусу има испупчење са десне стране а други диск са леве стране, при чему се испупчења налазе у истој равни, тако да први диск покреће други на тај начин што испупчење првог диска удари на испупчење другог диска и покреће га), што значи да максимално кашњење може бити за цео један обртај осовине, односно 2π .

5.2. Карактеристике лабораторијског модела “Modular Servo” развијеног на Факултету инжењерских наука

Модуларни серво (Сл.5.2.1) је лабораторијски модел развијен на Факултету инжењерских наука и састоји се од:

- Управљачког модула (1)
- Инкременталног енкодера (2) на мотору

- Тахогенератора (3)
- Погонског мотора (4)
- Модула за кашњење (5)
- Инкременталног енкодера (6) на излазном вратилу
- Редуктора (7)
- Показивача позиције (8)
- Инкременталног енкодера (9) за задавање позиције



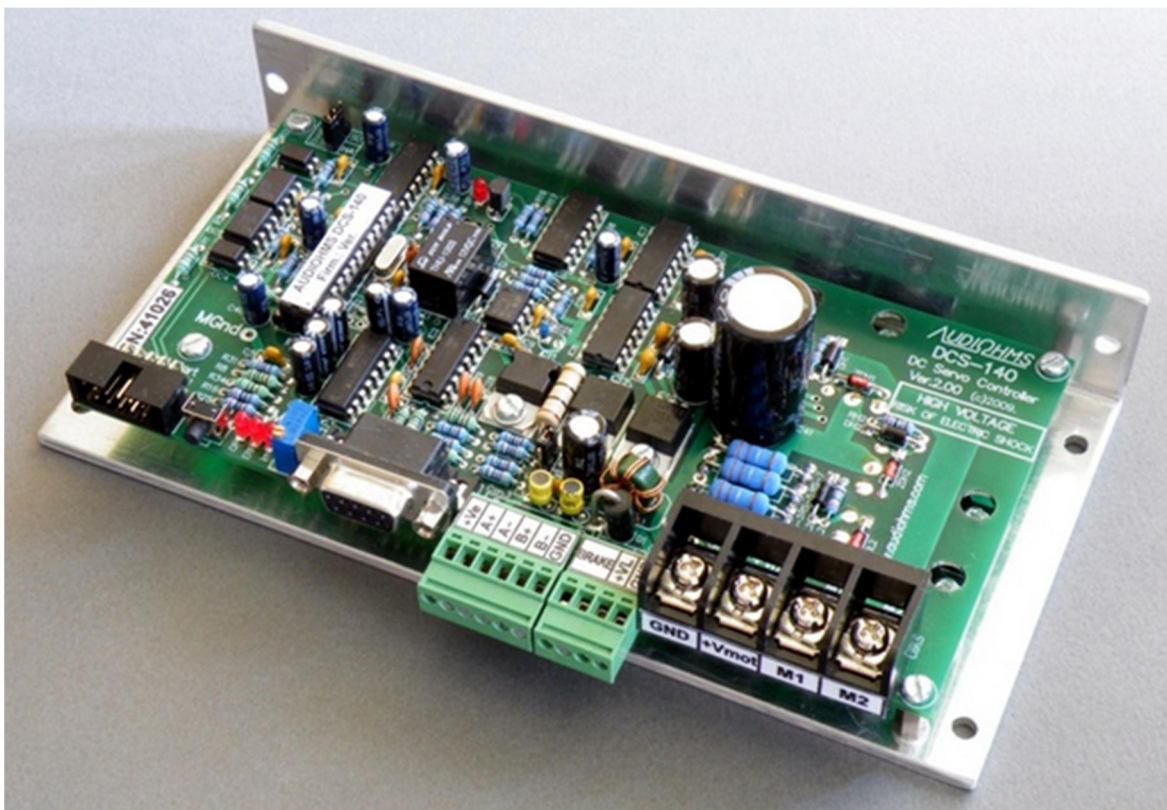
Сл.5.2.1. Модуларни сервомеханизам развијен на ФИИ-у

Управљачки модул се састоји од управљачке јединице DCS-140 и I/O конектора за повезивање енкодера и мотора. DCS-140 производи фирма Audiohms [23].

DCS-140 је микроконтролерски PWM драјвер за DC моторе са перменентним магнетом напона напајања до 100 V и максималне струје до 30 A. Као повратна спрега по позицији користи се инкрементални енкодер са фазно помереним квадратним сигналом. Интерфејс за енкодер омогућава 1x, 2x и 4x мултипликацију резолуције енкодера.

Управљање DC мотором врши се преко опто-изолованих STEP/DIR/ENABLE линија. Драјвер је базиран на 16-то битном микроконтролеру у који је уграђен PID управљачки алгоритам [23].

Подешавање свих параметара врши се преко серијског RS-232 порта и конфигурационог софтвера *ServoTune*. Конфигурациони софтвер има могућност снимања одзива DC мотора и погонске механике на коју је мотор прикључен. Драјвер има и опто-изоловани излаз *Track Error* који се активира ако се прекорачи подешана вредност *tracking error offset*-а. Тај излаз се може искористити за активирање кола за искључење напајања DC мотора. На драјверу се налази релејни излаз за управљање кочницом DC серво мотора. За веће струје по потреби драјвер треба поставити на додатни хладњак [23].

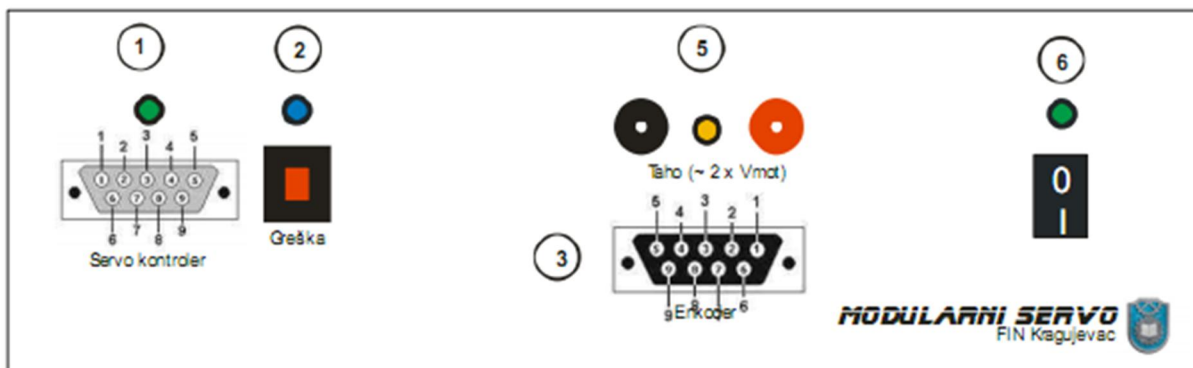


Сл.5.2.2. Драјвер DCS-140 [23]

Са задње стране управљачког модула се налазе конектори за повезивање мотора и енкодера. Конектори се разликују по облику, тако да није могуће погрешно повезивање. USB кабл је намењен само за подешавање јединице помоћу програма *ServoTune*.

Са предње стране (Сл.5.2.3) управљачког модула се налазе:

- Конектор (1) за комуникацију са управљачком јединицом
- Сигнална лампица (2) са тастером за поништавање (*reset*) грешке. Грешка се јавља уколико управљачка јединица не може да постигне или да одржи задате режиме рада мотора. Најчешћи узроци су погрешни параметри, задата превелика брзина или лоши покретачки (*step*) импулси
- Конектор (3) за спајање енкодера
- LED индикатор (5) са напонским конекторима за излазе са тахогенератора. LED индикатори мењају боју и интензитет у зависности од смера и брзине окретања мотора. Излазни напон је приближно 2 пута већи од напона напајања мотора
- Прекидач напајања (6) са индикатором напона



Сл.5.2.3. Предња страна управљачког модула

Конектор (1) је DB-9 и распоред пинова је приказан у следећој табели:

DB-9	Сигнал	Улаз/Израз	DCS-140
1	- корак (step)	улаз 1	1
2	- смер (dir)	улаз 2	3
3	- омогући (enable)	улаз 3	5
4	грешка (<i>error</i>) емитер	излаз 1	7
5	нема функцију		9
6	+ корак (step)	улаз 1	2
7	+ смер (dir)	улаз 2	4
8	+ омогући (enable)	улаз 3	6
9	грешка (<i>error</i>) отворен колектор	излаз 1	8

Таб.5.2.1. Распоред пинова за конектор (1)

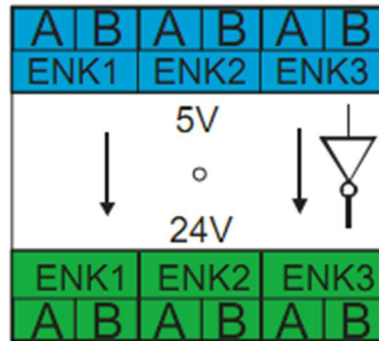
Важно је напоменути да су сви улази предвиђени за напонски ниво од 5 V и струју 5 mA. Пошто се управљачки сигнали задају преко PLC-а, тј. користи се напон од 24 V неопходно је на линије 1, 2 и 3 (конектор DB-9) ставити отпорнике од 3900 Ω на ред.

Конектор (2) је DB-9, такозвани женски и на њему се налазе сигнали са енкодера:

DB-9	Сигнал	Напомена
1	А стаза енкодера (6)	Енкодер на излазном вратилу
2	В стаза енкодера (6)	
3	нема функцију	
4	нема функцију	
5	- минус	
6	А стаза енкодера (2)	Енкодер на осовини мотора
7	В стаза енкодера (2)	
8	нема функцију	
9	+ 5 V	За напајање енкодера (9)

Таб.5.2.2. Распоред пинова за конектор (2)

Енкодери су резолуције 500 imp/o , што значи да се четвороструким преклапањем може добити резолуција од 2000 imp/o . Напајање енкодера је 5 V , тако да је и излазни сигнал нивоа 5 V . Пошто се сигнали са енкодера обрађују на PLC-у, потребно је користити конвертор сигнала (Сл.5.2.4). Наиме, PLC све сигнале до 15 V препознаје као логичку 0, па је потребно сигнал са 5 V подићи изнад те вредности.



Сл.5.2.4. Конвертор сигнала

Конвертор сигнала користи напајање са PLC-а, тако да се логичка 1 (5 V) са енкодера претвара у $\sim 23 \text{ V}$. Треба обратити пажњу да је добијени сигнал конвертован у односу на оригинални. Изводи за напајање се налазе са горње стране и означени су бојама. Црвена боја означава плус пол, а црна минус. Поред тога, конвертор је интерно заштићен диодом, тако да неће доћи до оштећења уколико се замене конектори. Као индикација прописног повезивања и исправног поларитета служи црвена диода на средини.

Све квалитетније управљачке јединице, па тако и DCS-140, поседују струјну заштиту чија је сврха да заштите јединицу од кратког споја, односно од превелике струје. У нормалном раду не би требало да се јави преоптерећење. Међутим, сувише нагле промене брзине, као и задавање одскочне (*step*) функције могу довести или до повлачења превелике струје или до грешке у праћењу (*Track error*), односно прескока. Грешка праћења означава да систем није могао у жељеном временском интервалу да постигне задате параметре. У оба случаја упалиће се плава контролна диода (2), Сл.5.2.3. Поништавање грешке се врши тастером испод диоде. Због тога се управљачки програми пишу тако да се омогући такозвани „меки“ старт, односно да се мотор лагано убрзава до потребне брзине, а код заустављања се лагано смањује брзина. Лагано је релативан појам и треба дефинисати параметре тако систем што пре постигне жељену брзину, а да не дође до грешке у праћењу. Другим речима, контрола мотора би требало да користи нагибну (*ramp*) функцију уместо одскочне, као што је приказано на Сл.5.2.5.



Сл.5.2.5. Реализација “меког” покретања

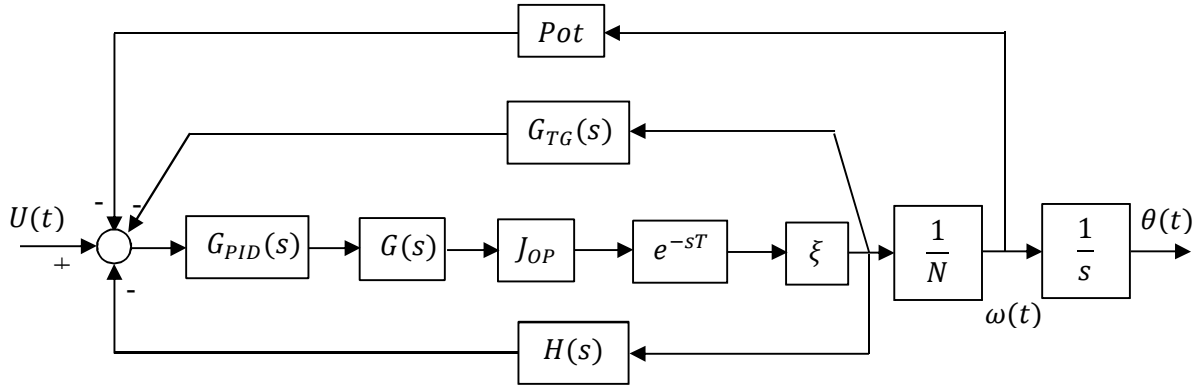
Као извршни орган користи се DC сервомотор фирме *Electro-Craft*. Треба напоменути да овај сервомеханизам нема модул са пригушењем, а као модул са оптерећењем користи се тахогенератор. Наравно, могућност монтирања додатних модула је отворена.

6. СИНТЕЗА АЛГОРИТМА УПРАВЉАЊА

У даљем делу рада биће представљени блок дијаграми и функције преноса за оба сервомеханизма. За Inteco MSS сервомеханизам биће представљени PID, LQ и фракциони PID контролер, док ће за верзију сервомеханизма развијену на ФИН-у бити имплементиран само PID алгоритам управљања, пошто је он уграђен на 16-то битном микроконтролеру на основу којег је базиран драјвер DCS-140, тако да ће бити приказано његово подешавање. Такође, биће речи и о грешкама које се јављају у стационарном стању и прелазном процесу за оба сервосистема.

6.1 Математички модели коришћених сервомеханизма

Блок дијаграм Inteco сервомеханизма заједно са модулима можемо представити на следећи начин:



Сл.6.1.1. Шематски блок дијаграм Inteco сервомеханизма

где су:

$G_{PID}(s) = \frac{T_d s^2 + K_p s + T_i}{s}$ – управљачки алгоритам чији коефицијенти ће касније бити израчунати

$G(s) = \frac{K_s}{T_s s + 1} = \frac{122.9847}{0.75042s + 1}$ – функција преноса DC мотора [24]

$J_{OP} = \frac{1}{2} m R^2 = \frac{1}{2} 2.03 \cdot 66^2 = 442.134 \text{ Ncm}$ – момент инерције оптерећења

e^{-sT} – кашњење система

ξ – коефицијент пригушења система

$N = 25$ – преносни однос редуктора на излазном диску

$H(s) = \frac{2^N}{2\pi} = 0.262$ – функција преноса енкодера

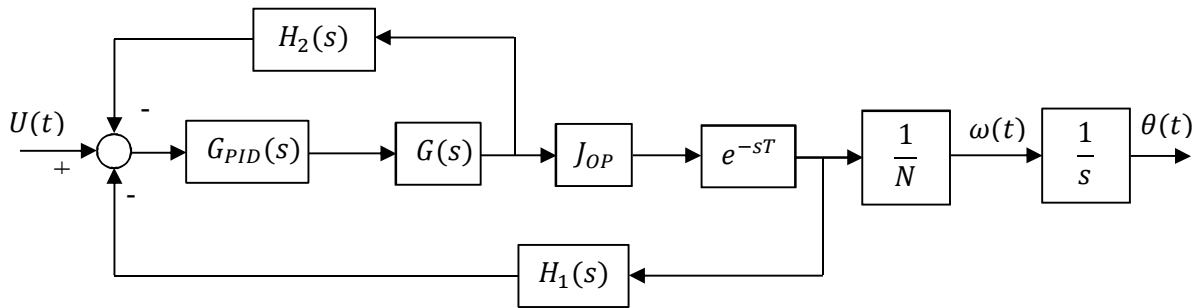
$G_{TG}(s) = \frac{0.75042s + 1}{122.9847}$ – функција преноса тахогенератора

Потенциометар који је саставни део Inteco MSS ћемо занемарити у функцији преноса сервомеханизма из разлога што се он користи за ручно управљање сервосистемом, о којем овде неће бити речи. Сада можемо написати функцију преноса Inteco брзинског сервомеханизма:

$$G_{sMSS}(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{G_{PID}(s) \cdot G(s) \cdot J_{OP} \cdot e^{-sT} \cdot \xi}{1 + G_{PID}(s) \cdot G(s) \cdot J_{OP} \cdot e^{-sT} \cdot \xi \cdot H(s) N} \frac{1}{N}$$

6.1.1

Када је у питању сервомеханизам развијен на ФИН-у, његов структурни блок је приказан на Сл.6.1.2



Сл.6.1.2. Шематски блок дијаграм сервомеханизма развијеног на ФИН-у

где су:

$G_{PID}(s) = \frac{T_d s^2 + K_p s + T_i}{s}$ – управљачки алгоратам чији коефицијенти ће касније бити израчунати

$G(s) = \frac{K_s}{T_s s + 1}$ – функција преноса DC мотора

$J_{OP} = G_{TG}(s) = \frac{1}{2} m R^2$ – момент инерције оптерећења

e^{-sT} – кашњење система

N – преносни однос редуктора на излазном диску

$H_1(s) = \frac{2^{N_1}}{2\pi}$ – функција преноса првог енкодера

$H_2(s) = \frac{2^{N_2}}{2\pi}$ – функција преноса другог енкодера

Сада можемо написати и функцију преноса ФИН брзинског сервомеханизма:

$$G_{sFIN}(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{G_{PID}(s) \cdot G(s) \cdot J_{OP} \cdot e^{-sT}}{1 + G_{PID}(s) \cdot G(s) \cdot J_{OP} \cdot e^{-sT} \cdot H_1(s) H_2(s)} \frac{1}{N}$$

6.1.2

Ако желимо функцију преноса позиционог сервомеханизма, у оба случаја постојећу функцију преноса треба помножити са интегратором, тј. $\frac{1}{s}$.

6.2 PID контролер

Када је у питању Inteco брзински сервомеханизам, при пројектовању PID контролера не можемо се водити класичним Zigler-Nikolsovим правилима подешавања, пошто систем не можемо довести на критично појачање (систем је пригушено осцилаторан), него ћемо користити функцију преноса и једначину за представљање континуалног система другог реда, па ћемо на основу та два система једначина наћи коефицијенте PID контролера.

$$G_s(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{(T_d s^2 + K_p s + T_i) 1305.0172 e^{-sT}}{s^2 (0.75042 + T_d 8482.6119 e^{-sT}) + s(1 + K_p 8482.6119 e^{-sT}) + T_i 8482.6119 e^{-sT}}$$

Под претпоставком да је коефицијент релативног пригушења $\xi = 0.6$ и непригушена природна учестаност система $\omega_n = 2.5 \text{ rad/s}$, користећи једначину функције преноса за представљање континуалног система другог реда

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K \omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2}$$

добивамо следеће параметре PID контролера:

$$K_p = 0.023$$

$$K_D = 0.0029$$

$$K_I = 0.073$$

Када је у питању сервомеханизам развијен на ФИН-у немамо потребне вредност параметара за израчунавање функције преноса, него ћемо коефицијенте PID контролера наћи коришћењем Zigler-Nikolsovим правила подешавања, јер је систем могуће довести на границу стабилности, тј. систем је непригушено осцилаторан.

Zigler-Nikolsova правила подешавања се састоје у следећем: Вредности временских константи интегралног и диференцијалног дејства PID контролера се постављају на $T_i = \infty$ и $T_d = 0$, и на тај начин се PID контролер своди на P контролер. Систем се побуђује од стране референтне вредности, а вредност појачања K (P контролера) се лагано повећава, све док се систем не доведе на границу стабилности, тј. док се не добије непригушен осцилаторан одзив система. Достигнута вредност појачања $K = K_{kr}$ се зове критично појачање, а период осцилација излазне променљиве T_{kr} – критичан период осциловања [5]. Коришћењем овог правила добили смо следеће вредности коефицијената PID контролера:

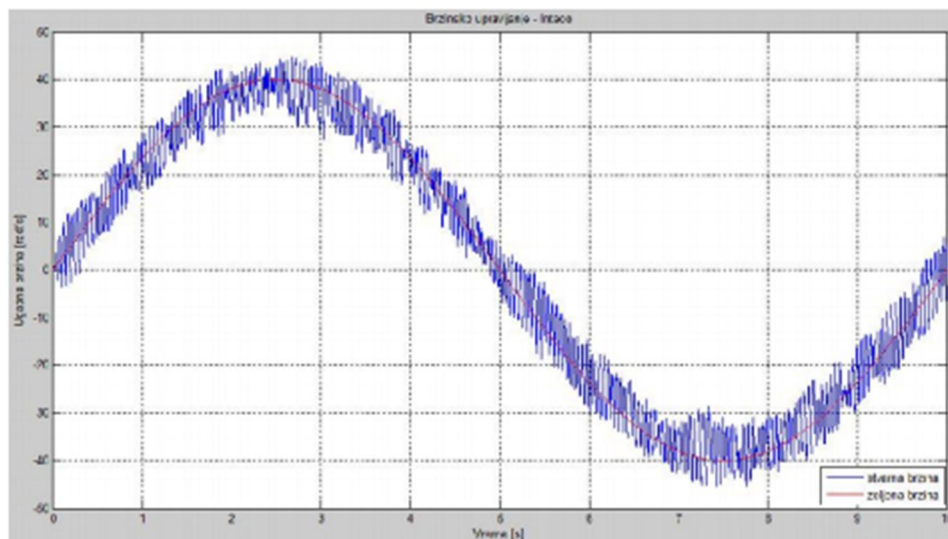
$$K_P = 1200$$

$$K_D = 15000$$

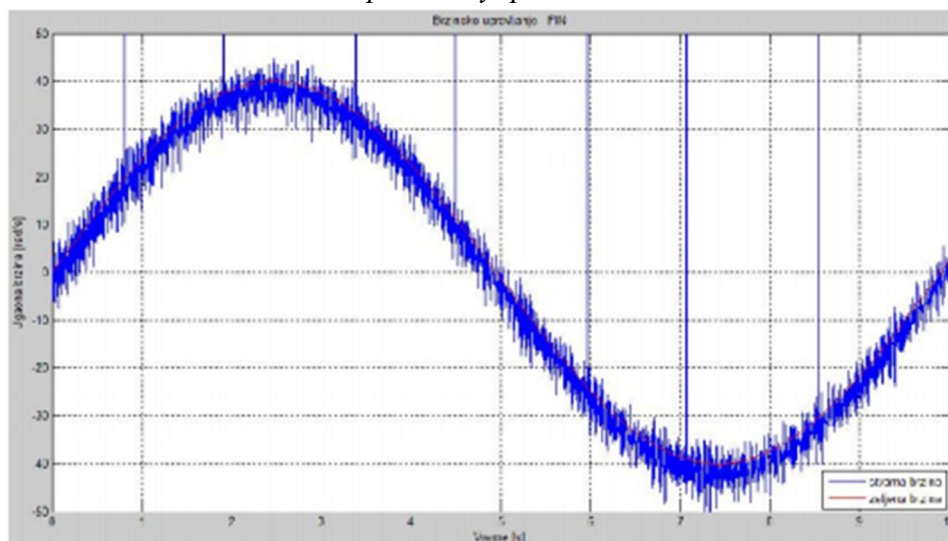
$$K_I = 8$$

Сада ћемо представити резултате који су добијени коришћењем добијених параметара PID контролера за оба сервомеханизма.

У извођењу експеримента са брзинским сервомеханизмом, подесићемо да облик референтног сигнала буде синусни, амплитуда једнака 40 [rad/s] и фреквенција 0.1 [Hz] . Треба напоменути да се код Inteco сервомеханизма неће користити модул са пригушењем да би услови у току трајања експеримента за оба сервомеханизма били једнаки. Трајање симулације је 10 [s] . Резултати експеримента приказани су на сликама 6.2.1 и 6.2.2.

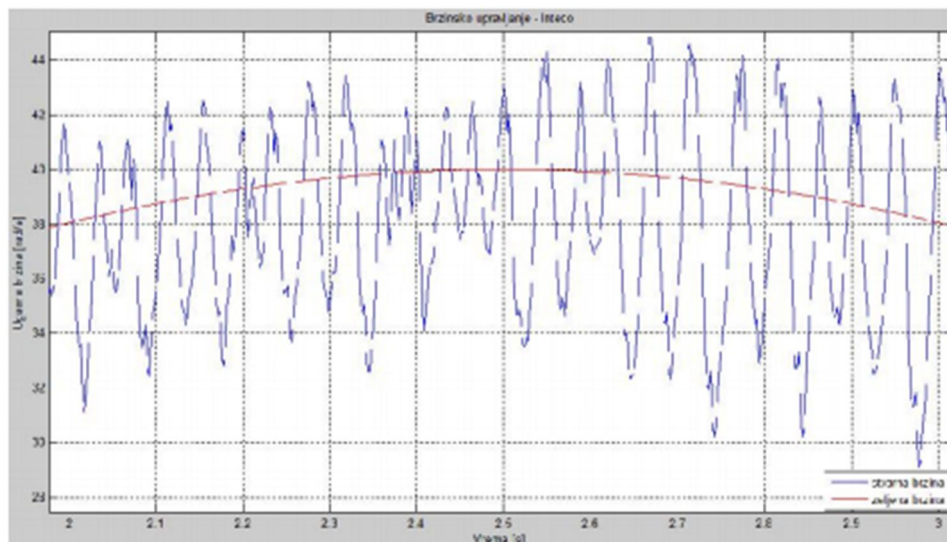


Сл.6.2.1. Брзинско управљање - Inteco

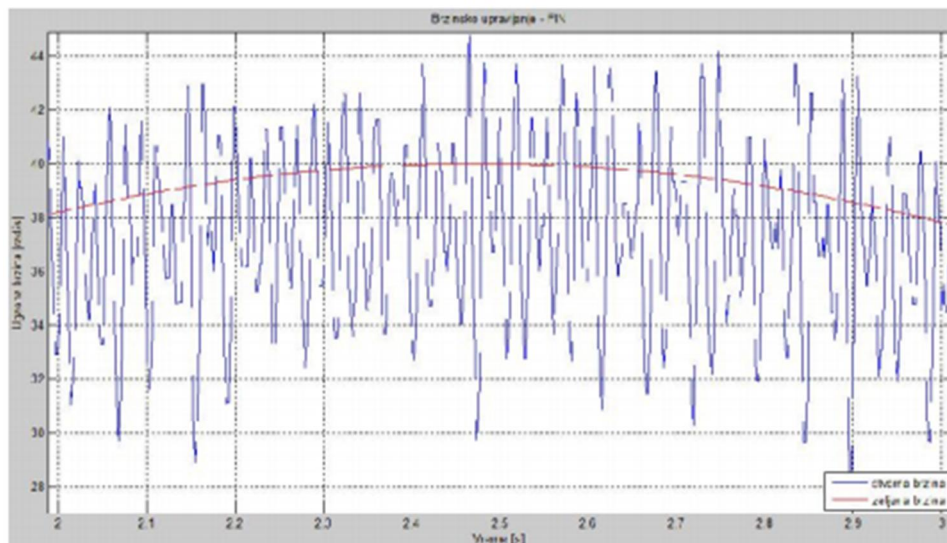


Сл.6.2.2. Брзинско управљање - ФИН

Детаљи у разликама између референтне и измерене брзине за оба сервомеханизма приказани су на сликама 6.2.3 и 6.2.4.



Сл.6.2.3. Детаљи у разликама - Inteco



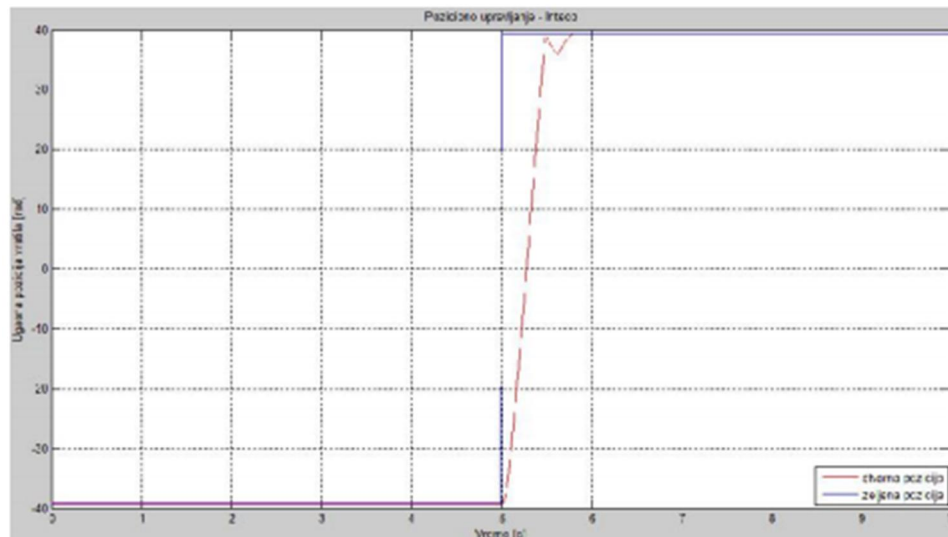
Сл.6.2.4. Детаљи у разликама – ФИН

Грешка праћења брзине (на око 2.5 [s]) за сервомеханизам развијен на ФИН-у је 11.9%, а за Inteco 10.8%. Наравно, ова грешка варира током времена, али остаје на истом нивоу, тако да, што се тиче грешке праћења брзине оба система имају приближно исту карактеристику која није задовољавајућа. Ова грешка се може смањити помоћу одговарајућег модула са пригушењем.

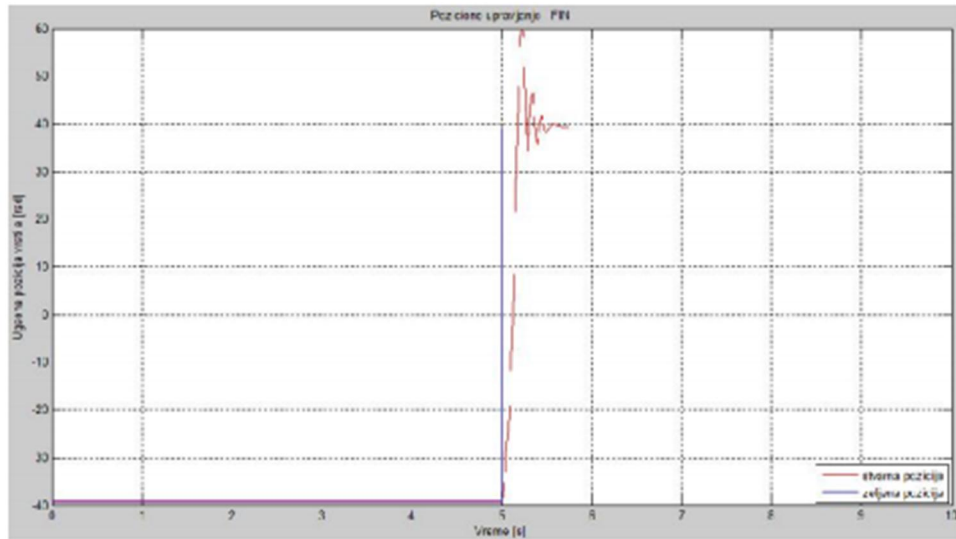
Сервомеханизам развијен на ФИН-у има већу учестаност сигнала од Inteco серво система, јер није омогућено софтверско подешавање фреквенције сигнала за разлику од Inteco сервомеханизма који се покреће помоћу MATLAB-а и има фреквенцију 0.1 [Hz].

Такође, приметно је присуство високофреквентног шума код сервомеханизма развијеног на ФИН-у који се јавља на око 5 [s] услед физичких карактеристика коришћеног DC мотора. Сервомеханизам развијен на ФИН-у без проблема ради и са знатно већим бројем обртаја од брзине која је коришћена у експерименту, док је код Inteco сервомеханизма при брзини од 40 [rad/s] неколико пута током експеримента дошло до хаварије, тако да већи број обртаја вратила код овог серво система од тренутно коришћеног никако није изводљив, јер систем уопште не би могао да прати управљачки систем, тј. дошло би до хаварије коју не би било могуће санирати.

Када је реч о позиционом управљању, упоређивање система ћемо вршити коришћењем одскочне функције, под претпоставком да је жељени опсег промене угла излазног диска једнак $\pi/2$. Захтеви који одговарају динамици система са затвореном петљом су следећи: време смирења $t_s \leq 2.5$ [s] и максимални прескок $p_{\%} \leq 10$. Резултати су приказани на сликама 6.2.5 и 6.2.6.

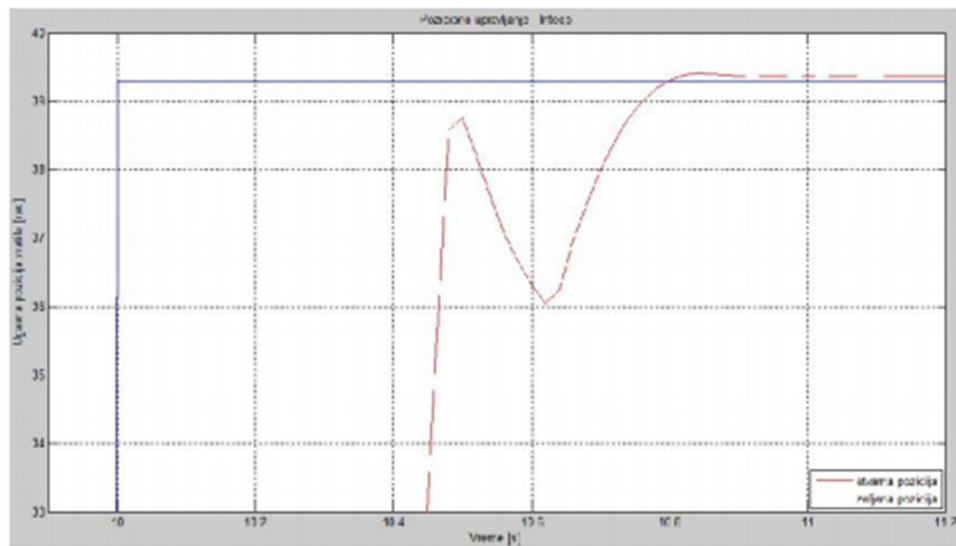


Сл.6.2.5. Одзив Inteco сервомеханизма

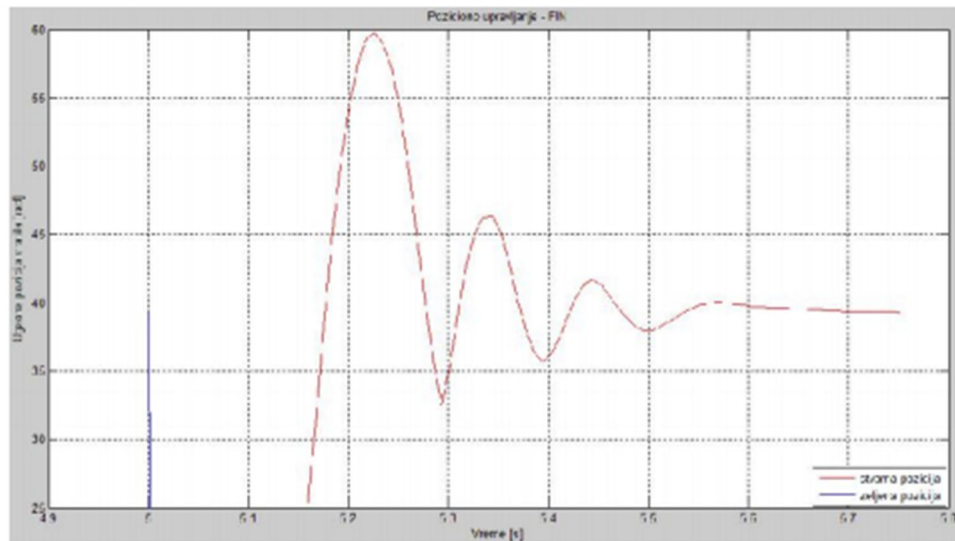


Сл.6.2.6. Одзив ФИН сервомеханизма

Детаљи одзива оба сервомеханизма приказани су на сликама 6.2.7 и 6.2.8.



Сл.6.2.7. Детаљи одзива Inteco сервомеханизма



Сл.6.2.8. Детаљи одзива ФИН сервомеханизма

	Inteco	ФИН
Статичка грешка, e_{∞} [%]	0.4459	0.00007
Време смирења, t_s [s]	2.79	0.75
Проценат прескока, $p_{\%}$ [%]	0	52.53
Време успона, t_p [s]	0.5	0.18

Таб.6.2.1. Упоредни резултати експеримента

У Таб.6.2.1 приказане су вредности статичке грешке, време смирења, проценат прескока и време успона за оба сервомеханизма.

Када је у питању статичка грешка, оба система задовољавају овај услов, с тим што серво систем развијен на ФИН-у има знатно мањи проценат грешке од Inteco сервомеханизма. Што се тиче времена смирења, Inteco сервомеханизам има време смирења које није баш пожељно, али је зато то надокнађено код прескока, где је проценат прескока на савршеном нивоу, тј. не постоји. Време смирења код ФИН серво система је на врло задовољавајућем нивоу, али је зато проценат прескока превелики (преко 50%). Време успона код оба сервомеханизма је на прихватљивом нивоу, с тим што би код Inteco серво система било пожељно да време успона буде краће.

Треба напоменути, да упркос томе што се сервомеханизам развијен на ФИН-у покреће помоћу PLC-а коришћењем Siemens-овог TIA Portal-a, резултате смо приказали у MATLAB-у. Разлог томе је, што TIA Portal при исцртавању дијаграма врши узроковање сигнала са минималном вредношћу од 0.1 [s], што доводи до тога да не можемо видети

статичке и динамичке карактеристике посматраног сигнала, док је узроковање сигнала у MATLAB-у вршено са 0.002 [s]. Добијање вредности које користимо за цртање дијаграма у MATLAB-у могуће је захваљујући софтверу који долази уз DCS-140 серво драјвер.

6.3 LQ контролер

Сервомеханизам развијен на ФИН-у има уграђен PID контролер у микропроцесору на коме се базира драјвер DCS-140 и није могућа примена других врста контролера, тако да ће у даљем делу бити речи о пројектовању LQ и фракционог PID контролера за управљање Inteco сервомеханизмом.

Линеарно-квадратни проблем (LQ^2 проблем) заузима централно место у теорији и примени оптималног управљања. Постоје две врсте LQ проблема: проблем оптималног управљања системом са отвореном и затвореном петљом. Свако оптимално управљање је дато као експлицитна функција времена за фиксне почетне услове, односно оптимални контролер се синтетише. Разматраћемо само случај проблема оптималног управљања системом са затвореном петљом. Оно што је главно у линеарно-квадратној теорији је да је под одговарајућим претпоставкама оптимални *feedback* контролер линеаран у односу на стање и константан у односу на време.

У даљем делу биће представљена синтеза континуалног LQ контролера. Најважније питање за пројектанта једног управљачког система, када је у питању LQ проблем управљања, јесте како да се изаберу тежински коефицијенти у индексу перформансе³.

Динамички модел DC мотора је описан линеарном диференцијалном једначином:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

тј.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_s}{T_s} \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

² Акроним LQ потиче од енглеских речи *Linear Quadratic*, а односи се на пројектовање линеарног регулатора на основу квадратног критеријума перформансе.

³ Индекс перформансе је број који квантификује “доброту” система (има улогу критеријума квалитета система). Како постоје различити аспекти “доброте” система, то индекси перформансе могу бити дефинисани на различите начине. Другим речима, индекс перформансе је нумеричка мера перформансе система.

где матрице A , B и C имају облик

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_s} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_s}{T_s} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

У било ком тренутку времена t , целокупна историја мереног сигнала је доступна за управљање у повратној спрези, па је вектор стања дат у облику

$$y_d(t) = [y_{1d}(t), y_{2d}(t)] \quad 6.3.1$$

Дакле, вектор грешке e се дефинише као

$$e(t) = y_d(t) - y(t) \quad 6.3.2$$

Типичан квадратни критеријум перформансе има облик

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_0^{T_k} [e^T(t)Qe(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \quad 6.3.3$$

где су:

- матрица $Q \geq 0$, Q је симетрична и негативно дефинитна матрица
- матрица $R > 0$, R је симетрична и позитивно дефинитна матрица
- (A, B) је контралабилан пар

Тежинске матрице Q и R се бирају од стране пројектанта и оне морају да задовоље горе наведене услове. То се најлакше постиже бирајући матрицу Q да буде дијагонална тако да сви дијагонални елементи буду позитивни или нула. Тежинска матрица R мора бити позитивно дефинитна ($|R| \neq 0$), у супротном управљање ће имати бесконачно велико појачање.

Вредности елемената матрица Q и R слабо одговарају специфицираним перформансама. Потребна је извесна количина пробе и грешке при симулацији програма како би био постигнут задовољавајући резултат. Може се препоручити неколико смерница. Нпр. ако сва стања могу да буду под сталном регулацијом и матрица Q је дијагонална, уноси треба да буду такви да изабрана инкрементална промена сваке променљиве даје једнак допринос критеријуму перформансе. Матрица R је такође дијагонална.

Ако је максимално одступање излаза сервомеханизма y_{1max} и y_{2max} , а максимално одступање управљања u_{max} , онда је:

$$Q(1,1)y_1^2 + Q(2,2)y_2^2 + Ru^2 \quad 6.3.4$$

Коефицијенти матрица Q и R могу да се подесе у складу са правилом:

$$Q(1,1) = \frac{1}{(y_{1max})^2} \quad Q(2,2) = \frac{1}{(y_{2max})^2} \quad R = \frac{1}{(u_{max})^2} \quad 6.3.5$$

Ово правило се може модификовати како би се задовољиле жељене локације коренова и одзиви система за изабране вредности тежинских коефицијената. Последице засићења морају да се избегну и за управљање и за излазе система.

Због разлике у методама анализе, формулисања проблема и форме резултата, ми врло јасно разликујемо линеарно-квадратни проблем са коначним временом смирења од проблема са бесконачним временом смирења. Међутим, у неким апликацијама често можемо да наиђемо на ситуацију када је тренутак престанка процеса управљања толико далеко да не утиче на тренутну управљачку акцију. Критеријум перформансе се замењује једначином:

$$J(u) = \int_0^{\infty} [e^T(t)Qe(t) + u^T(t)Ru(t)]dt \quad 6.3.6$$

Онда су оптимално скаларно управљање u^* и оптимални вектор путање y^* дати као

$$u^* = K(y_d - y^*) \quad 6.3.7$$

где је K матрица повратне спреге.

Проблем оптималног управљања је сада дефинисан на следећи начин: наћи појачање K такво да закон повратне спреге $u^* = K(y_d - y^*)$ минимизира критеријум перформансе $J(u)$ система описаног једначинама стања $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_s} \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_s}{T_s} \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Израчунавање управљачке променљиве која минимизира критеријум перформансе $J(u)$ је динамички проблем оптимизације. Овај проблем може бити решен применом Белмановог принципа оптималности, који проблем оптимизације управљања своди на проналажење оптималне стратегије, која даје максималну или минималну вредност функције критеријума $J(u)$. То је уствари суштина једног гледања на оптимално управљање, а оно изражава и тзв. принцип оптималности, који се састоји у томе, да се на свакој етапи код вишеетапних процеса бира управљање које ће омогућити оптимално настављање процеса у целој његовој будућности. Разлог зашто је проблем линеарног оптималног управљања интересантан лежи у чињеници да се његово решење остварује у

форми повратне спреге. Да би нашли решење датог проблема, претпоставићемо да је минимална вредност критеријумске функције квадратна, тј.

$$J^*(e, t) = e^T(t) S e(t) \quad 6.3.8$$

где је матрица $S \geq 0$, S је симетрична и негативно дефинитна матрица.

Матрица S се придружује *Riccati*-евој једначини, која се добија поједностављајући Belmanov принцип оптималности:

$$SA + A^T S - SBR^{-1}B^T S + Q = 0 \quad 6.3.9$$

Пошто је минимална вредност критеријумске функције квадратна, постоји више од једног решења, и матрица S мора бити позитивно дефинитна како би изабрано решења било коректно. Ова процедура враћа матрицу E :

$$E = eig(A - B^* K^* C^*) \quad 6.3.10$$

Вектор K се може израчунати нумерички помоћу итеративне формуле на основу *Riccati*-еве једначине. Одатле следи да је систем са затвореном петљом асимптотски стабилан

$$\dot{e} = (A - BKC)e \quad 6.3.11$$

Да би се решио проблем LQ контролера може да се користи функција *lqry* из *Control System Toolbox*-а. Наредба за *lqry* је: $[K, S, E] = lqry(A, B, C, D, Q, R)$.

У том случају, тежинска матрица Q се односи на излаз y уместо на стање x . За сервомеханизам матрица D је нула матрица (2×1). Функција *lqry* израчунава еквивалент Q , R и позива *lqr*.

Управљање y није ограничено. Ова претпоставка не може бити задовољена за реалан физички систем. Оно што је битно запамтити је да, уколико је управљање y zasiћено онда оно не задовољава LQ проблем. Да бисмо се вратили на LQ проблем, амплитуда сигнала y мора бити смањена. У том случају, пројектант подешава тежинске коефицијенте између стања и управљачке променљиве. Да би се ово обавило препоручују се алати за симулацију.

Циљ управљања је да се прати референтни сигнал који је дефинисан као квадратни талас. Амплитуда референтног улазног сигнала је $25 * \pi/2$. Фреквенција референтног улаза је $0.1 [Hz]$, а време узорковања $0.002 [s]$.

```
% model u prostoru stanja
A=[0 1;0 -1/Ts];
B=[0; Ks/Ts];
C = [1 0;0 1];
```

```

D = zeros( 2, 1 );

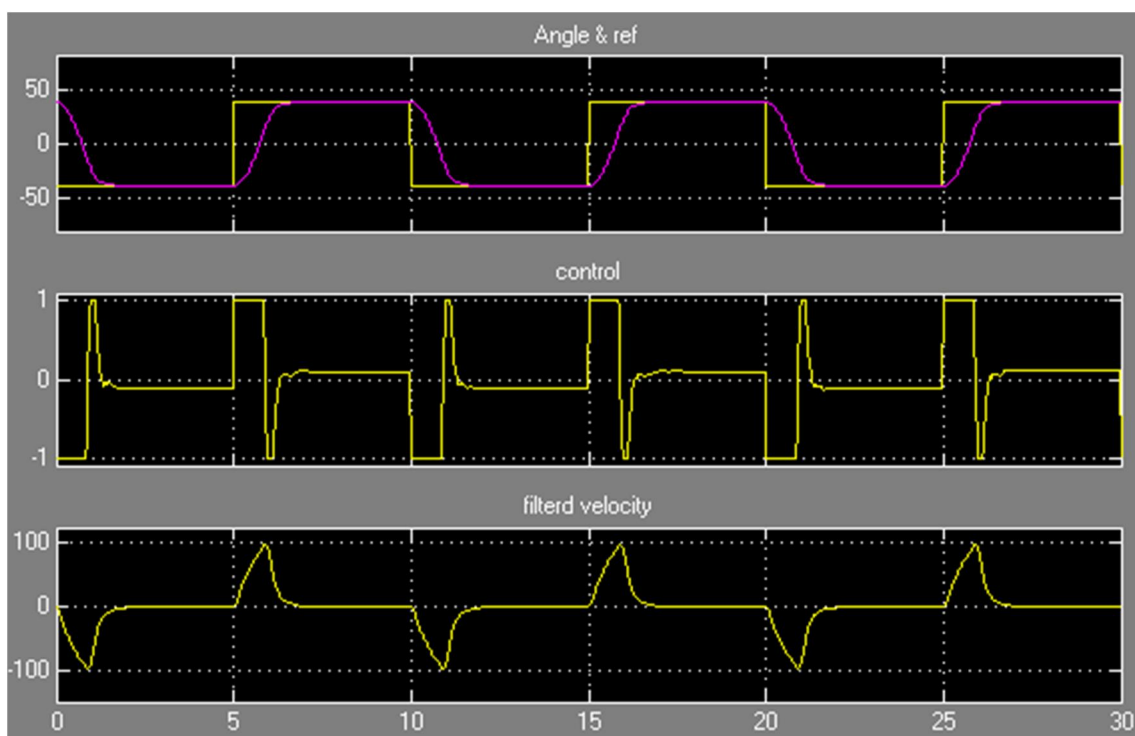
% izbor tezinskih matrica Q i R
Q=[50 0;0 1];
R=1000;

% racunanje koeficijenata LQ kontrolera
[K,S,lambda]=lqry(A,B,C,D,Q,R);

% prikaz pojačanja K u komandnom prozoru Matlab
K

```

За претходно добијене вредности $K_s = 122.9847 \text{ [rad/s]}$ и $T_s = 0.7504 \text{ [s]}$ добијамо појачање LQ контролера $K = [0.2236 \ 0.0532]$. Добијени резултати су приказани на Сл.6.3.1. Може се приметити да је референтни сигнал постигнут са тачношћу од 1.09% и без прескока. Управљачки сигнал је засићен.



Сл.6.3.1. Резултати позиционог управљања коришћењем LQ контролера

6.4 Фракциони PID контролер

Фракциони рачун (енг. *Fractional Calculus* - FC), који се данас примењује у науци и инжењерству, познат је по способности да постиже супериорно моделирање и управљање у многим динамичким системима. Можемо навести његову примену у разним областима науке као што су вискозност и пригушење, дифузија и простирање таласа, електромагнетизам, хаос и фрактели, пренос топлоте, биологија, електроника, обрада сигнала, роботика, идентификација система, саобраћајни системи, генетски алгоритми,

филтрирање, моделирање и идентификација, телекомуникације, хемија, физика, управљање, економија и финансије.

Што се тиче области управљања системима, фракциони контролери се тренутно интензивно истражују. Међутим, упркос све већем броју публикација везаних за ову тему, једноставна и ефикасна правила подешавања, као што су она за класичне PID контролере, још увек недостају.

6.4.1 Основе фракционог рачуна

Фракциони рачун (FC) је грана математике која се бави операцијама диференцирања и интеграције произвољног реалног (па чак и комплексног) степена и појавио се готово у исто време кад и класичан диференцијални рачун. Дакле, дозвољавају се не само класичне операције целобројног (једноструког, двоструког, итд.) извода или интеграла, већ и операције степена $1/2$, $\sqrt{2}$, $2 + j, \dots$ Једним именом фракционе изводе и интеграле називамо фракционим операторима.

Сматра се да је фракциони рачун рођен у добро познатој преписци између Г.В. Лајбница и Маркиза Лопитала, у којој се поставило питање потенцијалног значења симбола $d^{1/2}/dt^{1/2}$. Од тада до данас, фракциони рачун су развијали многи познати математичари. Међутим, све до краја XX века изводи и интеграл нецелог реда остају углавном непознати широј научној јавности.

Фракциони рачун генерализује класичан диференцијални оператор $D_t^n \equiv d^n/dt^n$ на фракциони оператор D_t^α , где је α реалан број. Међутим, његова инхерентна комплексност одлаже примену овог повезаног концепта [25].

За дефинисање генерализованог оператора ${}_a^0D_t^\alpha$, где су a и t границе, а α ред операције, често се усваја *Riemann-Liouville-ова* (RL) и *Grünwald-Letnikov-а* (GL) дефиниција. RL дефиниција је дата у следећем облику ($\alpha > 0$):

$${}_a^0D_t^\alpha x(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{x(\tau)}{(t - \tau)^{\alpha - n + 1}} d\tau, \quad n - 1 < \alpha < n$$

6.4.1.1

где $\Gamma(z)$ представља гата-функцију од z . GL дефиниција је дата у следећем облику ($\alpha \in \mathbb{R}$):

$${}_a^0D_t^\alpha x(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^{\lceil \frac{t-a}{h} \rceil} (-1)^k \binom{\alpha}{k} x(t - kh)$$

6.4.1.2

где је h време пририштаја, а $[v]$ означава целобројни део од v . Претходне две једначине показују да су оператори фракционог реда глобални оператори који памте све прошле догађаје, чинећи их адекватним за моделовање наследних и меморисаних ефеката у већини система.

Још једна корисна дефиниција је дата кроз Лапласову трансформацију. Лапласова трансформација (L) фракционог извода сигнала $x(t)$ је дата у следећем облику:

$$L\{D^\alpha x(t)\} = s^\alpha X(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k D^{\alpha-k-1} x(t)|_{t=0} \quad 6.4.1.3$$

где је $X(s) = L\{x(t)\}$. С обзиром на нулте почетне услове, претходна једначина се своди на једноставнији облик ($\alpha \in \mathbb{R}$):

$$L\{D^\alpha x(t)\} = s^\alpha X(s) \quad 6.4.1.4$$

Претходни израз је директна генерализација шеме целобројног реда са множењем трансформисаног сигнала $X(s)$ помоћу Лапласове s -променљиве подигнуте на нецелобројну вредност α . Лапласова трансформација је драгоцен алат за анализу и синтезу управљачког система фракционог реда [25].

6.4.2 Системи фракционог реда и фракциони PID контролери

У принципу, системи фракционог реда се могу описати линеарним временски инваријантним (*Linear Time Invariant* - LTI) диференцијалним једначинама фракционог реда облика:

$$\begin{aligned} a_n D_t^{\beta_n} y(t) + a_{n-1} D_t^{\beta_{n-1}} y(t) + \dots + a_0 D_t^{\beta_0} y(t) = \\ = b_m D_t^{\alpha_m} u(t) + b_{m-1} D_t^{\alpha_{m-1}} u(t) + \dots + b_0 D_t^{\alpha_0} u(t) \end{aligned} \quad 6.4.2.1$$

или преко континуалне функције преноса која је облика:

$$G(s) = \frac{b_m s^{\alpha_m} + b_{m-1} s^{\alpha_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\alpha_0}}{a_n s^{\beta_n} + a_{n-1} s^{\beta_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\beta_0}} \quad 6.4.2.2$$

где су β_k, α_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) реални бројеви, $\beta_k > \dots > \beta_1 > \beta_0, \alpha_k > \dots > \alpha_1 > \alpha_0$ и a_k, b_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) су произвољне константе.

Контролери фракционог реда су уведени од стране Oustaloup-a (1991. године), који је развио тзв. *Commande Robuste d'Ordre Non Entier* (CRONE) контролер. Oustaloup је показао супериорније перформансе CRONE контролера у односу на конвенционални PID

контролер. Не тако давно, *Podlubny* (1999) је предложио генерализацију PID контролера на $PI^\lambda D^\mu$ контролер фракционог реда, који укључује интегратор реда λ и диференцијатор реда μ . Функција преноса $G_c(s)$ таквог контролера има следећи облик:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P + K_I s^{-\lambda} + K_D s^\mu, \quad \lambda, \mu > 0$$

6.4.2.3

где $E(s)$ представља сигнал грешке, а $U(s)$ представља излаз контролера. Константе K_P, K_I, K_D су коефицијенти пропорционалног, интегралног и диференцијалног појачања, респективно.

$PI^\lambda D^\mu$ контролер је описан фракционом интегрално-диференцијалном једначином типа:

$$u(t) = K_P e(t) + K_I D^{-\lambda} e(t) + K_D D^\mu e(t)$$

6.4.2.4

Што значи, да у зависности од реда λ и μ , ми добијамо неограничен број избора за тип контролера. На пример, ако претпоставимо да је $(\lambda, \mu) \equiv (1, 1)$ онда добијамо класичан PID контролер, за $(\lambda, \mu) \equiv (1, 0)$ добијамо PI контролер, за $(\lambda, \mu) \equiv (0, 1)$ добијамо PD контролер, а за $(\lambda, \mu) \equiv (0, 0)$ добијамо P контролер. Све ове врсте класичних PID контролера су поједини случајеви фракционог $PI^\lambda D^\mu$ контролера. $PI^\lambda D^\mu$ контролер је доста флексибилнији и даје могућност прецизнијем подешавању динамичких својстава система управљања [25].

6.4.3 Експериментални резултати

Помоћу фракционог PID контролера управљаће се угаоном брзином вратила мотора и сви експерименти биће у реалном времену. Као тест сигнал користиће се степ функција. Време узорковања је 0.01 [s], а вредност, тј. угаона брзина коју сервомеханизам треба да оствари износи 40 [rad/s].

Фракциони оператор $s^\alpha, (\alpha \in \mathbb{R})$ се у функцији преноса PID контролера имплементира коришћењем фреквентне *Oustaloup*-ове апроксимативне методе. Коришћене вредности су $N = 5$, $\omega_b = 1$ [rad/s] и $\omega_h = 1000$ [rad/s].

Контролери фракционог реда се имплементирају у дигиталној форми дискретизацијом функције преноса континуалног контролера. Техника дискретизације састоји се из билинеарне (или *Tustin*-ове) апроксимације са периодом узорковања $T = 0.01$ [s].

Као што смо већ рекли, улазни степ сигнал је амплитуде 40 [rad/s] и примењује се у серво систему као угаона брзина у току времена. У даљем делу пратићемо примену

неколико типова PID контролера фракционог реда за управљање угаоном брзином серво система. Добијени експериментални резултати биће приказани и анализирани.

PI^λ контролер

Функција преноса PI^λ контролера је дата у следећем облику:

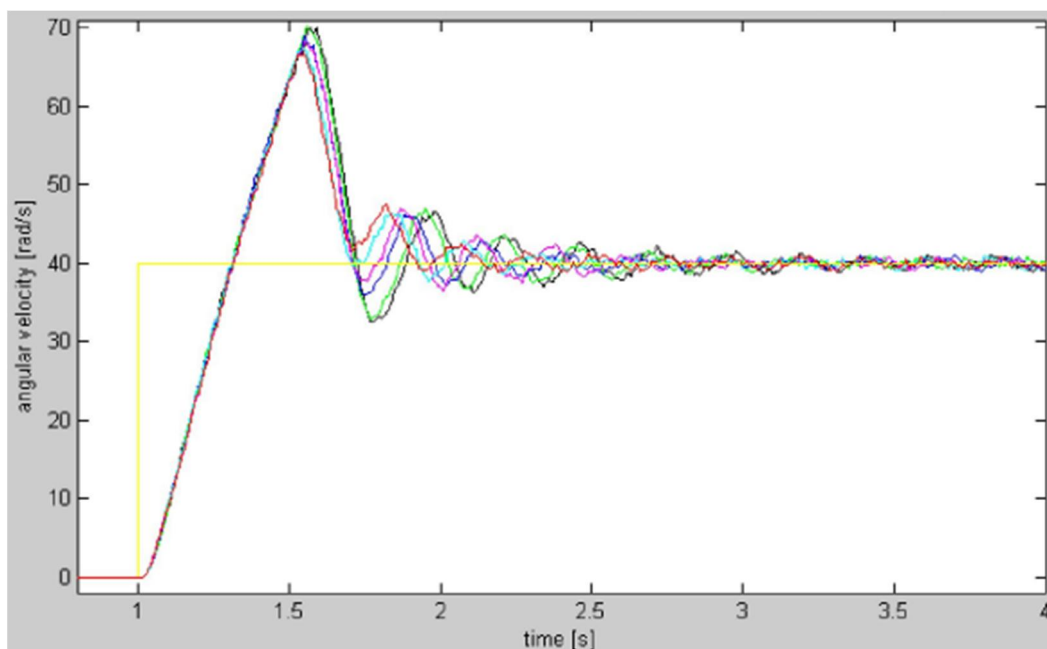
$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s^\lambda}, \quad \lambda > 0$$

6.4.3.1

У овом случају, имамо три параметра који се могу подешавати, коефицијент пропорционалног дејства K_p , коефицијент интегралног дејства K_I и степен интеграције λ фракционог контролера. Израз $1/s^\lambda$ се имплементира преко целобројног интегратора $s^{1-\lambda}/s$ ($0 < \lambda < 1$) са циљем да се обезбеди добра, тј. мања грешка стационарног стања.

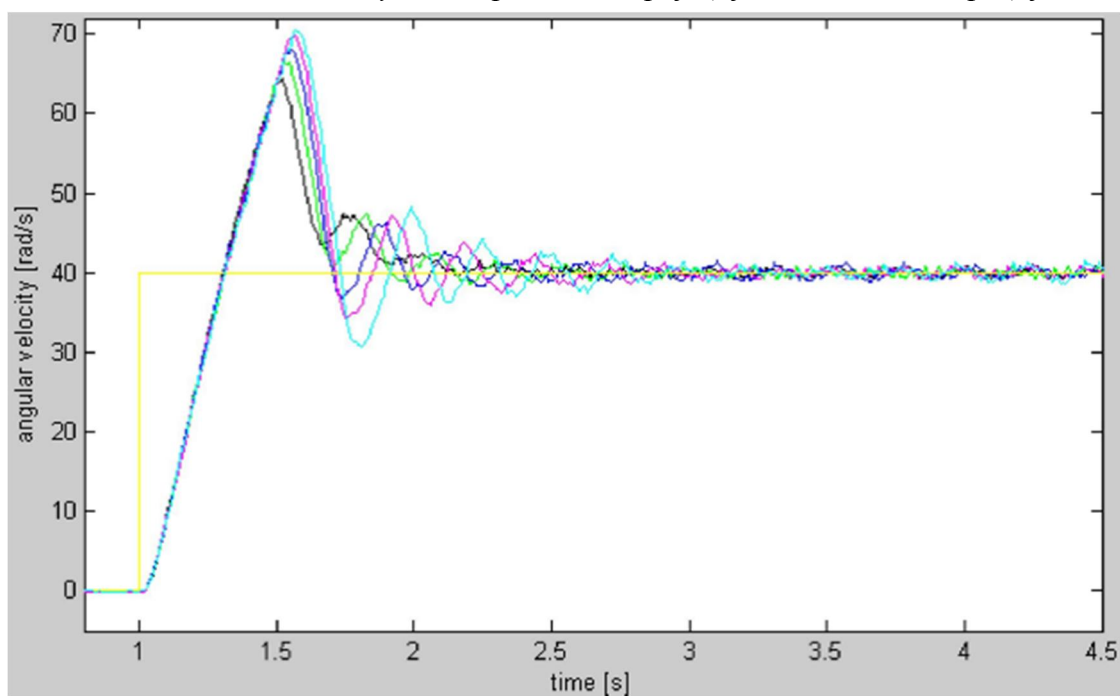
Сл.6.4.3.1. приказује експериментални степ одзив угаоне брзине вратила серво система у односу на различите вредности степена интеграције $\lambda = \{0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1\}$ задржавајући појачања $K_p = 0.023$ и $K_I = 0.073$. На Сл.6.4.3.2. приказан је одзив система у односу на различите вредности коефицијента интегралног дејства $K_I = \{0.047, 0.060, 0.073, 0.085, 0.098\}$ задржавјући степен интеграције $\lambda = 0.5$ и појачање $K_p = 0.023$. У оба случаја, грешка устаљеног стања је веома мала. Понашање устаљеног стања може бити побољшано множењем фракционог контролера изразом $(s + \eta)/s$, где η представља неку малу вредност.

Обратимо пажњу како ред интеграције λ утиче на прескок и време смирења система. Са избором мање вредности λ (црвени сигнал, $\lambda = 0.1$) са Сл.9.5.1.1. се види да су прескок и време смирења мањи, али зато излаз система конвергира спорије, што се и очекује при избору мање вредности коефицијента интегралног дејства.



K_p	K_I	црна	зелена	плава	пинк	циан	црвена
0.023	0.073	$\lambda = 1$	$\lambda = 0.9$	$\lambda = 0.7$	$\lambda = 0.5$	$\lambda = 0.3$	$\lambda = 0.1$

Сл.6.4.3.1. Осетљивост угаоне брзине на варијације степена интеграције λ



K_p	λ	црна	зелена	плава	пинк	циан
0.023	0.5	$K_I = 0.047$	$K_I = 0.060$	$K_I = 0.073$	$K_I = 0.085$	$K_I = 0.098$

Сл.6.4.3.2. Осетљивост угаоне брзине на варијације интегралног појачања K_I

PD^μ контролер

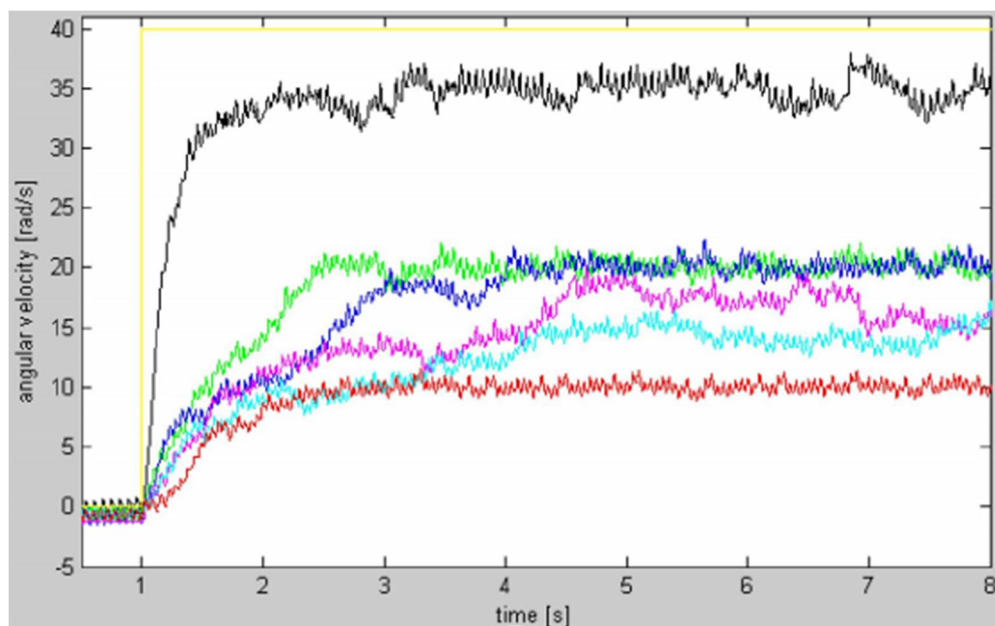
Функција преноса PD^μ контролера је дата у следећем облику:

$$G_c(s) = K_P + K_D s^\mu, \quad \mu > 0 \quad 6.4.3.2$$

И у овом случају, као и у претходном, имамо три параметра који се могу подешавати, коефицијент пропорционалног дејства K_P , коефицијент диференцијалног дејства K_D и степен диференцирања μ фракционог контролера. Фракциони PD^μ контролер је дизајниран коришћењем вредности коефицијената пропорционалног и диференцијалног дејства.

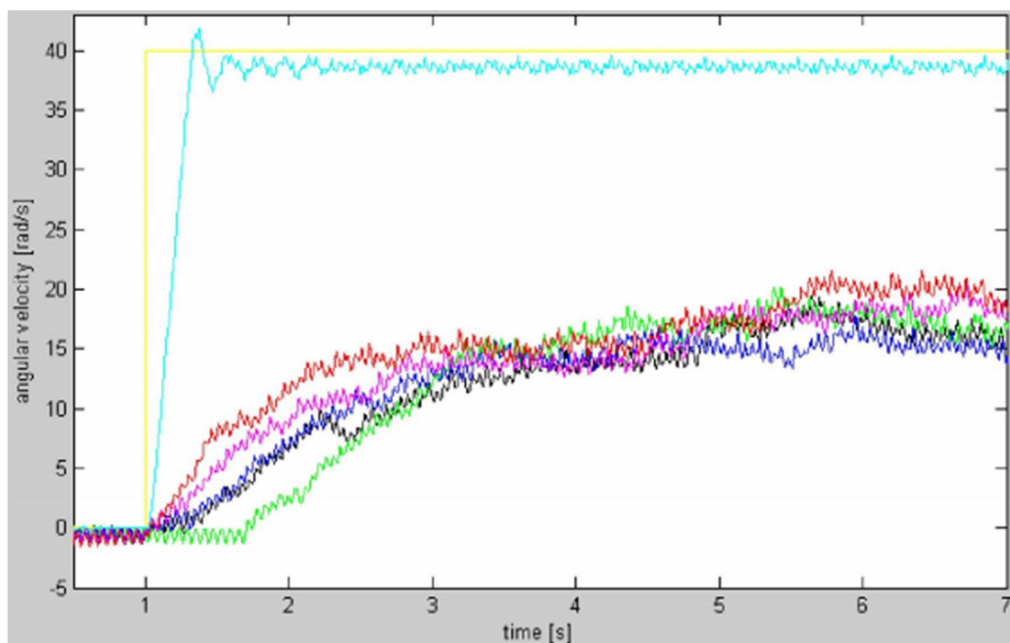
Сл.6.4.3.3. приказује експериментални степ одзив угаоне брзине вратила серво система у односу на различите вредности степена диференцирања $\mu = \{0.05, 0.15, 0.25, 0.35, 0.45, 1\}$ задржавајући појачања $K_P = 0.023$ и $K_D = 0.0029$. На Сл.6.4.3.4. приказан је одзив система у односу на различите вредности појачања, тј. коефицијента диференцијалног дејства $K_D = \{0.0009, 0.001, 0.0029, 0.005, 0.01\}$ задржавјући степен диференцирања $\mu = 0.2$ и појачање $K_P = 0.023$. У оба случаја, грешка устаљеног стања је веома велика.

Обратимо пажњу како ред диференцирања μ утиче на одзив система. Са избором мање вредности μ (црвени сигнал, $\mu = 0.05$) са Сл.6.4.3.3. се види да систем доста споро конвергира и да је врло засићен, такође је врло приметан утицај поремећаја на систем који се манифестује у виду непригушених осцилација малих амплитуда. На Сл.6.4.3.4. је исти случај, с тим што смо у једном случају искуствено смањили вредност диференцијалног појачања на $K_D = 0.0001$ и $\mu = 1$ (светло плави сигнал), чиме је постигнут знатно бржи одзив система и врло задовољавајући прескок, али је одзив система и даље засићен и за врло мале вредности диференцијалног појачања, тако да је примена фракционог D^μ – члана у овом случају непожељна.



K_p	K_D	црна	зелена	плава	пунк	циан	црвена
0.023	0.0029	$\mu = 1$	$\mu = 0.45$	$\mu = 0.35$	$\mu = 0.25$	$\mu = 0.15$	$\mu = 0.05$

Сл.6.4.3.3. Осетљивост угаоне брзине на варијације реда диференцирања μ



K_p	μ	црна	зелена	плава	пунк	црвена	циан
0.023	0.2	$K_D = 0.01$	$K_D = 0.005$	$K_D = 0.0029$	$K_D = 0.001$	$K_D = 0.0009$	$K_D = 0.0001, \mu = 1$

Сл.6.4.3.4. Осетљивост угаоне брзине на варијације диференцијалног појачања K_D

Показали смо да фракциони контролери могу ефикасно побољшати перформансе управљачког система увођењем додатних параметара за подешавање динамике система.

Са овом врстом контролера пројектант има могућност додатног ”финог” подешавања параметара. Резултати показују да примена фракционих контролера има приближно исти учинак као и класични PID контролери, с тим што класични PID контролери имају малу предност која се огледа у мањем броју параметара за подешавање.

7. Закључак

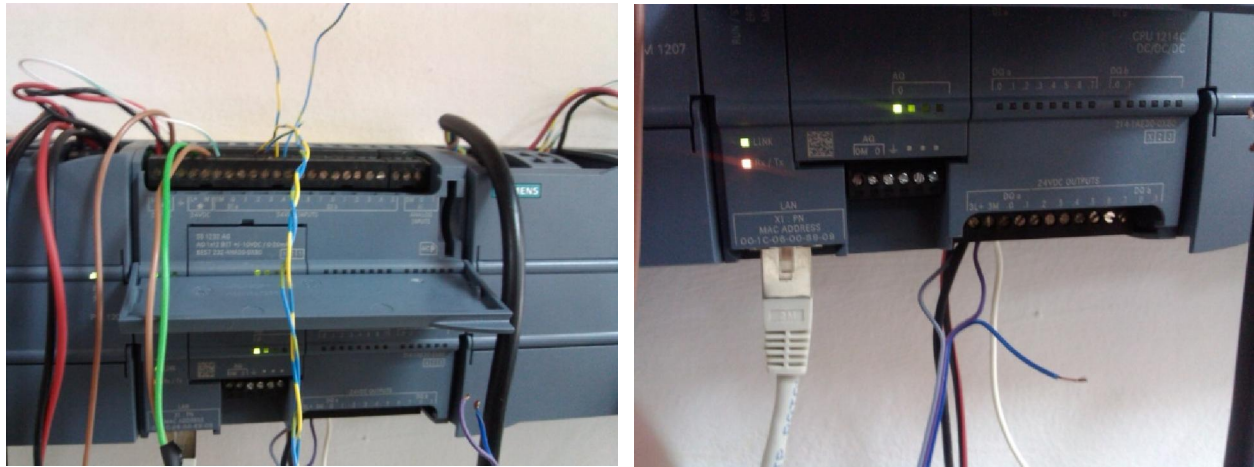
При пројектовању математичког модела DC мотора показали смо да карактеристична једначина DC мотора може бити представљена у облику диференцијалне једначине првог и другог реда, у случају брзинског сервомеханизма, и у облику диференцијалне једначине другог и трећег реда, у случају позиционог сервомеханизма. Извршено је пројектовање сервомеханизма са различитим компонентама и модулима и објашњен је њихов утицај на саму структуру система. Видели смо да је управљање помоћу MATLAB-а прецизније и једноставније у односу на PLC, из разлога што је MATLAB и предвиђен за испитивање, моделирање и идентификацију различитих система управљања, док се управљање PLC-ом користи првенствено у индустрији. О поређењу коришћених контролера неће бити речи због тога што ово поређење нема смисла, јер увек постоји могућност да параметри једне врсте контролера нису добро подешени. Ипак, за управљање Inteco сервомеханизмом најбоље резултате је дао фракциони PID контролер. Такође, извођење експеримента и добијени резултати су дати на YouTube каналу Центра за примењену аутоматику (CPA).

Што се тиче упоредних карактеристика коришћених сервомеханизма, добијени резултати су били изненађујући, узимајући у обзир цену и карактеристике компоненти, као и могућности софтвера при пројектовању оба сервомеханизма. На основу приказаних резултата и цена Inteco и сервомеханизма развијеног на ФИН-у које су у односу 1:8, респективно, може се закључити да су карактеристике сервомеханизма развијеног на ФИН-у изнад очекиваног. Када је у питању брзинско управљање, оба система имају врло сличне карактеристике, с тим, што се код ФИН серво система у одређеним временским интервалима јавља поремећај у виду високофреквентног шума, који је врло непожељан, а који се може уклонити пројектовањем NF филтра. Када је у питању позиционо управљање, у већини случајева сервомеханизам развијен на ФИН-у има боље карактеристике сигнала од Inteco серво система. Једини недостатак код сервомеханизма развијеног на ФИН-у је софтвер који би омогућио много лакше снимање вредности за исцртавање дијаграма (у MATLAB-у или Excel-у). Генерално гледано, оба серво система су врло корисна у циљу практичне и теоријске едукације студената за различите тематске области из аутоматике, као и примени уклањања недостатака и искоришћавања предности оба сервомеханизма.

8. Додатак

8.1 Имплементација закона управљања на PLC SIEMENS S7-1200

У претходном делу рада је описан модуларни серво систем, са својим карактеристикама, док ћемо у даљем делу дати начин извођења и регулисања брзинског и позиционог сервомеханизма. Потребно је најпре повезати серво са Siemens-овим PLC уређајем S7-1200. На следећој слици је представљено повезивање уређаја.

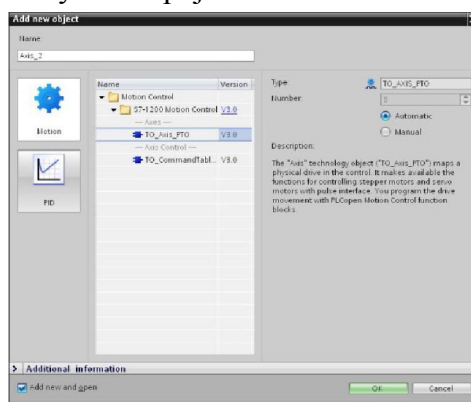


Сл.8.1.1. Повезивање енкодера и мотора са PLC-ом

На Сл.8.1.1 се види да се на дигиталне улазе PLC уређаја доводе енкодери, чија се вредност чита. Такође је приказано повезивање дигиталних излаза са мотором серво система, на чије крајеве се шаље *step* сигнал, а такође имамо други излаз, који се повезује ради регулисања смера обртања серво мотора.

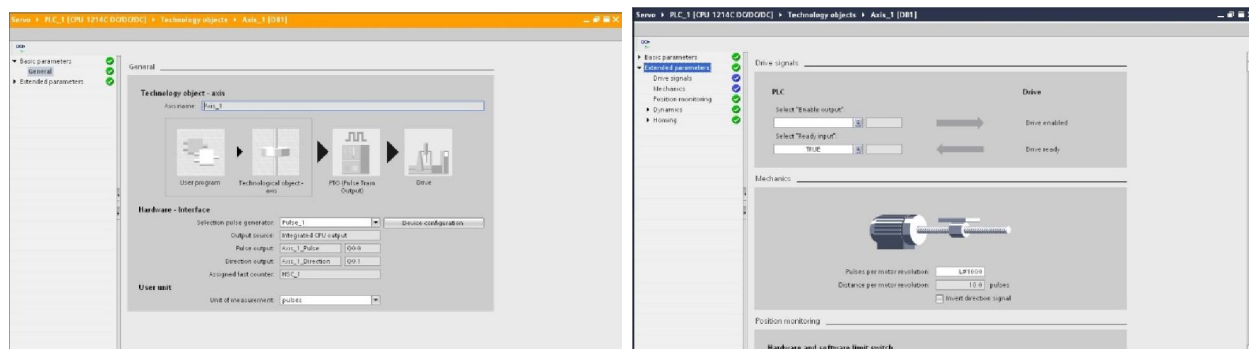
Програмирање PLC-а

У оквиру *Technology object-a*, под *Motion*, изаберемо *TO_Axis_PTO*, потврдом на *OK* додали смо жељени објекат у наш пројекат.



Сл.8.1.2. Избор Motion блока

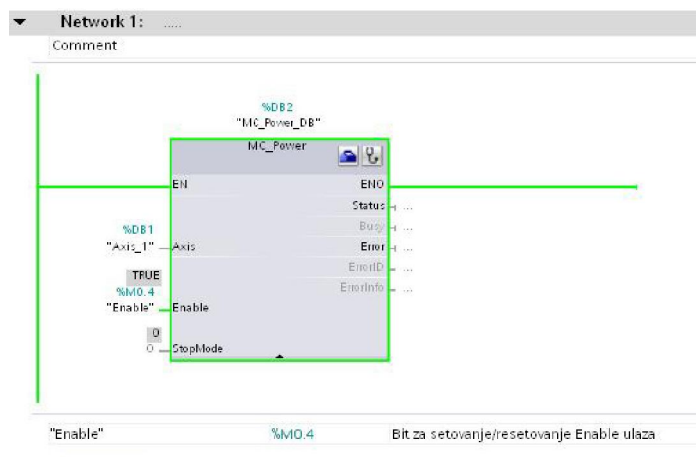
Након тога је потребно конфигурисати наш објекат. Избором *Basic Parameters-a* приступамо подешавањима осе, где уносимо назив осе, избор генератора пулса, и додељујемо адресе, као и јединицу мере. Додељивањем жељеног генератора пулса, аутоматски нам се један бројач велике брзине (HSC – High Speed Counter) резервише за тај генератор.



Сл.8.1.3. Основни параметри објекта и прозор *Extended parameters*

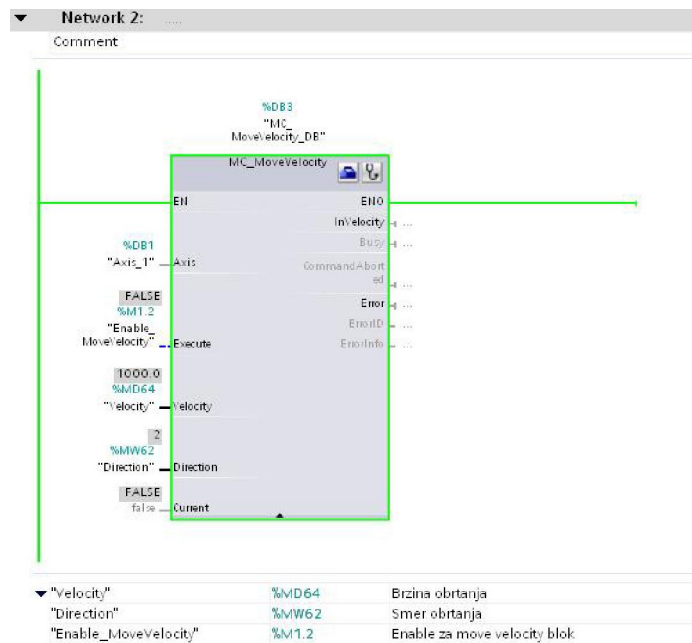
Под *Extended parameters* вршимо подешавања сигнала, механичког дела, као и динамичких особина и карактеристика.

Након свих подешавања везаних за објекат, приступамо изради само програма. Најпре убацујемо блок којим се врши стављање у привравности наш сервомеханизам, односно, врши се укључивање или искључивање истог. Блок се назива MC_Power_DB, и од промениљивих имамо осу, где стављамо нашу осу дефинисану у параметрима, и на *Enable* улаз стављамо логичку променљиву (Сл.8.1.4).



Сл.8.1.4. MC_Power_DB blok

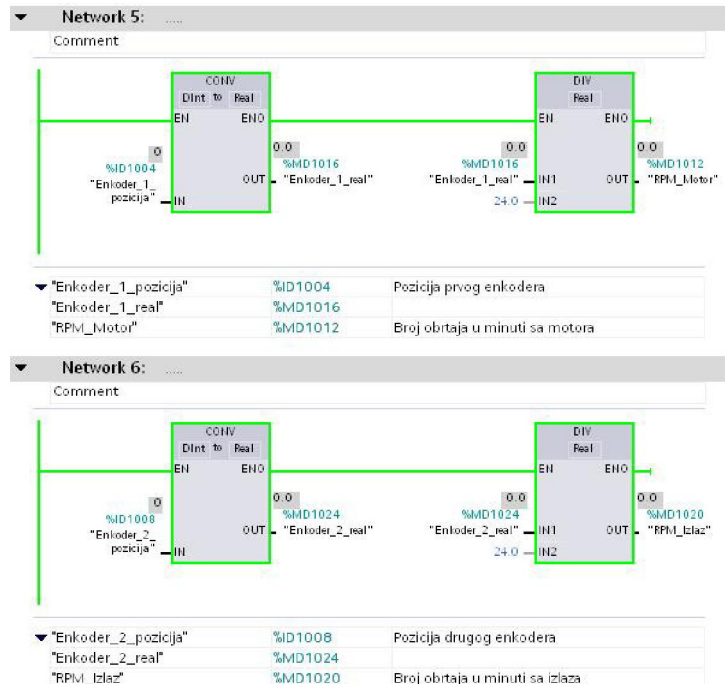
Да бисмо сервомеханизам користили као брзински серво потребно да је у наш програм убацимо блок којим ћемо регулисати жељену брзину, односно број обраћаја. Блок је приказан на Сл.8.1.5.



Сл.8.1.5. Блок за регулисање брзине

Од параметара је потребно унети осу, логичку која ће нам стартовати блок, брзину и смер обртања. Што се тиче смера обртања осе, постоје три варијанте. Прва је да се као променљива унесе 0, што значи да нам смер обртања зависи од предзнака брзине. Други начин је да се као променљива унесе 1, и тада ће се наша оса обртати у математички позитивном смеру, док са уносом 2, наша оса почиње да се обрће жељеном брзином, у математички негативном смеру.

Да бисмо читали вредности са енкодера, потребно је у програм убацили бројаче великих брзина (HSC). Њихов изглед са променљивима је приказан на Сл.8.1.6.

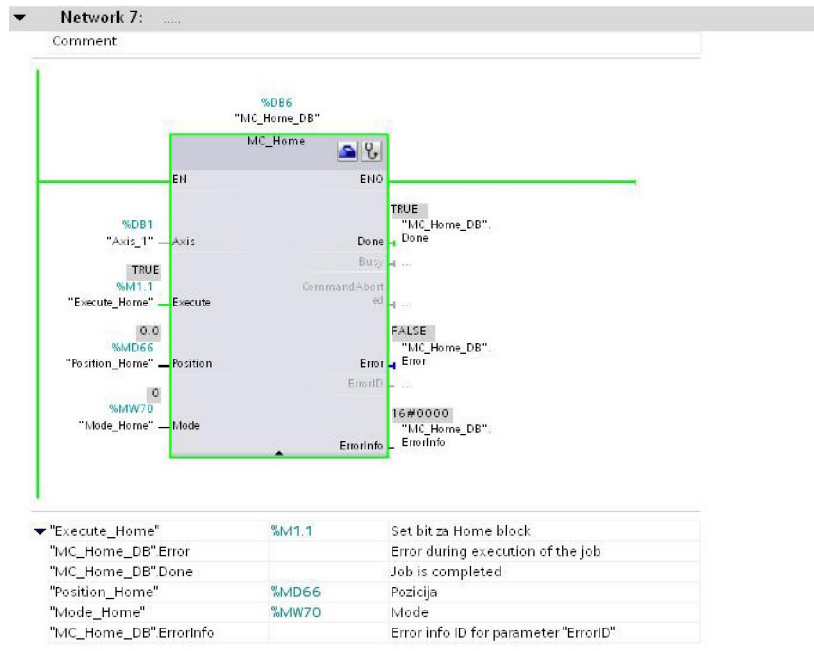


Сл.8.1.7. Конвертовање вредности са енкодера

Даље приступамо програмирању позиционог серво механизма. Код позиционг серво уређаја је потребно довести осу у жељени положај (позицију). Дакле, потребно је задати угао за који ће се оса обрнути. Да бисмо то постигли потребно је најпре да подешавамо офсет осе, како бисмо знали у сваком тренутку који нам је положај почетни. За то користимо блок *MC_Home_DB*, и његов изглед је дат на Сл.8.1.8. Од параметара је потребно унети осу коју смо дефинисали на самом почетку, затим логичку променљиву која ће нам извршити наредбу, односно активирати блок, променљива за позицију, помоћу које уносимо офсет, као и променљива за мод. Од модова су могући:

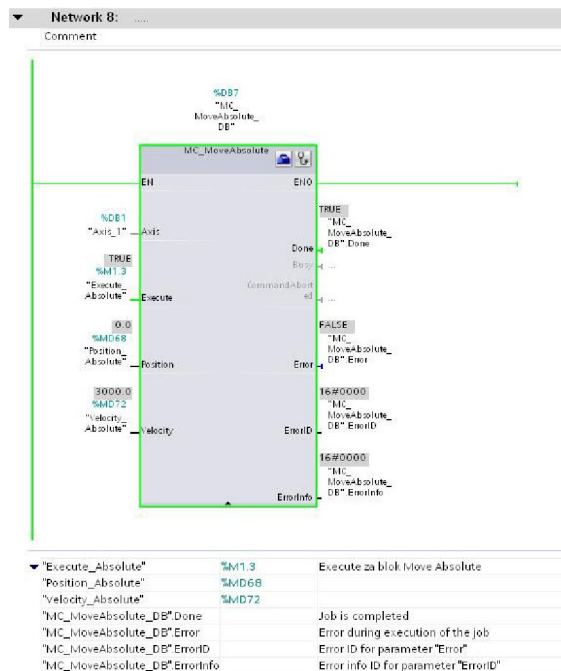
- *Direct homing absolute (Mode = 0)*
- *Direct homing relative (Mode = 1)*
- *Passive homing (Mode = 2)*
- *Active homing (Mode = 3)*

У нашем случају користимо само модове 0 и 1, јер је за модове 2 и 3 потребно имати неки екстерни прекидач или сензор, који ће у случају да га оса активира, сетовати референтни положај.



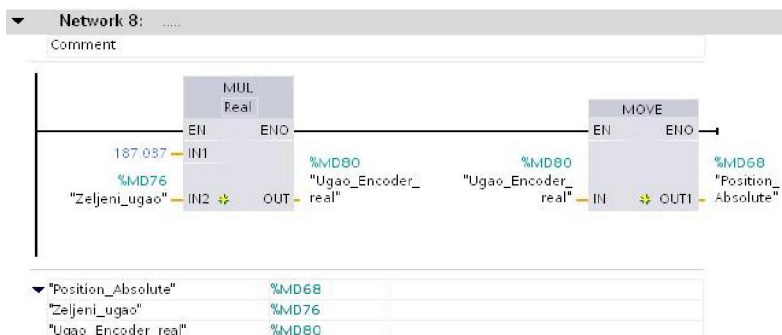
Сл.8.1.8. Изглед Home блока

Уз Home blok, потребан нам је и MC_MoveAbsolute_DB блок, односно блок којим се задаје жељена позиција. Од параметара блок има, као и претходни, осу, затим команду за активирање, као и коадну за унос жељене позиције и жељене брзине којом ће оса да се обрће. Такође има статус битове, који нам служе да виидмо да ли је постоји нека грешка, и ако постоји, која грешка је у питању (Сл.8.1.9).



Сл.8.1.9. Изглед блока за позиционирање

Пошто је вредност са енкодера апсолутна, потребно је скалирати ту вредност на опсег од 0° до 360° . Најпре ћемо измерити колико пулсева енкодер одброји од почетног (нултог) положаја, до пуног круга, и ту вредност скалирати на вредности од 0° до 360° . Користимо математичке операције приказане у мрежи на Сл.8.1.10.

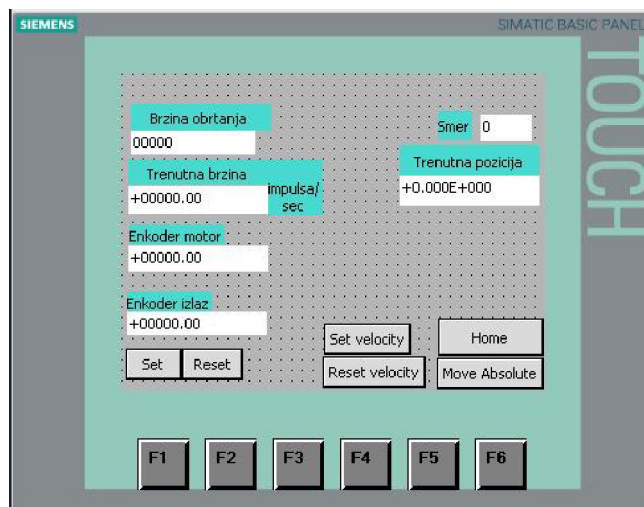


Сл.8.1.10. Мрежа за скалирање

У мрежи за скалирање имамо променљиву *Zeljeni_ugao* која нам представља променљиву коју уносимо у степенима, да бисмо позиционирали осу на жељену вредност. Та променљива се преко блока *Move* шаље на променљиву *Position_Absolute*, која је везана за блок за позиционирање. На тај начин смо регулисали жељену позицију, и у наставку рада ће бити приказана израда НМИ-ја за овај систем. На Сл.8.1.11 имамо приказану табелу са свим таговима коришћеним у досадашњем делу програма, а на Сл.8.1.12 изглед НМИ екрана [17].

	Name	Data type	Address	Retain	Visibl	Acces	Comment
1	Axis_1_Pulse	Bool	%Q0.0		☒	☒	
2	Axis_1_Direction	Bool	%Q0.1		☒	☒	
3	Start_Modulami_Servo	Bool	%I0.5		☒	☒	
4	Modulami_servo_Pulse(1)	Bool	%Q0.2		☒	☒	
5	Modulami_servo_Direction(1)	Bool	%Q0.3		☒	☒	
6	Enable	Bool	%I0.4		☒	☒	Bit za setovanje i resetovanje Enable ulaza
7	Direction	Int	%MW62		☒	☒	Smjer okretanja
8	Velocity	Real	%MD64		☒	☒	Brzina okretanja
9	Encoder_1_pozicija	Dint	%DI004		☒	☒	Pozicija prvog enkodera
10	Encoder_2_pozicija	Dint	%DI008		☒	☒	Pozicija drugog enkodera
11	RPM_Motor	Real	%MD1012		☒	☒	Broj okretaja u minuti sa motora
12	Encoder_1_real	Real	%MD1016		☒	☒	
13	RPM_izlaz	Real	%MD1020		☒	☒	Broj okretaja u minuti sa izlaza
14	Encoder_2_real	Real	%MD1024		☒	☒	
15	Axis_1_Reference point switch	Bool	%I1.0		☒	☒	
16	Execute_Home	Bool	%M1.1		☒	☒	Set bit za Home blok
17	Position_Home	Real	%MD66		☒	☒	Pozicija
18	Mode_Home	Int	%MW70		☒	☒	Mod
19	Enable_MoveVelocity	Bool	%M1.2		☒	☒	Enable za move velocity blok
20	Execute_Absolute	Bool	%M1.3		☒	☒	Execute za blok Move Absolute
21	Position_Absolute	Real	%MD68		☒	☒	
22	Velocity_Absolute	Real	%MD72		☒	☒	
23	Zeljeni_ugao	Real	%MD76		☒	☒	
24	Ugao_Encoder_real	Real	%MD80		☒	☒	
25	Ugao_Encoder	Dint	%MD84		☒	☒	
26	<Add new>				☒	☒	

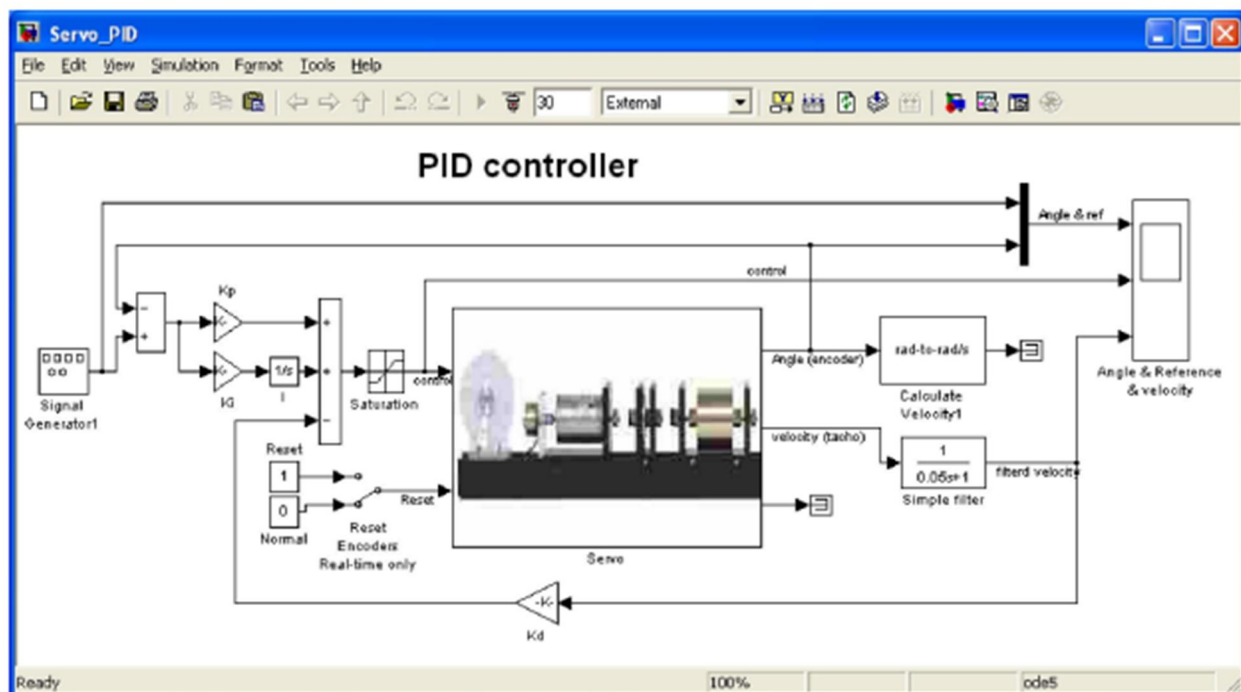
Сл.8.1.11. Табела са таговима



Сл.8.1.12. Изглед HMI екрана [17]

8.2 Имплементација закона управљања у MATLAB-у

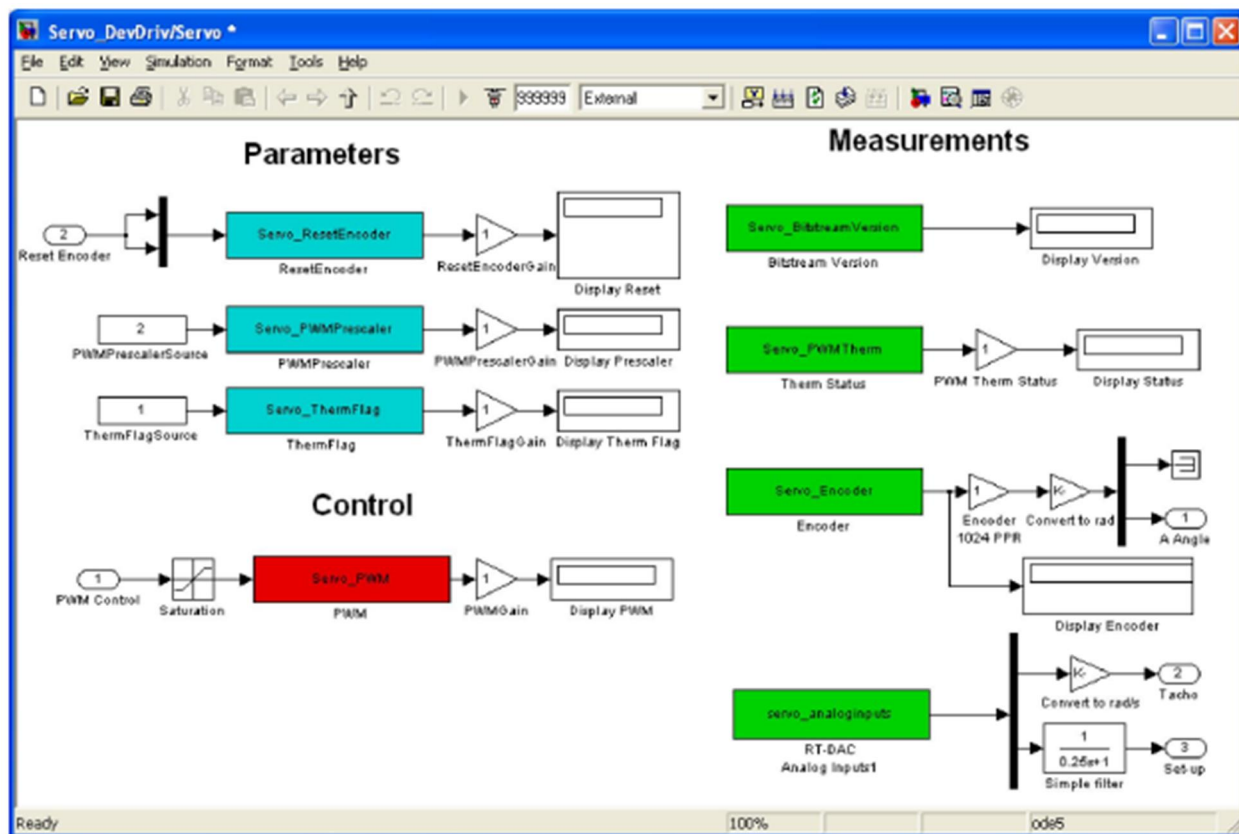
Основни Simulink модел за управљање Inteco сервомеханизмом је приказан на Сл.8.2.1. Овај блок дијаграм се може модификовати у зависности од тога да ли желимо позиционо или брзинско управљање или управљање потенциометром.



Сл.8.2.1. Изглед Simulink модела за управљање сервомеханизмом и PID контролером

Главно управљање се налази у менију RTWT Device Driver. RTWT Driver је софтвер који је уствари „посредник” између MATLAB окружења за рад у реалном

времени и RT-DAC4/PCI картице. Ово управљање служи за контролу и мерење сигнала. Отварањем блока Servo отвара се прозор као на Сл.8.2.2.



Сл.8.2.2. Унутрашњост блока Servo

Литература

- [1] Ж. Марковић, *Метод за синтезу дигиталног закона управљања серво системом са еластично спрегнутим масама*, Магистарски рад, Електротехнички факултет Универзитета у Београду, Београд, 2003.
- [2] Љ. Драгановић, *Елементи и системи аутоматског управљања – принципи изградње*, ЛОЛА Институт, Београд, 1997.
- [3] Љ. Драгановић, *Пројектовање система аутоматског управљања*, ЛОЛА Институт, Београд, 2000.
- [4] <http://www.automatika.rs/baza-znanja/mehatronika/dc-elektromotori.html>
- [5] М. Матијевић, Г. Јакуповић, Ј. Цар, *Рачунарски подржано мерење и управљање*, Машински факултет Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац, 2008.
- [6] М. С. Матијевић, *Структурна синтеза система дигиталног управљања са унутрашњим моделом*, Магистарска теза, Машински факултет Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац, 1998.
- [7] М. Р. Стојић, *Дигитални системи управљања*, Електротехнички факултет Универзитета у Београду, Београд, 1989.
- [8] <http://mehatronika.gomodesign.rs/dimenzionisanje-servo-motora/>
- [9] Clarence W. de Silva, *Sensors and actuators: control system instrumentation*, CRC Press, Boca Raton, USA, 2007.
- [10] <http://www.stsmihajlopupin.edu.rs>
- [11] <http://www.automatika.rs/baza-znanja/teorija-upravljanja/upravljanje-jednosmernim-elektromotornim-pogonom.html>
- [12] <http://www.automatika.rs/projekti/drajver-bdc-motora-realizovan-h-mostom.html>
- [13] <http://www.elektronika.ftn.uns.ac.rs/>
- [14] Ч. Милосављевић, *Теорија аутоматског управљања – I: класична теорија временски континуалних система аутоматског управљања*, Електротехнички факултет Универзитета у Источном Сарајеву, Сарајево, 2008.
- [15] М. Поповић, *Сензори у роботизици*, Виша електротехничка школа, Београд, 1996.

- [16] Inteco Sp. z.o.o., *Modular Servo System – User's Manual*, Krakow, 2011.
- [17] М. Јуришевић, А. Станисављевић, Н. Белоица, П. Станковић, *Управљање модуларним сервосистемом помоћу PLC-а*, Пројектни задатак из предмета Индустријски рачунарски системи, Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујеву, Крагујевац, 2013.
- [18] <http://www.philohome.com/nxtmotor/nxtmotor.htm>
- [19] А. Лекић, Д. Стевановић, З. Живановић, *Примена Lego робота у инжењерској едукацији*, Семинарски рад из предмета Пројектовање система аутоматског управљања, Машински факултет Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац, 2010.
- [20] P. J. Bradley, J. A. de la Puente, J. Zamorano, D. Brosnan, *A Platform for Real-Time Control Education with LEGO MINDSTORMS*, Proceedings of the 9th IFAC Symposium Advances in Control, The International Federation of Automatic Control Nizhny Novgorod, Russia, June 19-21, 2012.
- [21] <http://www.otpornik.com/elektronika/senzor/enkoder-hedl-5540.html>
- [22] <http://www.buehlermotor.com/EN/Products>
- [23] <http://www.audiohms.com/products/dcs140/dcs140.htm>
- [24] М. Јуришевић, А. Станисављевић, Н. Белоица, *Брзински сервомеханизам са DC мотором у улози извршног органа*, Пројектни задатак из предмета Пројектовање система аутоматског управљања, Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац, 2013.
- [25] R. S. Barbosa, J. A. T. Machado, I. S. Jesus, *On the Fractional PID Control of a Laboratory Servo System*, Institute of Engineering of Porto, Porto, 2008.