



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Мастер академске студије

Модул: Машинске конструкције и механизација

Предмет: Механички преносници 2

Број индекса: 391/2012

Марко В. Ристић

**Прорачун и анализа зупчастог каишног
преносника са трапезним профилем зуба
Мастер рад**

Комисија за преглед и одбрану:

1. Доц. др Блажа Стојановић

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог мастер рада кандидат треба да прикаже основне карактеристике зупчастих каишних преносника. Такође, треба да изврши њихову поделу и класификацију по свим различитим критеријумима. Основни задатак кандидата је да изврши избор и проверу одговарајућег зупчастог каишног преносника, анализира и нумерички и аналитички. На крају рада, кандидат треба да прикаже утицај промене вредности ширине на расподелу напона у зубима каиша и промену вредности обртног момента на утицај расподеле нормалног напона у зубима каиша.

Препоручена литература:

- [1] Николић, В.: Машински елементи- теорија, прорачун, примери, Машински факултет у Крагујевцу, ЦИПМЕС, Крагујевац, 2004.
- [2] Танасијевић, С.: Механички преносници- ланчани преносници, зупчасти каишни преносници, кардански преносници, ИРО “Научна књига”, Београд, 1989.
- [3] Стојановић, Б., Благојевић, М.: Механички преносници, Факултет инжењерских наука, Крагујевац, 2015.

Крагујевац, Јул 2016.

Ментор:

Доц. др. Блажа Стојановић

Резиме рада

У оквиру рада, извршен је прорачун и анализа зупчастог каишног преносника. У првом делу рада, укратко су описани механички преносници и изнете познате чињенице о зупчастом каишном преноснику. Даље је представљен прорачун и детаљно објашњен начин на који се врши прорачунавање самог преносника. У даљем раду су приказане основне методе за нумеричу анализу преносника и њихова статичка анализа. На крају су приказани табеларни резултати и дијаграми расподеле оптерећења у зупчастом каишу.

Кључне речи: Зупчасти каиш, нумеричка анализа, зупчасто кашни преносник.

Summary of the work

As part of the work was made by calculation and analysis of timing belt transmission. In the first part of this paper briefly describes the mechanical gears and set out the known facts of the toothed belt drive. In further is presented and explained in detail the way it performs calculation of toothed belt. In the following paper presents the basic methods for analysis numeric analysis and their structural analysis. Finally the results are presented tabular and diagrams of load distribution toothed belt.

Keywords: timing belt, numerical analysis, toothed belt drive .

Изјава

Изјављујем да сам овај мастер рад урадио самостално, служећи се стеченим знањем, искуством као и наведеном литературом.

У Крагујевцу, Јул 2016

Марко Ристић 391/2012

Садржај

1	Увод	7
2	Механички преносници	8
2.1	Зупчасти преносници	8
2.2	Фрикциони преносници	8
2.3	Ланчани преносници	9
2.4	Каишни преносници	10
2.5	Кардански преносници	12
3	Зупчасти каишни преносници	13
3.1	Основне карактеристике зупчастог каишног преносника	14
4	Основни делови зупчастог каишног преносника	15
4.1	Зупчасти каиш	15
4.2	Леђна површина	15
4.3	Зуби	16
4.4	Вучни елемент	16
4.5	Омотач	17
5	Примена зупчастог каишног преносника са трапезним профилем зуба	18
6	Избор и прорачун зупчастих каишних преносника са трапезним профилем зуба	22
6.1	Дефинисање меродавне снаге	22
6.2	Преносни однос	23
6.3	Брзина	24
6.4	Број зуба каишника	24
6.5	Осно растојање	24
6.5.1	Тачно одређивање основг растојање – неједнаки каишници	25
6.5.2	Тачно одређивање основг растојања – једнаки каишници	26
6.5.3	Одређивање приближног основг растојања	26
6.6	Одређивање величине каиша	26
6.7	Одређивање броја зуба у спреси	27
6.8	Избор профила зупчастог каиша	27
6.9	Претходно затезање зупчастог каишног преносника	28
6.10	Одређивање ширине каиша	31
6.11	Зупчасти каишници	31
6.12	Основне димензије каишника	32
6.12.1	Корак	32
6.12.2	Подеони пречник	32
6.12.3	Темени пречник	33

6.12.4	Ширина каишника	33
6.12.5	Ободни прстен	33
6.12.6	Конструкциони облици каишника	34
6.12.7	Материјали зупчастих каишника	38
6.12.8	Израда зупчастих каишника	39
7	Кинематика зупчастог каишног преносника	40
7.1	Кинематика спрезања зупчастог каишног преносника.....	40
7.2	Утицај одређених параметара на спрезање зупчастог каишног преносника.....	43
8	Савремене методе за прорачун и анализу конструкција.....	45
8.1	Метода коначних елемената.....	47
8.2	Општа теорија методе коначних елемената.....	49
8.3	Типови коначних елемената	51
8.3.1	Тродимензионални елементи	51
8.3.2	Дводимензионални елементи	52
9	Анализа зупчастог каишног преносника.....	54
9.1	Модел зупчастог каишног преносника.....	54
9.2	Анализа утицаја промене обртног момента на вредности напона у каишу.....	56
9.3	Анализа резултата утицаја промене обртног момента на вредност напона у каишу.....	61
9.4	Утицај промене силе претходног затезања на вредност напона у каишу	66
9.5	Анализа резултата утицаја промене силе претходног затезања на вредност напона у каишу.....	68
9.6	Утицај промене обртног момента на различите вредности ширине каиша.....	73
10	Закључак.....	80
11	Литература	81

1 Увод

Преносник снаге је скуп функционално повезаних машинских елемената чији је задатак да пренесу и трансформишу механичку енергију и угаону брзину, од излазног вратила погонске машине до радне машине. Према принципу рада преносници могу бити:

- механички,
- хидраулични,
- електрични,
- пнеуматски.

Механички преносници преносе снагу преко ротационог кретања.

Према начину преношења кретања механички преносници могу бити:

1. Механички преносници код којих се кретање врши трењем: фрикциони преносници, каишни преносници, преносници ужетом.
2. Механички преносници код којих се кретање врши захватом: зупчасти преносници, ланчани преносници.
3. Према положају погонског и гоњеног вратила:
 - преносници са непосредним контактом између погонског и гоњеног елемента: фрикциони преносници и зупчасти преносници.
 - преносници са посредним контактом између погонског и гоњеног елемента: каишни преносници, ланчани преносници, преносници ужетом [1].

Главна особина механичког преносника је једноставна конструкција и нижа цена израде у односу на друге системе. Трансформација обртног момента може бити:

1. Константна, без могућности промене,
2. Променљива.
 - само у стању мировања,
 - само у синхронном раду,
 - у току рада.
 - са прекидом оптерећења,
 - без прекида оптерећења,
 - степенаста промена броја обртаја.

Преносници снаге могу бити:

- редуктори где је $i > 1$,
- мултипликатори $i > 1$,
- варијатори $i = \text{const.}$

2 Механички преносници

2.1 Зупчасти преносници

Зупчасти преносници (слика 1) преносе кретање и обртни момент са једног на друго вратило помоћу такозване везе обликом, коју чини спрега зуба зупчаника. При томе се врши и одређена трансформација броја обртаја и обртног момента. Најједноставнији зупчасти преносник састоји се од два зупчаника у спреси који чине зупчасти пар. Један од зупчаника је погонски а други гоњени. Погонски зупчаник преноси кретање и обртни момент на гоњени зупчаник. Зупчаници који чине пар се називају спрегнути зупчаници.

Према међусобном положају оса вратила погонског и гоњеног зупчаника разликују се:

- цилиндрични зупчасти пар - осе вратила су паралелне ,
- конични зупчасти пар - осе вратила се секу,
- хиперболоидни зупчасти пар – осе вратила се мимоилазе.

Према облику зуба, зупчаници могу бити са: правим, косим, стреластим и завојним зубима.



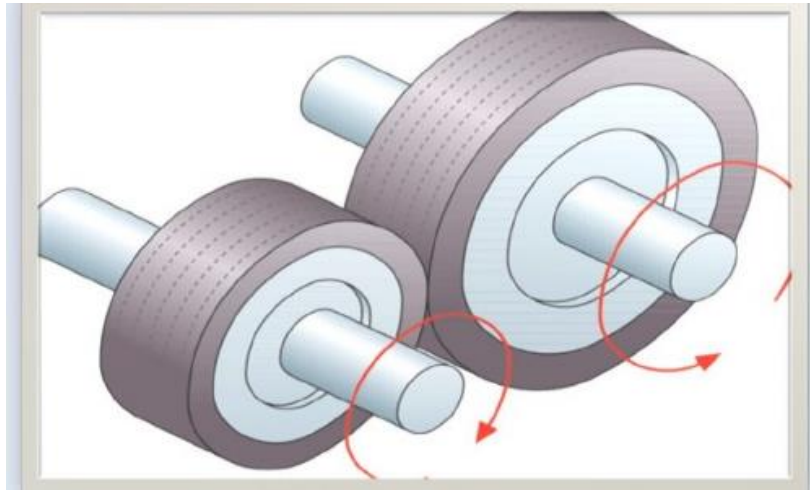
Слика 1. Зупчасти преносник [7]

2.2 Фрикциони преносници

Фрикциони преносници (слика 2) спадају у групу механичких преносника снаге. Пренос обртног момента и кретања остварује се непосредним додиром и трењем додирних површина погонског и гоњеног елемента, па због тога код фрикционих преносника може

доћи до проклизавања и пузања. Фрикциони преносници су најједноставније средство за преношење кретања и снаге.

Најједноставнији фрикциони преносник се састоји од два точка која су међусобно притиснута одређеном силом. Ако погонски точак врши обртно кретање, на додирној површини гоњеног точка се јавља сила трења, па долази до окретања гоњеног точка. Силом трења је омогућено преношење обртног момента са погонског на гоњени точак, при чему је извршена трансформација обртног момента сразмерно номиналном радном преносном односу.



Слика 2. Фрикциони точкови [1]

2.3 Ланчани преносници

Ланчани преносници (слика 3) спадају у групу посредних механичких преносника. Користе се за преношење обртног момента између вратила постављених на релативно великом одстојању као и тамо где се не може користити каишни преносник због лоших просторних и преносних услова или растојања оса. Пренос кретања и обртног момента остварује се помоћу везе обликом, слично као код зупчастог каишног преноса. Најједноставнији ланчани пар састоји се од два ланчаника и обвојног елемента (ланца). Зуби ланчаника захватају елементе ланца и принудно га покрећу. С обзиром на начин преноса снаге и кретања онемогућено је клизање и проклизавање које је присутно код каишних преносника. Тиме се постиже константан преносни однос.

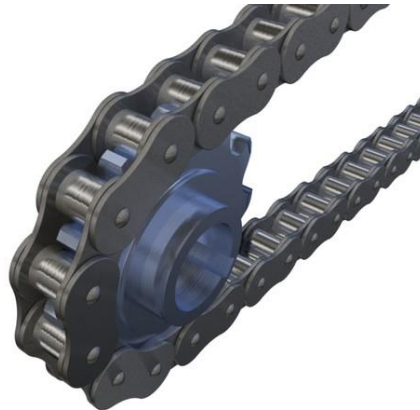
У зависности од оптерећења и обимне брзине употребљавају се разне врсте ланаца. Постоје две групе : ланци са карикама и ланци са зглобовима.

Ланци са карикама, углавном се користе за подизање терета. Зглобни ланци су састављени од чланака. Размак оса зглобова је једнак кораку ланца.

Зглобни ланци се деле на:

- ланци са ваљцима,
- ланци са чаурама,
- ланци са осовиницама,

- ланци са зубима и
- специјални ланци.



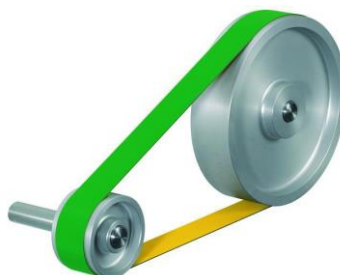
Слика 3. Ланчани преносник [5]

2.4 Каишни преносници

Каишни преносници преносе снагу (механичку енергију) и кретање између вратила која могу бити и на великом растојању. Најједноставнији каишни преносник састоји се од два каишника и каиша пребаченог преко њих. Каиш је затегнут одређеном силом. Радно оптерећење се преноси посредством силе трења између каишника и каиша, или захватањем зуба каиша и каишника. Део каиша између каишника који вуче зове се вучни огранак, а други слободни огранак. Код каишног преносника услед затегнутости каиша, на додиру каиша и каишника, јавља се сила притиска и сила трења. Пренос кретања и снаге путем силе трења се остварује само ако сила трења мора бити већа од обимне силе која се преноси.

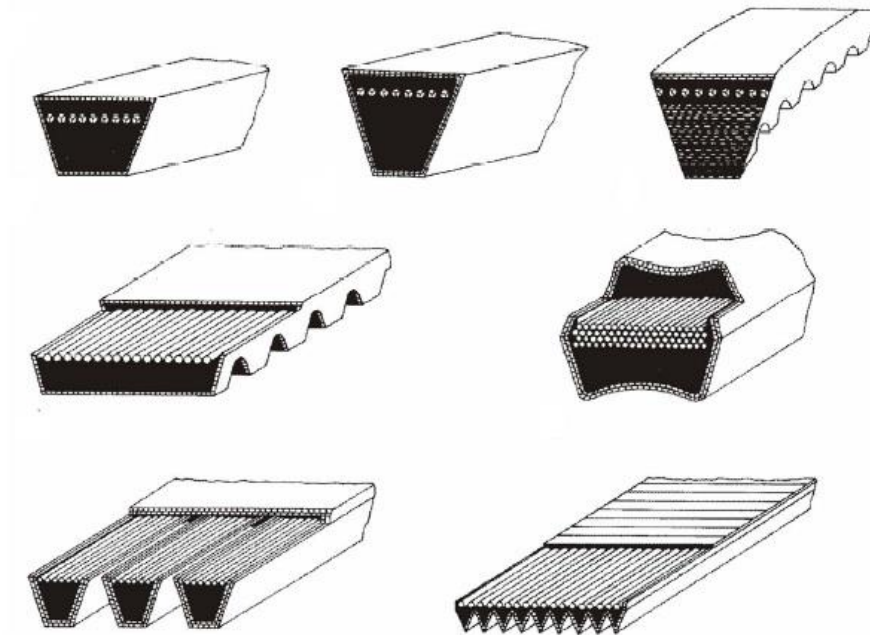
Према облику каиша, преносници се деле на:

- каишни преносник са пљоснатим каишем,
- трапезни каишни преносник и
- зупчасти каишни преносник.
- **Каишни преносници са пљоснатим каишем** (слика 4). Омогућавају пренос снаге између вратила са већим осним растојањем, између укрштених и мимоилазних вратила, рад са већим обимним брзинама и истовремени погон већег броја вратила.



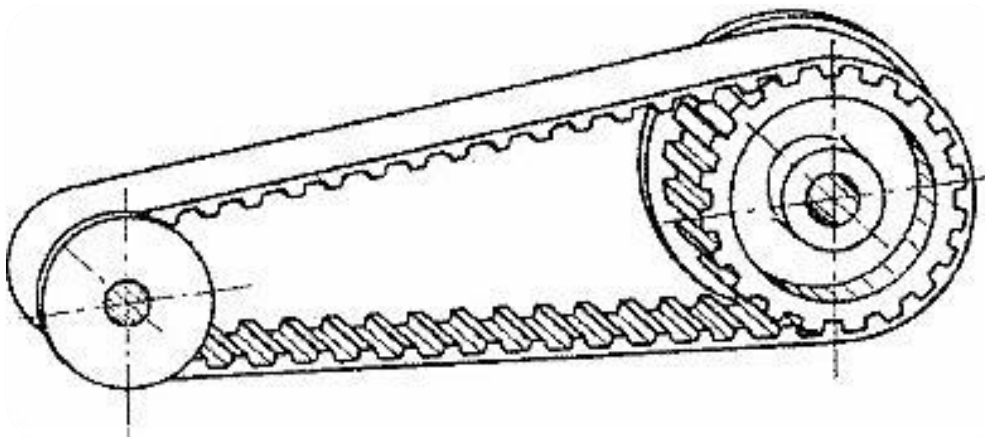
Слика 4. Каишни преносник са пљоснатим каишем [2]

- **Каишни преносници са трапезним каишем:** који се још називају ремени преносници (слика 5), преносе снагу између вратила са мањим осним растојањем, дозвољавају већи преносни однос и предвиђени су за пренос средњих снага.



Слика 5. Трапезни профили каишева [4]

- **Зупчасти каишни преносници** (слика 6). Код ових преносника, обртни момент се преноси захватањем зуба каиша и каишника, па је тиме онемогућено еластично клизање и потреба претходног притезања каиша. Имају низ предности у односу на остале каишне преноснике као на пример: тачан кинематски преносни однос, висока вредност степена искоришћења, мање притезање каиша. Имају малу масу, па се примењују при већим обимним брзинама. Могу да се примене за истовремени пренос снаге на већи број вратила, а читав конструкција је компактнија, јер су пречници каишника мањи.



Слика 6. Зупчасти каишни преносник [3]

2.5 Кардански преносници

Кардански преносници (слика 7) служе за механички пренос снаге и кретања између вратила која мењају положај оса у процесу експлоатације или су постављена под извесним углом.

Сви елементи за везивање вратила под углом и међупросторних оса, називају се карданским механизмима или карданима, мада по принципу дејства, такође и по структурним и кинематским својствима се могу разликовати од механизма кардана. У неким другим машинским гранама, сличне везе се називају универзалним зглобовима. Област примене карданских преносника, њихова експлоатациона својста, поузданост и трајност у различитим условима, одређени су експлоатационим својствима и конструкционим карактеристикама коришћених карданских механизма. Примена одређене врсте карданских преносника зависи пре свега од вредности угаоних брзина, везаних вратила, зато што није увек могуће уравнотежити центрифугалне силе инерције, које условљавају динамичке процесе у механизму.

По кинематским својствима кардански механизми се деле на:

- кардане са константим и
- кардане са променљивим преносним односом.

По механичким својствима, кардански преносници се деле на:

- круте и
- еластичне.

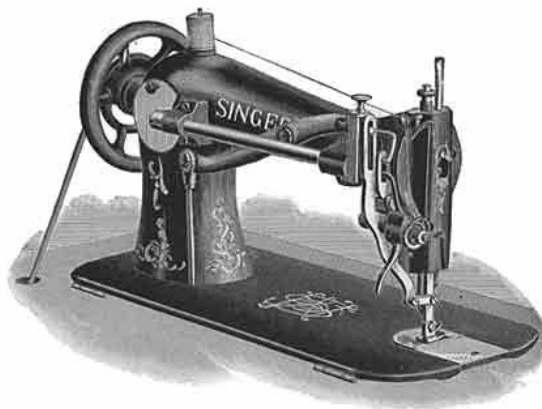


Слика 7. Кардански преносник[6]

3 Зупчасти каишни преносници

Зупчасти каишни преносници представљају релативно нову концепцију у преносу снаге, данас прихваћену у свим областима индустрије. То је у ствари, комбинација ланчаног и зупчастог преноса, са предностима које има каишни пренос. У основи су то, плjosнати каишеви са серијом једнаких зуба унутар теменог пречника.

Оригинални коцепт зупчасто каишног преноса је био намењен за (*Singer*) шиваће машине (слика 8) за синхронизацију игле и постоља. Првобитног изгледа као каиш, са закаченим металним прстеновима који су представљали зубе. При раду је имао веома велику буку и био је скуп за израду. 1945 године, фабрика (*Singer*) у сарадњи са (*Uniroyal*), данас позната као (*Gates inc*), је развијен данашњи зупчасти каиш.



Слика 8. Прва употреба каишева на шиваћим машинама (*Singer*) [7]

Први зупчасти каиш трапезног профила је развила (*Gilmer*) компанија 1930-их година, која је касније 1940 купљена од стране (*Uniroyal*) компаније. Мотивација развијања је била текстилна индустрија и њихова потражња. Технологија је брзо стигла и до Европе. (*Uniroyal*) је почела са развијањем НТД каишева, раних 1960-их. Развијање је подстакнуто од стране фабрика папира и фабрике алатних машина. (*Uniroyal*), 1969 године први пут представља ХТД каиш најновије технологије. 1986 (*Pirelli*) представља RPP са параболичним профилем.

Побољшањем карактеристика зупчастих каишева највише су се бавили руски инжењери, па је тако прве радове о зупчастим каишевима из области анализе расподеле оптерећења објавио Гуревич, 1971. године.

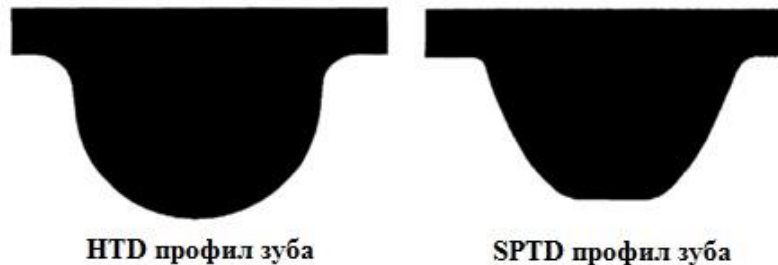
Нешто детаљнију анализу ременог преноса односно зупчастог каишног преносника дао је Воробљев, 1977. године у књизи *Ремењи предачи*.

Прве моделе зупчастог каиша и анализу сила које делују на зуб каиша дају испитивања која су вршили *Gerbert G.*, и *Jonsson H.*, 1978. године. Рад поменутих аутора значајно је допринео разјашњавању начина расподеле оптерећења код зупчастих каишева.

Касније се долази до резултата о животном веку каиша у зависности од оптерећења, и до таквих резултата дошли су у својим научним радовима *Childs T.*, и *Dalgarno K.*

Истраживања су довела до дефинисања и појашњења проблема буке при преношењу снаге, појаве вибрација и оштећења каиша, то је област испитивања којом се најчешће бави *Kagotani M.*, у својим научним радовима.

Са развојем истраживања у области зупчастог каишног преноса, настајали су и нови профили каишева, па се тако 80-тих година XX века појавио зупчасти каиш конструктивно доста другачији од каиша Ричарда Кејса, односно такозвани НТД каиш (*слика 9*).



Слика 9. Профили зуба каиша [15]

Нешто касније, 90-тих година појављује се каиш STD профила, и на самом почетку XX века јављају се каишеви профила АТР.

3.1 Основне карактеристике зупчастог каишног преносника

Зупчасти каишеви имају низ добрих особина:

- мало клизање, константну брзину,
- ниска потрошња при одржавању, зато што не садржи метал, не подмазује се,
- широки опсег преноса снаге, преко 400 [kW],
- мало оптерећење на лежајевима,
- велики опсег брзина од 0,5 до 33 [m/s],
- мало загревање,
- мирнији рад,
- веома мала маса конструкције,
- низак ниво шума.

Лоше особине зупчастих каишева су:

- скупу израду,
- осетљивост на продор страних тела (могућност оштећења при спрезању),
- неповољно динамичко понашање (бучан рад),
- могућност прескакања зуба.

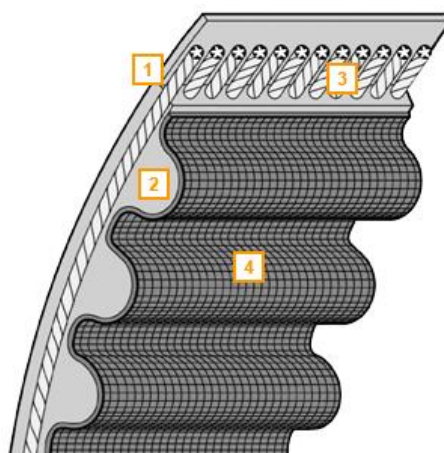
4 Основни делови зупчастог каишног преносника

Зупчасто каишни преносник се састоји од: зупчастог каиша и два каишника.

4.1 Зупчасти каиш

По својој конструкцији и саставу, зупчасти каиш је веома сложен машински елемент који се састоји из:

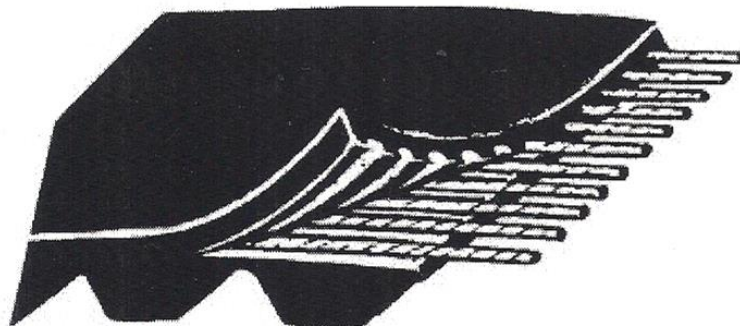
1. леђне површине,
2. зуба,
3. вучног елемента и
4. омотача.



Слика 10. Делови зупчастог каиша [1]

4.2 Леђна површина

Леђна површина (слика 11) се прави изједна са зубима и затвара намотано уже. Улога леђне површине је да заштити вучни елемент (уже) од прљавштине, уља и влаге. Као материјал за леђну површину и зубе користе се гума и пластичне масе. Гума која се користи мора бити отпорна на хабање и чврстоћом од најмање 10 [MPa].



Слика 11. Леђна површина [3]

4.3 Зуби

Зуби (слика 12) са леђном површином чине целину. По својој кинематици и положају у спрези захтевају већу отпорност на смицање. Да би се обезбедио коректан додир са каишником, зуби се морају израдити прецизно са веома тачном поделом.

Зуби се постављају тако да линија корена зуба чврсто лежи на линији корака, тако да се лучни корак каиша не мења при савијању. Напони смицања зуба каиша су већи од напона истезања ужета, када су шест или више зуба у спрези.



Слика 12. Зуби каиша [3]

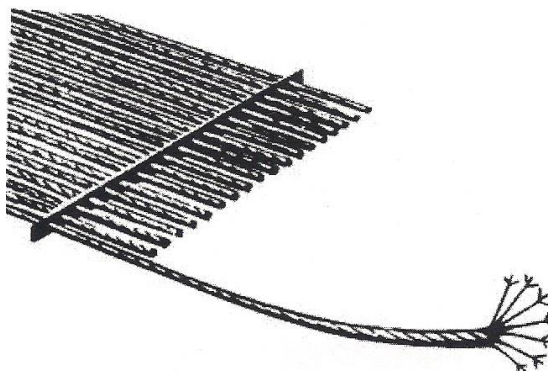
4.4 Вучни елемент

Вучни елемент је основни елемент зупчастог каиша (слика 13). Вучни елемент је непрекидно, хеликоидно намотано уже одређеног корака. Уже преноси снагу и од њега се захтева велика отпорност на савијање и обезбеђивање уздужне крутости и дуг век трајања.

Вучни елемент се израђује од:

- спирално намотане челичне жице,
- намотаног глас-фибера и
- полиестерског ужета.

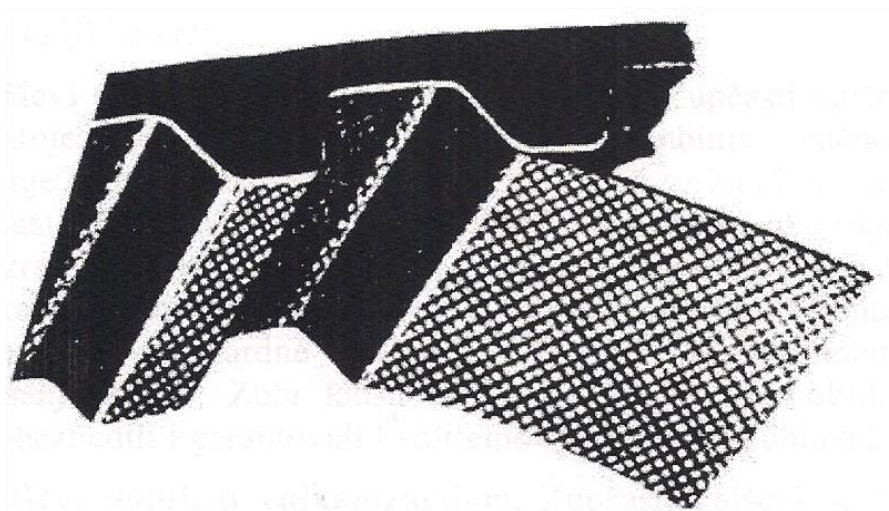
При конструисању зупчастог каиша велика пажња се посвећује избору материјала за елементе који чине уже. При изради каиша јако је битан смер намотавања ужета како се касније у експлоатацији каиш не би извијао, то јест. излазио из равни што би доводило до кретања каиша током спреге, а самим тим и оштећења зупчастог каиша.



Слика 13. Вучни елемент [3]

4.5 Омотач

Зуби каиша су прекривени омотачем (слика 14) да би се повећала отпорност на хабање зупчастих каишева. Као омотач гумених каишева најчешће се користи еластична тканина (капрон). Пластични каишеви се покривају најлоном малог коефицијента трења. После дуже употребе, омотач постаје високо полиран, али у нормалним случајевима, дуже траје од других елемената каиша.

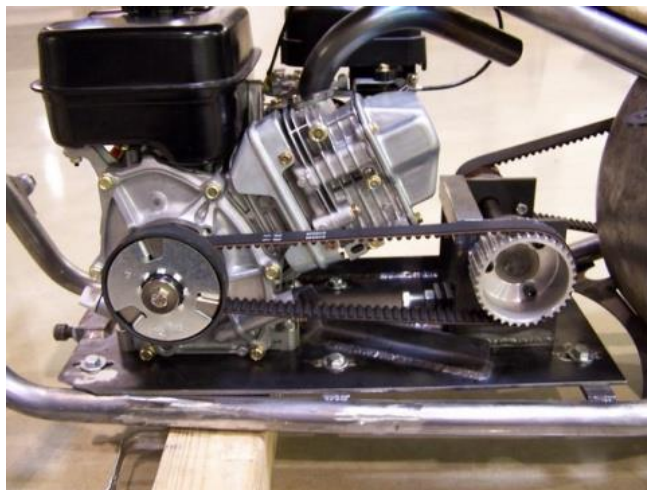


Слика 14. Омотач [3]

5 Примена зупчастог каишног преносника са трапезним профилом зуба

Зупчасти каишни пренос се у првобитне сврхе користио за пренос снаге код шиваћих машина, Међутим, током година се је развијао и усавршавао тако да се у највећој мери употребљава у аутомобилској индустрији. Још од давнина када су снаге мотора биле ниске и када се за пренос користио ланчани преносник, конструктори су тражили решење за смањење буке и повећање степена корисног дејства. Сама конструкција зупчастог каишног преносника је знатно једноставнија и лакша за одржавање од ланчаног преносника, али његова израда знатно компликованија и доста скупља, али се током дугогодишњег испитивања и анализирања конструкције и израде, дошло до тога да је преносник усавршен до те мере да је његова цена израде много нижа од било ког преносника овакве врсте. Узимајући у обзир да није потребно подмазивање, много мања маса од осталих механичких преносника, такође пренос са много већим осним растојањима, све те карактеристике чине преносником бољим од од других. Након постигнутих успеха и изузетним резултатима у аутомобилској индустрији, преносник се почео употребљавати и у великим индустријама хране, прозводњи лекова и осталим великим компанијама. Такође се употребљавају и у области хемије, медицине, и другим. Пошто се преносник састоји углавном од еластичних компонената, варијације у саставу омогућавају употребу у широком спектру почев од аутомобилске индустрије па све до употребе у кућним апаратима, као што су справе за вежбање, миксери, тостери, микроталасне рерне и тако даље [8].

На слици 15, приказана је примена зупчастог каишног преносника за пренос снаге погонског вратила на гоњено, од којег се даље преноси на погонске точкове.



Слика 15. Пренос снаге на мотоциклу [8]

На слици 16, приказан је систем преноса снаге од гоњеног вратила до погонског точка. Један од хибридних мотоцикала који од агрегата до мотора користи зупчасти каишни преносник.



Слика 16. Мотоцикл [8]

На слици 17, је приказано хибридно возило са три точка, који користи зупчасти каишни преносник (Слика 18) за све врсте преноса са погонско на гоњеног вратило, чиме се знатно олакшава маса самог возила и поједностављује се цела конструкција.

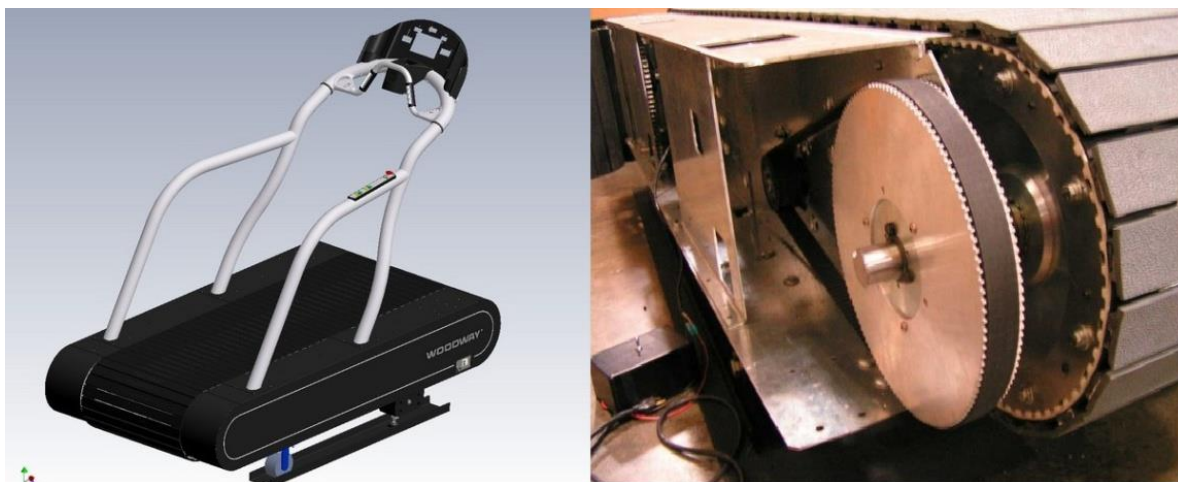


Слика 17. Хибридно возило [8]



Слика 18. Пренос снаге са електро мотора на погонске точкове [8]

На слици 19, приказан је систем за пренос снаге код машине за трчање. Употребом зупчастог каишног преносника, значајно се утиче на масу, буку и цену коштања израде справе за трчање.



Слика 19. Пренос снаге код машине за трчање [8]

На слици 20, приказана је вишенаменска циркуларна тестера, која користи зупчасти каишни преносник за пренос обртног момента од мотора до свих обртних делова. Тестере су редно повезане зупчастим каишним преносником, чиме је смањено оптерећење које преноси зупчасти каиш, а тиме је и омогућен дужи век каиша и његово лакше одржавање и замена у случају оштећења. [8].



Слика 20. Пренос обртног момента код електричне кружне тестере [8]

Развој конструкције технологије производње зупчастог каиша условљава и поделу каишева насупрот његовој примени и особинама. Они се могу сврстати у више група и то:

1. Према намени зупчасти каишеви могу бити:

- **Зупчасти каишеви за енергетске машине.** То су бесконачни каишеви са спиралним вучним елементом. Они се користе за пренос снаге између вратила. Примењују се у стругарама, млиновима, пекарама. Зупчасти каишеви се користе код преносника

великих брзина за погон клипова, компресора, тоцила, машина за ткање и центрифуга. Максимална дужина каиша је 22 [m].

- **Зупчасти каишеви за трансмисије.** Њихови вучни елементи распоређени су паралелно са бочним ивицама. Користе се за реализацију линеарног померања. Зупчасти каишеви за мале трансмисије, степене трансмисије и позиционе системе примењују се у уређајима за регулацију и контролу машина за ваљање метала, енергетским уређајима и хемијским постројењима. Дужина каиша није ограничена.
- **Специјални зупчасти каишеви.** Каишеви који имају зубе са обе стране и препоручују се за реверзибилне преноснике (да мењају смер обртања каишника). Каишеви са модификованом леђном површином могу се користити у својству транспортера за преношење сировина и готових производа. Поред тога, израђују се зупчасти каишеви који су отпорни на високе температуре, каишеви отпорни на мазива и електро-отпорни каишеви.

2. Према технологији израде:

- Зупчасти каишеви добијени ливењем под притиском;
- Зупчасти каишеви добијени вулканизацијом;
- Зупчасти каишеви добијени екструдирањем.

За израду зупчастих каишева најчешће се користе следећи материјали:

- Природни каучук (гума);
- Неопрен и
- Полиуретан (уретан).

Природна гума као материјал од кога се праве зупчасти каишеви карактерише се великом еластичношћу, великим коефицијентом трења, изузетно се лако обликује а при том има мало хабање и високу границу јачине на кидање. Гума се мало хаба, и може се користити у широком температурном опсегу (посебно ниске температуре), и подложна је оксидирању.

Полиуретан се одликује високом отпорношћу на хабање, присуство уља и оксидацију. Овај материјал поседује мали коефицијент трења и неотпоран је на високе температуре.

Неопрен је материјал велике еластичности. Повољан је јер се може користити у широком температурном опсегу (посебно високе температуре). Недостатак ове врсте материјала је слаба отпорност на уље и раствараче, али је отпоран на спољашње утицаје па је идеалан материјал за преноснике отвореног типа.

Најчешћа подела зупчастих каишева је према облику профила зуба од кога су направљени, и могу бити:

- трапезни,
- полукружни (криволинијски),
- полукружни са равним врхом,
- троугласти (тестерасти) и
- каиш са оптимизовано заобљеним профилем.

6 Избор и прорачун зупчастих каишних преносника са трапезним профилом зуба

Циљ ових радњи је дефинисање основних параметара преноса, као и димензија каиша и каишника. У прорачуну, осим што се врши прорачун и избор параметара, такође је потребно и извршити проверу изабраног преносника. Правилан избор преносника, веома утиче на његово понашање у експлоатацији, раду целе конструкције као и век трајања. Сваком прорачуну треба да претходи детаљна анализа захтева, који се постављају. Стручна анализа и одлично познавање захтева, омогућава лакши и прецизнији избор преносника, што се одликује његовим бољим понашањем у експлоатацији [3].

Тренутно постоји веома велики број параметара који су потребни како би се тачније одредили параметри који су потребни за лакше одређивање преносника, а неки од њих су:

- снага или обртни момент,
- број обртаја каишника,
- пречник вратила или клина,
- осно растојање (са одступањем),
- погонска снага (електромотор, сус мотор),
- радна машина (машина алатка, транспортер, струг, глодалица, рендисаљка),
- врста оптерећења (равномерно, са средњим ударима, променљиво),
- услови експлоатације (број часова рада у једном дану, влажност, загађеност, температура, притисак) и
- разни конструкциони захтеви (димензије каишника, допуштена ширина, габарити, маса).

6.1 Дефинисање меродавне снаге

Основни и главни проблем код прорачуна зупчастих каишних преносника је одређивање величине оптерећења и тока промене оптерећења са временом експлоатације. Оптерећење зависи од радне и погонске машине и под којим условима раде.

У прорачуну зупчастих каишних преносника, меродавни су највећи напони, а тиме и највећа снага и обртни момент, који преносник треба да пренесе и то не само највећи у једном циклусу, већ и онај који се повремено појављује.

Када се постављају захтеви за прорачун зупчастих каишних преносника, задаје се снага или момент, који не представљају увек и највећу снагу или момент којима је преносник оптерећен, неопходно је да задату почетну вредност снаге или обртног момента увећати, множењем са збиром одговарајућих фактора. Множењем задате вредности снаге овим факторима добијају се приближне вредности максималних оптерећења, које треба очекивати у експлоатацији [3].

Величина меродавне снаге за прорачун је производ дате снаге и фактора корекције:

$$P_k = P(C_1 + C_2 + C_3) \quad (1)$$

где су:

C_1 – фактор експлоатације,

C_2 – фактор преносног односа и

C_3 – фактор дужине рада у току дана

Фактор експлоатације C_1 је вредност већа од 1. Он у највећој мери дефинише промену снаге у периоду експлоатације. Зависи од погонске и радне машине. Као пример радне машине и разлике у оптерећењима: нагла раст оптерећења је поприлично заступљена код великих млинова, чекића, пумпи, компресора, машина за машинско малтерисање, машине за одвијање и завијање, машина за сечење лимова и плоча и других.

За одређивање фактора експлоатације прво је потребно одредити врсту погонске машине, затим дефинисати класу оптерећења. Када се усвоје сви потребни параметри из одређених табела, приступа се одређивању фактора експлоатације из стандардних табела. При избору фактора, до изражаја долази познавање експлоатационих услова и постављених захтева од стране конструктора.

Додатни фактори C_2 и C_3 осигуравају преносник од нетипичних стања у експлоатацији, као што су : нагли удари, блокирање мотора повремена нагла променљивост, кочење мотора, отказ каиша или зуба каишника и друго.

Зупчасти каишни преносници су у могућности преношења снаге у широком опсегу, од чак 50 W па до чак 500 [kW]. Уопштено, преносник може да пренесе снагу од 250 [kW] па највише до 750 [kW], зависи од врсте типа каиша и конструкцији каишника.

Снага је основни податак за прорачун зупчастог каишног преносника.

6.2 Преносни однос

Преносни однос зупчастог преносника (једначина 2) се може одредити као однос броја обртаја погонског n_1 и гоњеног n_2 каишника, као и однос броја зуба гоњеног Z_2 и погонског Z_1 каишника, и као однос подеоних пречника гоњеног D_{o2} и погонског D_{o1} каишника.

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{D_{o2}}{D_{o1}} \quad (2)$$

Само у специјалним случајевима може се кретати до вредности 20.

6.3 Брзина

Због своје конструкције, брзина код преносника је равномерна и обртни момент је константан. Нема клизања као код плоснатог каиша, такође се не увија при преносу снаге, ради без удара и нема вибрација. Због својих карактеристика, преносник је веома погодан за пренос снаге код прецизних машина, бројача, и других [3].

Брзина каиша се рачуна као у изразу:

$$v = \frac{\pi \cdot D_0 \cdot n}{60000} \quad [m/s], \quad (3)$$

где је: n - број обртаја вратила.

Зупчасти кашеви се користе у широком опсегу брзина, с тим што брзина каиша са већим кораком не би требало да прелази $30[m/s]$, а за најмање кораке $55[m/s]$.

6.4 Број зуба каишника

Број зуба каишника врло утиче на експлоатацију зупчастих каишева. Са повећањем броја зуба расте и број зуба у спреси, а смањује се оптерећење потребно за претходно затезање каиша.

Ако је корак између зуба веома мали, или најмањи, препоручује се да је број зуба каишника 10. За остале веће кораке се користи стандардна табела, где се на основу ознаке каиша и броја обртаја узима броја међузубља, и самим тим и подеони пречник каишника.

6.5 Осно растојање

Једначина за одређивање осног растојања преносника је:

$$2A_1 \sin \alpha_1 = L_K - \pi(R_1 + R_2) - (\pi - 2\alpha_1)(R_2 - R_1) \quad (4)$$

где је половина обвојног лука:

$$\cos \alpha_1 = \frac{R_2 - R_1}{A}, \quad (5)$$

где су :

L_K - дужина каиша,

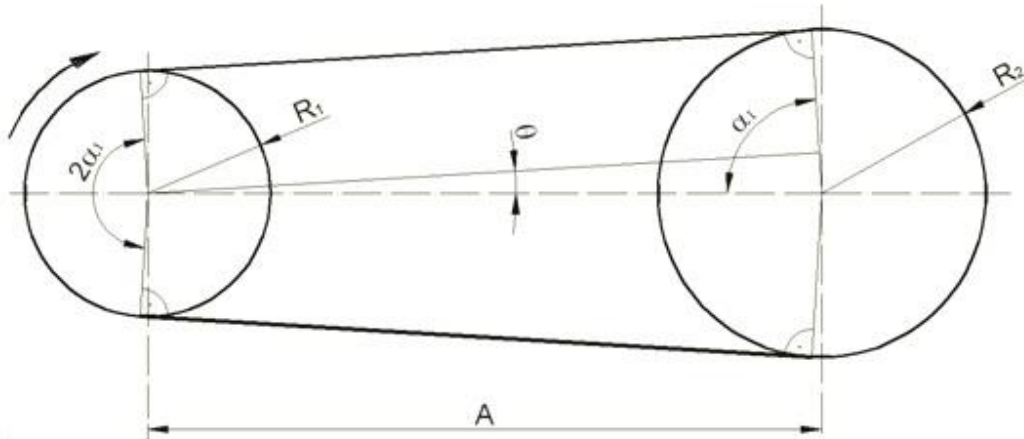
$R_1 = z_1 h / 2\pi$ - подеони полупречник погонског каишника,

$R_2 = z_2 h / 2\pi$ - подеони полупречник гоњеног каишника,

A - осно растојање,

$\theta = \pi / 2 - \alpha_1$ - угао између вучног огранка и линије која спаја центре каишника $[rad]$ и

$2\alpha_1$ - обвојни угао погонског каишника [rad].



Слика 21. Углови код зупчастог каишног преносника [3]

Једначина (3), се може написати на више начина, и тиме је могуће дефинисати различите изразе за осно растојање.

6.5.1 Тачно одређивање осног растојање – неједнаки каишници

Тачно одређивање осног растојања, када каишници нису истих димензија, се може одредити по једначини:

$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot [(Z_K - Z_2) + k \cdot (Z_2 - Z_1)] \quad (6)$$

где је: $Z_K = \frac{L_K}{h}$ - број зуба каиша,

$$k = \frac{1}{\pi} \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \alpha_1 \right) + \alpha_1 \right] \quad (7)$$

где се α_1 дефинише као:

$$\frac{1}{\pi} (\operatorname{tg} \alpha_1 - \alpha_1) = \frac{Z_K - Z_2}{Z_2 - Z_1} \quad (8)$$

Вредности величине k се крећу у интервалу од $(1/\pi, 1/2)$, у зависности од броја зуба каиша. Сви углови су у радијанима.

6.5.2 Тачно одређивање основг растојања – једнаки каишници

Када су вредности броја зуба погонског и гоњеног каишника једнаке $Z_2 = Z_1$, тада једначина (5) постаје:

$$A = \frac{h \cdot (Z_K - Z_2)}{2} \quad (9)$$

6.5.3 Одређивање приближног основг растојања

Користи се у случају када је неопходно скраћење рачуна и када је приближна вредност основг растојања довољна.

Тако да једначина (6) постаје:

$$A = \frac{h}{4} \left\{ Z_K - \frac{1}{2} (Z_1 + Z_2) + \sqrt{\left[Z_K - \frac{1}{2} (Z_1 + Z_2) \right]^2 - \frac{2}{\pi^2} (Z_2 - Z_1)^2 (1 + S)} \right\} \quad (10)$$

Вредности за S се мењају између 0 и 0.1416, у зависности од обвојног угла погонског каишника, и приближно се може изразити као:

$$S = \frac{\cos^2 \alpha_1}{12} \quad (11)$$

У приближној формули за одређивање основг растојања, обично се занемарује S и добија следећа апроксимација за A :

$$A = \frac{h}{4} \left\{ Z_K - \frac{1}{2} (Z_1 + Z_2) + \sqrt{\left[Z_K - \frac{1}{2} (Z_1 + Z_2) \right]^2 - \frac{2}{\pi^2} (Z_2 - Z_1)^2} \right\} \quad (12)$$

Тачност основг растојања добијеног по једначини (12) зависи од преносног односа и основг растојања. Већа је за преносне односе ближе јединици и већа за већа осна растојања. Тачност је мања при минималном основг растојању и већем преносном односу. У многим случајевима тачност овакве једначине је задовољавајућа.

6.6 Одређивање величине каиша

Када је осно растојање прописано или је познато, онда је потребно одредити дужину каиша. За одређени корак, број зуба каишника и осно растојање се може одредити број зуба каишника.

Једначина за одређивање броја зуба каиша је:

$$Z_k = \frac{1}{2} (Z_1 + Z_2) + \frac{Z_2 - Z_1}{\pi} \arcsin \frac{(Z_2 - Z_1)}{2\pi A} + \sqrt{\left(\frac{2A}{h} + \frac{Z_2 - Z_1}{\pi} \right) \cdot \left(\frac{2A}{h} - \frac{Z_2 - Z_1}{\pi} \right)} \quad (13)$$

Вредност угла $\arcsin$ је у радијанима и има вредност од 0 и $\pi/2$. Практично, Z_K се увек добија као децимални запис, па се увек усваја први мањи цео број, претпостављајући при томе да је дозвољен мали пораст затезања каиша.

Апроксимативна једначина за одређивање дужине каиша је:

$$L_k \approx 2A + \frac{\pi}{2} (D_{O2} + D_{O1}) + \frac{(D_{O1} - D_{O2})^2}{4A} \quad (14)$$

6.7 Одређивање броја зуба у спрези

Број зуба погонског каишника који су у спрези зависи од обвојног угла у броја зуба каишника. Може се одредити из једначине:

$$Z_0 = Z_1 \frac{2\alpha_1}{2\pi}, \quad (15)$$

где је: $2\alpha_1 = \pi - 2\theta$,

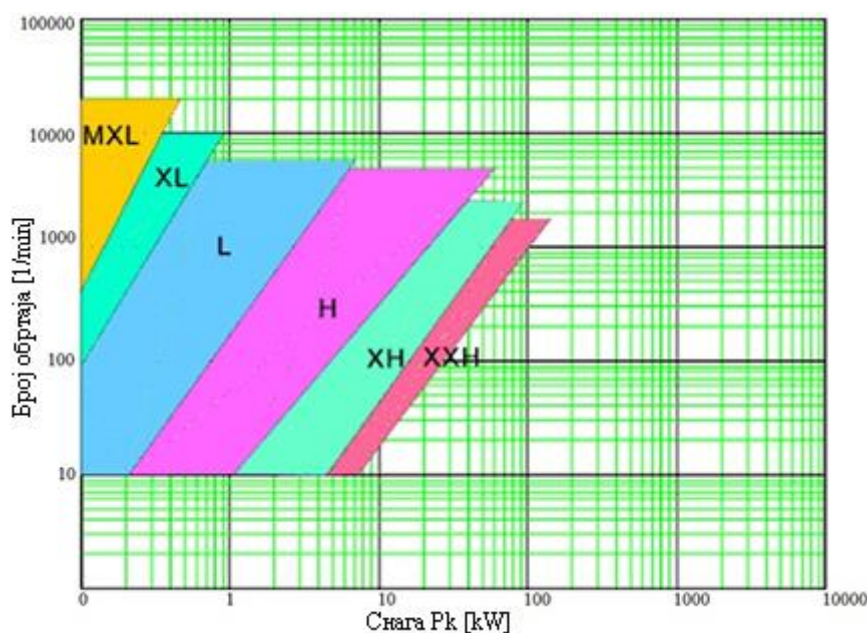
Z_0 - број зуба каиша.

Расподела обимне силе међу зубима каиша и каишника и притисак на зубима каиша у великој мери зависи од броја зуба.

Основна препорука за број зуба у спрези је да не треба бити мањи од 6. Ако је $Z_0 \leq 6$, онда се препоручује провера радног притиска на зубима каиша [3].

6.8 Избор профила зупчастог каиша

На основу познатих величина снаге и броја обртаја мањег каишника бира се одређени профил каиша. Једноставним укрштањем величина добија се пресек који се налази у одређеном профилу.



Слика 22. Дијаграм снаге зупчастих каишева [3]

При одређивању профила треба водити рачуна о:

- простору где се уграђује,
- брзини каишника,
- дужини каиша,

- компатибилности са конструкцијом,
- флексибилност преноса,
- осном растојању и
- економичности преносника.

6.9 Претходно затезање зупчастог каишног преносника

Претходно затезање каиша омогућава добијање жељеног притиска зуба каиша на зубе каишника. Зупчасти каишни преносници у експлоатацији имају врло мало претходно затезање па због тога претходно затезање утиче на:

- спрезање каиша са каишником,
- деформације при савијању вучног елемента,
- губитке при преносу и
- еластичност каиша по дужини.

Правилно претходно затезање каиша обезбеђује:

- нормално спрезање каиша са каишником,
- мање хабање лежишта,
- минималне губитке у преносу и
- мирнији рад преносника.

Ако је снага која се преноси велика, код незатегнутих каишева на почетку рада је могућа појава “прескакања” зуба. Недовољно претходно затезање каиша, смањује контактну површину каиша и каишника, што повећава радни притисак на зубима каиша. У случају презатегнутости каиша, повећава се губитак снаге у празном ходу и смањује се степен корисног дејства.

Експериментално је утврђено да је претходно затезање каиша неопходно да би се савладали сви отпори, при савијању каиша, ради потирања радијалних компоненти резултујућих сила у спрезању и настале центрифугалне силе [3].

Претходно затезање једног огранка каиша по јединици ширине се може изразити једначином:

$$F'_p = F_s + F_r + F_c \quad [N] \quad (16)$$

где су: F_s - затезање условљено отпором савијања каиша,

F_r - затезање од радијалних сила,

F_c - затезање од центрифугалних сила.

Затезање условљено отпором савијању каиша се рачуна као:

$$F_s = \frac{4\sigma_s}{d_o^2} \quad (17)$$

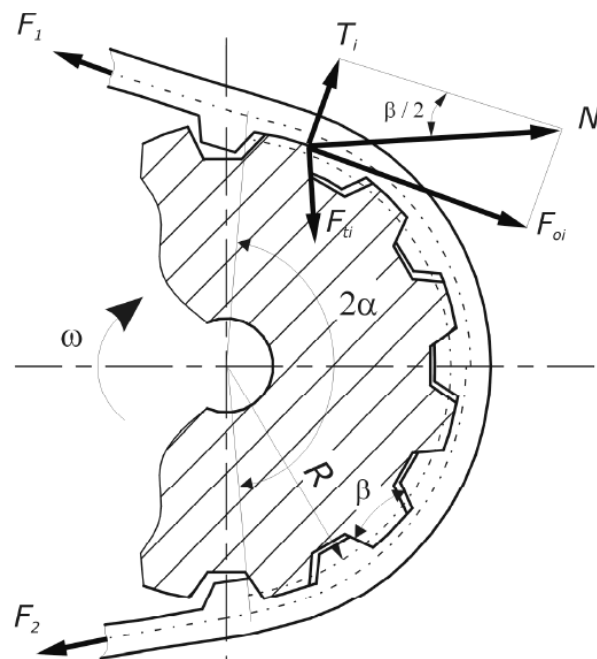
где су: σ_s - чврстоћа каиша при савијању и

d_o - подеони пречник погонског каишника.

Из једначине (17) и на основу експерименталних вредности приказане табеларно се види утицај пречника каишника на вредности силе F_s .

Табела 1 Вредности чврстоће каиша при савијању

Корак	[mm]	12,7	22,225
σ_s	[Nmm]	590	820



Слика 23. Силе које се јављају при претходном затезању [10]

Претходно затезање (слика 23) које је потребно да би се извршило потирање радијалних компоненти F_r може се одредити из једначине 18.

$$T_i = F_{oi} \cdot \tan \frac{\beta}{2} \quad (18)$$

где су: F_{oi} - обимна сила која делује на зубу каиша,
 β - угао профила зуба.

Сила трења на површини контакта зуба каиша и каишника је:

$$F_{Ti} = N_i \cdot \mu = \frac{F_{oi} \cdot \mu}{\cos \frac{\beta}{2}} \quad (19)$$

где су: N_i - резултујућа сила која делује на зуб каиша,
 μ - коефицијент трења.

Радијална сила зависи од вредности угла β , и важи:

- за каишеве са $\beta = 50^\circ$; $F_r \approx 0,07 \cdot F_o$
- за каишеве са $\beta = 40^\circ$; $F_r \approx 0,04 \cdot F_o$

Претходно затезање које је потребно да би се савладали отпори центрифугалне силе једног огранка се дефинише:

$$F_c = \frac{q \cdot v^2}{g} \quad (20)$$

где су: v - брзина каиша,
 g - убрзање земљине теже,
 q - тежина каиша по јединици дужине.

Вредност F_c су веће само када је брзина каиша већа од 10 [m/s].

Када се све претходне величине које су одређене узму у обзир, претходно затезање једног огранка по јединици ширине је:

$$\begin{aligned} F'_p &= F_s + 0.007F_o + F_c, & \text{за } \beta &= 50^\circ \\ F'_p &= F_s + 0.004F_o + F_c, & \text{за } \beta &= 40^\circ \end{aligned} \quad (21)$$

Укупно претходно затезање оба огранка је:

$$2F_p = 2F'_p \cdot b \quad (22)$$

Затезање вучног огранка у експлоатацији је:

$$F_1 = F_o + F_r + F_c \quad (23)$$

док је затезање слободног огранка:

$$F_2 = F_r + F_c \quad (24)$$

тако да је укупна сила затезања:

$$2F_k = F_O + 2F_r + 2F_c \quad (25)$$

6.10 Одређивање ширине каиша

Ширина представља основну карактеристику зупчастог каиша. Снага коју преноси каиш у великој мери зависи од ширине. При прорачуну, дефинисању и препоруци треба имати у обзир следеће:

- преносници са ужим каишевима су кориснији и економичнији,
- при раду са великим брзинама, понекад је корисније смањити центрифугалну силу, коришћењем каишника мањих димензија и повећањем ширине каиша,
- ширина каиша не треба да прелази вредност пречника каишника, зато што се у противном могу појавити бочни притисци и
- када се у спреси налази мање од 6 зуба, већа специфична снага се мође добити повећањем ширине каиша. Међутим, никакав пораст ширине каиша не може надокнадити негативне ефекте који се јављају при коришћењу каишника са бројем зуба машином од минимално препоручених [3].

За одређивање ширине каиша, потребан је основни податак карактеристике каиша, носивост каиша. Носивост каиша одређеног профила је карактеристика каиша која зависи од дозвољеног напрезања на истезање вучног елемента. Вредности ове карактеристике, за ширину каиша од 25.4 [mm] и различите профиле каишева могу се наћи у стандардизованим таблицама.

Једначина за израчунавање приближне ширине каиша је:

$$b = \frac{P(C_1 + C_2 + C_3) \cdot 25.4}{P_N C_4} [mm] \quad (26)$$

где су: P_N - носивост каиша ширине 25.4 [mm] и

C_4 -фактор броја зуба у спреси.

Табела 2 Фактор броја зуба у спреси C_4

Број зуба у спреси	Z_o	6	5	4	3	2
Фактор броја зуба у спреси	C_4	1	0,8	0,6	0,4	0,2

6.11 Зупчасти каишници

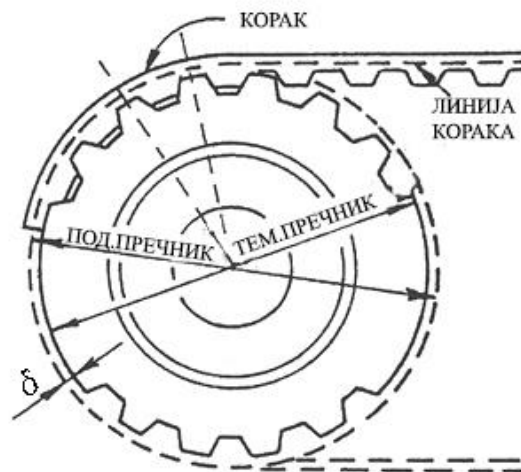
Каишници, као делови зупчasto каишног преносника су врло важни и одговорни у експлоатацији. Почев од правилног избора материјала, конструкције и квалитета израде, све

то повољно утичу на синхроност преноса и ниво експлоатационих карактеристика. По својим конструкционим особинама зупчasti каишници се разликују међу собом као и зупчasti каишеви. Састоје се од одређеног броја једнаких међузубља, која омогућавају коректно спрезање са зубима каиша. Каишници се конструишу тако да зуби каиша улазе у међузубље каишника са занемарљивим коефицијентом трења. Међузубље каишника се израђује са зазором. Зазор олакшава улаз и излаз зуба каиша из спрезања, нулира грешке при изради теменог пречника, грешке профила међузубља каишника и зуба каиша и искошење оса вратила преносника [3].

6.12 Основне димензије каишника

6.12.1 Корак

Основни параметар зупчастог каиша је корак (слика 24). Корак представља растојање између средишних линија два узастопна зуба и мери се на линији корака каиша. Корак каишника је растојање између два узастопна међузубља.



Слика 24. Основне димензије зупчастог каишника [11]

6.12.2 Подеони пречник

Подеони пречник је имагинарна величина, величина која се физички не може одредити. Већи је од теменог пречника и може се израчунати преко обрасца:

$$d_{o1} = \frac{h \cdot z_1}{\pi} ; d_{o2} = d_{o1} \cdot i \quad (27)$$

Подеони пречник (слика 24) мора додиривати линију каиша, то јест, мора постојати тангентост између њих, при спрезању, линија корака каиша и подеони пречник се преклапају. Било каква промена конструкције зупчастог каиша у којој се мења положај линије корака, захтева промену подеоног пречника каишника. Избор пречника каишника је у

функцији профила каиша, и обично се препоручује да пречник каишника не буде испод одређених вредности, да се каиш не би превише савијао. Најмањи препоручени пречници се могу наћи у стандардизованим табелама, у зависности од врсте и величине каиша [3].

6.12.3 Темени пречник

Темени пречник (слика 24), је величина на основу које се врши производња зупчастог каишника. За прецизно одређивање треба узети у обзир растојање од међузубља до средине вучног елемента, као и оптерећење и еластичност вучног елемента. Темени пречник се може дефинисати као:

$$d_t = d_0 - 2c + k, \quad (28)$$

где су: c - растојање од међузубља до средине вучног елемента,

k - поправка која узима у обзир оптерећење и еластичност вучног огранка.

Величина k је доста сложена за одређивање, па се за прорачун користи једноставнија једначина:

$$d_t = d_0 - 2\delta \quad (29)$$

где је: δ - разлика између линије корака каиша и теменог пречника каишника.

6.12.4 Ширина каишника

Одређивање ширине каишника се врши у функцији каиша. Збир ширине каиша и додатак за одређени корак каиша.

За каишнике најмањег корака ($2.03[mm]$ и $3[mm]$) ширина се узима као:

$$B = b + (1,5 - 2,5) \quad [mm] \quad (30)$$

За каишнике средњих величина корака (до $12.7[mm]$) узима се:

$$B = b + (4,05 - 9,0) \quad [mm] \quad (31)$$

За каишнике највећих величина корака (преко $12.7[mm]$) узима се:

$$B = b + (14 - 18) \quad [mm] \quad (32)$$

Веће вредности додатка ширини каишу се примењују код каишника са сва ободна прстена.

6.12.5 Ободни прстен

Дугогодишње искуство и рад са зупчастим каишевима, показало је да каишеви теже да у току експлоатације склизну са каишника. Како би се то спречило, конструктори су нашли решење тиме што би са једне или обе стране уградили прстен, који би ограничавао спадање каиша са каишника. Данас, је основна конструкциона препорука да се каишници израђују са ободним прстеном. Ако се при димензионисању преносника, добије да је осно растојање веће од осам пречника погонског каишника или када положај каишника није у хоризонталној равни, препоручује се конструкција оба каишника са ободом. Углавном

метални, ковани или пресовани прстенови, се завртњевима уграђују на каишник у случају када каишник није израђен изједна са ободним прстеном.

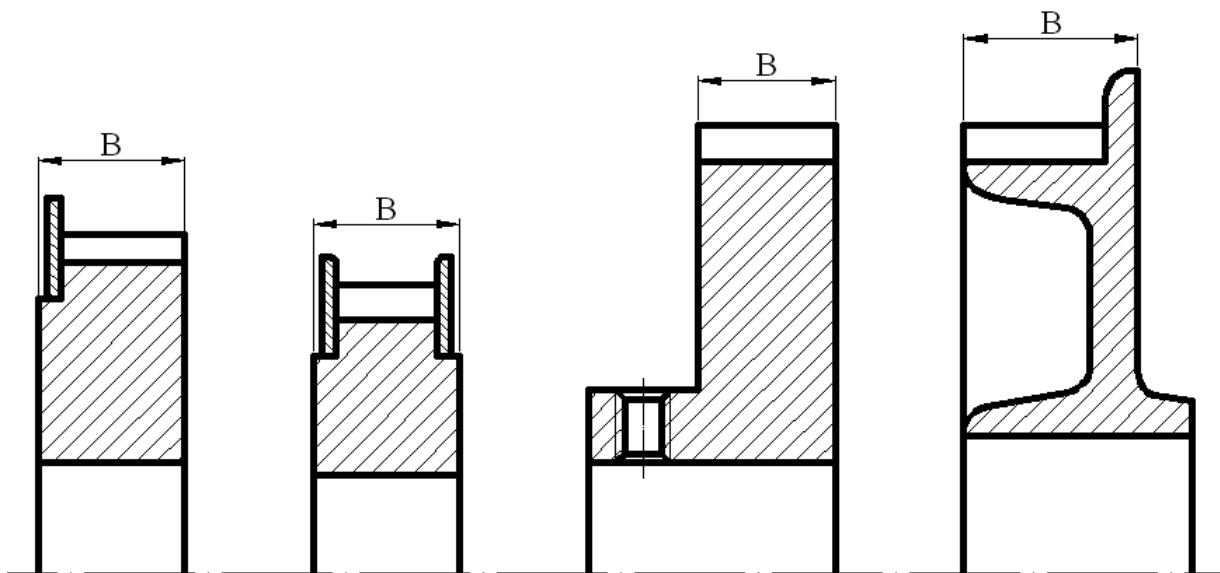
Димензије ободних прстенова који се праве посебно, могу се наћи у стандардизованим табелама које су препоручиле водеће фирме из те области. Димензије ободног прстена пре свега зависе од броја зуба, па се за каишеве са великим бројем зуба узимају веће димензије ободних прстенова [3].

Конструкције, где се ободни прстен израђује изједна са каишником, спољашни пречник ободног прстена се може дефинисати изразом:

$$d_s = d_t + (5 \div 9) [mm] \quad (33)$$

где су: d_s - пречник ободног прстена

d_t - пречник теменог круга каишника



Слика 25. Конструкциона решења ободних прстенова[3]

6.12.6 Конструкциони облици каишника

Конструкција зупчастих каишника може бити различита у зависности од услова у којем се врши експлоатација. Конструкционо решење може бити тако изведено да се састоји од:

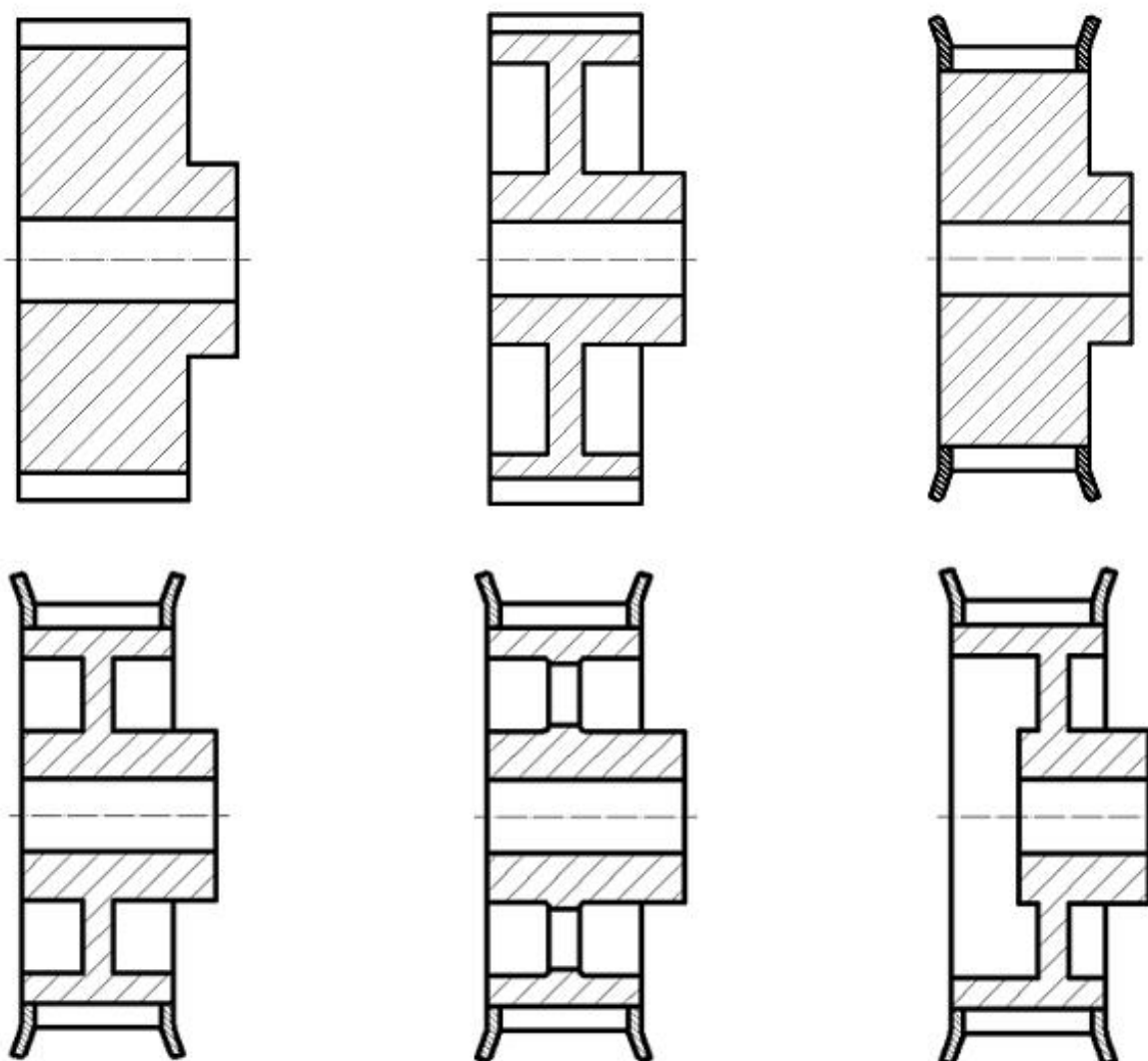
- венца,
- главчине и
- плоче или паока, који спајају венац са главчином.

Као што је већ наведено, каишници се праве са или без ободних прстенова, као и са симетричном или асиметричном главчином.

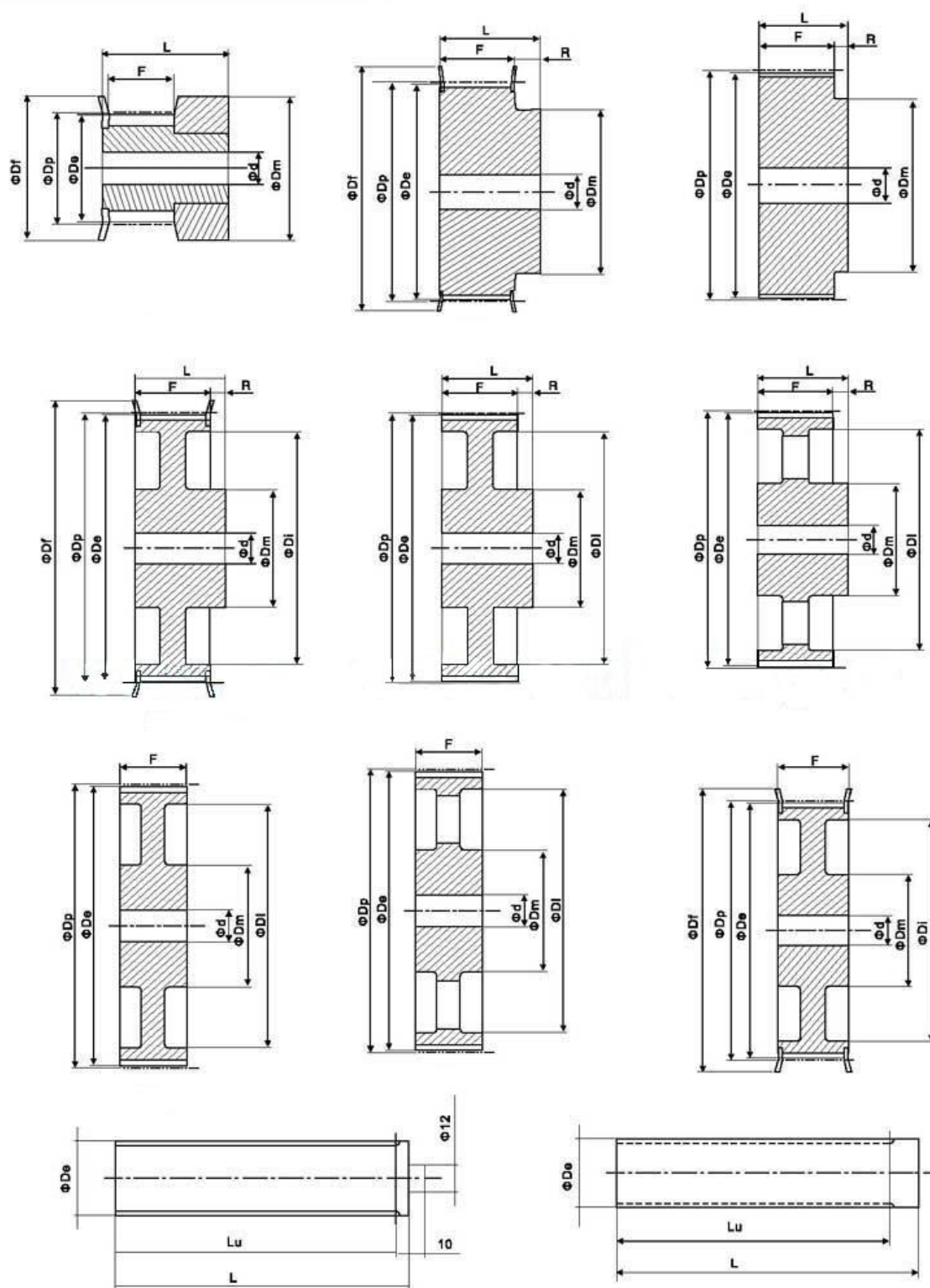
Венац је спојен са главчином, плочом која може бити исте дебљине код најмањих каишника (до 100 [mm]). Код већих каишника, плоча је тања од венца и израђује се са симетрично избушеним рупама, ради смањења тежине, као и лакшег прихватања каишника при обради. Везивање венца и главчине паоцима је препоручљиво код већих пречника (преко 300 [mm]), (Слика 26).

Америчке компаније (*Goodyear*), (*Uniroyal*), и кинеска компанија (*Hangzhou Chinabase Machinery*) израђују каишнике у зависности од пречника вратила у два основна типа:

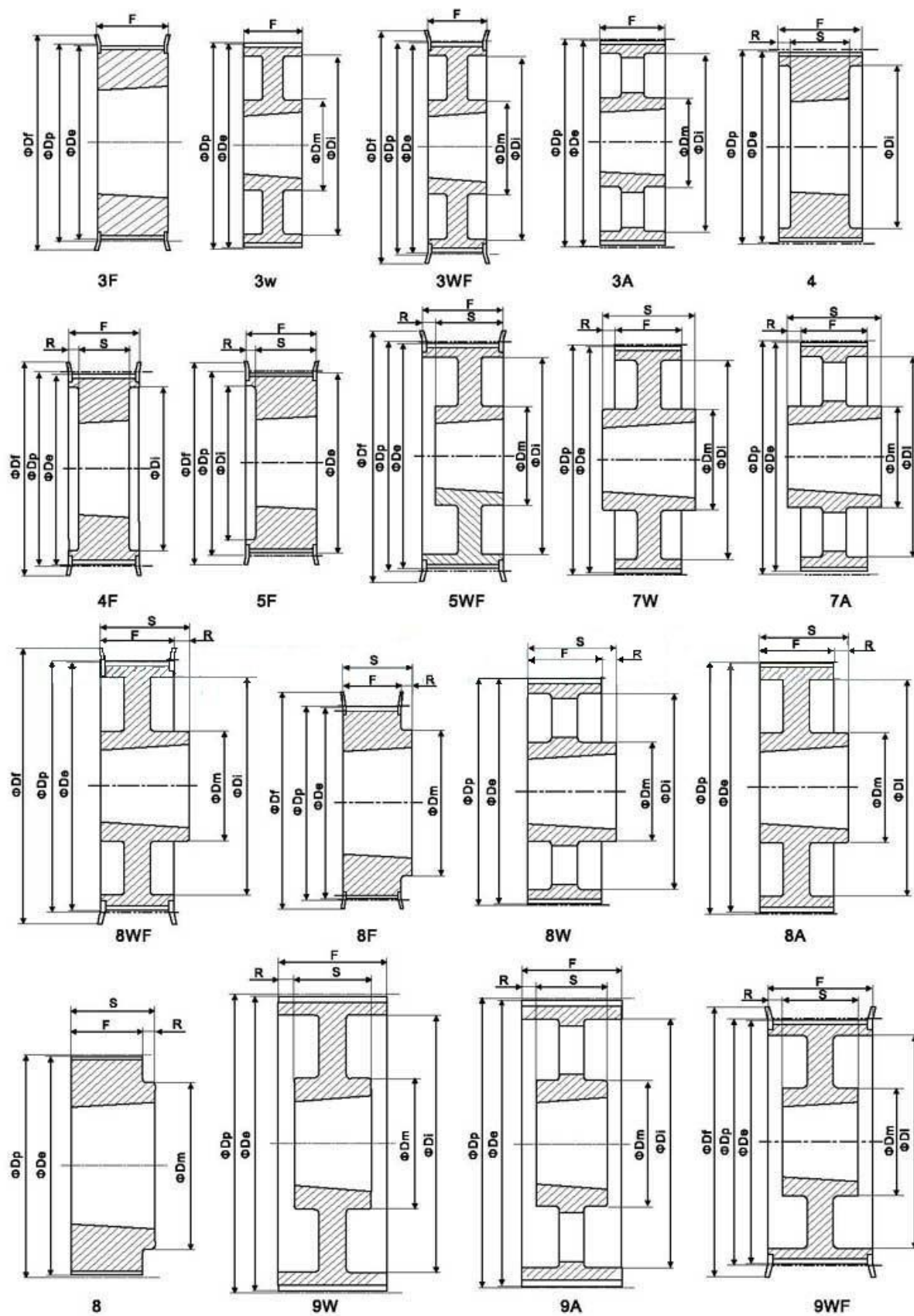
- једноделни каишници (слика 27) и
- дводелни каишници (са уметнутом главчином) (слика 28).



Слика 26. Конструкциона решења каишника [3]



Слика 27. Једноделни каџиницџ компаније Hangzhou Chinabase Machinery [9]



Слика 28. Дводелни капиници компаније Hangzhou Chinabase Machinery [9]

Код оваквих типова каишника, главчина је посебан елемент, који се спаја са каишником хладним пресовањем или утискивањем, који силом трења између главчине и венца преноси обртни момент.

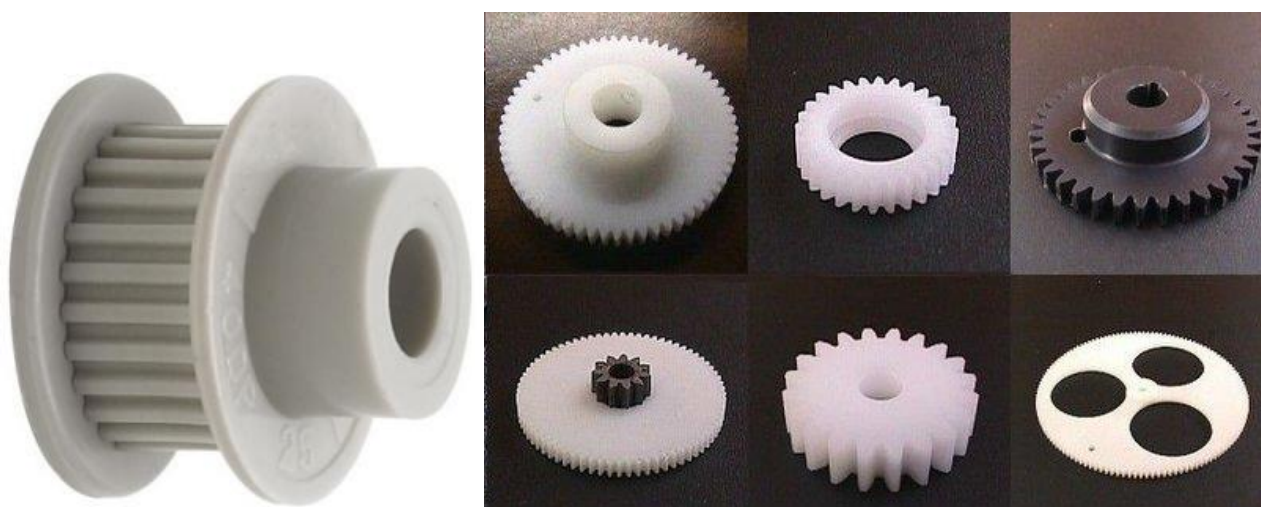
6.12.7 Материјали зупчастих каишника

Једноделни каишници (слика 29б) су обично мањег пречника, док су већи каишници обавезно дводелни (слика 29а). Фирма (SDP) израђује каишнике од пластичних маса (слика 30). То су каишници од лаке и дуготрајне пластике (*lexan 500*, ојачани *fiberglass*), ојачани металном чауром, која се убацује у глачину. Карактеришу се малом масом, великом чврстоћом, малом инерцијом. Цена оваквих каишника је за 41% мања од цене конвенционалних металних каишника. Израђују се за кораке 2.03, 3, 5 и 5.08, за различите вредности ширине каиша [3].



Слика 29. Метални каишници

а) дводелни метални каишник, б) једноделни метални каишник [9]



Слика 30. Каишници од пластичних маса [9]



Слика 31. Каишник специјалне намене од мешавине fiberglassa и neoprena [9].

Најчешћи материјали од којих се израђују каишници су: угљенични челик, алуминијум и лаке легуре. Данас се све више примењују пластичне масе NEOPREN, FIBERGLASS, DELRIN 500 и други. Ободни прстенови се обично израђују од угљеничног челика или алуминијума [3].

6.12.8 Израда зупчастих каишника

Зупчасти каишници од пластичних маса или лаких легура се обично израђују ливењем под притиском.

Зуби каишника се урезају профилисаним глодалом (слика 32). Праволинијски део профила зуба каишника се добија одговарајућим профилисаним зубима глодала. За олакшавање спрезања између зуба каиша у међузуба каишника, глава зуба каиша је заобљена. Зуби каишника за каишеве корака до 12.7 [mm], услед мале висине, могу се нарезивати одвалним глодалима са праволинијским профилем [3].



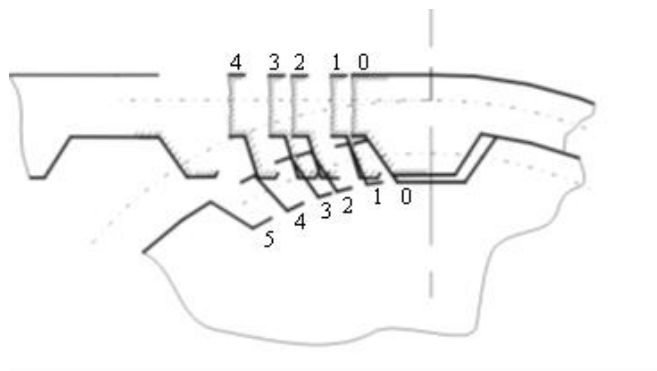
Слика 32. Глодало [9]

7 Кинематика зупчастог каишног преносника

7.1 Кинематика спрезања зупчастог каишног преносника

Зупчасти каишни преносници са трапезним зубима су најчешће употребљавани у експлоатацији. Највећа примена оваквих преносника је у аутомобилској индустрији. Обзиром на то да је током година извршена експериментална испитивања ових преносника, значи да постоји велики број података и резултата о кинематици зупчато каишног преносника.

Пренос снаге и кретања код зупчато каишних преносника се врши се самим обликом и трењем између зуба каишника и зуба каиша. У току преноса, зуби каиша се спрежу са међузубљем каишника, при чему се јавља померање у тангенцијалном, радијалном и аксијалном правцу. Ова померања су последица: обртног момента, обимне силе, силе претходног затезања, радијалне силе, центрифугалне силе, ваздуха, деформације каиша услед савијања и затегнутости, вучних елемената и каишника, прецизности израде, квалитет обраде додирних површина, и других. Узимајући у обзир свих утицајних параметара на пренос снаге и кретања, кинематика спрезања зупчастог каишног преносника је врло комплексан и сложен процес [10].



Слика 33. Шема улаза зуба каиша у спрегу са зубом погонског каишника[10]

Пре него што се изврши спрезање каиша са каишником, прво се оствари контакт бочних површина зуба каиша и каишника. Поред тога, унутрашња површина међузубља каиша и спољашња површина зуба каишника су у контакту, и повремено чеона површина каиша се додирује са ободним прстеном каишника. Максимално истегнут због претходног затезања, зуб каиша улази у спрегу са погонским каишником. Приликом уласка у спрегу, остварује се контакт између врха зуба каиша и бочне стране зуба каишника. Том приликом долази до контакта по линији. Услед интерференце зуб каиша задире у бочну површину зуба каишника. Обзиром на карактеристике каиша, његове еластичности и велике крутости каишника, долази до појаве деформације зуба каиша. Услед повећања притиска, расте и деформација, док се истовремено повећава додирна површина између каиша и каишника. Додирна тачка каиша и каишника се повремено помера од врха зуба каишника па до његовог корена. Максимална деформација настаје у положају 2 (слика 33). Услед дејства унутрашњих напона и заокретања каиша и каишника долази до смањења деформација. Да би у нултом

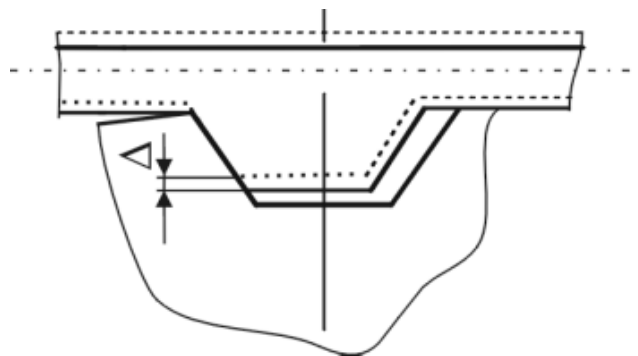
положају (слика 33), дошло до потпуног поклапања бочних површина зуба каиша и каишника. Сада се остварује контакт по површини. Радња, при којој се зуби каиша спрежу са зубима каишника, је праћен релативним клизањем њихових бочних површина и настајањем силе трења. Вредност нормалне силе се мења по параболичном закону, што доводи до промене силе трења. Највећа вредност нормалне силе и силе трења је у корену зуба [10].

Поравнање између спољашне површине каишника и унутрашње површине међузубља каиша траје врло кратко. Услед деловања радијалних и центрифугалних сила, долази до померања додирне површине у радијалном правцу. При таквом померању, настају силе трења у контакту. Укупна померања су око $\frac{1}{5}$, односно $\frac{1}{3}$ висине зуба, ако се занемари сила трења. На померања у радијалном правцу највећи проценат утиче претходно затезање, зато што услед недовољног претходног затезању, радијалне силе могу да изазову престанак спрезања каиша са каишником [12].

Услед спрезања каишника са каишником, у контактном споју се убацује одређена количина ваздуха. Један део количине ваздуха се избацује истискивањем у аксијалном правцу, док се остали део количине ваздуха задржава. Раније наглашено, да постоји бочни и радијални зазор између зуба каиша и каишника, преостали део ваздуха се задржава у том простору. Радијална компонента силе притиска ваздуха, додатно оптерећује унутрашњу површину каиша, и тиме тежи као томе да избаци каиш из спреге. Компонента силе притиска ваздуха у правцу кретања, додатно оптерећује каиш и повећава притисак у додирној површини што доводи до додатне деформације зуба каиша.

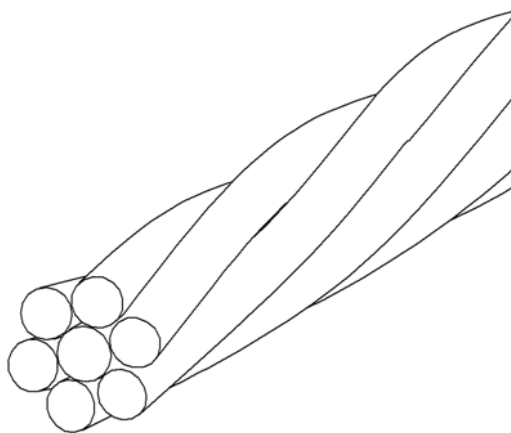
Услед деловања радијалне и центрифугалне силе и ваздуха, то доводи до накнадног померања каиша у радијалном правцу (слика 34). При оваквом померању, долази до клизања бочних површина зуба каиша и каишника. Кретање је праћено настајањем силе трења клизања, која је мања од вредности силе трења која настаје, при спрезању зуба каиша са каишником. У току кретања каиша дуж обвојног угла каишника долази до његовог савијања и истезања. За разлику од плоснатог каиша, где се савијање врши по једнакој кривој, савијање зупчастих каишева се врши по многоугаоном профилу [10].

При савијању каиша јављају се унутрашњи губици, и до замора каиша, то јест вучног елемента каиша. Савијање и истезање каиша дуж обвојног угла изазива деформацију каиша. Оптерећење зуба каиша опада од улаза зуба каиша у спрегу са каишником, до његовог излаза из спреге. Највећа вредност оптерећења се јавља у првом зубу који је у спрези, код којег су деформације највеће. Због различитих оптерећења зуба, долази до појаве неједнаких деформација зуба каиша дуж обвојног угла. Разлика у деформацијама доводи до релативног померања, првог реда, каиша у тангенцијалном правцу. Због тога каиш улази у спрегу максимално истегнут, а из спреге са каишником излази растерећен. Услед померања каиша, долази до релативног кретања каиша у односу на каишник дуж обвојног угла. При таквом кретању, настају силе трења између унутрашње површине каиша и спољашне површине каишника. Пошто су то померања првог реда, вредности ових сила су врло мале, али нису занемарљиве [10].



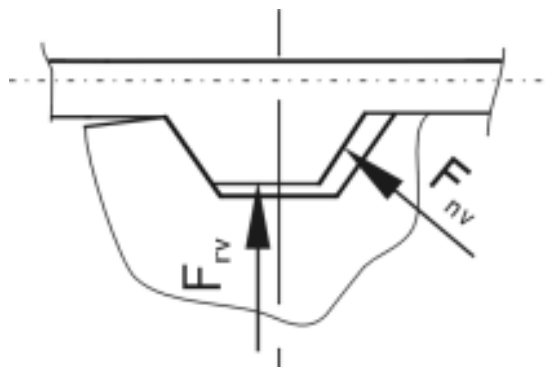
Слика 34. Радијално померање каиша [11]

Осим кретања у тангенцијалном и радијалном правцу, код овакве врсте каиша је изражено и кретање у аксијалном правцу. Овакво кретање пре свега зависи од конструкције каиша и хеликоидним намотајем вучног елемента. (слика 35). При аксијалном кретању долази до контакта чеоне површине каиша и ободног прстена. Контакт је посебно изражен при улазу и излазу зуба каиша из спреге са каишником. У том тренутку углавном и долази до оштећења каиша, нарочито ако постоје грешке при изради или монтажи каишника. Дуж обвојног угла такође долази до контакта између каиша и ободног прстена. Главни разлог за то је релативно померање каиша у односу на каишник [10].



Слика 35. Хеликоидни намотај вучног елемента [13]

Сила притиска, која делује на каиш, тиме што га потискује ка ободном прстену, углавном потиче од аксијалне силе. Експлоатациона испитивања и дугогодишња пракса, су показали да зупчасти каишеви имају склоност да натрчавају на ободни прстен, или могу склизнути са каишника, уколико нема управљања. Ово се нарочито узима у обзир код широких каишева. Када преносници раде при великим обимним брзинама, већим осним растојањима, или је висока вредност претходног затезања, јавља се висока сила притиска чеоних површина каиша на ободним прстеновима. У тачки додира настају силе трења, које проузрокују хабање крајева каиша [10].



Слика 36. Аксијална и тангенцијална компонента силе вазуа [11]

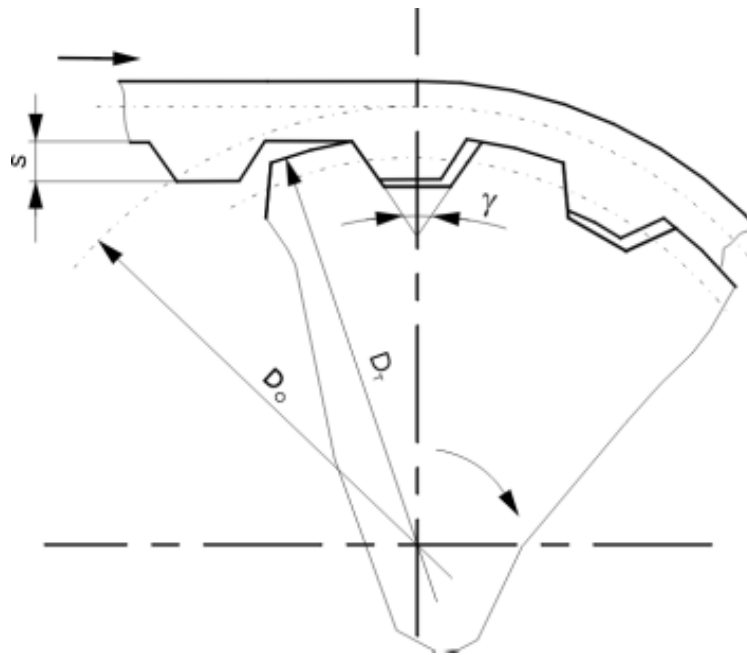
7.2 Утицај одређених параметара на спрезање зупчастог каишног преносника

После неколико месеци рада, од укупне ширине каиша користи се само 80% или мање. Хабање се може смањити тачнијом израдом, и смањењем грешака при монтажи преносника. При изради каиша и каишника се морају поштовати одговарајуће толеранције. Када се врши балансирање и монтажа каишника, мора да се има у виду да осе каишника буду паралелне и да се могућа искошења сведу на минимум, то јест да буду у дозвољеним границама. Поред одговарајућих фактора, на натрчавање каиша на каишник, велики утицај има зазор између чеоне површине каиша и ободног прстена. Вредност чеоног зазора мора бити оптимизована. Мала вредност зазора доводи до чешћег контакта, појави силе трења између чеоне површине и ободног прстена и повећава се хабање каиша. Уколико је чеони зазор велики, каиш добија већи простор за кретање у чеоном правцу, што изазива већу неравномерност у раду зупчастог каишног преносника. Улазак ваздуха у спрегу, доводи до стварања ваздушног јастука, који својим приситком тежи да избаци каиша из спреге. Услед велике брзине кретања каиша, ваздух увучен каишем, при наиласку зуба на каишник са ободним прстеном, сабија и истискује, при чему настаје звиждење преносника. Ова нуспојава, се може у великој мери смањити коришћењем вишежљебних зупчастих каишника. Одређеним конструктивним решењем, може довести до бржег и бољег избацивања ваздуха из спреге. Поред тога побољшава се спрезање зуба, не образује се ваздушни јастук, нема поскакивања зупчастих каиша, а смањује се и специфичан притисак на контактну површину зуба. Међутим, део вазуа остане заробљен између површина каиша и каишника. Да би се смањио његов утицај, у корену међузубља каишника или на врху каиша се израђује канал за ваздух. Димензије канала зависе од димензије самог преносника [10].

Центрифугалне силе утичу на то да се каиш избаци из спреге. Вредности центрифугалних сила су много мање од сила код ланчаних преносника, због карактеристика материјала од којих су израђени. Деловање ових сила је посебно израђен при већим брзинама каиша и већим димензијама каишника. Иако је вредност центрифугалне силе знатно мањи од утицаја осталих сила, ипак се може свести на минималне вредности. Применом материјала

као што је (fiberglass), за израду вучног елемента, постиже се смањивање укупне маса каиша а самим тим и вредност центрифугалне силе [11].

Радијална сила представља компоненту нормалне силе у спреси каиша и каишника. Вредност радијалне силе зависи од обимне силе и угла профила каишника γ . Она расте са повећањем угла профила каишника. Оптимална вредност овог угла износи 40° , за каишнике са кораком зуба $h_k > 5,08[mm]$ и 50° за $h_k < 5,08[mm]$. Осим тога вредност радијалне силе се мења дуж обвојног угла. Највећа радијална сила се јавља при уласку зуба каиша у спрегу са погонским каишником, а најмања вредност силе је при изласку из спреге [12].



Слика 37. Шема спрезања зуба каиша са погонским каишником [11]

8 Савремене методе за прорачун и анализу конструкција

Методама анализе, у фази пројектовања машина и опреме траже одговори о њиховим својствима отпорности, поузданости, носивости, кинематском понашању, динамичком понашању, то јест скуп свих захвата тражења одговора о својствима физичке форме. На бази критеријума које структура мора да задовољи у погледу механичких и функционалних карактеристика, анализом се оцењује посматрана структура и траже њени недостаци. Очигледно, методе анализе усавршавају структуру по систему "корак по корак" и оне као такве и данас задовољавају конструкторске захтеве [14].

Примена матричних метода за анализу структура, решила је захтеве систематског представљања континуума, увођења поља спољашњих концентрисаних сила, поља површинских оптерећења каква се јављају код бродских структура, авиоструктура, структура возила, топлотне турбине и нуклеарне реакторе. Погодност матричних метода анализе показала се добро при решавању задатака из области пластичности, пузања и ојачања елемената, као и код увођења историје претходног оптерећења структуре. Важан елеменат примене метода анализе, је брзина извођења процедура, чиме се у раном периоду развоја структуре, идентификују посматране (прогнозиране) особине. Сходно томе, врши се корекција до постизања задовољавајућих особина [13].

Довољним брзином анализа, могуће је истовремено развијати више конструктивних варијанти и одабрати најповољније решење. Идеја анализе дакле говори да се низом итерација долази до решења. Тај општи концепт дефинисан је на (слици 38). Према овом концепту, на бази постављених циљева, формирају се критеријуми за оцену својстава структуре. При томе је искуство основна спрега изведених структуре и очекиваних особина траженог решења. Сама анализа (приказана затамњеним пољима), изводи се изабраном теоријском методом. На основу добијених решења оцењује се полазно претпостављено решење.

Оцена добијених особина води модификацији структуре делимично или у целости. После корекције, обнавља се процедура анализе модела и анализе особина, док постављени циљеви не буду достигнути [13,14].



Слика 38 Концепт коришћења метода анализе у конструисању [13]

Методе структурне анализе деле се на аналитичке и нумеричке. Примена аналитичких метода је ограничена на једноставне случајеве за које је могуће наћи решење у затвореном облику. Решења се код аналитичких метода траже преко редова или специјалних функција. Реалне структуре се у пракси третирају нумеричким методама и оне се могу односити на континуалне и дискретне системе. Слика 39 показује класификацију данас актуелних нумеричких метода структурне анализе.



Слика 39. Преглед нумеричких метода за анализу структура [13]

- **Метода коначних разлика** је нумеричка метода погодна за решавање разноврсних задатака. Базира се на математичкој дискретизацији диференцијалних једначина превођењем на једначине са коначним разликама. Успешно се може применити на танкозидим носачима, на проблемима пластично деформабилних конструкција. Ефикасност методе се смањује са сложености унутрашњих веза посматраног механичког система.

- **Метода нумеричког интегрисања диференцијалних једначина** се користи широко у многим задацима. Метода се своди на решавање задатка Кошија са обзиром на постојање добрих математичких процедура за интеграцију система диференцијалних једначина. За решавање се доста добро могу употребити Ојлерова, Рунге-Кута и друге методе.

- **Метода коначних елемената** (*Finite element method - FEM*), користи различите типове варијационих метода, примењених на дискретном моделу за структурну анализу континуума. Континуум се дискретизује коначним бројем елемената и степени слободе кретања. Успех примене методе је у квалитету изабраних апроксимација коначних елемената постављеног модела. Погодност методе је у вредностима варијационе методе. Задатак се описује системом диференцијалних једначина које се формирају из услова минимума функционала конструкције. Решавање система диференцијалних једначина се ради матричним методама, и неопходан је рачунар. Тачност израчунавања је дефинисана квалитетом изабраних функција облика (интерполационих функција), мрежом и типом коначних елемената. Зависно од изабраних независно-променљивих величина и начина формирања једначина, постоје четири основне методе: метода померања (метода деформација), метода сила, мешовита и хибридна метода. Формирање једначина се изводи применом основних закона механике. На пример, код методе померања користи се принцип

о минимуму функционала (пуне енергије система). Код методе силе, користи се принцип о минимуму комплементарне енергије система. Мешовита метода користи Вашицов принцип и Рајзнер-Хелингерову методу [13,14].

- **Метода граничних елемената** је специфична метода прелаза из система парцијалних диференцијалних једначина и задатих граничних услова ка њиховој интегралној аналогiji на граници области која се посматра. Поступак се састоји у дискретизовању граничне области структуре граничним елементима, применом различитих врста апроксимација геометрије граница и граничних функција. Из интегралних односа, дискретном аналогijом, формира се систем алгебарских једначина. Решавањем система долази се до тражених величина на границама области.

- **Сложене методе прорачуна структура.** Инжењерски захтеви прорачуна сложених структура, условили су развој методе коначних елемената. Наиме, показало се да је могуће груписање елемената у велике макро-елементе да би се анализирале особине на њиховим границама. Ова метода позната је као метода супер-елемената. Метода се користи нарочито у авиоградњи, бродоградњи где супер-елементи представљају секције структура које се понављају. Предност методе је што искључује унутрашње независно - променљиве, па преостају само непознате на границама супер-елемената. На овај начин је значајно смањен рачунски обим проблема те је реализација бржа и успешнија. При томе се формирају алгебарски системи који се решавају методама Гауса, Холецког и Кроута, фронталном методом и другим итерационим методама. У групу метода за статичку нелинеарну анализу структура спадају метода простих итерација, Њутн-Рапсон метода, метода тангентне крутости и друге. Моделирање често условљава апроксимације проблема. Апроксимација посматраних параметара код нелинеарног проблема, може бити извршена развијањем у Тејлоров ред. Уколико се изврши линеаризација, проблем се може решавати методама линеарног програмирања. То је концепт секвенцијалног линеарног програмирања. У оквиру метода за анализу структура при нестационарним динамичким дејствима, примењују се метода централних разлика првог и трећег реда (метода Хоуболта), метода Њумарка, Вилсонова метода и друге. Савремене методе ефикасно се примењују кроз професионалне програмске пакете. Софтвер је модуларног типа и свака категорија задатка је независна програмска целина. Тако се задаци анализе решавају програмским модулом – солвером, задаци геометријског моделирања – модулом препроцесора, задаци приказа резултата – постпроцесором, задаци генерисања коначних елемената – моделером мреже, задаци оптимизације – модулом оптимизације, задаци динамике – одговарајућим модулом динамичке анализе и тако даље [13].

8.1 Метода коначних елемената

Метода коначних елемената (МКЕ) спада у савремене методе нумеричке анализе. Њена примена прво је почела у области прорачуна инжењерских конструкција. Основна идеја о такозваној, физичкој дискретизацији континуума, на којој се заснива МКЕ је врло стара. Као пример за илустрацију може се навести проблем одређивања опсега или површине круга, на основу његове поделе на мање делове правилног облика. Грчки математичар и физичар

Архимед, рачунао је број π , односно границе између којих се налази нумеричка вредност овог броја на тај начин што је контуру круга апроксимирао уписаним односно описаним полигоном са коначним бројем страница. Са повећањем броја страница полигона, односно са смањивањем њихове дужине, смањивала се и разлика између граница у којима се налази број π , а повећавала тачност његове нумеричке вредности. Отприлике у исто време, на сличан начин, у старом Египту је рачуната запремина пирамиде и површина сфере, а у Кини је дат доказ познате Питагорине теореме. Са овим првим једноставним примерима, отворена су нека фундаментална питања, као што су: тачност решења, горња и доња граница апроксимације, монотоност и брзина конвергенције и др., која су и данас у МКЕ веома актуелна и значајна са теоретског и практичног становишта.

Развој методе коначних елемената почео је половином прошлог века. У почетној фази он се одвијао кроз два међусобно независна приступа, прво инжењерски, а одмах затим математички. Сложене просторне конструкције, у инжењерским прорачунима замењиване су дискретним системима који су се састојали од штапова и који су рачунати по познатим поступцима статике линијских носача. Од стране математичара, тражена су приближна решења одређених граничних задатака помоћу дискретних модела уз примену варијационих поступака. Ова два прилаза, инжењерски и математички, касније су обједињени, што је било од огромног значаја за даљи бржи развој и широку примену МКЕ [13].

Метода коначних елемената спада у методе дискретне анализе. За разлику од осталих нумеричких метода, које се заснивају на математичкој дискретизацији једначина граничних проблема, МКЕ се заснива на физичкој дискретизацији разматраног подручја. Уместо елемента диференцијално малих димензија, основу за сва проучавања представља део подручја коначних димензија, мање подручје или коначни елемент. Због тога су основне једначине помоћу којих се описује стање у појединим елементима, а помоћу којих се формулише и проблем у целини, уместо диференцијалних или интегралних, обичне алгебарске.

Са становишта физичке интерпретације, то значи да се разматрано подручје, као континуум са бесконачно много степени слободе, замењује дискретним моделом међусобно повезаних коначних елемената, са коначним бројем степени слободе. С обзиром на то да је број дискретних модела за један гранични проблем неограничено велики, основни задатак је да се изабере онај модел који најбоље апроксимира одговарајући гранични проблем.

Анализа и решавање проблема механике континуума по МКЕ увек се свде на процес корак по корак, што је од огромног практичног значаја за примену рачунара у ефективном прорачуну. У том процесу који се може приказати као једноставан алгоритам, издваја се следећих шест најважнијих корака:

- дискретизација континуума,
- избор интерполационих функција,
- рачунање карактеристика елемената,
- формирање једначина за мрежу коначних елемената,
- решавање система једначина и
- прорачун потребних утицаја.

Од наведених шест корака, прва три су нарочито важна. Начин дискретизације, избор облика елемената, као и укупног броја елемената, зависе од природе проблема који се решава и потребне тачности траженог решења. Поред броја и облика елемената важан је и избор чворова, основних непознатих у њима и интерполационих функција. Помоћу интерполационих функција се дефинише поље промењивих у сваком елементу. Од њиховог избора непосредно зависи и континуитет на границама између појединих елемената, а самим тим и тачност апроксимације. Промењиве у елементу могу бити скаларне, векторске или тензорске величине.

Карактеристике појединих елемената одређују се независно од мреже елемената као целине. Матрица крутости се формира аутономно за поједине елементе, а потом на основу њих, сасвим једноставно, формира се матрица за систем у целини. С обзиром на то да је геометрија елемената по правилу једноставна, то практично значи да се комплексан проблем разбија на низ једноставних [14].

Последња три корака, иако су за практичне прорачуне од великог значаја, данас спадају у оквире рутинског посла, који је прилагођен аутоматском раду рачунара [13].

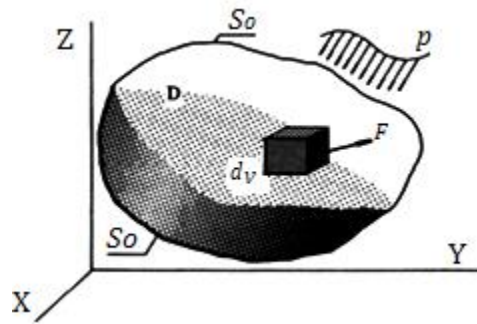
8.2 Општа теорија методе коначних елемената

Основни принцип на коме се заснива МКЕ, састоји се у подели разматраног подручја на коначан број мањих подручја, односно елемената, тако да се анализом појединих елемената, уз претпоставку о њиховој међусобној повезаности, анализира целина. Овај приступ у анализи, где се од посебног иде ка општем, од индивидуалног ка универзалном, у коме се анализом делова закључује о целини, је познати индуктивни приступ, који се примењује у многим подручјима науке. Код инжењерских и других проблема код којих се општа решења не могу добити у затвореном облику индуктивни приступ је од посебног значаја [13].

У оквиру МКЕ, разматрано подручје замењује се великим бројем малих делова коначних димензија, који су међусобно повезани у одређеном броју тачака. На овај начин, подручје са бесконачно много степени слободе, замењује се дискретним системом са коначним бројем степени слободе и анализира методама дискретне анализе. У математичкој формулацији, ово значи да се разматрани проблем преводи из подручја анализе у подручје алгебре. МКЕ се може схватити као метода нумеричке анализе о оквиру које се дефинише начин превођења континуираних физичких система у дискретне, односно начин формирања система алгебарских једначина помоћу којих се апроксимира одређени контурни задатак.

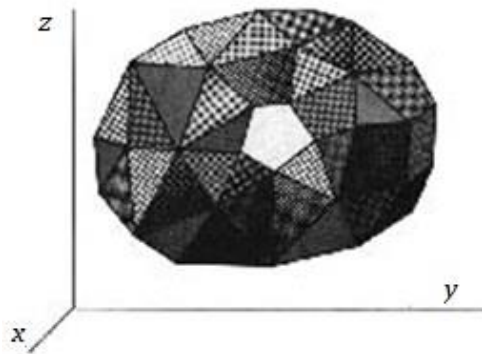
На слици 40, приказано је подручје еластичног континуума, који је ограничен контуром S , тако да су на делу контуре S_σ задати контурни услови по силама, а на делу S_u контурни услови по померањима. У подручју D делују запреминске силе $F (F_x, F_y, F_z)$, а на контури S_σ површинске силе $p (p_x, p_y, p_z)$ [13,14].

За померања у подручју D се претпоставља да су непрекидне функције координата, односно $u = u(x, y, z)$, $v = u(x, y, z)$, $\omega = u(x, y, z)$



Слика 40. Подручје D еластичног континуума [20]

Разматрано подручје D дели се на коначан број малих делова – коначних елемената, који су међусобно повезани у одређеном броју тачака, које се називају чворови (слика 41).



Слика 41. Подручје D подељено на коначан број елемената [20]

Ако се претпостави да се померања у било којој тачки коначног елемента могу, на одређени начин, приказати у зависности од померања у чворовима, онда се проблем одређивања поља померања у подручју D своди на одређивање померања у чворовима, а број померања у чворовима је коначан. Померања у чворовима у подручју D и на контури одређују се из система једначина, који представљају услове равнотеже у чворовима, услове континуитета у чворовима и контурних услова на контури S_0 [13,14].

На слици 41 приказан је коначни елемент, који је издвојен из система елемената са слике 40. Због једноставности, елемент је приказан као дводимензионални, ограничен праволинијским контурама.

На елементу је усвојен одређени број тачака на контури, које се називају чворне тачке или чворови. Чворови су обележени бројевима $1, 2, \dots, K$, где је K укупан број чворова. Ови чворови се називају спољашњи чворови, да би се разликовали од чворова који могу бити усвојени у елементу и који се називају унутрашњи чворови. Укупан број унутрашњих чворова обележен је са R [13,14].

Суштина апроксимације континуума по МКЕ, састоји се у следећем:

- Разматрано подручје континуума, помоћу замишљених линија или површина, дели се на одређени број мањих подручја коначних димензија. Поједина мања подручја се називају коначни елементи, а њихов скуп за цело подручје систем или мрежа коначних елемената.
- Претпоставља се да су коначни елементи међусобно повезани у коначном броју тачака, које се усвајају на контури елемента. Те тачке се називају чворне тачке или чворови.
- Стање у сваком коначном елементу (на пример. поље померања, деформација, напон, простирање температуре и слично) описује се помоћу интерполационих функција и коначног броја параметара у чворовима који представљају основне непознате величине у МКЕ.
- За анализу и прорачун система коначних елемената важе сви принципи и поступци који важе за класичне дискретне системе.

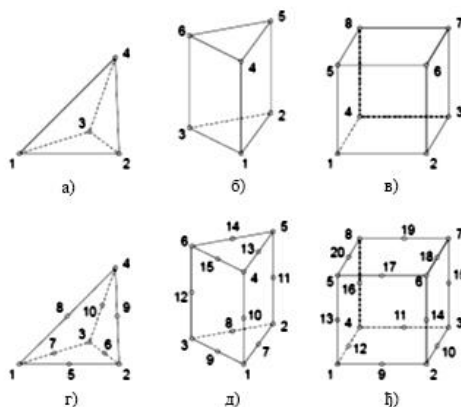
8.3 Типови коначних елемената

Колекција елемената који се најчешће користе за моделирање објеката. Састоји се од различитих 2Д и 3Д елемената, и отворена је за даљу надоградњу новим елементима.

8.3.1 Тродимензионални елементи

Ови коначни елементи (слика 42) се користе за моделирање тродимензионалних тела општег облика (3Д континуума). Елемент може имати различит број чворова – уобичајен је број од 8 до 21. Овакав елемент се назива основним и ограничен је са шест површи. Од оваквог елемента се могу формирати и други просторни облици, као што су призма, тетраедар или четворострана пирамида. Овакви елементи настали поклапањем неких чворова основног елемента називају се дегенерисани 3Д елементи. У напредним софтверским пакетима као што су (Femap, Nastran, Nenastran, Pak, Ansys, Autodesk Inventor) подржани су следећи елементи:

- тетраедар,
- тетраедар са међучворовима,
- призма,
- призма са међучворовима,
- основни 3Д елемент и
- основни 3Д елемент са међучворовима.



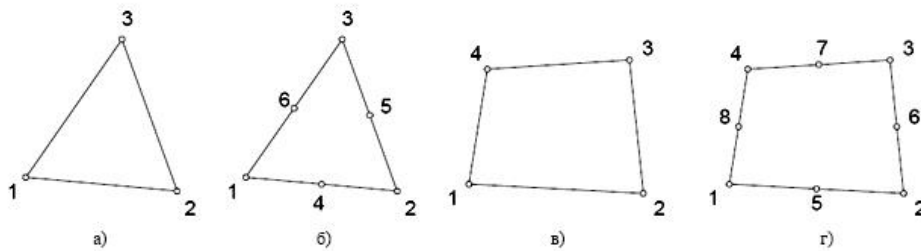
Слика 42. Типови тродимензионалних коначних елемената

(а) Тетраедар; (б) Призма; (в) Основни 3Д елемент; (г) Тетраедар са међучворовима; (д) Призма са међучворовима; (е) Основни 3Д елемент [13]

8.3.2 Двостепеностни елементи

У случају 2Д елемената (слика 43), као и код 3Д елемената, постоји више врста, тако да они чине фамилију 2Д коначних елемената за моделирање континуума. Претходно наведеним софтверима су подржани следећи 2Д елементи:

- троугао,
- троугао са међучворовима,
- четвороугао и
- четвороугао са међучворовима.

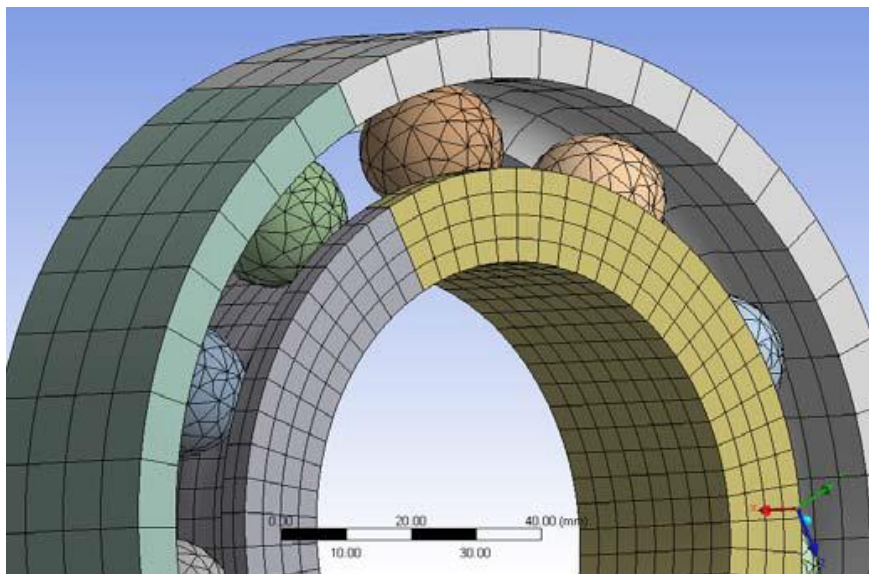


Слика 43. Типови двостепеностних коначних елемената

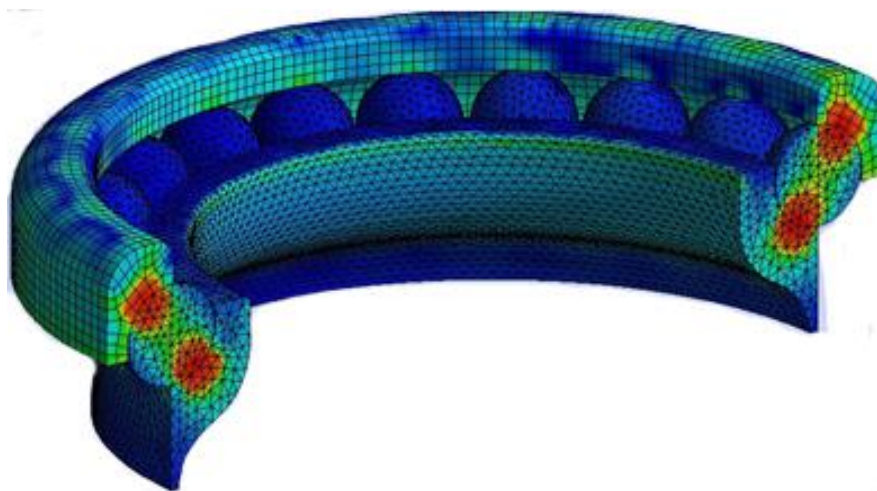
(а)Троугао; (б)Троугао са међучворовима; (в)Четвороугао; (г)Четвороугао са међучворовима [13].

Број коначних елемената и врста, значајно утиче на време прорачуна и тачност добијених резултата. Правилним избором се свакако може смањити време које је потребно у прорачуну. Уколико се користе 2Д елементи, потребно је мање времена за прорачун због мањег броја чворова у којима се врши прорачун диференцијалних једначина, али је тачност доста умањена. Уколико се користе 3Д елементи, потребно је више времена за прорачун, али је повећан проценат тачности, због броја чворова и величине самог елемента.

На сликама 44 и 45, су приказани примери статичке анализе



Слика 44. Пример генерисања мреже коначних елемената кугличног лежаја у ANSYS-у [16].



Слика 45. Статичка анализа кугличног лежаја [16]

9 Анализа зупчастог каишног преносника

9.1 Модел зупчастог каишног преносника

Зупчасти каиш, који је узет као предмет анализе, је каиш са трапезним обликом зуба, одређених карактеристика и зупчастим каишником од челика.

Предмет анализе су:

- утицај промене обртног момента на вредност напона у каишу и каишнику,
- утицај промене силе претходног затезања на напон у каишу и
- утицај обртног момента на различите вредности ширине зупчастог каиша.

Основни подаци зупчастог каишног преносника су приказани у табели 3.

Улазни подаци за нумеричку анализу су:

- Обртни момент $M_1 = 7,504 [Nm]$
- Број обртаја $n_1 = 1400 [min^{-1}]$

Табела 3. Основни подаци зупчастог каишног преносника

Параметар	Вредност
Број зуба погонског каишника	$z_1 = 21$
Број зуба гоњеног каишника	$z_2 = 42$
Број зуба каиша	$z_k = 112$
Ознака каиша	L
Корак каиша	$h = 9,525 [mm]$
Ширина каиша	$b = 19,050 [mm]$
Угао профила каиша	$\beta = 40^\circ$

Осим наведених вредности обртног момента и вредности ширине зупчастог каиша, у раду су изражене анализе за различите вредности ширине каиша, сила претходног затезања и обртног момента.

У табели 4, су приказане различите вредности ширине каиша, обртног момента и сила претходног затезања, које су одрађене, како би се добили резултати већег опсега, из чега се може лакше извући што тачнији резултат, који се тражи.

Табела 4. Различите вредности ширине каиша, обртног момента и претходног затезања.

Ширина [mm]	Обртни момент [Nm]	Претходно затезање [N]
14	5, 7.5 ,15, 30	500, 1000, 1500, 3000
15	5, 7.5 ,15, 30	500, 1000, 1500, 3000
16	5, 7.5 ,15, 30	500, 1000, 1500, 3000
17	5, 7.5 ,15, 30	500, 1000, 1500, 3000
18	5, 7.5 ,15, 30	500, 1000, 1500, 3000
19.05	5, 7.5 ,15, 30	500, 1000, 1500, 3000
20	5, 7.5 ,15, 30	500, 1000, 1500, 3000
21	5, 7.5 ,15, 30	500, 1000, 1500, 3000
24	5, 7.5 ,15, 30	500, 1000, 1500, 3000

За сваку од ових вредности је одрађена анализа у два софтверска пакета (Autodesk Inventor Professional 2016 и Ansys Workbench 2013).

У свим софтверским пакетима постоји сопствена база података материјала, међутим због своје карактеристике, такав материјал који је коришћен за анализу не постоји у ниједном софтверском пакету. Материјал је накнадно додат у базу података софтверског пакета (Autodesk Inventor Professional 2016), са особинама приказаним на слици 46.

Name	Nova GUMA	
General	Mass Density	0,93 g/cm ³
	Yield Strength	82,75 MPa
	Ultimate Tensile Strength	27,6 MPa
Stress	Young's Modulus	10 GPa
	Poisson's Ratio	0,35 ul
	Shear Modulus	0 GPa
Stress Thermal	Expansion Coefficient	0,00000000558 ul/c
	Thermal Conductivity	0,14 W/(m K)
	Specific Heat	450 J/(kg c)
Part Name(s)	Synchronous Belt	

Слика 46. Основне карактеристике материјала зупчастог каиша

На слици 47, приказане су карактеристике челика од којег је направљен зупчасти каишник.

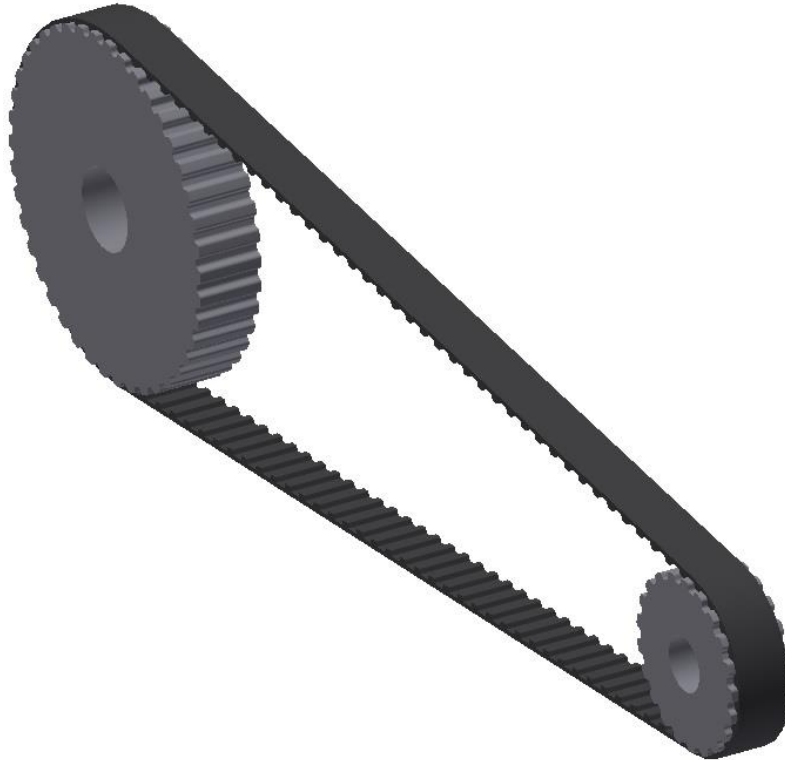
Name	Steel	
General	Mass Density	7,85 g/cm ³
	Yield Strength	207 MPa
	Ultimate Tensile Strength	345 MPa
Stress	Young's Modulus	210 GPa
	Poisson's Ratio	0,3 ul
	Shear Modulus	80,7692 GPa
Stress Thermal	Expansion Coefficient	0,0000000012 ul/c
	Thermal Conductivity	56 W/(m K)
	Specific Heat	460 J/(kg c)
Part Name(s)	Synchronous Pulley1 Synchronous Pulley2	

Слика 47. Карактеристике материјала зупчастог каишника

9.2 Анализа утицаја промене обртног момента на вредности напона у каишу

Са претходно усвојеним карактеристикама и израчунатим вредностима, преносник се оптерећује различитим вредностима обртног момента како је приказано у табели 4, па се након сваке анализе вредности расподеле напона приказују графички.

Зупчасти каишни преносник је преносник је приказан на слици 48.

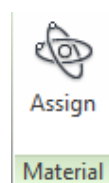


Слика 48. Зупчасти каишни преносник

Пре почетка статичке анализе, потребно је задати материјал, ограничења, врсте и величину коначних елемената и оптерећење. У овом случају погонски каишник је мањи каишник.

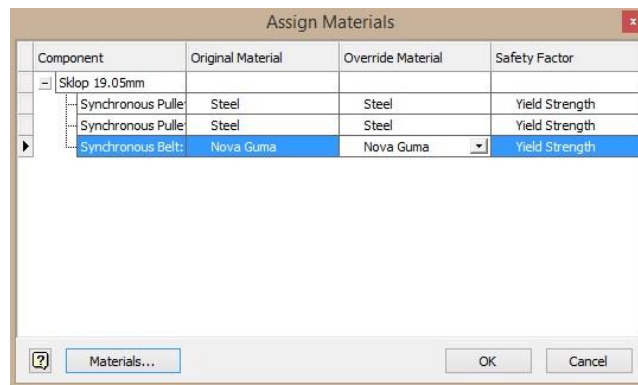
Најпре, се преноснику додељује врста материјала који је претходно конфигурисан. Материјал каишника је челик, а материјал каиша је гума, која ће у даљем тексту бити под називом нова гума.

Картица Assign слика 49, служи за дефинисање материјала, који се користе у анализи.



Слика 49. Картица за подешавање материјала

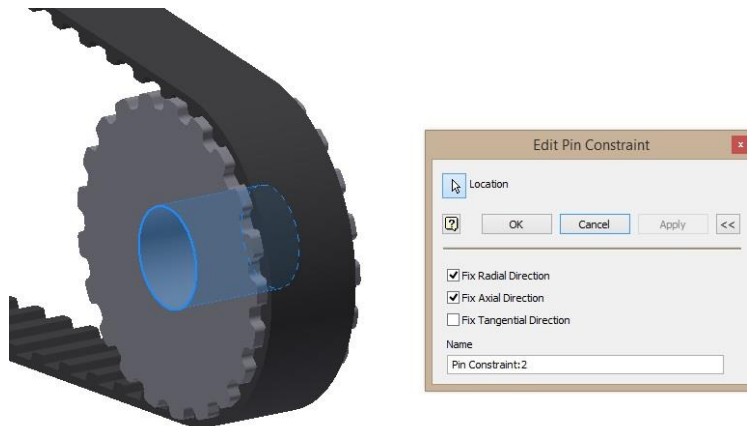
Када се отвори картица, појављује се прозор за дефинисање радног материјала, приказан на слици 50.



Слика 50. Дефинисање материјала

Као што је приказано на слици 50, сваки од елемента склопа има свој задати материјал. Једноставним уласком на падајући мени се изабере материјал који је потребан. Када се дефинишу материјали, кликне се ОК, и материјали су задати за даљи рад.

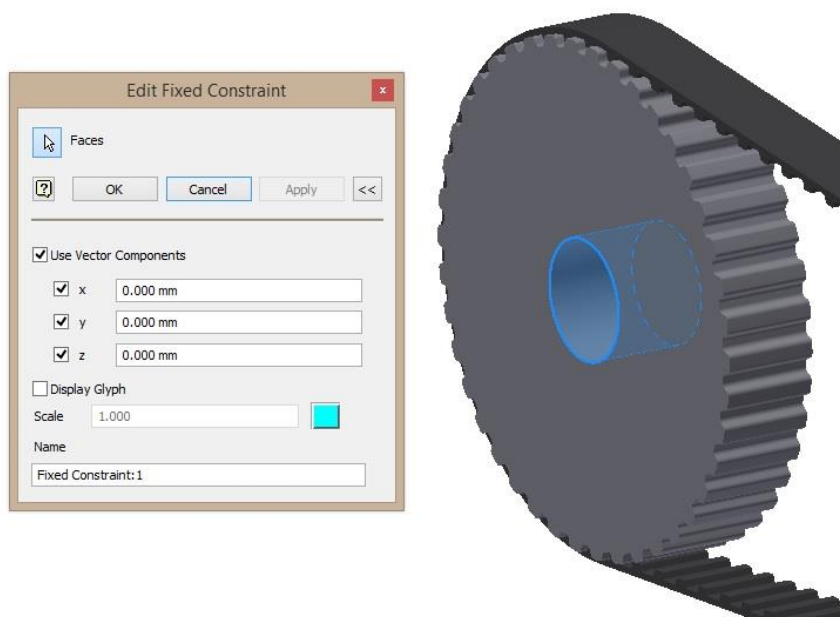
Даље је потребно дефинисати ограничења, како би се створили што реалнији услови за анализу. Пошто је мањи каишник погонски, његово кретање се ограничава у радијалном и аксијалном правцу, чиме је спречено излажење из равни обртног момента. То ограничење је приказано на слици 51.



Слика 51. Задавање ограничења погонског каишника

Команда за ово ограничење је PIN CONSTRAINT, које омогућава у овом случају само кретање око своје осе.

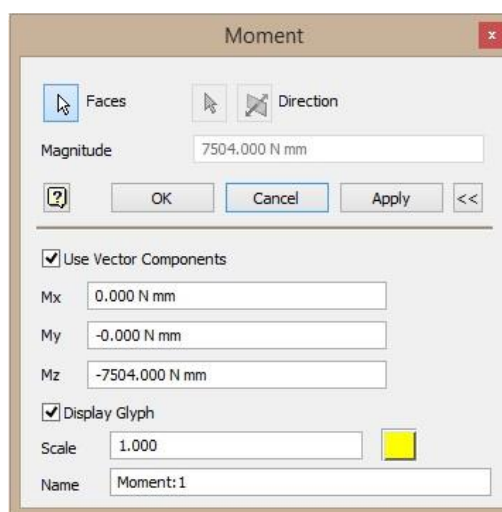
За ограничење гоњеног каишника, користи се команда FIXED CONSTRAINT. Пошто се ради о статичкој анализи, потребно је гоњени каишник фиксирати у сва три правца, то је приказано на слици 52.



Слика 52. Фиксирање гоњеног каишника

Овим дефинисањем је завршено ограничење преносника, и задати су реални услови за анализу.

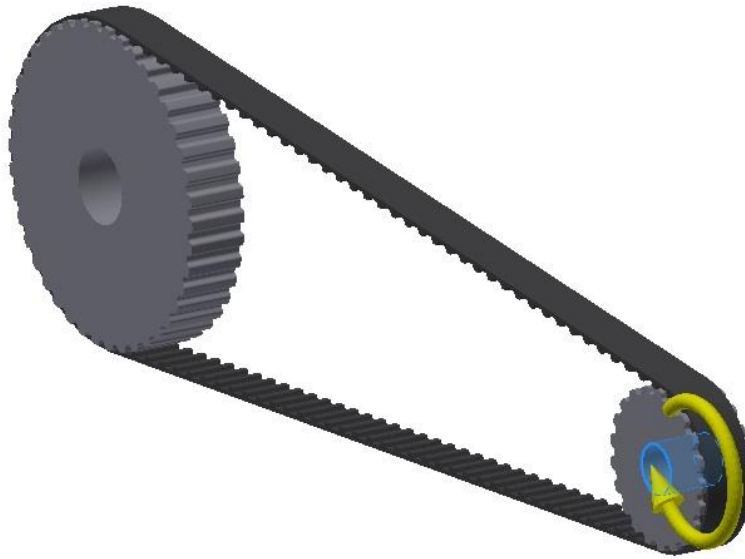
На крају, преостало је задати оптерећење преноснику, то јест, обртни момент. Задавање обртног момента се врши помоћу команде **MOMENT**. Овде се дефинише вредност обртног момента и задају његов смер, по прорачуну вредност обртног момента је $M=7504$ [Nmm], слика 53.



Слика 53. Дефинисање обртног момента

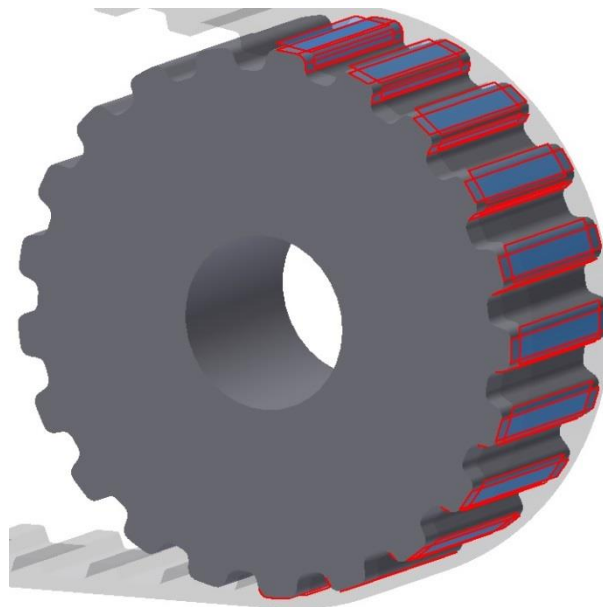
Правац вектора обртног момента је у правцу z осе.

Када се дефинише смер и вредност, онда се задаје место оптерећења на погонском каишнику, приказаном на слици 54.



Слика 54. Дефинисање оптерећења

Након задавања ограничења, оптерећења и материјала, сваки од програмских пакета за структурну анализу, у овом случају *Autodesk Inventor*, нуди и врсту контаката и величину коначних елеманата. Овде се ради о контакту, који се остварује при спреси зуба каиша и каишника. Код зупчастих преносника се ради о једној врсти контакта а то је *Separation*. Ова врста контакта, омогућава контакт одређених делова зупчастог каишног преносника и раздвајање тих делова. Контактне површине зупчастог каишног преносника које се додирују и раздвајају су приказане на слици 55.



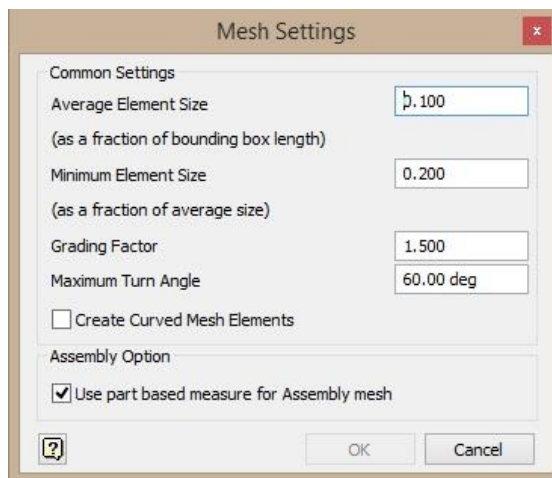
Слика 55. Контактне површине зуба каиша и каишника

Потребно је још дефинисати мрежу коначних елемената, то јест, врсту и величину. Из картице *Mesh Settings* (слика 56).



Слика 56. Отварање картице за подешавања коначних елемената

Кликом на картицу обележену црвеним оквиром, отвара се прозор на слици 57, из којег се врши димензионисање коначних елемената и задавање других карактеристика као што су угао, фактор увећања и други.



Слика 57. Подешавање коначних елемената

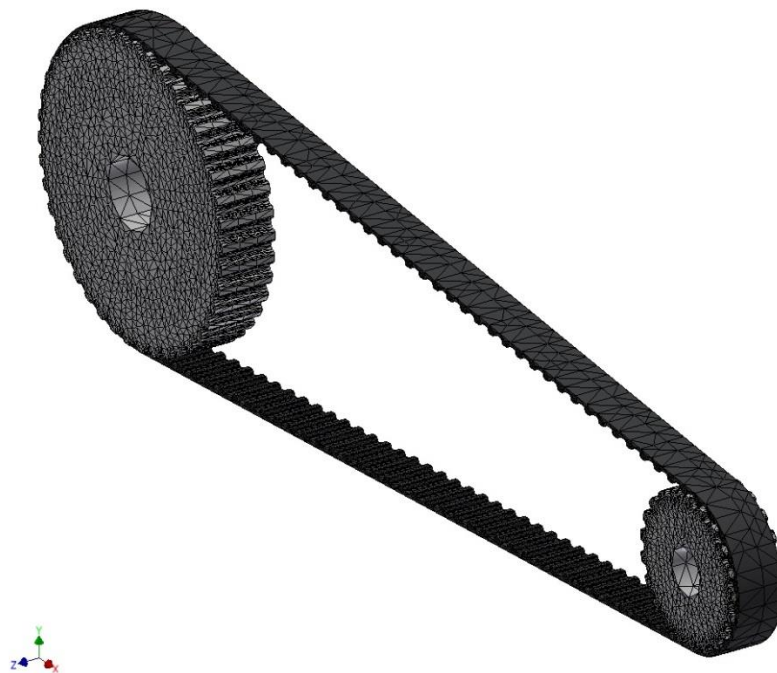
Софтвер може по својим фабричким подешавањима да одабере величину и врсту коначних елемената, али у овом случају не би било добро, због тога што су димензије каишника мале, и не би се добио добар резултат.

Модел са свим унешеним параметрима и укљученом мрежом коначних елемената изгледа као на слици 58.

Кликом на картицу *Mesh View*, са слике 56, софтвер врши прорачун и генерисање мреже коначних елемената.

При генерисању мреже КЕ, софтвер је прорачунао да има 233866 чворова и 140678 коначних елемената, што је приказана у левом горњем углу на слици 58.

Nodes:233866
Elements:140678

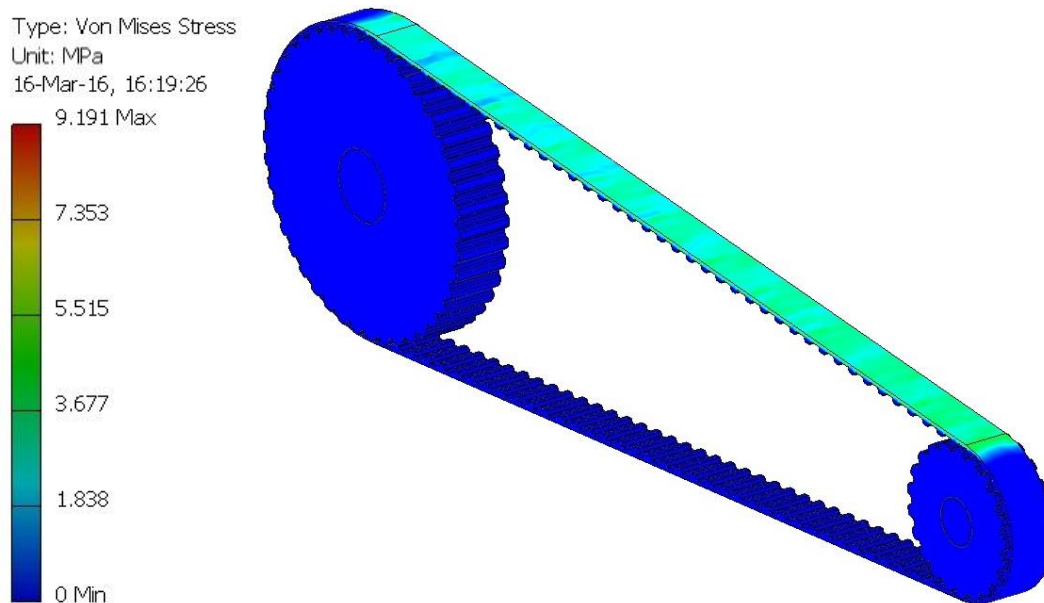


Слика 58. Модел са укљученом мрежом KE

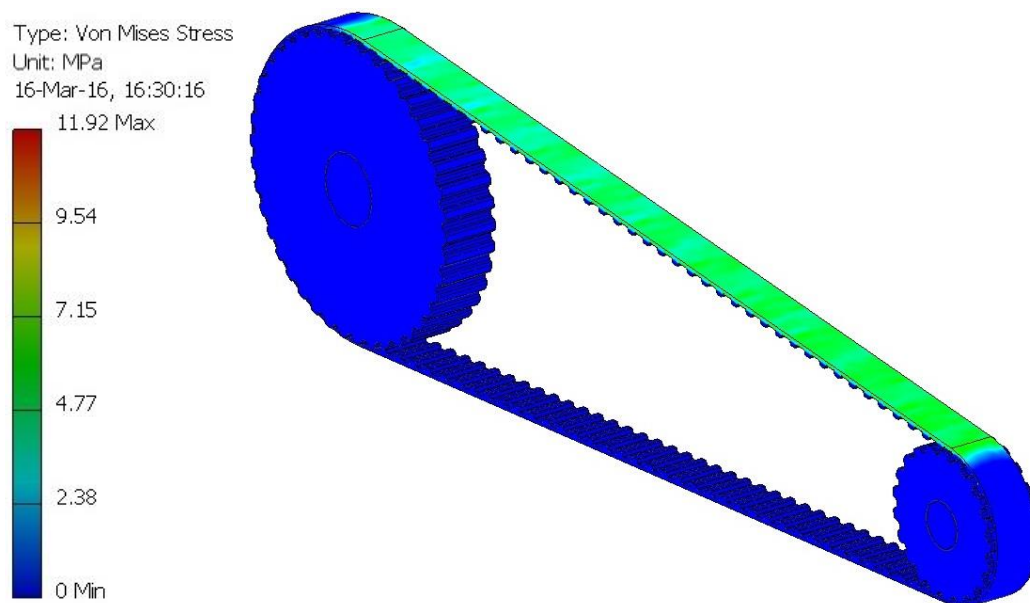
После дефинисања свих потребних параметара, врши се прорачун. Време које је потребно зависи од свих унетих параметара, а код оваквог преносника није краће од 30 минута.

9.3 Анализа резултата утицаја промене обртног момента на вредност напона у каишу

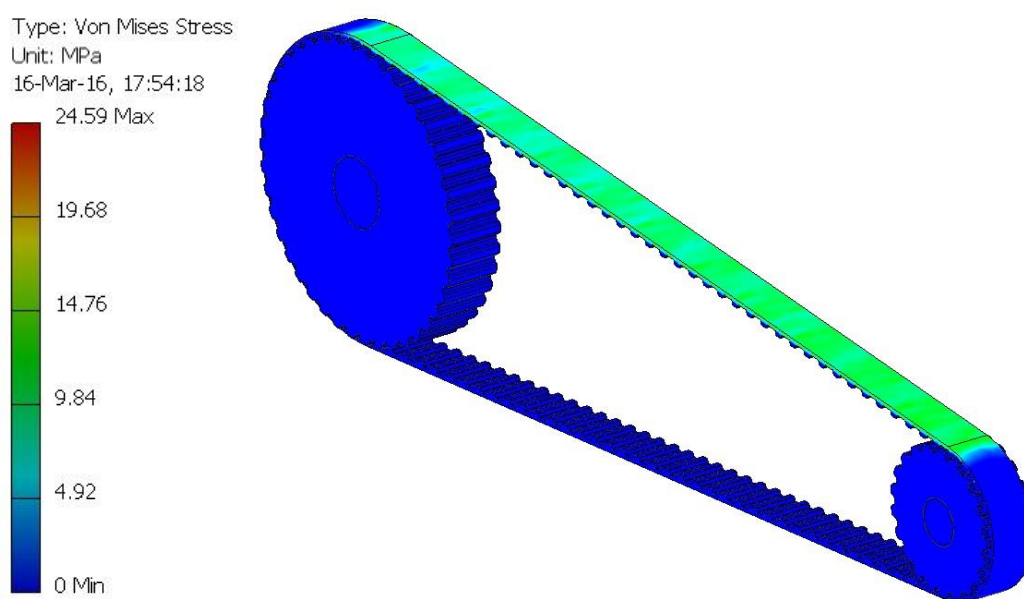
Нормални напон каиша, при различитим вредностима обртног момента представљен је на сликама од 59-62.



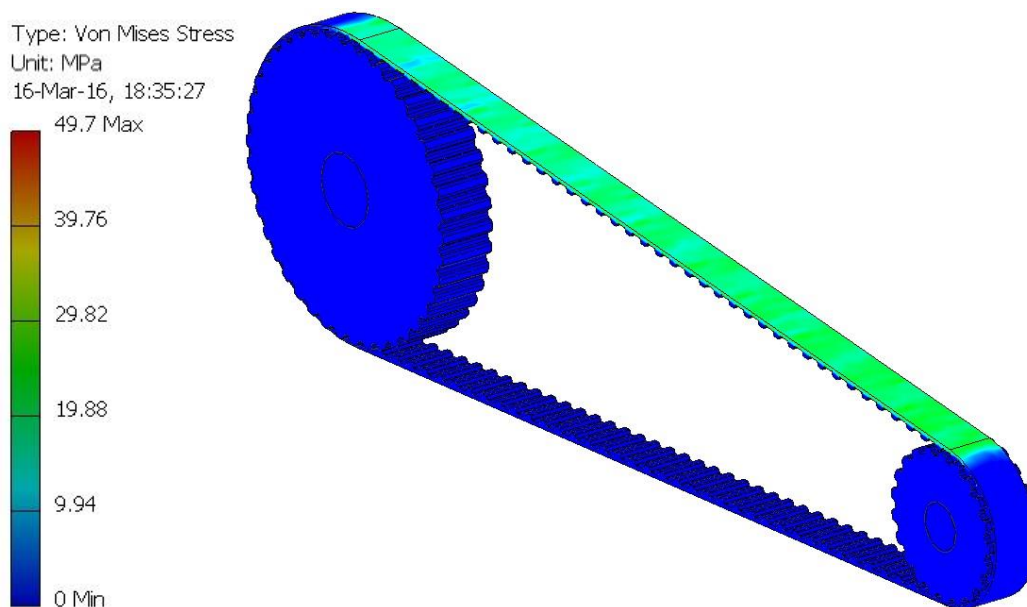
Слика 59. Напон у каишу при обртном моменту $M=5000$ [Nmm]



Слика 60. Напон у каишу при обртном моменту $M=7500$ [Nmm]

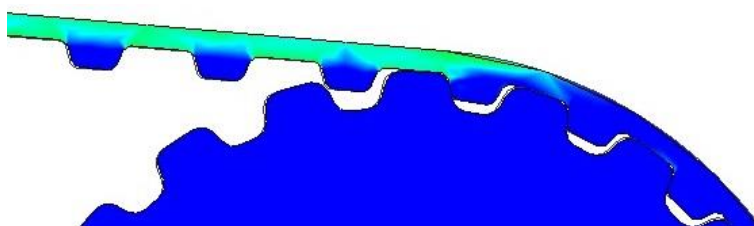


Слика 61. Напон у каишу при обртном моменту $M=15000$ [Nmm]

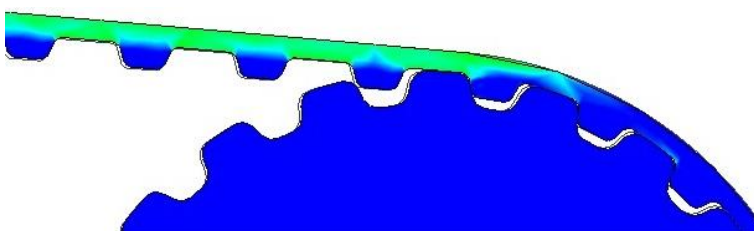


Слика 62. Напон у каишу при обртном моменту $M=30000$ [Nmm]

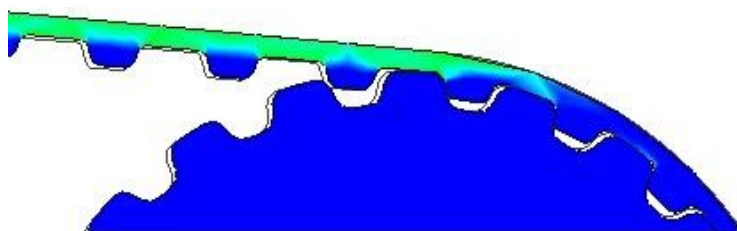
Анализом рачунарски генерисаних модела зупчастог каишног преносника, и пажљивим тумачењем резултата, дошло се до закључка да се највеће оптерећење које потиче од обртног момента, налази дуж вучног огранка, како каиш прелази преко каишника, то јест како пролази обвојни угао ка слободном огранку, напон у каишу се смањује.



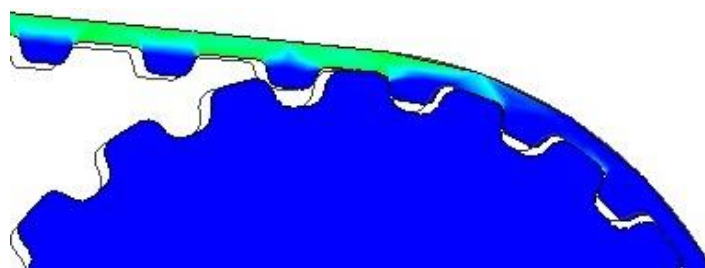
Слика 63. Напон у зубима каиша при $M=5000$ [Nmm]



Слика 64. Напон у зубима каиша при $M=7500$ [Nmm]

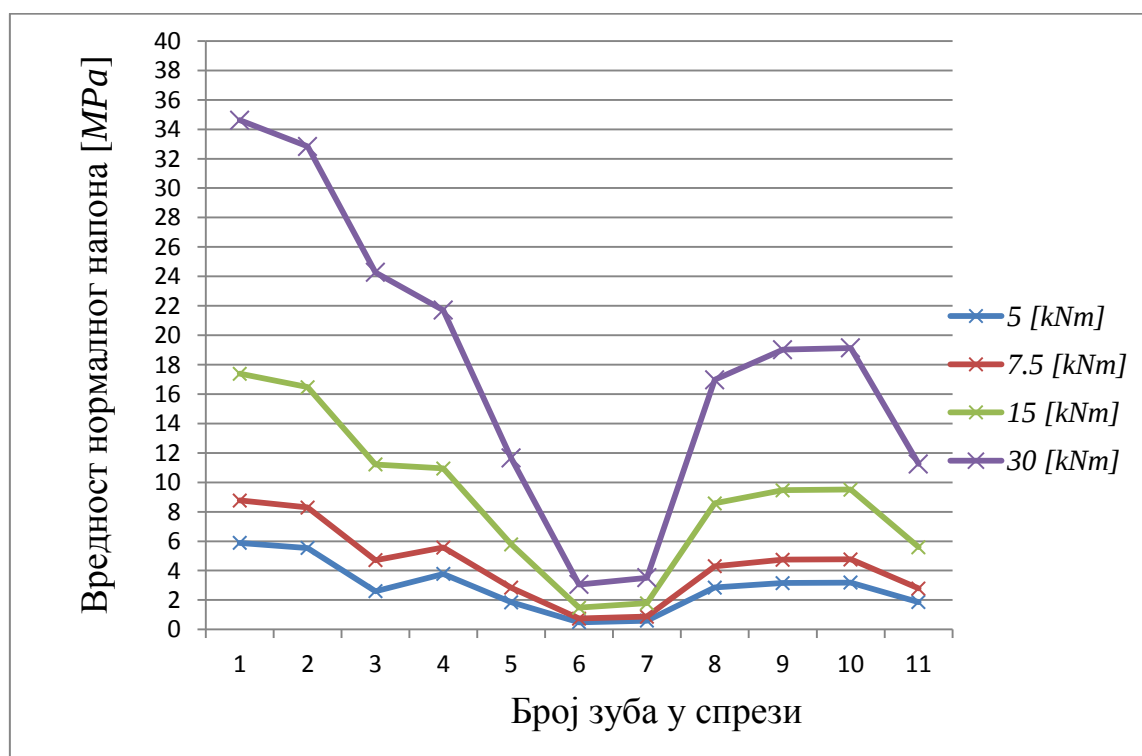


Слика 65. Напон у зубима каиша при $M=15000$ [Nmm]



Слика 66. Напон у зубима каиша при $M=30000$ [Nmm]

На основу различитих вредности обртног момента, мерењем највећих напона у одређеним деловима зуба каиша, фомира се дијаграм (Слика 67). Напони који се користе су *Von-Mises-ови* напони, еквивалентни напони, који су меродавни за анализу и разматрање.

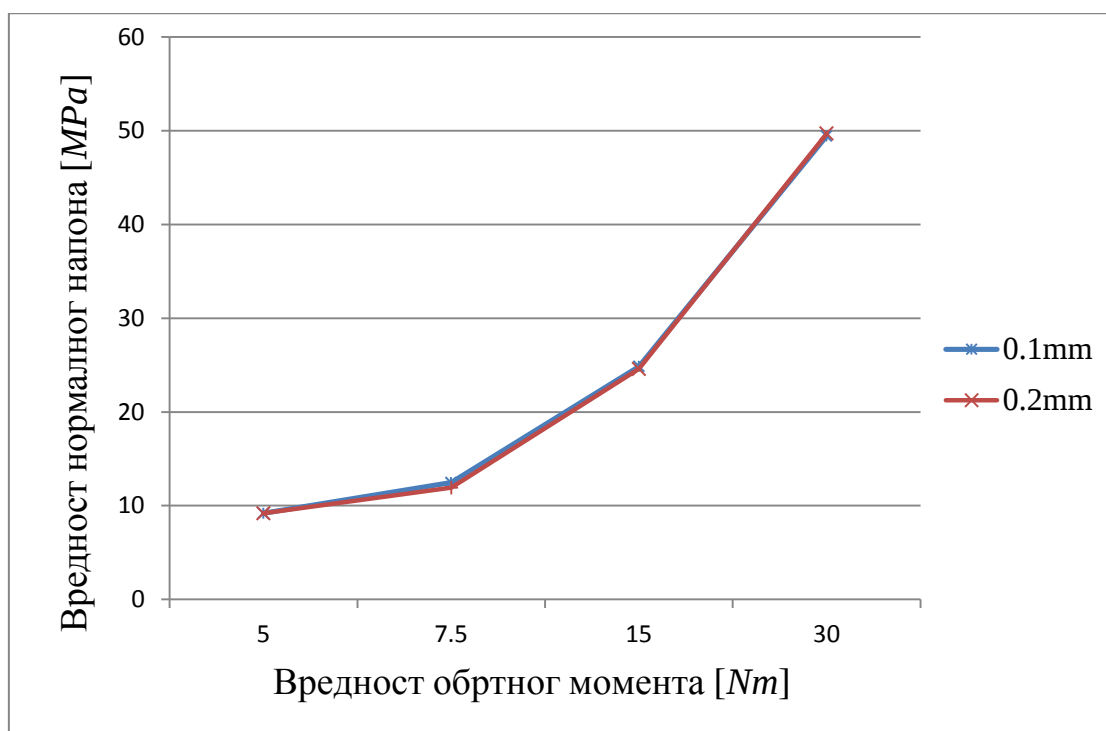


Слика 67. Дијаграм утицаја промене обртног момента на бредност напона у зубима каиша

На дијаграму (слика 67), напон који је коришћен у прорачуну је 7.5 [kNm] , обележен је црвеном бојом. Са слике 67, може се јасно уочити да је највећи напон у вучном огранку код прва два зуба, затим се напон смањује, како прелази према слободном огранку. Код зуба 5, 6 и 7 нагло опада вредност напона, због растерећења. Пошто је у питању статичка анализа, значи да се гоњени каишник не обрће, због тога је на дијаграму нагли пораст напона од 8 до 10 зуба, где каиш тежи ка сабијању, то јест извијању, већ код 11 зуба, напон је мањи, због тога што је при изласку из спреге.

Са дијаграма се такође може закључити да са повећањем напона расту и напони у зубима каиша. Скокови и падови напона се јављају готово на истим местима код свих вредности обртног момента.

Како би се потврдили резултати анализе, и меру њене тачности, анализа је рађена са различитим величинама коначних елемената. Претходни резултати приказани на слици 67, су добијени употребом коначних елемената величине 0.2 [mm] , такође су са истим вредностима и употребом коначних елемената величине 0.1 [mm] , је одрађена анализа. Разлика у добијеним резултатима је приказана на слици 68.

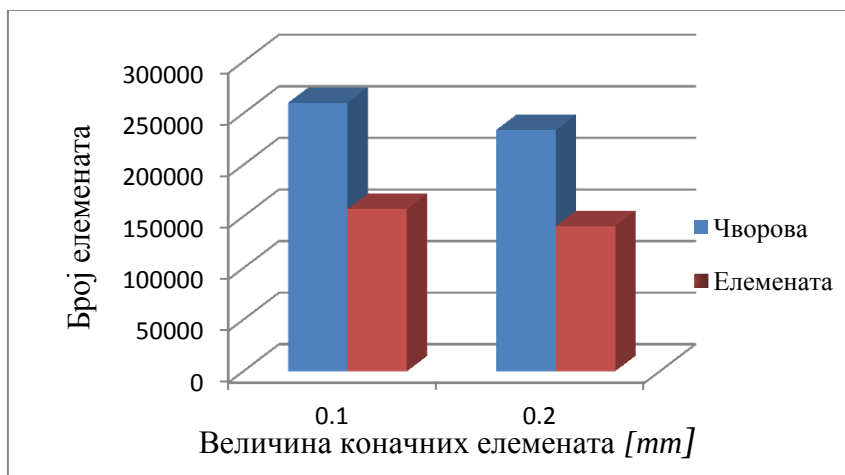


Слика 68. Дијаграм утицаја промене величине коначних елемената

Логички размишљајући, да се са смањењем величине КЕ, повећава тачност добијених резултата, јасно је видљиво на дијаграму да линија означена плавом бојом, даје мало другачије резултате него линија означена црвеном бојом, која представља основну величину у овом прорачуну. Процентуално речено, разлика је негде око 1.5%, што је задовољавајуће.

При анализи, где се употребљава крупнија мрежа, то јест, где је величина КЕ 0.2 [mm] , софтвер је израчунао да је мрежа састављена из 233866 чворова и 140678 елемената. Када се

ради о ситнијој мрежи, где је величина КЕ 0.1 [mm], тада се мрежа састоји од 260153 чворова и 157219 елемената. Са слике 68, разумљиво је да је величина КЕ добро одабрана, и да је могуће узети и једну и другу величину, зато што нема наглих скокова на дијаграму.



Слика 69. Разлика у броју чворова и елемената ситније и крупније мреже

На слици 69, приказана је разлика у броју чворова и елемената код ситније и крупније мреже, која је коришћена при анализи.

9.4 Утицај промене силе претходног затезања на вредност напона у каишу

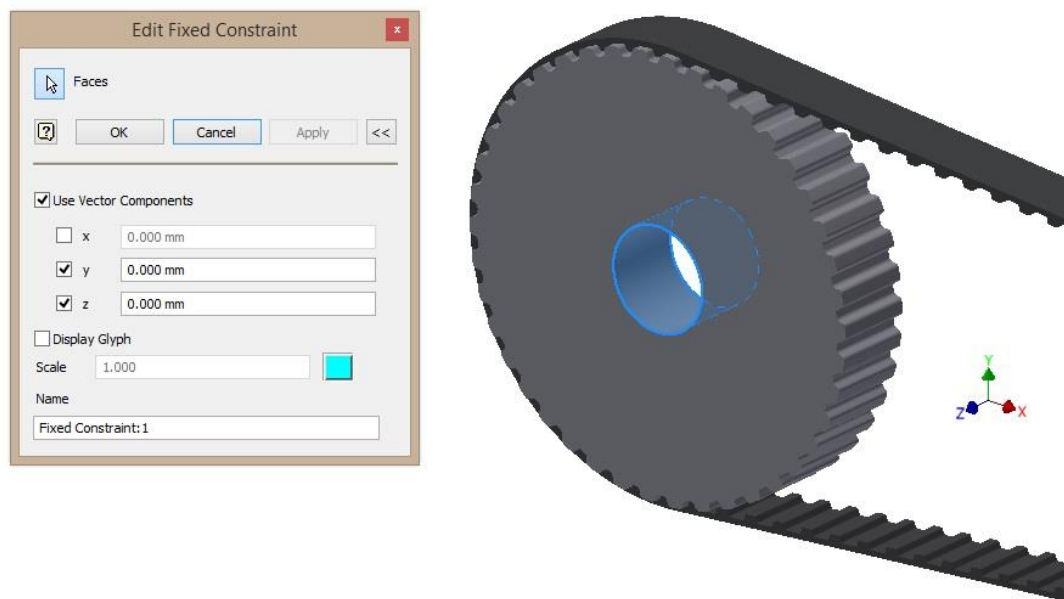
Као што је речено у претходном поглављу, свако додатно оптерећење утиче на спрезање каиша са каишником, а тиме и на расподелу напона у каишу.

За потребе овакве анализе, програм *Autodesk Inventor Professional 2016*, тражи одређена ограничења и услове како би анализа била успешна.

Прво од тих услова је материјал. Материјал се задаје на исти начин као што је описано на сликама 49 и 50.

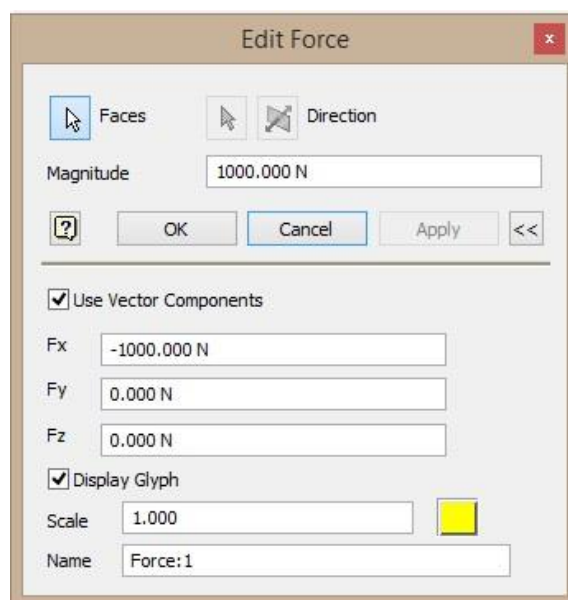
На погонском каишнику, који је у радним условима оптерећен обртним моментом од $M=7.5$ [kNm], неопходно је фиксирање у радијалном и аксијалном правцу, то се постиже кроз дијалог са слике 51, употребом команде *PIN*.

Гоњени каишник, оптерећен само силом претходног затезања у правцу x осе, треба бити ограничен у свим осталим правцима осим у правцу претходног затезања. Задавање ограничења на гоњеном каишнику је приказано на слици 70.

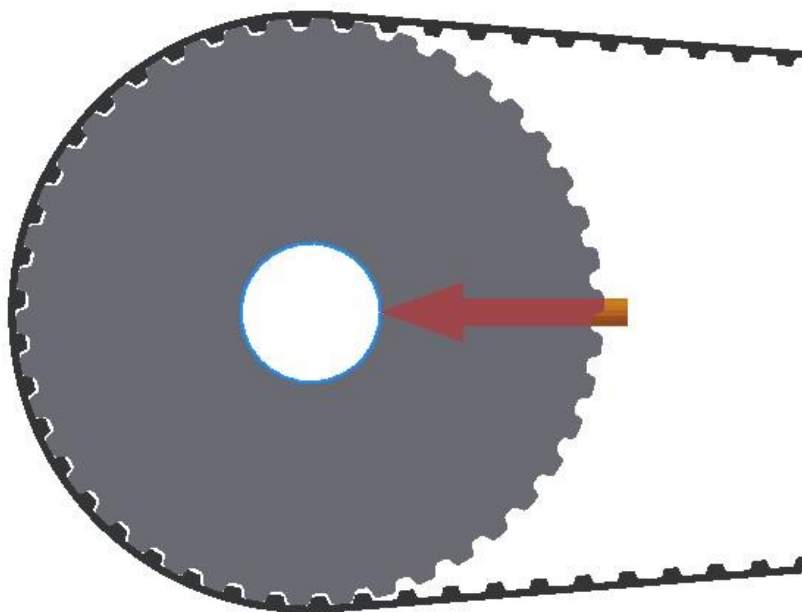


Слика 70. Ограничење у правцу у и z осе.

Задавање силе претходног затезања, приказано је на слици 72. Задавање вредности силе претходног затезања приказано је на дијалог прозору на слици 71. Вредност силе претходног затезања се креће у опсегу од 500 [N] па све до 3000 [N], како би се јасније уочиле разлике у вредностима расподеле напона у каишу.



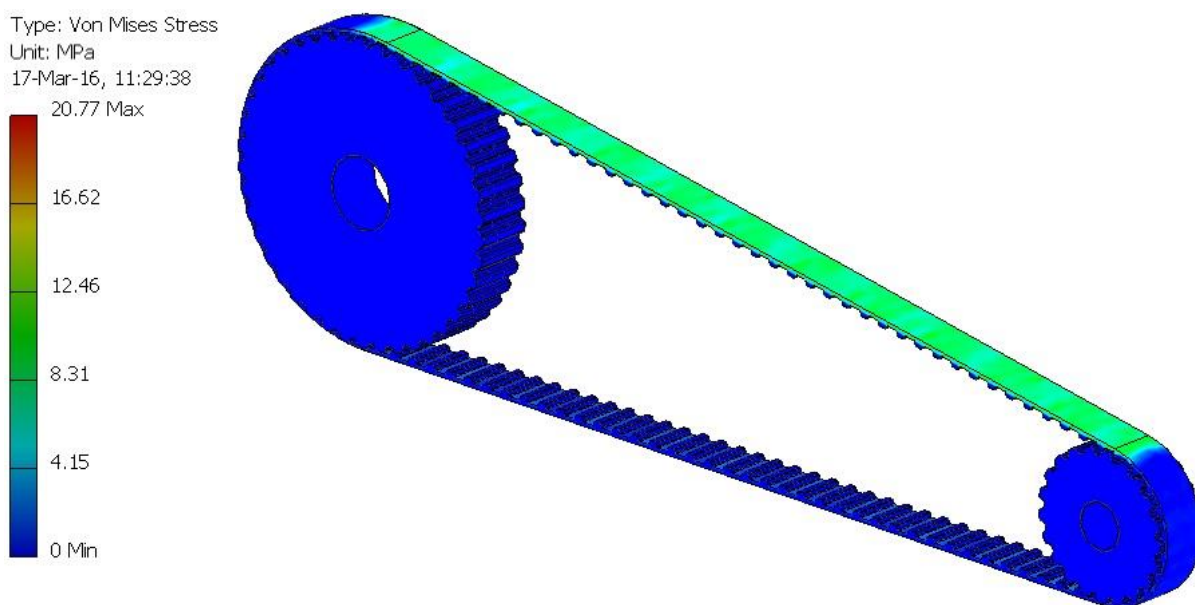
Слика 71. Дијалог прозор за задавање силе претходног затезања



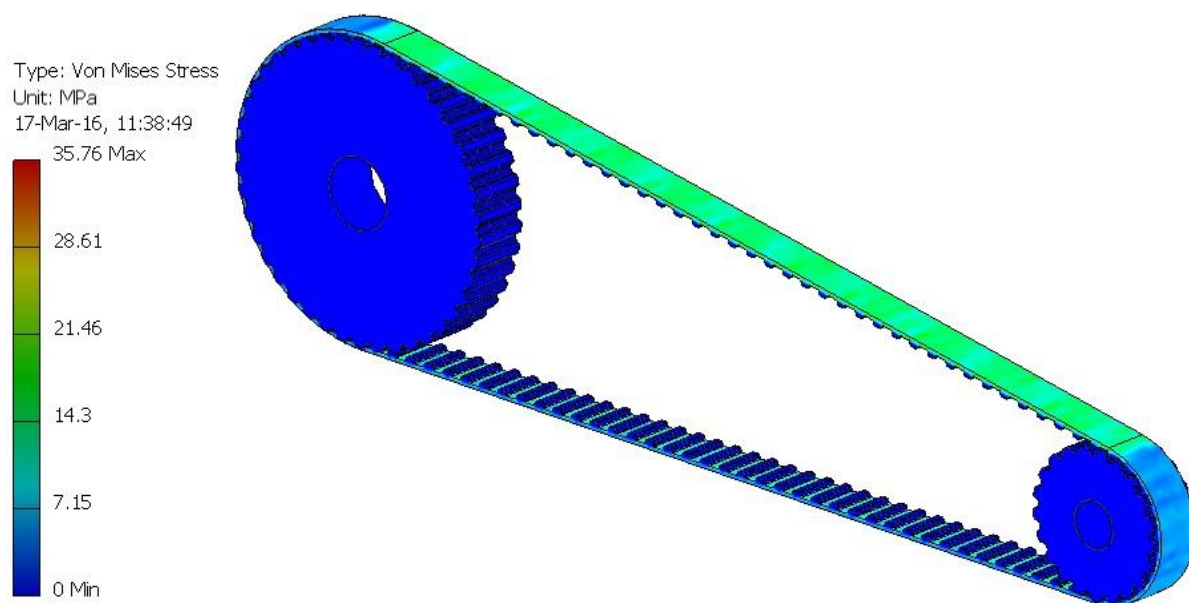
Слика 71. Задавање силе претходног затезања

9.5 Анализа резултата утицаја промене силе претходног затезања на вредност напона у каишу

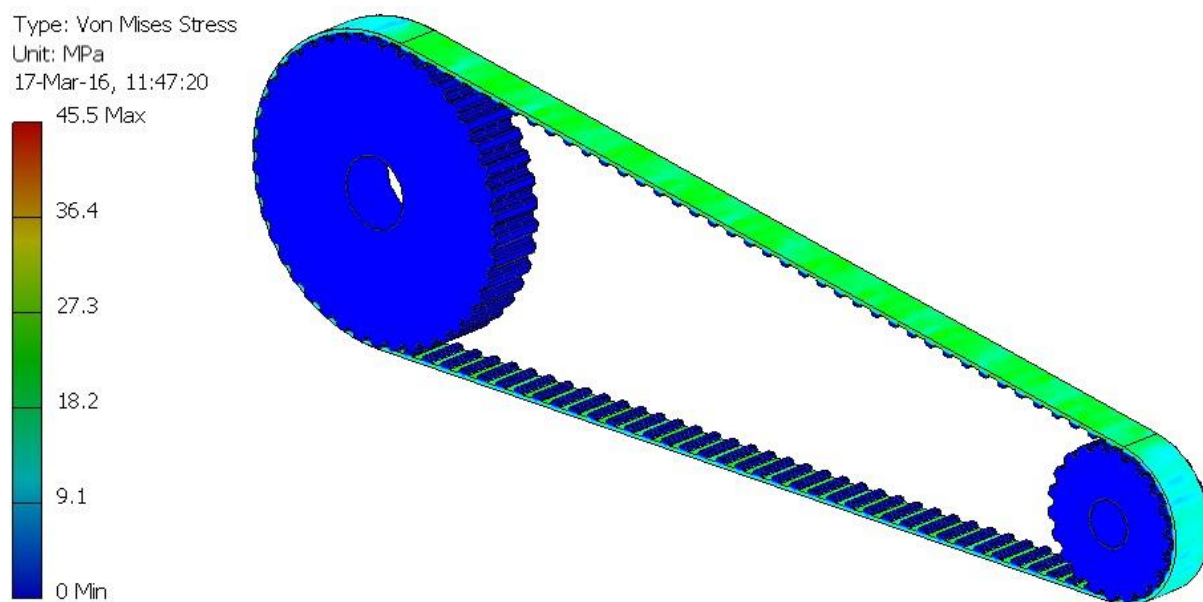
Вредност расподеле напона у каишу је приказана на сликама од 72-75.



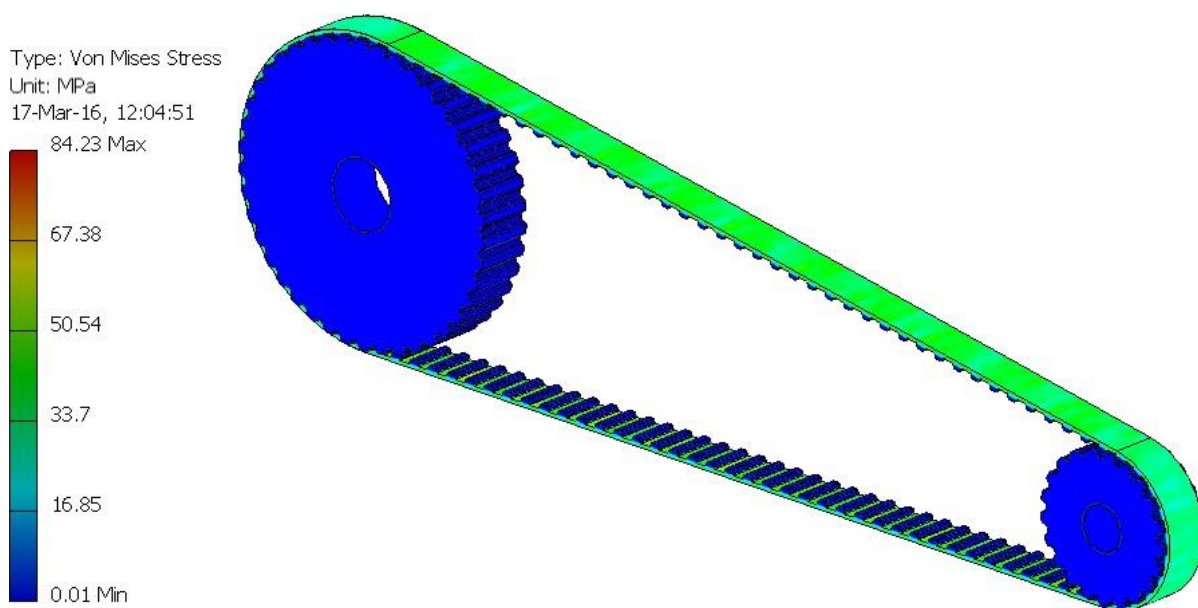
Слика 72. Напон у зупчастом каишу при оптерећењу од $F=500$ [N]



Слика 73. Напон у зупчастом каишу при оптерећењу од $F=1000$ [N]

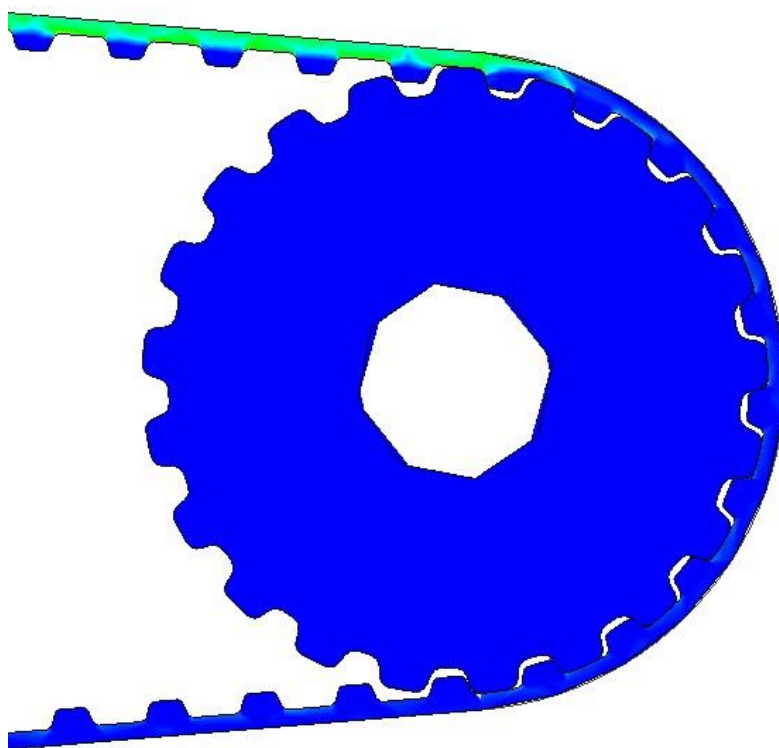


Слика 74. Напон у зупчастом каишу при оптерећењу од $F=1500$ [N]

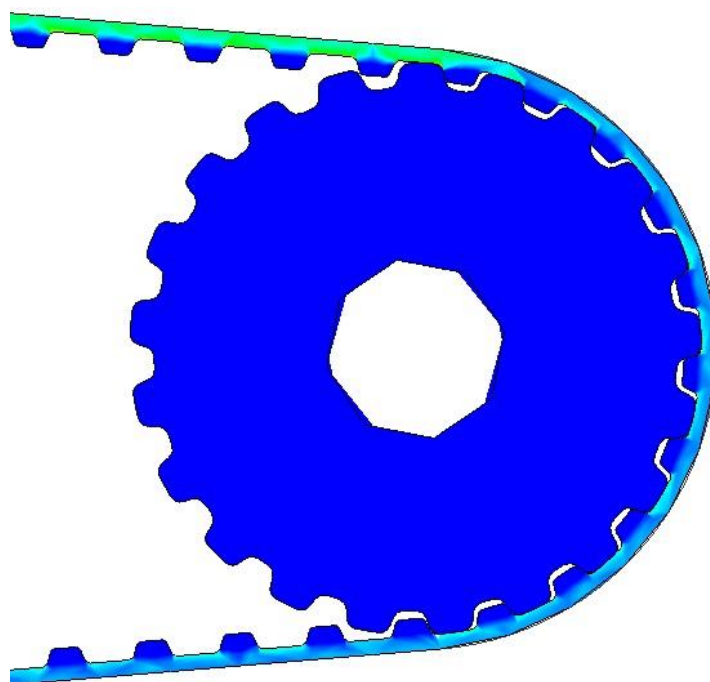


Слика 75. Напон у зупчастом каишу при оптерећењу од $F=3000$ [N]

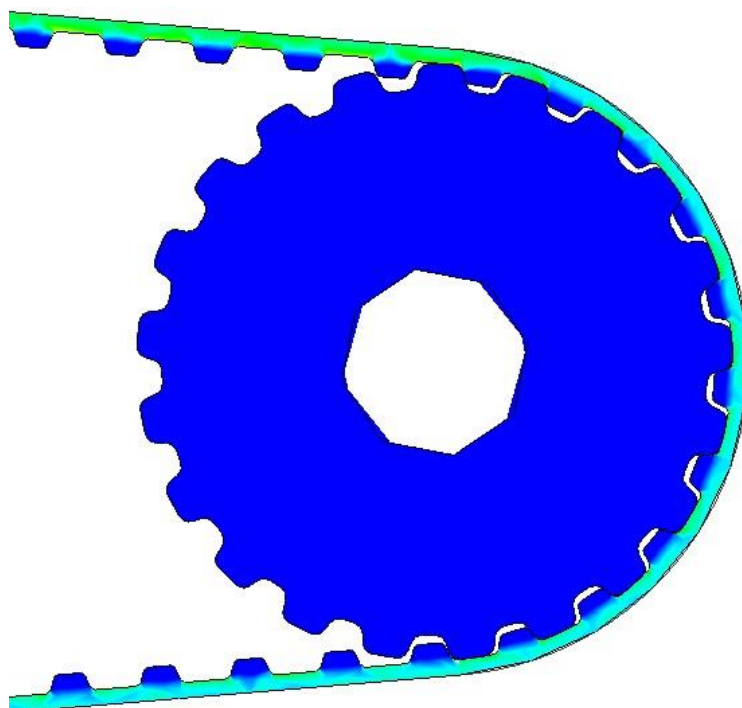
Анализирањем резултата, уочено је да је расподела напона много боља него при обртном моменту без претходног затезања. Напон није лепо распоређен само при вредности силе претходног затезања од $F=500$ [N].



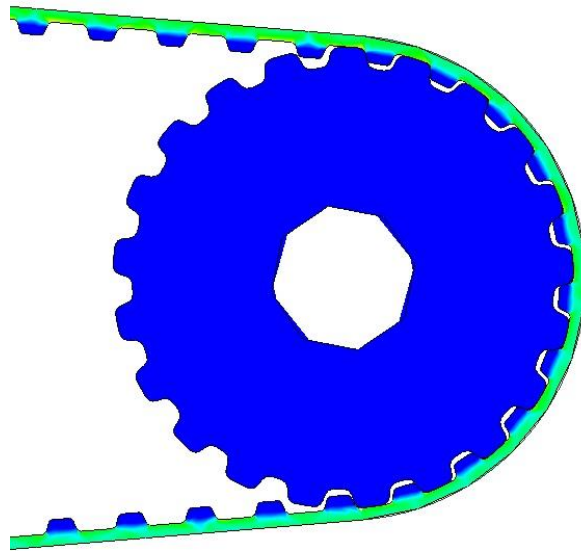
Слика 76. Расподела напона у каишу код погонског каишника при сили претходног затезања $F=500$ [N]



Слика 77. Расподела напона у каишу код погонског каишника при сили претходног затезања $F=1000$ [N]

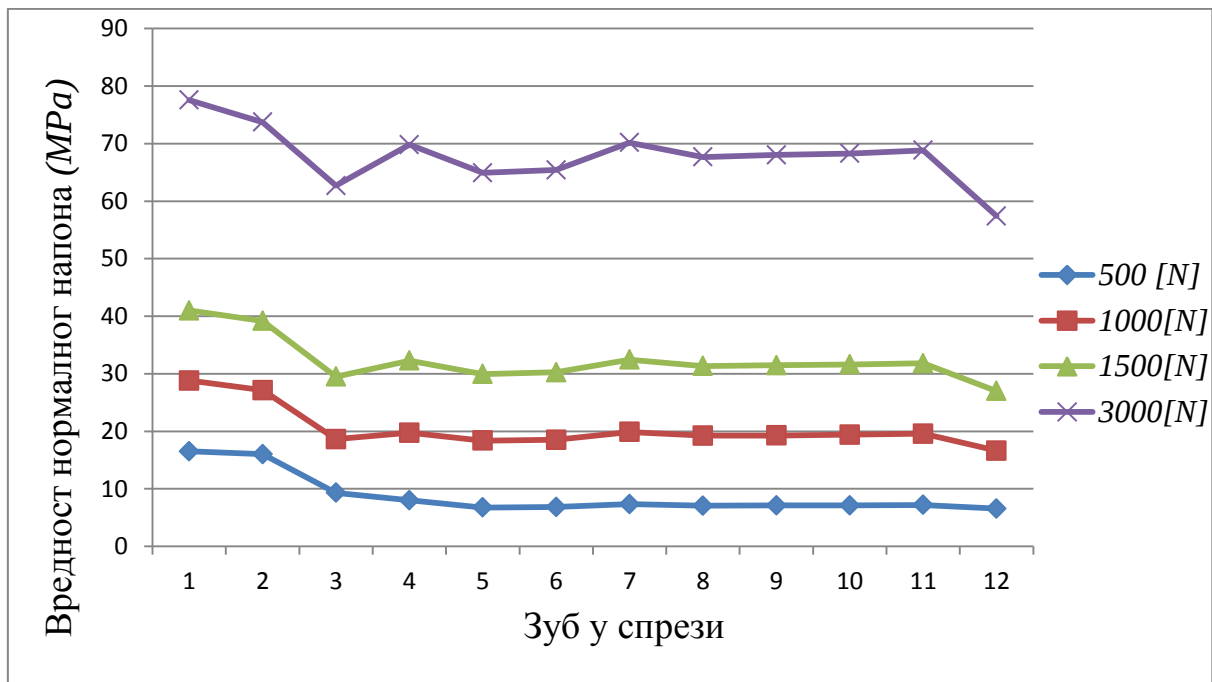


Слика 78. Расподела напона у каишу код погонског каишника при сили претходног затезања $F=1500$ [N]



Слика 79. Расподела напона у каишу код погонског каишника при сили претходног затезања $F=3000$ [N]

На основу претходних слика, може се уочити правилнији распоред напона по дужини каиша, него код каиша без претходног затезања. Такође, може се видети да је нормални напон већи, у свим зубима и међузубљу. У овом случају, са повећањем силе претходног затезања, повећава се и нормални напон у каишу, али са правилнијим распоред по дужини и ширини каиша. На слици 77, се може уочити да је напон у међузубљу каиша знатно већи од напона у корену зуба каиша, што би значило да би се каиш оштетио уколико би радио дужи временски период. Једина мана је у томе што, уколико се сила претходног затезања не контролише, то јест, буде или мала или превелика, то би довело до превременог отказа каиша.



Слика 80. Дијаграм нормалног напона услед промене силе претходног затезања

На слици 80, приказан је дијаграм, који приказује различите вредности нормалног напона услед промене силе претходног затезања. На дијаграму се јасно види да је, као и код модела без претходног затезања напона највећи код прва два зуба, па после тога опада. Пошто, сила претходног затезања делује у равни осе ротације, такође се правац деловања поклапа са средином равни седмог зуба, због тога се вредност напона повећава код седмог зуба, и како даље се креће према слободном огранку, напон опада.

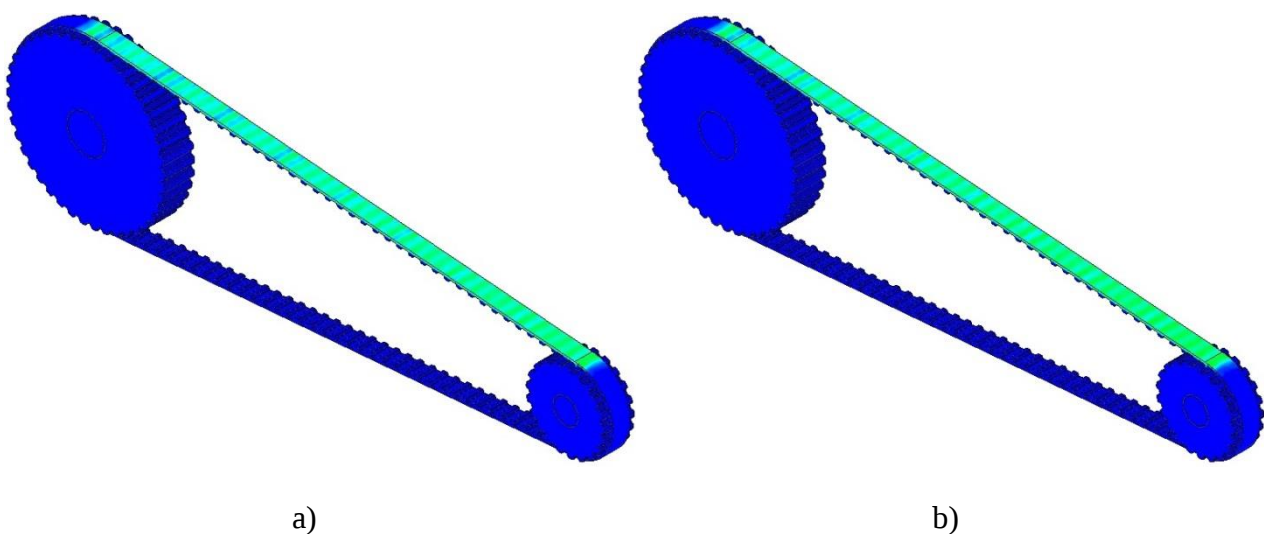
Са дијаграма се може уочити да са повећањем силе претходног затезања расту напони у каишу, али и вредност напона између зуба. Код дијаграма приказане плавом, црвеном и зеленом бојом, разлика у напонима између зуба и није тако велика, док се код дијаграма приказане љубичастом бојом, разлика у скоковима је већа него што је то код осталих.

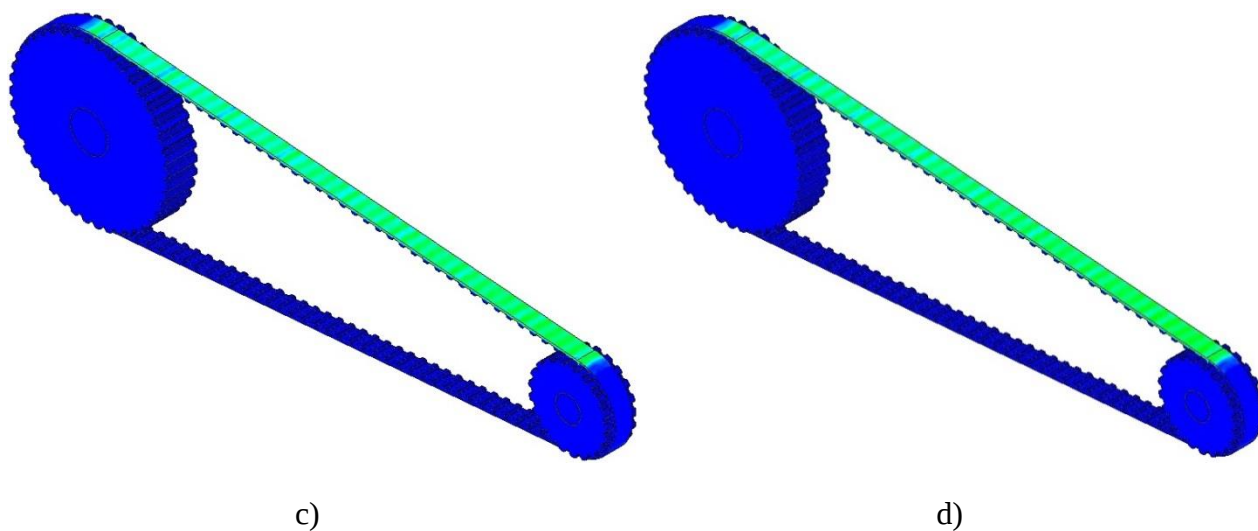
9.6 Утицај промене обртног момента на различите вредности ширине каиша

Како би се утврдила тачност, претходно утврђених резултата, као величина тачности, узета је у обзир ширина зупчастог каиша. Како би се прецизније одредила тачност расподеле напона у каишу, рађена је анализа при обртним моментима 5 [Nm], 7.5 [Nm], 15 [Nm] и 30 [Nm].

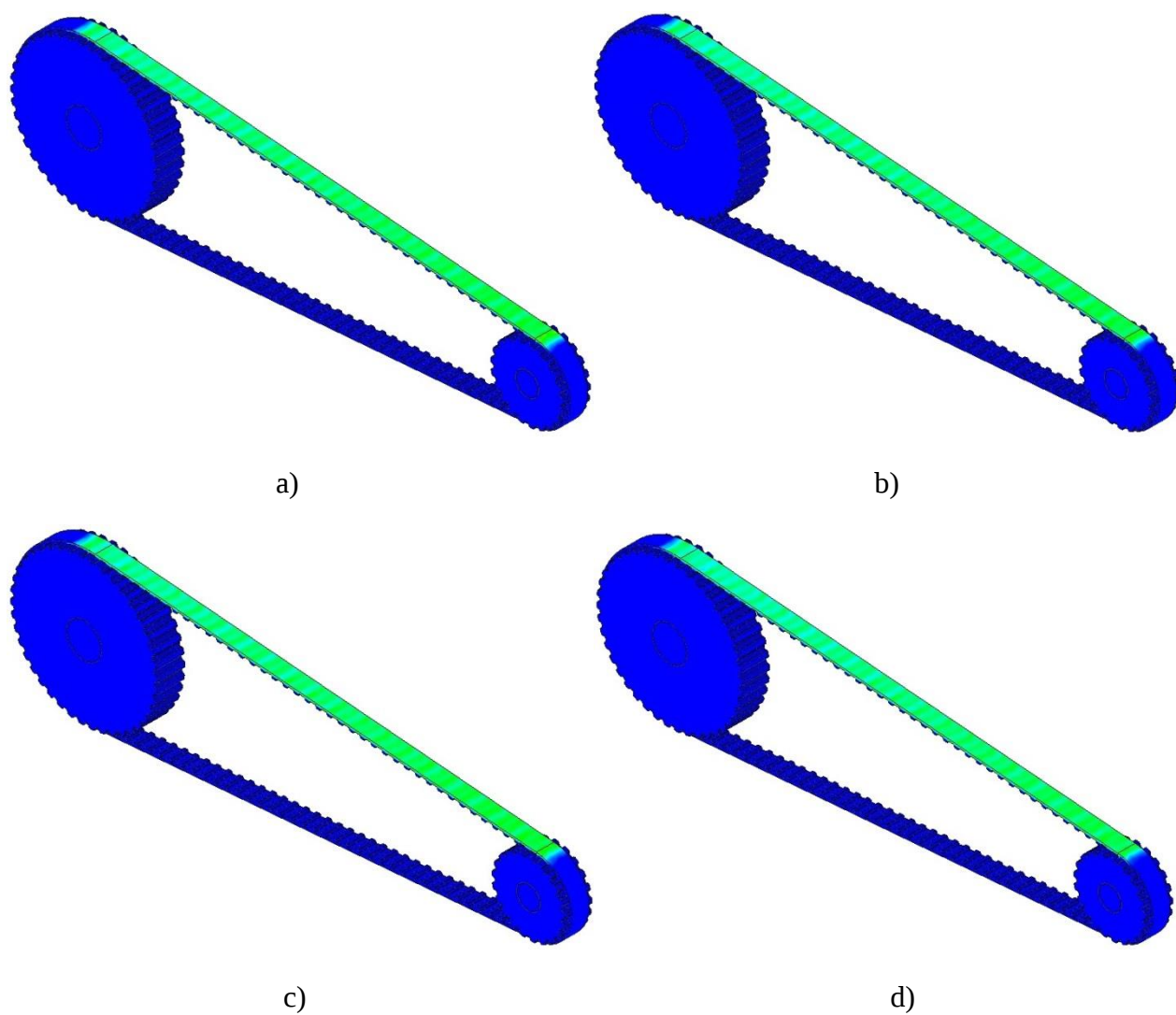
На сликама од 81-88 су приказани резултати анализе нормалног напона код зупчастог каиша услед променљиве вредности ширине и обртног момента. На сликама а, b, c и d, представљају вредности обртног момента.

Где су: a=5000 [Nmm], b=7500 [Nmm], c=15000 [Nmm] и d=30000 [Nmm].

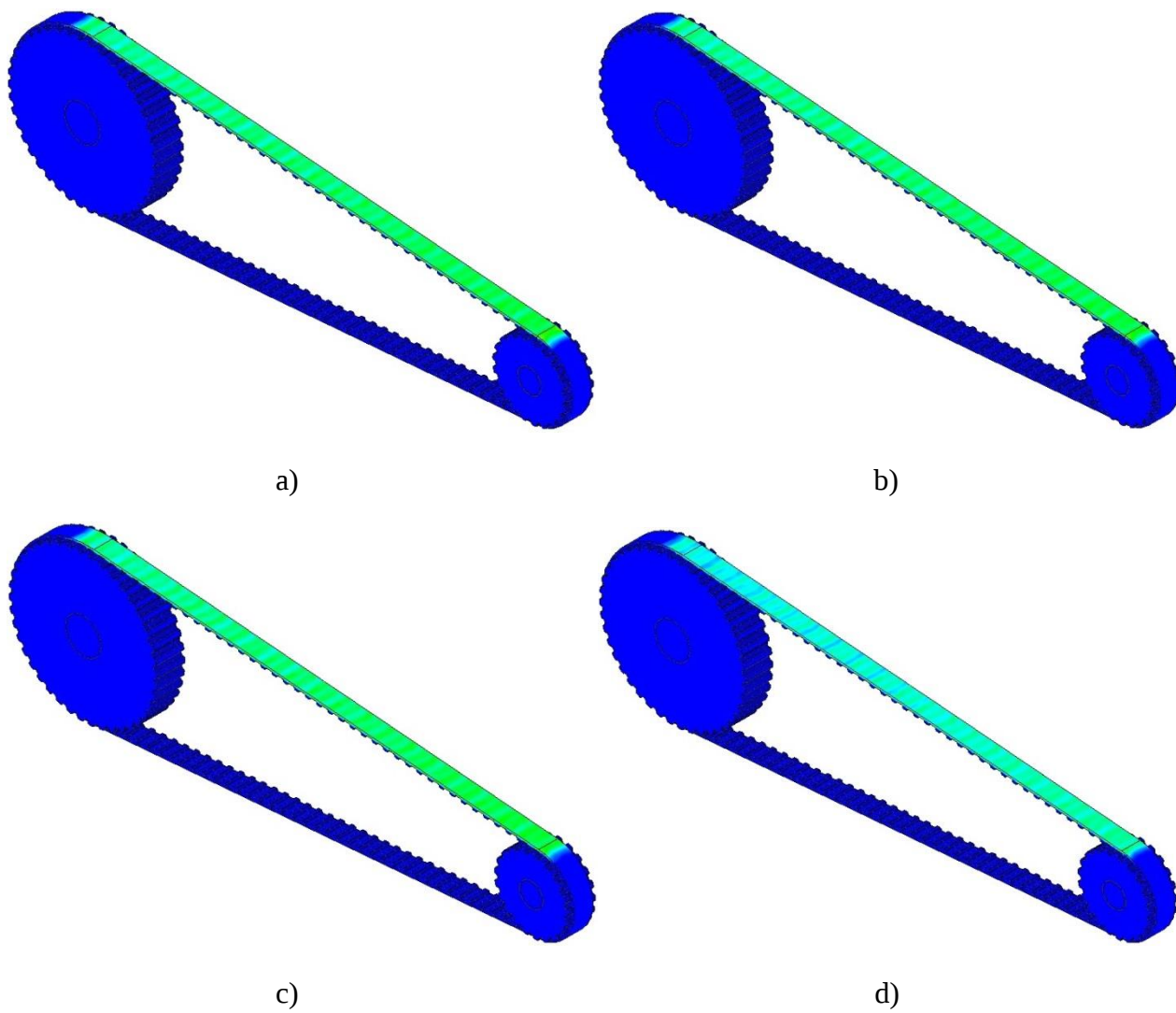




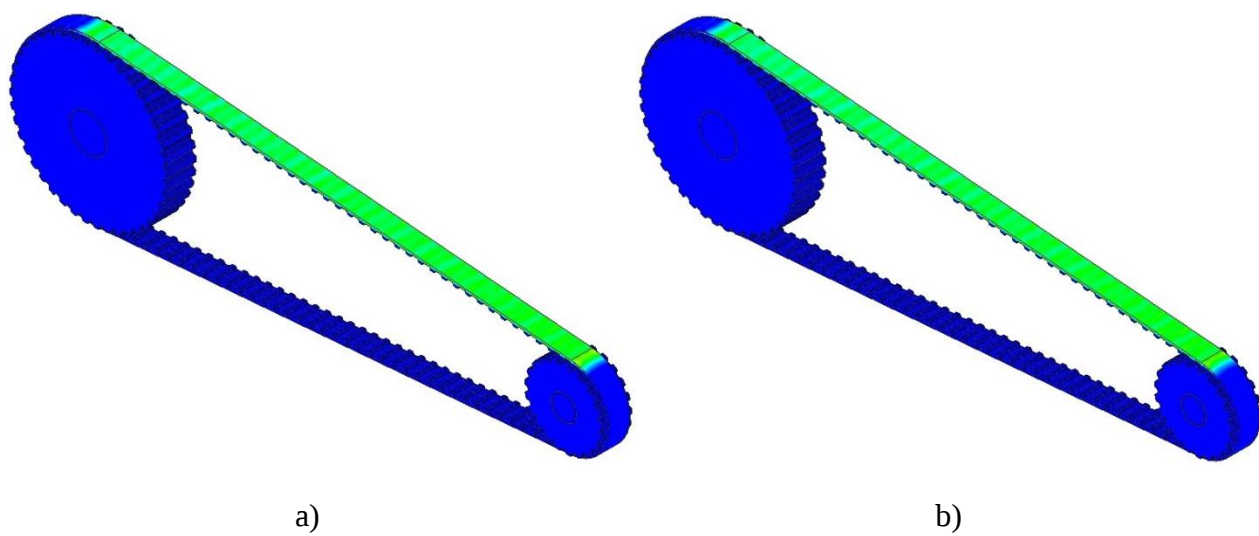
Слика 81. Расподела нормалног напона при различитим вредностима обртног момента где је ширина каша $b=14$ [mm]

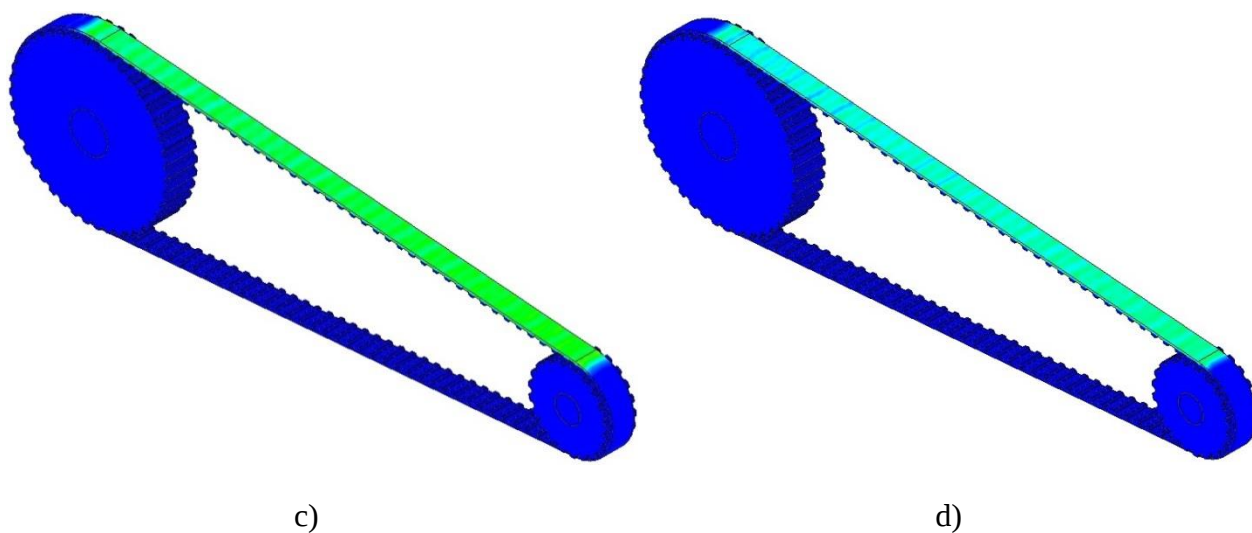


Слика 82. Расподела нормалног напона при различитим вредностима обртног момента где је ширина каша $b=15$ [mm]

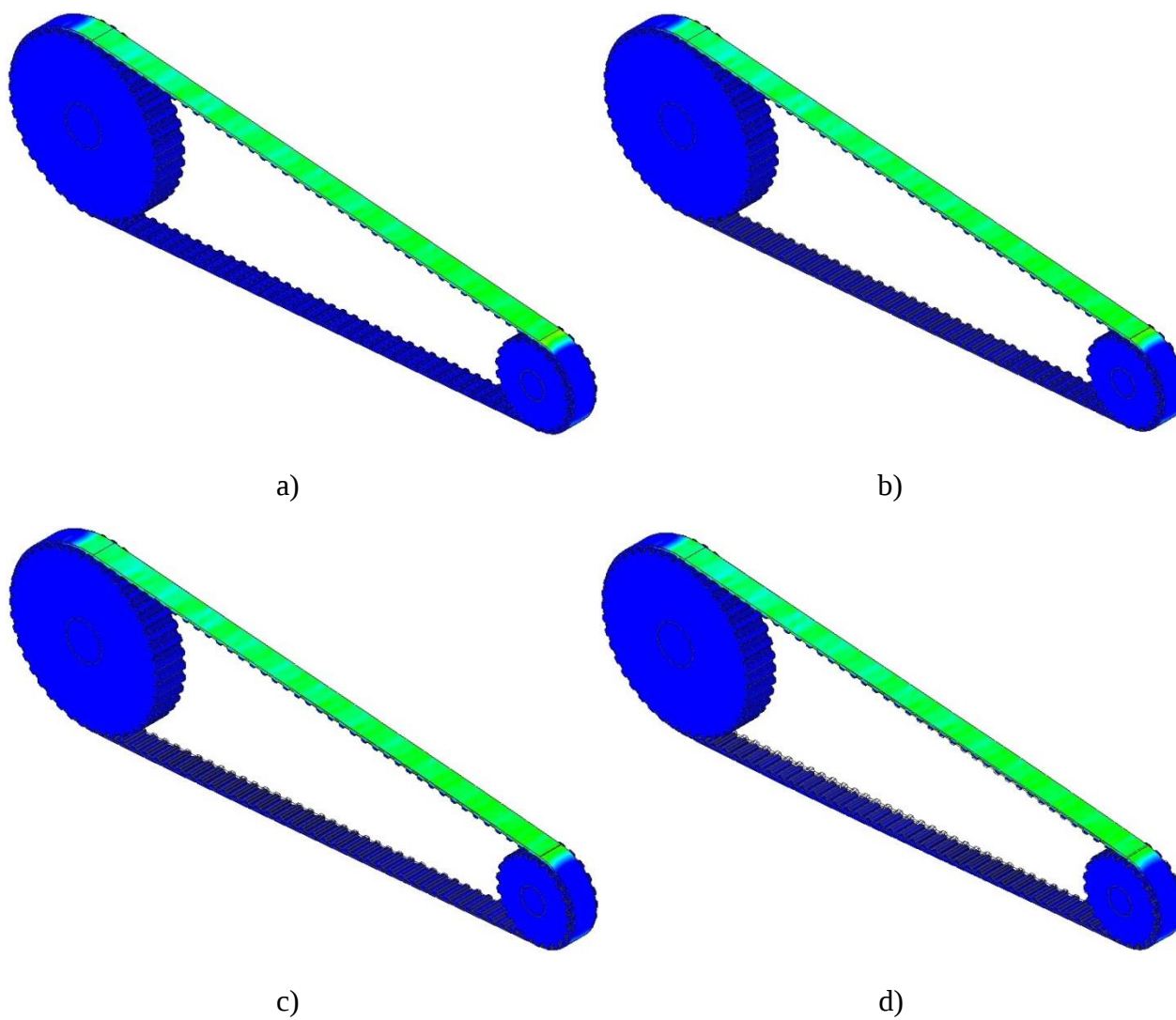


Слика 83. Расподела нормалног напона при различитим вредностима обртног момента где је ширина каша $b=16$ [mm]

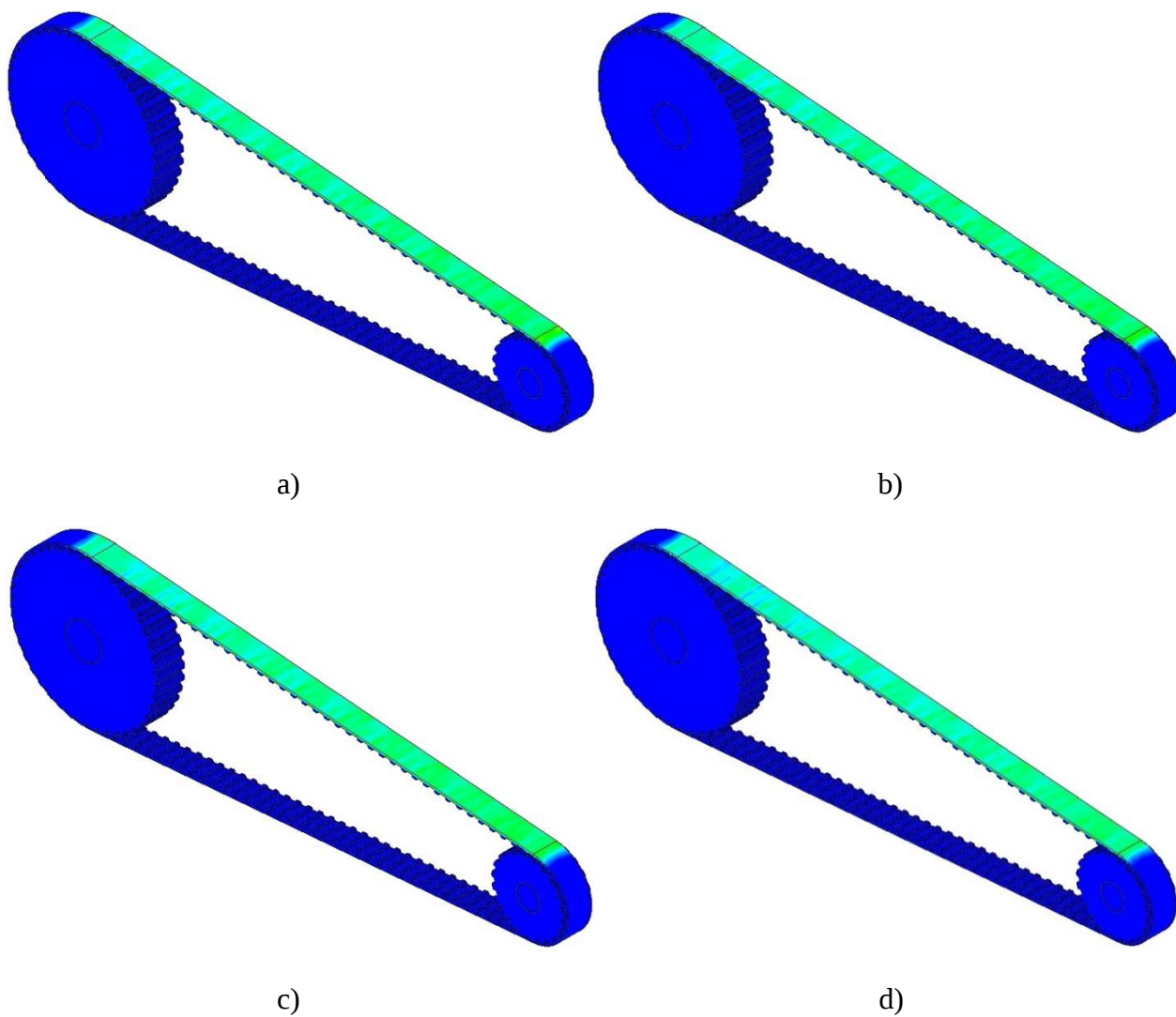




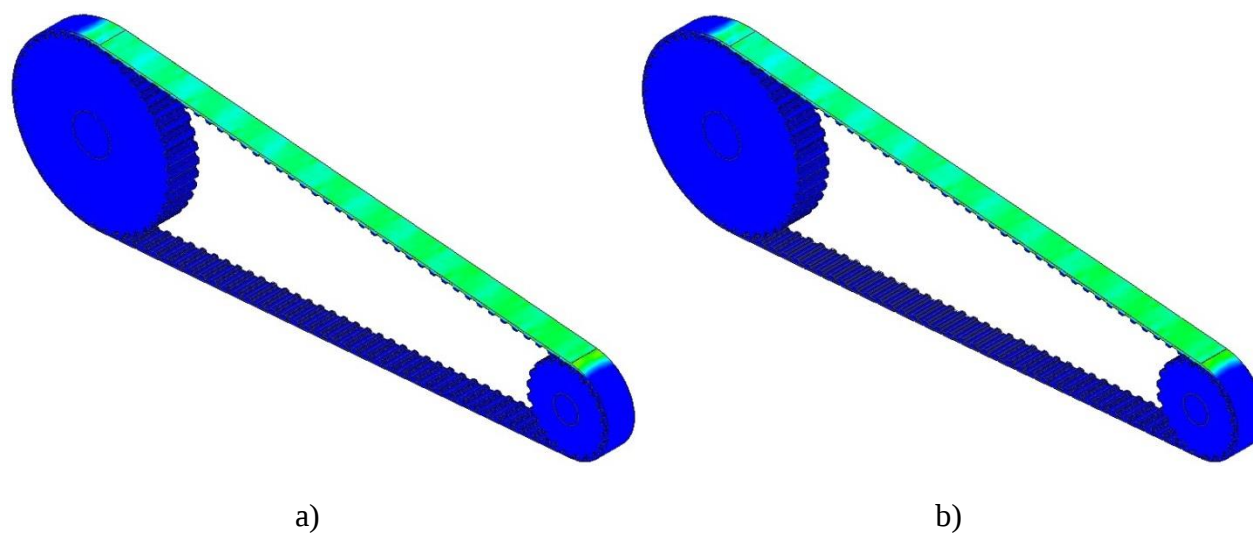
Слика 84. Расподела нормалног напона при различитим вредностима обртног момента где је ширина каша $b=17$ [mm]

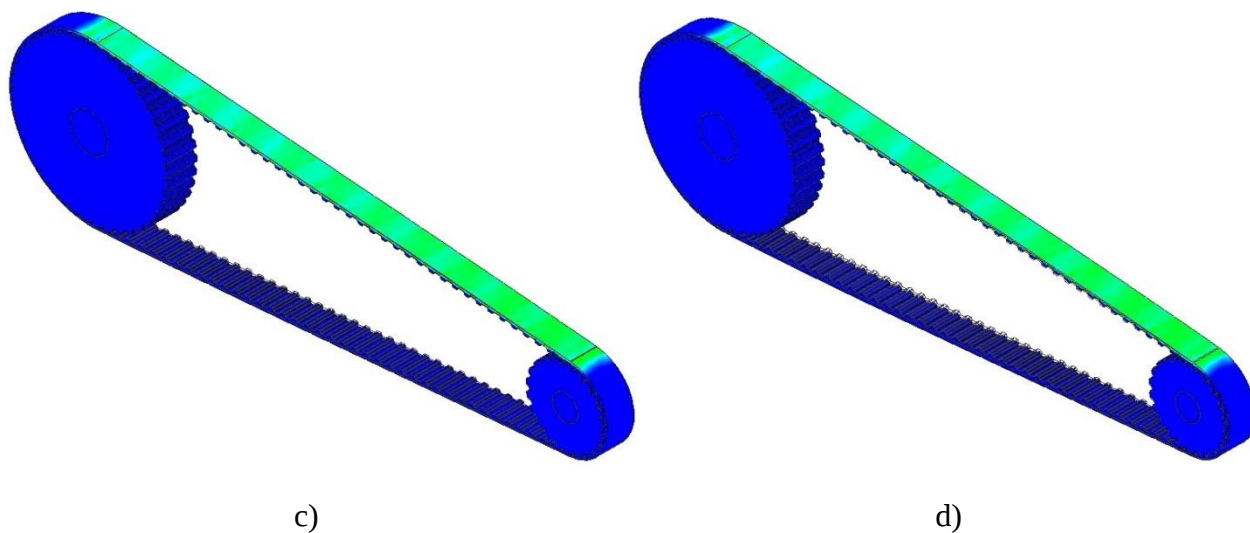


Слика 85. Расподела нормалног напона при различитим вредностима обртног момента где је ширина каша $b=18$ [mm]

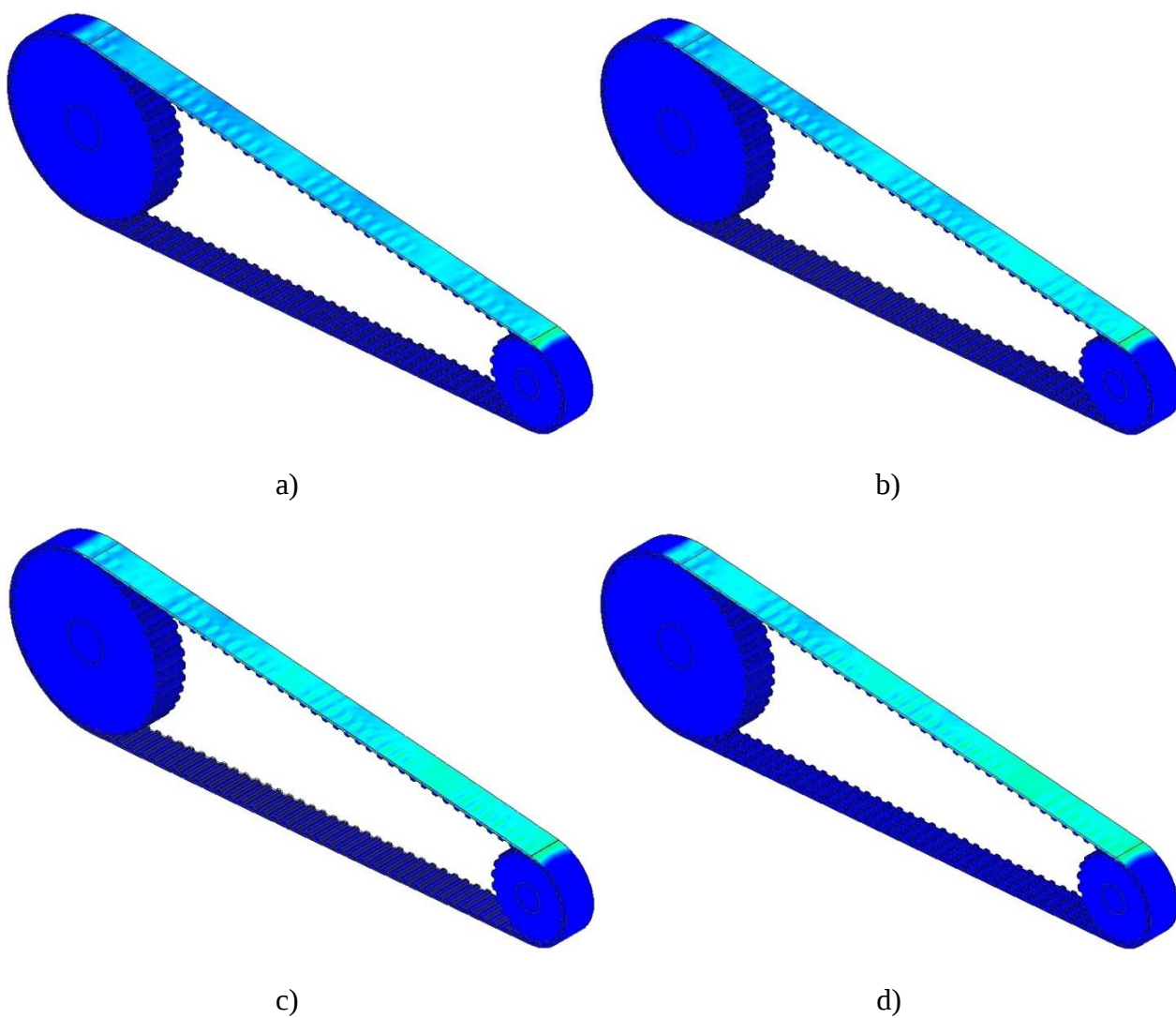


Слика 86. Расподела нормалног напона при различитим вредностима обртног момента где је ширина каша $b=20$ [mm]

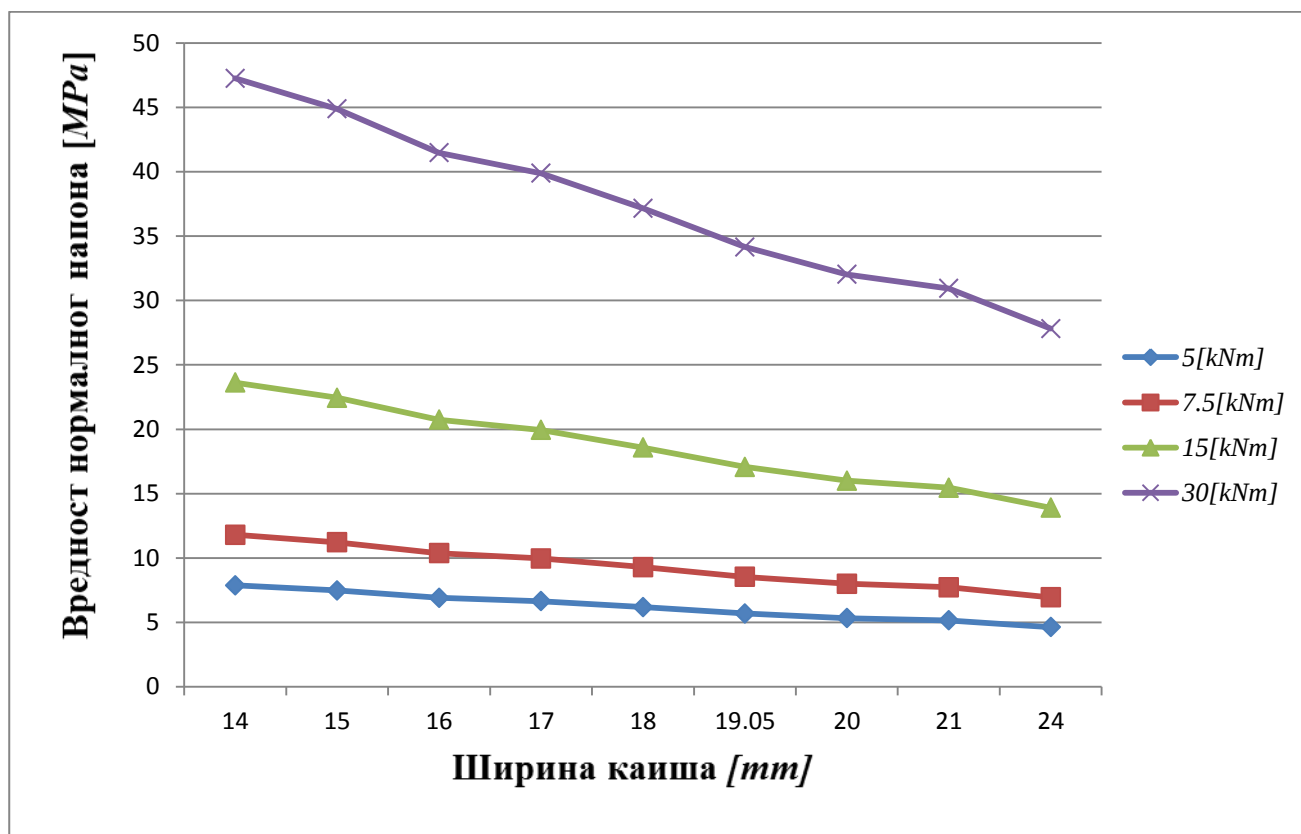




Слика 87. Расподела нормалног напона при различитим вредностима обртног момента где је ширина каша $b=21$ [mm]



Слика 88. Расподела нормалног напона при различитим вредностима обртног момента где је ширина каша $b=24$ [mm]



Слика 89. Дијаграм расподеле нормалног напона при променљивој вредности обртног момента и ширине каиша

На слици 89, приказане су вредности нормалног напона, у зупчастом каишу на претходно приказаним сликама. Јасно се види да, са променом оптерећења, то јест, обртног момента мења се и разлика у напонима између различитих ширина каишева. Такође, да се повећањем обртног момента, јавља се различита вредност скока напона у каишевима.

Све вредности обртног момента, која су се користила у анализи, су била оптимално узета, како не би било превеликих разлика, као што би се десило да је анализа рађена при обртном моменту од 60 kNm или више, тада се не би јасно видели резултати и добијене вредности би биле несигурне за разматрање.

10 Закључак

На основу свих досадашњих теоријских и нумеричких анализа, пажљивим испитивањем добијених резултата, могу се установити низ следећих особина:

- Зупчасти каишни преносници због својих позитивних карактеристика имају примену у многим гранама индустрије. Зупчасти каишник је релативно нов преносник у пољима преносника где се пренос врши на одређеној удаљености, и још увек се развијају нове конструкције зупчастих каишника са циљем побољшања основних карактеристика.
- Због својих карактеристика, највећу примену имају зупчасти каишеви са трапезним профилом зуба каиша и каишника.
- Зупчасти каишни преносници највећи део снаге преносе преко бочних површина зуба каиша, а мањи део преноси се контактом, то јест трењем.
- Приликом сваког испитивања зупчастог каишног преносника, равномерна расподела оптерећења код зуба који се налазе у спрези је јако битно за анализирање зупчастих каишних преносника. У оквиру рада извршена је анализа напонског стања каиша при варирању вредности обртног момента, и резултати су потврдили теоријске анализе, односно најоптерећенији су први зуби у спрези то јест, на месту вучног огранка, а затим оптерећење опада дуж обвојног угла.
- Од велике важности имају фактори који значајно утичу на расподелу напона, а до најзначајнијих промена долази при промени корака каиша. То изискује потребу за додатним затезањем, па поред анализе напонског стања каиша при различитим вредностима обртног момента, у раду су анализирани и напони услед силе претходног затезања. Анализа резултата говори да присуство силе претходног затезања значајно повећава вучне карактеристике каиша, док су напони дуж обвојног лука знатно боље распоређени.
- Услед промене величине коначних елемената, вредности наона варирају у тој мери да се приликом веће количине коначних елемената јављају грешке веће од 10%, што доводи до неисправности резултата, па се због тога узимањем мањих вредности коначних елемената смањује вредност грешке и повећава степен тачности нумеричког испитивања.
- Нумеричком анализом зупчастог каишног преносника, при промени ширине каиша, закључено је да са повећањем ширине каиша, смањује се неравномерност расподеле површинског напона зуба каиша и тиме се смањују и напони дуж целог каиша.
- Повећавањем вредности силе претходног затезања, повећавају се скокови напона у зубима каиша, што значи да вредност напона при великом обртном моменту и већим силама претходног затезања доводи до наглог раста и опадања, што указује на неравномерност напона и доводи до оштећења зуба зупчастог каиша.

11 Литература

- [1] СТОЈАНОВИЋ, Б., БЛАГОЈЕВИЋ, М.: *Механички преносници*, Факултет инжењерских наука, Крагујевац, 2015.
- [2] A90 Series Correspondence Lessons, PART K Power Transmission II, Lesson A9025A, Dayco Inc.
- [3] ТАНАСИЈЕВИЋ, С.: *Механички преносници- ланчани преносници, зупчасти каишни преносници, кардански преносници*, ИРО "Научна књига", Београд, 1989.
- [4] НИКОЛИЋ, В.: *Машински елементи- теорија, прорачун, примери*, Машински факултет у Крагујевцу, ЦИПМЕС, Крагујевац, 2004.
- [5] Turbosquid 3d model Chain gear; 3ds Max 2009, March 16 2011.
- [6] Cardan Shafts for Industrial Applications, Spicer Gelenkwellenbau GmbH, 2010.
- [7] ЈЕЛАСКА Д.: *Елементи стројева-скрипта за студенте Индустијског инжењерства ; Факултет електротехнике, стројарства и бродоградње Свеучилишта у Сплиту*, 2005.
- [8] Pfeiferindustries, timing belt pulley applications gallery, 2016.
- [9] Hangzhou Chinabase Machinery Co. каталог
- [10] СТОЈАНОВИЋ Б.: *Кинематика спрезања и трење у зупчато каишним преносницима*, Зборник ИТС '03, Београд, 2003.
- [11] СТОЈАНОВИЋ, Б., МИЛОРАДОВИЋ, Н., МАРЈАНОВИЋ, Н.,БЛАГОЈЕВИЋ, М., ИВАНОВИЋ, Л.: *Length Variation of Toothed Belt during Exploitation*, Journal of Mechanical Engineering, 2011.
- [12] СТОЈАНОВИЋ, Б., ТАНАСИЈЕВИЋ, С., МИЛОРАДОВИЋ, Н.: *TRIBOMECHANICAL SYSTEMS IN TIMING BELT DRIVES*, Journal of the Balkan Tribological Association, 2009.
- [13] ЖИВКОВИЋ, М., ВУЛОВИЋ,С., МИЛОВАНОВИЋ, М.: *Примена методе коначних елемената у прорачунима танкозидних носача*, Машински факултет Крагујевац, 2003.
- [14] ЗАИМОВИЋ-УЗУНОВИЋ, Н.; ЛЕМЕШ, С.: *"Метод коначних елемената"*, "Дом штампе", Зеница, 2002.
- [15] SDP/SI Handbook of Metric Drive components D805, 2010.
- [16] Bischoff, H.M.: *Static Analysis of Roller Bearings*, Master thesis, Institut für Baustatik und Baudynamik.