

**Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу**



**Назив студијског програма: Машинско инжењерство**

**Ниво студија: Мастер академске студије**

**Модул: Машинске конструкције и механизација**

**Предмет: Конструисање помоћу рачунара**

**Број индекса: 351/2010**

**Милош С. Бајкић**

## **Анализа утицаја трења на расподелу оптерећења код циклоредуктора**

**мастер рад**

**Комисија за преглед и одбрану:**

1. **Др Мирко Благојевић - ментор**

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Датум одбране: \_\_\_\_\_

Оцена: \_\_\_\_\_

У оквиру овог мастер рада кандидат треба да

на основу података из Малхотриног рада, који је наведен у литератури, уради комплетан прорачун циклоредуктора, за исти уради модел и анализу напонског стања. Кандидат такође треба да уради анализу оптерећења за идеалан случај и за случај када се трење узима у обзир.

Препоручена литература:

[1] Malhotra, S.K., Parameswaran M. A.: ANALYSIS OF A CYCLOID SPEED REDUCER, Mechanism and Machine Theory, Vol. 18, No. 6, pp. 491-499, 1983

[2] Благојевић, М: КИНЕМАТИЧКА И ДИНАМИЧКА АНАЛИЗА ЈЕДНОСТЕПЕНОГ ЦИКЛОРЕДУКТОРА, Магистарска теза, Машински факултет у Крагујевцу, 2003

Крагујевац, 24.1.2012

ментор:

Др Мирко Благојевић

---

## ПРЕДГОВОР

Писање овог мастер рада је трајало цео семестар, док је сакупљање информација и знања потребних за његово комплетирање трајало много дуже. Постоји много људи којима морам бити захвалан на подршци, сарадњи и пруженим информацијама. Да није било тих људи вероватно не бих успео да напишем рад оваквог обима и овакве садржине. Пре свег желим да се захвалим ментору, професору Мирку Благојевићу на свим пруженим сугестијама и коментарима на рад. Такође желим да се захвалим колегама Милораду Кочићу и Бобану Симићу. Колега Кочић ми је помага својим искуством јер је писао сличан рад о коме који сам је написао, пружајући ми неке потребне информације и савете. Колега Симић ми је помогао око превода са енглеског језика и око недоумица у изради модела циклоредуктора. Овом приликом желим да се захвалим свима који су ми на било који начин помогли или ме усмерили да стигнем до краја овог студијског програма и да на крају свега као резултат добијем звање Master of mechanical engineering.

# УТИЦАЈ ТРЕЊА НА РАСПОДЕЛУ ОПТЕРЕЋЕЊА КОД ЦИКЛОРЕДУКТОРА

## АПСТРАКТ

*У оквиру овог рада прво су систематизована постојећа решења из области циклоредуктора. Описан је и начин генерисања профила циклозупчаника – еквидистанте скраћене епитрохоиде. Развијени су аналитички модели у циљу анализе сила на циклозупчанику са и без присуства трења. Добијени резултати су представљени табеларно и у виду дијаграма. Такође, у раду је извршена анализа напонског стања циклозупчаника.*

*Кључне речи: циклозупчаник, циклоредуктор, трење, анализа сила.*

# EFFECTS OF FRICTION ON LOAD DISTRIBUTION IN CYCLE DRIVES

## ABSTRACT

*Previous findings in the field of cyclic speed reducers are systemized in this study. The manner of defining profile of cycloidal gear – equidistant of shortened epitrochoid is also explained. Analytical models of cycloid speed reducers are developed with the purpose to forces analysis on cycloid discs with and without friction. The results are presented in the table and chart form. This paper gives an analysis of the stress state of cycloid disc.*

*Key words: cycloid disc, cycloid speed reducer, friction, forces analysis*

## САДРЖАЈ

|                                                                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| ЛИСТА ТАБЕЛА.....                                                                                               | iii |
| ЛИСТА СЛИКА.....                                                                                                | iv  |
| ЛИСТА ОЗНАКА.....                                                                                               | vi  |
| УВОД.....                                                                                                       | 1   |
| 1. ПРИНЦИП РАДА, ОСНОВНЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ И ОБЛАСТ ПРИМЕНЕ ЦИКЛОРЕДУКТОРА.....                                    | 2   |
| 1.1 Принцип рада циклоредуктора.....                                                                            | 3   |
| 1.2 Типови циклоредуктора.....                                                                                  | 4   |
| 1.2.1 Вишестепени циклоредуктори.....                                                                           | 4   |
| 1.2.2 Циклоредуктори из групе FINE CYCLO.....                                                                   | 5   |
| 1.2.3 Комбинација циклоредуктора и стандардних редуктора.....                                                   | 6   |
| 1.3 Основне карактеристике циклоредуктора.....                                                                  | 6   |
| 1.4 Област примене циклоредуктора.....                                                                          | 9   |
| 2. ПРОФИЛ ЗУПЦА, ОСНОВНЕ ГЕОМЕТРИЈСКЕ И КИНЕМАТСКЕ ВЕЛИЧИНЕ ЦИКЛОЗУПЧАНИКА.....                                 | 10  |
| 2.1 Циклоида – дефиниција и начин добијања.....                                                                 | 11  |
| 2.1.1 Епициклоида.....                                                                                          | 11  |
| 2.1.2 Трохоида.....                                                                                             | 14  |
| 2.1.2.1 Једначина скраћене епитрохоиде и њене еквилистанте.....                                                 | 15  |
| 2.2 Поступак прорачуна геометријских и кинематичких параметара циклозупчаника.....                              | 17  |
| 3. АНАЛИЗА И ПРОРАЧУН ОПТЕРЕЋЕЊА КОЈА СЕ ЈАВЉАЈУ НА ЦИКЛОЗУПЧАНИКУ.....                                         | 20  |
| 3.1 Прорачун сила које делују на циклозупчаник.....                                                             | 24  |
| 4. ПРОРАЧУН ЦИКЛОРЕДУКТОРА.....                                                                                 | 29  |
| 4.1 Полазни подаци.....                                                                                         | 29  |
| 4.2 Прорачун вредности бројева обртаја, угаоних брзина, снага и обртних момената на појединим елементима.....   | 29  |
| 4.3 Прорачун пречника улазног и излазног вратила циклоредуктора.....                                            | 30  |
| 4.3.1 Улазно вратило циклоредуктора.....                                                                        | 30  |
| 4.3.2 Излазно вратило циклоредуктора.....                                                                       | 31  |
| 4.4 Прорачун параметара потребних за дефинисање профила циклозупчаника – еквилистанте скраћене епитрохоиде..... | 32  |
| 4.5 Прорачун и димензионисање ексцентри чауре и лежајева циклоредуктора.....                                    | 34  |
| 4.6 Одређивање ширине циклозупчаника.....                                                                       | 34  |
| 4.7 Прорачун пречника ваљка и осовинице централног зупчаника.....                                               | 35  |
| 4.8 Прорачун пречника ваљка и осовинице излазног механизма.....                                                 | 36  |
| 5. ПРОРАЧУН СИЛА НА ЦИКЛОЗУПЧАНИКУ НОВОПРОЈЕКТОВАНОГ ЈЕДНОСТЕПЕНОГ ЦИКЛОРЕДУКТОРА.....                          | 39  |

|                                                                                           |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 6. АНАЛИЗА И ПРОРАЧУН ОПТЕРЕЋЕЊА КОЈА СЕ ЈАВЉАЈУ НА ЦИКЛОЗУПЧАНИКУ У ПРИСУСТВУ ТРЕЊА..... | 49 |
| 7. СТЕПЕН ИСКОРИШЋЕЊА ЦИКЛОИДНОГ РЕДУКТОРА.....                                           | 55 |
| 8. АНАЛИЗА НАПОНСКОГ СТАЊА ЦИКЛОРЕДУКТОРА.....                                            | 58 |
| 8.1 О методи коначних елемената.....                                                      | 58 |
| 8.2 Анализа напонског стања циклозупчаника пројектованог циклоредуктора..                 | 59 |
| ЗАКЉУЧАК.....                                                                             | 66 |
| ЛИТЕРАТУРА.....                                                                           | 67 |
| ДОДАТАК.....                                                                              | 68 |

## ЛИСТА ТАБЕЛА

| Табела | Назив табеле                                                                                  | Страна |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 2.3    | Поступак прорачуна геометријских и кинематичких параметара циклозупчаника                     | 18     |
| 4.1    | Параметри за дефинисање профила циклозупчаника                                                | 32     |
| 5.1    | Величине углова $\gamma_i, \alpha_i$ и растојања $l_i$ за одређене ваљке централног зупчаника | 39     |
| 6.1    | Вредности нормалних сила за различите коефицијенте трења                                      | 53     |

## ЛИСТА СЛИКА

| Слика | Назив слике                                                                            | Страна |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 1.1   | Изглед првог циклоредуктора                                                            | 1      |
| 1.2   | Једностепени циклоредуктор                                                             | 2      |
| 1.3   | Принцип рада једностепеног циклоредуктора                                              | 2      |
| 1.4   | Шематски приказ једностепеног циклоредуктора са два циклозупчаника                     | 3      |
| 1.5   | Двостепени циклоредуктор и његов шематски приказ                                       | 4      |
| 1.6   | Циклоредуктор из групе Fine Cyclo и његов шематски приказ                              | 4      |
| 1.7   | Циклоредуктор из групе Cyclo Bevel Buddybox                                            | 5      |
| 1.8   | Центрифугалне силе код циклоредуктора                                                  | 6      |
| 1.9   | Најмањи направљени циклоредуктор                                                       | 7      |
| 1.10  | Детаљи из процеса монраже циклоредуктора                                               | 8      |
| 1.11  | Детаљ из процеса контроле циклоредуктора                                               | 8      |
| 1.12  | Примена циклоредуктора код мосних дизалица                                             | 9      |
| 1.13  | Примена циклоредуктора код транспортера                                                | 9      |
| 1.14  | Примена циклоредуктора код робота                                                      | 9      |
| 1.15  | Примена циклоредуктора код багера                                                      | 9      |
| 2.1   | Генерисање циклоиде                                                                    | 11     |
| 2.2   | Генерисање еволвенте                                                                   | 12     |
| 2.3   | Генерисање еквилистанте скраћене епитрохоиде                                           | 14     |
| 2.4   | Скица за одређивање помоћног угла $\phi$                                               | 15     |
| 3.1   | Шематски приказ једног преносног ланца од погонске до радне машине                     | 19     |
| 3.2   | Распоред сила и момената који дејствују на један од циклозупчаника у почетном положају | 21     |
| 3.3   | Распоред сила и момената који дејствују на један од циклозупчаника у општем положају   | 24     |
| 3.4   | Општи положај циклозупчаника                                                           | 26     |
| 4.1   | Профил циклозупчаника                                                                  | 32     |
| 4.2   | Циклозупчаник у спрези са ваљцима централног зупчаника и ваљцима излазног механизма    | 37     |
| 5.1   | Оптерећен циклозупчаник                                                                | 40     |
| 5.2   | Резултати нормалних сила за угао заокретања $\beta = 0^\circ$ и $\beta = 15^\circ$     | 42     |
| 5.3   | Резултати излазних сила за угао заокретања $\beta = 0^\circ$ и $\beta = 15^\circ$      | 43     |
| 5.4   | Резултати нормалних сила за угао заокретања $\beta = 9^\circ$                          | 43     |
| 5.5   | Резултати излазних сила за угао заокретања $\beta = 9^\circ$                           | 44     |
| 5.6   | Резултати нормалних сила за угао заокретања $\beta = 12^\circ$                         | 44     |
| 5.7   | Резултати излазних сила за угао заокретања $\beta = 12^\circ$                          | 45     |
| 5.8   | Резултати нормалних сила за угао заокретања $\beta = 30^\circ$                         | 45     |

|      |                                                                                                             |    |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 5.9  | Резултати излазних сила за угао заокретања $\beta = 30^\circ$                                               | 46 |
| 5.10 | Резултати нормалних сила за угао заокретања $\beta = 60^\circ$                                              | 46 |
| 5.11 | Резултати излазних сила за угао заокретања $\beta = 60^\circ$                                               | 47 |
| 6.1  | Трење клизања                                                                                               | 48 |
| 6.2  | Општи положај циклозупчаника за случај када се трење узима у обзир                                          | 50 |
| 8.1  | Типични елементи који се користе у анализи методом коначних елемената                                       | 59 |
| 8.2  | Дефинисање ограничења (pin)                                                                                 | 60 |
| 8.3  | Дефинисање ограничења (fixed constraint)                                                                    | 60 |
| 8.4  | Расподела Von Mises-овог напона и максимални Von Mises-ов напон                                             | 61 |
| 8.5  | Расподела Von Mises-овог напона и максимални Von Mises-ов напон за други случај                             | 62 |
| 8.6  | Максимални Von Mises-ов напон за други случај                                                               | 62 |
| 8.7  | Расподела напон контактеног притиска и максимални напон контактеног притисака за други случај               | 62 |
| 8.8  | Максимални напон контактеног притисака за други случај                                                      | 63 |
| 8.9  | Расподела Von Mises-овог напона и максимални Von Mises-ов напон за други случај када је повећано оптерећење | 63 |
| 8.10 | Расподела Von Mises-овог напона и максимални Von Mises-ов напон за трећи случај                             | 64 |
| 8.11 | Максимални напон контактеног притисака за трећи случај                                                      | 64 |
| 8.12 | Расподела Von Mises-овог напона и максимални Von Mises-ов напон новог нумеричког модела                     | 65 |
| 8.13 | Максимални напон контактеног притисака новог нумеричког модела                                              | 65 |

ЛИСТА КОРИШЋЕНИХ ОЗНАКА

| Ознака     | Назив назив ознаке                                                                                                         | Страна |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| $K_b$      | Основна кружница                                                                                                           | 11     |
| $K_a$      | Котрљајућа кружница                                                                                                        | 11     |
| $R_b$      | Полупречник основне кружнице                                                                                               | 11     |
| $R_a$      | Полупречник котрљајуће кружнице                                                                                            | 11     |
| $\alpha$   | Угао међусобног положаја почетне и тренутне тачке додира основне и котрљајуће кружнице у односу на центар основне кружнице | 11     |
| $\beta$    | Угао заокретања котрљајуће кружнице                                                                                        | 11     |
| $\lambda$  | Помоћни угао за описивање почетног положаја                                                                                | 11     |
| $e$        | Растојање тачке која описује скраћену епитрохоиду од центра котрљајуће кружнице (величина ексцентрицитета)                 | 14     |
| $q$        | Еквидистантно растојање                                                                                                    | 14     |
| $\phi$     | Помоћни угао                                                                                                               | 14     |
| $u_{CR}$   | Преносни однос једноступеног циклоредуктора                                                                                | 16     |
| $r$        | Полупречник подеоног круга централног зупчаника                                                                            | 16     |
| $\xi$      | Коефицијент кориговања                                                                                                     | 16     |
| $r_2$      | Полупречник покретне кружнице                                                                                              | 16     |
| $z_1$      | Број зубаца циклозупчаника                                                                                                 | 17     |
| $z_2$      | Број ваљака централног зупчаника                                                                                           | 17     |
| $r_1$      | Полупречник непокретне кружнице                                                                                            | 17     |
| $d_a$      | Полупречник теменог круга циклозупчаника                                                                                   | 17     |
| $d_f$      | Полупречник подножног круга циклозупчаника                                                                                 | 17     |
| $T_{EM}$   | обртни момент електромотора                                                                                                | 20     |
| $T_1$      | Погонски обртни момент једног циклозупчаника                                                                               | 20     |
| $T_{iz}$   | Обртни момент на излазном вратилу циклоредуктора                                                                           | 20     |
| $T_3$      | Излазни обртни момент на једном циклозупчанику                                                                             | 20     |
| $T_2$      | Обртни момент на централном циклозупчанику који потиче од једног циклозупчаника                                            | 21     |
| $F_E$      | Сила ексцентра                                                                                                             | 22     |
| $F_N$      | Нормална сила у тренутној тачки додира зупца циклозупчаника и ваљка централног зупчаника                                   | 22     |
| $F_K$      | Нормална сила у тренутној тачки додира ваљка излазног механизма и отвора у циклозупчанику                                  | 22     |
| $\beta$    | Угао заокретања циклозупчаника                                                                                             | 25     |
| $\alpha_i$ | Угао положаја тачке дејства нормалне силе $u$ -тог ваљка централног зупчаника и циклозупчаника                             | 25     |

|                 |                                                                                     |    |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------|----|
| $\beta_j$       | Угао који зависи од нултог положаја циклозупчаника и од угла заокретања $\beta / z$ | 25 |
| $\varepsilon$   | Угао који сила ексцентрикла заклапа са $x$ – осом                                   | 25 |
| $l_i$           | Нормално растојање од правца нормалне силе $F_{Ni}$ до центра циклозупчаника        | 25 |
| $r_i$           | Полупречник подеоног круга излазног механизма                                       | 25 |
| $\eta_{CR}$     | Степен искоришћења циклоредуктора                                                   | 28 |
| $n_{iz}$        | Број обртаја излазног вратила циклоредуктора                                        | 28 |
| $n_{EM}$        | Број обртаја електромотора                                                          | 28 |
| $R_m$           | Затезна чврстоћа                                                                    | 29 |
| $R_e$           | Граница течења                                                                      | 29 |
| $\tau_{Du(0)}$  | Трајна динамичка чврстоћа при наизменично променљивом оптерећењу на увијање         | 29 |
| $K$             | Фактор                                                                              | 29 |
| $d_{ul1}$       | Прорачунски пречник улазног вратила циклоредуктора                                  | 29 |
| $S$             | Степен сигурности                                                                   | 29 |
| $\tau_{doz}$    | Дозвољени напон на увијање                                                          | 29 |
| $d_{ulst}$      | Стандардни пречник улазног вратила циклоредуктора                                   | 30 |
| $\delta_{ec}$   | Минимална дебљина зида ексцентар чауре                                              | 31 |
| $d_{CZ}$        | Унутрашњи пречник лежаја циклозупчаника                                             | 31 |
| $D_{CZ}$        | Спољашњи пречник лежаја                                                             | 31 |
| $B_{CZ}$        | Ширина лежаја                                                                       | 31 |
| $R_{Oiz}$       | Полупречник подеоног круга излазног механизма                                       | 31 |
| $\sigma_H$      | Критични напон                                                                      | 33 |
| $\sigma_{Hlim}$ | Динамичка издржљивост бока                                                          | 33 |
| $\sigma_{Hd}$   | Дозвољени критични напон на зупцу циклозупчаника                                    | 33 |
| $S_H$           | Степен сигурности                                                                   | 33 |
| $\mu$           | Поасонов коефицијенти                                                               | 33 |
| $E$             | Модул еластичности                                                                  | 34 |
| $F_{Nmax}$      | Максимална вредност силе спрезања                                                   | 34 |
| $\rho_{ek}$     | Еквивалентни радијус кривине у тачки додира                                         | 34 |
| $\rho_1$        | Радијус кривине ваљка централног циклозупчаника                                     | 34 |
| $\rho_2$        | Радијус кривине циклозупчаника                                                      | 34 |
| $\rho_0$        | Радијус кривине центра ваљка централног зупчаника                                   | 34 |
| $b_{CZ}$        | Ширина циклозупчаника                                                               | 34 |
| $D_0$           | Пречник ваљка централног зупчаника                                                  | 34 |
| $d_0$           | Пречник осовинице централног циклозупчаника                                         | 34 |
| $p$             | Површински притисак на додирној површини ваљка и осовинице                          | 35 |

|                      |                                                                    |    |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------|----|
| $p_T$                | Критична вредност површинског притиска                             | 35 |
| $S_{T\min}$          | Степен сигурности при површинском притиску                         | 35 |
| $S_{\tau\min}$       | Степен сигурности против разарања при смицању                      | 35 |
| $[\tau]$             | Критични напон при смицању                                         | 35 |
| $\tau$               | Напон на смицање                                                   | 35 |
| $i$                  | Број пресека изложених смицању                                     | 35 |
| $A_0$                | Површина смицања                                                   | 35 |
| $d_{VK}$             | Пречник осовинице излазног механизма                               | 35 |
| $F_{K\max}$          | Максимална вредност излазне силе                                   | 35 |
| $u$                  | Број ваљака излазног механизма                                     | 35 |
| $D_{VK}$             | Пречник ваљка излазног механизма                                   | 36 |
| $D_{OCZ}$            | Пречник отвора у циклозупчанику                                    | 36 |
| $F_T$                | Сила трења                                                         | 48 |
| $F_N$                | Спољашње оптерећење                                                | 49 |
| $W_T$                | Рад који се троши на савлађивање силе трења                        | 49 |
| $W_U$                | Рад који се трпши на остваривање релативног кретања                | 49 |
| $T_\mu$              | Момент који праве силе трења                                       | 49 |
| $\eta$               | Степен корисног дејства                                            | 54 |
| $W_{ko}$             | Рад сила корисних отпора                                           | 54 |
| $W_k$                | Рад сила кретања                                                   | 54 |
| $W_{no}$             | Рад некорисних отпора                                              | 54 |
| $\psi$               | Коефицијент губитака                                               | 54 |
| $dW_T$               | Компоненте фрикционог рада                                         | 55 |
| $f$                  | Краци трења клизања                                                | 55 |
| $D_S$                | Средњи пречник игличастог лежаја                                   | 55 |
| $d_{cz}$             | Пречник рукавца улазног вратила                                    | 55 |
| $d_o$                | Пречник осовинице централног зупчаника                             | 55 |
| $n \cdot d\beta$     | Елементарна ротација улазног вратила и циклозупчаника              | 55 |
| $(n+1) \cdot d\beta$ | Елементарна ротација излазних ваљака и ваљака централног зупчаника | 55 |
| $dW$                 | Укупни фрикциони рад                                               | 55 |
| $\eta_i$             | Тренутна ефикасност                                                | 55 |
| $\eta_0$             | Укупна ефикасност                                                  | 56 |

## УВОД

Циклоредуктори спадају у групу планетарних преносника снаге. То је један прецизни механизам који се темељи на принципу познатог немачког инжењера Lorenza Brarena. Собзиром на бројне предности које имају (компактност конструкције, миран и бешуман рад, лако инсталирање и одржавање, ефикасан и економичан рад, итд.), циклоредуктори преузимају водећу улогу на тржишту. Данас је свака индустрија заинтересована да циклоредукторе убаци у своје погоне, понајвише у индустрији робота који су одраз економског и привредног раста у XXI веку. Осим тога, циклоредуктори поседују и још једну врло важну предност, а то је цена. Цена циклоредуктора, иако припадају групи савремених и ексклузивних преносника снаге, у рангу је са ценом класичних редуктора.

Овај рад је имао за циљ да прво систематизује постојећа знања из области циклоредуктора везано за његову кинематичку и динамичку анализу. Даље, циљ је такође био и развој одговарајућег аналитичког и нумеричког модела помоћу кога се може извршити анализа сила које делују на циклоредуктор. Комплетна материја у оквиру овог рада изложена је у осам поглавља.

У првом поглављу дат је кратак осврт на историју развоја циклоредуктора, описан је принцип рада циклоредуктора као и његове основне карактеристике, типови циклоредуктора и на крају овог поглавља наведене су области примене преносника ове врсте.

Друго поглавље представља опис кривих из групе циклоида где је посебна пажња посвећена еквидистанти скраћене епитрохоиде која се најчешће користи као профил циклозупчаника.

У трећем поглављу изложен је поступак анализе и прорачуна оптерећења на циклозупчанику. Прво су дати изрази за израчунавање вредности обртних момената на карактеристичним местима циклоредуктора. Затим су дефинисане све силе које делују на циклозупчаник за реални систем када између ваљака централног зупчаника и циклозупчаника постоји зазор, односно када сви зубци циклозупчаника нису у контакту са одговарајућим ваљцима централног зупчаника.

Четврто поглавље приказује прорачун геометријских и кинематичких параметара једног конкретног једноступеног циклоредуктора као и његов модел. Приказан је поступак прорачуна основних карактеристика циклоредуктора као и прорачун параметара циклоидног озубљења.

У петом поглављу приказани су резултати аналитичког прорачуна сила које делују на циклозупчаник за различите углове заокретања. На крају су дати дијаграмски прикази резултата за различите случајеве.

У овом поглављу дата је аналитичка анализа сила које делују на циклозупчаник у случају када је присутно трење. Дат је, на крају поглавља, табеларни приказ резултата за различите вредности коефицијента трења.

У седмом поглављу дат је кратак осврт на степен искоришћења и дефинисан је израз за израчунавање степена искоришћења. На крају поглавља израчунат је степен искоришћења.

У осмом поглављу дате су основне информације о методи коначних елемената и урађена је структурна анализа пројектованог циклоредуктора за оптерећења добијена прорачуном и за повећана оптерећења.

## 1. ПРИНЦИП РАДА, ОСНОВНЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ И ОБЛАСТ ПРИМЕНЕ ЦИКЛОРЕДУКТОРА

Зупчаници са циклоидним профилем су једну од својих највећих примена нашли код циклоредуктора. Проналазач циклоредуктора је немачки инжењер *Lorenz Braren*, [1]. Радио је као конструктор у фирми *Deckel* у Минхену која се бавила производњом фотоапарата. Механизам затварача фотоапарата инспирисао је Лоренца Брарена да дође на идеју о развоју сасвим нове генерације планетних преносника.

Основни елемент овог преносника био је зупчаник са циклоидним профилем - *циклозупчаник*. Да би развио и усавршио своје идеје, Лоренц Брарен је убрзо напустио фирму Декел и основао сопствену фирму 1931. године под називом *Cyclo GmbH* у Минхену.

Свој преносник патентирао је под називом *ЦИКЛОРЕДУКТОР*. Лоренц Брарен је модел циклоредуктора изложио на сајму у Лајпцигу. Изазвао је велико интересовање посетилаца међу којима је била и делегација јапанске корпорације *Sumitomo Machinery Co*, данас *Sumitomo Heavy Industries Ltd*. Врло брзо, у Јапану је 1937. године закључен споразум о куповини лиценце и тако је почела серијска производња циклоредуктора.

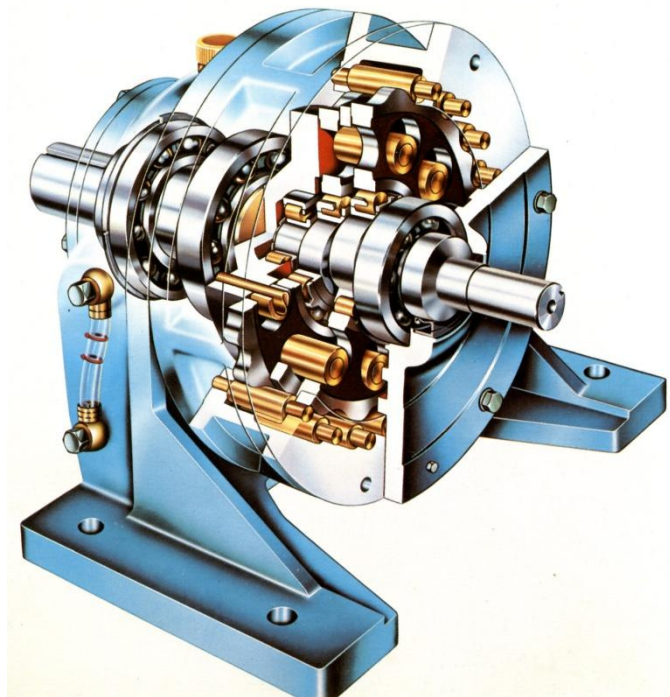


Слика 1.1 Изглед првог циклоредуктора

За време Другог светског рата Лоренц Брарен усавршава даље свој производ све до своје смрти 1953. године.

Године 1974. Јапанци почињу да се интересују за циклоредуктор (*Cyclo Getriebebaue GmbH*). Тада Сумитомо постаје највећа фабрика на подручју Јапана.

Године 1994. Сумитомо купује немачку фабрику и 1996. године та иста фабрика започиње са производњом циклоредуктора за европско тржиште.

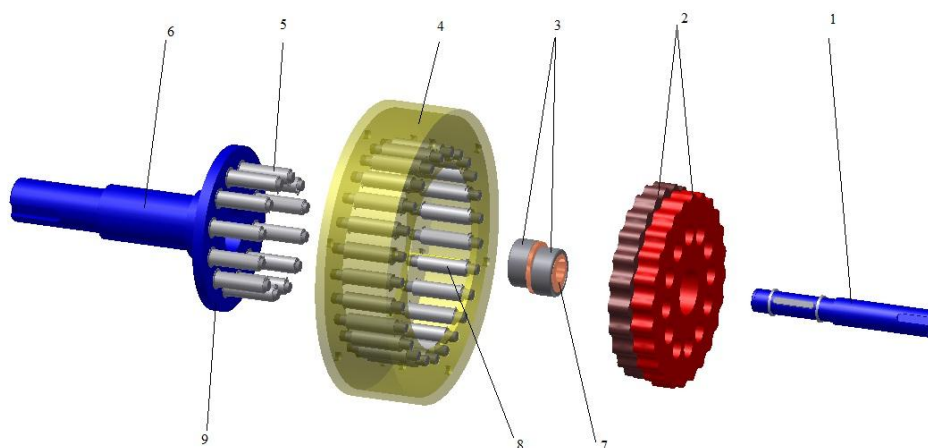


Слика 1.2 Једностепени циклоредуктор

Данас је Сумитомо велика светска корпорација са производним погонима и представништвима широм света и седиштем у Јапану. До сад су пласирали преко 6 000 000 циклоредуктора.

## 1.1 ПРИНЦИП РАДА ЦИКЛОРЕДУКТОРА

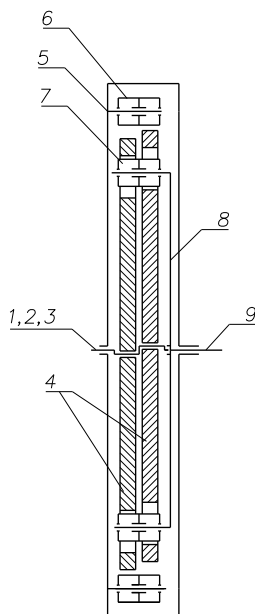
Циклоредуктори имају веома сложен принцип рада, [3], који је објашњен помоћу слике 1.3.



Слика 1.3 Принцип рада једностепеног циклоредуктора

- 1- улазно вратило
- 2- циклозупчаници
- 3- лежачеви циклозупчаника
- 4- тело централног зупчаника
- 5- ваљци излазног механизма
- 6- излазно вратило
- 7- ексцентар чаура
- 8- ваљци централног зупчаника
- 9- носач излазног механизма

Приликом обртања *улазног вратила* (1), и *ексцентар чаура* (7) се, услед чврсте везе са улазним вратилом, обрће истим бројем обртаја и у истом смеру. *Циклозупчаници* (2) су преко *лежачева* (3) ослоњени на ексцентар чауру. Циклозупчаници се спрежу са *ваљцима централног зупчаника* (8) смештеним у *телу централног зупчаника* (4). Резултат овог спрезања је сложено кретање циклозупчаника које се састоји од ротације која потиче од ексцентар чауре у смеру обртања улазног вратила, и ротације циклозупчаника око своје сопствене осе у супротном смеру. *Ваљци излазног механизма* (5), чији је *носач* (9) чврсто везан за *излазно вратило* (6), пролазе кроз кружне отворе циклозупчаника и њихову ротацију преносе на излазно вратило. *Према томе, код једноступеног циклоредуктора смер обртања излазног вратила супротан је смеру обртања улазног вратила*. Циклозупчаник има један зубац мање од броја ваљака централног зупчаника (само код неких нових конструкција циклоредуктора ова разлика може да буде и два). Док се улазно вратило окрене у једном смеру за један пун обрт, за то време се излазно вратило окрене у другом смеру за један зубац циклозупчаника. У пракси, углавном се користи систем са два циклозупчаника међусобно заокренута за угао од 180°.

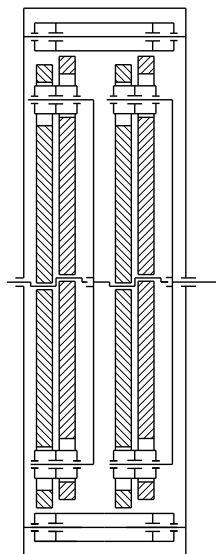


Слика 1.4 Шематски приказ једноступеног циклоредуктора са два циклозупчаника

## 1.2 ТИПОВИ ЦИКЛОРЕДУКТОРА

### 1.2.1 ВИШЕСТЕПЕНИ ЦИКЛОРЕДУКТОРИ

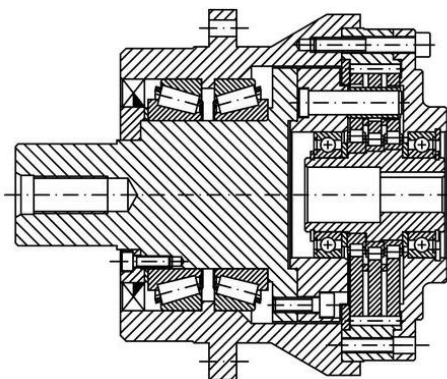
Што се тиче вишестепених циклоредуктора, они се добијају линијском синтезом једноступених циклоредуктора (слика 1.5). Тако се, код једноступених и троступених циклоредуктора, улазно и излазно вратило обрћу у супротним смеровима, док код двоступених циклоредуктора ова два вратила имају исти смер обртања [3].



Слика 1.5 Двоступени циклоредуктор и његов шематски приказ

### 1.2.2 ЦИКЛОРЕДУКТОРИ ИЗ ГРУПЕ *FINE CYCLO*

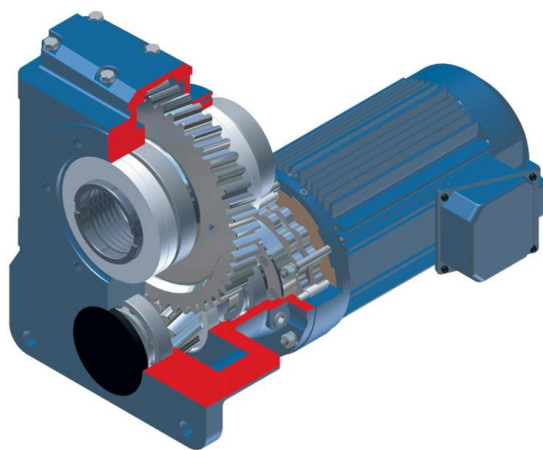
Постоји и посебна група циклоредуктора – *FINE CYCLO* са три циклозупчаника међусобно заокренута за угао од  $120^\circ$ , [2]. Ови циклоредуктори се израђују са посебном прецизношћу, али зато готово да немају бочни зазор између елемената у контакту. Користе се у индустрији алата, аутоматизацији, роботизици, код CNC машина, итд.



Слика 1.6 Циклоредуктор из групе *Fine Cyclo* и његов шематски приказ

### 1.2.3 КОМБИНАЦИЈА ЦИКЛОРЕДУКТОРА И СТАНДАРДНИХ РЕДУКТОРА

С обзиром на компактност и ефикасност, циклоредуктори се могу користити и у комбинацији са стандардним редукторима и они су познати као *CYCLO BEVEL BUDDYBOX*. Њихова предност је у томе што имају веома велики век трајања, високу ефикасност (85-90% у свим смеровима), компактну конструкцију која заузима врло мало места у погону, могу се примењивати без термичких ограничења и имају широк опсег примене [2].



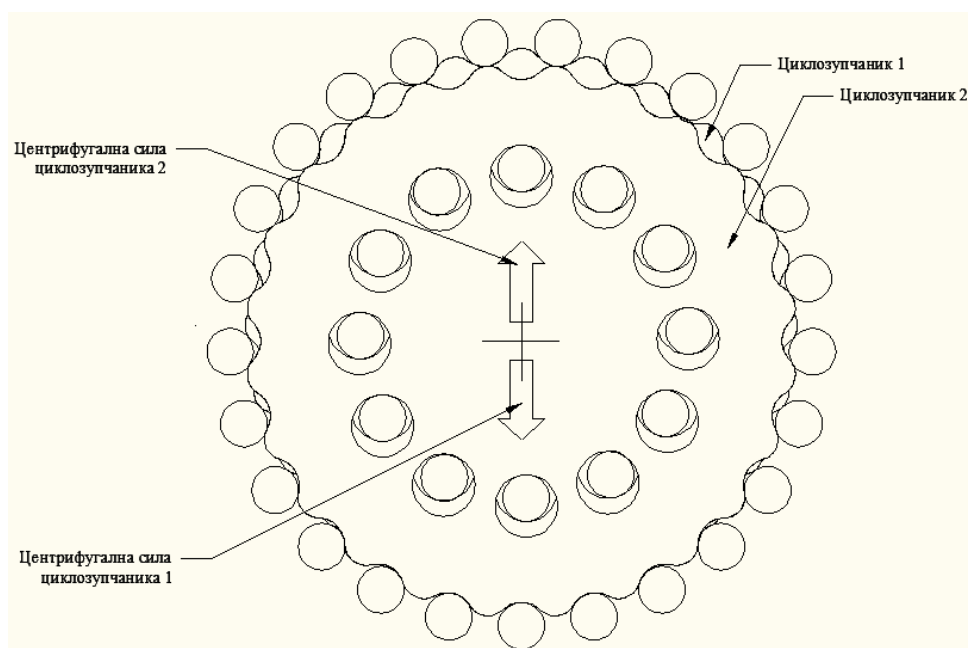
Слика 1.7 Циклоредуктор из групе Cyclo Bevel Buddybox [2]

## 1.3 ОСНОВНЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ ЦИКЛОРЕДУКТОРА

Циклоредуктори данас имају веома широко поље примене и све чешће у пракси замењују конвенционалне типове редуктора. То је из разлога што поседују низ добрих особина. У овом поглављу наведене су само неке од њих, [2], [3].

- **Дуг и поуздан радни век.** Захваљујући избору квалитетних материјала за елементе циклоредуктора, доброј контроли и пажљивом процесу монтаже, циклоредуктори имају веома дуг и поуздан радни век (преко 20 година без озбиљнијих интервенција). Још један разлог за дуг и поуздан радни век је одсуство трења клизања које је код циклоредуктора замењено трењем котрљања (ово важи за случај када се профили додирују у кинематском полу).
- **Широк опсег преносних односа.** Обзиром на чињеницу да је преносни однос једноступеног циклоредуктора једнак броју зубаца циклозупчаника, циклоредуктори имају веома широку лепезу могућих преносних односа. За једноступене циклоредукторе, преносни однос се креће у опсегу од 1:7 до 1:119, док се код троступених циклоредуктора горња граница опсега приближава односу 1:1 000 000.

- **Могућност поузданог рада у условима динамичких оптерећења.** С обзиром на то да се код циклоредуктора углавном користи систем са два циклозупчаника међусобно заокренута за угао од  $180^\circ$  (слика 1.8), њихове центрифугалне силе се анулирају, па је циклоредуктор веома погодан за рад у условима са честим покретањима и заустављањима као и променом смера обртања.



Слика 1.8 Центрифугалне силе код циклоредуктора

Такође, захваљујући чињеници да је око  $2/3$  ваљака централног зупчаника истовремено у спреси са зупцима циклозупчаника, циклоредуктор је отпоран и на краткотрајна преоптерећења ( и до 500% ) без последица по елементе у спреси.

- **Компактност конструкције.** Имају веома компактну и једноставну конструкцију која заузима јако мало места у погону. У циклоредуктору нема аксијалних сила, а улазно и излазно вратило су коаксијални у свим варијантама. Због тога су нашли широку примену код машина и уређаја са знатним габаритним ограничењима.



Слика 1.9 Најмањи направљени циклоредуктор[1]

- **Велики степен искоришћења.** Услед тога што је трење клизања у циклоредуктору готово потпуно потиснуто и замењено трењем котрљања, циклоредуктори имају веома високу вредност степена искоришћења и то:
  - Једностепени циклоредуктор до 95%
  - Двостепени циклоредуктор до 85% при пуном радном оптерећењу.У случају великих преносних односа, степен искоришћења има мање вредности.

Поред набројаних, циклоредуктори имају још низ предности као што су, [2], [3]:

- мале вибрације,
- низак степен буке,
- мања маса у односу на конвенционалне типове редуктора,
- циклоредуктори се веома успешно могу користити и као мултипликатори,
- нема топлотних ограничења,
- могућност лаког монтирања и одржавања,
- велики избор могућности рада у различитим условима, итд.

Као и сви други преносници, тако и циклоредуктори осим својих предности имају и своје недостатке. Основни недостатак циклоредуктора је веома велика прецизност израде, како циклозупчаника као кључног елемента циклоредуктора, тако и осталих елемената. Веома мала одступања при изради профила циклозупчаника (*еквидистанте скраћене епитрохоиде*), као и одступања која се јављају код осног растојања, негативно утичу на карактеристике циклоредуктора. Процес производње захтева веома прецизне, а самим тим и скупе машине, беспрекорну контролу и савршену монтажу.



*Слика 1.10 Детаљи из процеса монтаже циклоредуктора (СУМИТОМО) [2]*



*Слика 1.11 Детаљ из процеса контроле циклоредуктора (СУМИТОМО) [2]*

## **1.4 ОБЛАСТ ПРИМЕНЕ ЦИКЛОРЕДУКТОРА**

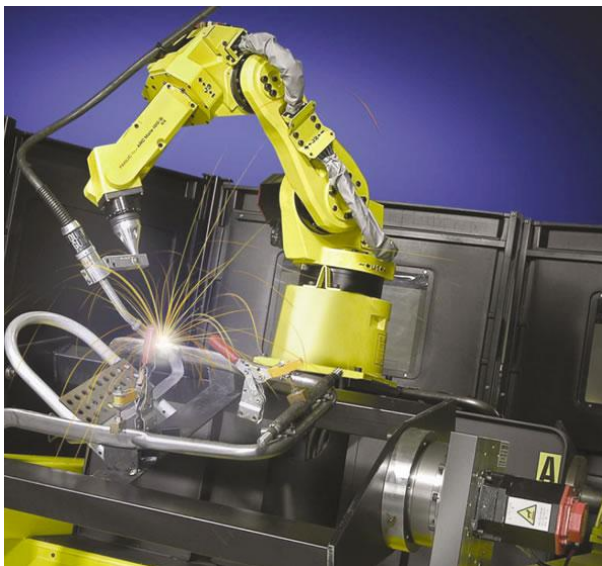
Обзиром на предности описане у претходном поглављу, циклоредуктори имају веома широку област примене, као на пример у: прехранбеној индустрији, индустрији папира, рециклирајућој индустрији, индустрији алата, роботици, код CNC машина, код разних миксера и мешалица, код транспортних уређаја и машина, итд. [2]. На сликама 1.12-1.15 приказани су само неки од најкарактеристичнијих примера примене циклоредуктора.



Слика 1.12 Примена циклоредуктора  
код мосних дизалица[2]



Слика 1.13 Примена циклоредуктора  
код транспортера[2]



Слика 1.14 Примена циклоредуктора  
код робота[2]



Слика 1.15 Примена циклоредуктора  
код багера [2]

## 2. ПРОФИЛ ЗУПЦА, ОСНОВНЕ ГЕОМЕТРИЈСКЕ И КИНЕМАТСКЕ ВЕЛИЧИНЕ ЦИКЛОЗУПЧАНИКА

За профиле зубаца зупчаника могу се користити све криве линије које задовољавају **основно правило спрезања**. Ако је познат профил зупца једног зупчаника, осно растојање и преносни однос датог зупчастог пара, профил зупца другог зупчаника је једнозначно одређен. То је крива линија истог карактера само са другим параметрима. На основу основног правила спрезања, профил зупца спрегнутог зупчаника представља обвојницу низа узастопних положаја профила зупца првог зупчаника. Криве линије које испуњавају наведене услове познате су као *рулете*.

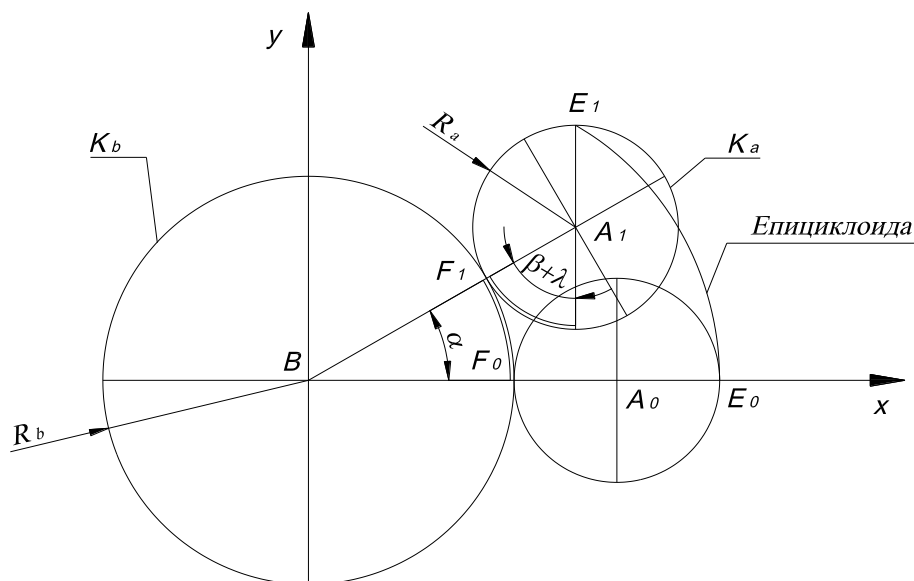
Рулете могу бити *еволвенте* и *циклоиде*. Данас су у примени углавном зупчаници са *еволвентним профилем* јер је њихова израда доста једноставнија. Зупчаници са *циклоидним профилем* имају веома добре радне карактеристике у кинематичком и динамичком погледу што је већ речено у глави 1. Ово проистиче из чињенице да су код њих у контакту увек конкавна и конвексна површина, па је самим тим и хабање бокова мање. Међутим, веома су осетљиви на промену осног растојања, што ограничава њихову примену [1].

### 2.1 ЦИКЛОИДА – ДЕФИНИЦИЈА И НАЧИН ДОБИЈАЊА

*Циклоида* је крива линија коју описује било која тачка покретне кружнице док се котрља по непокретној кружници. Веома често се у литератури непокретна кружница зове "*основна кружница*" са полупречником  $R_b$ , док се покретна кружница зове још и "*котрљајућа кружница*" полупречника  $R_a$ . У зависности од међусобног положаја покретне и непокретне кружнице, као и положаја тачке на покретној кружници која описује циклоиду, разликујемо неколико различитих облика циклоида, [1].

#### 2.1.1 ЕПИЦИКЛОИДА

*Епициклоида* представља путању тачке  $E$  која се налази на самој котрљајућој кружници  $K_a$  и која се добија котрљањем поменуте кружнице по спољашњој страни основне кружнице  $K_b$ . На слици 2.1 представљен је начин генерисања епициклоиде, [1].



Слика 2.1. Генерисање епициклоиде

Значење ознака са слике 2.1:

- $K_b$  - Основна кружница
- $K_a$  - Котрљајућа кружница
- $R_b$  - Полупречник основне кружнице
- $R_a$  - Полупречник котрљајуће кружнице
- $\alpha$  - Угао међусобног положаја почетне и тренутне тачке додира основне и котрљајуће кружнице у односу на центар основне кружнице
- $\beta$  - Угао заокретања котрљајуће кружнице
- $\lambda$  - Помоћни угао за описивање почетног положаја
- $\lambda = 0^\circ$  - Циклоида почиње у темену зупца
- $\lambda = 180^\circ$  - Циклоида почиње у подножју зупца

За усвојени координатни систем  $xBy$  једначине епициклоиде могу се написати у следећем облику:

$$\begin{aligned} x &= (R_b + R_a) \cdot \cos \alpha + R_a \cdot \cos(\alpha + (\beta + \lambda)) \\ y &= (R_b + R_a) \cdot \sin \alpha + R_a \cdot \sin(\alpha + (\beta + \lambda)) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Из услова котрљања без клизања за приказани систем добија се:

$$R_b \cdot \alpha = R_a \cdot \beta \quad (2.2)$$

односно:

$$\alpha = \frac{R_a}{R_b} \cdot \beta \quad (2.3)$$

Коришћењем написане једначине (2.3), једначине (2.1) сада се могу написати у облику:

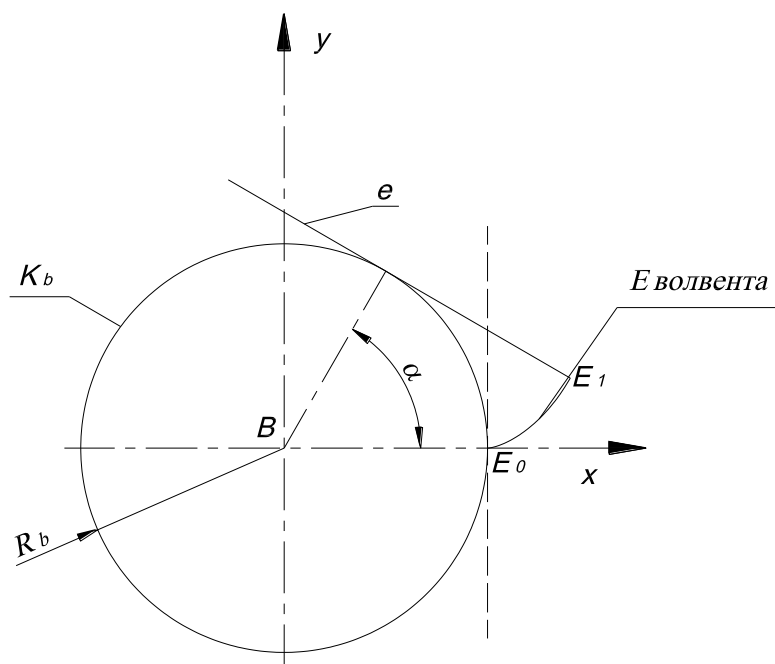
$$\begin{aligned} x &= (R_b + R_a) \cdot \cos\left(\frac{R_a}{R_b} \cdot \beta\right) + R_a \cdot \cos\left(\frac{R_a + R_b}{R_b} \beta + \lambda\right) \\ y &= (R_b + R_a) \cdot \sin\left(\frac{R_a}{R_b} \cdot \beta\right) + R_a \cdot \sin\left(\frac{R_a + R_b}{R_b} \beta + \lambda\right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

*Напомена:* Мада је раније речено да се рулете деле на еволвенте и циклоиде, интересно је показати да и сама *еволвента* представља један од специјалних облика циклоиде, [1]. Наиме, еволвента настаје када се уместо котрљајуће кружнице  $K_a$  по основној кружници  $K_b$  без клизања са спољашње

стране котрља права линија  $e$  (Слика 2.2). У том случају важи да  $R_a \rightarrow \infty$ .

Ако се у једначинама (2.1) замени да је  $\lambda = 180^\circ$ , исте добијају следећи облик:

$$\begin{aligned} x &= (R_b + R_a) \cdot \cos \alpha - R_a \cdot \cos(\alpha + \beta) \\ y &= (R_b + R_a) \cdot \sin \alpha - R_a \cdot \sin(\alpha + \beta) \end{aligned} \quad (2.5)$$



Слика 2.2. Генерисање еволвенте

Даље, из услова котрљања без клизања (2.2), може се закључити да је:

$R_b$  – коначна величина,

$\alpha$  – коначна величина,

$$\beta \rightarrow 0.$$

Обзиром да  $\beta \rightarrow 0$ , важи:

$$\begin{aligned}\sin \beta &\rightarrow \beta, \\ \cos \beta &\rightarrow 1.\end{aligned}$$

Сада се једначине (2.5) могу трансформисати на следећи начин:

$$\begin{aligned}x &= R_b \cdot \cos \alpha + R_a \cdot \cos \alpha - R_a \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta + R_a \sin \alpha \cdot \sin \beta \\ y &= R_b \cdot \sin \alpha + R_a \cdot \sin \alpha - R_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta - R_a \cos \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}\quad (2.6)$$

Даљим сређивањем, добија се:

$$\begin{aligned}x &= R_b \cdot \cos \alpha + R_a \cdot \beta \cdot \sin \alpha \\ y &= R_b \cdot \sin \alpha - R_a \cdot \beta \cdot \cos \alpha\end{aligned}\quad (2.7)$$

Коришћењем услова котрљања без клизања (2.2) добија се *коначни облик једначина еволвенте*:

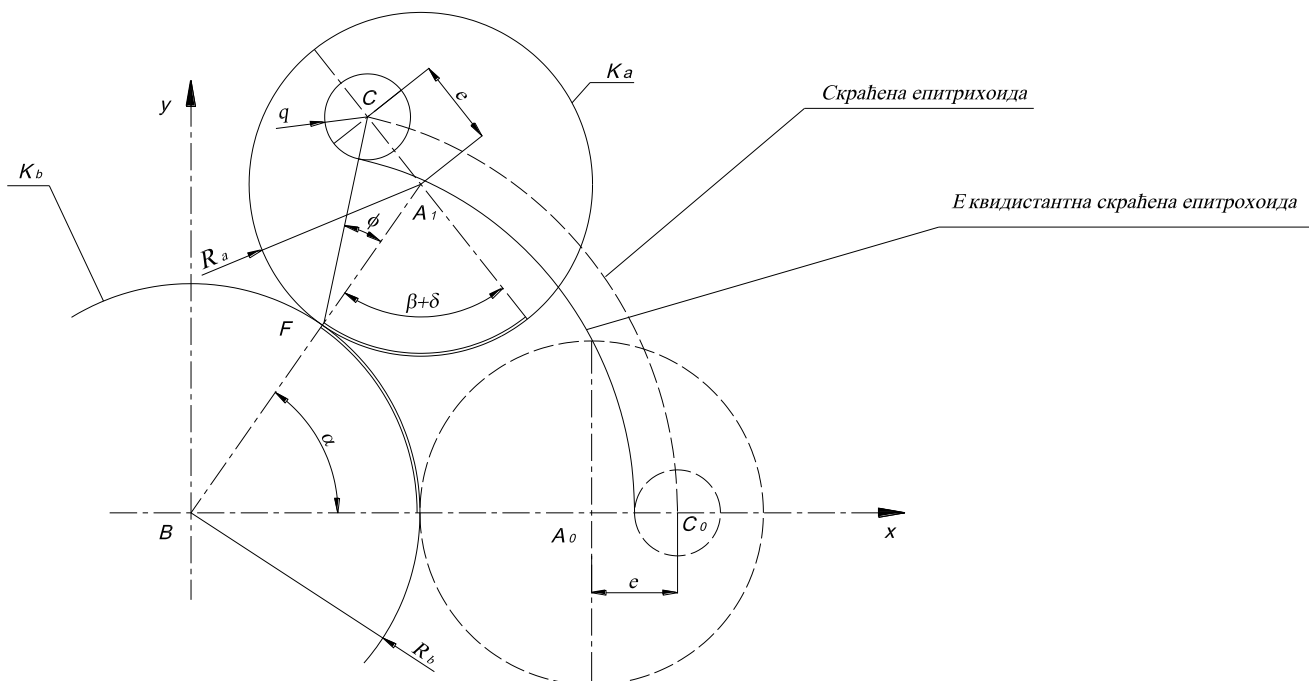
$$\begin{aligned}x &= R_b \cdot \cos \alpha + R_b \cdot \alpha \cdot \sin \alpha \\ y &= R_b \cdot \sin \alpha - R_b \cdot \alpha \cdot \cos \alpha\end{aligned}\quad (2.8)$$

### 2.1.2 ТРОХОИДА

*Трохоида* представља криву линију из фамилије циклоида коју описује тачка везана за котрљајућу кружницу на удаљености  $e$  од центра поменуте кружнице при њеном котрљању без клизања по обиму основне кружнице [1]. У зависности од тога да ли се котрљајућа кружница котрља са спољашње или са унутрашње стране, разликују се *епитрохоиде* и *хипотрохоиде*. Ако је растојање  $e$  веће од полупречника котрљајуће кружнице  $R_a$ , трохоида је продужена, а у супротном трохоида је скраћена.

### 2.1.2.1 Једначина скраћене епитрохоиде и њене еквидистанте

*Еквидистанта скраћене епитрохоиде* се најчешће користи као профил зупца циклозупчаника.



Слика 2.3. Генерисање еквидистанте скраћене епитрохоиде

### Значење ознака са слике 2.3

$K_b, K_a, R_b, R_a, \alpha, \beta, \lambda$  - Исто значење као на слици 2.1

$e$  - Растојање тачке која описује скраћену епитрохоиду од центра котрљајуће кружнице (величина ексцентрицитета)

$q$  - Еквидистантно растојање

$\phi$  - Помоћни угао

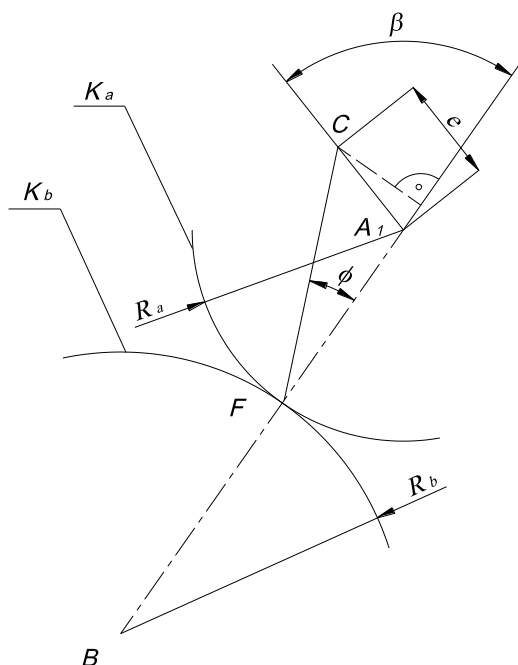
На основу слике 2.3 и усвојеног координатног система долази се до једначина скраћене епитрохоиде:

$$\begin{aligned} x &= (R_b + R_a) \cdot \cos \alpha + e \cdot \cos(\alpha + \beta) \\ y &= (R_b + R_a) \cdot \sin \alpha + e \cdot \sin(\alpha + \beta) \end{aligned} \quad (2.9)$$

*Напомена:* У једначинама (2.9) узето је да је  $\lambda = 0^\circ$ , тј. да скраћена епитрохоида описује теме циклозупчаника.

Једначине еквидистанте скраћене епитрохоиде имају облик:

$$\begin{aligned} x &= (R_b + R_a) \cdot \cos \alpha + e \cdot \cos(\alpha + \beta) - q \cdot \cos(\alpha + \phi) \\ y &= (R_b + R_a) \cdot \sin \alpha + e \cdot \sin(\alpha + \beta) - q \cdot \sin(\alpha + \phi) \end{aligned} \quad (2.10)$$



Слика 2.4. Скица за одређивање помоћног угла  $\phi$

Према косинусној теореми примењеној на троугао  $\Delta A_1FC$  (слика 2.4) добија се:

$$\overline{CF} = \sqrt{R_a^2 + e^2 + 2 \cdot R_a \cdot e \cdot \cos \beta} \quad (2.11)$$

Са слике 2.4 такође је очигледно да је:

$$\overline{CF} \cdot \sin \phi = e \cdot \sin \beta \quad (2.12)$$

На основу једначина (2.11) и (2.12) добија се:

$$\sin \phi = \frac{\left( \frac{e}{R_a} \right) \cdot \sin \beta}{\sqrt{1 + \left( \frac{e}{R_a} \right)^2 + 2 \cdot \left( \frac{e}{R_a} \right) \cdot \cos \beta}} \quad (2.13)$$

Са слике 2.4 такође се може видети да важи израз:

$$\overline{CF} \cdot \cos \phi = R_a + e \cdot \cos \beta \quad (2.14)$$

На основу једначина (2.11) и (2.13) добија се:

$$\cos \phi = \frac{1 + \left(\frac{e}{R_a}\right) \cdot \cos \beta}{\sqrt{1 + \left(\frac{e}{R_a}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{e}{R_a}\right) \cdot \cos \beta}} \quad (2.15)$$

Из једначина (2.12) и (2.15) добија се:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{\sin \beta}{\frac{R_a}{e} + \cos \beta} = k$$

односно:

$$\phi = \arctg k \quad (2.16)$$

Убацавањем израза за израчунавање угла  $\phi$  у једначине (2.10), долази се до коначног облика једначина *еквидистанте скраћене епитрохоиде*:

$$\begin{aligned} x &= (R_b + R_a) \cdot \cos \alpha + e \cdot \cos(\alpha + \beta) - q \cdot \cos(\alpha + \phi) \\ y &= (R_b + R_a) \cdot \sin \alpha + e \cdot \sin(\alpha + \beta) - q \cdot \sin(\alpha + \phi) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Зупчаници са циклоидним профилем су своју примену нашли како код зупчастих парова са спољашњим, тако и код зупчастих парова са унутрашњим озубљењем [1].

## 2.2 ПОСТУПАК ПРОРАЧУНА ГЕОМЕТРИЈСКИХ И КИНЕМАТИЧКИХ ПАРАМЕТАРА ЦИКЛОЗУПЧАНИКА

Профил зупца циклозупчаника описан је једначинама (2.17). Поред израза датих у поглављу 2, неопходни су још неки изрази да би профил зупца био потпуно дефинисан, [1], и то:

- *Полупречник подеоног круга централног зупчаника*  

$$r = R_b + R_a \quad (2.18)$$

- *Преносни однос једноступеног циклоредуктора*  

$$u_{CR} = \frac{R_b}{R_a} \quad (2.19)$$

- *Полупречник котрљајуће кружнице*  

$$R_a = \frac{r}{u_{CR} + 1} \quad (2.20)$$

- Величина ексцентрицитета

$$e = \frac{r_2}{z_2} \quad (2.21)$$

- Полупречник непокретне кружнице

$$r_1 = r_2 \cdot \frac{z_1}{z_2} \quad (2.22)$$

- Величина еквидистантног растојања  $q$

$$q = 0,08 \cdot r \quad (2.23)$$

- Пречник теменог круга циклозупчаника

$$d_a = 2 \cdot r + 2 \cdot e - 2 \cdot q \quad (2.24)$$

- Пречник подножног круга циклозупчаника:

$$d_f = 2 \cdot r - 2 \cdot e - 2 \cdot q \quad (2.25)$$

Као и код еволвентних зупчаника, и код циклозупчаника се врши кориговање профила. За случај некоригованог профила циклозупчаника, полупречник покретне кружнице  $r_2$  једнак је полупречнику подеоног круга централног зупчаника  $r$ , односно:

$$r = r_2 \quad (2.26)$$

Кориговање профила се врши из разлога што се на тај начин добија повољнија расподела оптерећења на зупцима циклозупчаника, као и већа вредност еквивалентног радијуса кривине.

Вредности коефицијента кориговања  $\xi$  крећу се у интервалу [3]:

$$\xi = 0,15 \div 0,5 \quad (2.27)$$

Полупречник подеоног круга централног зупчаника сада се израчунава према изразу:

$$r = \frac{r_2}{(1-\xi)} \quad (2.28)$$

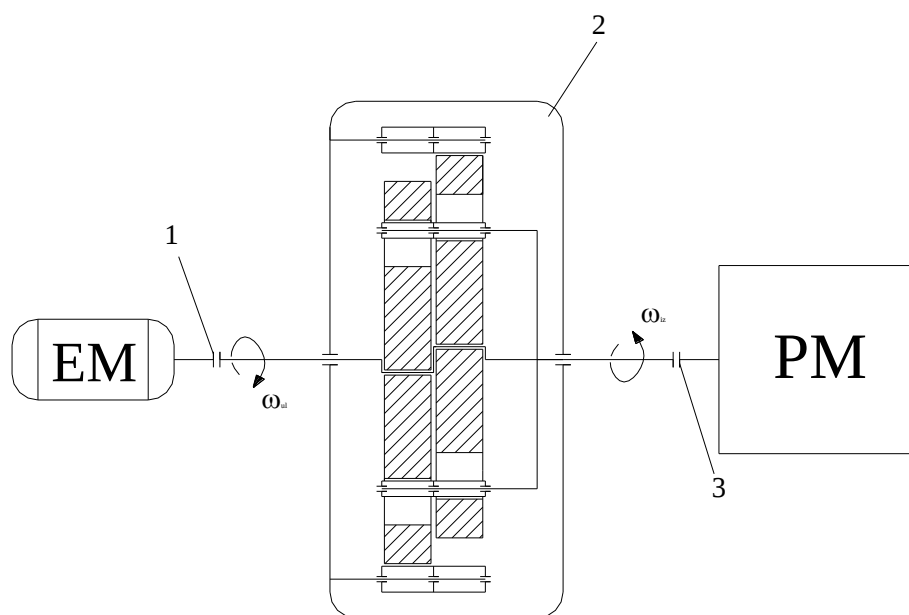
Ради лакшег сагледавања поступка дефинисања једначина профила циклозупчаника, сви неопходни изрази дати су у табели 2.1. Полази се од претпоставке да су преносни однос једностепеног циклоредуктора  $u_{CR}$  и полупречник подеоног круга централног зупчаника  $r_2$  познате величине [1].

Табела 2.3: Поступак прорачуна геометријских и кинематичких параметара циклозупчаника

| Назив величине                                                                                                                      | Израз                                                                                                                                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Преносни однос једностепеног циклоредуктора $u_{CR}$                                                                                | Усвојити према пројектном задатку                                                                                                                                                                 |
| Полупречник подеоног круга централног зупчаника $r$                                                                                 | Усвојити према габаритним ограничењима                                                                                                                                                            |
| Коефицијент кориговања $\xi$                                                                                                        | $\xi = 0,15 \div 0,5$                                                                                                                                                                             |
| Полупречник покретне кружнице $r_2$                                                                                                 | $r_2 = r \cdot (1 - \xi)$                                                                                                                                                                         |
| Број зубаца циклозупчаника $z_1$                                                                                                    | $z_1 =  u_{CR} $                                                                                                                                                                                  |
| Број ваљака централног зупчаника $z_2$                                                                                              | $z_2 = z_1 + 1$                                                                                                                                                                                   |
| Величина ексцентрицитета $e$                                                                                                        | $e = \frac{r_2}{z_2}$                                                                                                                                                                             |
| Полупречник непокретне кружнице $r_1$                                                                                               | $r_1 = r_2 \cdot \frac{z_1}{z_2}$                                                                                                                                                                 |
| Полупречник ваљка централног зупчаника $q$                                                                                          | $q = 0,08 \cdot r$                                                                                                                                                                                |
| Полупречник теменог круга циклозупчаника $d_a$                                                                                      | $d_a = 2 \cdot r + 2 \cdot e - 2 \cdot q$                                                                                                                                                         |
| Полупречник подножног круга циклозупчаника $d_f$                                                                                    | $d_f = 2 \cdot r - 2 \cdot e - 2 \cdot q$                                                                                                                                                         |
| Полупречник котрљајуће кружнице $R_a$                                                                                               | $R_a = \frac{r}{u_{CR} + 1}$                                                                                                                                                                      |
| Полупречник основне кружнице $R_b$                                                                                                  | $R_b = r - R_a$                                                                                                                                                                                   |
| Помоћни угао $\phi$                                                                                                                 | $\phi = \arctg \left( \frac{\sin \beta}{\frac{R_a}{e} + \cos \beta} \right)$                                                                                                                      |
| Угао међусобног положаја почетне и тренутне тачке додира основне и котрљајуће кружнице у односу на центар основне кружнице $\alpha$ | $\alpha = \frac{R_a}{R_b} \cdot \beta$                                                                                                                                                            |
| Једначине скраћене епитрохоиде                                                                                                      | $x = (R_b + R_a) \cdot \cos \alpha + e \cdot \cos(\alpha + \beta)$ $y = (R_b + R_a) \cdot \sin \alpha + e \cdot \sin(\alpha + \beta)$                                                             |
| Једначине еквилистанте скраћене епитрохоиде                                                                                         | $x = (R_b + R_a) \cdot \cos \alpha + e \cdot \cos(\alpha + \beta) - q \cdot \cos(\alpha + \phi)$ $y = (R_b + R_a) \cdot \sin \alpha + e \cdot \sin(\alpha + \beta) - q \cdot \sin(\alpha + \phi)$ |

### 3. АНАЛИЗА И ПРОРАЧУН ОПТЕРЕЋЕЊА КОЈА СЕ ЈАВЉАЈУ НА ЦИКЛОЗУПЧАНИКУ

Циклоредуктор представља један веома сложени систем, како са аспекта геометријске, тако и са аспекта његове кинематичке и динамичке структуре [3]. Кључни елемент циклоредуктора је свакако *циклозупчаник*, па ће из тог разлога баш он имати централно место у даљим анализама.



Слика 3.1. Шематски приказ једног преносног ланца од погонске до радне машине

Значење ознака са слике 3.1:

- 1- Улазна спојница
- 2- Једностепени циклоредуктор
- 3- Излазна спојница
- ЕМ- Електромотор
- РМ- Радна машина

Према слици 3.1, ако се занемари степен искоришћења циклоредуктора  $\eta_{CR}$ , момент на улазном вратилу циклоредуктора  $T_{ул}$  је:

$$T_{ул} = T_{ЕМ} \quad (3.1)$$

где је:

$T_{\text{ЕМ}}$  – обртни момент електромотора.

Ако се занемаре губици у лежајевима, *погонски обртни момент једног циклозупчаника*  $T_1$  израчунава се на основу израза (3.2):

$$T_1 = \frac{T_{\text{ЕМ}}}{2} \quad (3.2)$$

*Обртни момент на излазном вратилу циклоредуктора*  $T_{\text{из}}$  израчунава се према следећем изразу:

$$T_{\text{из}} = T_{\text{ул}} \cdot u_{\text{CR}} \quad (3.3)$$

где је:

$u_{\text{CR}}$  – преносни однос циклоредуктора,

$\eta_{\text{CR}}$  – степен искоришћења циклоредуктора.

*Излазни обртни момент на једном циклозупчанику*  $T_3$  према [1] дат је изразом:

$$T_3 = 0,55 \cdot T_{\text{из}} \quad (3.4)$$

Излазни обртни момент  $T_3$  се са циклозупчаника преноси на излазно вратило циклоредуктора помоћу ваљака излазног механизма.

На слици 3.2 приказан је један од циклозупчаника у захвату са одговарајућим елементима циклоредуктора (ваљцима централног зупчаника и ваљцима излазног механизма). На истој слици приказане су такође силе и обртни моменти који дејствују на поменути циклозупчаник. И на други циклозупчаник циклоредуктора, који је у односу на приказани заокренут за угао од  $180^\circ$ , дејствују иста оптерећења, па ће из тог разлога у даљим разматрањима бити третиран само један од циклозупчаника.

Једначина равнотеже обртних момената који дејствују на један циклозупчаник има следећи облик:

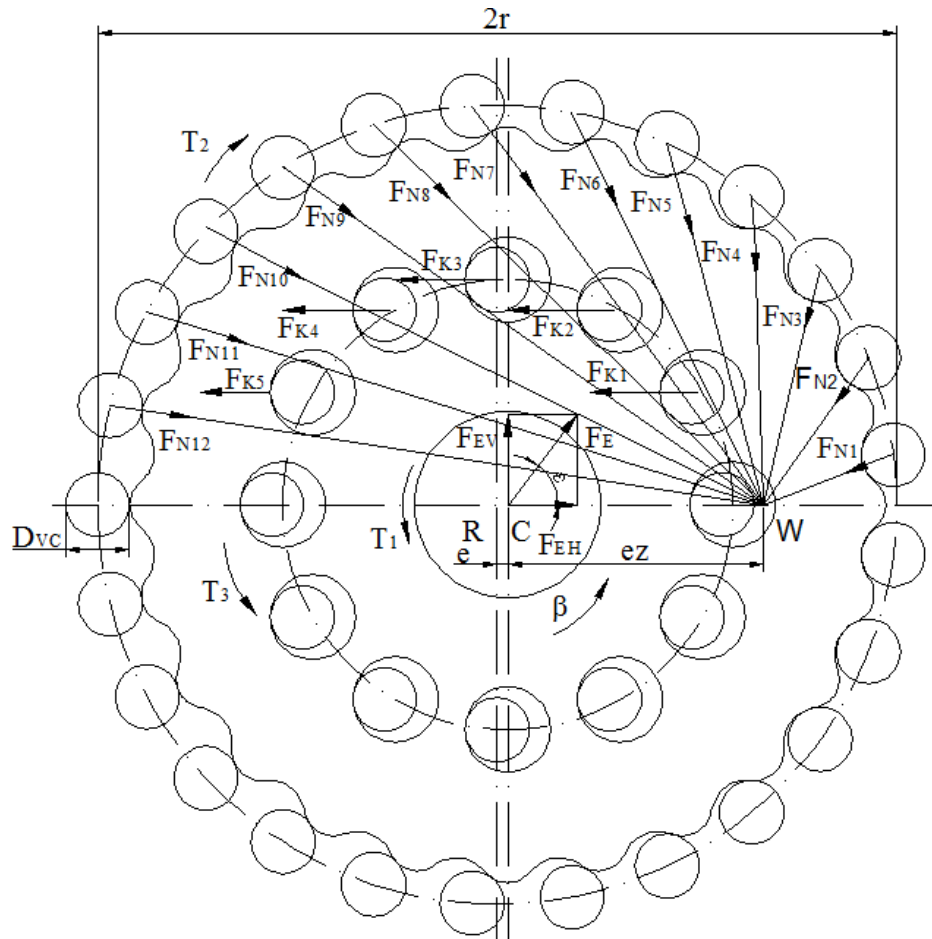
$$T_1 - T_2 + T_3 = 0 \quad (3.5)$$

где је:

$T_1$  – погонски обртни момент једног циклозупчаника дефинисан изразом (3.2),

$T_2$  – обртни момент на централном циклозупчанику који потиче од једног циклозупчаника,

$T_3$  – излазни обртни момент на једном циклозупчанику дефинисан изразом (3.4).



Слика 3.2. Распоред сила и момената који дејствују на један од циклозупчаника у почетном положају

Коришћењем израза (3.2), (3.3) и (3.4), излазни обртни момент на једном циклозупчанику може се израчунати на следећи начин:

$$T_3 = 1,1 \cdot T_1 \cdot u_{CR} \quad (3.6)$$

Вредност преносног односа једноступеног циклоредуктора  $u_{CR}$  је:

$$u_{CR} = z_1 \quad (3.7)$$

Коначни израз за израчунавање излазног обртног момента на једном циклозупчанику гласи:

$$T_3 = T_1 \cdot z_1 \quad (3.8)$$

Заменом израза (3.8) у једначину (3.5), као и коришћењем израза за израчунавање разлике броја зубаца централног зупчаника и циклозупчаника, вредност обртног момента на централном зупчанику који потиче од једног циклозупчаника одређује се на основу израза (3.9), односно:

$$T_2 = T_1 \cdot z_2 \quad (3.9)$$

На циклозупчаник делују силе приказане на слици:

- $F_E$  – Сила ексцентри (сила чија вертикална компонента  $F_{EV}$  услед ексцентричног обртања циклозупчаника ствара на њему погонски обртни момент),
- $F_N$  – Нормална сила у тренутној тачки додира зупца циклозупчаника и ваљка централног зупчаника (у даљем тексту нормална сила),
- $F_K$  – Нормална сила у тренутној тачки додира ваљка излазног механизма и отвора у циклозупчанику (у даљем тексту излазна сила, обзиром да се услед дејства ових сила излазни обртни момент  $T_3$  са циклозупчаника преко излазног механизма преноси на излазно вратило циклоредуктора).

Као што се може видети са слике 3.2, правци свих нормалних сила пролазе кроз тренутни пол обртања  $W$  који се у односу на центар циклозупчаника  $C$  налази на растојању  $e \cdot z$ , где је:

$e$ - величина ексцентрицитета,  
 $z = z_1$  - број зубаца циклозупчаника.

Ово је последица геометријског облика циклозупчаника, [1], [3].

Излазне силе су паралелне са правцем  $x$  – осе, односно хоризонталне су. Треба само нагласити да ће у даљем тексту "вертикално" увек значити нормално на правац  $x$  – осе, а "хоризонтално" паралелно са овим правцем.

Са слика 3.2 и 3.3 такође је очигледно да се овде ради о једном статички неодређеном систему сила, јер је једина позната сила вертикална компонента силе ексцентри  $F_{EV}$ . За аналитички прорачун вредности свих сила које дејствују на један циклозупчаник, коришћен је *Unterberger*–ов поступак из Теорије еластичности. Овај поступак подразумева следеће претпоставке:

- Циклозупчаник је апсолутно круто и недеформабилно тело,
- Сила ексцентри се посматра као концентрисана сила која дејствује у центру циклозупчаника  $C$  и са  $x$  – осом заклапа угао  $\varepsilon$ .

Треба нагласити и то да само једна половина зубаца циклозупчаника учествује у процесу преношења оптерећења. Међутим, коришћењем два циклозупчаника међусобно заокренута за угао од  $180^\circ$ , оптерећење се равномерно распоређује на оба циклозупчаника [3].

### 3.1 ПРОРАЧУН СИЛА КОЈЕ ДЕЛУЈУ НА ЦИКЛОЗУПЧАНИК

Аналитички поступак одређивања оптерећења која дејствују на циклозупчаник и остале елементе циклоредуктора развио је *Manfred Lenhmann* [2]. Према тој теорији претпоставља се да у процесу преношења оптерећења учествује  $(z+1/2)$  ваљака централног зупчаника. Када су у питању ваљци излазног механизма треба водити рачуна да само ваљци у истом подручју узимају учешће у преношењу оптерећења.

С обзиром да се код циклоредуктора примењује систем од по два циклозупчаника заокренута за угао од  $180^\circ$ , у процесу преношења оптерећења учествују сви ваљци централног зупчаника као и сви ваљци излазног механизма.

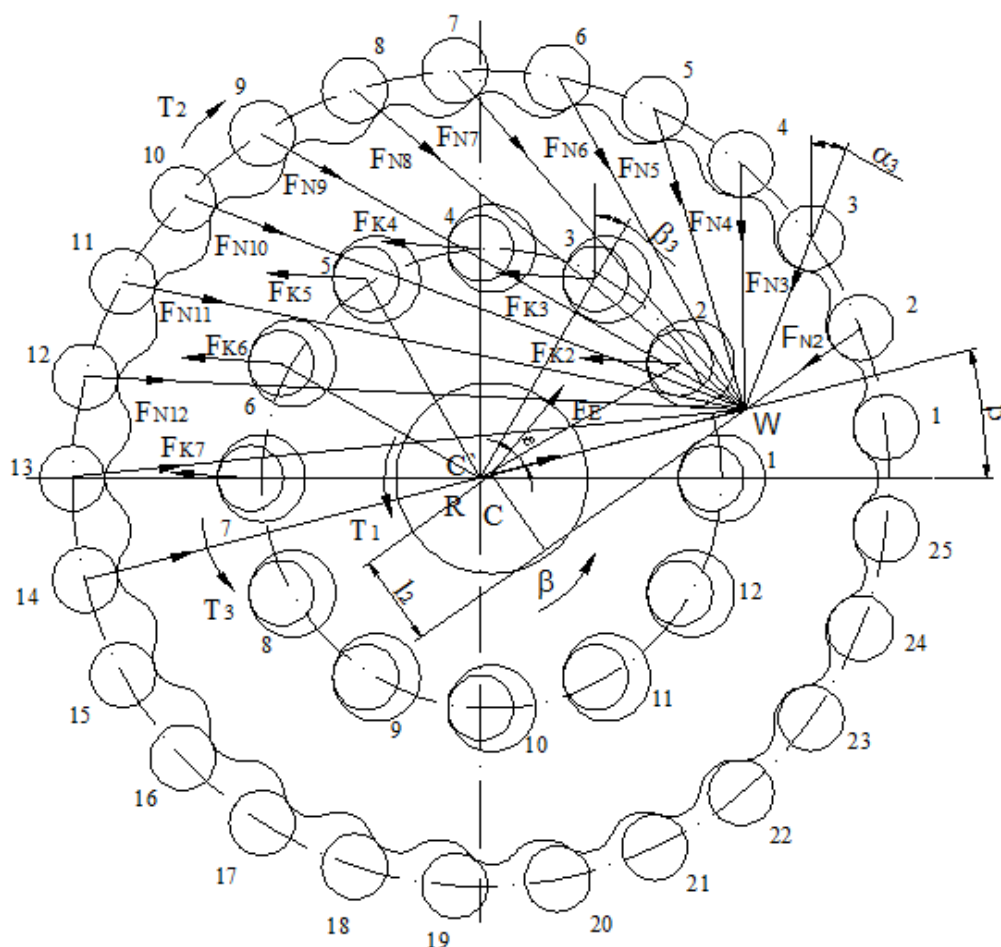
Чак и у најнеповољнијим режимима рада, када ваљак централног зупчаника или излазног механизма лежи у правцу ексцентри (правац  $R-C$ ), још увек је  $(i-1)$  ваљака централног зупчаника, односно  $(j-1)$  ваљака излазног механизма у захвату. На тај начин се краткотрајно проптерећење распоређује на више елемената и не представља опасност за елементе циклоредуктора.

Из овога се може закључити да су сви ваљци централног зупчаника у контакту са спољашњом ивицом циклозупчаника и половина њих учествује у процесу преношења оптерећења.

Међутим, у стварним конструкцијама циклоредуктора то није случај, већ између ваљака централног зупчаника и спољашње ивице циклозупчаника постоје одговарајући зазори тако да нису сви зупци циклозупчаника у контакту са одговарајућим ваљцима централног зупчаника и према томе не преносе сви оптерећење. У зависности од величине зазора оптерећење преносе један, два, три, итд. зубаца циклозупчаника [2].

У оквиру овог поглавља описан је случај прорачуна сила које делују на циклозупчаник када између зубаца циклозупчаника и ваљака централног зупчаника постоји зазор, а на основу претпоставки које је поставио *S.K. Malhotra* [1] у свом раду.

У случају идеално тачне геометрије сви излазни ваљци као и ваљаци централног зупчаника у контакту су са циклозупчаником. Међутим, само половина њих учествује у преношењу оптерећења. На слици 3.4 приказане су силе које делују на циклозупчаник који је заокренут за угао  $\beta$  у односу на нулти положај.



Слика 3.4. Распоред сила и момената који дејствују на један од циклозупчаника у општем положају

Пројектовањем сила које делују на циклозупчаник на осе  $x$  и  $y$  добијају се следеће једначине:

$$\sum X_i = 0 \Rightarrow F_E \sin(\beta + \varepsilon) - \sum_{i=1}^p F_{Ni} \sin \alpha_i + \sum_{j=1}^q F_{Kj} \sin \beta = 0 \quad (3.10)$$

$$\sum Y_i = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^p F_{Ni} \cos \alpha_i - \sum_{j=1}^q F_{Kj} \cos \beta + F_E \cos(\beta + \varepsilon) = 0 \quad (3.11)$$

Моментна једначина за тачку  $C'$  (центар циклозупчаника) има следећи облик:

$$\sum M_{C'}^{(F_i)} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^p F_{Ni} \cdot l_i - r_i \sum_{j=1}^q F_{Kj} \sin(\beta + \beta_j) = 0 \quad (3.12)$$

где су:

$F_{Ni}$  - нормална сила,

$F_{Kj}$  - излазна сила,

$F_E$  - сила ексцентри,

$\beta$  - угао заокретања циклозупчаника,

$\alpha_i$  - угао положаја тачке дејства нормалне силе  $i$ -тог ваљка централног зупчаника и циклозупчаника,

$\beta_j$  - угао који зависи од нултог положаја циклозупчаника и од угла заокретања  $\beta / z$ ,

$\varepsilon$  - угао који сила ексцентри заклапа са  $x$  – осом,

$l_i$  - нормално растојање од правца нормалне силе  $F_{Ni}$  до центра циклозупчаника,

$r_i$  - полупречник подеоног круга излазног механизма.

Погонски обртни момент једног циклозупчаника дефинисан изразом:

$$T_1 = F_E \cos(\beta + \varepsilon) \quad (3.13)$$

Такође, погонски обртни момент једног циклозупчаника може се изразити преко излазних сила  $F_{Kj}$ , као:

$$T_1 = \frac{r_i}{z} \sum_{j=1}^q F_{Kj} \sin(\beta + \beta_j) \quad (3.14)$$

Обртни момент на излазном вратилу циклоредуктора  $T_{iz}$  израчунава се према следећем изразу:

$$T_{iz} = \sum_{j=1}^q F_{Kj} \cdot r_i \quad (3.15)$$

Под претпоставком да су силе  $F_{Ni}$  и  $F_{Kj}$  пропорционалне са растојањима од центра циклозупчаника, може се написати следеће:

$$\frac{F_{Ni}}{l_i} = const \quad (3.16)$$

$$\frac{F_{Kj}}{\sin(\beta + \beta_j)} = const \quad (3.17)$$

Величине угла  $\alpha_i$  и нормалног растојања  $l_i$  се израчунавају према слици 3.5, а на основу следећих израза. На слици 3.5 може се уочити троугао  $\Delta WAC'$ .

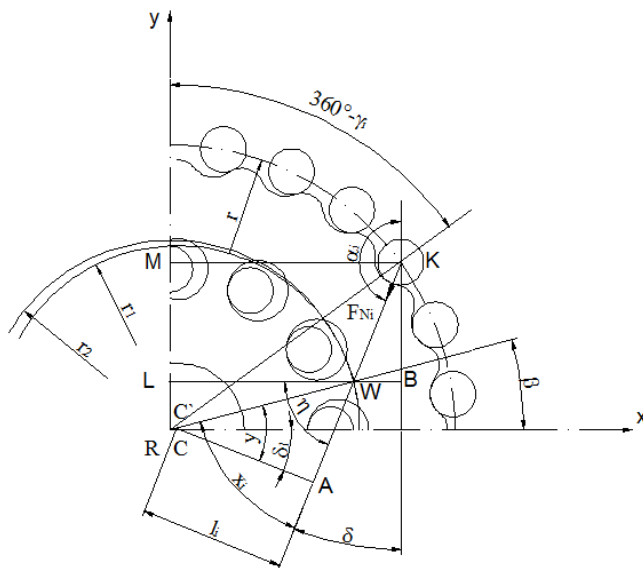
$$\begin{aligned} \sin \alpha_i &= \frac{l_i}{r_1} \\ l_i &= r_1 \cdot \sin \alpha_i \end{aligned} \quad (3.18)$$

где су:

$x_i$  - помоћни угао,

$l_i$  - нормално растојање од правца нормалне силе  $F_{Ni}$  до центра циклозупчаника,

$r_1$  - полупречник непокретне кружности.



Слика 3.5 Општи положај циклозупчаника

$$\begin{aligned} x_i + y + 90 &= 180 \\ x_i + y &= 90 \end{aligned} \quad (3.19)$$

где је:

$y$  - помоћни угао

$$\begin{aligned} \alpha_i + \delta &= 180 \\ \delta &= 180 - \alpha_i \\ \delta + \eta &= \delta_1 + \eta = 90 \\ \eta &= 90 - \delta_1 = 90 - \delta \end{aligned} \quad (3.20)$$

$\delta = \delta_1$  - углови са нормалним крацима,

$\eta$  - помоћни угао,

$\alpha_3$  - угао положаја тачке дејства нормалне силе  $F_{Ni}$

$$\begin{aligned} \eta &= 90 - (180 - \alpha_i) = \alpha_i - 90 \\ y &= \delta + \beta = 180 - \alpha_i + \beta \end{aligned} \quad (3.21)$$

$\beta$  - угао заокретања и тај угао је познат.

$$x_i = 90 - y = 90 - 180 - \alpha_i + \beta = \beta - 90 - \alpha_i \quad (3.22)$$

Ако се у једначини (3.18) замени вредност за  $x_i$ , добија се нова једначина помоћу које се може одредити нормално растојање  $l_i$ :

$$l_i = r_1 \cdot \sin(\beta - 90 - \alpha_i) \quad (3.23)$$

За одређивање угла  $\alpha_i$ , користе се троуглови  $\Delta KBW$ ,  $\Delta WLR$ ,  $\Delta RKM$ :

$$\begin{aligned} \delta &= 180 - \alpha_i \\ \operatorname{tg} \delta &= \operatorname{tg}(180 - \alpha_i) = -\operatorname{tg} \alpha_i \end{aligned} \quad (3.24)$$

На основу тригонометријских функција можа се написати следеће:

$$\operatorname{tg} \delta = -\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{\overline{WB}}{\overline{KB}} = \frac{\overline{LB} - \overline{LW}}{\overline{RM} - \overline{RL}} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \overline{KM} &= r \cdot \sin(360 - \gamma_i) = \overline{LB} \\ \overline{LW} &= r_2 \cdot \cos \beta \\ \overline{RM} &= \cos(360 - \gamma_i) \\ \overline{RL} &= r_2 \cdot \sin \beta \end{aligned} \quad (3.26)$$

где су:

$\gamma_i$  - угао положаја трећег ваљка централног зупчаника од вертикалне осе (смер казаљке на сату),

$r_2$  - полупречник покретне кружнице,

$r$  - полупречник подеоног круга централног зупчаника.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta &= \frac{r \cdot \sin(360 - \gamma_i) - r_2 \cdot \cos \beta}{r \cdot \cos(360 - \gamma_i) - r_2 \cdot \sin \beta} = \frac{-r \cdot \sin \gamma_i - r_2 \cdot \cos \beta}{r \cdot \cos \gamma_i - r_2 \cdot \sin \beta} \\ \operatorname{tg} \alpha_i &= -\left( \frac{-r \cdot \sin \gamma_i - r_2 \cdot \cos \beta}{r \cdot \cos \gamma_i - r_2 \cdot \sin \beta} \right) / \cdot \frac{r_2}{r} \\ \operatorname{tg} \alpha_i &= \frac{\frac{r}{r_2} \cdot \sin \gamma_i + \cos \beta}{\frac{r}{r_2} \cdot \cos \gamma_i - \sin \beta} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Силе на циклозупчанику се лако могу израчунати из једначина 3.10 – 3.16.

## 4. ПРОРАЧУН ЦИКЛОРЕДУКТОРА

### 4.1 ПОЛАЗНИ ПОДАЦИ

Преносни однос циклоредуктора

$$u_{CR} = 24$$

Степен искоришћења циклоредуктора

$$\eta_{CR} = 0,94$$

Степен искоришћења улазне и излазне спојнице

$$\eta_s = 1$$

Полупречник подеоног круга централног зупчаника  $r$

$$r = 75mm$$

Електромотор

Усвајам електромотор компаније MOTOVARIO ознаке 100LA2 следећих карактеристика [4]:

$$P_{EM} = 3kW$$

$$n_{EM} = 2860 \text{ min}^{-1}$$

$$M_{EM} = 10Nm$$

Напомена: Параметар за усвајање електромотора био је обртни момент који је дефинисан попоставком задатка дат у литератури [3].

### 4.2 ПРОРАЧУН ВРЕДНОСТИ БРОЈЕВА ОБРТАЈА, УГАОНИХ БРЗИНА, СНАГА И ОБРТНИХ МОМЕНАТА НА ПОЈЕДИНИМ ЕЛЕМЕНТИМА

Снага на улазном вратилу циклоредуктора

$$P_{ul} = P_{EM} \cdot \eta_s = 3 \cdot 1 = 3kW$$

Угаона брзина електромотора

$$\omega_{EM} = \frac{\pi \cdot n_{EM}}{30} = \frac{\pi \cdot 2860}{30} = 299,35$$

Обртн момент електромотора

$$T_{EM} = \frac{P_{EM}}{\omega_{EM}} = T_{ul} = \frac{3000}{299,35} = 10,021 Nmm = 10 Nmm$$

Број обртаја излазног вратила циклоредуктора

$$n_{iz} = \frac{n_{EM}}{u_{CR}} = \frac{2860}{24} = 119,17 \text{ min}^{-1}$$

Угаона брзина излазног вратила циклоредуктора

$$\omega_{iz} = \frac{\pi \cdot n_{iz}}{30} = \frac{\pi \cdot 119,17}{30} = 12,47$$

Снага на излажном вратилу циклоредуктора

$$P_{iz} = P_{ul} \cdot \eta_{CR} = 3 \cdot 0,94 = 2,84 kW$$

Обртни момент на излажном вратилу циклоредуктора

$$T_{iz} = T_{ul} \cdot \eta_{CR} \cdot u_{CR} = 225,6 Nmm$$

Излазни обртни момент на једном од циклозупчаника

$$T_3 = 0,55 \cdot T_{iz} = 124,08 Nmm$$

## 4.3 ПРОРАЧУН ПРЕЧНИКА УЛАЗНОГ И ИЗЛАЗНОГ ВРАТИЛА ЦИКЛОРЕДУКТОРА

### 4.3.1 УЛАЗНО ВРАТИЛО ЦИКЛОРЕДУКТОРА

Материјал улазног вратила

Усвојен челик је Č0545 са следећим карактеристикама

Затезна чврстоћа  $R_m = 550 MPa$

Граница течења  $R_e = 300 MPa$

Трајна динамичка чврстоћа при наизменично променљивом оптерећењу на увијање

$$\tau_{Du(0)} = 195 MPa$$

Фактор  $K$

$$K = 2,6$$

Степен сигурности

$$S = 2$$

Дозвољени напон на увијање

$$\tau_{doz} = \frac{\tau_{Du(0)}}{K \cdot S} = 37,5 \text{ MPa}$$

Прорачунски пречник улазног вратила циклоредуктора

$$d_{u11} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot T_{EM}}{\tau_{doz}}} = 2,37 \text{ mm}$$

Клин улазног вратила

$$b = 5 \text{ mm}$$

$$h = 5 \text{ mm}$$

$$t = 2,9 \text{ mm}$$

Стандардни пречник улазног вратила циклоредуктора

$$d_{ulst} = 15 \text{ mm}$$

### 4.3.2 ИЗЛАЗНО ВРАТИЛО ЦИКЛОРЕДУКТОРА

Материјал излазног вратила

Усвојен је челик Č0545 са следећим карактеристикама

Затезна чврстоћа  $R_m = 550 \text{ MPa}$

Граница течења  $R_e = 300 \text{ MPa}$

Трајна динамичка чврстоћа при наизменишно променљивом оптерећењу на увијање

$$\tau_{Du(0)} = 195 \text{ MPa}$$

Фактор

$$K = 2,6$$

Степен сигурности

$$S = 2$$

Дозвољени напон на увијање

$$\tau_{doz} = \frac{\tau_{Du(0)}}{K \cdot S} = 37,5 \text{ MPa}$$

Прорачунски пречник излазног вратила циклоредуктора

$$d_{u11} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot T_{EM}}{\tau_{doz}}} = 3,1 \text{ mm}$$

Клин излазног вратила

$$b = 10mm$$

$$h = 8mm$$

$$t = 4,7mm$$

Стандардни пречник излазног вратила циклоредуктора

$$d_{ulst} = 32mm$$

#### **4.4 ПРОРАЧУН ПАРАМЕТАРА ПОТРЕБНИХ ЗА ДЕФИНИСАЊЕ ПРОФИЛА ЦИКЛОЗУПЧАНИКА – ЕКВИДИСТАНТЕ СКРАЋЕНЕ ЕПИТРОХОИДЕ**

Величина ексцентрицитета

$$e = 2mm$$

Полупречник покретне кружнице

$$r_2 = 50mm$$

Полупречник ваљка централног зупчаника

$$q = 0,08 \cdot r = 6mm$$

Број зубаца циклозупчаника

$$z_1 = u_{CR} = 24$$

Број зубаца (ваљака) централног циклозупчаника

$$z_2 = z_1 + 1 = 25$$

Полупречник непокретне кружнице

$$r_1 = 48mm$$

Пречник теменог круга циклозупчаника

$$d_a = 2 \cdot r + 2 \cdot e - 2 \cdot q = 142mm$$

Пречник подножног круга циклозупчаника

$$d_f = 2 \cdot r - 2 \cdot e - 2 \cdot q = 134mm$$

Полупречник котрљајуће кружнице

$$R_a = \frac{r}{u_{CR} + 1} = 3mm$$

Полупречник основне кружнице

$$R_b = r - R_a = 72mm$$

Помоћни угао

$$\phi = \arctg \left( \frac{\sin \beta}{\frac{R_a}{e} + \cos \beta} \right) = \arctg \left( \frac{\sin \beta}{\frac{3}{2} + \cos \beta} \right) = \arctg \left( \frac{\sin \beta}{1,5 + \cos \beta} \right)$$

Угао међусобног положаја почетне и тренутне тачке додира основне и котрљајуће кружнице у односу на центар основне кружнице

$$\alpha = \frac{R_a}{R_b} \cdot \beta$$

Једначине скраћене епитрохоиде

$$x = (R_a + R_b) \cdot \cos \alpha + e \cdot \cos(\alpha + \beta)$$

$$y = (R_a + R_b) \cdot \sin \alpha + e \cdot \sin(\alpha + \beta)$$

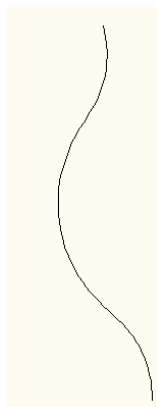
Једначине еквидистантне скраћене епитрохоиде

$$x = (R_a + R_b) \cdot \cos \alpha + e \cdot \cos(\alpha + \beta) - q \cos(\alpha + \phi)$$

$$y = (R_a + R_b) \cdot \sin \alpha + e \cdot \sin(\alpha + \beta) - q \sin(\alpha + \phi)$$

Табела 4.1: Параметри за дефинисање профила циклозупчаника

| $\beta$ | $\beta$ [rad] | $\phi$       | $\alpha$    | x           | y           |
|---------|---------------|--------------|-------------|-------------|-------------|
| 0       | 0             | 0            | 0           | 71          | 0           |
| 20      | 0,34907       | 0,139283785  | 0,014545747 | 70,93215058 | 0,88286298  |
| 40      | 0,69813       | 0,276399315  | 0,029091077 | 70,74011828 | 1,706550222 |
| 60      | 1,0472        | 0,408638757  | 0,043636824 | 70,45536154 | 2,423669814 |
| 80      | 1,39626       | 0,531860006  | 0,058182154 | 70,11977248 | 3,009300673 |
| 100     | 1,74533       | 0,638679887  | 0,072727901 | 69,76757651 | 3,471553458 |
| 120     | 2,0944        | 0,713725079  | 0,087273648 | 69,3914432  | 3,867198472 |
| 140     | 2,44346       | 0,719274842  | 0,101818978 | 68,86822008 | 4,355078265 |
| 160     | 2,79253       | 0,548039525  | 0,116364725 | 67,8229935  | 5,469337735 |
| 180     | 3,14159       | 5,30718E-06  | 0,130910055 | 66,42671856 | 8,745916844 |
| 200     | 3,49066       | -0,548043985 | 0,145455802 | 66,92730533 | 12,27233901 |
| 220     | 3,83972       | -0,71927401  | 0,160001132 | 67,64847669 | 13,61912897 |
| 240     | 4,18879       | -0,713724408 | 0,174546879 | 68,02759777 | 14,2258316  |
| 260     | 4,53786       | -0,638678616 | 0,189092626 | 68,28850336 | 14,70535124 |
| 280     | 4,88692       | -0,53186178  | 0,203637956 | 68,5090412  | 15,24299718 |
| 300     | 5,23599       | -0,408637028 | 0,218183703 | 68,68161417 | 15,89555218 |
| 320     | 5,58505       | -0,276401371 | 0,232729034 | 68,77104541 | 16,6619169  |
| 340     | 5,93412       | -0,139281922 | 0,24727478  | 68,74332999 | 17,50726275 |
| 360     | 6,28319       | 1,87713E-06  | 0,261820527 | 68,58034567 | 18,37760015 |



Слика 4.1: Профил циклозупчаника

#### 4.5 ПРОРАЧУН ДИМЕНЗИЈА ЕКСЦЕНТАР ЧАУРЕ И ЛЕЖАЈЕ-ВА ЦИКЛОЗУПЧАНИКА

Минимална дебљина зида ексцентар чауре

$$\delta_{ec} = 3,5mm$$

Унутрашњи пречник лежаја циклозупчаника

$$d_{CZ} = d_{ulst} + 2 \cdot e + 2 \cdot \delta_{ec} = 28mm$$

За лежај циклозупчаника усвојен је K26x30x13

Спољашњи пречник лежаја

$$D_{CZ} = 35mm$$

Ширина лежаја

$$B_{CZ} = 16mm$$

Полупречник подеоног круга излазног механизма

$$R_{Oiz} = \frac{D_{CZ}}{2} + \frac{d_f - D_{CZ}}{4} = 42,25mm$$

#### 4.6 ОДРЕЂИВАЊЕ ШИРИНЕ ЦИКЛОЗУПЧАНИКА

Херцов израз за контактни напон

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_{N \max}}{b \cdot \rho_{ek}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \left( \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right)}} \leq \sigma_{Hd}$$

За материјал циклозупчаника, као и за ваљке централног зупчаника и излазног механизма усвојен је челик Č4320

Динамичка издржљивост бока

$$\sigma_{H\lim} = 450\text{MPa}$$

Дозвољени критични напон на зупцу циклозупчаника

$$\sigma_{Hd} = \frac{\sigma_{H\lim}}{S_H} = 346,153\text{MPa}$$

Степен сигурности

$$S_H = 1,3$$

Поасонови коефицијенти

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu = 0,3$$

Модули еластичности

$$E_1 = E_2 = E = 2,1 \cdot 10^5 \text{MPa}$$

Максимална вредност силе спрезања

$$F_{N\max} = \frac{4 \cdot T_3}{r_1 \cdot z_2} = 0,4136\text{N}$$

Еквивалентни радијус кривине у тачки додир

$$\rho_{ek} = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = 5,507\text{mm}$$

Радијус кривине ваљка централног циклозупчаника

$$\rho_1 = q = 6\text{mm}$$

Радијус кривине циклозупчаника

$$\rho_2 = \rho_0 - q = 67,12\text{mm}$$

Радијус кривине центра ваљка централног зупчаника

$$\rho_0 = \frac{r \cdot \left[ 1 + (1 - \xi)^2 - 2 \cdot (1 - \xi) \cdot \cos\left(\frac{z_1 \cdot \beta_1}{z_2}\right) \right]^{\frac{3}{2}}}{(z_2 + 1) \cdot (1 - \xi) \cdot \cos\left(\frac{z_1 \cdot \beta_1}{z_2}\right) - z_2 \cdot (1 - \xi)^2 - 1} = 73,12$$

Потребна ширина циклозупчаника

$$b_{CZ} = \frac{F_{N\max} \cdot E}{5,72 \cdot \rho_{ek} \cdot \sigma_{Hd}^2} = 0,013\text{mm}$$

Усвајам ширину зупчаника  $b_{CZ} = 16\text{mm}$

## 4.7 ПРОРАЧУН ПРЕЧНИКА ВАЉКА И ОСОВИНИЦЕ ЦЕНТРАЛНОГ ЗУПЧАНИКА

Пречник ваљка централног зупчаника

$$D_0 = 2 \cdot q = 12mm$$

Пречник осовинице централног циклозупчаника

$$d_0 = 8mm$$

Материјал ваљка и осовинице централног циклозупчаника

$$\text{Ћ4320} \quad R_e = 450MPa$$

Површински притисак на додирној површини ваљка и осовинице

$$p = \frac{F_{N \max}}{b_{CZ} \cdot d_0} = 0,003225MPa$$

Критична вредност површинског притиска

$$p_T = 1,2 \cdot R_e = 540MPa$$

Степен сигурности при површинском притиску

$$S_{T \min} = 2 \quad S_T = \frac{p_T}{p} = 167441,86$$

Степен сигурности против разарања при смицању

$$S_{\tau \min} = 1,5 \quad S_{\tau} = \frac{[\tau]}{\tau} = \frac{360}{0,0041} = 87804,87$$

Критични напон при смицању

$$[\tau] = 0,8 \cdot R_e = 360MPa$$

Напон на смицање

$$\tau = \frac{F_{N \max}}{i \cdot A_0} = 0,0041MPa$$

Број пресека изложених смицању

$$i = 2$$

Површина смицања

$$A_0 = \frac{d_0^2 \cdot \pi}{4} = 50,24mm^2$$

## 4.8 ПРОРАЧУН ПРЕЧНИКА ВАЉКА И ОСОВИНИЦЕ ИЗЛАЗНОГ МЕХАНИЗМА

Пречник осовинице излазног механизма

$$d_{VK} \geq \frac{4 \cdot F_{K \max}}{\tau_{doz} \cdot \pi} = 0,01mm \Rightarrow d_{VK} = 8mm$$

Максимална вредност излазне силе

$$F_{K \max} = 1,35 \cdot \frac{4 \cdot T_3}{R_{0iz} \cdot u} = 0,98N$$

Број ваљака излазног механизма

$$u = 12$$

Материјал осовинице и ваљака излазног механизма

$$\check{C}4320 \quad R_e = 450MPa$$

Дозвољени напон на смицање

$$\tau_{doz} = \frac{[\tau]}{S_\tau} = 120MPa$$

Критични напон при смицању

$$[\tau] = 0,8 \cdot R_e = 360MPa$$

Степен сигурности против разарања при смицању

$$S_\tau = 3$$

Пречник ваљака излазног механизма

$$D_{VK} = 12mm$$

Пречник отвора у циклозупчанику

$$D_{OCZ} = D_{VK} + 2 \cdot e = 16mm$$

Степен сигурности при површинском притиску

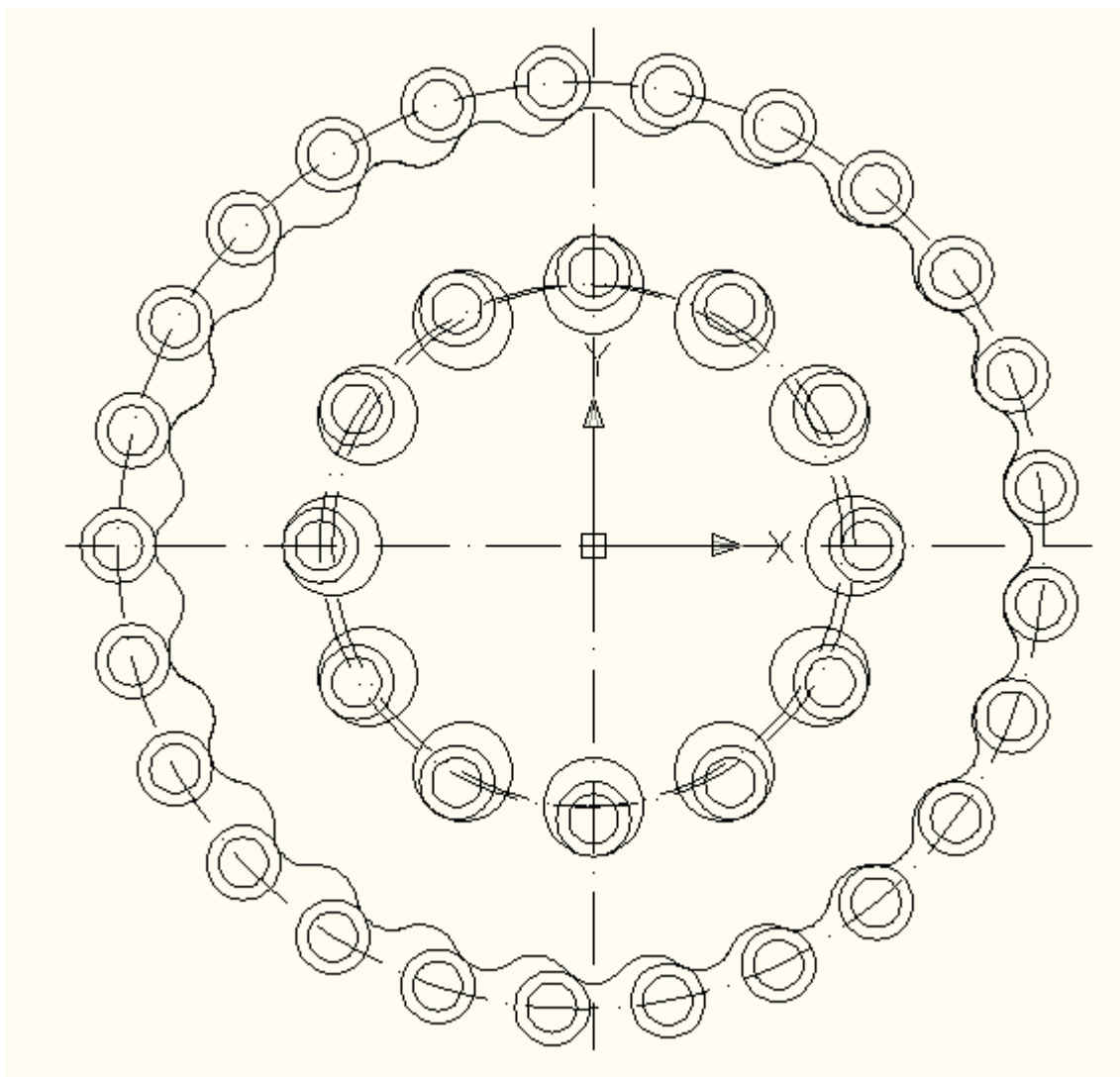
$$S_{T \min} = 2 \quad S_T = \frac{p_T}{p} = 70129,87$$

Критична вредност при површинском притиску

$$p_T = 1,2 \cdot R_e = 540MPa$$

Површински притисак на додирним површинама осовинице и ваљака

$$p = \frac{F_{K \max}}{b_{CZ} \cdot d_{VK}} = 0,0077MPa$$



Слика 4.2: Циклозупчаник у спреси са ваљцима централног зупчаника и ваљцима излазног механизма

## 5. ПРОРАЧУН СИЛА НА ЦИКЛОЗУПЧАНИКУ НОВОПРОЈЕКТОВАНОГ ЈЕДНОСТЕПЕНОГ ЦИКЛОРЕДУКТОРА

У овом поглављу су приказани резултати прорачуна сила на циклозупчанику новопроектваног циклоредуктора представљеног у овом раду. Претходни прорачун димензија основних елемената циклоредуктора описан у претходном поглављу урађен је за случај када су сви зупци циклозупчаника у контакту са одговарајућим ваљцима централног зупчаника.

У оквиру овог рада разматра се случај расподеле оптерећења када између зубаца циклозупчаника и ваљака централног зупчаника постоје зазори, према претпоставкама које је поставио *С. К. Малхотра [1]*. Према томе, неопходно је израчунати вредности нормалне силе  $F_N$  као и силе  $F_K$  за случајеве заокретања циклозупчаника за  $0^\circ; 9^\circ; 12^\circ; 15^\circ; 30^\circ; 60^\circ$ .

На слици 5.1 приказан је циклозупчаник у току процеса спрезања са ваљцима непокретног централног зупчаника и ваљцима излазног механизма.

Вредности обртног момента на циклозупчанику  $T_1$  износи:

$$T_1 = 5Nmm$$

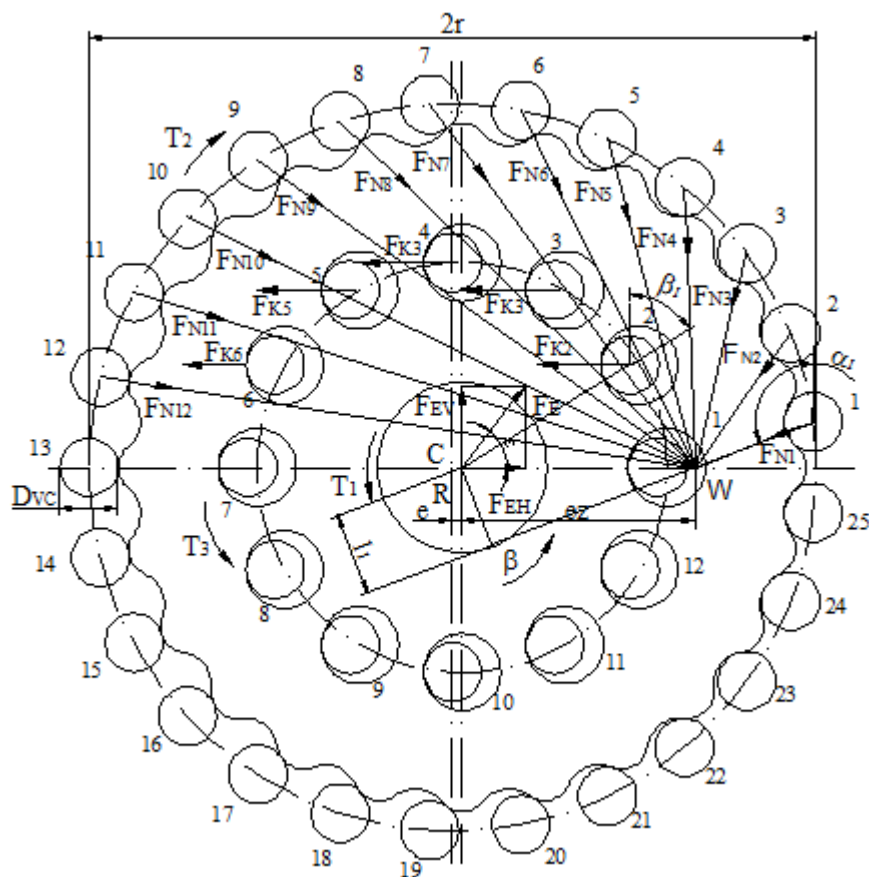
Вредности одговарајућих нормалних растојања нормалних сила  $F_{Ni}$  од центра циклозупчаника  $C'$ , углови положаја ваљака централног зупчаника и углови положаја тачке дејства нормалне силе  $F_{Ni}$  представљене су у табели 5.1, а израчунате су на основу једначина (3.20) и (3.22).

Угао  $\beta_j$  зависи од нултог положаја циклозупчаника и од угла заокретања  $\beta / z$ .

|                      |                         |                         |                         |
|----------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $\beta_1 = 0^\circ$  | $\beta_2 = 60^\circ$    | $\beta_3 = 30^\circ$    | $\beta_4 = 90^\circ$    |
| $\beta_5 = 30^\circ$ | $\beta_6 = 60^\circ$    | $\beta_7 = 90^\circ$    | $\beta_8 = 60^\circ$    |
| $\beta_9 = 30^\circ$ | $\beta_{10} = 90^\circ$ | $\beta_{11} = 30^\circ$ | $\beta_{12} = 60^\circ$ |

Табела 5.1. Величине углова  $\gamma_i$ ,  $\alpha_i$  и растојања  $l_i$  за одређене ваљке централног зупчаника

| i  | $\gamma_i$ | $\alpha_i$ | $l_i$ |
|----|------------|------------|-------|
| 1  | 7,2        | 152,666    | 13,03 |
| 2  | 21,6       | 150,6081   | 14,68 |
| 3  | 36         | 148,2856   | 16,52 |
| 4  | 50,4       | 145,3496   | 18,8  |
| 5  | 64,8       | 140,8773   | 22,19 |
| 6  | 79,2       | 130,9437   | 29,19 |
| 7  | 93,6       | 71,08831   | 47,61 |
| 8  | 108        | 167,4222   | 0,84  |
| 9  | 122,4      | 154,64     | 11,43 |
| 10 | 136,8      | 148,6384   | 16,25 |
| 11 | 151,2      | 143,7608   | 20,02 |
| 12 | 165,6      | 138,4207   | 24    |
| 13 | 180        | 131,224    | 29    |
| 14 | 194,4      | 119,5663   | 36,14 |
| 15 | 208,8      | 97,30543   | 45,4  |
| 16 | 223,2      | 58,15738   | 45,04 |
| 17 | 237,6      | 22,86564   | 27,19 |
| 18 | 252        | 4,367233   | 13,24 |
| 19 | 266,4      | 174,6633   | 5,2   |
| 20 | 280,8      | 168,68     | 0,2   |
| 21 | 295,2      | 164,556    | 3,24  |
| 22 | 309,6      | 161,4374   | 5,84  |
| 23 | 324        | 158,8976   | 7,94  |
| 24 | 338,4      | 156,6941   | 9,75  |
| 25 | 352,8      | 154,6675   | 11,41 |



Слика 5.1. Оптерећен циклозупчаник

Почетне једначине су изведене у претходном поглављу уз претпоставке које је поставио С. К. Малхотра [1] претстављају услове равнотеже. Такође, су дати и додатни услови који ће бити примењени у даљем тексту за прорачун сила на циклозупчанику.

$$\begin{aligned}\Sigma X_i = 0 &\Rightarrow F_E \cdot \sin(\beta + \varepsilon) - \Sigma F_{Ni} \cdot \sin \alpha_i + \Sigma F_{Kj} \cdot \sin \beta = 0 \\ \Sigma Y_i = 0 &\Rightarrow F_E \cdot \cos(\beta + \varepsilon) + \Sigma F_{Ni} \cdot \cos \alpha_i - \Sigma F_{Kj} \cdot \cos \beta = 0 \\ \Sigma M_C^{F_i} = 0 &\Rightarrow \Sigma F_{Ni} \cdot l_i - r_i \cdot \Sigma F_{Kj} \cdot \sin(\beta + \beta_j) = 0\end{aligned}\quad (5.1)$$

Додатни услови су:

$$\begin{aligned} \frac{F_{Ni}}{l_i} &= const. \\ \frac{F_{Kj}}{\sin(\beta + \beta_j)} &= const. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Једначине равнотеже за случај приказан на слици 5.1.

$$F_E \cdot \sin(\beta + \varepsilon) - F_{N2} \cdot \sin \alpha_2 - F_{N3} \cdot \sin \alpha_3 - F_{N4} \cdot \sin \alpha_4 - F_{N5} \cdot \sin \alpha_5 - F_{N6} \cdot \sin \alpha_6 - \\ - F_{N7} \cdot \sin \alpha_7 - F_{N8} \cdot \sin \alpha_8 - F_{N9} \cdot \sin \alpha_9 - F_{N10} \cdot \sin \alpha_{10} - F_{N11} \cdot \sin \alpha_{11} - F_{N12} \cdot \sin \alpha_{12} - \\ - (F_{K2} + F_{K3} + F_{K4} + F_{K5} + F_{K6}) \cdot \sin \beta = 0 \quad (5.3)$$

$$F_E \cdot \cos(\beta + \varepsilon) + F_{N2} \cdot \cos \alpha_2 + F_{N3} \cdot \cos \alpha_3 + F_{N4} \cdot \cos \alpha_4 + F_{N5} \cdot \cos \alpha_5 + F_{N6} \cdot \cos \alpha_6 + \\ + F_{N7} \cdot \cos \alpha_7 + F_{N8} \cdot \cos \alpha_8 + F_{N9} \cdot \cos \alpha_9 + F_{N10} \cdot \cos \alpha_{10} + F_{N11} \cdot \cos \alpha_{11} + F_{N12} \cdot \cos \alpha_{12} + \\ + (F_{K2} + F_{K3} + F_{K4} + F_{K5} + F_{K6}) \cdot \cos \beta = 0 \quad (5.4)$$

$$F_{N1} \cdot l_1 + F_{N2} \cdot l_2 + F_{N3} \cdot l_3 + F_{N4} \cdot l_4 + F_{N5} \cdot l_5 + F_{N6} \cdot l_6 + F_{N7} \cdot l_7 + F_{N8} \cdot l_8 + F_{N9} \cdot l_9 + F_{N10} \cdot l_{10} + \\ + F_{N11} \cdot l_{11} + F_{N12} \cdot l_{12} - (F_{K2} + F_{K3} + F_{K4} + F_{K5} + F_{K6}) \cdot R_{Oiz} \cdot \sin(\beta + \beta_j) = 0 \quad (5.5)$$

Из моментне једначине 5.5 следи да је:

$$\Sigma F_{Ni} \cdot l_i = R_{Oiz} \cdot \Sigma F_{Kj} \cdot \sin(\beta + \beta_j) \quad (5.6)$$

Изједначавањем једначина добија се

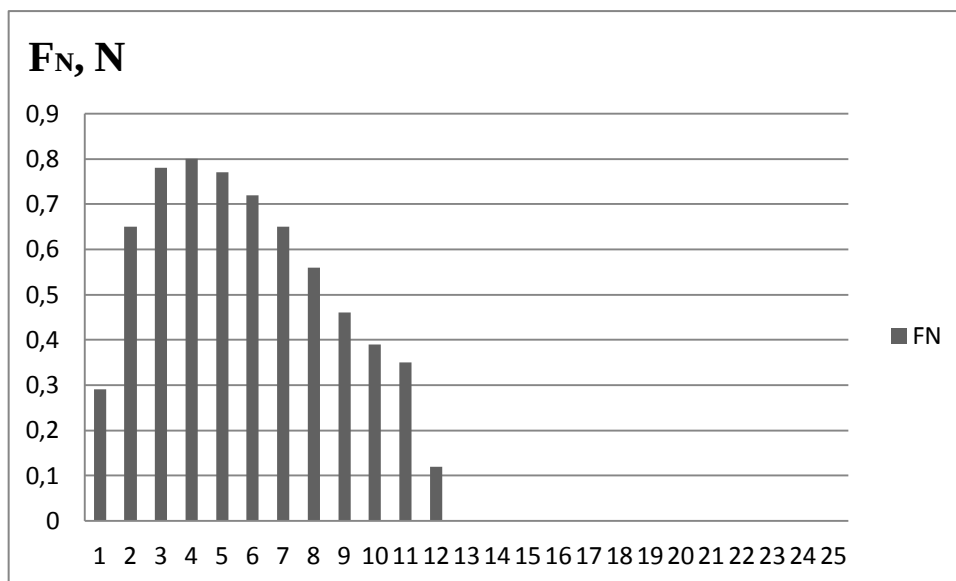
$$\Sigma F_{Kj} \cdot \sin(\beta + \beta_j) = T_1 \cdot z \quad (5.7)$$

$$\Sigma F_{Ni} \cdot l_i = T_1 \cdot z \quad (5.8)$$

Коришћењем додатних услова и горње једначине добија се једначина са једном непознатом величином која се лако решава.

$$F_{N1} \cdot l_1 + F_{N1} \cdot \frac{l_2^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_3^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_4^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_5^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_6^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_7^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_8^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_9^2}{l_1} + \\ + F_{N1} \cdot \frac{l_{10}^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_{11}^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_{12}^2}{l_1} = T_1 \cdot z \quad (5.9)$$

Решавањем горње једначине добија се да је сила  $F_{N1} = 0,29N$ . Вредности осталих сила се лако могу израчунати и оне су приказане на слици 5.2.



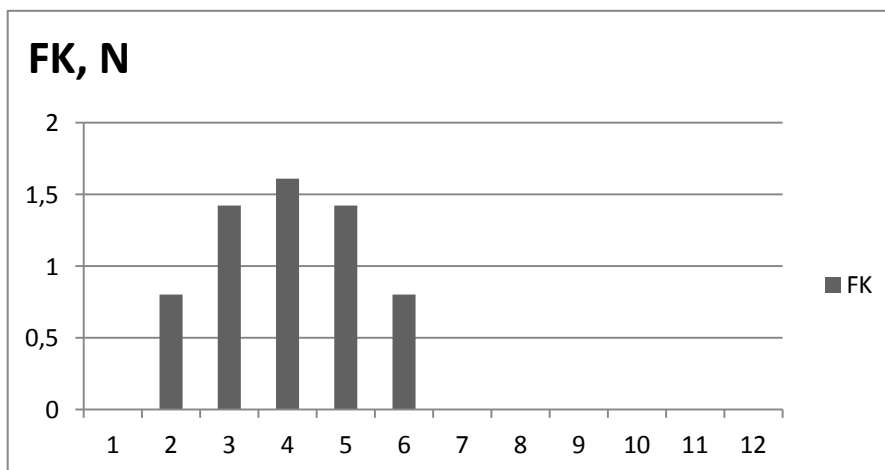
Слика 5.2. Резултати нормалних сила за угао заокретања  $\beta = 0^\circ$  и  $\beta = 15^\circ$

За рачунање излазних сила на циклозупчанику користи се исти поступак као и за нормалне силе. Из додатног услова остале силе се изразе преко једне и тиме се једначина своди на једну непознату величину и такву једначину је лако решити.

$$F_{K2} \cdot \sin(\beta + \beta_2) + F_{K2} \cdot \frac{\sin(\beta + \beta_2)}{\sin(\beta + \beta_3)} + F_{K2} \cdot \frac{\sin(\beta + \beta_2)}{\sin(\beta + \beta_4)} + F_{K2} \cdot \frac{\sin(\beta + \beta_2)}{\sin(\beta + \beta_5)} + F_{K2} \cdot \frac{\sin(\beta + \beta_2)}{\sin(\beta + \beta_6)} = T_1 \cdot z \quad (5.10)$$

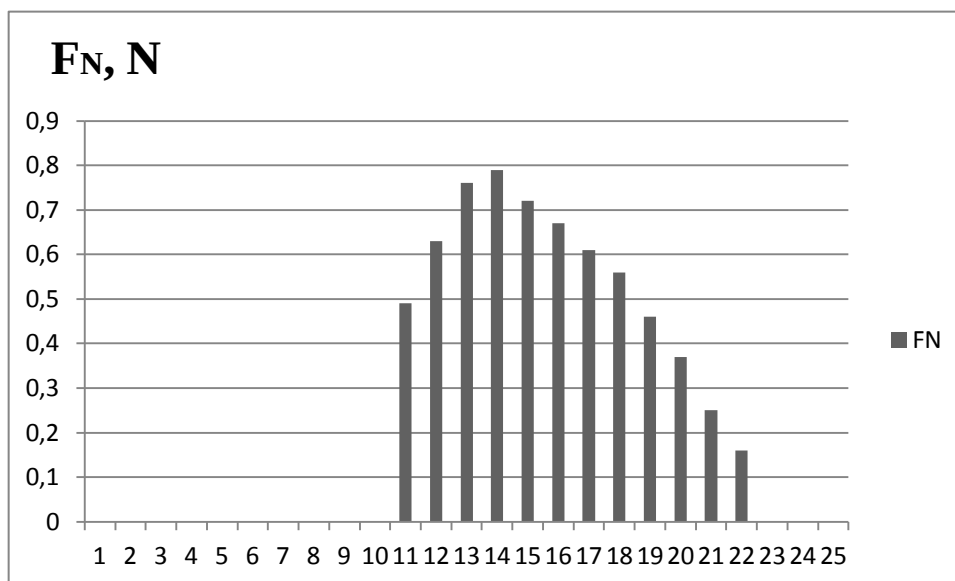
Заменом познатих величина у горњу једначину и решавањем исте добија се да је  $F_{K2} = 0,8N$

Вредности осталих излазних сила су израчунате и добијени резултати су приказани на слици 5.3.

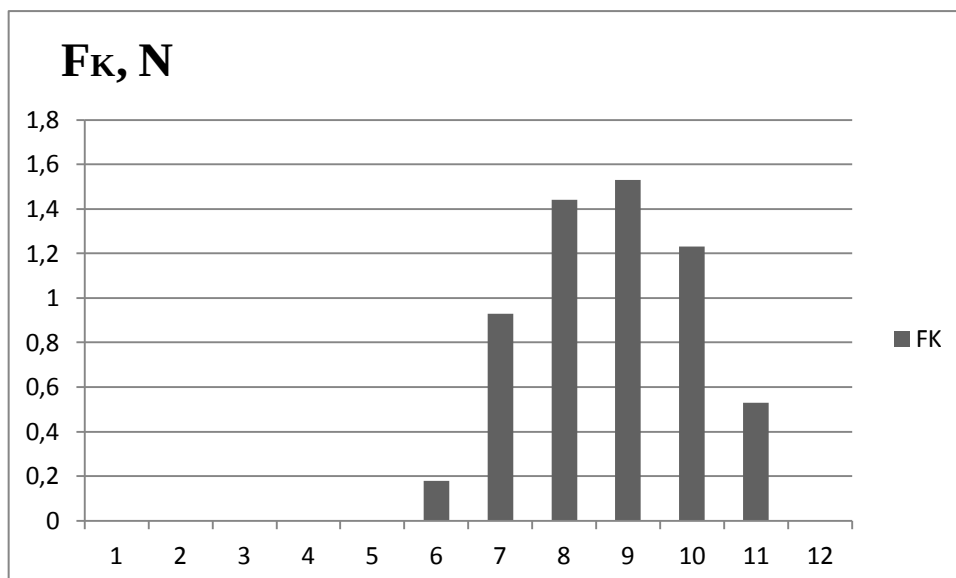


Слика 5.3. Резултати излазних сила за угао заокретања  $\beta = 0^\circ$  и  $\beta = 15^\circ$

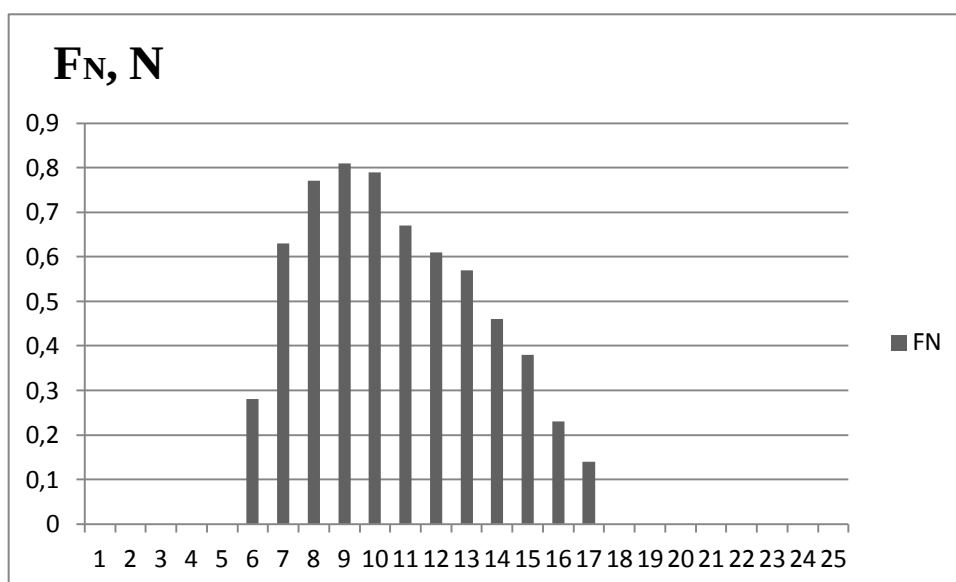
Понављањем поступка за различите углове заокретања добијају се резултати приказани на дијаграмима. На сликама 5.4, 5.6, 5.8 и 5.10 приказани су дијаграми са резултатима нормалних сила за углове заокретања  $\beta = 9^\circ$ ,  $\beta = 12^\circ$ ,  $\beta = 30^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ . На сликама 5.5, 5.7, 5.9 и 5.11 приказани су дијаграми са резултатима излазних сила за углове заокретања  $\beta = 9^\circ$ ,  $\beta = 12^\circ$ ,  $\beta = 30^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ .



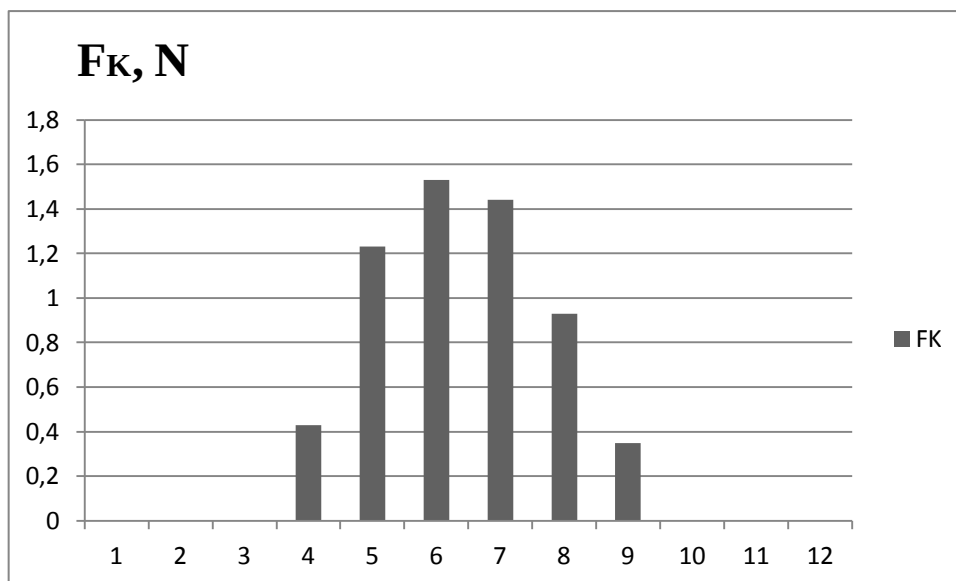
Слика 5.4. Резултати нормалних сила за угао заокретања  $\beta = 9^\circ$



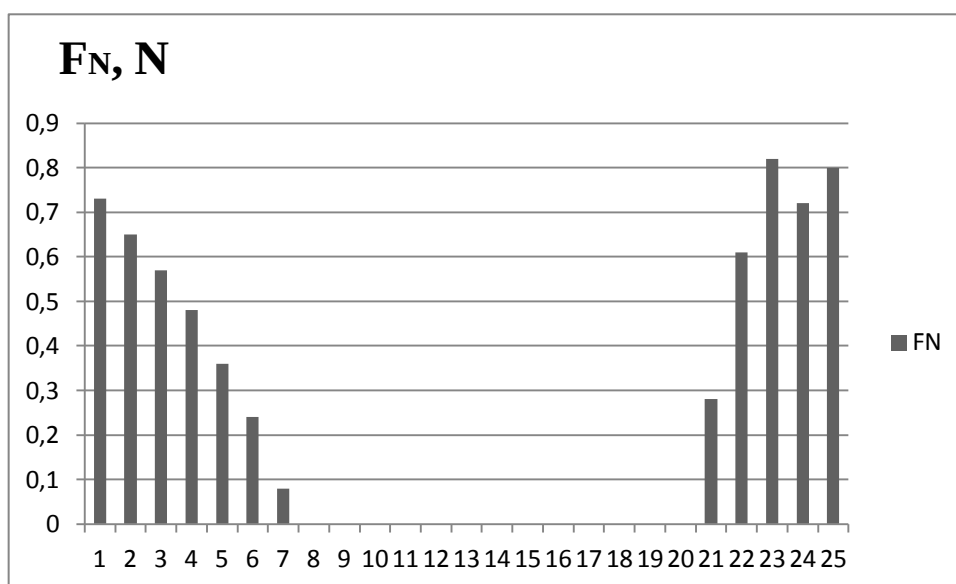
Слика 5.5. Резултати излазних сила за угао заокретања  $\beta = 9^\circ$



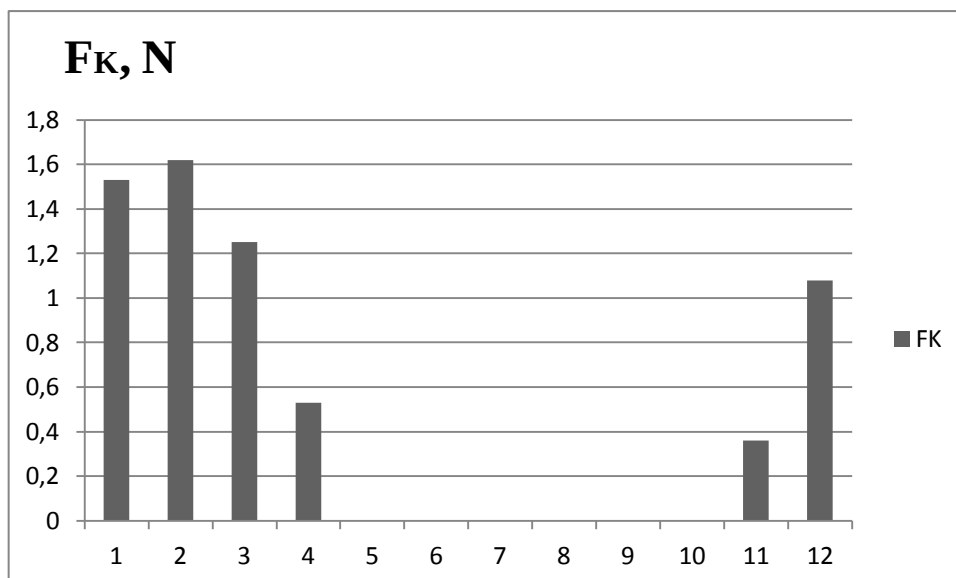
Слика 5.6. Резултати нормалних сила за угао заокретања  $\beta = 12^\circ$



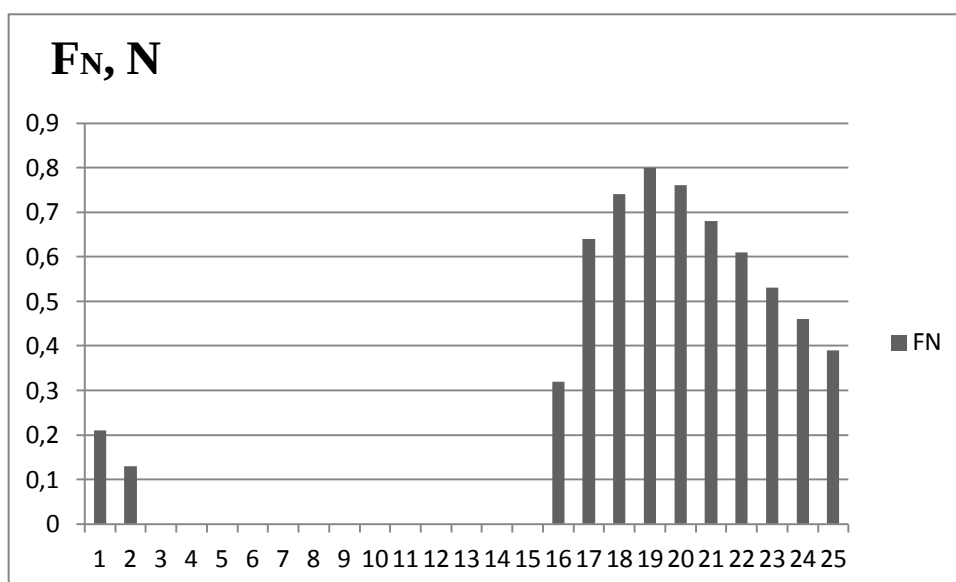
Слика 5.7. Резултати излазних сила за угао заокретања  $\beta = 12^\circ$



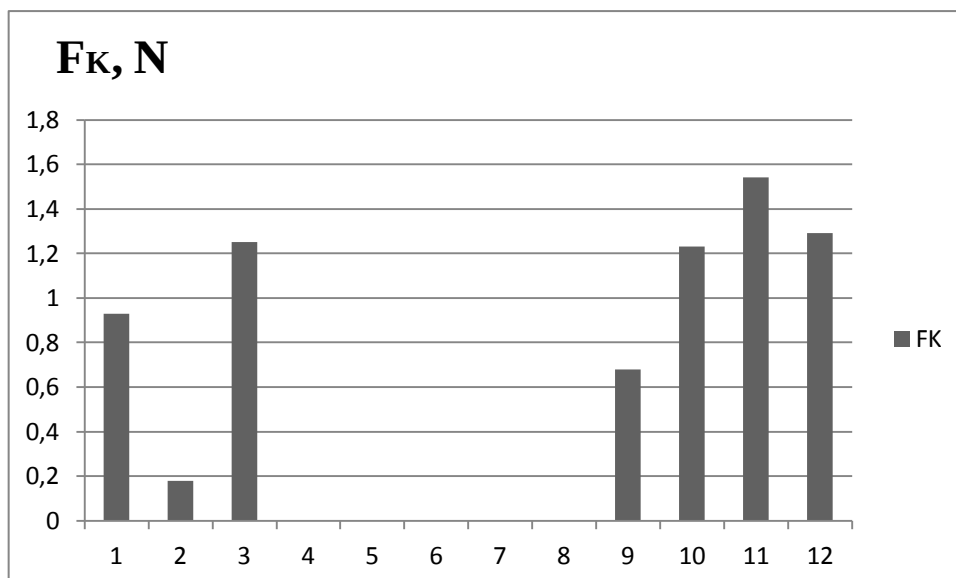
Слика 5.8. Резултати нормалних сила за угао заокретања  $\beta = 30^\circ$



Слика 5.9. Резултати излазних сила за угао заокретања  $\beta = 30^\circ$



Слика 5.10. Резултати нормалних сила за угао заокретања  $\beta = 60^\circ$



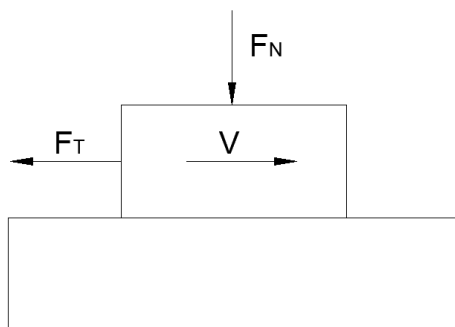
Слика 5.11. Резултати нормалних сила за угао заокретања  $\beta = 60^\circ$

## 6. АНАЛИЗА И ПРОРАЧУН ОПТЕРЕЋЕЊА КОЈА СЕ ЈАВЉАЈУ НА ЦИКЛОЗУПЧАНИКУ У ПРИСУСТВУ ТРЕЊА

Под појмом трење подразумева се, у основи, процес супротстављања кретању тела. Ово супротстављање кретању тела може да се мери деформацијом средине у којој тело креће или утрошком рада неопходног за остваривање кретања.

Под трењем подразумева се отпор кретању тела или покушају кретања тела у тангенцијалном правцу, једног тела по другом у присуству оптерећења. Трење се дефинише и као процес дисипације енергије, које се јавља при релативном кретању два тела у додиру, а остварује се у зонама реалног контакта.

Трење клизања остварује се у зонама контакта два тела која се релативно крећу једно по другом неком брзином  $v$  и уз присуство спољашњег оптерећења  $F_N$ . На слици 6.1 приказана су два тела у контакту, [10].



Слика 6.1. Трење клизања, [10]

Да би тело 1 прешло из стања мировања у стање кретања по телу два брзином  $v$  неопходно је прво савладати силу трења мировања. Ова сила има исти правац као и вектор брзине али је супротног смера, а њена величина већа је од силе трења која се јавља при кретању. Сила трења је и основни параметар којим се квантифицира и мери процес трења. Поред ове величине користе се за одречивање величине трења, коефицијент трења и коефицијент утрошеног рада на трење.

Коефицијент трења представља однос између силе трења и нормалног оптерећења.

$$\mu = \frac{F_T}{F_N} \Rightarrow F_T = \mu \cdot F_N, \quad (6.1)$$

где је

$F_T$  - сила трења у N, а

$F_N$  - спољашње оптерећење (нормална сила) у N.

Коефицијент утрошеног рада не трење представља однос између рада утошеног на савлађивање силе трења и укупног утрошеног рада на остваривање кретања

$$\mu = \frac{W_T}{W_U}, \quad (6.2)$$

где је:

$W_T$  - рад који се троши на савлађивање силе трења у Nm,

$W_U$  - рад који се трпши на остваривање релативног кретања у Nm, [10].

Расподела оптерећења је веома важна код циклоредуктора. Код елемената циклоредуктора се јавља трење на три места. То су:

1. Трење које се јавља између циклозупчаника и игличастог лежаја.
2. Трење које се јавља између циклозупчанка и ваљака централног зупчаника.
3. Трење које се јавља између циклозупчаника и ваљака излазног механизма, [1].

У претходном поглављу, извршена је анализа сила које делују на један циклозупчаник по претпоставкама које је поставио *С. К. Малхотра*. На исти начин који је описан у претходном поглављу може се извршити и анализа сила у присуству трења.

На *слици 6.2* приказан је циклозупчаник у општем положају са учртаним силама за случај када се трење узима у обзир.

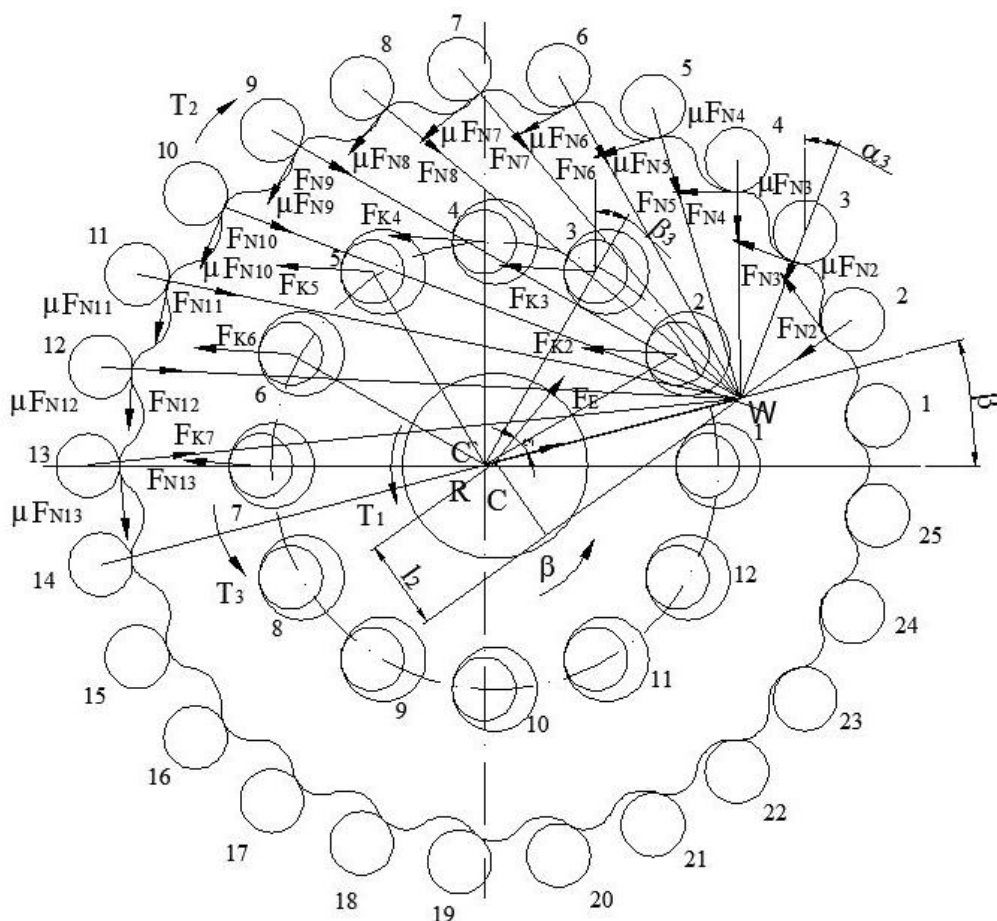
Са *слике 6.2* на којој је приказан циклозупчаник у општем положају за случај када се узима у обзир трење. Са *слике 6.2* која се разликује у односу на *слику 3.4* за силе трења. На *слици 6.2* су учртане силе трења. Силе трења се јављају у тачки контакта као што је и приказано на *слици*. Правац силе трења је нормалан на правац нормалне силе, а смер је супротан смеру обртанја ваљка централног зупчаника.

Силе трења праве и обртни момент трења који узима удео у расподели момената. У претходном поглављу већ су дефинисани моменти за случај када се трење не узима у обзир у једначинама 3.1 до 3.6 и 3.9.

Из поменутих једначина следи да је излазни обртни момент  $T_3$ :

$$T_3 = T_2 - T_1 - T_\mu \quad (6.3)$$

$T_\mu$  - момент који праве силе трења



Слика 6.2. Општи положај циклозупчаника за случај када се трење узима у обзир

Сила трења је сразмерна производу коефицијента трења  $\mu$  и нормалне силе  $F_N$ , за  $i$ -ти баљак и може да се напише у облику:

$$F_{\mu i} = \mu \cdot F_{Ni} \quad (6.4)$$

Обртни момент који праве силе трења може да се израчуна користећи образац 6.5.

$$T_{\mu} = \mu \cdot R_{Oiz} \cdot \Sigma F_{Ni} \cdot \cos(\alpha_i - \beta_i), [12] \quad (6.5)$$

Користећи слику 4.1 и једначине 3.10, 3.11, 3.12 као и помоћне величине дефинисане у претходном поглављу могу се дефинисати једначине за рачунање сила када се узима у обзир трење.

Пројектовањем сила које делују на циклозупчаник на осе  $x$  и  $y$  добијају се следеће једначине:

$$\Sigma X_i = 0 \quad \Rightarrow \quad -\Sigma F_{Ni} \cdot \sin \alpha_i + \Sigma F_{Kj} \cdot \sin \beta - F_E \cdot \sin(\beta + \varepsilon) - \mu \cdot \Sigma F_{Ni} \cdot \cos \alpha_i = 0 \quad (6.6)$$

$$\Sigma Y_i = 0 \quad \Rightarrow \quad -\Sigma F_{Ni} \cdot \cos \alpha_i - \Sigma F_{kj} \cdot \cos \beta - F_E \cdot \cos(\beta + \varepsilon) + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot \Sigma F_{Ni} \cdot \sin \alpha_i = 0 \quad (6.7)$$

Моментна једначина за тачку С' (центар циклозупчаника) има следећи облик:

$$\Sigma M_{C'}^{F_i} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\Sigma F_{Ni} \cdot l_i + \Sigma F_{kj} \cdot R_{Oiz} \cdot \sin(\beta_j + \beta) - \mu \cdot R_{Oiz} \cdot \Sigma F_{Ni} \cdot \cos \alpha_i = 0 \quad (6.8)$$

Под претпоставком да су силе  $F_{Ni}$  и  $F_{Kj}$  пропорционалне са растојањима од центра циклозупчаника, једначине 3.16 и 3.17,

$$\frac{F_{Ni}}{l_i} = const$$

$$\frac{F_{Kj}}{\sin(\beta + \beta_j)} = const$$

Силе на циклозупчанику се лако могу израчунати из једначина 4.4 до 4.6 и 3.16 и 3.17.

$$\begin{aligned} & -F_E \cdot \sin(\beta + \varepsilon) - F_{N1} \cdot \sin \alpha_1 - F_{N2} \cdot \sin \alpha_2 - F_{N3} \cdot \sin \alpha_3 - F_{N4} \cdot \sin \alpha_4 - F_{N5} \cdot \sin \alpha_5 - \\ & -F_{N6} \cdot \sin \alpha_6 - F_{N7} \cdot \sin \alpha_7 - F_{N8} \cdot \sin \alpha_8 - F_{N9} \cdot \sin \alpha_9 - F_{N10} \cdot \sin \alpha_{10} - F_{N11} \cdot \sin \alpha_{11} - \\ & -F_{N12} \cdot \sin \alpha_{12} - (F_{K2} + F_{K3} + F_{K4} + F_{K5} + F_{K6}) \cdot \sin \beta - \mu \cdot F_{N1} \cdot \cos \alpha_1 - \mu \cdot F_{N2} \cdot \cos \alpha_2 - \\ & - \mu \cdot F_{N3} \cdot \cos \alpha_3 - \mu \cdot F_{N4} \cdot \cos \alpha_4 - \mu \cdot F_{N5} \cdot \cos \alpha_5 - \mu \cdot F_{N6} \cdot \cos \alpha_6 - \mu \cdot F_{N7} \cdot \cos \alpha_7 - \\ & - \mu \cdot F_{N8} \cdot \cos \alpha_8 - \mu \cdot F_{N9} \cdot \cos \alpha_9 - \mu \cdot F_{N10} \cdot \cos \alpha_{10} - \mu \cdot F_{N11} \cdot \cos \alpha_{11} - \mu \cdot F_{N12} \cdot \cos \alpha_{12} = 0 \end{aligned} \quad (6.9)$$

$$\begin{aligned} & -F_E \cdot \cos(\beta + \varepsilon) - F_{N1} \cdot \cos \alpha_1 - F_{N2} \cdot \cos \alpha_2 - F_{N3} \cdot \cos \alpha_3 - F_{N4} \cdot \cos \alpha_4 - F_{N5} \cdot \cos \alpha_5 - \\ & -F_{N6} \cdot \cos \alpha_6 - F_{N7} \cdot \cos \alpha_7 - F_{N8} \cdot \cos \alpha_8 - F_{N9} \cdot \cos \alpha_9 - F_{N10} \cdot \cos \alpha_{10} - F_{N11} \cdot \cos \alpha_{11} - \\ & -F_{N12} \cdot \cos \alpha_{12} - (F_{K2} + F_{K3} + F_{K4} + F_{K5} + F_{K6}) \cdot \cos \beta + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N1} \cdot \sin \alpha_1 + \\ & + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N2} \cdot \sin \alpha_2 + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N3} \cdot \sin \alpha_3 + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N4} \cdot \sin \alpha_4 + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N5} \cdot \sin \alpha_5 + \\ & + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N6} \cdot \sin \alpha_6 + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N7} \cdot \sin \alpha_7 + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N8} \cdot \sin \alpha_8 + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N9} \cdot \sin \alpha_9 + \\ & + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N10} \cdot \sin \alpha_{10} + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N11} \cdot \sin \alpha_{11} + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N12} \cdot \sin \alpha_{12} = 0 \end{aligned} \quad (6.10)$$

$$\begin{aligned}
 & -F_{N1} \cdot l_1 - F_{N2} \cdot l_2 - F_{N3} \cdot l_3 - F_{N4} \cdot l_4 - F_{N5} \cdot l_5 - F_{N6} \cdot l_6 - F_{N7} \cdot l_7 - F_{N8} \cdot l_8 - F_{N9} \cdot l_9 - F_{N10} \cdot l_{10} - \\
 & -F_{N11} \cdot l_{11} - F_{N12} \cdot l_{12} + (F_{K2} + F_{K3} + F_{K4} + F_{K5} + F_{K6}) \cdot R_{Oiz} \cdot \sin(\beta + \beta_j) - \\
 & -\mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N1} \cdot l_1 \cdot \cos \alpha_1 - \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N2} \cdot l_2 \cdot \cos \alpha_2 - \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N3} \cdot l_3 \cdot \cos \alpha_3 - \\
 & -\mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N4} \cdot l_4 \cdot \cos \alpha_4 - \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N5} \cdot l_5 \cdot \cos \alpha_5 - \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N6} \cdot l_6 \cdot \cos \alpha_6 - \\
 & -\mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N7} \cdot l_7 \cdot \cos \alpha_7 - \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N8} \cdot l_8 \cdot \cos \alpha_8 - \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N9} \cdot l_9 \cdot \cos \alpha_9 - \\
 & -\mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N10} \cdot l_{10} \cdot \cos \alpha_{10} - \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N11} \cdot l_{11} \cdot \cos \alpha_{11} - \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N12} \cdot l_{12} \cdot \cos \alpha_{12} = 0
 \end{aligned} \tag{6.11}$$

Из моментне једначине следи да је:

$$\Sigma F_{Ni} \cdot l_i + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot \Sigma F_{Ni} \cdot l_i \cdot \cos \alpha_i = R_{Oiz} \cdot \Sigma F_{Kj} \cdot \sin(\beta + \beta_j) \tag{6.12}$$

Изједначавањем једначина добија се

$$\Sigma F_{Kj} \cdot \sin(\beta + \beta_j) = T_1 \cdot z \tag{6.13}$$

$$\Sigma F_{Ni} \cdot l_i + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot \Sigma F_{Ni} \cdot l_i \cdot \cos \alpha_i = T_1 \cdot z \tag{6.14}$$

Коришћењем додатних услова и горње једначине добија се једначина са једном непознатом величином која се лако решава.

$$\begin{aligned}
 & F_{N1} \cdot l_1 + F_{N1} \cdot \frac{l_2^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_3^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_4^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_5^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_6^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_7^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_8^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_9^2}{l_1} + \\
 & + F_{N1} \cdot \frac{l_{10}^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_{11}^2}{l_1} + F_{N1} \cdot \frac{l_{12}^2}{l_1} + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N1} \cdot l_1 \cdot \cos \alpha_1 + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N1} \cdot \frac{l_2^2}{l_1} \cdot \cos \alpha_2 + \\
 & + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N1} \cdot \frac{l_3^2}{l_1} \cdot \cos \alpha_3 + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N1} \cdot \frac{l_4^2}{l_1} \cdot \cos \alpha_4 + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N1} \cdot \frac{l_5^2}{l_1} \cdot \cos \alpha_5 + \\
 & + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N1} \cdot \frac{l_6^2}{l_1} \cdot \cos \alpha_6 + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N1} \cdot \frac{l_7^2}{l_1} \cdot \cos \alpha_7 + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N1} \cdot \frac{l_8^2}{l_1} \cdot \cos \alpha_8 + \\
 & + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N1} \cdot \frac{l_9^2}{l_1} \cdot \cos \alpha_9 + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N1} \cdot \frac{l_{10}^2}{l_1} \cdot \cos \alpha_{10} + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N1} \cdot \frac{l_{11}^2}{l_1} \cdot \cos \alpha_{11} + \\
 & + \mu \cdot R_{Oiz} \cdot F_{N1} \cdot \frac{l_{12}^2}{l_1} \cdot \cos \alpha_{12} = T_1 \cdot z
 \end{aligned} \tag{6.15}$$

Решавањем горње једначине добија се да је сила  $F_{N1} = 0,58N$ , за вредност коефицијента трења  $\mu = 0,05$ . Вредности осталих сила се лако могу израчунати и оне су приказане у табели. У табели су приказане и вредности нормалних сила за различите коефицијенте трења.

Табела 6.1: Вредности нормалних сила за различите коефицијенте трења

| i       | $\mu = 0$ | $\mu = 0,05$ | $\mu = 0,1$ | $\mu = 0,2$ |
|---------|-----------|--------------|-------------|-------------|
| 1       | 0,29      | 0,58         | 0,6148      | 0,6554      |
| 2       | 0,65      | 1,3          | 1,378       | 1,469       |
| 3       | 0,78      | 1,56         | 1,6536      | 1,7628      |
| 4       | 0,8       | 1,6          | 1,696       | 1,808       |
| 5       | 0,77      | 1,54         | 1,6324      | 1,7402      |
| 6       | 0,72      | 1,44         | 1,5264      | 1,6272      |
| 7       | 0,65      | 1,3          | 1,378       | 1,469       |
| 8       | 0,56      | 1,12         | 1,1872      | 1,2656      |
| 9       | 0,46      | 0,92         | 0,952       | 1,04        |
| 10      | 0,39      | 0,78         | 0,8268      | 0,8814      |
| 11      | 0,35      | 0,7          | 0,742       | 0,791       |
| 12      | 0,12      | 0,24         | 0,2544      | 0,2712      |
| 13...25 | 0         | 0            | 0           | 0           |

## 7. СТЕПЕН ИСКОРИШЋЕЊА ЦИКЛОИДНОГ РЕДУКТОРА

Степен корисног дејства машина и механизма је параметар оцене корисног ефекта коришћене енергије.

Величина степена корисног дејства се одређује као однос утрошене енергије на савлађивање сила корисних отпора у неком реалном временском интервалу и укупно утрошене енергије у том истом временском интервалу. Очигледно да утрошена енергија на савлађивање сила корисних отпора претставља корисно утрошену енергију јер обезбеђује техничку функцију и несметан рад система.

Степен корисног дејства механизма или машина у периоду устаљеног режима рада се може изразити једначином:

$$\eta = \frac{W_{ko}}{W_k}, \quad (7.1)$$

где су:

$W_{ko}$  - рад сила корисних отпора,

$W_k$  - рад сила кретања.

У техничкој пракси  $\eta$  се најчешће изражава преко рада некорисних отпора  $W_{no}$  имајући у виду да је у периоду успостављеног кретања:

$$W_{ko} = W_k - W_{no}. \quad (7.2)$$

У том случају:

$$\eta = \frac{W_{ko}}{W_k} = \frac{(W_k - W_{no})}{W_k} = 1 - \frac{W_{no}}{W_k} = 1 - \psi, \quad (7.3)$$

где је:

$\psi$  - коефицијент губитака, [11].

Извори губитака снаге код циклоредуктора:

1. Трење између игличастог лежаја и циклозупчаника и трење између игличастог лежаја и улазног вратила.
2. Трење између излазних ваљака и отвора на циклозупчанику.

3. Контакт између ваљка централног зупчаника и циклозупчаника.
4. Трење између осовинице и ваљка излазног механизма.
5. Трење између осовинице и ваљка централног зупчаника, [1].

Компоненте фрикционог рада су:

$$dW_{T1} = f_1 \cdot F(\beta) \cdot \frac{D_s}{d_{cz}} \cdot n \cdot d\beta \quad (7.4)$$

$$dW_{T2} = f_2 \cdot \sum_{j=1}^m F_{Kj}(\beta) \cdot n \cdot d\beta \quad (7.5)$$

$$dW_{T3} = f_3 \cdot \sum_{i=1}^n F_{Nj}(\beta) \cdot (n+1) \cdot d\beta \quad (7.6)$$

$$dW_{T4} = \mu_1 \cdot \sum_{j=1}^m F_{Kj}(\beta) \cdot \frac{d_o}{2} \cdot n \cdot d\beta \quad (7.7)$$

$$dW_{T5} = \mu_2 \cdot \sum_{i=1}^n F_{Nj}(\beta) \cdot \frac{d_o}{2} \cdot (n+1) \cdot d\beta \quad (7.8)$$

Где је:

$f_1, f_2, f_3$  - краци трења клизања,

$\mu_1, \mu_2$  - коефицијенти трења клизања,

$D_s$  - средњи пречник игличастог лежаја,

$d_{cz}$  - пречник рукавца улазног вратила,

$d_o$  - пречник осовинице централног зупчаника,

$n \cdot d\beta$  - елементарна ротација улазног вратила и циклозупчаника,

$(n+1) \cdot d\beta$  - елементарна ротација излазних ваљака и ваљака централног зупчаника.

Укупни фрикциони рад је

$$dW = dW_1 + dW_2 + dW_3 + dW_4 + dW_5. \quad (7.9)$$

Тренутна ефикасност је:

$$\eta_i = \frac{T_{ul} \cdot n \cdot d\beta - dW}{T_{ul} \cdot n \cdot d\beta}. \quad (7.10)$$

Интеграљењем једначине 5.9 следи да је:

$$\begin{aligned}
 W = \int_0^{2\pi/n} dW = \frac{f_1 \cdot D_s \cdot n}{d_{cz}} \int_0^{2\pi/n} F(\beta) \cdot d\beta + \\
 + n \cdot \left( f_2 + \frac{\mu_1 \cdot d_o}{2} \right) \cdot \int_0^{2\pi/n} \sum_{j=1}^m F_{Kj}(\beta) \cdot d\beta + (n+1) \cdot \left( f_3 + \frac{\mu_2 \cdot d_0}{2} \right) \cdot \int_0^{2\pi/n} \sum_{i=1}^n F_{Ni}(\beta) \cdot d\beta
 \end{aligned}
 \tag{7.11}$$

Укупна ефикасност је:

$$\eta_0 = \frac{T_{ul} \cdot 2 \cdot \pi - W}{T_{ul} \cdot 2 \cdot \pi} .
 \tag{7.12}$$

## 8. АНАЛИЗА НАПОНСКОГ СТАЊА ЦИКЛОРЕДУКТОРА

За анализу напонско-деформационог стања елемената новопроектваног циклоредуктора коришћена је **нумеричка метода - метода коначних елемената (МКЕ)**. У овом поглављу дате су, пре свега, основне претпоставке МКЕ и резултати анализе.

### 8.1 О МЕТОДИ КОНАЧНИХ ЕЛЕМЕНАТА

Теоријске основе метод коначних елемената су постављене педесетих година прошлог века, али практичну примену налази тек интензивнијом применом рачунара и софтверских пакета. Метода коначних елемената се развила уз потребе за израчунавање напона и деформација, а са развојем самог метода повећао се и број величина које се могу израчунати у оквиру статичке, динамичке, термичке и електромагнетне анализе.

Метод коначних елемената спада у методе дискретне анализе. Заснива се на физичкој дискретизацији посматраног домена. Посматрани континуум са бесконачним бројем степени слободе се апроксимира дискретним моделом међусобно повезаних коначних елемената са коначним бројем степени слободе. Суштина апроксимације континуума по методи коначних елемената се састоји у следећем:

- Посматрани домен континуума се дели на поддомене коначних димензија који се називају коначним елементима и заједно чине мрежу коначних елемената.
- Коначни елементи су међусобно повезани у коначном броју тачака које се налазе на контури елемената и називају се чворови.
- Стање променљиве поља у сваком коначном елементу се описује помоћу интерполационих функција или функција облика.
- Интерполационе функције су унапред задате функције за један тип коначног елемента и представљају везу између вредности променљиве поља у било којој тачки коначног елемента и вредности променљиве поља у чворовима.

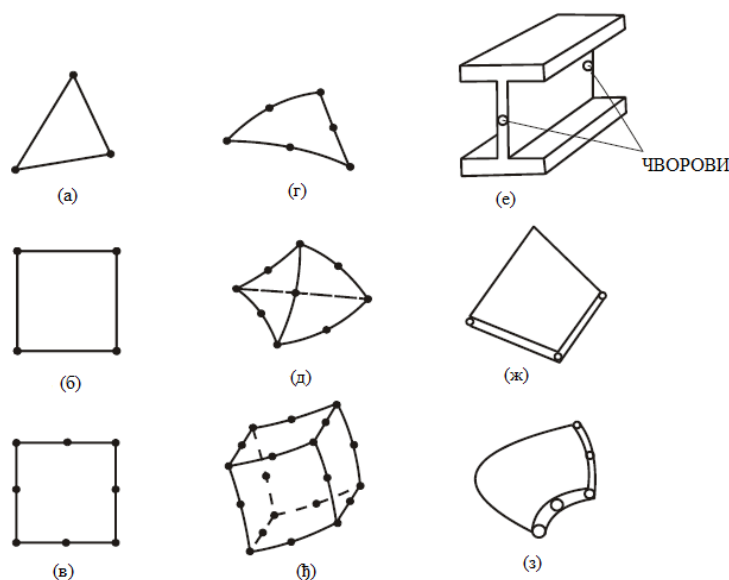
Да би се разумеле основне поставке анализе коначних елемената, није потребно детаљно познавати различите дисциплине теоријске и примењене механике, али је неопходно разумети неке основне појмове механике непрекидних средина. То су пре свега појмови напона и деформације, као и односи ових величина, који се називају конститутивним релацијама.

Процедура решавања проблема методом коначних елемената састоји се из пет специфичних корака:

1. Идентификација проблема,
2. Дефинисање елемената,
3. Формирање једначина за елемент,
4. Повезивање једначина елемената,
5. Нумеричко решавање глобалних једначина.

Дискретизација је процес поделе континуума на дискретне делове, који се називају коначни елементи. Постоји пуно различитих типова елемената, у зависности од њиховог облика, линеарности и реда. Фактори који утичу на избор врсте елемента су врста проблема, геометрија, захтевана прецизност, расположивост у оквиру софтвера, природа физичког проблема и знање и искуство корисника.

На слици 8.1 приказани су типични елементи који се користе у анализама методом коначних елемената. Троугаони и четвороугаони елементи слика 8.1.а и 8.1.б су најједноставнији равански елементи, са два степена слободе у сваком чвору. Додавањем додатних чворова, у центру елемента или на средишту ивица, омогућава формирање кривих линија на ивицама елемента, слика 8.1.г и 8.1.д. То су такозвани изопараметарски елементи. Тродимензионални модели се најбоље формирају коришћењем тродимензионалних изопараметарских елемената, и то тетраедра, и хексаедра, слика 8.1.ђ. Најпознатији структурни елементи су елемент греде, слика 8.1.е, равански елемент, слика 8.1.ж и елемент љуске, слика 8.1.з.

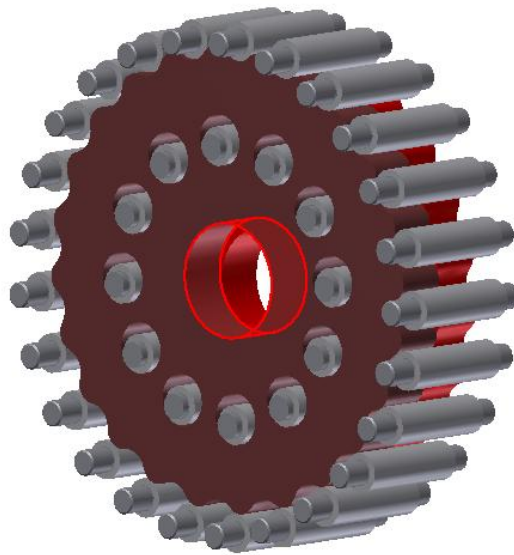


Слика 8.1 Типични елементи који се користе у анализи методом коначних елемената

## 8.2 АНАЛИЗА НАПОНСКОГ СТАЊА ЦИКЛОЗУПЧАНИКА ПРОЈЕКТОВАНОГ ЦИКЛОРЕДУКТОРА

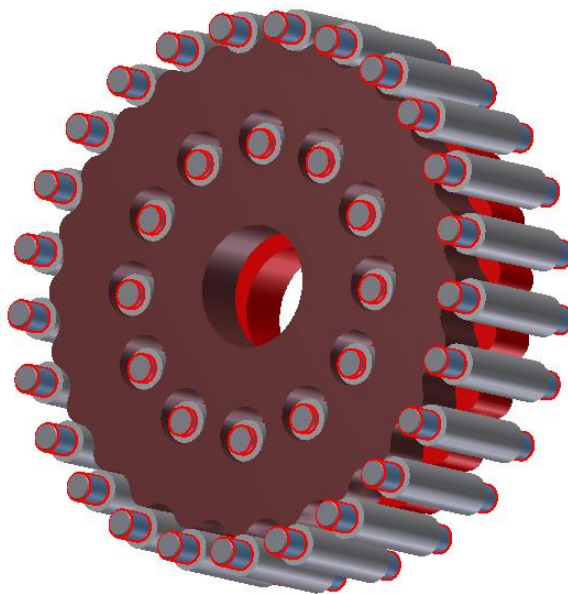
У оквиру овог поглавља извршена је анализа напонско–деформационог стања елемената циклоредуктора. За ту сврху коришћен је програмски пакет INVENTOR. У самој нумеричкој анализи, елементи циклоредуктора су сматрани еластичним, деформабилним телима. Дефинисање мреже коначних елемената је вршено аутоматски.

Да би се приступило анализи циклозупчаника потребно је претходно дефинисати ограничења. У отвору за вратило на ексцентар чаури, као замена за улазно вратило постављено је, као што је приказано на слици 8.2, ограничење кретања у радијалном, аксијалном, односно тангенцијалном правцу (*pin*).



Слика 8.2 Дефинисање ограничења (*pin*)

Потом је на осовиницама ваљака излазног механизма и осовиницама ваљака централног зупчаника постављено ограничење кретања по свим степенима слободе (*fixed constraint*), слика 8.3, како би се што боље представило реално стање код циклоредуктора.



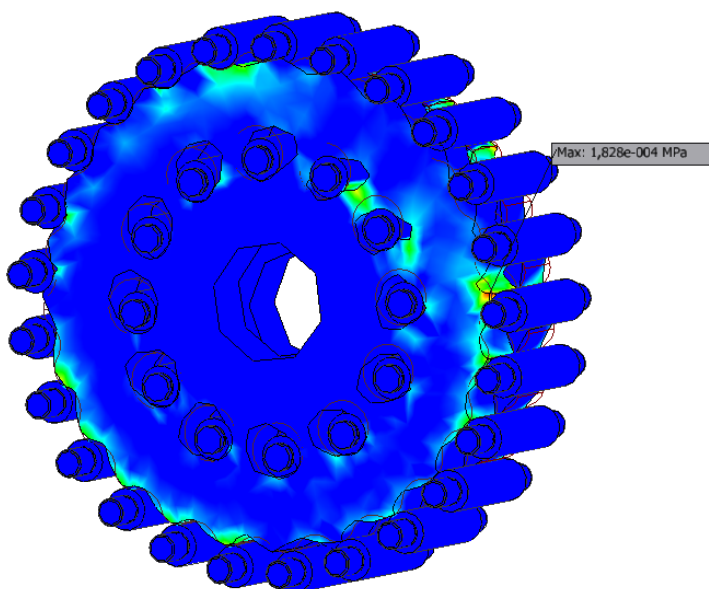
Слика 8.3 Дефинисање ограничења (*fixed constraint*)

Затим су дефинисане зоне контакта који се јављају између елемената циклоредуктора. Коришћена је команда *separation*, што значи да при дејству

оптерећења приликом деформисања може доћи до одвајања елемената који су међусобно у контакту.

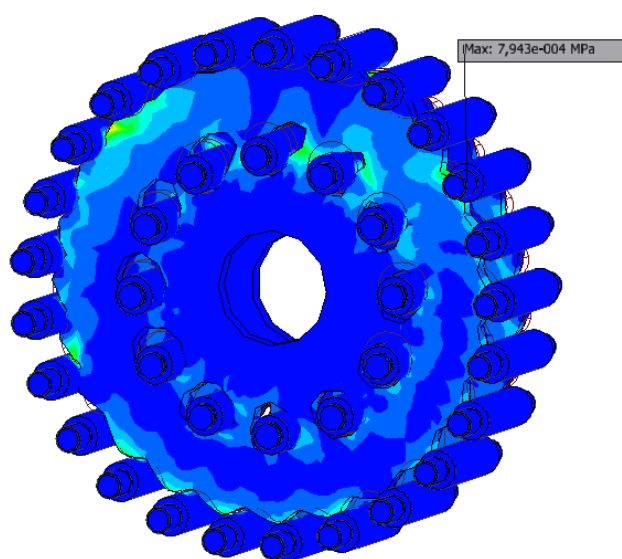
На циклозупчаник у току експлоатације делује улазни обртни момент  $T_1$ , а пошто је вредност улазног обртног момента прорачуната за један циклозупчаник, то ће у овој анализи бити узета вредност за два циклозупчаника и према томе вредност за улазни обртни момент износи:  $T_{12} = 10\text{Nm}$ .

Пошто је то обртни момент који потиче од улазног вратила, биће постављен по унутрашњој површини у отвору за улазно вратило. На слици 8.4 приказана је расподела *Von Mises-ов* напона и максимални *Von Mises-ов* напон.

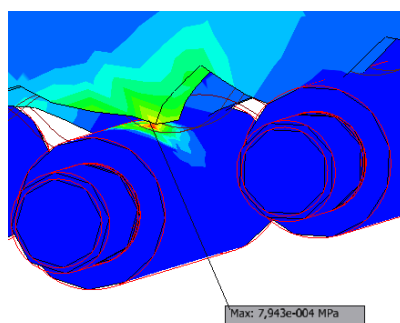


Слика 8.4 Расподела *Von Mises-овог* напона и максимални *Von Mises-ов* напон

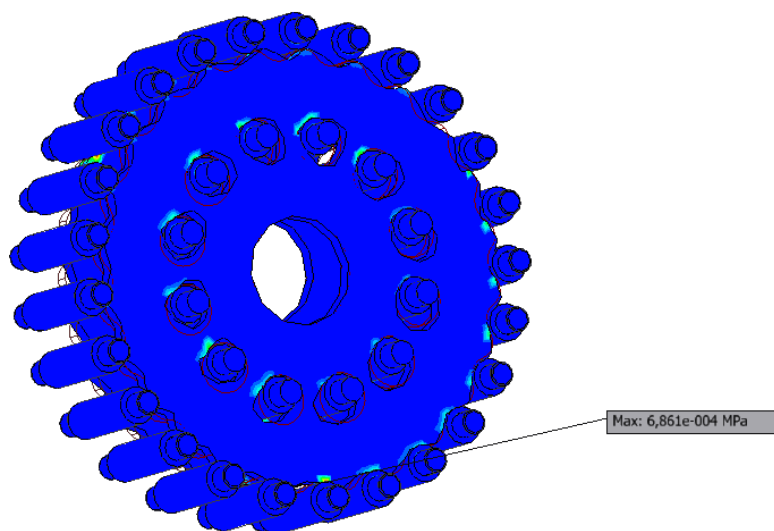
Узимајући у обзир расподелу напона, може се доћи до закључка да су напони доста мањи од критичних. Зато је дебљина циклозупчаника која је у претходном случају била 16 mm смањена на 5 mm. Сва ограничења и оптерећење су као у претходном случају, па се сада долази до следећих резултата.



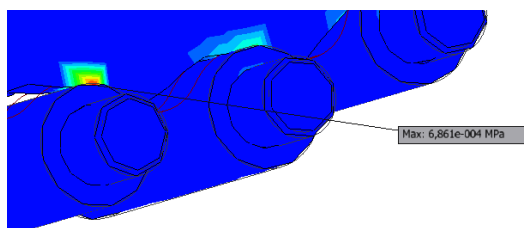
Слика 8.5 Расподела Von Mises-овог напона и максимални Von Mises-ов напон за други случај



Слика 8.6 Максимални Von Mises-ов напон за други случај



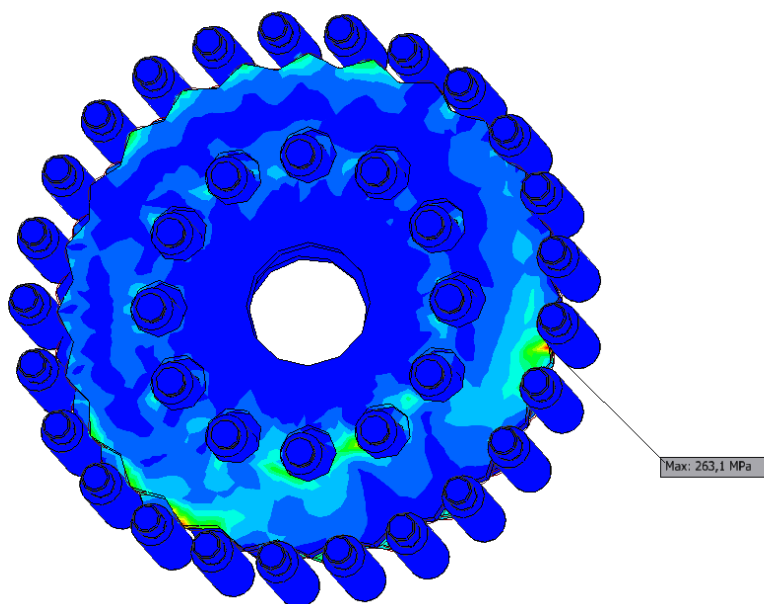
Слика 8.7 Расподела напон контактнoг притиска и максимални напон контактнoг притисака за други случај



Слика 8.8 Максимални напон контактног притисака за други случај

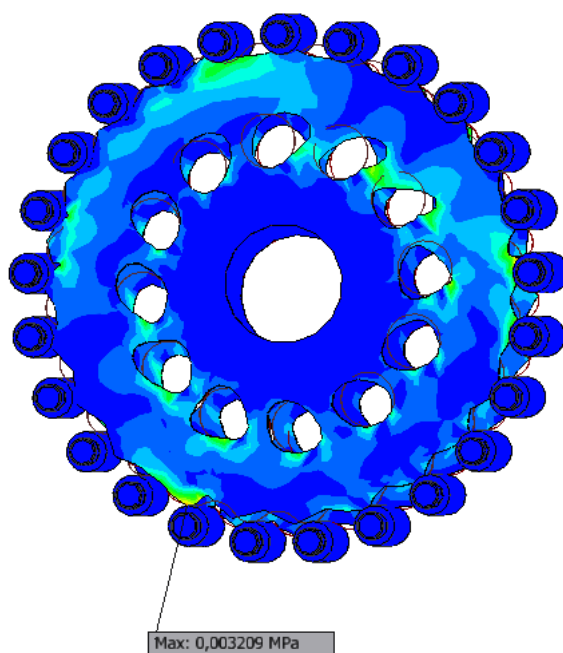
Гледајући слике 8.4 и 8.5 на којима је приказан *Von-Mises-ов* напон, запажа се да се максимални напон јавља на циклозупчанику. При смањењу дебљине циклозупчаника са 16 на 5 mm максимални *Von-Mises-ов* напон је око 4 пута већи. Без обзира на ово повећање напона критични напони су и даље много већи.

На слици 8.9 је приказана анализа за *Von-Mises-ов* напон када је повећано оптерећење. Обртни момент који је задат у овом случају је  $T_{12} = 25000 \text{ Nmm}$  и добијен је максимални напон од 263,1 MPa.

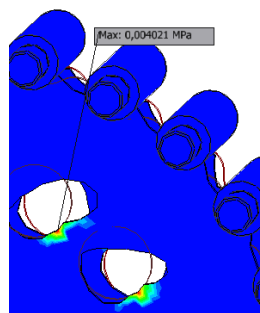


Слика 8.9 Расподела *Von Mises-овог* напона и максимални *Von Mises-ов* напон за други случај када је повећано оптерећење

Затим је урађено још једно смањење ширине циклозупчаника. Добијени резултати анализе су приказани на сликама 8.10 и 8.11. Очекивано и ови резултати су веома мали. Разлог малих вредности је предимензионисање елемената циклоредуктора које је вршено из конструкционих разлога и због почетних услова прорачуна, мала вредност улазног момента. Прорачуном добијена вредност за ширину зупчаника је 0,013 mm, а усвојена је ширина од 16mm.



Слика 8.10 Расподела *Von Mises*-овог напона и максимални *Von Mises*-ов напон за трећи случај



Слика 8.11 Максимални напон контактеног притисака за трећи случај

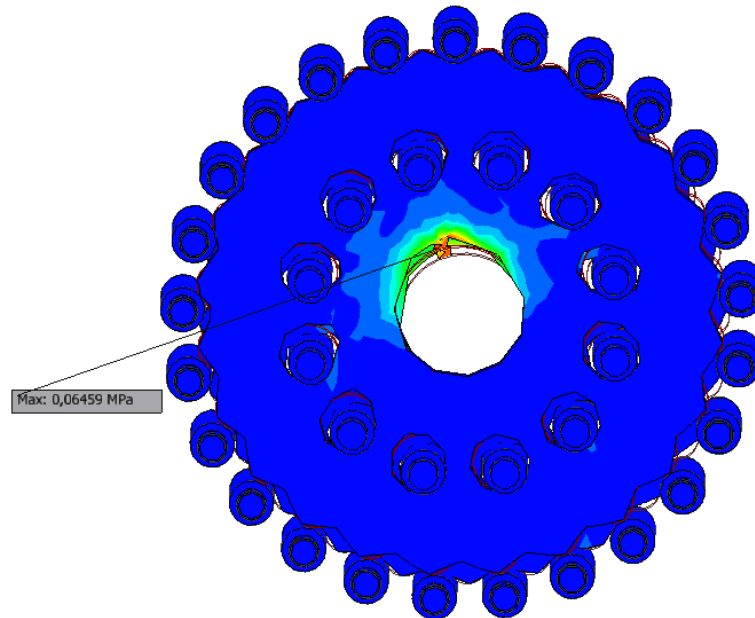
Затим је направљен нови нумерички модел циклозупчаника који укључује и излазни обртни момент као и силу ексцентри. Урађена је и анализа за тај случај. Као и у претходним случајевима, коришћена су ограничења *pin* и *fixed constraint* и поступак за њихово постављање је описан у претходним случајевима.

Излазни обртни момент по једном циклозупчанику је  $T_3 = 124,08 \text{ Nmm}$  и он се задаје на исти начин као и у претходним случајевима. Анализа је вршена за случај када је ширина зупчаника  $1 \text{ mm}$ .

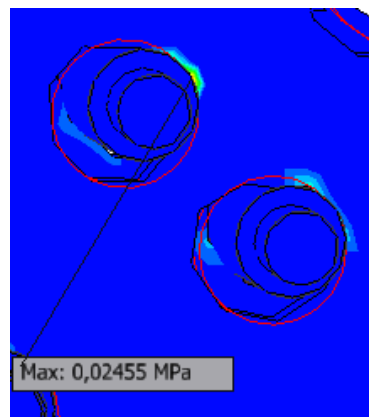
Сила ексцентри се рачуна према следећем образцу:

$$F_E = \frac{T_1}{\cos(\beta + \varepsilon)}$$

Заменом познатих вредности добија се сила ексцентри и она износи  $F_E = 5N$ .  
Задаје се командом *bearing load* – аксијално или радијално оптерећење на цилиндричној површини. Добијене анализе приказане су на сликама 8.12 и 8.13.



Слика 8.12 Расподела Von Mises-овог напона и максимални Von Mises-ов напон новог нумеричког модела



Слика 8.13 Максимални напон контактеног притисака новог нумеричког модела

## ЗАКЉУЧАК

У кинематичком и динамичком погледу циклоредуктори имају веома добре радне карактеристике. Припадају групи планетарних преносника снаге.

Циљ овог рада била је аналитичка анализа сила на циклозупчанику без присуства трења - идеални случај, као и аналитичка анализа сила када се трење узима у обзир.

Анализиран је циклозупчаник са подацима из литературе [3] (С.К. Малхотра). Прво је извршен прорачун овог редуктора, а затим направљен и његов тродимензионални компјутерски модел. Извршен је прорачун нормалних сила на зупцима циклозупчаника за оба случаја (и када се трење узима и када се не узима у обзир).

Такође, извршена је и анализа напонског стања циклозупчаника.

Закључак који се може извести на основу извршених анализа је да појава трења у великој мери утиче на расподелу оптерећења код циклоредуктора.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Благојевић, М: КИНЕМАТИЧКА И ДИНАМИЧКА АНАЛИЗА ЈЕДНОСТЕПЕНОГ ЦИКЛОРЕДУКТОРА, Магистарска теза, Машински факултет у Крагујевцу, 2003
- [2] Кочић, М.: РАСПОДЕЛА ОПТЕРЕЋЕЊА КОД ЦИКЛОРЕДУКТОРА, Мастер рад, Машински факултет у Крагујевцу, 2010
- [3] Malhotra, S.K., Parameswaran M. A.: ANALYSIS OF A CYCLOID SPEED REDUCER, Mechanism and Machine Theory, Vol. 18, No. 6, pp. 491-499, 1983
- [4] Каталог 364-371 – Технички подаци,  
[www.beotehnika.rs/index\\_files/Page447.htm](http://www.beotehnika.rs/index_files/Page447.htm), 11.9.2012. 10h
- [5] Gorla, C., Davoli, P., Rosa, F., Longoni, C., Chiozzi, F., Samarani, A.: THEORETICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSIS OF A CYCLOIDAL SPEED REDUCER, Journal of Mechanical Design, Vol. 130, No. 11, pp. 112604-1-112604-8, 2008
- [6] Park, S.H.: FUNDAMENTAL DEVELOPMENT OF HYPOCYCLOIDAL GEAR TRANSMISSIONS, Ph.D. Thesis, The University of Texas at Austin, USA, 2005
- [7] Sensinger J.: UNIFIED APPROACH TO CYCLOID DRIVE PROFILE, STRESS, AND EFFICIENCY OPTIMIZATION, Journal of Mechanical Design, Vol.132, 2010
- [8] Yunhong, M., Changlin, W., Liping, L.: MATHEMATICAL MODELING OF THE TRANSMISSION PERFORMANCE OF 2K-H PIN CYCLOID PLANETARY MECHANISM, Mechanism and Machine Theory, Vol. 42, No. 7, pp. 776-790, 2007
- [9] Kosse, V.: USING HYSTERESIS LOOP AND TORSIONAL SHOCK LOADING TO ASSESS DAMPING AND EFFICIENCY OF CYCLODRIVES, Proceedings 14<sup>th</sup> International Congress on Sound and Vibration (ICSV14), Cairns, Qld., 2007
- [10] Благојевић, М., Марјановић, Н., Стојановић, Б., Ђорђевић, З., Кочић, М.: INFLUENCE OF FRICTION ON THE FORCE DISTRIBUTION AT CYCLOIDAL SPEED REDUCER, 12<sup>th</sup> International Conference on Tribology, Kragujevac, Serbia, May, 2011.
- [11] Ивковић, Б., Рац, А.: ТРИБОЛОГИЈА, Југословенско друштво за трибологију, Крагујевац, 1995.
- [12] Танасијевић, С., Вулић, А.: МЕХАНИЧКИ ПРЕНОСНИЦИ, друго издање, Машински факултет Крагујевац, Крагујевац, 2006.
- [13] Благојевић, М., Кочић, М., Марјановић, Н., Стојановић, Б., Ђорђевић, З., Ивановић, Л., Марјановић, В.: INFLUENCE OF THE FRICTION ON THE

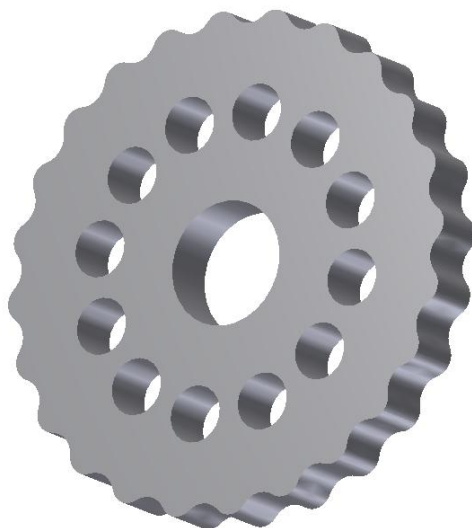
REDUCER EFFICIENCY, Faculty of Mechanical Engineering, Kragujevac, Institute Goša, Belgrade, Serbia, 2010.

[14] Јовановић, М.: СТРУКТУРНА АНАЛИЗА КОНСТРУКЦИЈА, скрипта са предавања, Машински факултет Ниш, Ниш, 2007.

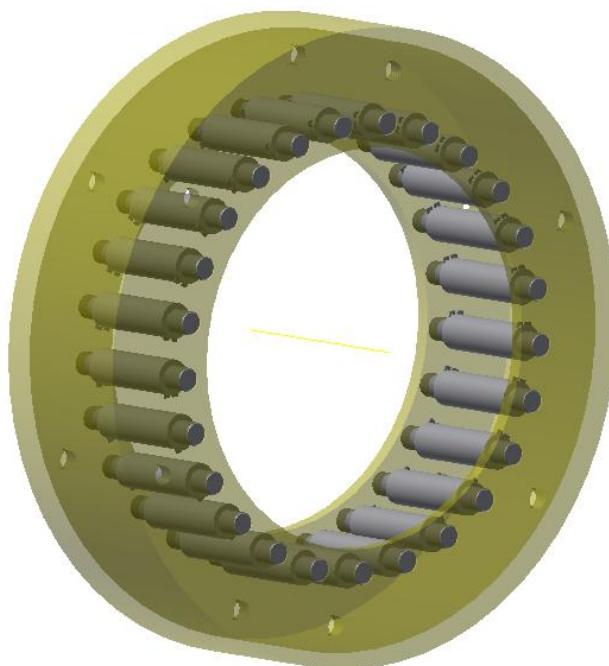
## ДОДАТАК

Приказ појединих елемената, подсклопова и склопа  
циклоредуктора

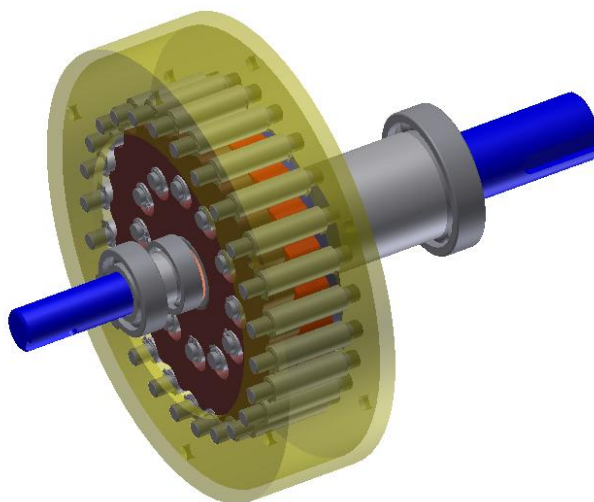
Изглед циклозупчаника



Изглед централног зупчаника са осовиницама



Изглед циклоредуктора са без кућишта



Изглед модела циклоредуктора

