

Универзитет у Крагујевцу
Факултет инжењерских наука

Ненад, С Вулић,
Отпор котрљању возила
завршни рад

Крагујевац, 2014.

Универзитет у Крагујевцу
Факултет инжењерских наука



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Моторна возила и мотори

Предмет: Моторна возила 1

Број индекса: 702/2013

Ненад, С Вулић,
Отпор котрљању возила

Комисија за преглед и одбрану:

1. **Др Јованка Лукић, проф. - ментор**
2. _____
3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завршног рада кандидат треба да
Опише и анализира:

- отпор котрљању возила и утицајне параметре
- моделе коефицијента отпор котрљању

Препоручена литература:

[1] Демић М., Лукић Ј.: Теорија кретања моторних возила, Машински факултет у Крагујевцу, 2011.

[2] Симић Д.: Моторна возила, Научна књига, Београд, 1988

[3] Bernd Heiing, Metin Ersoy (Eds.): Chassis Handbook, Vieweg+Teubner Verlag |Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 2011.

Крагујевац, 05.03.2014.

ментор:

Др Јованка Лукић, проф.

Резиме:

Готово, код свих данашњих моторних возила кретање се остварује на основу котрљања, односно кретања точка. На точковима данашњих савремених аутомобила налазе се пнеуматици, чији је задатак да обезбеде што већу еластичност точкова у свим правцима. У овом раду анализираће се отпор котрљања који се јавља приликом кретања возила. Посебна пажња је посвећена параметрима који утичу на отпор котрљању и коефицијенту пријањања.

Кључне речи: моторно возило, точак, отпор котрљања, коефицијент отпора котрљања, коефицијент пријањања.

Abstract:

Movements of almost all today's vehicles are realized on the basis of rolling i.e. wheel movement. Today's modern vehicles on their wheels have tires, whose task is to provide the greatest possible flexibility of wheels in all directions. The rolling resistance which occurs during movement of the vehicle will be analyzed in this paper. Special attention will be paid to the parameters that influence the rolling resistance and to the damping coefficient.

Keywords: vehicle, wheel, rolling resistance, the coefficient of rolling resistance, the damping coefficient.

Садржај:

1. Увод.....	3
2. Отпори кретању возила.....	5
2.1. Сила отпора котрљању.....	6
2.2. Сила отпора ваздуха.....	7
2.3. Сила отпора нагиба пута.....	10
2.4. Отпори инерцијалних сила.....	12
3. Котрљање точка аутомобила.....	14
3.1. Котрљање еластичног вученог точка по тврдом тлу.....	16
3.2. Кретање еластичног погонског точка по тврдом тлу.....	19
4. Коефицијент отпора при котрљању точка аутомобила.....	21
5. Коефицијент пријањања.....	23
6. Клизање точка.....	25
6.1. Зависност коефицијента пријањања од клизања.....	27
6.2. Вредности коефицијента пријањања и основни утицајни фактори.....	28
6.2.1. Утицај брзине и врсте подлоге.....	28
6.2.2. Утицај вертикалног оптерећења.....	29
6.2.3. Утицај притиска у пнеуматику.....	30
7. Котрљање точка без дејства бочне силе.....	30
8. Котрљање точка под дејством бочне силе.....	32
9. Отпор котрљању возила.....	33
9.1. Параметри отпора котрљању возила.....	38
9.1.1. Отпор пнеуматика, односно гуме.....	39
9.1.2. Отпор савијања.....	39
9.1.3. Отпор трења.....	40
9.1.4. Отпор ваздуха.....	41
10. Модели коефицијента отпора котрљању.....	41
10.1. Утицај површине пута на отпор котрљања.....	45
10.1.1. Отпор котрљања који се јавља због неравнина на површини пута.....	46
10.1.2. Отпор котрљања настао услед пластичних деформација коловоза.....	46
10.1.3. Отпор који се јавља због утицаја воде на коловозу.....	48
10.1.4. Отпор котрљања настао услед клизања пнеуматика.....	49
10.1.5. Отпор настао услед трења између лежачева и прилоком кочења.....	51
11. Закључак.....	53
12. Литература.....	56

1. Увод

Право значење појма возило, као транспортно средство, отпочиње открићем точка (6000 година п.н.е.). Може се слободно рећи да је точак једно од најгенијалнијих открића људског ума. Ово се може рећи са разлогом, јер је то јединствен начин кретања који не постоји у природи. Дакле, човек га није могао видети у природи и „пресликати“, те се са правом може сматрати открићем. Као природни видови кретања живих бића у природи може се поменути: скакање – представља одлику кенгура, пузање – представља одлику глисте, клизање – представља одлику змије. Док обртање, односно котрљање (точак) не постоји у природи. Потребно је напоменути да су на кочијама Сумераца постојали дрвени точкови (2700 година п.н.е.) који су били ојачани металним тракама, и који су обезбеђивали додатно ојачање точкова, а самим тим и продуживали век њиховог трајања. На точковима су постојали лежачеви који су подмазивани уљем или животињском машћу. Стари Римљани су ојачали шасију кожним ремењем и то из разлога да би смањили утицај пута, ово уједно представља и прво ослањање на возилу овог типа, а и уопште. Моторно возило добија свој смисао тек уградњом погонског агрегата на конструкцију возила са точковима (крајем 18. века). [1]

У овом делу посебна пажња посвећује се годинама, које су битне, и које говоре о развоју моторних возила. Па тако француски војни инжењер, *Nicolas Joseph Cugnot*, је 1769. Године израдио возило на парни погон за вучу топова. Била су то прва, икада саграђена моторна возила, али покушај није успео због бројних недостатака. Тек је *James Watt* (1736. – 1819.), шкотски инжењер својим конструкцијским побољшањем омогућио прву практичну употребу парне машине, која се десила крајем 18. века. Велики допринос за развој моторних возила дао је *Nikolaus August Otto*, немачки инжењер, који се израдио први четворотактни мотор са спољашњим паљењем. Године 1876. мотор је успешно испитан у „Фабрици плинских мотора“ *Deutz*. Први аутомобил имао је само три точка и израдио га је 1886. године немачки инжењер и индустријалац *Carl Benz* (1844. – 1929.). Такође велики проналазач *Rudolf Diesel*, подстакнут сазнањем да су за високи степен корисности потребне високе температуре, имао је идеју још за време студирања о мотору са унутрашњим сагоревањем. За своју идеју добио је патент 1892. године, већ наредне године мотор је прорадио, у такозваној „Фабрици машина“ у *Ausgsburgu*. Први аутомобил погоњен „Дизеловим“ мотором са спољним убризгавањем горива (данас популарни *DI*) произведен је 1924. године у фабрици *MAN*. Предуслов за то је била пумпа за убризгавање горива коју је израдио *Robert Bosch* (1861. – 1942.). Наиме све до тада, главни је недостатак Дизелових мотора био убризгавање горива у цилиндар помоћу компримованог ваздуха, који није омогућавао постизање већих брзина обртаја. Претходно поменуте личности и године су веома битне за развој моторних возила. У каснијем периоду, нова побољшања и патенти су се низали из године у годину, и тако све док се није дошло у овај стадијум развитка моторног возила у коме се данас налазимо. Без обзира што је успешно задовољена сама функција моторних возила и возила у целини и даље постоје одређени недостаци које покушавамо да побољшамо, јер самим тим вршимо и побољшање функционисања возила у правом смислу те речи. [4]

Приликом кретања возила у одређеним условима експлоатације јављају одређени отпори, који се супростављају кретању возила и теже да зауставе возило. Те отпоре треба смањити, односно различитим иновационим решењима свести их на минимум. У даљем тексту говориће се о отпорима који се јављају приликом кретања возила, а посебно детаљно размотрити силу отпора која се јавља приликом котрљања возила, анализирати отпоре, као и основним теоријама механике точка возила. Такође ће се анализирати утицајни параметри, коефицијент отпора котрљања, као и котрљање самог точка.

2. Отпори кретању возила

Силе отпора које делују на возило приликом кретања, у најопштијем случају могу се поделити на:[4]

- 1) Унутрашње силе отпора;
- 2) Спољашње силе отпора.

Под унутрашњим силама отпора подразумевају се све силе које делују при преносу снаге од мотора до точкова, како инерцијалне тако и силе трења елемената трансмисије. На основу овога, може се рећи да се из ових разлога ове силе зову унутрашње силе отпора.

Спољашње силе отпора могу се поделити на:

- 1) Силе отпора при кретању возила из места;
- 2) Силе отпора при стационарном и нестационарном кретању.

Силе отпора при кретању возила из места, односно стања мировања, зависе пре свега од стања коловоза, пнеуматика и масе возила, а потичу од пластичних и еластичних деформација подлоге, еластичних деформација точкова и инерцијалних сила, као силе отпора убрзању. У принципу, ове силе се не узимају при прорачуну укупних сила као отпори кретању, с обзиром да су силе при кретању возила већим брзинама, у принципу силе отпора ветра увек више, односно имају већу вредност, док су при мировању једнаке нули. Силе и моменти отпора при кретању возила из места су посебно битни код прорачуна спојнице, посебно код вучних и теретних возила.[4]

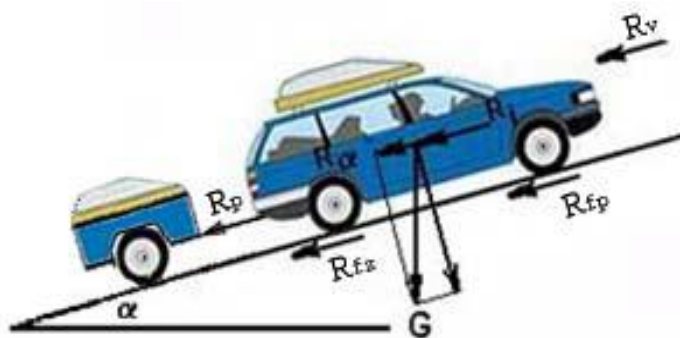
Што се тиче спољашње силе отпора при кретању возила, може се рећи да се при кретању возила устаљеном брзином супростављају следеће силе:

- 1) Сила отпора котрљању;
- 2) Силе отпора ваздуха;
- 3) Силе отпора при успону;
- 4) Силе отпора вуче приколице.

Међутим, у случају да се возило креће нестационарном брзином горе наведеним силама прикључује се:

- 5) Сила инерције

Сила инерције, у зависности од врсте нестационарног кретања, односно да ли је реч о убрзању или успорењу, има смер увек супротан од тренутног режима кретања. На слици 1 приказани су отпори који делују на возило у кретању. Такође је приказано возило са приколицом, које се креће константном брзином, тако да је сила инерције једнака нули.



Слика 1. Силе отпора које делују на возило које се креће [4]

2.1. Сила отпора котрљању

Котрљању еластичног точка по тврдој подлози супроставља се сила отпора која је резултат појединачно ангажованих сила на савлађивању отпора услед: унутрашњег трења у пнеуматику, клизања елемената пнеуматика по површини котрљања, лепљења пнеуматика на површину котрљања итд.[1]

Сила отпора котрљању има ознаку R_f , и она пре свега зависи од врсте точка, као и од врсте и квалитета самог коловоза на коме се врши кретање. Током анализа, разлика између силе отпора котрљања на погонским и гоњеним точковима се занемарује:

$$R_{fp} = f_p Z_p, \quad (1)$$

$$R_{fz} = f_z Z_z.$$

Где су:

f_p и f_z [/] - коефицијенти отпора котрљања пнеуматика на предњој и задњој осовини;

Z_p и Z_z [N] - динамичке реакције на предњој и задњој осовини.

Укупна сила отпора котрљања, сразмерна радијалном оптерећењу точка и коефицијенту отпора котрљања (2):

$$R_f = f \sum f Z_T = f G. \quad (2)$$

У случају кретања возила по путу са подужним нагибом, укупна сила отпора котрљања је (3):

$$R_f = f G \cos \alpha. \quad (3)$$

Коефицијент отпора котрљања обухвата и све друге губитке који су везани за кретање возила, а који обухватају: трење у лежајевима точкова, ударе о неравнине пута, трење код вученог, прикључног возила итд. У овом делу, који се бави силом отпора котрљања изнете су основне ствари везане за отпор котрљања. У следећем делу детаљно

ће се анализирати ова проблематика, изложиће се теорија о котрљању еластичног точка, говориће се о параметрима који прате овај процес, итд.

2.2. Сила отпора ваздуха

Отпор ваздуха заузима значајно место, тако да се у данашње време облику возила, односно аеродинамичности посвећује посебна пажња, као једном од значајних фактора који утичу на потрошњу горива, као и на динамичко понашање возила на путу. Такође је потребно напоменути да се посебна пажња посвећује конструкцији облика бочних површина. Сила бочног ветра не делује у тежишту површине, већ у метацентар исте, тако да од међусобног положаја тежишта возила и метацентра бочне површине, у великој мери зависи каква ће бити стабилност возила на бочни ветар. Правац силе отпора ваздуха зависи такође од правца природног струјања ваздуха, тако да израз за резултујућу брзину ваздушне струје има облик (4): [4]

$$v_v = \sqrt{v^2 + w^2 + 2v \cdot w \cdot \cos \tau} \quad (4)$$

Где су:

$v \left[\frac{m}{s} \right]; \left[\frac{km}{h} \right]$ - брзина кретања возила;

$w \left[\frac{m}{s} \right]; \left[\frac{km}{h} \right]$ - брзина ветра;

$\tau [^\circ]$ - угао који заклапа ветар са смером кретања возила.

На основу угла τ у најопштијем случају постоје три израза (5):

1) Када ветар дува са предње стране:

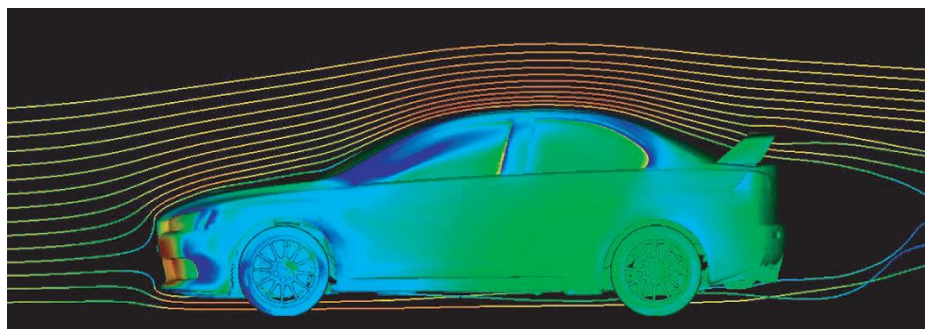
$$v_v = v + w,$$

2) Када ветар дува са задње стране:

$$v_v = v - w, \quad (5)$$

3) Када дува бочни ветар:

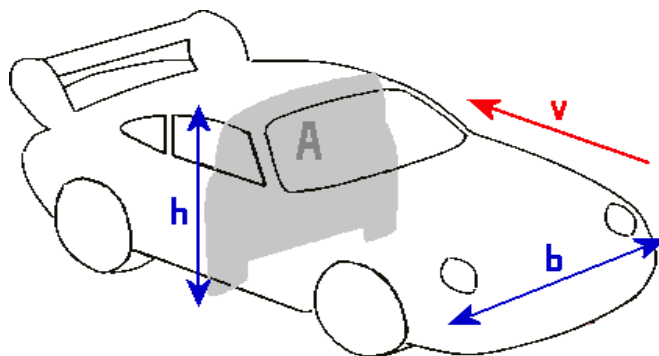
$$v_v = \sqrt{v^2 \pm w^2}.$$



Слика 2. Ламинарно опструјавање профила возила [7]

У општем случају укупан отпор ваздуха изазивају:[4]

- 1) Резултанта нормалних сила притисака која износи око 65% од укупне силе отпора ваздуха;
- 2) Резултанта тангенцијалних сила која настаје услед трења честица ваздуха о површину возила, који чини око 10% од укупне силе отпора ваздуха;
- 3) Резултујући отпор прострујавања је компонента отпора која настаје услед проласка ваздуха кроз унутрашњост возила, (систем за проветравање, пролазак кроз хладњак мотора и слично) и износи око 10% од укупног отпора ваздуха;
- 4) Резултанта отпора дисконтинуитета површине возила, прекидне зоне површине возила, и износи око 15% од укупног отпора ваздуха. Управо из ових разлога велика се пажња поклања облику, односно аеродинамичности возила. У стварности прекидне зоне утичу на појаву вртлога, које поред повећања отпора кретању, повећавају и буку возила.



Слика 3. Чеона површина возила [7]

Израз (6) којим се израчунава отпор ваздуха при кретању возила има следећи облик:

$$R_v = c_x \frac{\rho}{2} A^* (v \pm w)^n \quad (6)$$

Где су:

C_x [/] - фактор аеродинамичности;

$q \left[\frac{kg}{m^3} \right]$ - густина ваздуха;

$A [m^2]$ - чеона површина возила;

$v, w \left[\frac{m}{s} \right]; \left[\frac{km}{h} \right]$ - резултујућа брзина возила, односно ветра;

n – експонент који зависи од брзине (за дозвучне брзине $n=2$).

Најчешће чеоне површине возила могу се израчунати помоћу следећих образаца:

$$A = 0,79 * b * h [m^2] \quad (7.1)$$

$$A = (0,96 - 1,1) * h * s_p [m^2] \quad (7.2)$$

$$A = 0,9 * h * b [m^2] \quad (7.3)$$

Где су:

b [m] – ширина возила;

h [m] – висина возила;

s_p [m] - предњи траг возила.

Први израз (7.1) служи за израчунавање чеоних површина код путничких возила, док преостала два (7.2), (7.3) служе за израчунавање чеоних површина код теретних возила или аутобуса.

Такође величине чеоних површина возила може се одредити помоћу табеле 1:

Табела 1. Чеона површина возила и коефицијент отпора [4]

Врста возила	Чеона површина $A[m^2]$	Коефицијент отпора ваздуха $K[Ns^2/m^4]$
Затворени путнички аутомобил		
-Радна запремина мотора до 1000 cm ³	1,4 – 2,0	
преко 1000 cm ³	2,0 – 2,8	
-Отворена путничка	1,5 – 2,0	0,15 – 0,3
-Спортска	1,0 – 1,3	
Теретна возила	3 - 6	0,5 – 0,7
Аутобуси	4 – 6,5	0,25 – 0,5

2.3. Сила отпора нагиба пута

Када се израчунава сила отпора возила услед нагиба пута, потребно је силу тежине возила, која делује из тежишта, разложити на компоненте. Једну у правцу усправном на подлогу, и другу паралелна са подлогом. Сила која је паралелна са подлогом, представља отпор возила на успону. Ова сила отпора може се представити изразом (8): [4]

$$R_{\alpha} = G \sin \alpha \approx G \operatorname{tg} \alpha . \quad (8)$$

Где је:

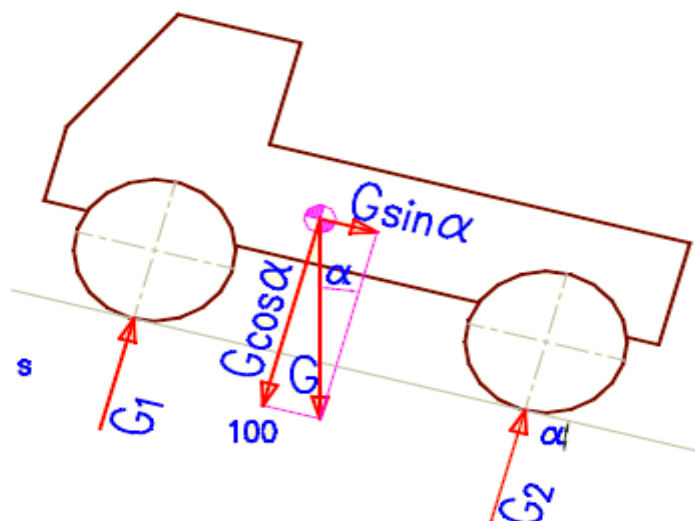
R_{α} [N] - отпор нагиба пута;

G [N] – тежина возила;

$\alpha [^{\circ}]$ - подужни нагиб пута.

За мале углове може се узети да је (9):

$$\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha . \quad (9)$$



Слика 4. Разлагање силе тежине на успону [7]

Уколико постоји случај да је у питању возило са приколицом, његов укупан отпор услед кретања на успону једнак је збиру отпора за вучно возило и за приколицу. Како отпор успона и отпор котрљања, зависе од тежине возила и карактеристике пута (коефицијента отпора котрљању и угла нагиба пута), може се поставити једнакост (10) укупних сила отпора пута као:

$$R_u = R_f + R_\alpha = G * f * \cos \alpha + G * \sin \alpha . \quad (10)$$

За мале углове важи:

$$\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha ,$$

$$\cos \alpha = 1 .$$

Укупан отпор пута је (11):

$$R_u = R_f + R_\alpha = G * (f + p) = G * u . \quad (11)$$

Збир (f + p) изражава се коефицијентом „u“ који представља коефицијент укупног отпора.

Смањивање отпора пута је стални тренд произвођача возила али и путоградње, и огледа се у сталној тежњи да се при изградњи путева успони смање градњом мостова, просецањем или градњом тунела, као и у конструкцији возила, где је тежња да се смањи маса возила употребом лаких материјала, овде се пре свега мисли на лаке метале, као и пластике и композитних структура.[4]

2.4. Отпори инерцијалних сила

Приликом убрзаног или успореног кретања возила, појављује се сила отпора убрзању или кочењу, односно инерцијална сила. Она се јавља као последица другог Њутновог закона. Ова сила има смер увек супротан од смера кретања возила. У том процесу маса аутомобила добија транслаторно, док систем замајац – точкови ротационо убрзање. Укупна инерцијална сила возила има две компоненте:[2]

- 1) Потребне силе за једнолико транслаторно убрзање масе аутомобила;
- 2) Потребне силе за једнолико ротационо убрзање обртних маса аутомобила.

Ово се може изразити преко следећег израза (12):

$$R_i = R_{iT} + R_{iO} . \quad (12)$$

При чеми су:

$$R_{iT} = m * a = \frac{G}{g} * a [N] \text{ - силе отпора убрзању транслаторних маса}$$

$$R_{iO} = J_z * \frac{d\omega}{dt} * \frac{i_m * i_o * \eta_T}{r_d} + J_T * \frac{z}{r_d} * \frac{d\omega_T}{dt} \text{ - силе отпора убрзању обртних маса}$$

Увођењем смена:

$$v = \omega_T * r_d \rightarrow \frac{d\omega_T}{dt} = \frac{1}{r_d} * \frac{dv}{dt} = \frac{1}{r_d} * a . \quad (13)$$

Где су:

J_z - момент инерције замајца;

J_T - момент инерције точка;

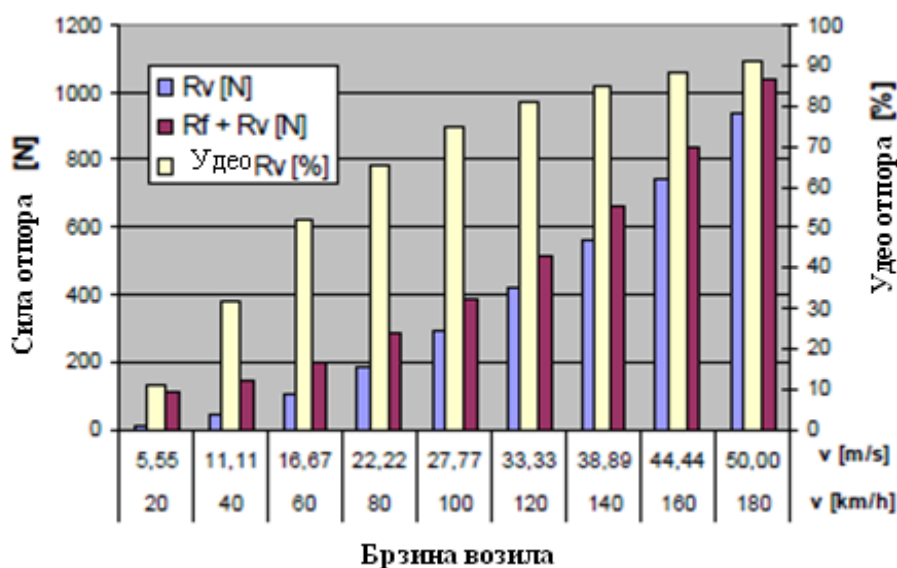
$d\omega/dt$ - угаоно убрзање замајца;

$dv/dt = a$ - транслаторно убрзање маса;

z - број точкова на возилу.

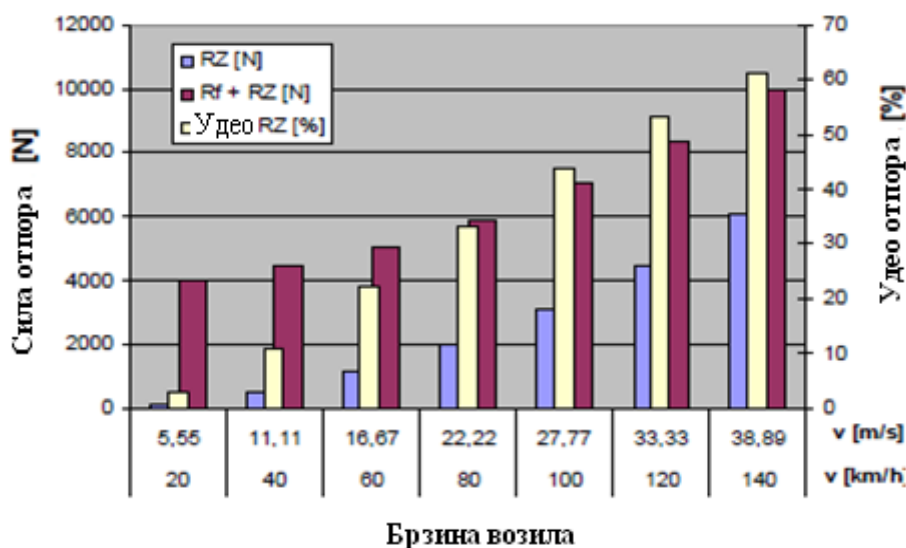
Да би се стекла боља слика о утицајима појединачних и укупних отпора, на сликама 5 и 6 су приказани дијаграми отпора кретању, и то за случајеве кретања путничких аутомобила до 1000 kg и камиона са приколицом укупне масе до 40000 kg.[4]

При кретању путничког аутомобила масе до 1000 kg, на равном путу, где се за отпор котрљања усваја вредност $R_f = 98[N]$, коефицијент отпора котрљању $f = 0,01$, отпор ваздуха $R_v = 0,375 * v^2[N]$, укупни отпори кретању приказани су на слици 5.



Слика 5. Отпори кретања путничког аутомобила на равном путу [4]

При кретању камиона са приколицом, чија је маса 40000 kg, на равном путу где се за отпор котрљања усваја вредност $R_f = 3924[N]$, коефицијент отпора котрљању $f = 0,01$, отпор ваздуха $R_v = 4,0 * v^2[N]$, укупни отпори кретању приказани су на слици 6.



Слика 6. Отпори кретању камиона са приколицом на равном путу [4]

При кретању путничког аутомобила на равном путу, брзином до 100 km/h, масе до 1000 kg, највећи удео појединачног отпора у укупном отпору кретања има сила отпора

ваздуха. Док при кретању камиона са приколицомна на равном путу брзином до 100 km/h, чија је маса 40000 kg, највећи удео има сила отпора котрљању.

3. Котрљање точка аутомобила

Точак аутомобила представља склоп од наплатка и пнеуматика. За точак аутомобила може се рећи да је еластичан у свим правцима: радијалном, тангенцијалном и бочном. С обзиром на еластичност точка у радијалном правцу, разликују се следећи полупречници точка:[2]

- 1) Номинални полупречник – овај полупречник је дефинисан на основу номиналних димензија точка, и може се израчунати по следећој формули (14):

$$r_n = \frac{d}{2} + h \quad (14)$$

Где су:

d [m] – пречник обода наплатка;

h [m] – висина профила спољне гуме.

- 2) Слободни полупречник – дефинише се на основу максималног обима точка који се не обрће и на који не дејствују силе. Може се срачунати на основу израза (15):

$$r_0 = \frac{O}{2\pi} \quad (15)$$

Где је:

O [m] – обим точка.

- 3) Статички полупречник – представља растојање од осе точка до подлоге при чему је точак непокретан и оптерећен радијалном реакцијом. Може се одредити из израза (16):

$$r_s = \frac{d}{2} + h * (1 - \lambda) \quad (16)$$

Где је:

λ [/] - коефицијент радијалне деформације пнеуматика под оптерећењем у односу на номиналну висину профила пнеуматика.

- 4) Динамички полупречник – је растојање од осе точка до подлоге кад се исти котрља. На точак тада делују све или неке од сила: радијална, обимна и бочна.

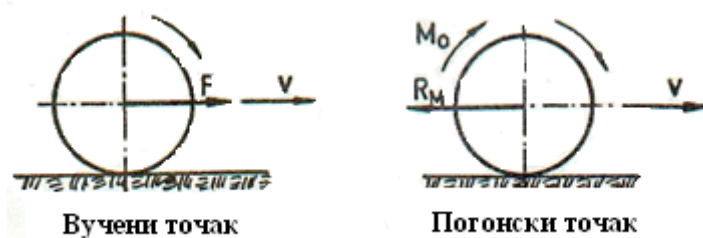
- 5) Полупречник котрљања – представља теоријски, односно замишљени полупречник оног крутог тела који има исту брзину обртања и транслаторну брзину котрљања са стварним точком аутомобила. Може се израчунати из израза (17):

$$r_f = \frac{v}{\omega_T} \quad ; \quad r_f = \frac{S}{2\pi n_T} \quad (17)$$

Према функцији коју обављају постоје две основне врсте точка:

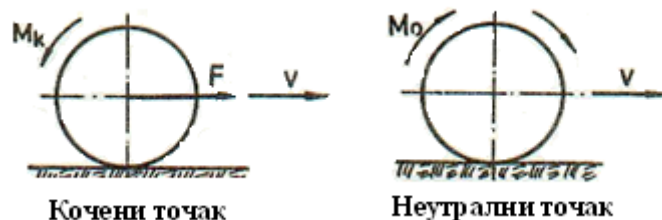
- 1) Гоњени точак;
- 2) Погонски точак.

Гоњени точак има улогу покретног ослоња за возила који се ставља у покрет, односно принуђује на котрљање, на тај начин што се од стране тела возила преноси потребна сила на његову осовину. Овај точак је гуран или вучен силом саопштеном од тела возила. На таквом режиму котрљају се сви точкови приколице или точкови моторног возила, под условом да нису погонски.[7]



Слика 7. Вучени и погонски точак [7]

Погонски точак, поред улоге покретног ослоња, има и основни задатак да преноси енергију мотора, потребну за савлађивање отпора кретања возила, и тиме обезбеди кретање возила. До обртања се овај точак, дакле, доводи спољним моментом од мотора (M_o). Могући су и други случајеви, односно режими котрљања точка. Точак такође може имати улогу кочног органа возила – када се котрља и клиза уз дејство кочног момента (M_k) кочени точак, или се може котрљати под дејством обртног момента управо онолике величине која је потребна за његово сопствено котрљање – неутрални точак.[4]



Слика 8. Кочени и неутрални точак [7]

Механика кретања аутомобила, заснива се на котрљању точка. У зависности од подлоге по којој се точак котрља, разликују се три случаја: [6]

- 1) Деформације тла су занемарљиво мале у односу на деформацију точка. Ово претставља случај котрљања еластичног точка по апсолутном тврдом путу.
- 2) Деформације точка су занемарљиво мале у односу на деформацију пута. Случај котрљања апсолутног крутог, односно тврдог точка по меком путу.
- 3) Деформације точка и пута су величине истог реда. Случај котрљања еластичног точка по меком путу.

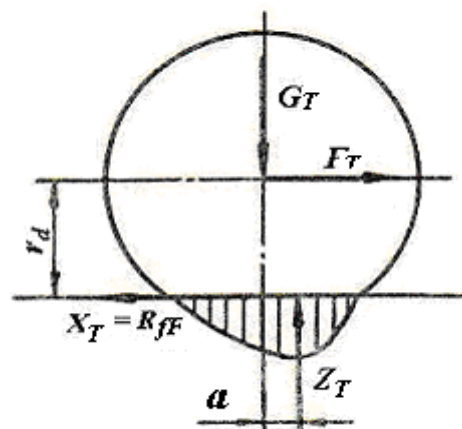


Слика 9. Случајеви котрљања точка [7]

Од свих ових случајева највећу пажњу захтева случај котрљања еластичног точка по тврдом и деформабилном тлу. Први од ова два случаја се односи на сва транспортна возила, а други првенствено на тракторе са точковима. [6]

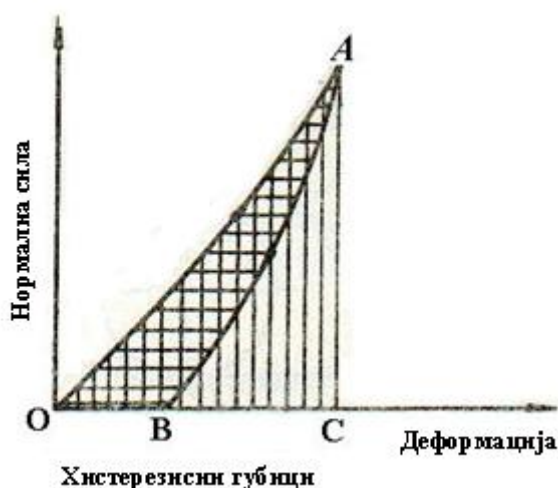
3.1. Котрљање еластичног вученог точка по тврдом тлу

У случају мировања под дејством вертикалног оптерећења (од масе возила и самог точка), долази до деформације наплатка, док се деформације тла могу занемарити. Дијаграм расподеле притиска у односу на вертикалну осу за непокретан точак је симетричан. Да би се точак принудио на котрљање неопходно је да на његову осовину делује нека хоризонтална сила. Тада се предњи елементи наплатка при ступању у додир са тлом више оптерећују и деформишу, да би се по завршетку додира поново растеретили и успоставили свој првобитни облик. Међутим, материјали наплатка нису апсолутно еластични, услед постојања унутрашњег трења у наплатку и трења на површини додира наплатка са тлом, па део енергије утрошене на деформације прелази у топлоту, која се предаје околини.[7]



Слика 10. Деловање сила на точак [7]

У реалном случају точка, где је пнеуматик као еластичан наплатак точка и то еластичан не само у радијалном, већ и у тангентном правцу, рад трења на површини контакта са тврдим тлом је доста мали, скоро занемарљив. То значи, да основни утрошак енергије представљају унутрашњи, односно тзв. хистерезисни губици. Ови губици зависе од конструкције пнеуматика, броја платна, дебљине каркасе, материјала, величине и облика шара, притиска у пнеуматику и тд. На слици 11 је приказан дијаграм деформације пнеуматика, који показује ове хистерезисне губитке. [4]



Слика 11. Појава хистерезиса [7]

Крива ОА, претставља оптерећење, а крива АВ растерећење. Површина ОАС, помножена фактором пропорционалности, претставља део рада који се неповратно губи. Хистерезисни губици у радном процесу котрљања точка са еластичним наплатком по тврдом тлу изазивају промене расподеле притиска на ослоној површини. Одговарајући дијаграм постаје несиметричан у односу на вертикалну осу точка. Због тога је нормална реакција померена у правцу котрљања за величину „а“, која се назива крак нормалне реакције.

Померањем нормалне реакције Z_T , доводи до појаве момента који се назива момент отпора котрљању, где G_T представља нормалну силу која оптерећује точак. Ово је претстављено следећим изразом (18):

$$M_f = Z_T * a = G_T * a \quad (18)$$

Да би се точак равномерно котрљао, уз занемарљиве отпоре ваздуха и трења у лежају точка, момент отпора котрљању мора да се савлада спрегом сила којег образују сила F_T , која „гура“ точак, и њој једнака по величини, али супротног смера, тангентна реакција тла X_T , односно (19):

$$F_T * r_d = X_T * r_d = M_f \quad (19)$$

Где је:

r_d [m] – динамички полупречник пнеуматика, односно полупречник пнеуматика при његовом котрљању.

Z_T [N] – нормална реакција тла;

X_T [N] – тангенцијална реакција тла;

M_f [Nm] – момент отпора котрљању.

Из претходне једначине (19) може се одредити величина силе која „гура“ точак (20):

$$F_T = X_T = \frac{M_f}{r_d} = Z_T * \frac{a}{r_d} = Z_T * f_F \quad . \quad (20)$$

Где је:

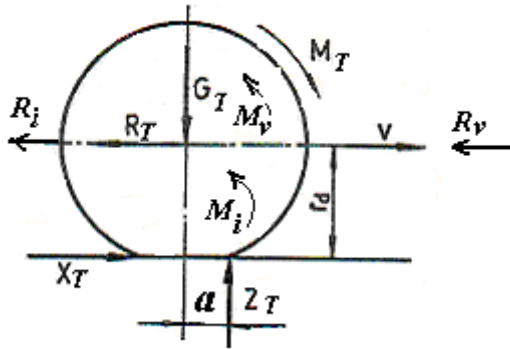
$f_F = \frac{a}{r_d}$ - коефицијент отпора котрљању вученог точка. Производ нормалне реакције тла и коефицијента отпора котрљању вученог точка, претставља отпор котрљању, па је (21):

$$R_f = \frac{M_f}{r_d} = G_T * \frac{a}{r_d} = G_T * f_F \quad . \quad (21)$$

Ово показује да је отпор котрљања у суштини условна сила отпора котрљању вученог точка и по апсолутној вредности једнака је сили F_T .

3.2. Кретање еластичног погонског точка по тврдом тлу

Претварање енергије мотора, која се погонском точку доводи у облику обртног момента M_T , у рад потисних сила (силе вуче, пропулзивне силе), помоћу којих се возилу саопштава кретање, остварују се узајамним дејством наплатака точка и тла преко сила и момента који делују на погонски точак при једноликом кретању. G_T је нормално оптерећење точка, а Z_T резултујућа нормална реакција тла. На осовини точка дејствује и сила отпора R_T , којом се тело возила супроставља кретању возила.[7]



Слика 12. Деловање сила и момената на погонски точак [4]

Точак се принуђује на котрљање довођењем обртног момента од мотора M_T , у величини потребној да се савладају отпори. Због тога се у равни пута јавља тангентна реакција тла X_T , која представља силу „опирања“ точка о тло. Ова реакција преставља пропулзивну, односно вучну силу. Проблем котрљања погонског точка користећи „D Alambertov принцип“ може да се сведе на чисто статички проблем, тако да је потребни обртни момент од стране мотора за обртање точка одређен изразом (22): [7]

$$M_T = M_i + M_v + Z_T * a + X_T * r_d . \quad (22)$$

Где су:

$M_i = J_t * \frac{d\omega}{dt}$ - инерциони момент ротирајућих маса које делују као момент отпора при убрзаном обртању точка;

J_t – динамички момент инерције точка у односу на осу обртања точка;

$\frac{d\omega}{dt}$ - угаоно убрзање точка;

M_v – момент отпора ваздуха при обртању точка;

a - крак нормалне реакције погонског точка.

У практичним прорачунима обично се занемарује утицај отпора ваздуха на сам точак. Тако за случај једноликог кретања, односно при константној брзини, претходни израз (22) добија облик (23):

$$M_T = Z_T * a + X_T * r_d . \quad (23)$$

Пошто је према слици 12. $X_T = R_T$, израз (23) се своди на израз (24):

$$M_T = Z_T * a + R_T * r_d . \quad (24)$$

На основу претходног израза (24) може се закључити да је за котрљање погонског точка потребно од мотора довести обртни момент једнак збиру момената вертикалне реакције тла и момената свих отпора. Дељењем претходног израза (24) са динамичким полупречником точка, добија се (25):

$$F_T = \frac{M_T}{r_d} = Z_T * \frac{a}{r_d} + R_T . \quad (25)$$

У овом изразу (25) F_T претставља тзв. обимну силу на погонском точку, која у суштини претставља фиктивну, условну силу, која има исти утицај на точак као и момент M_T . Усвајајући ознаку a/f_M , где је f_M коефицијент отпора котрљања погонског точка, биће (26):[5]

$$F_T = Z_T * f_M + R_T . \quad (26)$$

Тада је вучна, сила R_T одређена изразом (27):

$$X_T = F_T - Z_T * f_M = R_T . \quad (27)$$

Она је мања од силе на обиму погонског точка за величину отпора котрљању.

Међутим, у практичним прорачунима, се понекад узима да је $X_T = F_T$, јер је коефицијент отпора котрљању и погонског точка приближно једнак (28):

$$f_F \approx f_M \approx f . \quad (28)$$

Тако да отпор котрљању точка на равном путу има вредност (29):

$$R_f = Z_T * f_M = G_T * f . \quad (29)$$

Отпор котрљања еластичног точка по меком тлу може се изразити на исти начин као и за тврдо тло, значи као производ нормалне реакције, односно оптерећења точкова и условно дефинисаног коефицијента отпора котрљању.

4. Коефицијент отпора при котрљању точкова аутомобила

У општем случају можемо претпоставити да је f функција брзине v у облику полинома „n – tog“ реда (30):[2]

$$f = f_0 + f_1 * v + f_2 * v^2 + \dots + f_n * v^n . \quad (30)$$

Са повећањем оптерећења на точак увећава се коефицијент f јер се повећава деформација пнеуматика и пута. Међутим ако оптерећење пнеуматика не прекорачава допуштено према фабричким прописима, а при томе одабрани притисак ваздуха одговара

оптерећењу, може се оптерећење занемарити. За добре путеве се може користити емпиријска формула (31): [2]

$$f = \frac{0,019}{\sqrt[3]{p}} + \frac{0,00245}{\sqrt{p}} * \left(\frac{v}{100} \right)^2 + \frac{0,0042}{\sqrt[3]{p^4}} * \left(\frac{v}{100} \right)^3 \quad (31)$$

Где је:

p – притисак ваздуха у пнеуматику.

Практичну примену има израз (32):

$$f = f_0 * (1 + av^2) \quad (32)$$

Где су:

f_0 – коефицијент отпора при котрљању, који се односи на брзине до 60 km/h, дат је у табели 2. у зависности од подлоге;

a – константа, приближно једнака (4 – 5) * 0,00001;

v – брзина кретања у km/h.

Вредности коефицијента отпора при котрљању дати су у табели 2:

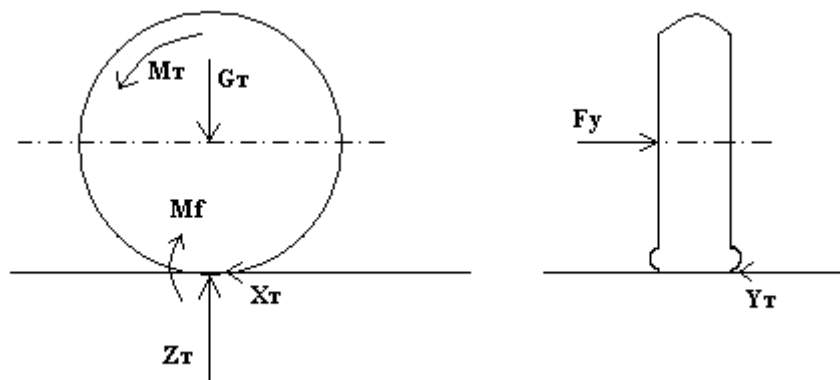
Табела 2. Вредности коефицијента отпора при котрљању [2]

Врста и стање пута	Извори			Примедба
	A. Jante (Bussien)	Saal	Wolf	
Цемент: Одлично Средње Лоше		0,008 0,010 -	0,010 0,015 0,020	
Асфалт: Одлично Средње	0,010	0,010 0,018	0,0125 0,0175	

Лоше		-	0,0225	
Плочице:				Камена коцка
Одлично	0,015	-	-	
Добро	0,020	-	-	
Макадам:				
Одлично	0,016	0,013	0,015	
Средње	0,023	0,018	0,0225	
Са прашином	0,028	0,023	0,025	
Оштећен	0,035	0,018 – 0,033	0,0375	
Напуштен	0,050	-	-	
Камена коцка:				
Слаба	0,033	-	0,055	
Калдрма			0,085	
Природна подлога:				
Одлично	0,045	-	-	
Напуштена	0,08 – 0,16	-	-	
Снег висине:				За лед
50 мм		-	0,25	0,018 – 0,02
100мм		-	0,375	
Песак:				
Сув	0,150 – 0,300	-	0,15 – 0,25	
Влажан	0,100			
Дрво:				
Добро	0,018	-		

5. Коефицијент пријањања

Посматрање случаја погонског точка на који делује бочна сила F_y . Услед погонског момента имаћемо у равни тла реакције X_T , а услед дејства бочне силе појавиће се бочна реакција тла Y_T ($F_y = Y_T$), такође у равни тла.[2]



Слика 13. Погонски точак на који дејствују силе (бочна сила) [2]

Резултујућа реакција налази се такође у равни тла. Максимална могућа резултујућа реакција у равни тла одређена је на следећи начин (33):

$$Z_T \varphi = \sqrt{(X_T^2 + Y_T^2)_{\max}} \quad (33)$$

Кад величина резултујуће реакције достигне вредност „ $Z_T \varphi$ “ појављује се клизање тачка. До клизања се долази ако је испуњен услов (34):

$$\sqrt{(X_T^2 + Y_T^2)} < Z_T \varphi \quad (34)$$

Сада можемо да дефинишемо коефицијент пријањања као однос између резултујуће максималне реакције у равни тла при којој почиње клизање и радијалне реакције тла (35):

$$\varphi = \frac{\sqrt{(X_T^2 + Y_T^2)_{\max}}}{Z_T} \quad (35)$$

Где су:

Z_T [N] – вертикална реакција тла;

X_T [N] – тангенцијална реакција тла;

Y_T [N] – бочна реакција тла;

φ – коефицијент пријањања [/].

За случај да је $Y_T = 0$ резултујућа максимална реакција тла постаје максимална тангенцијална реакција, па је коефицијент пријањања однос између ове и нормалне реакције тла. Дефиниција коефицијента пријањања говори о коефицијенту трења при клизању између два крута тела (трење првог реда). Стога се често сматра да су коефицијент пријањања и коефицијент трења при клизању исти појмови и да су под истим условима међусобно исте величине.[2]

Пријањање између точкова аутомобила и подлоге омогућава преношење обимне – погонске силе и кретање аутомобила. При томе аутомобил држи жељани правац без посебних уређаја за вођење точкова, док ово није случај код шинских возила. Са повећањем коефицијента пријањања повећава се стабилност вожње, јер се у сваком моменту може обезбедити додатна реакција у равни тла којом би се уравнотежила евентуална поремећајна сила. Узајамно тангенцијално дејство точка и подлоге условљено је:

- 1) Трењем између пнеуматика и површине подлоге;
- 2) Дубином укопавања точка у тло;
- 3) Супростављањем померању елемената подлоге.

Трење између пнеуматика и површине подлоге има пресудан утицај на величину коефицијента пријањања ако је подлога тврда. Међутим, код мекане подлоге важнији су елементи: дубина укопавања точка у тло, што истовремено говори о нормалном оптерећењу точка, као и супротстављање померању елемената подлоге. Величина коефицијента пријањања зависи од великог броја фактора, као што су: врста, стање и облик пута; материјал и конструкција пнеуматика; брзина вожње; температура пута и пнеуматика; карактер котрљања (са клизањем, без клизања, у присуству бочне силе итд.). У табели 3 приказане су вредности коефицијента пријањања за различите материјале и стање путева.[2]

Табела 3. Просечне вредности коефицијента пријањања [2]

Врста и стање пута	Коефицијент пријањања	
	Сув	Влажан
Бетон:		
2 године стар	0,74	0,71
5 година стар, прљав	0,68	0,64
Асфалт:		

Нов	0,7 – 0,8	0,5 – 0,6
Стар, прљав	-	0,25 – 0,45
Дрвена коцка	0,6 – 0,8	0,3 – 0,5
Печена цигла:	0,7 – 0,8	0,4 – 0,5
Испуна песак	0,82	0,60
Испуна асфалт	0,89	0,65
Шљунак или ситан камен	0,6 – 0,7	0,3 – 0,5
Утабана шљака	0,5 – 0,6	-
Земљани пут	0,50 – 0,65	0,3 – 0,4
Травњак на 25 – 30% Влажном земљишту	0,20 – 0,30	-
Снег:		
Неутабан	0,20 – 0,40	-
Утабан	0,30 – 0,50	-
Лед, раван углачан (температура испод 0 С)	0,05 – 0,10	-

6. Клизање точка

Под клизањем се подразумевају све појаве које доводе до тога да је, при котрљању точка по равной подлози, његова транслаторна брзина v различита од теоријске која одговара датој угаоној брзини точка “ ω_T ” и динамичком полупречнику точка r_d : [5]

$$v = r_d * \omega_T - \text{Котрљање без клизања} \quad (36)$$

$$v \neq r_d * \omega_T - \text{Постоји клизање} \quad (37)$$

Где су:

ω_T [rad/s] - угаона брзина точка;

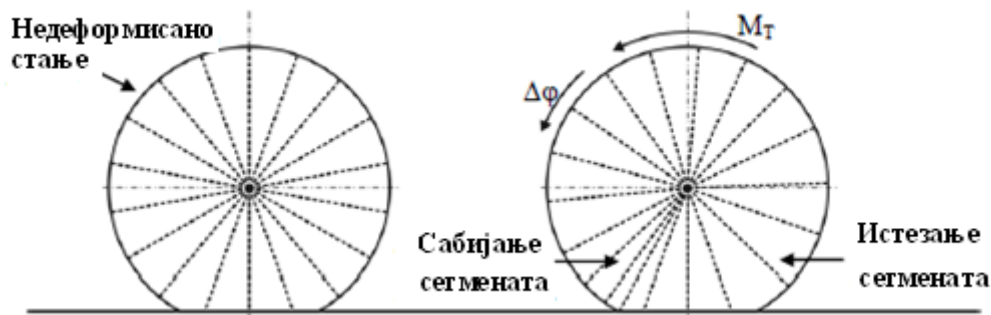
r_d [m] – динамички полупречник точка.

Када се у класичној механици разматра котрљање крутог точка по крутој подлози, тада је процес клизања при котрљању једноставан за разумевање, с обзиром на то да је у овом случају једина манифестација клизања релативна брзина у тачки контакта точка и подлоге. Код реалног точка друмског возила, услед знатне радијалне и тангенцијалне еластичности пнеуматика, појава клизања има сложенији карактер. Клизање тада има два узрока:

- 1) тангенцијална деформација пнеуматика,
- 2) проклизавање контактне површине.

Када се пнеуматику саопшти погонски или кочни момент, тада је његово котрљање праћено угаоним клизањем, односно стварна транслаторна брзина кретања пнеуматика (v)

(што је уједно и брзина којом се креће возило) одступа у односу на теоријску транслаторну брзину коју би дати точак имао при котрљању без клизања угаоном брзином ω_T ($V_{\text{теор}} = r_d \cdot \omega_T$). При ограниченим вредностима погонског односно кочног момента, појава одступања теоријске и стварне брзине потиче пре свега од тангенцијалне деформације, односно долази до еластичног клизања. [5]



Слика 14. Упрошћени приказ деформације под дејством погонског момента M_T [5]

Ова појава се, за погонски точак, може објаснити на следећи начин: при довођењу погонског момента M_T , услед тангенцијалне еластичности точка, долази до његове угаоне деформације, тј. до закретања за одређени угао $\Delta \varphi$. Ово се може упоредити са издужењем еластичне опруге када на њу делује сила. С обзиром на то да контактна површина пријања уз подлогу, а преостали део обима точка се – услед дејства M_T – закреће за угао $\Delta \varphi$, сегменти пнеуматика испред контактне површине се при тој угаоној деформацији сабијају, док се сегменти иза ње издужују. С обзиром на то да се деформацијско стање стално мења, односно стално се нови сегменти сабијају и уводе у контактну површину, а други је напуштају и бивају изложени истезању, следи да се континуално један део угаоног хода точка „троши“ на ове деформације, услед чега долази до смањења обимне брзине у односу на угаону брзину ω_T којом се окреће наплатак тј. крути део точка. [5]

При повећавању вредности момента M_T , повећава се и еластична угаона деформација, па долази до пораста еластичног клизања. При некој вредности момента M_T , услови пријањања не дозвољавају даљи пораст тангенцијалне реакције, тако да даљим повећавањем M_T долази до проклизавања у зони контактне површине.

Код погонског точка, стварна транслаторна брзина је нешто мања од теоријске, тј. точак се обрће брже него што одговара транслаторној брзини. Ова појава се дефинише као позитивно клизање. У граничном случају, погонски точак се може обртати, а да возило мирује ($v=0$, $\omega_T \neq 0$), тј. долази до потпуног проклизавања точка.

У случају коченог точка описани процес се одвија у обрнутом правцу, што за последицу има то да је стварна транслаторна брзина нешто већа од теоријске, дакле точак се креће нешто брже него што одговара обимној брзини. Овде је реч о негативном клизању. Гранична манифестација ове ситуације је позната као „блокирање точка“, односно точак се креће чисто транслаторно клизајући у односу на подлогу при кретању возила ($v \neq 0$, $\omega_T = 0$). Реализација тангенцијалних сила између точка и подлоге (вучна сила

односно сила кочења) је, дакле, нераздвојива од појаве угаоног клизања. Према наведеним дефиницијама могу се извести следећи изрази за клизање (38), (39): [4]

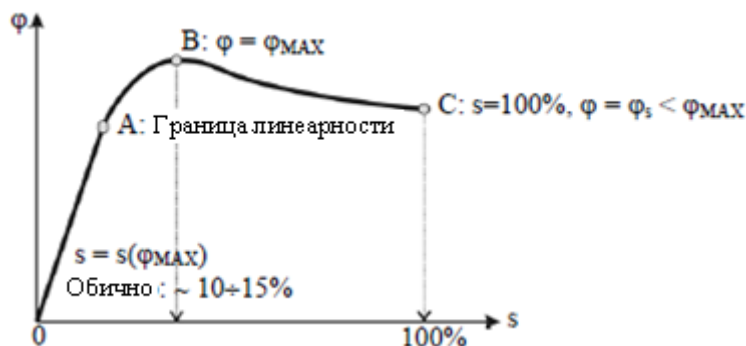
$$S = \frac{r_d * \omega_T - v}{r_d * \omega_T} = 1 - \frac{v}{r_d * \omega_T} - \text{погонски точак.} \quad (38)$$

$$S = \frac{v - r_d * \omega_T}{v} = 1 - \frac{r_d * \omega_T}{v} - \text{кочен точак.} \quad (39)$$

Понекад се клизање изражава и процентуално, множећи горње релације (38), (39) са 100%. Очигледно је у поменутих граничним случајевима потпуног проклизавања погонског односно блокирања коченог точка $s = 1$, или 100%. У случају слободног точка, код којег је $v = r_d * \omega_T$, клизања нема односно $s = 0$. Вредности клизања погонског и коченог точка у експлоатацији износе између 0 и 1 (односно између 0 и 100%). [5]

6.1. Зависност коефицијента пријањања од клизања

Према дефиницији, коефицијент пријањања за погонски точак дефинисан је као: $\varphi = \frac{X_T}{G_T}$, односно, приближно: $\varphi = \frac{F_0}{G_T}$. Како је процес довођења погонског момента нераздвојив од појаве клизања точка, реализација обимне силе – а тиме и коефицијента пријањања φ - зависна је од клизања точка. Шематски је приказан општи карактер зависности коефицијента пријањања од клизања на слици 15: [5]



Слика 15. Општи облик зависности коефицијента пријањања од клизања [5]

Први део дијаграма, од 0 до тачке А, има линеаран ток. При порасту момента на точку од 0 навише (а самим тим и вучне односно кочионе силе), долази до пораста угаоне деформације, што доводи до пораста деформационог клизања. Зависност између момента

на точку и деформационог клизања је приближно линеарна. Пошто је $F_0 = \frac{M_T}{r_D}$ и $\varphi = \frac{F_0}{G_T}$, линеарна зависност на овом делу дијаграма важи и за везу клизања и коефицијента пријањања. [5]

Када се обртни момент повећа након тачке А, зависност престаје да буде линеарна, односно клизање се повећава израженије у односу на пораст обимне силе F_0 тј. коефицијента пријањања φ . На овом делу, уз деформационо клизање, долази до почетка

клизања појединих сегмената контактне површине које постаје тим интензивније што је момент на точку већи.

При достизању тачке В, обимна сила и коефицијент пријањања, достиже своју максималну вредност коју му услови пријањања точка уз подлогу омогућавају при датом вертикалном оптерећењу G_T , односно у тачки В је $\varphi_s < \varphi_{\max}$. При даљем повећавању момента на точку, долази до нарушавања услова пријањања, јер долази до проклизавања целе контактне површине, услед чега молекуларна адхезија опада и обимна сила се смањује. Због тога након тачке В долази до наглог пораста клизања уз одређен степен опадања обимне силе тј. коефицијента пријањања.

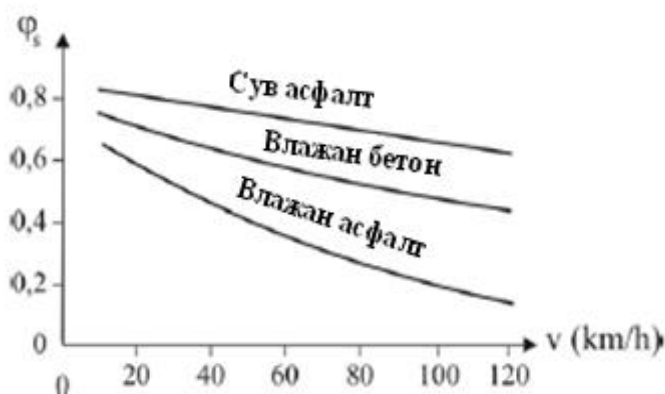
6.2. Вредности коефицијента пријањања и основни утицајни фактори

На сувим асфалтним и бетонским подлогама максимална вредност коефицијента пријањања износи (40):

$$\varphi_{\max} \approx 0,8 \div 1. \quad (40)$$

6.2.1. Утицај брзине и врсте подлоге

На слици 16 је дат пример вредности за φ_s , односно вредности коефицијента пријањања при клизању од 100% (блокиран точак), у зависности од брзине, за три различите врсте подлоге (сува асфалтна, влажна бетонска и влажна асфалтна), где се види да пријањање опада при порасту брзине кретања. Сличну зависност од брзине испољава и максимални коефицијент пријањања $\varphi_{\max}$. [5]



Слика 16. Зависност вредности коефицијента пријањања при 100% клизања од брзине кретања за три различите подлоге [3]

Оријентационе максималне вредности коефицијента пријањања на неким подлогама које су чешће заступљене износе:

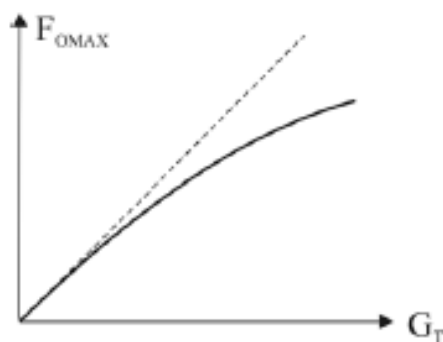
- 1) На добрим и сувим асфалтним и бетонским подлогама: $\varphi_{\max} \approx 0,8 \div 1$;

- 2) На влажним асфалтним и бетонским подлогама: $\varphi_{\max} \approx 0,25 \div 0,5$;
- 3) Са снегом и ледом прекривеним подлогама: $\varphi_{\max} \approx 0,1 \div 0,15$

Код залеђених подлога, најлошији услови пријањања јављају се при температурама близу тачке смрзавања, јер под дејством осовинских оптерећења долази до издвајања течне фазе, што практично има „подмазујући“ ефекат. При веома ниским температурама (реда величине -20°C) долази до побољшања услова пријањања на залеђеним подлогама ($\varphi_{\max} \approx 0,5 \div 0,6$).

6.2.2. Утицај вертикалног оптерећења

При повећавању вертикалног оптерећења, долази до опадања пријањања, односно, при повећању вертикалног оптерећења, максимална вредност обимне силе $F_{0\max}$ коју је могуће реализовати са аспекта пријањања расте дегресивно, што је и приказано на слици 17:[5]



Слика 17. Зависност максималне обимне силе од вертикалног оптерећења [3]

6.2.3. Утицај притиска у пнеуматику

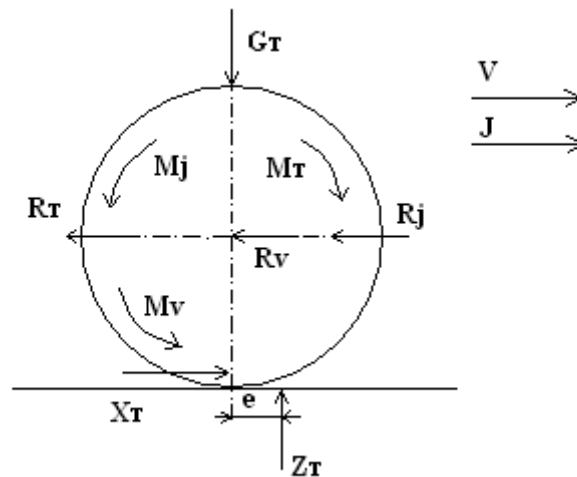
За сваки пнеуматик, постоји нека оптимална вредност притиска која омогућава најбољи контакт газеће површине пнеуматика са подлогом. Када су вредности притиска испод оптималне вредности, долази до губитка контакта средишњег дела газећег слоја, а у супротном случају – тј. при притисцима изнад оптималних – газећа површина поприма испупчен облик и њени бочни сегменти остварују лошији контакт са подлогом. На основу облика криве која је приказана на слици 18 може се закључити да је, са становишта пријањања, притисак нешто изнад оптималног мање неповољан случај него притисак испод оптималног.[4]



Слика 18. Квалитативан облик зависности пријањања од притиска у пнеуматику [3]

7. Котрљање точка без дејства бочне силе

Уколико посматрамо кретање радијално – еластичног точка под дејством сила и момента, претпостављамо да је подлога много крућа од точка, што је и најчешће случај код савремених путева. При котрљању точка, динамичка реакција тла је померена у правцу кретања за неку величину „ e “.[2]



Слика 19. Котрљање точка без дејства бочне силе [2]

На точак делују силе и моменти:

G_T [N] – радијално оптерећење точка;

M_T [Nm] – активни момент на точку;

X_T [N] – хоризонтална реакција тла;

R_T [N] – реактивна сила услед деловања шасије на центар точка;

R_J [N] – инерцијална сила;

$R_v [N]$ – отпор ваздуха;

$M_v [Nm]$ – момент отпора ваздуха;

$M_j [Nm]$ - инерцијални момент отпора убрзаном кретању точка.

Користећи опште законе динамике, могу се извести диференцијалне једначине (41) кретања точка:

$$Z_T = G_T,$$

$$X_T = R_T + R_j + R_v, \quad (41)$$

$$M_T = Z_T e + X_T r_d + M_j + M_v.$$

У случају кретања центра точка константном брзином, ако се занемаре R_v и M_v , једначине добијају облик (42), (43), (44):

$$Z_T = G_T, \quad (42)$$

$$X_T = R_T, \quad (43)$$

$$M_T = Z_T e + X_T r_d. \quad (44)$$

Закључци о начину кретања точка су следећи:

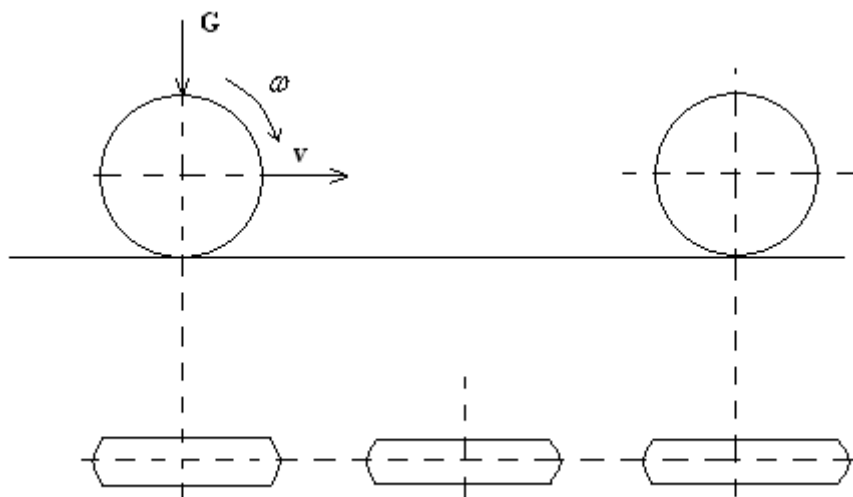
- 1) Уколико је активни момент на точку већи од производа динамичке реакције тла и величине „ e “; и уколико је хоризонтална реакција тла већа од нуле – точак је погонски.
- 2) Уколико је активни момент на точку једнак производу динамичке реакције тла и величине „ e “; и уколико је обимна сила на погонском точку једнака нули – точак је слободан.

Максимална тангенцијална сила ограничена је силом пријањања између пнеуматика и тла. Минимална вредност је нула а максимална претставља производ динамичке реакције тла и коефицијента пријањања. Овај коефицијент има највећу вредност при проклизавању услед деформације пнеуматика, око 15 – 25%, што је веома значајно, посебно за процес кочења и поласка возила из места.[1]

Промена притиска у пнеуматичима, на сувим путевима, показује утицај на коефицијент пријањања, док на влажним путевима смањење притиска ваздуха у пнеуматичима доводи до побољшања коефицијента пријањања.

8. Котрљање точка под дејством бочне силе

Бочно еластичан точак се у одсуству деловања бочних сила креће праволинијски, као што је и приказано на слици 20.[2]



Слика 20. Котрљање еластичног точка без дејства бочне силе [2]

Бочна реакција тла је последица дејства бочне силе и не делује у центру точка, већ је померена уназад за неку одређену величину, која претставља траг повођења. Ако се бочна реакција тла редукује у центар точка, добија се момент чија је величина $M_s = Y_{TC}$, са смером супротним од градијента угла повођења. Овај момент тежи да точак врати у првобитни положај, те се назива момент стабилизације. Испитивања пнеуматика су показала да бочна сила и момент стабилизације зависе од великог броја фактора, међу којима су најважнији: врста и конструкција пнеуматика, радијално оптерећење, угао повођења, брзина кретања, притисак ваздуха у пнеуматикама, бочни нагиб точка и тд.

На основу експерименталних истраживања, максимална бочна сила услед повођења пнеуматика зависи од услова пријањања и дата је изразом (45):

$$Y_{TMAX} = \varphi Z_T, \quad (45)$$

У случају да постоји и тангенцијална реакција у равни тла (погонска или кочиона), максимална бочна сила је (46):

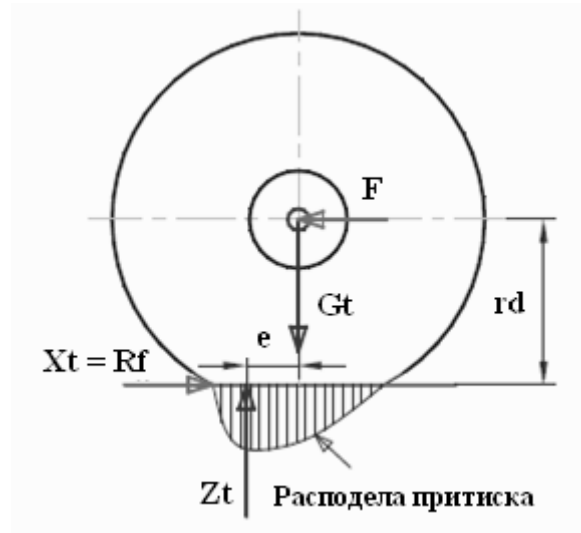
$$Y_{TMAX} = \sqrt{\varphi^2 Z_T^2 - X_T^2}. \quad (46)$$

Данас не постоје поуздани математички поступци који би омогућили израчунавање бочне силе и момента стабилизације још у фази пројектовања пнеуматика. Због тога се поуздане бочне карактеристике одређују испитивањима на пробним столовима (са добошем или бесконачном траком) и резултати се најчешће приказују дијаграмски, у облику комплексне бочне карактеристике.[1]

9. Отпор котрљању возила

Сила отпора котрљању точка по коловозу зависи пре свега од врсте точка и врсте и квалитета самог коловоза. Разматриће се уобичајан начин кретања возила по коловозу, за

кога у принципу важи случај котрљања еластичног точка по тврдом коловозу ,односно путу. У таквом случају сматра се да се точак са пнеуматиком еластично деформише, стварајући "отисак" у тлу, при чему се сила реакције на тежину измешта из центра точка у правцу кретања због деформације пнеуматика и појаве губитака од хистерезиса пнеуматика.[1]



Слика 21. Отпор кретању еластичног точка по тврдом тлу [5]

Реакције тла од тежине G_t за случај приказан на слици 21 су хоризонтална и вертикална. Тангенцијална сила X_t може се налазити у границама (47):

$$0 \leq X_t \leq Z_t * \mu . \quad (47)$$

При чему је „ ϕ “ коефицијент пријањања точка о коловоз, који се са довољном тачношћу може узети да је једнак коефицијенту клизања. Према претходној слици 21, види се да је (48), (49):[4]

$$F * r_d = Z_f * e , \quad (48)$$

$$F = X_t = Z_f * \frac{e}{r_d} . \quad (49)$$

При чему се однос e/r_d , сматра коефицијентом отпора котрљању „ f “.

Из претходне једначине (49) види се да силе F и X_t образују спрег сила који се уравнотежава моментом отпора котрљању (50):

$$M_f = Z_t * e . \quad (50)$$

Тако да из биланса сила на точку следи (51):

$$F = R_f = \frac{M_f}{r_d} = Z_t * \frac{e}{r_d} = Z_t * f = G_t * f , \quad (51)$$

Како је сила реакција на тежину $Z_t = G_t$, то се има да је отпор котрљању (52):

$$R_f = G_t * f , \quad (52)$$

У општем случају, узимајући да се возило креће на успону, сила отпору котрљања је (53):

$$R_f = G * f * \cos \alpha . \quad (53)$$

При томе су чланови једначина:

$F [N]$ - хоризонтална "гурајућа" сила;

$G, G_t [N]$ - тежина возила, односно G_t тежина која оптерећује један точак;

$e [m]$ - ексцентричност силе отпора;

$r_d [m]$ - динамички полупречник точка;

$f [/]$ - коефицијент отпора котрљању точка;

$\alpha [^\circ]$ - нагиб пута.

Мерења отпора котрљања су показала велика расипања резултата због великог броја утицајних фактора(оптерећење точка, квалитет коловоза, квалитет пнеуматика и слично), тако да се за тачнија израчунавања коефицијента отпора котрљању користи израз (54):

$$f = f_0 + f_1 * v + f_2 * v^2 + + f_n * v^n . \quad (54)$$

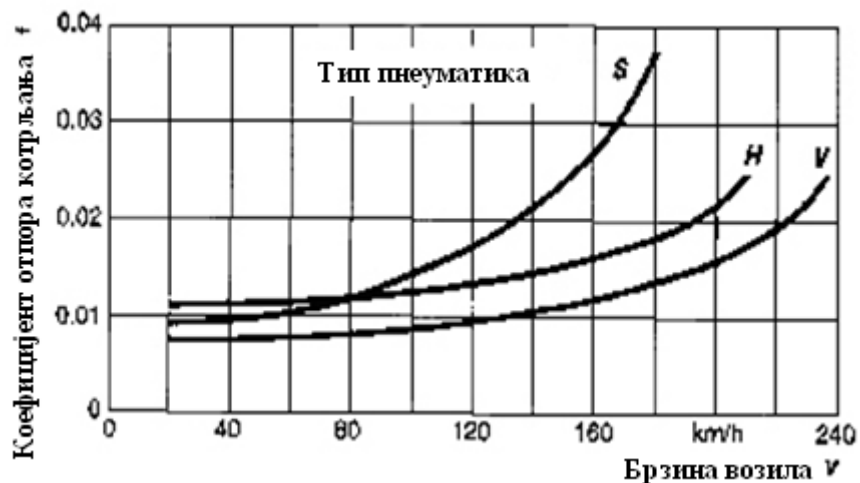
Просечне вредности коефицијента отпора котрљању могу да се усвоје у следећим реалцијама:[2]

- 1) за квалитетан асфалтни коловоз $f_0 = 0,01$ до $0,02$
- 2) макадамски коловоз $f_0 = 0,015$ до $0,04$
- 3) земљани коловоз $f_0 = 0,04$ до $0,2$

Ради ближег појашњења на сликама 22 и 23 приказана су само два од бројних утицајних фактора. На пример: коефицијент отпора котрљању опада са порастом притиска у пнеуматикама и са већим оптерећењем точка, што се објашњава мањим деформационим радом у самом пнеуматику и мањим унутрашњим трењима између слојева пнеуматика.[5]



Слика 22. Зависност коефицијента отпора котрљању од оптерећења точка и притиска у пнеуматикама [5]



Слика 23. Зависност коефицијента отпора котрљању од брзине кретања за различите типове радијалних пнеуматика [5]

Максимална вредност отпора кретању, сила $X_{t\max}$, јавља се као атхезиона сила између точка и коловоза, односно (55):

$$X_{t\max} = R_{f\max} = G_t * \mu \quad (55)$$

Исто толико може да износи и максимална сила вуче, без обзира на обртни момент који се остварује на погонским точковима, односно (56):

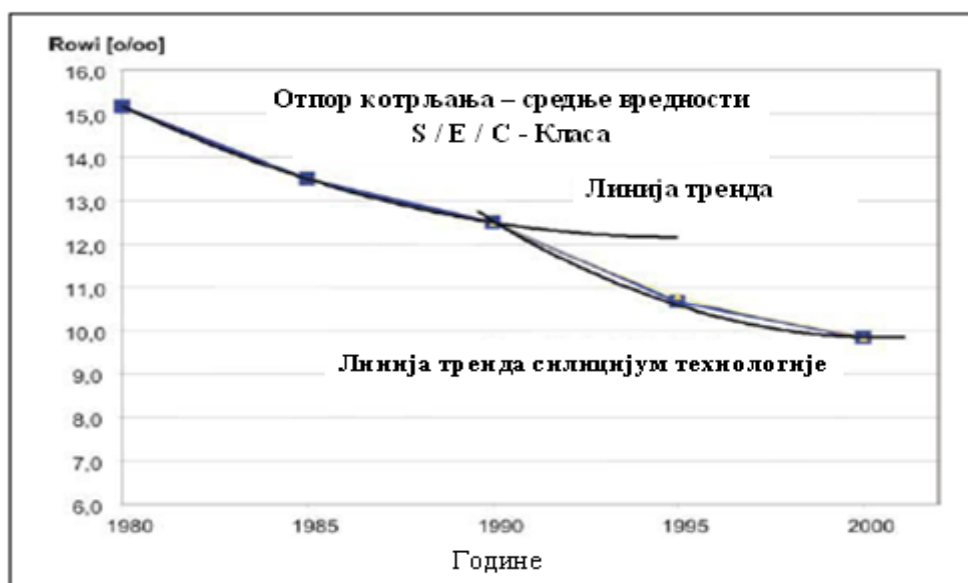
$$F_{\max} = R_{f\max} = X_{t\max} = G_{pt} * \mu \quad (56)$$

С обзиром да за услов чистог котрљања мора да постоји зависност $f \leq \varphi$, при чему је " G_{pt} " тежина која оптерећује погонске точкове возила. За возила са погоном на свим точковима, тежина која оптерећује се расподељује на погонске точкове.

Максимална вредност коефицијента пријањања точка на подлогу у принципу се сматра да је једнака коефицијенту клизања односно проклизавања точка по коловозу, које се имају у релацијама:

- 1) за квалитетан суви асфалтни коловоз $\varphi = 0,6$ до $0,8$ ($0,9$)
- 2) за мокри асфалтни коловоз $\varphi = 0,4$ до $0,6$
- 3) макадамски коловоз $\varphi = 0,4$ до $0,6$
- 4) земљани коловоз $\varphi = 0,1$ до $0,4$

Отпор котрљања се дефинише као подужна сила у односу на оптерећење точка приликом слободног котрљања. Зависи од брзине кретања и притиска ваздуха у пнеуматичима. Котрљању и радијалном оптерећењу точка супроставља се сила која делује супротно правцу кретања, и назива се отпор котрљања. Отпор котрљања је последица губитка енергије који настаје услед перманентног деформисања пнеуматика приликом контакта са тлом. То се повезује са својством амортизације пнеуматика. Тада се механичка енергија претвара у топлотну, која се одликује повећањем температуре пнеуматика. Слика 24 показује на примеру средње вредности како се развио отпор котрљања током протеклих година на фабрички уграђеним точковима на возилу „Mercedes-Benz S-, E- i C-Klasse“.[3]



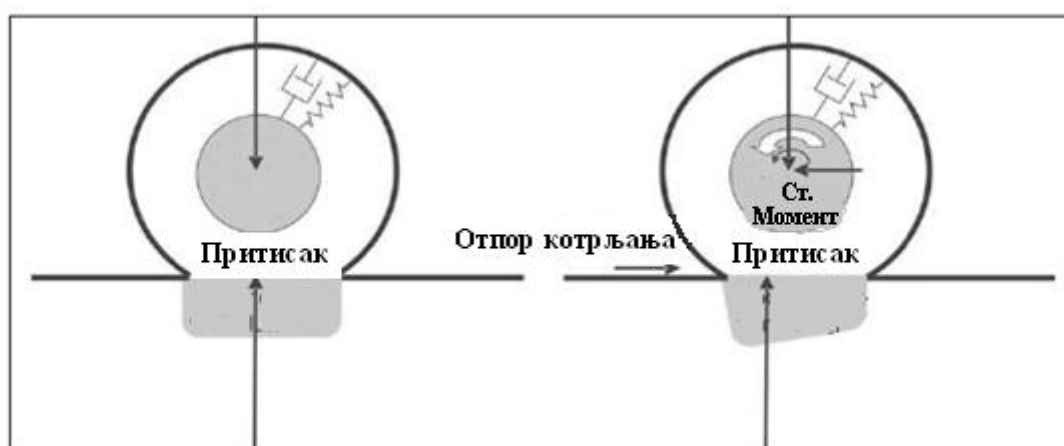
Слика 24. Развој побољшања отпора котрљања [3]

Пријањање и отпор котрљања су истовремено под утицајем хистерезиса и губитка енергије, али се они одвијају у различитим фреквентним опсезима. Зато је потребно обратити пажњу на процес котрљања. Ако се точак котрља под радијалним оптерећењем контактна површина се деформише и пнеуматик се обликује из округлог у

„праволинијски“ облик. Ова структурална деформација проузрокује губитак енергије, т.ј. отпор котрљања, који делује супротно правцу котрљања.

Деформације површине пнеуматика које утичу на способност пријањања, јављају се на фреквенцијама између 100 и 1000 Hz. Деформације у структури пнеуматика јављају се приликом сваког окретања точка, што значи око 15 Hz при брзини од 100 km/h (за путнички аутомобил).

Отпор котрљања точка се може описати помоћу коефицијента отпора котрљања (подужна сила/оптерећење точка). Ова вредност се исказује у [%] или промилима. Понекад се отпор котрљања исказује у [kg], а оптерећење точка у [t]. Код савремених пнеуматика се помоћу одговарајуће смеше гуме могу постићи позитивне особине. Проблематика не лежи у саставу смеше са малим отпором котрљања већ у производњи смеше гуме са малим отпором котрљања, спорим хабањем и добрим пријањањем. Смеше силицијум – диоксида омогућавају оптимизовање пријањања и отпора котрљања независно једно од другог. Пуњење од силицијум - диоксида у односу на чађ не ствара чврсту природну везу са полимерним ланцима, већ тежи ка томе да прави грудве. Кратка растојања и чврста веза доводе до стварања високо расипног материјала. Помоћне везивне материје из фамилије силана доприносе томе, да силицијум - диоксид и полимерни ланци створе жељене везе. [3]



Слика 25. Понашање притиска у пнеуматичима приликом стајања и котрљања точкова [3]

Постоје и два споредна фактора која стварају отпор котрљања: аеродинамични отпор ротирајућег точка због ваздушног струјања и проклизавање између пнеуматика и тла и између пнеуматика и наплатка. Приликом контакта пнеуматика са тлом, на њега делују три врсте деформација: савијање предње стране пнеуматика, бочних зидова и дела пнеуматика који наилазе на наплатак. При константној брзини влада равнотежа силе и момента. То може да буде само случај када у средини точка делује погонска снага, и она мора да делује супротно снази отпора котрљања.[3]

Отпор котрљања се повећава смањењем притиска у пнеуматику. Док нижи притисак смањује нагомилавање профилних блокова унутар контактне површине, који повећавају отпор котрљања, с друге стране тај притисак подстиче оптерећење савијања унутар деформисаног газећег слоја. Отпор котрљања се при повећању оптерећења точка смањује минимално, зато што виско - еластичност са повећањем температуре опада. С

друге стране отпор котрљања се са повећањем оптерећења повећава, јер повећање оптерећења повећава и савијање газећег слоја. Може се доћи до закључка, да са повећањем оптерећења и отпорност расте, а коефицијент отпора котрљања опада. Са повећањем притиска у пнеуматику опада и отпор котрљања као и коефицијент отпора котрљању. Отпор котрљања точка путничког аутомобила при брзини од 100-120 km/h се умерено повећава, а при већим брзинама повећање је знатно веће. Повећање се објашњава знатним повећањем аеродинамичне отпорности ротирајућих точкова али и повећањем осцилација пнеуматика.

9.1. Параметри отпора котрљању возила

Отпор котрљања точка, сачињен је од четири параметара, односно компоненти. Збир ових компоненти једнак је укупном отпору котрљања. Предходно поменуте компоненте су:[3]

- 1) Отпор пнеуматика $R_{f,t}$;
- 2) Отпор котрљања настао услед утицаја пута $R_{f,tr}$;
- 3) Отпор настао услед клизања пнеуматика $R_{f,a}$;
- 4) Отпор настао због трења између лежајева и услед кочења $R_{f,fr}$.

Укупан отпор котрљања возила, једнак је (57) збиру ова четири отпора:

$$R_f = R_{f,T} + R_{f,Tr} + R_{f,\alpha} + R_{f,fr} . \quad (57)$$

Отпор пнеуматика, се састоји од:

- 1) Отпора савијања $R_{f,t,flex}$;
- 2) Отпора ваздуха , $R_{f,t,a}$;
- 3) Отпора трења $R_{f,t,fr}$.

Из овога се може рећи да је отпор који настаје услед котрљања пнеуматика (58):

$$R_{f,T} = R_{f,t,flex} + R_{f,t,a} + R_{f,t,fr} . \quad (58)$$

Где су:

$R_{f,t,flex}$ [N] – отпор савијања;

$R_{f,t,a}$ [N] – отпор ваздуха;

$R_{f,t,a}$ [N] – отпор трења.

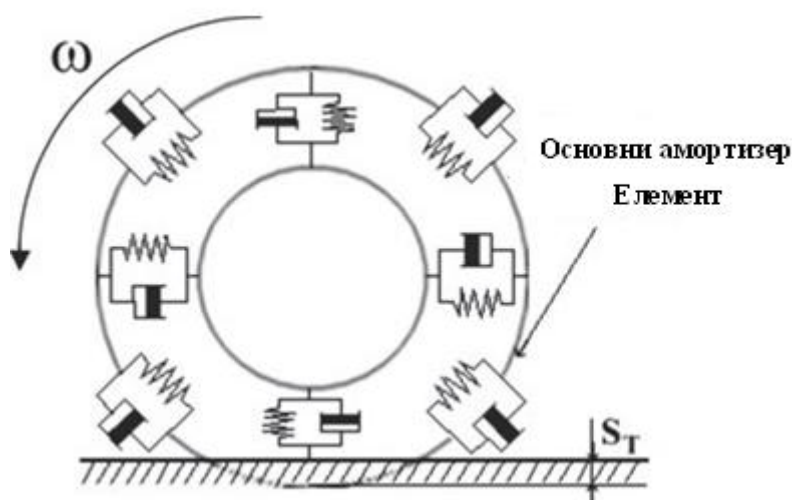
Већина прорачуна који се односе на отпор котрљања заснива се на претпоставци да се возило креће на правом путу и на сувом коловозу. Под оваквим условима укупан отпор котрљања, може се сматрати да је једнак отпору котрљања пнеуматика. Компоненте које чине отпор котрљања точка, описане су у следећем делу овог рада.

9.1.1. Отпор пнеуматика

Приликом праволинијског котрљања пнеуматика преко идеалне, равне и суве површине коловоза јавља се отпор котрљања, који се мора превазићи. Овај отпор, односно отпор пнеуматика зависи пре свега од самог типа пнеуматика, односно од смеше која се користи у производњи пнеуматика.[3]

9.1.2. Отпор савијања

На асфалтним путевима, отпор котрљања је углавном изазван радом, односно енергијом, потребном да деформише пнеуматик. Отпорност на савијање зависи пре свега величине деформација пнеуматика. Узрок отпора котрљања се може пратити уназад све до високоеластичних особина пнеуматика. Након што се еластичан пнеуматик деформише, он се враћа у свој првобитни облик. За овај процес, је међутим потребно одређено време. Овај феномен је познат као хистерезис. Сам овај процес у коме је потребно да се пнеуматик врати у свој првобитан облик је директно повезан са губитком енергије. Исте високоеластичне особине, које изазивају овај губитак енергије су одговорне за пријањање пнеуматика на површини пута. Тако да је свако пројектовање пнеуматика компромис између малог отпора котрљања и велике силе пријањања. Пнеуматик се деформише, када је под утицајем спољашњих сила. На слици 26 приказан је теоријски модел пнеуматика са елементима крутости и пригушења. Овај модел такође замењује газећи слој са низом еластично – пригушним елементима.[3]



Слика 26. Модел за симулацију пнеуматика чија је структура високоеластични амортизер елементи [3]

Са сваком симулираном ротацијом овог модела пнеуматика, сваки амортизер претвара део рада који је потребан за котрљање пнеуматика у топлотну енергију. То је резултат високоеластичних особина пнеуматика. Да би се пнеуматик еластично деформисао, потребно је да се уложи неки рад. Потребно је уложити рад, односно енергију да би се пнеуматик после деформације вратио у првобитно стање. Отпор савијања, изазваним овим губитком енергије се може изразити (59) на следећи начин:

$$R_{f.T.Flex} = \frac{W_{D,T,Flex}}{S_T} \quad (59)$$

Где су:

$W_{D,T,Flex}$ [J] – рад, потребан да се пнеуматик врати у првобитно стање;

S_T [m³] – запремина радног простора.

Ако се пореде својста два пнеуматика, с тим да су оба пнеуматика направљена од истог материјала, али са различитим бројем слојева, односно платна, пнеуматик са већим бројем слојева ће имати већи коефицијент пригушења. То се дешава због кретања већег броја слојева у односу на други, што изазива пригушење и манифестује се повишеном температуром. Експерименталним истраживањима показано је да коефицијент пригушења опада са повећањем угаоне брзине пнеуматика. [3]



Слика 27. Коефицијент пригушења као функција угаоне брзине точка возила [3]

Пад коефицијента пригушења, са повећањем угаоне брзине точка доводи до смањења отпора савијања пнеуматика при већим брзинама.

9.1.3. Отпор трења

У моделу пнеуматика који је приказан на слици 26 може се видети еластично – пригушни елементи који чине контактну површину између пута и пнеуматика, пролазе кроз газећи слој приликом ротације. Током сваке ротације, обим пнеуматика је смањен да одговара дужини жице која је једнака дужини контактнoг слоја. Ово сабијање настало је као резултат релативног кретања између пнеуматика, односно контактнoг слоја и коловоза. Само ово кретање је делимично проклизавање, и јавља се у подужном и бочном правцу. Ово делимично клизање доводи до хабања пнеуматика.[3]

9.1.4. Отпор ваздуха

Отпор силе ваздуха делује на кретање тела, повећавајући се квадратом брзине V_{rel} између тела и окружења (60):

$$R_{f,A} = V_{rel}^2 \quad (60)$$

Ово такође важи и за котрљање пнеуматика. Само котрљање пнеуматика је условљено аеродинамичним губицима. Ове аеродинамичне силе које изазивају пнеуматици су обично узети у обзир као део укупних отпора. [3]

10. Модели коефицијента отпора котрљању

Коефицијент котрљања изазван отпором пнеуматика представља збир отпора савијања, отпора ваздуха и отпора трења пнеуматика. Рачуна се помоћу следећег израза (61): [3]

$$R_{f,T} = R_{f,T,flex} + R_{f,T,A} + R_{f,T,fr} \quad (61)$$

У принципу, представља се да је укупан отпор котрљања једнак отпору котрљања пнеуматика (62):

$$R_f \approx R_{f,T} \quad (62)$$

Имајући у виду скоро линеаран однос између укупног отпора котрљања и вертикалног оптерећења точка, бездимензионисани коефицијент отпора котрљања може се дефинисати као (63):

$$f_R = \frac{R_f}{R_{Z,W}} \quad (63)$$

$$R_{f_{R,T}} = f_{R,T} * R_{Z,W} = f_R * R_{Z,W} \quad (64)$$

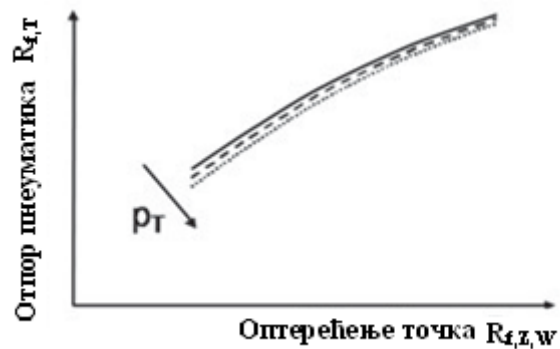
Где су:

f_R [/] – коефицијент отпора котрљања,

R_f [N] – отпор котрљања,

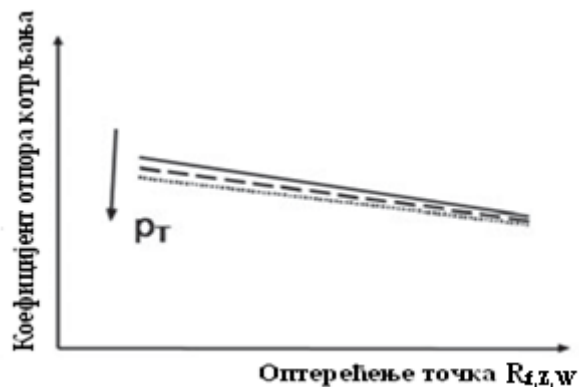
$R_{Z,W}$ [N] – отпор услед вертикалног оптерећења точка.

За потребе већине прорачуна, коефицијент отпора котрљања се претпоставља да је константан са поштовањем вертикалног оптерећења точка и брзине возила. Ближа испитивања откривају да коефицијент отпора котрљања не зависи само од брзине возила и вертикалног оптерећења точка, већ и од притиска у пнеуматикима, временских утицаја, као и од температуре. На слици 28 приказано је повећање криве котрљања вертикалног оптерећења и отпора пнеуматика (за радијалне пнеуматике). На слици 28 може се видети да се повећањем вертикалног оптерећења точка повећава и отпор пнеуматика. [3]



Слика 28. Отпор између отпора котрљања пневматика, вертикалног оптерећења точка и притиска у пневматичима [3]

Утицај притиска у пневматичима на коефицијент отпора котрљања може се видети на слици 29. Коефицијент отпора котрљања опада са повећањем притиска у пневматичима. Са повећањем притиска у пневматичима повећава се и чврстоћа пневматика, те се тако и мање деформише. Крут пневматик се сваком својом ротацијом мање деформише, што опет резултира тиме да је потребно мање рада, односно енергије за деформацију пневматика. Такође је потребно напоменути да крут пневматик има мањи контакт са газећим слојем, чиме се смањује хабање пневматика.



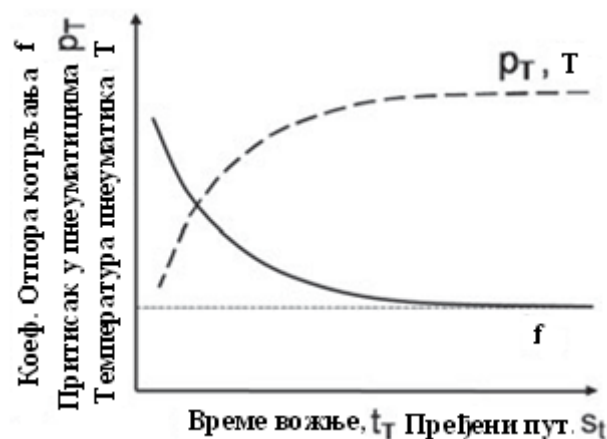
Слика 29. Коефицијент отпора котрљања као функција вертикалног оптерећења точка и унутрашњег притиска пневматика [3]

Пораст температуре пневматика такође може довести до смањења коефицијента отпора котрљања. Ово се може видети на слици 30. У зависности од услова рада, које карактерише вертикално оптерећење точка, брзина возила, номинални притисак пневматика и температура околине, равнотежа се постиже после извесног времена вожње. Као резултат самог рада, ствара се топлота на самом пневматичу, која се током вожње предаје околини. [3]



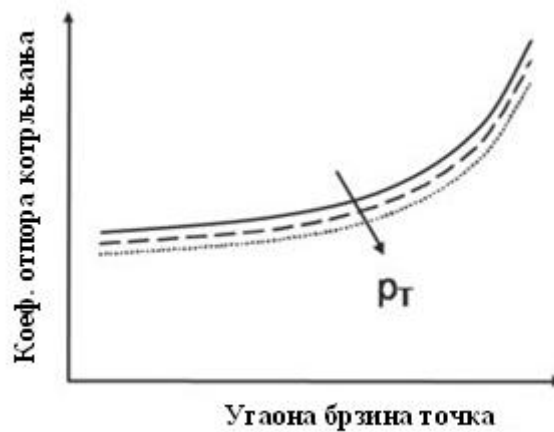
Слика 30. Однос између коефицијента отпора котрљања и температуре пнеуматика са додатним утицајем номиналног притиска у пнеуматичима [3]

Топлота пнеуматика предаје се околини преко ваздуха, који циркулише приликом кретања возила. При константној брзини возила успоставља се равнотежа и стабилно кретање. Ове вредности, као што су стабилно кретање, стабилан притисак у пнеуматичима и температура пнеуматика, сматрају се карактеристикама самог пнеуматика, под одређеним условима, што је и приказано слици 31.



Слика 31. Утицај времена вожње и пређеног пута на отпор котрљања, температуру и притисак у пнеуматичима [3]

У циљу експерименталног утврђивања отпора котрљања пнеуматика, важно је да се прво пнеуматик загреје, током фазе климатизације. Резултати мерења важе само онда када се мерење изврши после ове почетне фазе, када је притисак у пнеуматичима стабилан и при одређеној температури. Утицај угаоне брзине на коефицијент отпора котрљања може се видети на слици 32.[3]

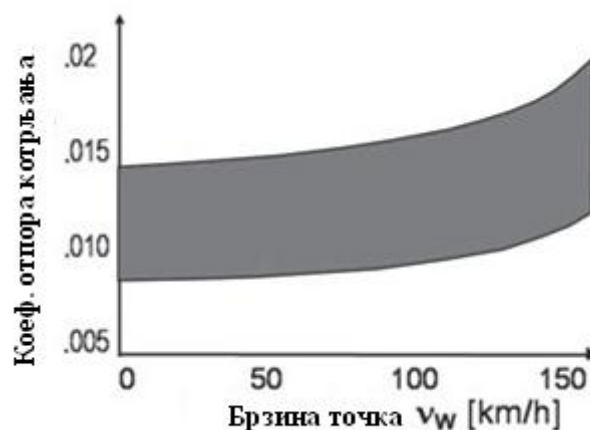


Слика 32. Однос између коефицијента отпора котрљања и угаоне брзине точка са додатним утицајем притиска у пнеуматичима [3]

Као што се може видети на претходној слици, повећање брзине кретања точка изазива да се коефицијент отпора котрљања постепено повећава. Однос између брзине котрљања пнеуматика и његовог коефицијента отпора котрљању може се приказати (65):

$$f_R = f_{R0} + f_{R1} * \left(\frac{v_W}{100 \text{ km/h}} \right) + f_{R4} * \left(\frac{v_W}{100 \text{ km/h}} \right)^4 . \quad (65)$$

При малим брзинама, мањим од 80 km/h, вредност коефицијента „ f_{R0} “, се обично претпоставља 0,01. Типичне вредности и опсег промена за коефицијент отпора котрљању у функцији брзине котрљања точка, за различите врсте аутомобилског пнеуматика могу се видети на слици 33. [3]



Слика 33. Опсег варијација коефицијената отпора котрљања у функцији брзине точка [3]

Неки савремени пнеуматици, који су оптимизовани за ниске отпоре котрљања, могу веома лако достићи вредности коефицијента отпора котрљања од 0,008, при малим брзинама кретања. При већим брзинама до 150 km/h, ови пнеуматици могу достићи вредност коефицијента отпора котрљања од 0,017. Током протеклих 120 година коефицијент отпора котрљања код возила је знатно смањен. Овај развој се може видети на следећој слици, где је овај коефицијент приказан за путничка и теретна возила, док је приказан и за шинска возила, али само као поређење.



Слика 34. Прогресија коеф. отпора котрљања путничких и теретних возила за последњих 120 година [3]

10.1. Утицај површине пута на отпор котрљања

Отпор котрљања не зависи само од пнеуматика, већ у великој мери зависи од површине коловоза по коме се обавља кретање. Отпор котрљања је узрокован савијањем, клизањем, притиском и истискивањем воде, која може бити последица неравнина на путу, влажности коловоза, као и пластичних деформација коловоза. Овај додатни отпор котрљања, који је узрокован фактором површине пута, може се написати као (66): [3]

$$R_{f,Tr} = R_{f,U} + R_{f,pl} + R_{f,Water} \quad (66)$$

Где појединачне компоненте претстављају:

$R_{f,U}$ [N] – отпор услед неравна површине пута;

$R_{f,pl}$ [N] – отпор услед пластичних деформација коловоза;

$R_{f,Water}$ [N] – отпор који се јавља због воде на коловозу.

10.1.1.Отпор котрљања који се јавља због неравнина на површини пута

Флексибилност пнеуматика помаже при пригушењу удара, изазваним због неравнина на путу. Овим побудама изазивају се вертикална убрзања возила, што има штетни ефекат на удобност вожње. Способност пнеуматика да елиминира мала испупчења се назива апсорпција удара. У додатку се апсорбују мала испупчења, пнеуматик се такође покреће у односу на кућиште због опруге и амортизера у систему ослањања. Ова компресија кратања је резултат енергије која се претвара у топлотну, не само у пнеуматику, већ и у амортизерима као резултат постојања силе пригушења. Неке од наведених појава које се јављају у току процеса пригушења се регенеришу, односно пнеуматик се враћа у свој првобитни положај. Међутим, ова енергија није једнака уложеној енергије. Разлика ове енергије се мора надокнадити из погона возила. Отпор котрљања, због неравномерности коловоза, може бити изражен као функција овог рада и пређеног пута (67).[3]

$$R_{f,u} = \frac{\sum \Delta W}{St} \quad (67)$$

Где су:

$W [J]$ – разлика уложеног и оствареног рада,

$St [m]$ – пређени пут.

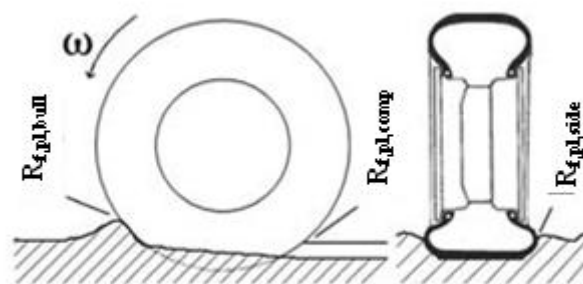
10.1.2.Отпор котрљања настао услед пластичних деформација коловоза

Отпор котрљања који је изазван пластичним деформацијама коловоза јавља се само када се возилом крећемо ван пута, односно коловоза. Вожња по путу, који може пластично да се деформише може резултирати повећањем отпора који настаје услед пластичних деформација за 10 до 100 пута, на укупан отпор пнеуматика. Када се вози на површинама као што су прљавштина, песак или снег, пнеуматик делимично потоне у подлогу. Ово изазива пластичну деформацију површине пута и ствара додатна трења између бокова пнеуматика и коловоза. Ово резултира настанку новог отпора котрљања, односно отпора насталог услед деформације коловоза. Овај отпор се може поделити на три дела: [3]

- 1) Отпор притиска;
- 2) Принудни отпор (нагомилавање);
- 3) Отпор бочног трења.

Формула за отпора котрљања настао услед пластичних деформација коловоза може се написати у следећем облику (68):

$$R_{f,pl} = R_{f,pl,comp.} + R_{f,pl,bull.} + R_{f,pl,side.} \quad (68)$$



Слика 35. Деформација коловоза услед котрљања точка по меком тлу [3]

Да би се деформисао пут, односно коловоз, потребна је додатна количина енергије, од погона возила. Аналогно формулацији, која се користи за претходну отпорност „ $R_{f,R,U}$ “, овај отпор се може написати на следећи начин (69):

$$R_{f,pl} = \frac{\sum_0^{St} \Delta W_{pl}}{St} . \quad (69)$$

Где су:

W_{pl} [J] – енергија потребна за пластичну деформацију коловоза;

S_t [m] – пређени пут.

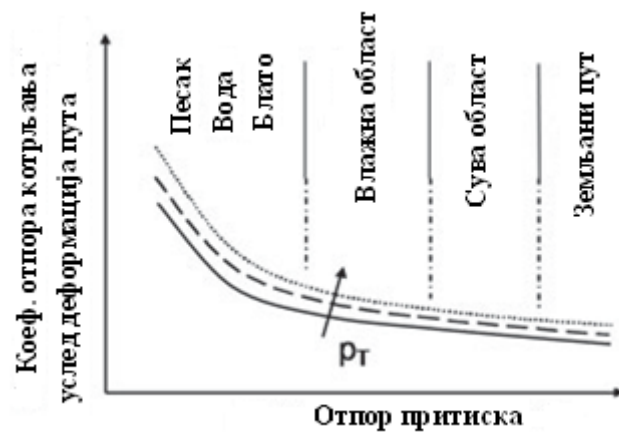
Коефицијент овог отпора котрљању услед деформације подлоге ($f_{r,pl}$) може се дефинисати и за додатне отпоре котрљања који су изазвани деформацијама површине пута. Овај коефицијент се може дефинисати (70) на основу скоро линеарне везе између вертикалне силе оптерећења точка и отпора котрљања.[3]

$$f_{r,pl} = \frac{F_{R,pl}}{F_{Z,W}} . \quad (70)$$

Приликом прорачунавања отпора, овај коефицијент може се додати у следећи израз (71):

$$R_{f,R} = R_{f,T} + R_{f,pl} = R_{Z,W} * (f_{R,T} + f_{R,pl}) . \quad (71)$$

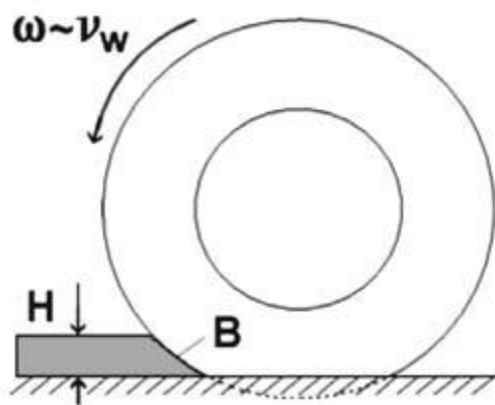
За разлику од отпора пнеуматика, отпор котрљања изазван пластичном деформацијом коловоза, постаје већи уколико се повећава притисак пнеуматика. Уколико претпоставимо да је вертикална сила точка константна, повећање притиска у пнеуматикима доводи до мањег контакта на газећем слоју пнеуматика. Мањи контакт у овој области, са једнаким вертикалним оптерећењем, доводи до већег притиска по јединици површине у контакту газећег слоја пнеуматика, што доводи до тога да пнеуматик тоне дубље у деформисану површину коловоза. Ово је приказано на слици 36.



Слика 36. Коеф. отпора котрљања услед деформације коловоза [3]

10.1.3. Отпор који се јавља због утицаја воде на коловозу

У циљу одржавања адекватног контакта са коловозом током влажних услова на путу, пнеуматик мора да истискује одређену количину воде из контактне површине. Истискивањем ове количине воде јавља се отпор који успорава кретање возила. Овај додатни отпор зависи од количине воде. Ако на коловозу имамо малу количину воде овај отпор ће бити мањи, а ако је на коловозу већа количина воде, овај отпор ће бити већи. Количина воде која се потискије зависи од ширине пнеуматика, брзине којом се точак котрља, и од висине воденог филма. На основу емпиријских резултата формиран је однос између отпорности воде, ширине пнеуматика, брзине кретања возила, и висине воденог филма (72).[3,5]



Слика 37. Отпор изазван истискивањем стајаће воде на коловозу [3]

$$R_{f,Water.} = \frac{W}{10} * \left(\frac{V_w}{N(H)} \right)^{E(H)} \quad (72)$$

Где су:

$R_{f,Water.}$ [N] – отпор котрљања који се јавља због утицаја воде на коловозу;

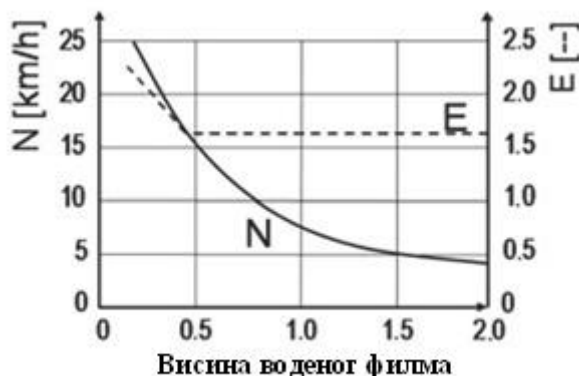
W [m] – ширина пнеуматика;

V_w [km/h] – брзина возила;

H [m] - висина воденог филма;

E – емпиријски параметар у функцији од висине воденог филма.

Изградња пнеуматика, унутрашњи притисак у пнеуматичима и вертикално оптерећење, имају врло мали, или чак никакав утицај на отпор воде. На слици 38, приказана је зависност емпиријских параметра $N(H)$ и $E(H)$ на висину воденог филма.



Слика 38. Утицај висине воденог филма на параметре $N(H)$ и $E(H)$ [3]

Уколико се брзина котрљања точка и висина воденог филма повећава, пнеуматик не може више у потпуности да истискује воду са коловоза. Овај феномен је познат као аквапланинг. Такође, аквапланинг може бити узрокован због мале дубине шаре. Аквапланинг је резултат отпора воде. Укупан отпор котрљања на коловозу једнак је збиру отпора котрљања на влажној и отпора котрљања пнеуматика на сувој површини (73): [3]

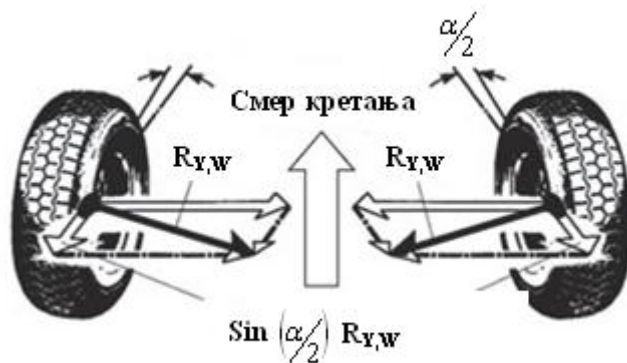
$$R_f = R_{f,T} + R_{f,Water}. \quad (73)$$

10.1.4.Отпор котрљања настао услед клизања пнеуматика

Точкови на возилу су обично заокренути за одређени угао, у односу на подужну осу возила. Пнеуматик се због бочне крутости поводи за угао α , и ствара бичну силу (74): [3]

$$R_{y,w} = C_{\alpha} * \frac{\alpha}{2}. \quad (74)$$

Ова једначина важи само за мале углове бочног клизања. Бочна сила делује управно на централну раван пнеуматика под углом од 90° у правцу котрљања точка. Векторска анализа настале бочне силе, показује да одређени део ове силе увек делује у смеру супротном од смера кретања возила. Овај случај је приказан на слици 39.



Слика 39. Деловање бочних сила и њихов утицај на бочно клизање [3]

Додатни отпор силе „ $F_{r,a}$ “, делује наспрам правцу кретања точка и може се добити израчунавањем синус компоненте бочних сила пнеуматика, за клизање на следећи начин (75):

$$R_{f,\alpha} = \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) * R_{Y,W} = \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) * C_{\alpha} * \frac{\alpha}{2}. \quad (75)$$

У овом случају бочно клизање пнеуматика за неки угао, одговара укупном углу осовине. Углови повођења точкова су веома мали. Сила отпора може се формулисати као функција (76):

$$R_{f,\alpha} = \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 * C_{\alpha}. \quad (76)$$

Од овог угла бочног клизања пнеуматика зависи величина отпора котрљању. Коефицијент отпора котрљања приликом бочног клизања пнеуматика може се дефинисати (77):

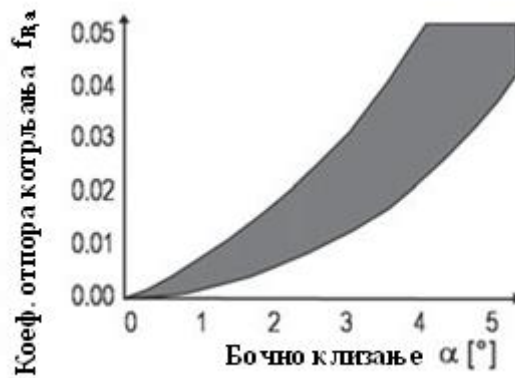
$$f_{R,\alpha} = \frac{R_{f,\alpha}}{R_{Z,W}} = \frac{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 * C_{\alpha}}{R_{Z,W}}. \quad (77)$$

Где су:

α - угао повођења,

C_{α} – бочна крутост.

На слици 40 приказан је опсег варијација бочног клизања пнеуматика и коефицијента отпора котрљања за различите пнеуматика. Ове вредности су израчунате, односно експериментално утврђене из бочних крутости пнеуматика.[3]



Слика 40. Опсег варијација бочног клизања [3]

Ако поредимо слику 40 и 33 видимо да коефицијенти отпора котрљању добијених код углова већих од 2° има једнаку величину због праволинијског кретања. Укупан отпор котрљања једнак је збиру отпора сила „ $F_{r,a}$ “ и отпора сила пнеуматика који се котрља на сувом коловозу (78):

$$R_f = R_{f,T} + R_{f,\alpha} \quad (78)$$

10.1.5.Отпор настао услед трења између лежајева и прилоком кочења

Сила трења у лежају точка има следећи облик (79): [3]

$$R_{f,bearing} = \sqrt{R_{f,x,w}^2 + R_{f,z,w}^2} \quad (79)$$

Она је резултанта вертикалне и хоризонталне силе која делује на точак и може се израчунати коришћењем параметра:

- 1) Полупречник лежаја;
- 2) полупречник точка;
- 3) коефицијент трења између лежајева.

Помоћу ових параметара, отпор услед трења између лежајева се може израчунати, коришћењем следеће формуле (80):

$$R_{f,fr} = \varphi_{bearing} * \frac{r_{bearing}}{r_{dyn}} * \sqrt{R_{f,x,w}^2 + R_{f,z,w}^2} \quad (80)$$

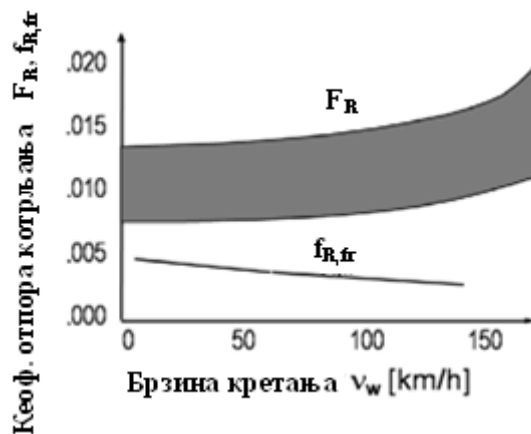
Део укупног отпора котрљања узрокован трењем је веома мали у односу на отпор котрљања пнеуматика и због тога се може занемарити у већини случајева. У случају кретања возила из стања мировања, отпор настао услед трења између лежајева, може заправо бити већи од отпора котрљања пнеуматика. Друга врста трења отпора котрљању, је изазвана заосталим ефекатима приликом кочења, углавном код диск кочница. Отпор ове силе се може израчунати коришћењем следеће формуле (81): [3]

$$R_{f,fr} = \frac{M_{B,Re}}{r_{dyn}} \quad (81)$$

Коефицијент отпора котрљању настао услед утицаја трења између лежајева може се израчунати коришћењем специфичног вертикалног оптерећења точка, из следеће формуле (82):

$$f_{R,fr} = \frac{R_{f,fr}}{R_{fZ,W}} = \frac{M_{B,Re}}{r_{dyn} * R_{fZ,W}} \quad (82)$$

На слици 41 је приказан коефицијент отпора настао услед трења између лежаја, који је утврђен експерименталним путем одакле се може закључити да губици услед трења нису занемарљиви. Ефекти резидуалног кочења, односно трења смањују вибрације настале кретањем по неравним површинама пута.



Слика 41. Коеф. отпора котрљања настао услед трења у функцији брзине [3]

11. Закључак

Иако отпор котрљања точка претставља сумарно дејство неколико различитих фактора, као најважнији и најдоминантнији мора се посебно издвојити отпор хистерезиса. Отпор хистерезиса одликује се следећим особинама:

- настаје услед унутрашњег трења због сталне промене деформацијског стања услед котрљања;
- расте са повећањем радијалне деформације пнеуматика (пораст притиска у пнеуматику доводи до смањења радијалне деформације, па самим тим и отпора котрљања);
- постоји и када је брзина кретања једнака нули, односно на точак треба деловати неком коначном силом да би се уопште довео у стање кретања;
- вредност му је за један шири дијапазон брзина готово константна или расте веома благо са порастом брзине, док за веће брзине има наглији пораст, што утиче и на максималну брзину којом неки пнеуматик може трајно да се креће без оштећења;
- са порастом температуре пнеуматика отпор хистерезиса опада (присуство отпора хистерезиса доводи до загревања пнеуматика, јер се унутрашњи отпори (трење) претварају у топлотне губитке; због тога у почетку температура пнеуматика расте, услед чега отпор хистерезиса опада; након одређеног времена ($\sim 30 \div 60$ min.) успоставља се равнотежа, тј. отпор котрљања и температура пнеуматика се више не мењају);
- пропорционалан је вертикалном оптерећењу точка и коефицијенту отпора котрљања (који у уобичајеним условима износи $\sim 0,01 \div 0,02$, односно сила отпора котрљања износи око 1-2% у односу на вертикално оптерећење точка)

Остали узроци који проузрокују отпор котрљања су:

- Отпор трења у лежају точка
- Отпор на неравној подлози (повећава се дејство деформације пнеуматика тј. отпор хистерезиса);
- Отпор бочном клизању („повођења“) точка;
- Отпор истискивања слоја влаге или нечистоћа на подлози;
- Прилепљивање пнеуматика за влажну подлогу ;
- Отпор клизања у контактної површини;
- На мекој подлози – отпор урањања точка и деформације подлоге.

Због сложености аналитичког разматрања свих утицаја на отпор котрљања, уводи се емпиријски коефицијент пропорционалности између силе отпора котрљања и вертикалног оптерећења точка, „ f^c “ (коефицијент отпора котрљања).

Утицају експлоатационих параметара огледа се у следећем:

- 1) Брзина - коефицијент отпора котрљања у почетку расте веома благо са порастом брзине, док за веће брзине има бржи пораст. Различите врсте пнеуматика имају различите карактере пораста коефицијента f у функцији брзине.

- 2) Притисак - Притисак пнеуматика је веома важан фактор отпора котрљања, како због великог утицаја, тако и због тога што је то једини параметар пнеуматика чијим подешавањем корисник може утицати на отпор котрљања (као и на друге параметре пнеуматика) у току експлоатације. Повишење притиска доводи до повећања радијалне крутости односно смањења деформације, а тиме и до мањег рада уложеног у савладавање отпора хистерезиса односно до смањења силе отпора котрљања. Повишење притиска је са ове тачке гледишта повољно, али је максимална вредност притиска, са друге стране, ограничена условима пријањања односно контакта између пнеуматика и подлоге, што је од фундаменталне важности за безбедност возила због утицаја на реализацију сила кочења и вођења возила у кривини.

- 3) Температура - Са порастом температуре пнеуматика, долази до смањења отпора котрљања, јер пораст температуре доводи до смањења унутрашњих отпора пнеуматика који проузрокују отпор хистерезиса. Отпор хистерезиса производи губитке енергије, односно доводи до трансформације механичке енергије у топлотну, што се манифестује кроз повишење температуре пнеуматика. Због тога у почетној фази долази до интензивнијег пораста температуре пнеуматика, што даље за последицу има интензивнију размену топлоте са околином односно спорији пораст температуре. Због пораста температуре, отпор хистерезиса опада, а тиме се смањују и енергетски губици. Након одређеног времена успоставља се термодинамички равнотежно стање на коме отпор хистерезиса и температура пнеуматика достижу устаљену вредност.

Утицај конструктивних параметара:

Коефицијент отпора котрљања „ f “ опада са:

- 1) повећањем димензија пнеуматика (смањује се однос e/rd)
- 2) смањењем односа висине према ширини (повећава се радијална крутост)
- 3) побољшањем састава смеше гуме – смањење хистерезиса

Укупна сума отпора котрљања моторног возила једнака је суми отпора котрљања свих точкова. За настанак отпора котрљања меродавна је увек величина силе која возило притиска уз подлогу, јер је то утицај који изазива деформацију пнеуматика а тиме и отпор хистерезиса. Када се возило налази на подужном нагибу, сила која притиска возило уз подлогу износи (83):

$$F_N = G * \cos \alpha \quad (83)$$

Због тога је приликом вожње на подужном нагибу, за отпор котрљања меродавна компонента силе тежине нормална на подлогу. Пошто је за $\alpha > 0$, $\cos \alpha < 1$, следи да је сила отпора котрљања на подужном нагибу нешто мања него на хоризонталној подлози. Ипак, с обзиром на нумеричке вредности косинуса за углове нагиба подлоге који се уобичајено сусрећу код друмских возила, ова чињеница нема велики практични значај.

Подаци о анализираним моделима:

Отпор котрљању зависи од типа пнеуматика, односно од смеше која се користи у производњи пнеуматика. Пнеуматик који има већи број слојева ће имати већи коефицијент прогушења. Експерименталним истраживањима показано је да коефицијент пригушења опада са повећањем угаоне брзине пнеуматика. Пад коефицијента пригушења, са повећањем угаоне брзине пнеуматика доводи до смањења отпора савијања пнеуматика при већим брзинама. Приликом котрљања пнеуматика, на њега делује сила отпора ваздуха, јер је котрљање условљено аеродинамичким губицима. Отпор ваздуха се повећава квадратом брзине. Коефицијент отпора котрљања не зависи само од брзине возила и вертикалног оптерећења точка, већ и од притиска у пнеуматичима, временских утицаја и температуре. Са повећањем вертикалног оптерећења точка повећава се и отпор пнеуматика. Коефицијент отпора котрљања опада са повећањем притиска у пнеуматичима. Са повећањем притиска у пнеуматичима повећава се и чврстоћа пнеуматика, тако да се у том случају пнеуматик мање деформише. Овим постижемо смањење хабања пнеуматика, јер крут пнеуматик има мањи контакт са газећим слојем. Пораст температуре пнеуматика може довести до смањења коефицијента отпора котрљања. У циљу експерименталног утврђивања отпора котрљања пнеуматика, важно је да пнеуматик достигне одређену температуру, односно да се загреје, као и да притисак у пнеуматичима буде стабилан. Повећање брзине кретања точка доводи до постепеног повећања коефицијента отпора котрљања. Отпор котрљања не зависи само од пнеуматика, већ зависи и од површине на којој се обавља кретање. Отпор котрљања је узрокован савијањем, клизањем, притиском, истискивањем воде са коловоза, влажности коловоза и пластичних деформација коловоза. Приликом котрљања пнеуматика може се јавити отпор због неравнина на површини пута. Такође се може јавити отпор котрљања настао услед пластичних деформација коловоза. Овај отпор се јавља када се возило креће по прљавштини, песку, снегу, односно по површини где точак делимично тоне у подлогу. Отпор котрљања изазван пластичном деформацијом коловоза постаје већи уколико се повећава притисак у пнеуматичима. Приликом кретања возила на влажном, односно мокрој коловозу, долази до појаве отпора услед воде која се налази на коловозу. Овај отпор се јавља због истискивања одређене количине воде, па тако може се рећи да овај отпор зависи од количине воде која се налази на коловозу. Укупан отпор котрљања, поред поменутих, зависи и од отпора клизања, као и од отпора трења у лежају точка.

12. Литература

- [1] Демић М., Лукић Ј.: Теорија кретања моторних возила, Машински факултет у Крагујевцу, 2011.
- [2] Симић Д.: Моторна возила, Научна књига, Београд, 1988.
- [3] Bernd Heiβing, Metin Ersoy (Eds.): Chassis Handbook, Vieweg+Teubner Verlag |Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 2011.
- [4] Стефановић А.: Друмска возила, Машински факултет у Нишу, Ниш, 2010.
- [5] Стојић Б.: Теорија кретања друмских возила, Скрипта, Факултет техничких наука у Новом Саду, Нови Сад, 2012.
- [6] Филиповић И.: Мотори и моторна возила, Машински факултет универзитета и Тузли, Тузла, 2006.
- [7] <https://www.iu-travnik.com> (приступљено 04.07.2014 год.; 16:57 h).