

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Мастер академске студије

Модул: Машинске конструкције и механизација

Предмет: Методе прорачуна у развоју производа

Број индекса: 333/2016

Ђурђе Р. Јовић

**Прорачун, моделирање и нумеричка
анализа елемената вишестепеног
редуктора
мастер рад**

Комисија за преглед и одбрану:

1. др Зорица Ђорђевић, ванр.проф.-ментор

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена : _____

У оквиру овог завршног рада кандидат треба да опише и анализира:

- принципа рада, карактеристике и област примене редуктора,
- прорачун и моделирање елемената редуктора у софтверу Autodesk Inventor,
- монтажу добијених машинских елемената (моделираних и стандардних) у једну функционалну целину - редуктор и
- поступак извршења МКЕ анализе елемената редуктора, као и упоређивање резултата аналитичке и нумеричке методе.

Препоручена литература:

- [1] М. Трбојевић, М. Јанковић, Ј. Вугделија, С. Ивковић, В. Латиновић: *Редуктори*, Београд, 1984.
- [2] В. Николић: *Машински елементи*, Машински факултет Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац, 2004.
- [3] Б. Стојановић, М. Благојевић: *Механички преносници*, Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац 2015.

Крагујевац, 2018.

Ментор:

др Зорица Ђорђевић ванр. проф.

Садржај

1.0 Увод.....	1
2.0 Преглед литературе.....	3
3.0 Принцип рада, карактеристике и примена вишестепених редуктора.....	7
3.1 Подела према типу редуктора.....	7
3.2 Посебне врсте редуктора.....	8
3.3 Подела према положају вратила.....	8
3.4 Подела према броју степени преноса.....	9
3.5 Конструкциони облици редуктора.....	9
3.6 Обележавање редуктора.....	9
3.7 Основни параметри редуктора.....	11
4.0 Прорачун и моделирање елемената редуктора.....	12
4.1 Прорачун зупчаника.....	14
4.1.1 Прорачун коничног зупчастог пара 1-2.....	14
4.1.2 Прорачун цилиндричног зупчастог пара 3-4.....	17
4.2 Прорачун вратила.....	20
4.2.1 Прорачун вратила I (улазно вратило).....	22
4.2.2 Прорачун вратила II.....	24
4.2.3 Прорачун вратила III (излазно вратило).....	27
4.3 Прорачун лежаја.....	29
4.4 Прорачун клинова.....	31
4.5 3D модел редуктора.....	32
5.0 Прорачун напона и деформација елемената редуктора применом МКЕ.....	35
5.1 МКЕ - Метода Коначних Елемената.....	35
5.1.1 Општа теорија МКЕ.....	36
5.1.2 Типови елемената.....	37
5.1.3 Типови оптерећења.....	37
5.1.4 Ограничења.....	38
5.1.5 Постпроцесирање.....	38
5.2 Прорачун напона и деформација коничног зупчастог пара 1-2.....	38
5.2.1. Прорачун напона и деформација на боку коничног пара 1-2.....	39
5.2.2. Прорачун напона и деформација у подножју коничног пара 1-2.....	43
5.2.3 Упоређивање резултата аналитичке и нумеричке методе коничног зупчастог пара 1-2.....	46
5.3 Прорачун напона и деформација кућишта редуктора.....	46
6.0 Закључак.....	49
7.0 Литература.....	50

Резиме

У овом раду описане су карактеристике и приказана је подела редуктора. Извршен је комплетан прорачун елемената двостепеног редуктора у софтверу Autodesk Inventor. Након успешног прорачуна генерисани су 3D модели елемената од којих је касније склопљен редуктор. Урађена је МКЕ анализа елемената редуктора и упоређени су добијени резултати аналитичке и нумеричке методе.

Кључне речи: редуктор, Autodesk Inventor, МКЕ

Abstract

This master thesis describes characteristics and division between different types of gearboxes. Complete calculation of two-step gearbox elements is done in Autodesk Inventor software. After successful calculation, 3D model of complete gearbox is made. Finite elements method (FEM) is applied and the results of analytic and numeric method are compared to each other.

Key words: gearbox, Autodesk Inventor, FEM

1.0 Увод

Након што је човек пронашао точак, уследио је проналазак и примена првих зупчаника. Од тог тренутка па до данас, скоро да је немогуће замислити живот без њих: без зупчаника нема производње, нема енергије и транспорта.

Развој механичких преносника текао је упоредо са развојем машинства и индустрије. Елементи првих преносника пронађени су у Кини, Индији, Месопотамији и Египту. Из незваничних извора наслућује се да су у Кини 800-те године коришћени први диференцијали (системи зупчаника). Делови ових зупчаника су били направљени од дрвета. Овакви елементи коришћени су код: уређаја за наводњавање, млинова, механизма врата на храмовима и пећинама, уређаја за подизање терета итд. Грци су још почетком првог миленијума користили металне зупчанике са цилиндричним зупцима. Овакви механизми били су коришћени за решавање захтевних рачунских операција као и у астрономској опреми. Доказ томе је и Антикитера механизам (енг. Antikythera mechanism) који представља најстарију познату машину са преносницима. Овај механизам (слика 1.1.) пронађен је 1900. године у близини Грчког острва Антикитера, по чему је и добио назив. Механизам садржи преко 30 зупчаника који служе за сложене астрономске прорачуне. Касније кроз векове па све до сада преносници представљају најважније делове модерне технологије, налазе се у скоро свим механизмима, машинама и возилима, [1].



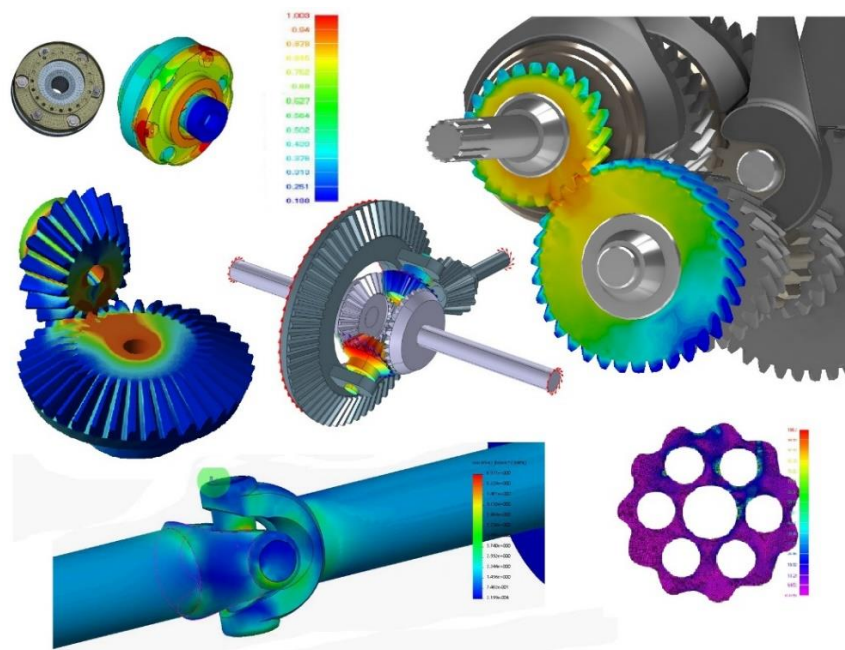
Слика 1.1. Антикитера механизам (енг. Antikythera mechanism)

Први радови из подручја методе коначних елемената појавили су се четрдесетих година прошлог века. Hrenikoff је 1941. решавао проблеме у области структуралне анализе и напонске анализе чврстог тела. Због потребе дискретизације модела на коначне елементе даљи развој се кретао у правцу развоја топологије и геометријских особина. Након застоја почела је примена методе коначних елемената (МКЕ) у авионској индустрији. Посебну улогу одиграле су матрице као врло погодне за примену у методи сила и деформација, па су тако ове две методе за прорачун конструкција постале погодне за

примену на рачунарима. Утемељивачи метода су Clough, Martin, Topp i Turner који су и направили основни концепт МКЕ. Претходне радове на матричном концепту објавили су Argytis и сарадници. Радови су штампани 1960. у књизи у којој је први пут коришћено име коначни елемент. Сва позната сазнања у подручју МКЕ су тада сумирана на конференцији US Air Force. Тада је договорено да се направи и први софтвер NASTRAN (Nasa Structural Analysis). Након њега развијен је SAP (Structural Analysis Program) на Berkley Универзиту од стране сарадника проф. Clough-a. Први универзитетски уџбеник у области МКЕ написао је Cook 1974. године, у време када је метода већ био прихваћена.

Посебан значај у развоју МКЕ имали су варијациони принципи механике континуума који су примењени на формирању МКЕ, чиме је ова метода добила општи приступ. Даљи развој МКЕ одвија се у правцу раванских елемената. Тако је Saugant решавајући граничне проблеме торзије предложио и користио троугаоне елементе, а решење добио помоћу варијационе методе Ritz-a. Тек 1960. постављен је директни тј. статички приступ МКЕ. Половином шездесетих White и Fridrich решавају парцијалне диференцијалне једначине користећи мрежу троугаоних коначних елемената и варијационе принципе. Након тога уводи се појам доње и горње границе апроксимације по МКЕ. Hellinger и Reissner постављају мешовити модел коначних елемената у коме се комбиновано јављају силе и деформације као непознате величине. Да би нашли ширу примену МКЕ, они иду у правцу тачности апроксимације и конвергенције решења. У том периоду јављају се радови и монографија Zienkiewicz-a и Cheng-a у којој су приказане основе метода и могућности за примену.

У модерном конструкционом машинству користе се различити компјутерски CAD (Computer Aided Design) софтвери како би се жељена конструкција пратила у сваком кораку у току процеса дизајнирања. CAD алати се користе за анализу кинематских или динамичких карактеристика конструкције. На тржишту постоји низ моћних CAD софтвера који се користе за МКЕ: FEMAP, COSMOS, NASTRAN, ANSYS, I-DEAS, CATIA, ALGOR, ABAQUS, PAK, SAP, итд. (слика 1.2.). Софтвери су се развијали зависно од подручја за које су намењени или за универзитетску примену, [2].

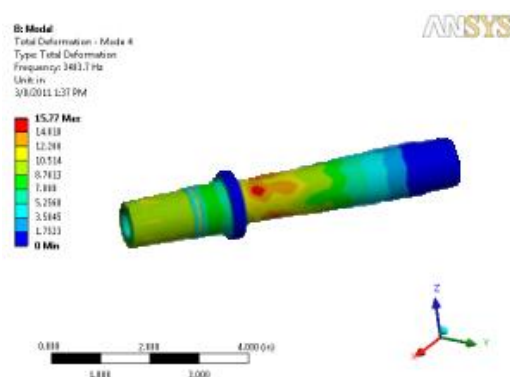


Слика 1.2. Примери решења коришћењем софтвера за анализу МКЕ

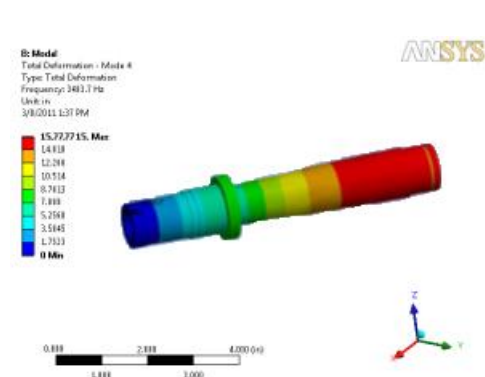
2.0 Преглед литературе

Свакодневни напредак технологије подстиче константно усавршавање и развој из области елемената редуктора (зупчаника, вратила, лежаја, кућишта...). Зато ни не чуди што постоји све већи број радова који се баве овом анализом, прорачунима, производњом и применом. У домаћој литератури се може наћи велики број радова, али је чињеница да се у иностраној литератури ипак може наћи много већи обим радова који се баве овом проблематиком. Наведени преглед радова се односи само на неке, карактеристичније, радове из ове области.

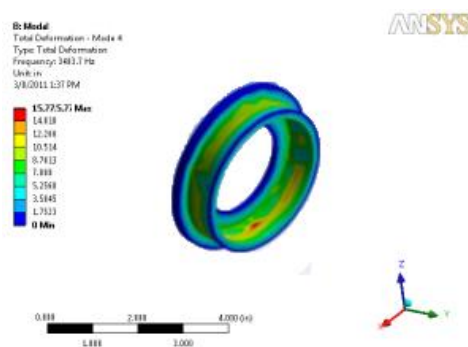
Истраживање које су на заједничком међународном пројекту (енг. International Research Journal of Engineering and Technology - IRJET) урадили студент и професор, из Индије, односи се на дизајн, анализу и тестирање редуктора брзине монтираног на вратило машине за намотавање калема. Циљ је био да се повећа ефикасност машине, додавањем назубљене ременице која ће спречити проклизавање каиша. Упоредени су резултати добијени аналитичком методом, са резултатима добијеним нумеричком методом (МКЕ). Делови редуктора који су испитивани су: улазно вратило, лева страна кућишта, назубљена ременица, десна страна кућишта, зупчаника са унутрашњим озубљењем, зупчаник са спољашњим озубљењем и излазно вратило. Наведени елементи редуктора су моделирани у софтверу Creo-3.0, док је анализа Von-Mises-ових напона и померања извршена у Ansys-у 14.5. На следећим сликама (2.1÷2.4) могу се видети елементи редуктора који су подвргнути анализи.



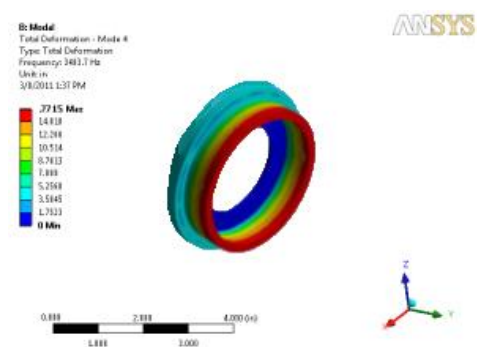
Слика 2.1. Von-Mises-ов напон на улазном вратилу



Слика 2.2. Померање на улазном вратилу



Слика 2.3. Von-Mises-ов напон на левој страни кућишта



Слика 2.4. Померањ на левој страни кућишта

Истраживање је рађено врло темељно и обухватало је доста параметара и анализа од којих је, због великог обима, приказан само део. Резултати аналитичке у односу на нумеричку методу, за сваки од елемената редуктора посебно, нису се разликовали више од 10% што је у граници дозвољеног и сматра се да су анализе тачно урађене. Циљеви који су били постављени на почетку на крају су резултирали већом ефикасношћу редуктора у свим аспектима, [3].

Dogan [4] је урадио значајан посао смањивањем буке и вибрације на елементима за пренос снаге код мењача. Торзиона вибрација изазивала је буку која се манифестовала непријатним звуком и шумом покретних елемената за пренос снаге. Коришћењем различитих врста метода смањен је ниво буке и вибрације.

Charnont Moolwan и Samroeng Netpu су вршили испитивање и анализу [5] вратила редуктора машине за вруће ваљање челика. Вратила имају широку примену у машинству, а неизоставан су део код редуктора. Производна линија, која се налази на Тајланду, после 15 000 часова рада више није могла да се користи. Након анализе установљен је отказа система због замора материјала вратила, док су на површини биле јасно видљиве иницијалне прслине. Лоша конструкциона решења, погрешан одабир материјала као и лоша технологија израде могу да доведу до оваквих проблема. Овакав отказ система не проузрокује само трошкове замене вратила, већ утиче на продуктивност целе производне линије. Оптимално време замене вратила у трајању од 3 дана директно утиче на то да 1800 тона челика не буде обрађено и транспортовано купцу. Баш због тога овакве проблеме треба решити у што краћем року. Извршена је детаљна аналитичка, нумеричка и експериментална анализа. Утврђено је да се прслина појавила на местима где је вратило било ожељбљено за клин. Висока концентрација напона уочена је у самим угловима жлебова, одакле је прслина почела да се шири. Испитивање је показало да се на местима где је извршено заваривање, материјал предходно није загрејао на прописану температуру. Прописано је коришћење материјала који има већу тврдоћу као и боља термичка обрада делова вратила који су трпела највеће напоне.

Један од проблема са којим се суочавају инжењери, у развијеним земљама, јесте приступ скупим софтверским пакетима. У већини случајева то су CAD/CAM/CAE софтвери који су веома скупи за мале фирме и факултете. Такође, инжењери се у пракси суочавају са различитим проблемима који се коришћењем рачунара могу ефикасније решити. За тако нешто су потребни комплексни и веома скупи софтвери. Адис Муминовић, Исад Сарић и Неџад Репчић су на машинском факултету у Сарајеву развили софтвер AlfaK који служи за анализу фактора концентрације напона. Они су вршили упоређивање резултата анализе између CATIA-е V5 и њиховог софтвера, на оптерећеним рукавцима вратила. Резултати показују да су одступања између ова два софтвера веома мала што је била жеља и крајњи циљ, [6].

Abouel-Seoud и Abdallah [7] су користили вибрациони одзив како би аналитичком методом вршили анализу аутомобилског мењача. Нумеричка и експериментална метода су биле примењене на елементима за пренос снаге. Коришћењем физичких својстава израчунат је ниво зрачења.

Nacib и Sakhara [8] су проучавали комплексан и велики мењач који се користи за погон хеликоптера. У оваква истраживања, посебно кад се ради о војним пројектима, улажу се велике количине новца јер у случају отказа система губитци могу бити катастрофални. Применили су спектрум (енг. spectrum) и цептрум (енг. cepstrum) анализу која служи да открије ниво оштећења зупчаника. Због тога свака грешка али и побољшање која се открије у фази развоја има велики значај.

Kumar и Patil [9] су вршили испитивање кућишта гломазног мењача на камиону који је подложен фреквентном и хармоничном оптерећењу, дефектима различитих брзина и бројева обртаја. Одступања, лоша конструкциона решења и недовољно прецизна израда елемената за пренос снаге су главни разлози настанка буке и вибрације. Коришћене су четири врсте различитих материјала за израду кућишта: сиво ливено гвожђе FG260, сиво ливено гвожђе HT200, структурални челик и легуре алуминијума (Al). МКЕ анализа је показала да сваки од горе наведених материјала варира у границама природних фреквенција (1669 - 4655 Hz). Сиво ливено гвожђе FG260 и HT200 имају приближно исту масу (54.85 kg), структурални челик је нешто веће масе (59.802 kg) док је очекивано најлакше кућиште од алуминијума (21.102 kg). Резултати анализе показују присуство вибрација услед деловања бочних сила, вибрација насталих аксијалним савијањем и торзионих вибрација. Софтвери који су коришћени за целокупно моделирање су Solid Edge и Pro-E, док се за анализу МКЕ користио Ansys 14.5. Сваки од ових материјала задовољавају стандарде и могу да се користе у изради кућишта мењача. Резултати који су добијени овим истраживањем подударају се са резултатима из литературе, тако да се може рећи да је експеримент успешно обављен.

Wang и Yang [10] су истражили динамичку нелинеарност на боку зупца зупчаника. За нумеричку анализу коришћене су силе које се јављају у спрези. У истраживању су идентификовани критични фактори који директно проузрокују отказ система.

Minfeng и Yingchun [11] су радили истраживање на тему процене животног века важних аутомобилских делова коришћењем МКЕ. Они су сматрали да је веома битно предвидети сервисни век ауто делова, како би се избегле како веће тако и мање хаварије.

Vecchiato је у раду [12] извршио анализу контактних напона зубаца планетарног зупчаника који се налази у склопу мењача који служи за погон воза.

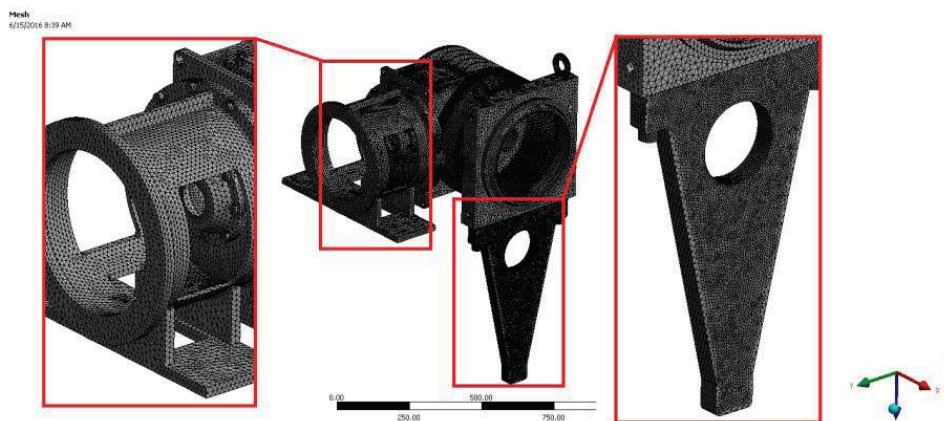
Hsieh [13] је предложио нови дизајн ексцентричног мењача код ког су зупчаници са унутрашњим и спољашњим озубљењем конструисани на основу математичког прорачуна и при чему је анализа извршена у рачунарском софтверу.

Yii-Wen Hwang и Chiu-Fan Hsieh [14] су у свом истраживању представили поступак одређивања напона код погонског циклоидног зупчаника са спољашњим озубљењем.

У раду [15] који су писали професори са факултета из Словачке вршена је модална анализа кућишта мењача са реалним оптерећењима која се јављају. Прво је вршена статичка анализа оптерећења која се јављају у ослонцима. Реакције у ослонцима су добијене коришћењем програмског пакета KISSsoft који је веома поуздан и даје веома прецизна и тачна решења. За анализу МКЕ је коришћен ANSYS Workbench софтвер, такође веома прецизан и поуздан. Модална анализа има велики значај при дизајнирању многих конструкција. Наручито у раним фазама пројектовања је битно да се отклони што већи број потенцијалних грешака, из тог разлога се све више улаже у овакву врсту анализа. Ослонци као и њихово правилно постављање су од кључне важности за добру модалну анализу. У овом случају мењач је директно, преко прирубнице, постављен на гоњену машину. Анализа је урађена тако што су сви степени слободе цилиндричних површина били фиксирани, осим ротације.

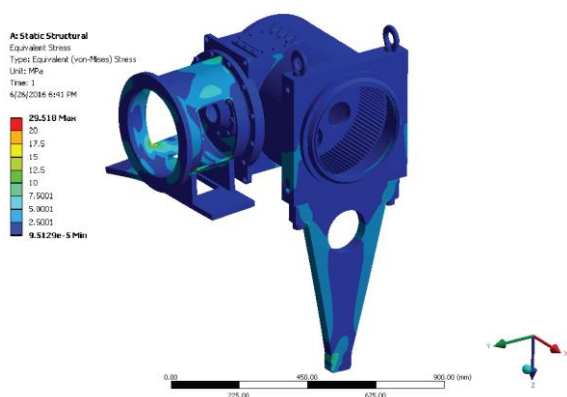
Коришћена је квадратна тетраедарска мрежа коначних елемената. Није било потребе да се мрежа уситњава, због тога је размак свуда био подједнак (10 mm). Коначни елемент мреже се састоји од 1 374 392 елемената и 2 017 809 чворова. Укупно ови бројеви

представљају 6 053 427 једначина јер сваки чвор има три степена слободе кретања. Мрежа коначних елемената је илустрована на слици 2.5.

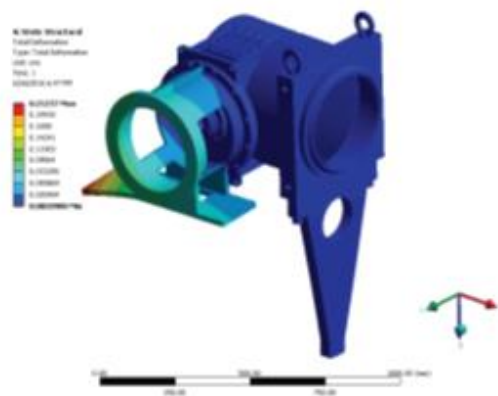


Слика 2.5. Мрежа коначних елемената на кућишту

После успешно постављене мреже коначних елемената урађена је симулација Von-Mises-ових напона (слика 2.6.) и померања (слика 2.7.) на кућишту мењача.



Слика 2.6. Von-Mises-ов напон на кућишту

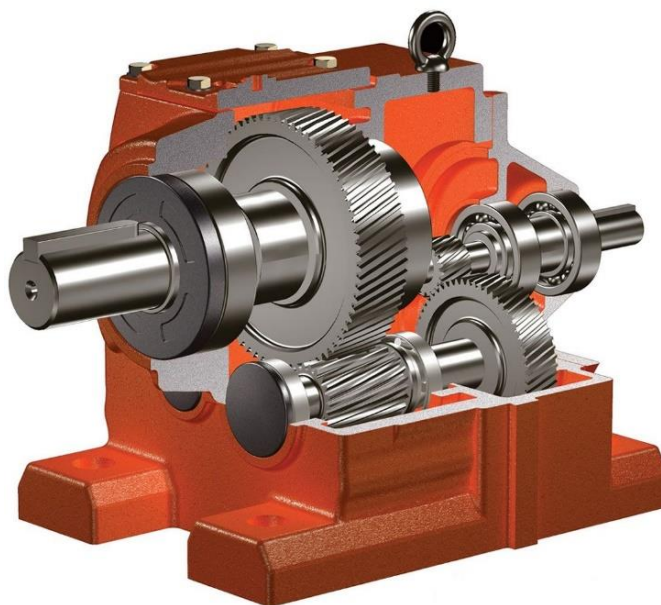


Слика 2.7. Померања на кућишту

Израчунато је и двадесет најнижих природних фреквенција. Појављује се тенденција осциловања углавном у подручју прирубнице, гдје је мотор повезан са мењачем.

3.0 Принцип рада, карактеристике и примена вишестепених редуктора

Редуктор је механички преносник снаге који служи да пренесе снагу са погонске на радну машину и да при томе број обртаја и обртни момент на вратилу погонске машине прилагоди потребном броју обртаја и обртном моменту на вратилу радне машине. Састоји се од једног или више зупчастих парова који су смештени у засебно кућиште. Вратило којим се снага доводи у редуктор назива се улазно, а оно којим се изводи излазно. На слици 3.1. може се видети пример карактеристичног редуктора.



Слика 3.1. Коаксијални редуктор

3.1 Подела према типу редуктора

Према типу редуктори се деле на: редукторе са паралелним осама вратила, са осама вратила које се секу и редукторе са вратилима чије се осе мимоилазе (слика 3.2.) , [16].



Слика 3.2. Редуктор са: а) паралелним осама вратила, б) вратила чије се осе секу, в) вратила чије се осе мимоилазе (пужни редуктор)

3.2 Посебне врсте редуктора

У засебну групу спадају планетарни редуктори, тзв. моторредуктори, мењачи и мултипликатори, [17]. Планетарни редуктори су посебне конструкције редуктора који у свом саставу поред зупчаника са спољашњим озубљењем имају и зупчанике са унутрашњим озубљењем. Ови редуктори омогућавају веома велике преносне односе као и задовољавајући степен искоришћења. Код моторредуктора мотор заједно са редуктором чини засебну погонску јединицу (мотор и редуктор се налазе у истом кућишту). Мењачи су редуктори са променљивим преносним односом. Мултипликатори повећавају број обртаја вратила радне машине. Највећа примена им је код ветрогенератора, али доста се ређе користе од редуктора.

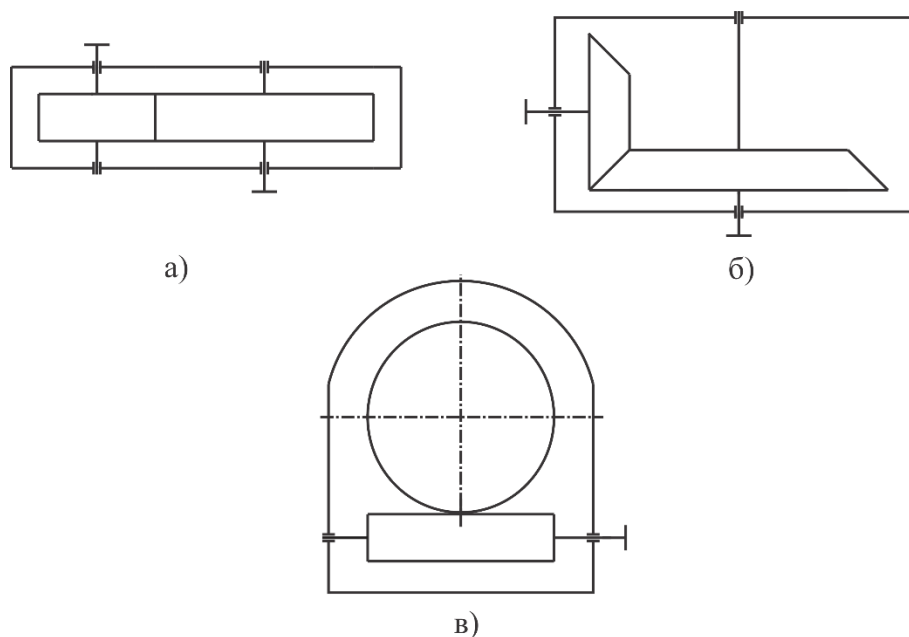
3.3 Подела према положају вратила

Према положају улазног и излазног вратила, редуктори са паралелним осама вратила деле се на редукторе са вратилима у хоризонталној равни, са вратилима у вертикалној равни и у некој косој равни. Ови редуктори могу имати улазно и излазно вратило са једним или два улаза, односно излаза, [16].

Код редуктора са вратилима чије се осе секу, улазно вратило се налази обично у хоризонталној равни, док излазно вратило може бити у хоризонталној или вертикалној равни. Ови редуктори могу имати само један улаз, док излаз може бити са једним или два излаза.

Код редуктора са вратилима чије се осе мимоилазе (укрштају) улазно вратило пужа може бити испод, изнад или са стране пужног зупчаника, [17]. У прва два случаја вратило пужног зупчаника лежи у хоризонталној равни, а у трећем случају у вертикалној равни. Ови редуктори могу имати само један улаз, док излаз може бити са једним или два излаза.

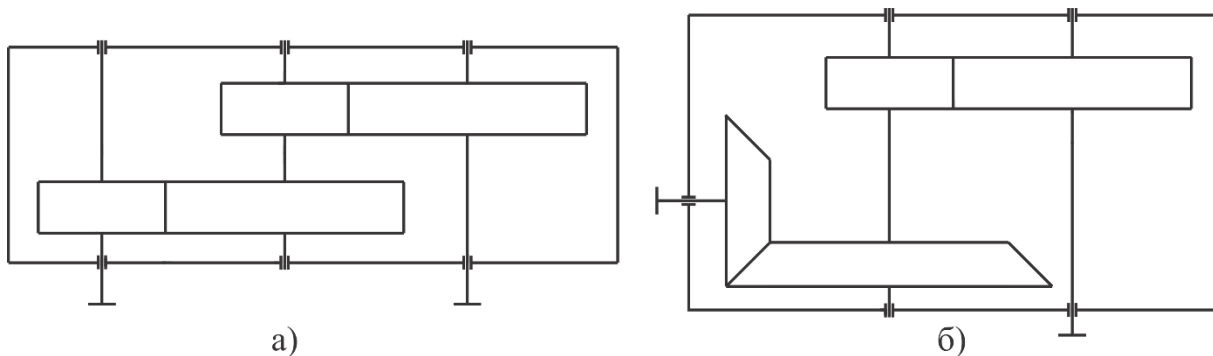
На слици 3.3. могу се видети шеме једноступених редуктора, као и међусобан положај вратила унутар сваког редуктора.



Слика 3.3. Једноступени редуктор са: а) паралелним осама вратила, б) вратила чије се осе секу, в) вратила чије се осе мимоилазе (пужни редуктор)

3.4 Подела према броју степени преноса

Према броју степени преноса, редуктори могу бити једноступени и вишеступени (двоступени, троступени...). Једноступени редуктори са паралелним осама вратила имају један пар цилиндричних зупчаника, а вишеступени више пари. Једноступени редуктори са вратилима чије се осе секу има један пар коничних зупчаника, а вишеступени још и један или више пари цилиндричних зупчаника. Редуктори са вратилима чије се осе мимоилазе имају један пужни пар, ако су једноступени, а два пужна пара ако су двоступени. Комбиновани двоступени редуктор има у свом склопу пужни и цилиндрични пар зупчаника. Планетарни редуктори могу такође бити једноступени и вишеступени. На слици 3.4. могу се видети шеме двоступених редуктора, као и међусобан положај вратила унутар сваког редуктора.



Слика 3.4. Двоступени редуктор са: а) паралелним осама вратила, б) једним паром коничних зупчаника

3.5 Конструкциони облици редуктора

Погонски елементи редуктора са паралелним осама вратила су цилиндрични зупчаници са хеликоидним или са стреластим зупцима, а ређе са правим. Двоступени редуктори са паралелним вратилима изводе се у развученој конструкцији или као коаксијални. Обе наведене конструкције могу бити са и без “гранања” снаге. Троступени редуктори обично су развучене конструкције и то без гранања и са гранањем снаге, [17].

Код моторредуктора први предњи зупчаник учвршћен је на вратилу електромотора, док су остали зупчаници на својим вратилима у кућишту редуктора. Мотор и кућиште редуктора центрисани су и завртњима спојени у једну целину.

Код редуктора чије се осе вратила секу, једноступени и вишеступени, оса улазног вратила уједно је и подужна оса кућишта редуктора. Ова оса дели кућиште на два симетрична дела. Овакво решење омогућује произвољан смештај пријемног коничног зупчаника на његовом вратилу, са леве или десне стране предњег зупчаника.

Пужни редуктори израђују се и у комбинацији са цилиндричним паром зупчаника. Тада је обично први степен преноса израђен са пужним паром, а други са цилиндричним паром зупчаника, [16]. Овакав редуктор назива се комбинованим.

3.6 Обележавање редуктора

Обележавање редуктора врши се на различите начине, зависно од произвођача, [17]. Једна могућност је применом симболичне ознаке састављене од слова и бројева. Словна ознака на првом месту означава тип редуктора. Ознака на другом до четвртог места је

бројчана и значи: на другом месту број степени преноса, на трећем месту међуосно растојање оса улазног и излазног вратила у номиналном износу (изражено у сантиметрима [cm]), док се на четвртом месту налази преносни однос. Ознака на петом месту је опет словна, у виду разломка и показује међусобни положај улазног и излазног вратила. За словну ознаку на првом месту усвојена су два слова (латинична):

PH - редуктор са паралелним осама вратила у хоризонталној равни,

PV - редуктор са паралелним осама вратила у вертикалној равни,

KH - редуктор са вратилима чије се осе секу у хоризонталној равни,

KV - редуктор са вратилима чије се осе секу у вертикалној равни,

WA - редуктор са пужним завртњем изнад пужног зупчаника,

WB - редуктор са пужним завртњем испод пужног зупчаника,

WS - редуктор са пужним завртњем са стране пужног зупчаника и

PL - планетарни редуктор.

Ознака на другом месту је за једностепени редуктор 1, за двостепени редуктор 2 и за тростепени редуктор 3. За коаксијалне редукторе ознака на трећем месту дата је нулом. Ознака на четвртом месту је износ преносног односа. Ознака на петом месту састоји се од комбинације слова L и R, где слово L значи да је вратило са леве стране “оријентисаног кућишта”, а R са десне стране.

Пример: Двостепени редуктор са паралелним осама вратила у хоризонталној равни, међуосног растојања оса улазног и излазног вратила $a=450\text{ mm}$, преносног односа $i=20$, са улазом на левој страни улазног вратила и излазом на десној страни излазног вратила, има овакву ознаку:

PH 2 45 20 L/R

Овај редуктор изведен као коаксијални имао би ознаку:

PH 0 45 20 L/R

Када би овај редуктор имао један улаз са десне стране и два излаза, имао би ознаку:

PH 2 45 20 R/LR

Ознака на трећем месту код редуктора типа KH и KV значи међуосно растојање оса цилиндричних парова зупчаника и то за тростепени редуктор растојање оса првог и последњег цилиндричног зупчаника.

За једностепени редуктор типа K ова ознака је нула. Ознака на петом месту односи се само на излаз излазног вратила, док је улаз код оријентисаног редуктора увек испод посматрача.

Пример: Двостепени редуктор са осама вратила које се секу и леже у хоризонталној равни, растојања оса паралелних вратила $a=500\text{ mm}$, преносног односа $i=20$, са два излаза, има следећу ознаку:

KH 2 50 20/LR

3.7 Основни параметри редуктора

Преносни однос редуктора је однос бројева обртаја улазног и излазног вратила. Код редуктора је преносни однос увек већи од један и по правилу је стандардни број.

- редуктори ($i > 1$),
- једноставни преносници ($i = 1$) и
- мултипликатори ($i < 1$).

Међуосно растојање редуктора са паралелним осама вратила је растојање оса улазног и излазног вратила. Код редуктора са вратилима чије се осе секу даје се само међусобно растојање оса цилиндричних зупчаника. Код пужних редуктора то је накраће растојање оса пужног завртња и пужног зупчаника.

Под снагом редуктора подразумева се номинална снага која одговара оном максималном оптерећењу, константног интензитета, које редуктор може трајно да преноси.

Избор редуктора врши се на основу номиналне снаге P_n , која се у конкретном случају прорачунава на основу снаге радне машине P_k , карактера рада погонске и радне машине и дневног трајања погона. Утицај карактера рада погонске и радне машине и дневног трајања погона, обухваћен је фактором радних услова K_A , [17].

Када посматрамо све механичке преноснике, захваљујући својим dobrим радним карактеристикама, највећу примену имају зупчasti преносници, [18].

Предности зупчастих преносника су:

- константан преносни однос,
- велики степен ископишћења (изузев хиперболоидних зупчастих парова),
- велика издржљивост и трајност у раду,
- компактна конструкција,
- велика поузданост,...

Недостаци зупчастих преносника су:

- велика тачност израде,
- присуство буке и вибрација,
- велика крутост,...

Зупчasti преносник може бити састављен само од два зупчаника, тј. једног зупчастог пара (једноstepени преносник). Комбинацијом више једноstepених зупчастих парова различитих врста добија се вишестепени зупчasti преносник.

Област примене зупчастих преносника је веома широка, почев од прецизних апарата, као што су часовници, до огромних машина. Зато се зупчasti преносници по облику, конструкцији и изради значајно разликују, [16].

4.0 Прорачун и моделирање елемената редуктора

Развој и примена савремених технологија свакодневно напредује и развија се. Прорачун машинских елемената, који се налазе у једном карактеристичном редуктору, је веома сложен и захтева доста знања, времена као и сналажењу у одговарајућој литератури. Као што је већ речено, развој ових технологија доноси и развој напредних софтверских пакета који у великој мери олакшавају прорачуне. Добро познавање неког од софтвера, који служи за прорачун и моделирање, није довољно како би корисник могао да реши неки проблем у целости. Инжењер мора, поред знања, да располаже великом базом информација као и да поседује искуство, које стиче радом на решавању оваквих и сличних проблема.

За прорачун и моделирање елемената редуктора изабран је софтвер Autodesk Inventor. Овај CAD софтвер пружа широк спектар могућности. Програм нуди могућност 3D моделирања, симулацију, визуелизацију као и модул за израду техничке документације и многе друге. Autodesk Inventor садржи параметре који дозвољавају кориснику директно моделирање и кориговање слободних форми. Овај софтвер такође у свом пакету поседује велику базу података, стандарда, стандардних машинских елемената (лежаја, клинова, чивија, опруга, вијака...) као и окружење за нумеричку анализу - MKE. Поред ових и многобројних других функција које софтвер нуди, садржи и модул Design Accelerator намењен за прорачун машинских елемената. Конкретно овај модул ће бити коришћен у фази моделирања и прорачуна свих елемената редуктора. На основу добијених коначних димензија ових машинских елемената биће извршено моделирање одговарајућег кућишта редуктора.

Редуктор и његови елементи који ће се прорачунавати, моделирати и испитивати биће каталожна верзија редуктора компаније SEW EURODRIVE. Ова компанија, чије је седиште у Немачкој, је једна од водећих и највећих произвођача електромотора и редуктора. Компанија броји преко 17 000 запослених у својим фабрикама широм света.

У самом старту одабран је двостепени редуктор код кога се осе вратила секу, слика 4.1. Оваква концепција захтева да један зупчасти пар чине конични зупчаници, док други пар чине цилиндрични зупчаници. За почетак су узети само основни подаци које произвођач иначе даје у својим каталозима. Изабрани рекутор је SEW K 29 DRS 71 M4 са следећим карактеристикама: $P_m = 0.55 \text{ kW}$; $n_a = 114 \text{ min}^{-1}$; $M_a = 41 \text{ Nm}$; $i = 11.94$, док је излазни број обртаја вратила електромотора $n_e = 1400 \text{ min}^{-1}$, [19].



Слика 4.1. SEW електромотор са редуктором чије се осе вратила секу

На основу изабраног редуктора врши се даљи прорачун стандардних елемената. Неопходно је одредити парцијалне преносне односе, зато што је у питању двостепени редуктор, [16].

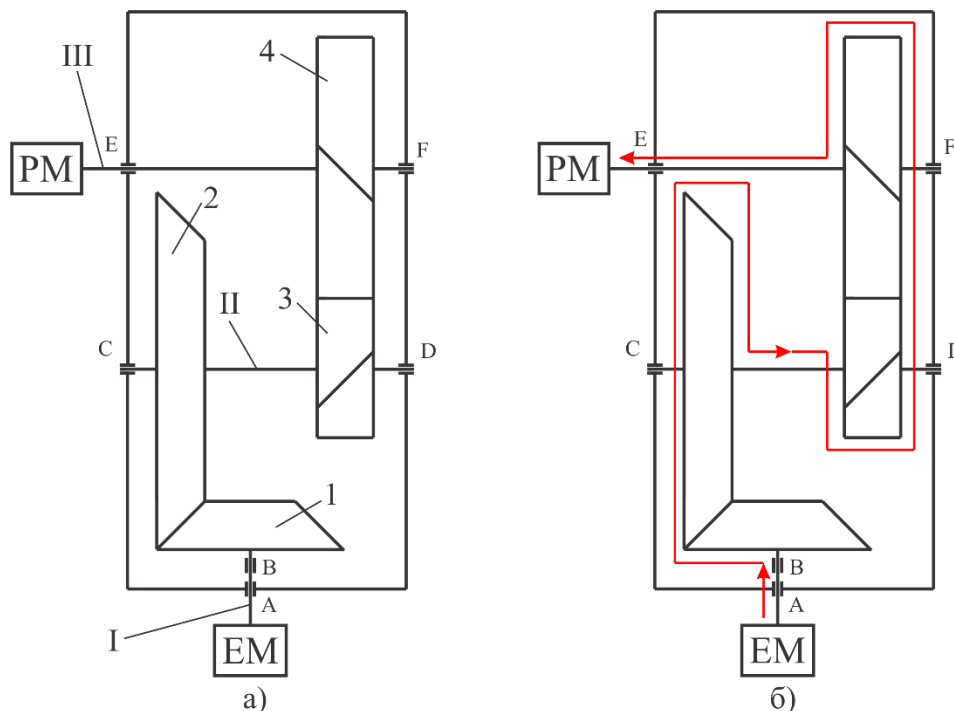
Парцијални преносни однос првог зупчастог пара:

$$i_{1-2} = 0.25 \cdot i = 0.25 \cdot 11.94 = 2.985$$

Парцијални преносни однос другог зупчастог пара:

$$i_{3-4} = \frac{i}{i_{1-2}} = \frac{11.94}{2.985} = 4$$

Одлучено је да се на улазном вратилу I налази конични зупчаник 1, вратило II је веза између гоњеног коничног зупчаника 2 и погонског цилиндричног зупчаника 3, док ће на вратилу III бити гоњени цилиндрични зупчаник 4 и уједно ће представљати излазно вратило редуктора. Конични зупчasti пар ће бити са правим зупцима, док ће цилиндрични зупчasti пар бити израђен са косим нагибом зубаца. На слици 4.2. може се видети шематски приказ двостепеног редуктора.



Слика 4.2. Шематски приказ: а) распореда зупчаника и вратила, б) тока снаге унутар редуктора

Изабрани редуктор са електромотором ознаке SEW K 29 DRS 71 M4. SEW представља назив истоимене фирме која и производи овај преносник (SEW EURODRIVE), ознака K представља тип редуктора (редуктор чије се осе секу) док 29 представља величину редуктора. Следеће ознаке се односе на електромотор; DRS је ознака за енергетски ефикасан електромотор класе IE1, број 71 представља величину, словна ознака M говори о којој дужини редуктора се ради, у овом случају то је слово M и представља средњу дужину (енг. medium) и последња бројна ознака 4 значи да се ради о електромотору са четири пола. Овај произвођач у свом асортиману нуди још додатне опреме која је такође назначена кроз ознаку преносника. Додатна опрема је углавном намењена за електромоторе у виду енкодера, сензора, кочница, специјалних врста прирубница, вентилатора као и још доста других елемената, [19].

4.1 Прорачун зупчаника

Зупчасти преносници преносе кретање и обртни момент са једног вратила на друго помоћу тзв. везе обликом, коју чини спрега зубаца зупчаника. При томе се врши и одређена трансформација броја обртаја и обртног момента. Најједноставнији зупчасти преносник састоји се од два зупчаника у спрези који чине зупчасти пар. Један од ова два зупчаника је погонски, а други гоњени. Погонски зупчаник преноси кретање и обртни момент на гоњени зупчаник. Зупчаници који чине зупчасти пар називају се спрегнути зупчаници. Према облику зубаца, зупчаници могу бити са правим, косим, стреластим и завојним (кривим) зупцима. Цилиндрични, конични и хиперболоидни зупчасти парови се даље могу поделити на још подгрупа, [16].

Комплетни прорачуни зупчаника редуктора урађени су у софтверу Autodesk Inventor. Модул који се користи за овај прорачун је Design Accelerator. Овакав поступак прорачуна нуди више врста различитих комбинација које могу довести до жељених резултата. У зависности од података са којима корисник располаже веома лако и брзо стиже се до комплетних аналитичких и геометријских величина као и вредности степена сигурности код зупчаника. Коришћењем улазних података, модула, преносног односа, броја зубаца, нагиба зубаца, снага, броја обртаја, дебљина зупчаника, материјала, брзо се долази до комплетног прорачуна. У случају да резултати нису задовољавајући, брзим корекцијама долази се до нових резултата. Још једна од великих предност овог софтвера и оваквог начина прорачуна је та што је могуће добити 3D модел спрегнутог пара зупчаника.

4.1.1 Прорачун коничног зупчастог пара 1-2

Уношењем улазних података, добија се комплетан прорачун и 3D модели зупчаника код којих су сви услови задовољени. Коришћени су подаци и препоруке произвођача које су преузете из каталога SEW-а. Резултати добијени оваквом методом прорачуна су приказани у табелама 4.1.÷4.8.

Табела 4.1. Улазни параметри

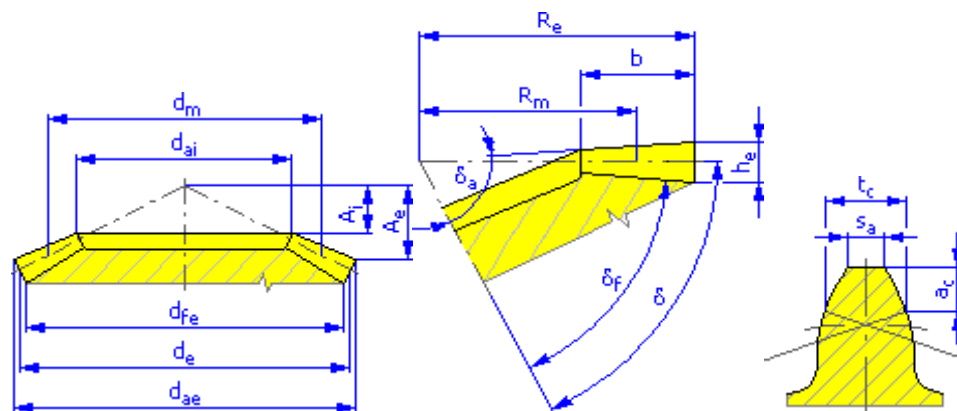
Преносни однос	i	2.985
Модул	m	1.000 mm
Угао нагиба бока зубаца	β	0.000°
Угао нагиба профила	α	20.000°
Угао између вратила	Σ	90.000°
Угао додирнице	α_w	20.000°
Степен спрезања	ε	1.761
Осно растојање	a_v	104.554 mm
Стварно осно растојање	a	75.000 mm
Спољашње конусно растојање	R_e	36.366 mm
Средње конусно растојање	R_m	31.366 mm

Табела 4.2. Параметри зупчаника

		Зупчаник 1	Зупчаник 2
Број зубаца	z	23	69
Пречник подеоног круга спољашње равни	d_e	23.000 mm	69.000 mm
Пречник подеоног круга средње равни	d_m	19.838 mm	59.513 mm
Пречник теменог круга спољашње равни	d_{ae}	24.897 mm	69.632 mm
Пречник теменог круга унутрашње равни	d_{ai}	18.051 mm	50.458 mm
Пречник подножног круга спољашње равни	d_{fe}	20.723 mm	68.241 mm

Табела 4.2. (наставак)

Темени врх спољашње равни	A_e	34.184 mm	10.551 mm
Темени врх унутрашње равни	A_i	24.784 mm	7.650 mm
Ширина зупчаника	b	10.000 mm	10.000 mm
Однос ширине зупчаника	b_r	0.275	0.275
Темени зазор	c^*	0.200	0.200
Заобљење корена зубаца	r_f^*	0.300	0.300
Угао кинематског конуса	δ	18.435°	71.565°
Угао теменог конуса	δ_a	20.010°	73.140°
Висина зубаца	h_e	2.200 mm	2.200 mm
Дебљина зубаца	s_e	1.571 mm	1.571 mm



Слика 4.3. Геометријске мере коничног зупчаника

Табела 4.3. Оптерећења

		Зупчаник 1	Зупчаник 2
Снага	P	0.550 kW	0.534 kW
Број обртаја	n	1400 min ⁻¹	466.67 min ⁻¹
Обртни момент	T	3.752 Nm	10.917 Nm
Степен искоришћења	η	0.970	
Тангенцијална сила	F_t	378.220 N	
Нормална сила	F_n	402.493 N	
Радијална сила	F_r	130.596 N	43.532 N
Аксијална сила	F_a	43.532 N	130.596 N
Обимна брзина	v	1.454 m/s	
Резонантна брзина	n_{E1}	55299.484 min ⁻¹	

Табела 4.4. Карактеристике материјала

		Зупчаник 1	Зупчаник 2
		DIN 16MnCr5	DIN 16MnCr5
Затезна чврстоћа	R_m	785 Мпа	785 Мпа
Граница течења	R_e	588 Мпа	588 Мпа
Модул еластичности	E	206000 Мпа	206000 Мпа
Поасонов коефицијент	μ	0.300	0.300
Динамичка издржљивост подножја зубаца	σ_{Flim}	700 Мпа	700 Мпа
Динамичка издржљивост бока зубаца	σ_{Hlim}	1270 Мпа	1270 Мпа
Тврдоћа у језгру зубаца	JHV	210	210
Тврдоћа у језгру зубаца	VHV	650	650

Прорачун чврстоће:

Табела 4.5. Фактори додатног оптерећења

Фактор радних услова	K_A	1.200	
Фактор унутрашњих динамичких сила	K_v	1.039	1.039
Фактор расподеле оптерећења дуж бочне линије	$K_{H\beta}$	1.429	1.345
Фактор расподеле оптерећења на парове зубаца	$K_{H\alpha}$	1.145	1.145

Табела 4.6. Фактори контакта

Фактор еластичности материјала	Z_E	189.812	
Фактор облика бока зупца	Z_H	2.495	
Фактор степена спрезања бока зубаца	Z_ϵ	0.864	
Фактор коничних зупчаника	Z_K	0.850	
Фактор радног века	Z_N	1.000	1.000
Фактор подмазивања	Z_L	0.967	
Фактор храпавости	Z_R	1.000	
Фактор обимне брзине	Z_v	0.959	
Фактор облика бока зубаца	Z_β	1.000	
Фактор величине	Z_x	1.000	

Табела 4.7. Фактори код савијања

Фактор облика зубаца	Y_{Fa}	2.662	2.131
Фактор концентрације напона	Y_{Sa}	1.645	1.992
Фактор напона косих зубаца	Y_β	1.000	
Фактор степена спрезања	Y_ϵ	0.676	
Фактор промене оптерећења	Y_A	1.000	1.000
Фактор коничних зупчаника	Y_K	1.000	1.000
Фактор радног бока	Y_T	1.000	1.000
Фактор радног века	Y_N	1.000	1.000
Фактор величине	Y_X	1.000	1.000
Фактор осетљивости материјала на концентрацију напона	Y_δ	1.481	1.582
Фактор храпавости	Y_R	1.000	1.000

Табела 4.8. Резултати

Степен сигурности против разарања бока зубаца	S_H	1.523	1.631
Степен сигурности подножја зубаца	S_F	4.161	4.587
Статички степен сигурности против разарања бока зубаца	S_{Hst}	3.362	3.599
Статички степен сигурности подножја зубаца	S_{Fst}	7.026	7.250
Провера прорачуна	Задовољава		

За прорачун радних напона бока и подножја зубаца зупчаника коришћени су бројчани подаци из прорачуна, добијени из Autodesk Inventor-a. Вредности ових података приказани су у табелама 4.1.÷4.8.

Радни напон бокова зубаца

Кинематски преносни однос:

$$u_{1-2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{69}{23} = 3$$

Модул у средњем пресеку:

$$m_m = m - \frac{b \cdot \sin \delta_1}{Z_1} = 1 - \frac{10 \cdot \sin 18.435}{23} = 0.862 \text{ mm}$$

$$\sigma_{H1} = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_K \cdot \sqrt{\frac{F_t}{d_{m1} \cdot b} \cdot \frac{\sqrt{u_{1-2}^2 + 1}}{u_{1-2}}} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta}$$

$$\sigma_{H1} = 2.495 \cdot 189.812 \cdot 0.864 \cdot 0.850 \cdot \sqrt{\frac{378.220}{19.838 \cdot 10} \cdot \frac{\sqrt{3^2 + 1}}{3}} \cdot 1.2 \cdot 1.039 \cdot 1.145 \cdot 1.429$$

$$\sigma_{H1} = 704.217 \text{ MPa}$$

Радни напон у подножју зубаца (зупчаник 1)

$$\sigma_{F1} = Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_K \cdot \frac{F_{t1}}{b \cdot m_m} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta}$$

$$\sigma_{F1} = 2.662 \cdot 1.645 \cdot 0.676 \cdot 1 \cdot \frac{378.220}{10 \cdot 0.862} \cdot 1.2 \cdot 1.039 \cdot 1.145 \cdot 1.429$$

$$\sigma_{F1} = 264.967 \text{ MPa}$$

Радни напон у подножју зубаца (зупчаник 2)

$$\sigma_{F2} = Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{F_{t2}}{b \cdot m_m} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta}$$

$$\sigma_{F2} = 2.131 \cdot 1.992 \cdot 0.676 \cdot 1 \cdot \frac{366.878}{10 \cdot 0.862} \cdot 1.2 \cdot 1.039 \cdot 1.145 \cdot 1.345$$

$$\sigma_{F2} = 234.508 \text{ MPa}$$

4.1.2 Прорачун цилиндричног зупчастог пара 3-4

Уношењем улазних података, добија се комплетан прорачун и 3D модели зупчаника код којих су сви услови задовољени. Коришћени су подаци и препоруке произвођача које су преузете из каталога SEW-а. Резултати добијени оваквом методом прорачуна су приказани у табелама 4.9.÷4.16.

Табела 4.9. Улазни параметри

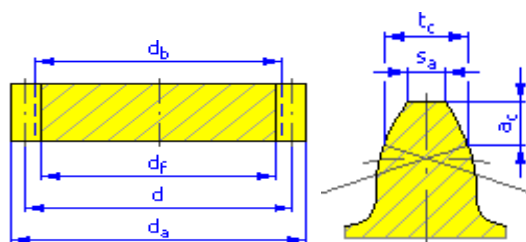
Преносни однос	i	3.926
Модул	m	1.000 mm
Угао нагиба бока зубаца	β	20.000°
Угао нагиба профила	α	20.000°
Угао додирнице	α_w	20.539°
Степен спрезања	ε	2.658
Осно растојање	a_w	71.000 mm
Стварно осно растојање	a	70.768 mm
Подеони корак	p	3.142 mm

Табела 4.10. Параметри зупчаника

		Зупчаник 3	Зупчаник 4
Број зубаца	z	27	106
Пречник подеоног круга	d	28.733 mm	112.803 mm

Табела 4.10. (наставак)

Пречник теменог круга	d_a	30.728 mm	115.267 mm
Пречник подножног круга	d_f	26.233 mm	110.772 mm
Пречник основног круга	d_b	26.793 mm	105.188 mm
Ширина зупчаника	b	10.000 mm	10.000 mm
Однос ширине зупчаника	b_f	0.3480	0.0887
Темени зазор	c^*	0.250	0.250
Дебљина зубаца	s	1.571 mm	1.742 mm
Темена дебљина зубаца	s_t	1.672 mm	1.853 mm



Слика 4.4. Геометријске мере цилиндричног зупчаника

Табела 4.11. Оптерећења

		Зупчаник 3	Зупчаник 4
Снага	P	0.534 kW	0.518 kW
Број обртаја	n	466.67 min ⁻¹	118.87 min ⁻¹
Обртни момент	T	10.927 Nm	41.612 Nm
Степен искоришћења	η	0.970	
Радијална сила	F_r	300.944 N	
Тангенцијална сила	F_t	758.110 N	
Аксијална сила	F_a	275.930 N	
Нормална сила	F_n	861.531 N	
Обимна брзина	v	0.702 m/s	
Резонантна брзина	n_{E1}	30355.982 min ⁻¹	

Табела 4.12. Карактеристике материјала

		Зупчаник 3	Зупчаник 4
		DIN 16MnCr5	DIN 16MnCr5
Затезна чврстоћа	R_m	785 Мпа	785 Мпа
Граница течења	R_e	588 Мпа	588 Мпа
Модул еластичности	E	206000 Мпа	206000 Мпа
Поасонов коефицијент	μ	0.300	0.300
Динамичка издржљивост подножја зубаца	σ_{Flim}	700 Мпа	700 Мпа
Динамичка издржљивост бока зубаца	σ_{Hlim}	1270 Мпа	1270 Мпа
Тврдоћа у језгру зубаца	JHV	210	210
Тврдоћа у језгру зубаца	VHV	650	650

Прорачун чврстоће:

Табела 4.13. Фактори додатног оптерећења

Фактор радних услова	K_A	1.200	
Фактор унутрашњих динамичких сила	K_v	1.026	1.026
Фактор расподеле оптерећења дуж бочне линије	$K_{H\beta}$	1.403	1.264
Фактор расподеле оптерећења на парове зубаца	$K_{H\alpha}$	1.323	1.323

Табела 4.14. Фактори контакта

Фактор еластичности материјала	Z_E	189.812
Фактор облика бока зубаца	Z_H	2.342
Фактор степена спрезања бока зубаца	Z_ϵ	0.798
Фактор радног века	Z_N	1.000 1.034
Фактор подмазивања	Z_L	0.967
Фактор храпавости	Z_R	1.000
Фактор обимне брзине	Z_v	0.951
Фактор облика бока зубаца	Z_β	0.969
Фактор величине	Z_x	1.000
Фактор утицаја разлике тврдоће спрегнутих бокова	Z_w	1.000

Табела 4.15. Фактори код савијања

Фактор облика зубаца	Y_{Fa}	2.507	2.114
Фактор концентрације напона	Y_{Sa}	1.650	1.916
Фактор напона косих зубаца	Y_β	0.833	
Фактор степена спрезања	Y_ϵ	0.678	
Фактор промене оптерећења	Y_A	1.000	1.000
Фактор радног бока	Y_T	1.000	1.000
Фактор радног века	Y_N	1.000	1.000
Фактор величине	Y_X	1.000	1.000
Фактор осетљивости материјала на концентрацију напона	Y_δ	1.429	1.503
Фактор храпавости	Y_R	1.000	1.000

Табела 4.16. Резултати

Степен сигурности против разарања бока зубаца	S_H	1.234	1.276
Степен сигурности подножја зубаца	S_F	2.740	2.941
Статички степен сигурности против разарања бока зубаца	S_{Hst}	2.664	2.664
Статички степен сигурности подножја зубаца	S_{Fst}	4.792	4.894
Провера прорачуна	Задовољава		

За прорачун радних напона бока и подножја зубаца зупчаника коришћени су бројчани подаци из прорачуна, добијени из Autodesk Inventor-a. Вредности ових података приказани су у табелама 4.9.÷4.16.

Радни напон бокова зубаца

Кинематски преносни однос:

$$u_{1-2} = \frac{Z_4}{Z_3} = \frac{106}{27} = 3.926$$

$$u_{3-4} = i_{3-4}$$

$$\sigma_{H3} = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\epsilon \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_t}{d_3 \cdot b} \cdot \frac{u_{3-4} + 1}{u_{3-4}}} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta}$$

$$\sigma_{H3} = 2.342 \cdot 189.812 \cdot 0.798 \cdot 0.969 \cdot \sqrt{\frac{760.589}{28.733 \cdot 10} \cdot \frac{3.926+1}{3.926}} \cdot 1.2 \cdot 1.026 \cdot 1.323 \cdot 1.403$$

$$\sigma_{H3} = 947.037 \text{ MPa}$$

Радни напон у подножју зубаца (зупчаник 3)

$$\sigma_{F3} = Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_{\varepsilon} \cdot Y_{\beta} \cdot \frac{F_{t3}}{b \cdot m_n} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta}$$

$$\sigma_{F3} = 2.507 \cdot 1.650 \cdot 0.678 \cdot 0.833 \cdot \frac{760.589}{10 \cdot 1} \cdot 1.2 \cdot 1.026 \cdot 1.323 \cdot 1.403$$

$$\sigma_{F3} = 406.078 \text{ МПа}$$

Радни напон у подножју зубаца (зупчаник 4)

$$\sigma_{F4} = Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_{\varepsilon} \cdot Y_{\beta} \cdot \frac{F_{t4}}{b \cdot m_n} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta}$$

$$\sigma_{F4} = 2.114 \cdot 1.916 \cdot 0.678 \cdot 0.833 \cdot \frac{737.782}{10 \cdot 1} \cdot 1.2 \cdot 1.026 \cdot 1.323 \cdot 1.264$$

$$\sigma_{F4} = 347.487 \text{ МПа}$$

4.2 Прорачун вратила

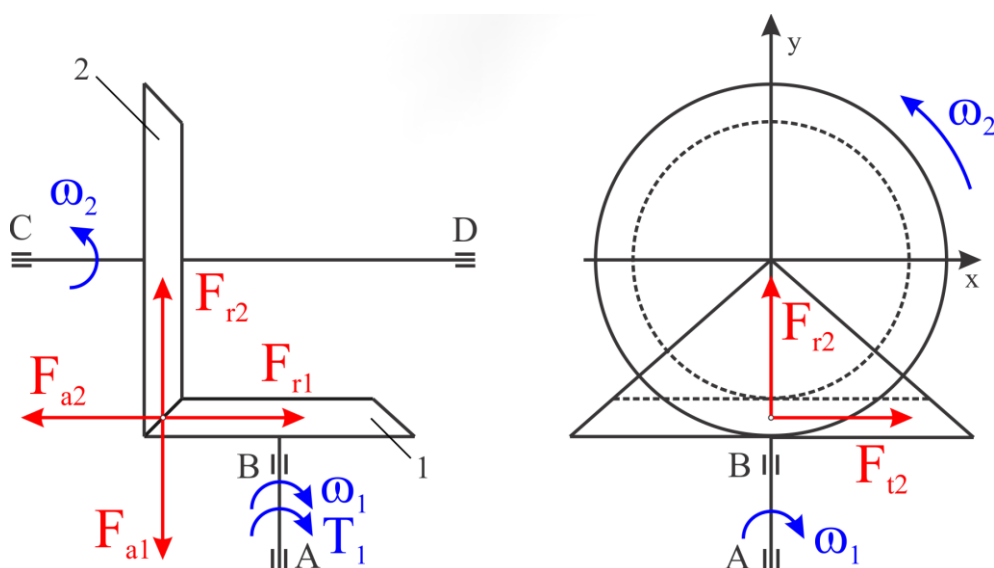
Вратила су носачи других машинских делова. а преко лежаја су повезани са основном конструкцијом. Она носе обртне машинске делове као што су: зупчаници, каишници, ланчаници. фриксиони точкови, спојнице и др. Вратила се најчешће обрћу, а ретко осцилују. Омогућавају обртање делова који се налазе на њима, спајање у фриксиону целину и преношење оптерећења. За разлику од осовина, вратила, поред уздужних и попречних сила, преносе и снагу, односно обртни момент, па су изложена сложенем напрезању. Рукавци су делови вратила преко којих се врши ослањање на лежишта. Вратила имају најмање по два рукавца.

Основна подела вратила је извршена према положају геометријске осе на права и коленаста вратила. Код правих вратила геометријска оса вратила је права линија. То су вратила ротационих мотора, радна вратила на радним машинама и трансмисиона вратила. Основни облик правих вратила је цилиндрични облик са променљивим пресеком по дужини - степенести облик. Вратила код којих је попречни пресек константан по целој дужини су тзв. глатка вратила. Код неких вратила делови могу бити израђени изједна са вратилом, нпр. вратило израђено изједна са зупчаником. Поред кружног попречног пресека вратила могу бити: ожлебљена, троугаоног попречног пресека или другог профилисаног облика. Такође вратила могу бити пуна или са уздужним центричним отвором - шупља вратила. Код клипних мотора користе се коленаста вратила, она имају испрекидану - изломљену геометријску осу. Постоје и савитљива (гипка) вратила. За пренос великих обрних момената примењују се карданска вратила.

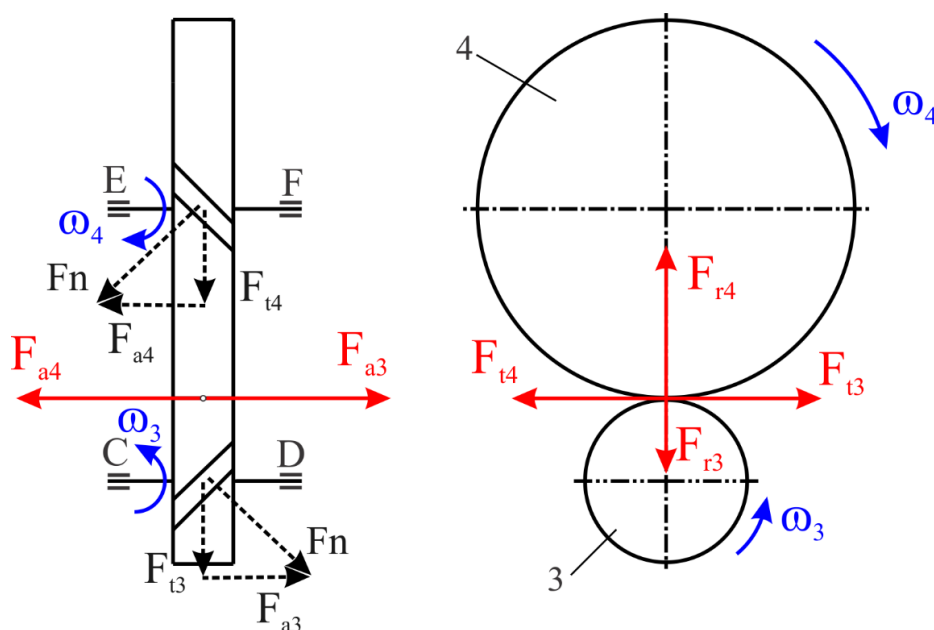
Избор материјала за израду вратила се врши на основу захтева у погледу чврстоће, издржљивости, тврдоће, осетљивости на неравномерну расподелу оптерећења, обрадљивости, трошкова израде и др. Узимајући све ово у обзир, вратила се најчешће израђују од конструкционих челика, челика за побољшање и челика за цементацију, док се ретко користи нодуларни лив.

Права вратила се најчешће израђују поступцима обраде метала резањем на стругу после чега следи обрада брушењем. Посебна пажња се посвећује обради рукаваца, јер су она изложена трењу и хабању. Због тога се рукавци подвргавају термичкој обради, после чега следи брушење, а често и полирање, [16].

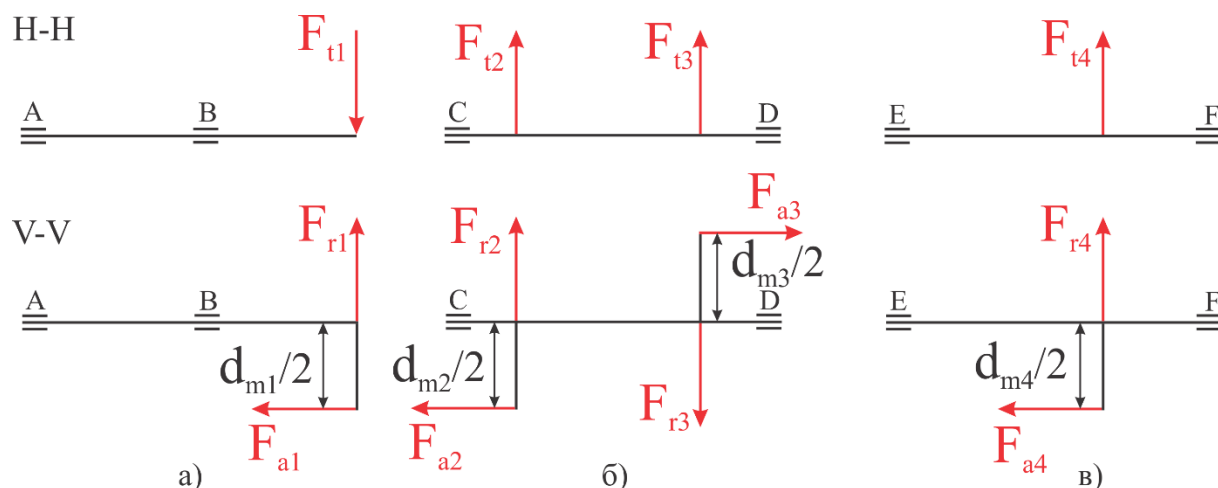
Комплетни прорачуни вратила редуктора су урађени у истом софтверу, а модул за прорачун је такође Design Accelerator. У одговарајућим прозорима програма се бирају геометријске карактеристике сегмената вратила. Преносе се правци и смерови деловања сила на вратило као и интензитети (који су добијени из предходног корака прорачуна). Задају се места улежиштења, бира се материјал и уз лако кориговање ових података прорачунавају се вратила. 3D модели вратила су након овог корака спремни за повезивање са зупчастим паровима. На сликама 4.5. и 4.6. су приказане шеме деловања сила које потичу од зупчаника. На слици 4.7. приказано је разлагање сила на вратилима редуктора у хоризонталној и вертикалној равни.



Слика 4.5. Силе на коничном зупчастом пару



Слика 4.6. Силе на цилиндричном зупчастом пару



Слика 4.7. Силе на вратилима у хоризонталној и вертикалној равни: а) вратило I, б) вратило II, в) вратило III

4.2.1 Прорачун вратила I (улазно вратило)

Уношењем одговарајућих података, добија се комплетан прорачун и 3D модел вратила код кога су сви услови задовољени. Материјал вратила је конструкциони, нелегирани челик E295 (Č545). Резултати добијени оваквом методом прорачуна су приказани табеларно (4.17.÷4.21.) и кроз слике (4.8.÷4.11.).

Табела 4.17. Карактеристике материјала

Материјал		E295
Модул еластичности	E	206000 MPa
Модул клизања	G	80000 MPa
Густина	ρ	7860 kg/m ³

Табела 4.18. Оптерећења

Место	Растојање	Радијална сила			
		Y	X	Интензитет	Правец
1	0 mm				
2	60 mm	-130.596 N		-130.596 N	
3	60 mm				
4	60 mm				
5	60 mm				
6	60 mm	-0.000 N	-378.220 N	-378.220 N	90°

Табела 4.19. Вредности момената

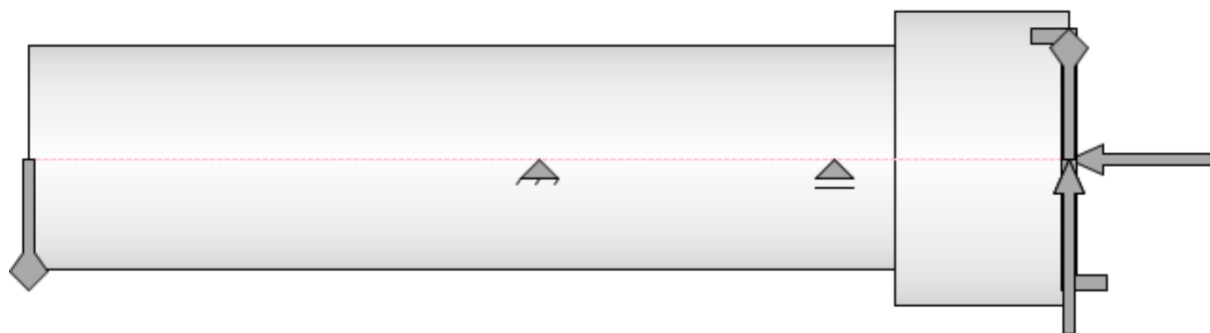
Место	Растојање	Момент савијања				Аксијална сила	Обртни момент
		Y	X	Интензитет	Правец		
1	0 mm						-3.752 Nm
2	60 mm						
3	60 mm					-43.532 N	
4	60 mm	0.432 Nm		0.432 Nm			
5	60 mm						3.752 Nm
6	60 mm						

Табела 4.20. Отпори ослонаца

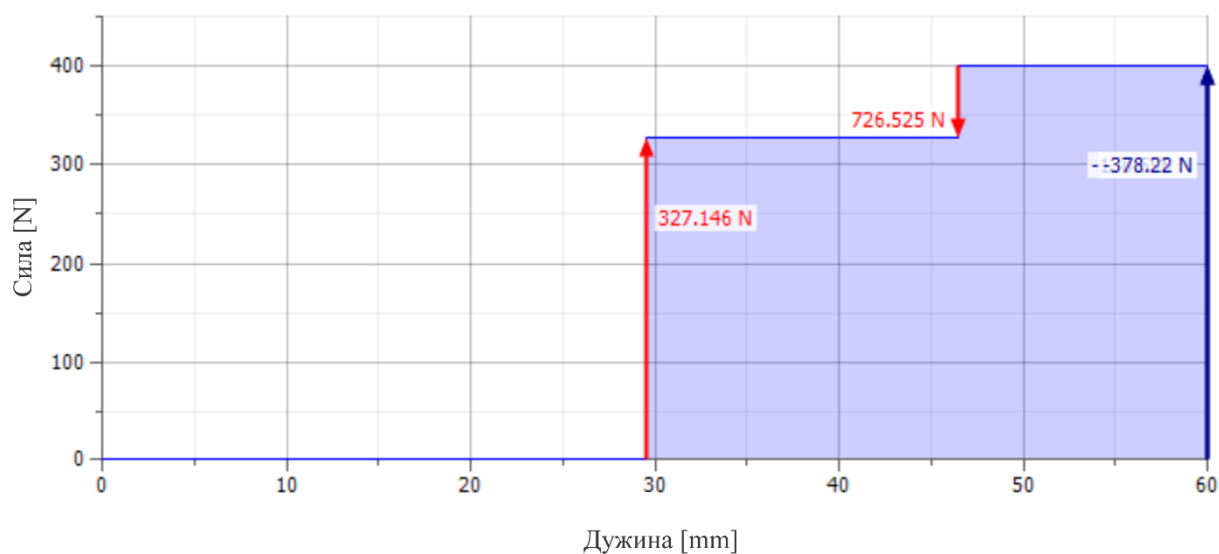
Место	Тип	Растојање	Реакције у ослонцу				
			Y	X	Интензитет	Правац	Аксијална сила
1	Фиксиран	29.5 mm	129.668 N	300.351 N	327.146 N	66.65°	-43.532 N
2	Слободан	46.5 mm	-259.577 N	-678.571 N	726.525 N	249.07°	

Табела 4.21. Резултати

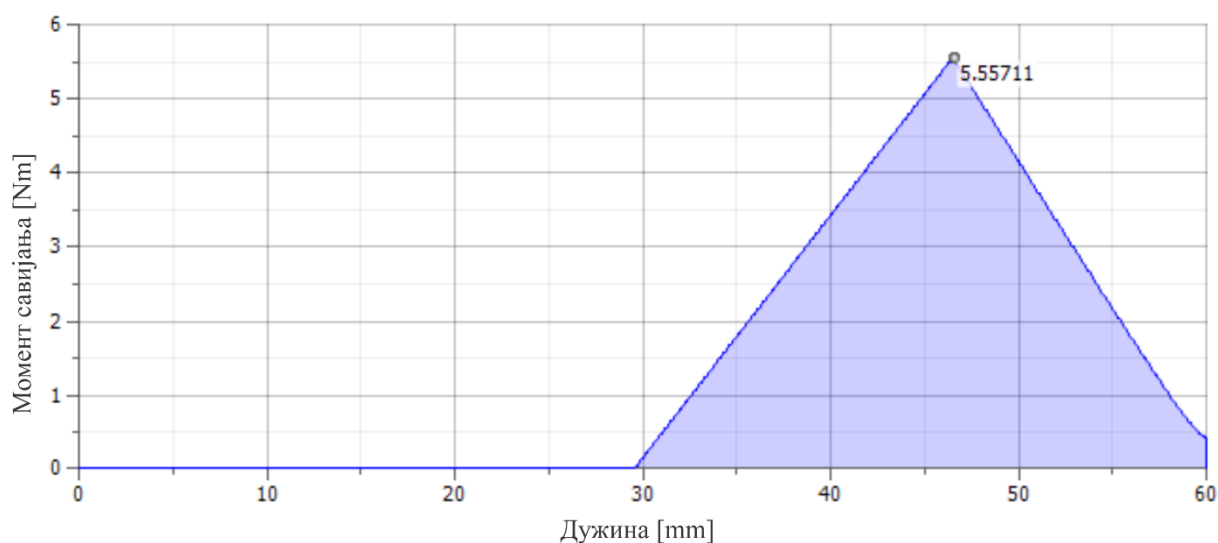
Дужина	L	60.000 mm
Маса	M	0.070 kg
Максимални напон савијања	σ_{max}	25.764 MPa
Максимални напон смицања	τ_{max}	3.014 MPa
Максимални торзиони напон	τ_{tmax}	8.698 MPa
Максимални затежући напон	σ_{zmax}	0.328 MPa
Максимални еквивалентни напон	σ_{max}	30.557 MPa
Максимална деформација	f_{max}	3.427 μm
Угао увијања	φ	-0.05°



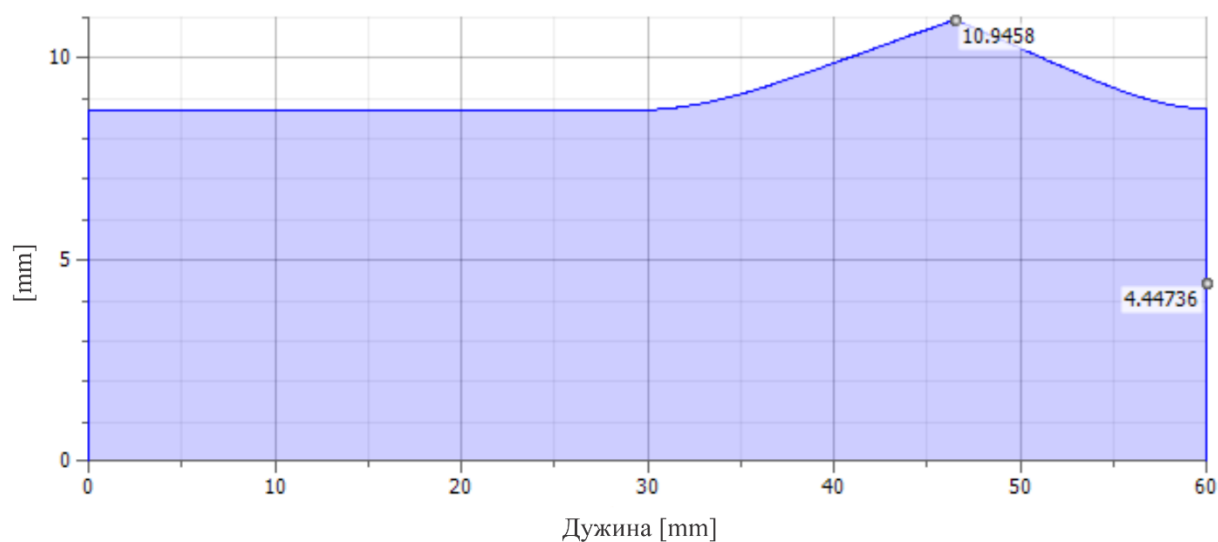
Слика 4.8. Приказ оптерећеног вратила



Слика 4.9. Графички приказ трансферзалних сила



Слика 4.10. Графички приказ момента савијања



Слика 4.11. Идеални пречник вратила

4.2.2 Прорачун вратила II

Уношењем одговарајућих података, добија се комплетан прорачун и 3D модел вратила код кога су сви услови задовољени. Материјал вратила је конструкциони, нелегирани челик E295 (Š0545). Резултати добијени оваквом методом прорачуна су приказани табеларно (4.22.÷4.26.) и кроз слике (4.12.÷4.15.).

Табела 4.22. Материјал

Материјал		E295
Модул еластичности	E	206000 MPa
Модул клизања	G	80000 MPa
Густина	ρ	7860 kg/m ³

Табела 4.23. Оптерећења

Место	Растојање	Радијална сила			
		Y	X	Интензитет	Правец
1	29.0995 mm	-43.532 N		-43.532 N	
2	29.0995 mm	0.000 N	378.220 N	378.220 N	90°
3	29.0995 mm				
4	29.0995 mm				
5	29.0995 mm				
6	58 mm				
7	58 mm	-300.994 N		-300.994 N	
8	58 mm	-0.000 N	-758.110 N	-758.110 N	90°
9	58 mm				
10	58 mm				

Табела 4.24. Вредности момената

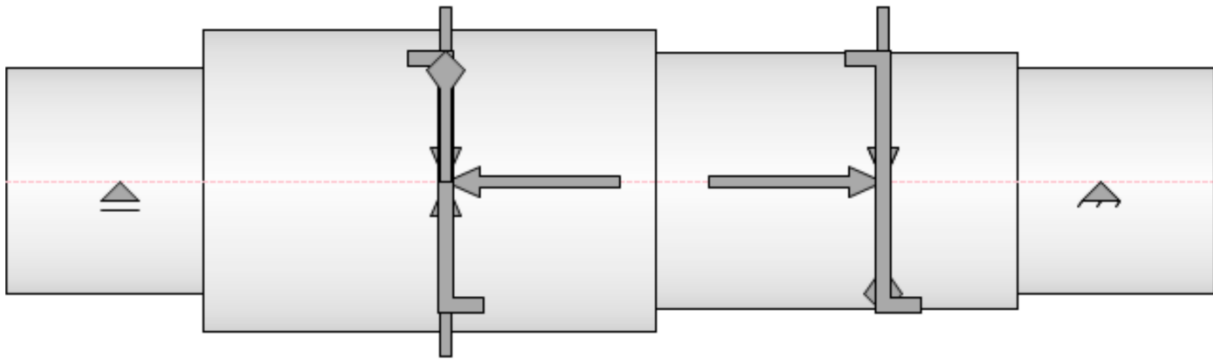
Место	Растојање	Момент савијања				Аксијална сила	Обртни момент
		Y	X	Интензитет	Правец		
1	29.099 mm						
2	29.099 mm						
3	29.099 mm					130.596 N	
4	29.099 mm	3.886 Nm		3.886 Nm			
5	29.099 mm						10.917 Nm
6	58 mm						-10.917 Nm
7	58 mm						
8	58 mm						
9	58 mm					275.930 N	
10	58 mm	3.964 Nm		3.964 Nm			

Табела 4.25. Отпори ослонаца

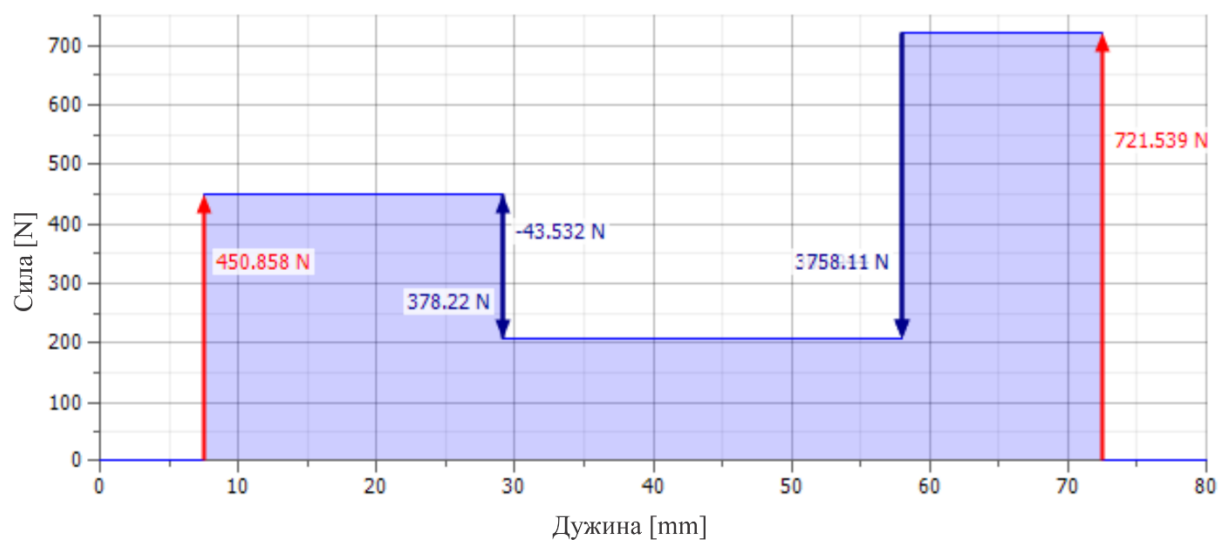
Место	Тип	Растојање	Реакције у ослонцу				
			Y	X	Интензитет	Правец	Аксијална сила
1	Слободан	7.5 mm	159.628 N	421.654 N	450.858 N	69.26°	
2	Фиксиран	72.5 mm	99.285 N	714.539 N	721.539 N	82.09°	145.334 N

Табела 4.26. Резултати

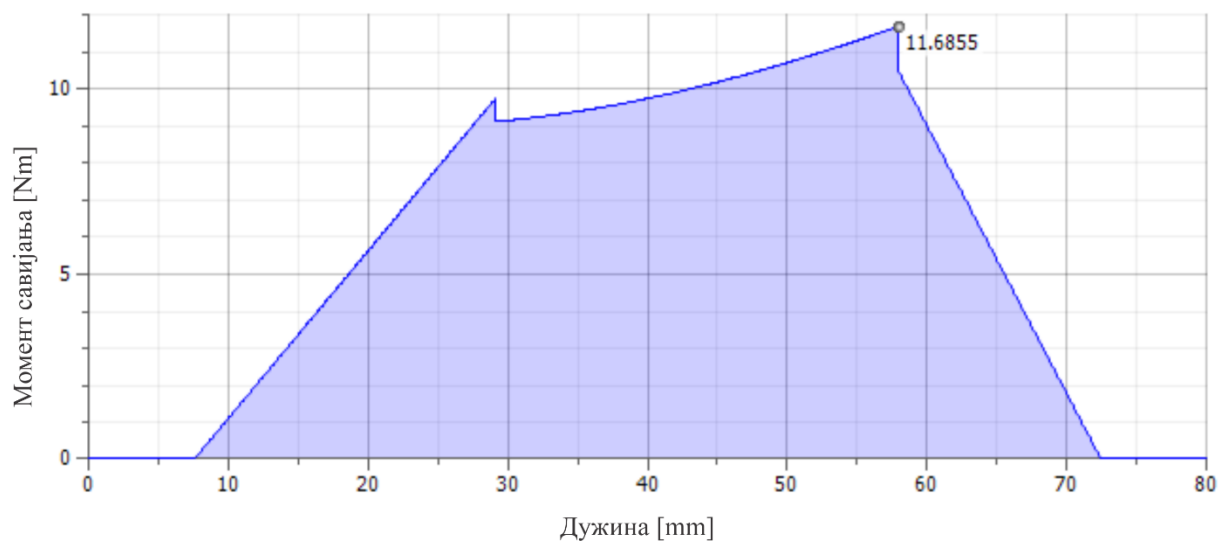
Дужина	L	80.000 mm
Маса	M	0.153 kg
Максимални напон савијања	$\sigma_{\max}$	24.227 MPa
Максимални напон смицања	$\tau_{\max}$	4.083 MPa
Максимални торзиони напон	$\tau_{\max}$	11.317 MPa
Максимални затежући напон	$\sigma_{z\max}$	0.822 MPa
Максимални еквивалентни напон	$\sigma_{\max}$	31.625 MPa
Максимална деформација	$f_{\max}$	4.923 μm
Угао увијања	ϕ	0.02°



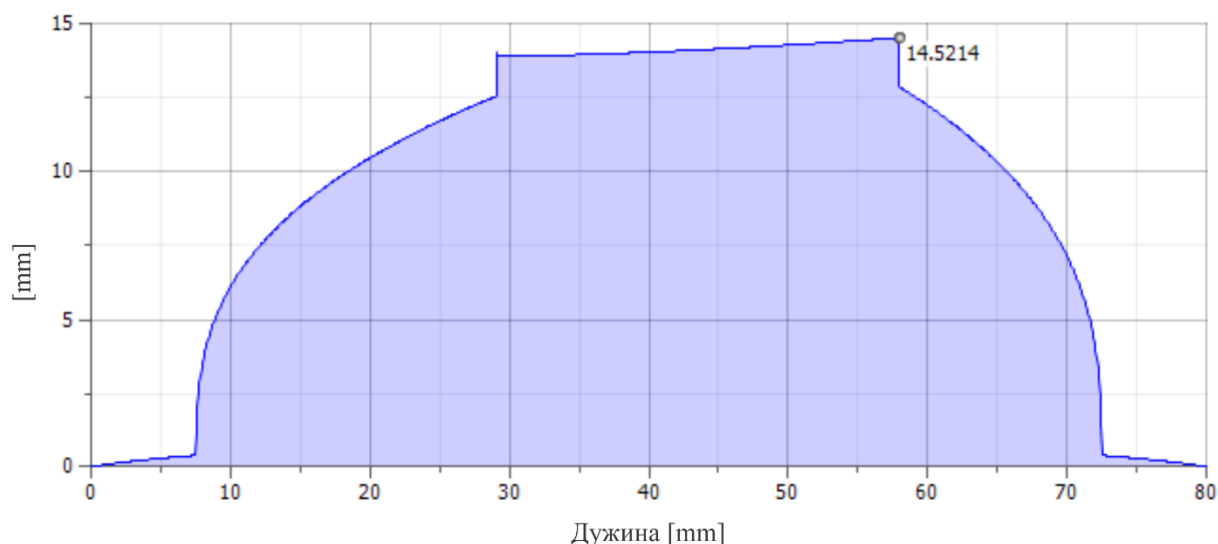
Слика 4.12. Приказ оптерећеног вратила



Слика 4.13. Графички приказ смичућих сила



Слика 4.14. Графички приказ момента савијања



Слика 4.15. Идеални пречник вратила

4.2.3 Прорачун вратила III (излазно вратило)

Уношењем одговарајућих података, добија се комплетан прорачун и 3D модел вратила код кога су сви услови задовољени. Материјал вратила је конструкциони, нелегирани челик E295 (Č0545). Резултати добијени оваквом методом прорачуна су приказани табеларно (4.27.÷4.31.) и кроз слике (4.16.÷4.19.).

Табела 4.27. Карактеристике материјала

Материјал		E295
Модул еластичности	E	206000 MPa
Модул клизања	G	80000 MPa
Густина	ρ	7860 kg/m ³

Табела 4.28. Оптерећења

Место	Растојање	Радијална сила			
		Y	X	Интензитет	Правец
1	0 mm				
2	95 mm	0.000 N	758.100 N	758.100 N	90°
3	95 mm				
4	95 mm				
5	95 mm				
6	95 mm	300.944 N		300.944 N	

Табела 4.29. Вредности момената

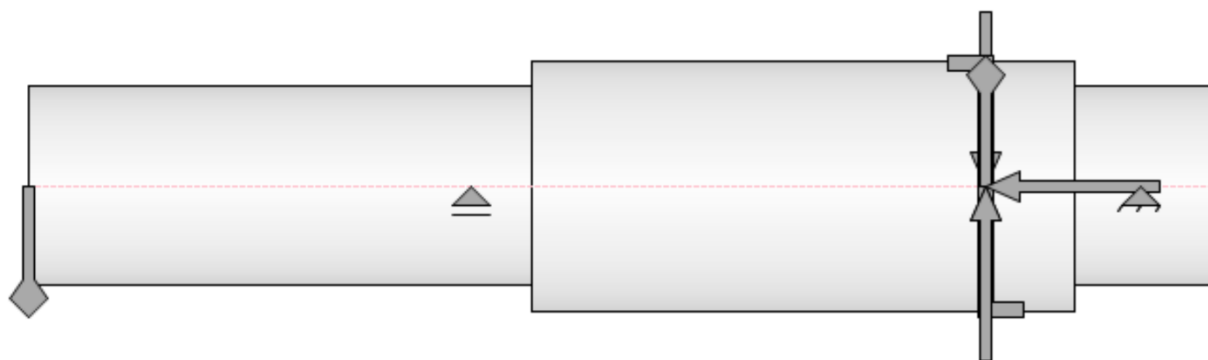
Место	Растојање	Момент савијања				Аксијална сила	Обртни момент
		Y	X	Интензитет	Правец		
1	0 mm						-41.612 Nm
2	95 mm						
3	95 mm	15.563 Nm		15.563 Nm			
4	95 mm						
5	95 mm					-275.930 N	41.612 Nm
6	95 mm						

Табела 4.30. Отпори ослонаца

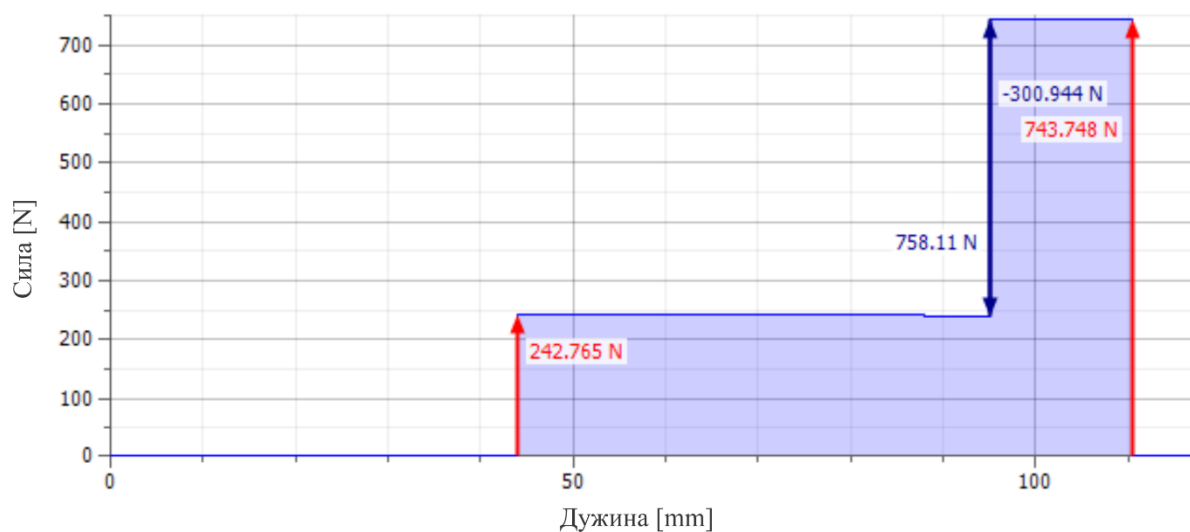
Место	Тип	Растојање	Реакције у ослонцу				
			Y	X	Интензитет	Правац	Аксијална сила
1	Слободан	44 mm	166.467 N	176.702 N	242.765 N	46.71°	
2	Фиксиран	110.5 mm	-463.818 N	581.408 N	743.748 N	128.58°	-275.930 N

Табела 4.31. Резултати

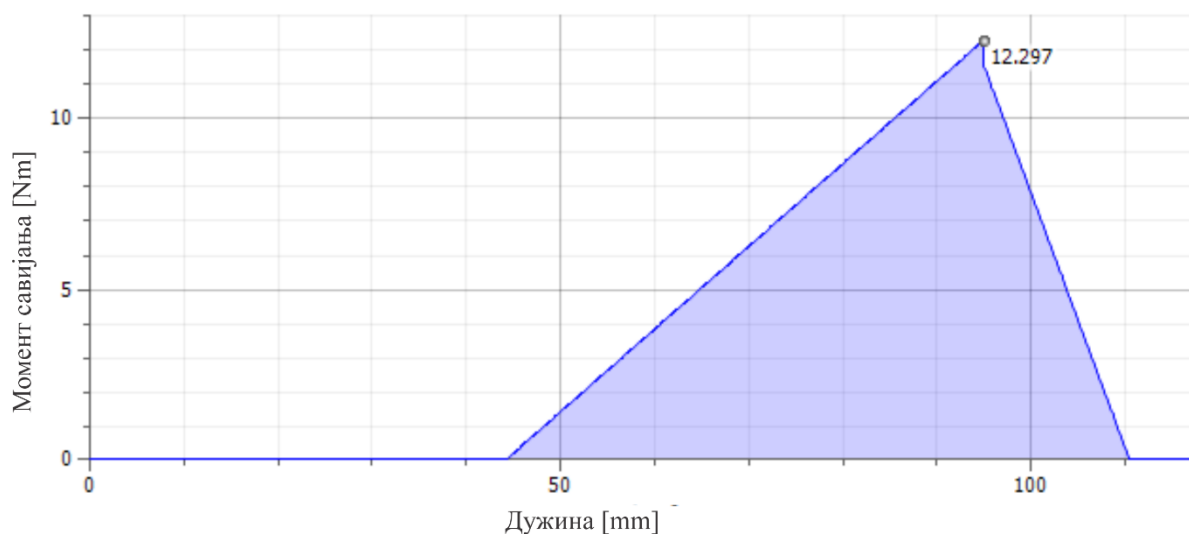
Дужина	L	118.000 mm
Маса	M	0.366 kg
Максимални напон савијања	σ_{max}	8.016 MPa
Максимални напон смицања	τ_{max}	2.368 MPa
Максимални торзиони напон	τ_{tmax}	26.491 MPa
Максимални затежући напон	σ_{zmax}	0.878 MPa
Максимални еквивалентни напон	σ_{max}	45.940 MPa
Максимална деформација	f_{max}	1.635 μm
Угао увијања	φ	-0.13°



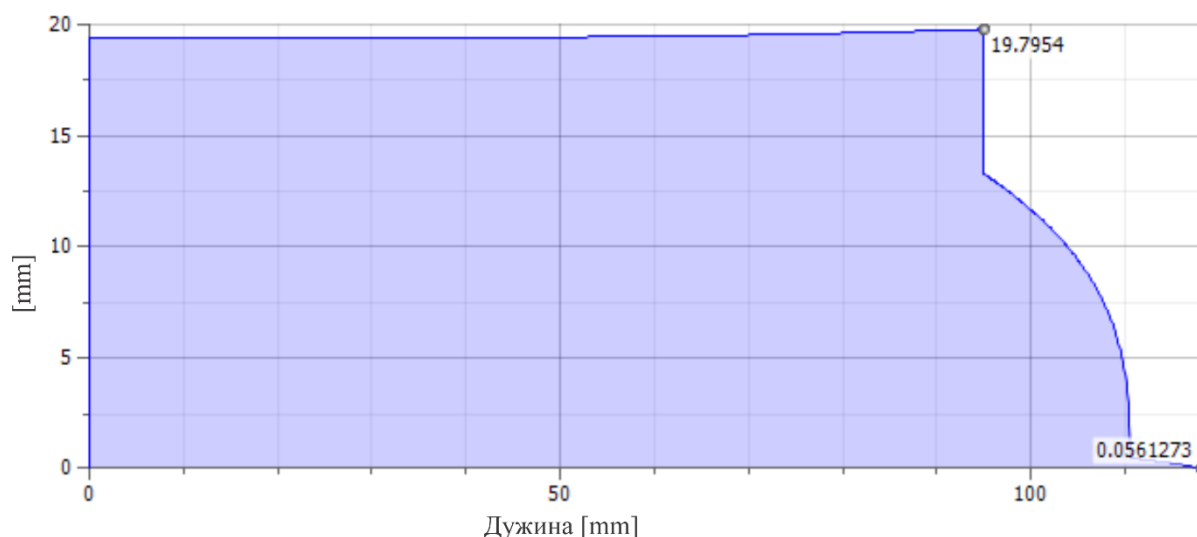
Слика 4.16. Приказ оптерећеног вратила



Слика 4.17. Графички приказ смичућих сила



Слика 4.18. Графички приказ момента савијања



Слика 4.19. Идеални пречник вратила

4.3 Прорачун лежаја

Котрљајни лежаји су машински склопови који се најчешће уграђују у ослонце вратила и осовина. Често се за котрљајни лежај користи само израз - лежај. Основна улога лежаја је преношење оптерећења са покретних на непокретне делове машина и обезбеђење услова за релативно кретање обртних делова. Лежаји преносе силе, али не и обртне моменте, [16].

Као што је случај са зупчаницима и вратилима, прорачун лежаја је такође урађен у Autodesk Inventor-у. Лежај се бира на основу пречника вратила, вредности радијалне и аксијалне силе (динамичке моћи ношења) као и броја обртаја вратила и жељеног радног века лежаја. На основу ових података програм врши прорачун. Коришћене су три врсте прстенастих кугличних лежаја, свако вратило има по два на својим рукавцима. Поступак прорачуна је исти за све три врсте лежаја, а у табелама (4.32.-4.36.) су приказани

результати само једног од два лежаја на улазном вратилу. Прорачун је задовољио критеријуме и по завршетку се добија 3D модел лежаја.

Табела 4.32. Оптерећења

Радијална сила	F_r	327 N
Аксијална сила	F_a	44 N
Број обртаја	n	1400 min^{-1}
Захтевани степен сигурности	s_0	2.0

Табела 4.33. Лежај

Ознака		KS B 2030 (EN 13 - 13 x 30 x 7)
Унутрашњи пречник лежаја	d	13.000 mm
Спољашњи пречник лежаја	D	30.000 mm
Ширина лежаја	B	7.000 mm
Динамичка моћ ношења	C	8520 N
Статичка моћ ношења	C_0	1900 N
Фактор динамичког радијалног оптерећења	X	0.60 / 0.60
Фактор динамичког аксијалног оптерећења	Y	0.50 / 0.50
Гранична вредност F_a/F_r	e	0.40
Фактор статичког радијалног оптерећења	X_0	0.60
Фактор статичког аксијалног оптерећења	Y_0	0.50

Табела 4.34. Прорачун радног века

Метода прорачуна		ANSI/AFBMA 9-1990 (ISO 281-1990)
Захтевани радни век	L_{req}	10000
Захтевана поузданост	R_{req}	90
Фактор радног века	a_2	1.00
Радна температура	T	100°C
Фактор додатног оптерећења	f_d	1.00

Табела 4.35. Подмазивање

Коефицијент трења	μ	0.0015
Подмазивање		Маст

Табела 4.36. Резултати

Основни радни век	L_{10}	710149 сати
Прилагођен радни век	L_{na}	710149 сати
Прорачунати степен сигурности	s_{0c}	5.80780
Губици снаге услед трења	P_z	0.31169 W
Неопходно минимално оптерећење	F_{min}	19 N
Статичко еквивалентно оптерећење	P_0	327 N
Динамичко еквивалентно оптерећење	P	218 N
Прекорачујући фактор	k_n	0.000
Фактор радног века за поузданост	a_1	1.00
Фактор температуре	f_t	1.00
Еквивалентни број обртаја	n_e	1400 min^{-1}
Минимални број обртаја	n_{min}	1400 min^{-1}
Максимални број обртаја	n_{max}	1400 min^{-1}
Провера прорачуна	Задовољава	

4.4 Прорачун клинова

Веза остварена клином се убраја у “раздвојиве спојеве”, јер се веза лако раздваја без оптерећења спојених делова и клина. Клинови се деле на уздужне и попречне у зависности од положаја и сила којима су изложени. Уздужни клинови могу бити без нагиба и са нагибом са једне стране. Попречни клинови се постављају попречно у односу на осу спојених делова. По правилу су са нагибом са једне или обе стране. Угао нагиба је мањи од угла трења и преко отпора клизању преноси се обртни момент. Највише се примењују уздужни клинови без нагиба. Примена осталих врста клинова је ограничена на специјална конструкциона решења машина и уређаја. Основни облици клинова су квадар и цилиндар, [16].

Што се тиче прорачуна клина и он је успешно извршен у истом софтверу. Приликом моделирања вратила су остављена ожлебљена, да би се у овом кораку прорачуна у односу на габаритне мере извршио правилан одабир клина. За сва три вратила су коришћени клинови типа “А”, док су 3D модели клинова такође доступни кориснику након прорачуна. Поступак прорачуна за све клинове је исти, а у табелама (4.37.-4.43.) су приказани резултати прорачуна клина који се налази на улазном вратилу (на месту повезивања редуктора са електромотором).

Табела 4.37. Оптерећења

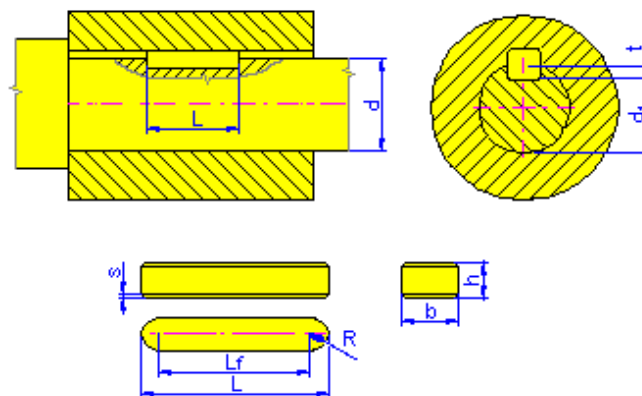
Снага	P	0.550 kW
Број обртаја	n	1400 min ⁻¹
Обртни момент	T	3.752 Nm

Табела 4.38. Димензије

Пречник вратила	d	13.00000 mm
Унутрашњи пречник шупљег вратила	d _h	0.000 mm

Табела 4.39. Клин

Ширина клина	b	5.000 mm
Висина клина	h	3.000 mm
Дужина клина	l	14.000 mm
Функционална дужина	l _f	9.000 mm
Оборене ивице клина	s	0.400 mm
Заобљење клина	R	0.160 mm



Слика 4.20. Димензије клина

Табела 4.40. Вредности фактора

Број клинова	N	1.000
Фактор удара	K _a	1.000
Фактор замора	K _f	1.000
Фактор носивости	K _w	1.000
Фактор расподеле оптерећења	K _m	1.000
Жељени степен сигурности	S _v	1.000

Табела 4.41. Карактеристике материјала

Елемент		Клин	Вратило	Главчина
Материјал		Челик	Челик	Челик
Дозвољено оптерећење	p _A	246.000 МПа	246.000 МПа	246.000 МПа
Дозвољено оптерећење на смицање	T _A		344.000 МПа	

Табела 4.42. Резултати

Минимална функционална дужина клина	l _{min}	2.133 mm
Минимални пречник вратила	d _{min}	3.815 mm
Провера прорачуна	Задовољава	

Табела 4.43. Резултати оптерећења

		Клин	Вратило	Главчина
Прорачунато оптерећење	p _c	58.299 МПа	58.299 МПа	58.299 МПа
Степен сигурности	S	4.220	4.220	4.220

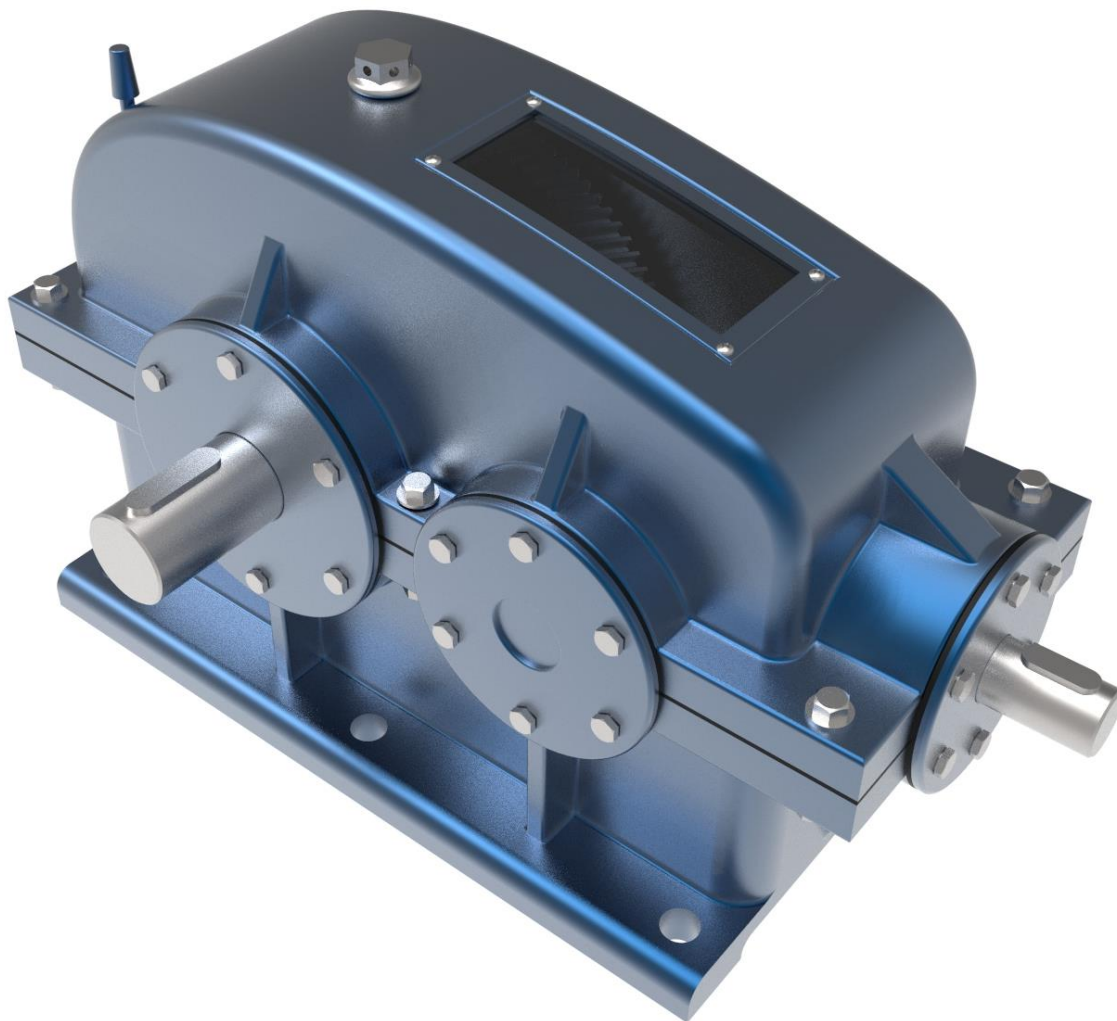
4.5 3D модел редуктора

Када је успешно обављен прорачун свих елемената и када су добијени 3D модели, могло се приступити спајању истих у једну функционалну целину - редуктор. (слика 4.21.).



Слика 4.21. 3D модел елемената редуктора прорачунатих у Autodesk Inventor-у

Чауре и ускочници нису прорачунавани већ су узети као готови делови, у функцији остваривања компактности. На основу добијених габаритних димензија урађен је 3D модел кућишта редуктора (слика 4.22.).



Слика 4.22. 3D модел редуктора

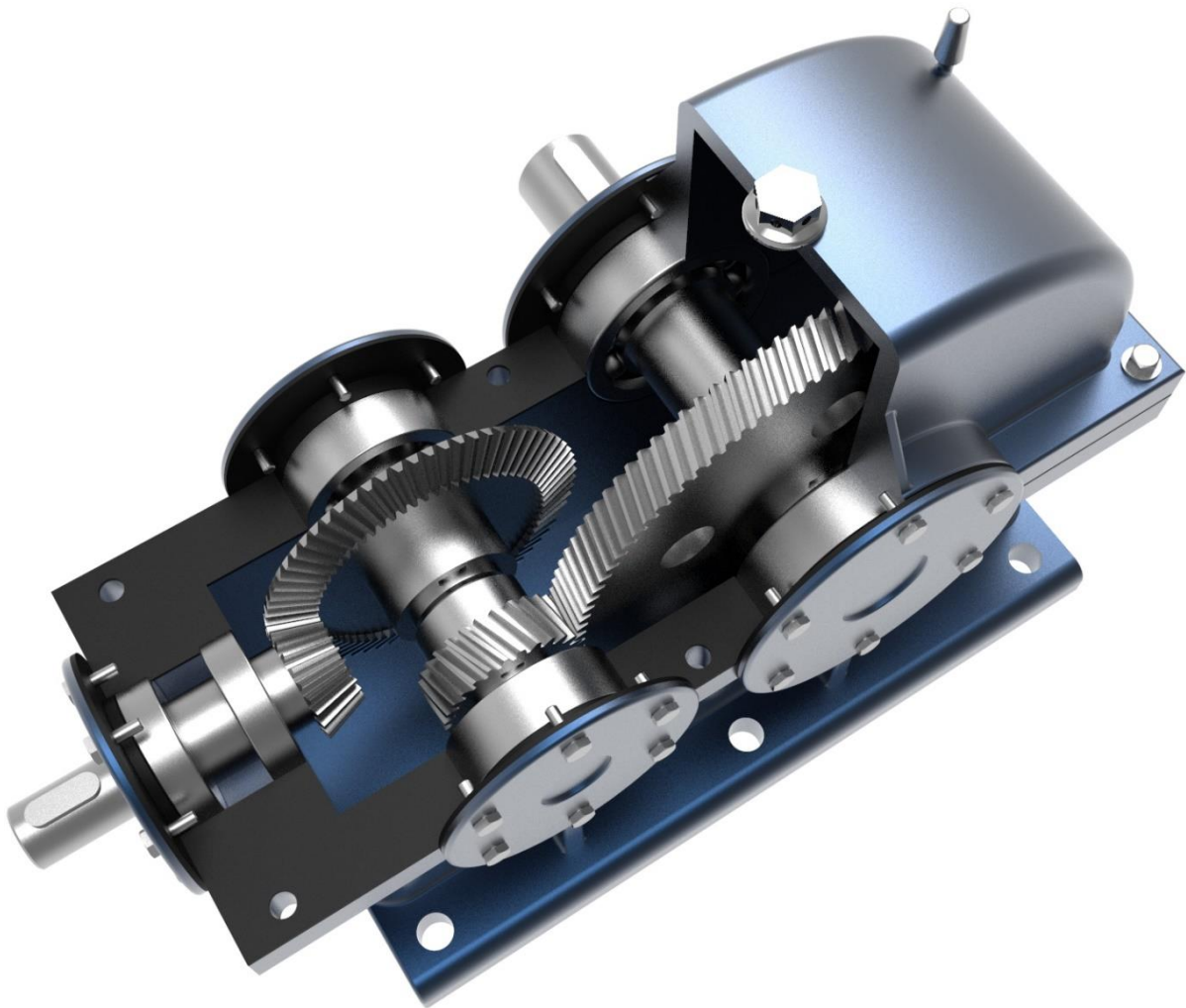
Кућиште је израђено из два дела, између се налазе гумене (семеринг) заптивке, док је остварена раздвојива веза између ова два дела са шест завртња М4. На доњем делу кућишта се налази постоље које служи за фиксирање редуктора за подлогу коришћењем шест завртња М8. На горњем делу кућишта се налази отвор за посматрање који је израђен од плексигласа, такође се налази и отвор за испуштање ваздуха (одушак), као и округли показивач нивоа мазива. Са унутрашње стране дно доњег дела кућишта има нагиб од око 2° како би мазиво лакше изашло, приликом замене, из отвора за испуштање. По правилу се показивач и отвор за испуштање мазива налазе на истој страни редуктора, како би остале стране биле “слободне” што олакшава уклапање редуктора опште намене.

Отвори за посматрање служе за контролу спрезања зупчаника у току експлатације и сипање уља у редуктор. Отвор за посматрање треба да буде довољно велики и постављен тако да се кроз њега могу видети сви зупчаници у редуктору. Заптивачи у редуктору имају задатак да спрече истицање мазива и да онемогуће продирање прашине, воде, паре, киселине, гасова и других нежељених тела у унутрашњост редуктора. Према конкретним условима у експлатацији треба у редуктору обезбедити оптималну количину мазива, јер

вишак проузрокује повећане губитке енергије на савладавање хидрауличких отпора, а мањак не обезбеђује задовољавајуће подмазивање спрегнутих зубаца. Количина уља која се налази у редуктору износи, према препорукама, за зупчасте преноснике $(0.4 \div 0.6) \text{ l}$ за сваки kW снаге. При томе се веће вредности усвајају за вискознија мазива. При великим обимним брзинама (блиским 15 m/s) конични зупчаници се могу потапати у мазиво за половину до целе дужине зупца. Што је угаона брзина зупчаника мања то дубина потапања може бити већа. Замена мазива одређује се у сваком конкретном случају у зависности од услова експлатације, средине у којој редуктор ради и других фактора, [16].

SEW је у свом каталогу за конкретни редуктор препоручио мазива компаније Klüber Lubrication. Мазива Klübersynth GH 6-460 и Klübersynth UH1 6-460 имају широк температурни дијапазон $(-20 \div 60^\circ\text{C})$ рада. Препоручена количина мазива, за позиције качења редуктор (M1÷M3, M5 и M6) је 0.65 l док је за позицију M4 0.8 l , [19].

Овај редуктор не садржи куке, ушке или завртње са прстенастим главама које служе за ношење, из разлога што је укупна тежина редуктора свега 6.5 kg . На слици 4.23. се може видети унутрашњи распоред елемената редуктора.



Слика 4.23. 3D приказ пресека редуктора

5.0 Прорачун напона и деформација елемената редуктора применом МКЕ

Метода коначних елемената представља нумерички поступак решавања инжењерских проблема и проблема математичке физике. Ову методу користе све врсте инжењера, дизајнери па чак и менаџери. Методом коначних елемената врши се анализа структуре, рачунају се температурна поља, транспорт маса, ток флуида итд, [2].

Методама анализе се у фази пројектовања машина и опреме траже одговори о њиховим својствима отпорности, поузданости, носивости, кинематском понашању, динамичком одговору. Скуп свих захвата тражења одговора о својствима су на бази физичке форме, постављају се упрошћени механички модели. За те упрошћене механичке моделе сложеног система – структуре врши се структурна анализа. На бази критеријума које структура мора да задовољи у погледу механичких и функционалних карактеристика, анализом се оцењује посматрана структура и траже њени недостаци. Очигледно, методе анализе усавршавају структуру по систему "корак по корак" и оне као такве и данас задовољавају конструкторске захтеве. Примена матричних метода за анализу структура, решила је захтеве систематског представљања континуума, увођења поља спољашњих концентрисаних сила, поља површинских оптерећења каква се јављају код бродских структура, авиоструктура, структура возила и поља температура својствена за ракетне конструкције, топлотне турбине и нуклеарне реакторе. Матричне методе анализе показале су се добро код решавања задатака пластичности, пузања и ојачања елемената, као и код увођења историје претходног оптерећења структуре. Важан елемент примене метода анализе, је брзина извођења процедуре, чиме се у раном периоду развоја структуре, идентификују посматране (прогнозиране) особине. Сходно томе, врши се корекција до постизања задовољавајућих особина. Довољном брзином анализа, могуће је истовремено развијати више конструктивних варијанти и одабрати најповољније решење. Идеја анализе говори да се низом итерација долази до решења.

Методе структурне анализе, деле се на аналитичке и нумеричке. Примена аналитичких метода је ограничена на једноставне случајеве за које је могуће наћи решење у затвореном облику. Решења се код аналитичких метода траже преко редова или специјалних функција. Реалне структуре се у пракси третирају нумеричким методама и оне се могу односити на континуалне и дискретне системе.

5.1 МКЕ - Метода Коначних Елемената

Метода коначних елемената - МКЕ (енг. Finite Element Method - FEM), користи различите типове варијационих метода, примењених на дискретном моделу за структурну анализу континуума. Континуум се дискретизује коначним бројем елемената и степени слободе кретања. Успех примене методе је у квалитету изабраних апроксимација коначним елементима постављеног модела. Погодност методе је у вредностима варијационе методе. Задатак се описује системом диференцијалних једначина које се формирају из услова минимума функционала конструкције. Овај задатак је рутински, а решавање система диференцијалних једначина иде матричним методама, врло погодним за третман рачунаром. Тачност израчунавања је дефинисана квалитетом изабраних функција облика (интерполационих функција), мрежом и типом коначних елемената. Зависно од

изабраних независно-променљивих величина и начина формирања једначина, постоје четири основне методе, [20]:

1. метода померања (метода деформација); непозната померања-деформације,
2. метода сила; непознате силе и
3. мешовита метода.

Формирање једначина се изводи применом основних закона механике. Тако, рецимо, код методе померања користи се принцип о минимуму функционала (пуне енергије система). Код методе силе, користи се принцип о минимуму комплементарне енергије система. Мешовита метода користи принцип *Vašić-a* и *Reissner-Hellinger-a*.

5.1.1 Општа теорија МКЕ

Основни принцип на којем се заснива МКЕ, састоји се у подели разматраног подручја на коначан број мањих подручја, односно елемената, тако да се анализом појединих елемената, уз претпоставку о њиховој међусобној повезаности, анализира целина. Овај приступ у анализи, где се од посебног иде ка општем, од индивидуалног ка универзалном, у коме се анализом делова закључује о целини, је познати индуктивни приступ, који се примењује у многим подручјима науке. Код инжењерских и других проблема код којих се општа решења не могу добити у затвореном облику индуктивни приступ је од посебног значаја.

У оквиру МКЕ, разматрано подручје замењује се великим бројем малих делова коначних димензија, који су међусобно повезани у одређеном броју тачака. На овај начин, подручје са бесконачно много степени слободе, замењује се дискретним системом са коначним бројем степени слободе и анализира методама дискретне анализе. У математичкој формулацији, ово значи да се разматрани проблем преводи из подручја анализе у подручје алгебре. МКЕ се може схватити као метода нумеричке анализе у оквиру које се дефинише начин превођења континуираних физичких система у дискретне, односно начин формирања система алгебарских једначина помоћу којих се апроксимира одређени контурни задатак.

Основна идеја анализе методом коначних елемената је моделирање проблема подразумевајући да је просторни домен проблема подељен – дискретизован на поддомене на које се примењују општа знања и искуства из механике континуума и нумеричке математике. Поддомени о којима је реч термилошки се означавају као коначни елементи. Анализа система спрегнутих коначних елемената, добијених дискретизацијом континуума, омогућава нумеричку симулацију одзива континуума на задате побуде. Физичке величине које су обухваћене моделом добијају се у дискретном облику, тј. у тачкама које произилазе из дискретизације. Ове тачке се зову чворне тачке, или једноставно чворови. Најчешће коришћени коначни елементи су 2D и 3D коначни елементи континуума. Моделирањем реалног објекта уз помоћ ових елемената, затим дефинисањем ограничења и оптерећења, као и свих потребних механичких особина материјала од кога су сачињени, и коначно решавањем проблема нумеричким методама, доводи нас до жељених резултата. Да би се дошло до конкретних вредности за чворове, односно да би се они на правилан начин дефинисали у простору, као и да би се одредила сва ограничења и оптерећења, потребно је поседовати софтверски пакет који се базира на визуелном приступу. Током читавог процеса моделирања потребно је омогућити кориснику да интерактивно креира објекат и да у сваком тренутку може да види приказ елемената, [20].

Анализа МКЕ се може поделити у 5 карактеристичних фаза, [21]:

1. планирање,
2. предпроцесирање,
3. решавање,
4. постпроцесирање и
5. анализа резултата.

Током читавог процеса моделирања потребно је омогућити кориснику да интерактивно креира објекат и да у сваком тренутку може да види приказ елемената. Када се на овај начин проблем дефинише, генерише се датотека коначних елемената која садржи све потребне податке за његово решавање. Када се добију резултати, односно физичке величине у дискретном облику, које представљају одзив континуума на задате побуде (оптерећења), оне се поново смештају у датотеке за постпроцесирање које у себи садрже све резултате. Овакве датотеке је потребно визуелизовати, тако да се прикаже и геометрија проблема, али и вредности датих физичких величина у свим тачкама тела. Процес визуелизације је у општем случају врло комплексан процес чија сложеност зависи од захтева крајњег корисника. Могуће је написати апликацију која приказује само основне елементе, док се резултати анализирају неким једноставним алатом (чак и обичним едитором текста). Са друге стране, може се захтевати да се приказују и оптерећења, ограничења, деформисана стања, вектори померања, брзина, градијенти поља, као и да је све то могуће анимирати. У апликацији се могу наћи и многе специјализоване функције које се користе само код малог броја проблема. Такође је могуће да програмски пакет поседује одређене особине отвореног система, тако да се може користити у неким уско специјализованим проблемима без кориговања програма.

5.1.2 Типови елемената

Што се тиче типова елемената они се састоје од различитих 2D и 3D елемената, такође увек постоји и простор за унапређења са новим елементима. Тродимензионални елементи се користе за моделирање тродимензионалних тела општег облика (3D континуума). Елемент може имати различити број чворова - уобичајно је од $8 \div 21$. Овакав елемент се назива основним и ограничен је са шест површи. Од оваквог елемента могу се формирати просторни облици као што су призма, тетраедар, четворострана призма, итд. Овакви елементи настали поклапањем неких чворова основног елемента називају се дегенерисани 3D елементи. У случају 2D елемената, као и код 3D елемената, постоји више врста, тако да они чине фамилију 2D коначних елемената за моделирање континуума. Најчешћи облици овог елемента су: троугао, троугао са међучворовима, четвороугао, четвороугао са међучворовима, итд.

5.1.3 Типови оптерећења

У решавању реалних проблема, јавља се више врста оптерећења. Оптерећења престављају побуду физичких система и у инжењерским проблемима су то углавном силе, моменти, притисак и слично. Оптерећења која се најчешће могу срести у МКЕ могу се поделити у три групе:

1. глобална оптерећења (брзина, убрзање, температура),
2. оптерећења у чворовима (сила/момент, померање, брзина, извор топлоте,...) и
3. оптерећење по елементима (континуално, притисак, конвекција, радијација,...).

Све три врсте оптерећења се користе за статичке/стационарне, нелинеарне и динамичке/нестационарне анализе. Глобална оптерећења се примењују на читаво тело и из тог разлога се за један сет оптерећења дефинишу само једном. Оваква оптерећења се најчешће користе да симулирају утицај гравитације или да дефинишу температуру околине. Оптерећења у чворовима и оптерећења по елементима су углавном силе, моменти, притисак, итд. Најчешће се све силе дефинишу у једном сету, моменти у другом и слично.

5.1.4 Ограничења

Онемогућавање померања по неком од шест степени слободе: translација дуж X , Y и Z осе, као и ротација око X , Y и Z оса, назива се ограничење. Ограничења се деле на глобална (она која важе за сваки чвор мреже коначних елемената) и на локална ограничења у одређеним чворовима. На овај начин се моделирају случајеви уклештења, ослањања, разне везе између тела и сл. Ограничења се могу дефинисати у глобалном координатном систему, где важе у правцима оса глобалног координатног система, али и у локалним координатним системима. На овај начин се олакшава моделирање реалних услова, као и решавање симетричних проблема посматрањем само неких њихових делова. Када не би било могуће дефинисати ограничења у локалним координатним системима, дефинисање свих ограничења у глобалном координатном систему представљало би велики проблем. Често постоји могућност дефинисања граничних услова уз помоћ једначина, тако да се померање у неком правцу не изједначава са нулом, већ са неком вредношћу добијеном из једначине. Уз помоћ оваквих ограничења још се више приближавамо реалним условима.

5.1.5 Постпроцесирање

Постпроцесирање представља процес визуелизације добијених резултата. Први корак у постпроцесирању представља добављање резултата. Резултати су смештени у датотекама које представљају излаз из солвера-а, односно програма који на основу дефиниције проблема израчунава вредности физичких величина у чворовима и елементима мреже коначних елемената. Најчешће се приказивање резултата врши на један од следећа три начина:

1. деформацијом тела,
2. контурним приказом и
3. XY графицима.

Прва два начина се могу комбиновати у једном приказу, тако да се тело може посматрати као деформисано, са контурним приказом, рецимо, напона. Поред ова три начина, који представљају графичко постпроцесирање, често је могуће и формирање извештаја који представљају форматиран текстуални излаз спреман за штампање, [20].

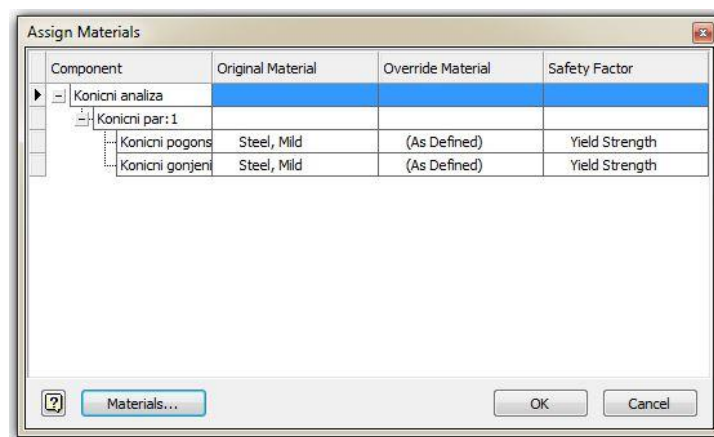
5.2 Прорачун напона и деформација коничног зупчастог пара 1-2

Анализа напонско-деформационог стања одређеног машинског система је веома значајна, поготово што се врши у раној фази развоја производа, и што се у случају незадовољавајућих резултата може се адекватно реаговати (променом дизајна, материјала, итд.), без последица. Анализа коничног зупчастог пара је извршена у софтверу Autodesk Inventor-у, у окружењу Environments где се користи модул Stress

Analysis. Потребно је да се увезе 3D модел коничног зупчастог пара у програм, након чега се одабиром опције Create Simulation започиње статичка анализа.

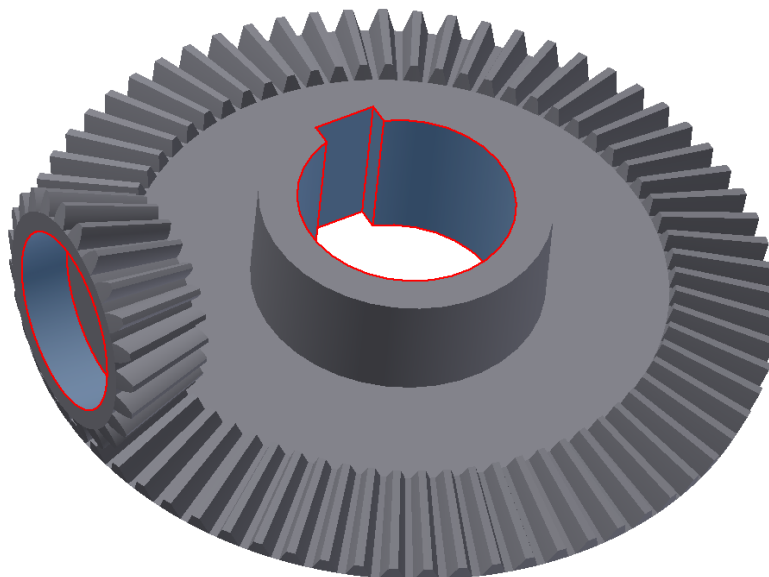
5.2.1. Прорачун напона и деформација на боку коничног пара 1-2

Прорачун напона и деформација се врши према геометријским и аналитичким карактеристикама погонског зупчаника. Процедура извођења анализе се састоји из неколико обавезних корака који морају бити испуњени. Задавање материјала је један од њих и обично се баш овај корак извршава прво. Због самих карактеристика материјала веома је битно да избор буде правилан, како би нумеричка анализа била што прецизнија. У картици Material бира се опција Assign након чега се отвара прозор за уношење материјала (слика 5.1.). У овом случају приликом предходног прорачуна зупчастог пара у Design Accelerator-у материјал је већ био задат (челик 16MnCr5).



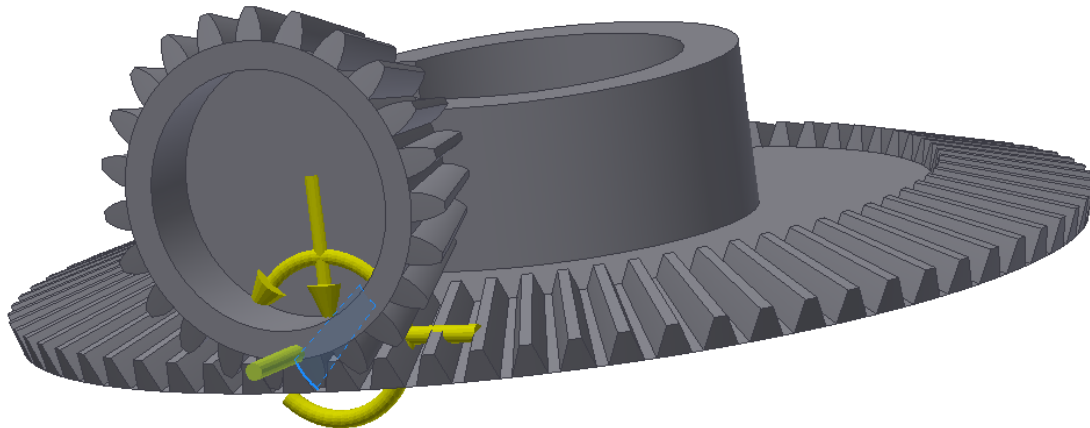
Слика 5.1. Прозор за задавање материјала

Следеће што је потребно урадити јесте задавање ограничења. Овај корак је обавезан и веома битан, како би добијена решења била тачна. Из картице Constraints бира се опција Fixed. Потребно је фиксирати конични пар зупчаника на местима предвиђеним за вратило. На слици 5.2. приказана су места на којима је извршено ограничавање кретање у виду фиксирања.



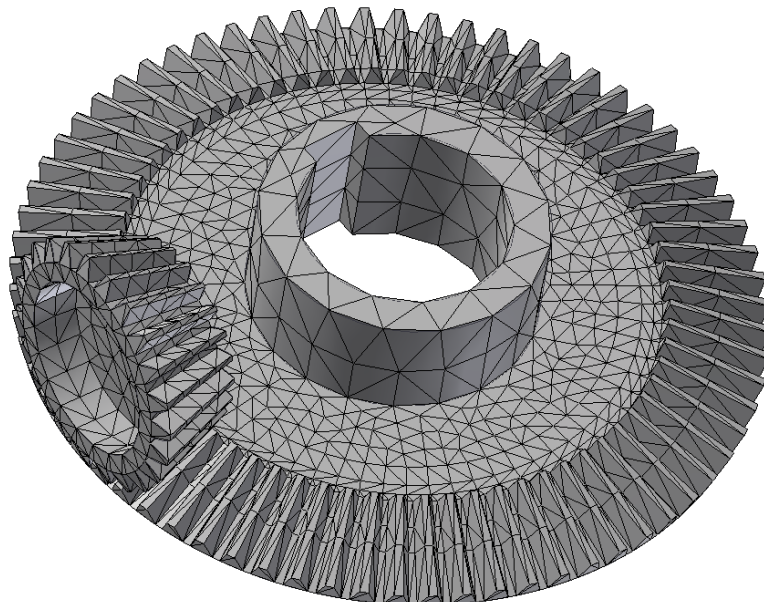
Слика 5.2. Приказ коничног пара зупчаника и места на којима је извршено фиксирање

Након ограничења, следе оптерећења која се јављају између зубаца зупчаника у виду сила током спрезања. Претпоставља се да је оптерећење равномерно распоређено по дужини зупца и да силе дејствују на средини дужине зупца (у средњем пресеку). На слици 5.3. графички су приказане силе и моменти који се јављају у средњем пресеку погонског коничног зупчаника.



Слика 5.3. Приказ коничног пара зупчаника и места на којем дејствују силе и моменти

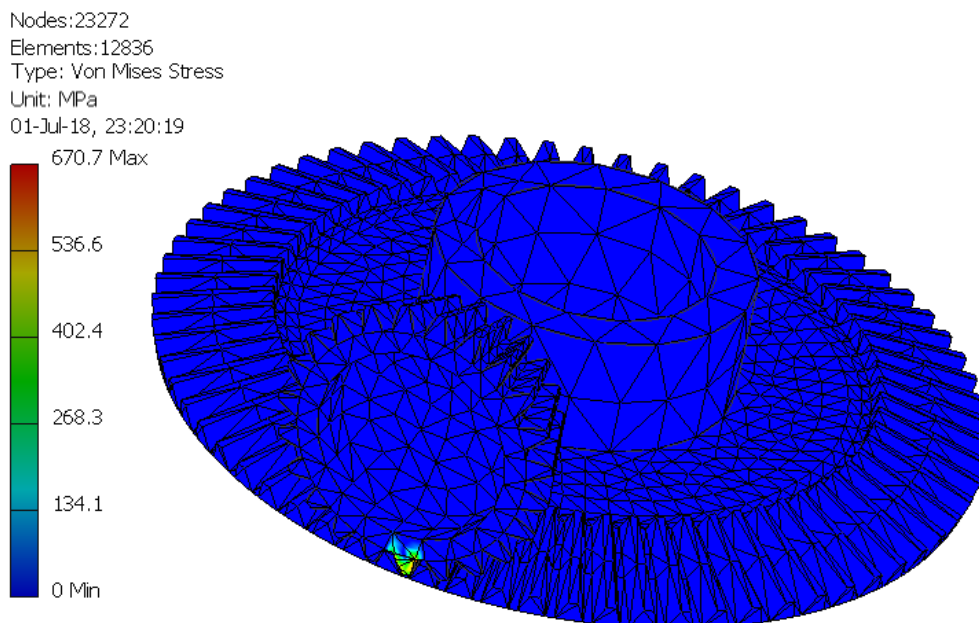
Након задатих ограничења и оптерећења генерише се мрежа коначних елемената. Autodesk Inventor није софтвер који је уско специјализован за решавање проблема из области МКЕ, самим тим у свом асортиману не садржи комплекснија подешавања мреже коначних елемената. Из картице Mesh користи се опција Mesh View која аутоматски генерише мрежу коначних елемената по површини целог модела (слика 5.4.).



Слика 5.4. Приказ мреже коначних елемената на коничном пару зупчаника

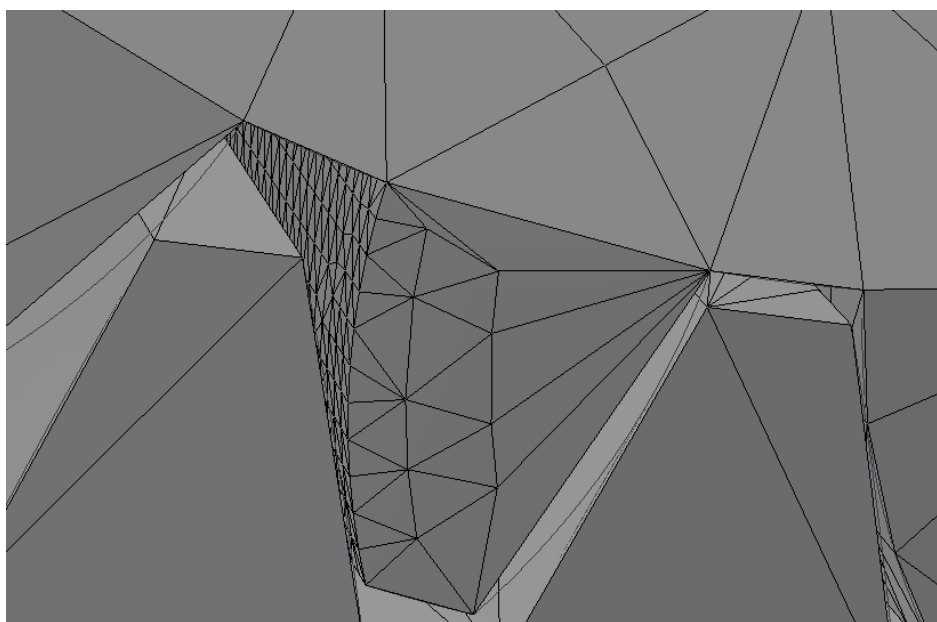
Наредни корак је покретање симулације. Из картице Solve користи се опција Simulation. Процедура извођења анализе практично је закључена са овим кораком. Корисник је увек у могућности да се врати у жељени корак анализе и изврши корекције, ако за тим има

потребе или ако није задовољан коначним резултатима. На слици 5.5. приказан је 3D модел коничног зупчастог пара у окружењу Simulation.



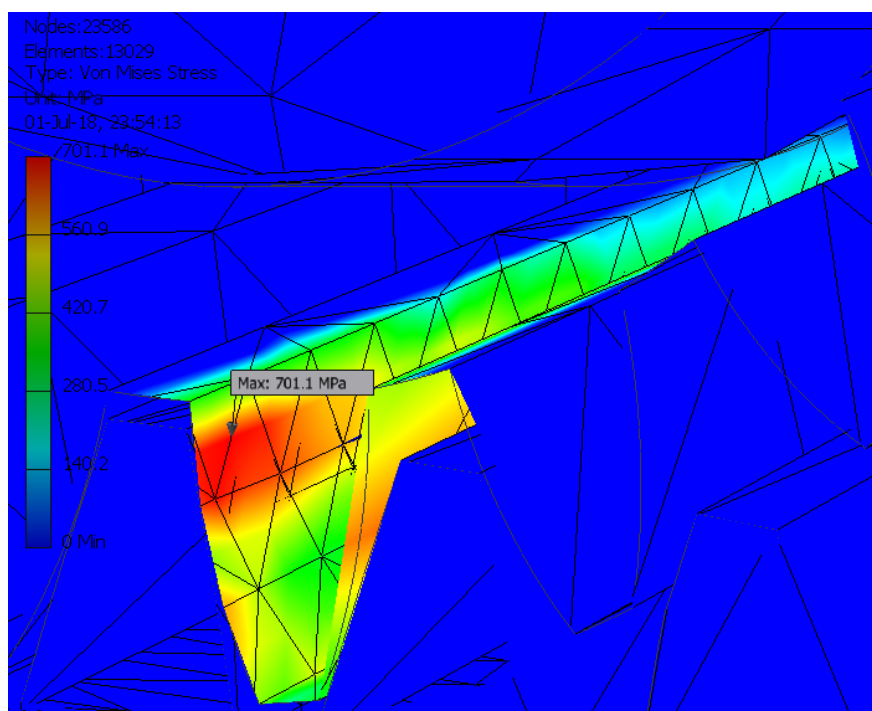
Слика 5.5.Оптерећени модел коничног зупчастог пара након симулације

Програм у зависности од боје приказује места деловања оптерећења на површини модела. Плава боја означава површине које нису оптерећене, док спектар боја који варира од тамно плаве до жарко црвене визуелно приказује површине које трпе неки вид оптерећења. Поред визуелног приказа налазе се и нумеричке вредности које кориснику дају увид о интензитету деловања оптерећења. На местима где се јављају највећи напони врши се додатно уситњавање мреже коначних елемената како би резултати били што тачнији. За локално уситњавање мреже користи се команда Local Mesh Control такође из картице Mesh. На слици 5.6. приказан је бок зубца на чијој површини је извршено додатно уситњавање мреже коначних елемената.



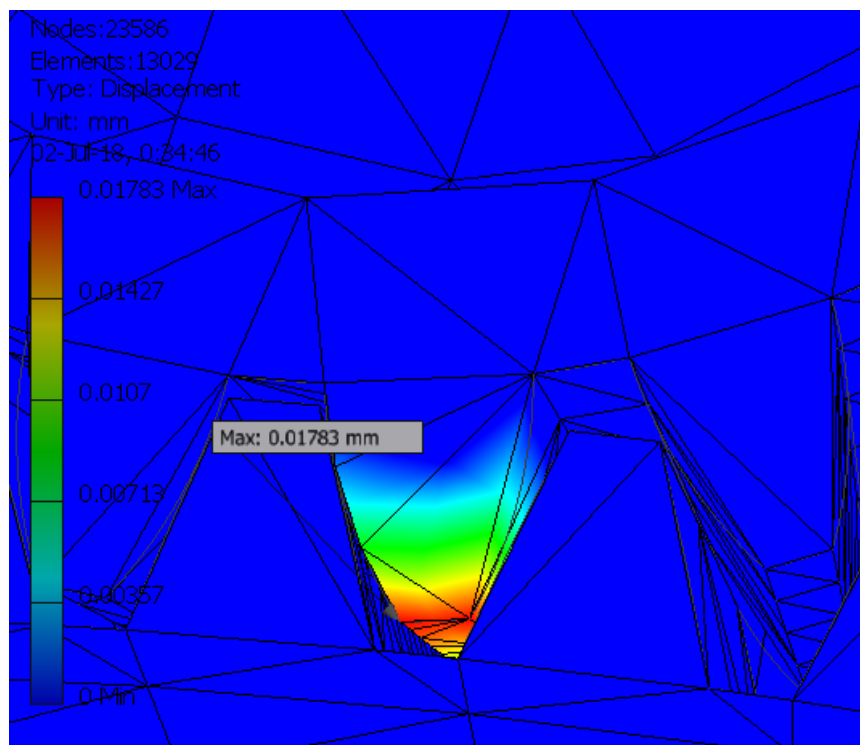
Слика 5.6. Приказ бока зупца са уситњеном мрежом коначних елемената

Овај поступак спроводи се у жељи добијања што тачнијих и прецизнијих резултата. Након уситњавања мреже поново се покреће симулација. Посматраће се Von Mises-ови напони као и померања која се јављају при спрезању зубаца коничног пара зупчаника. На слици 5.7. приказан је бок зубаца на којем се јављају највећи Von Mises-ови напони.



Слика 5.7. Приказ гоњеног коничног зупчаника у пресеку и вредност максималног напона на боку зупца

Максимална померања (Displacement) се очекивано јављају на врху зубаца који се налази у спреси, као што је приказано на слици 5.8.

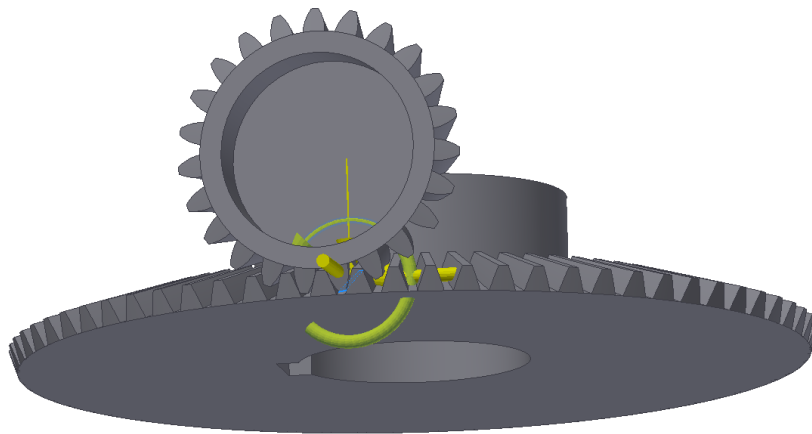


Слика 5.8. Приказ максималног померања на зубцу

5.2.2. Прорачун напона и деформација у подножју коничног пара 1-2

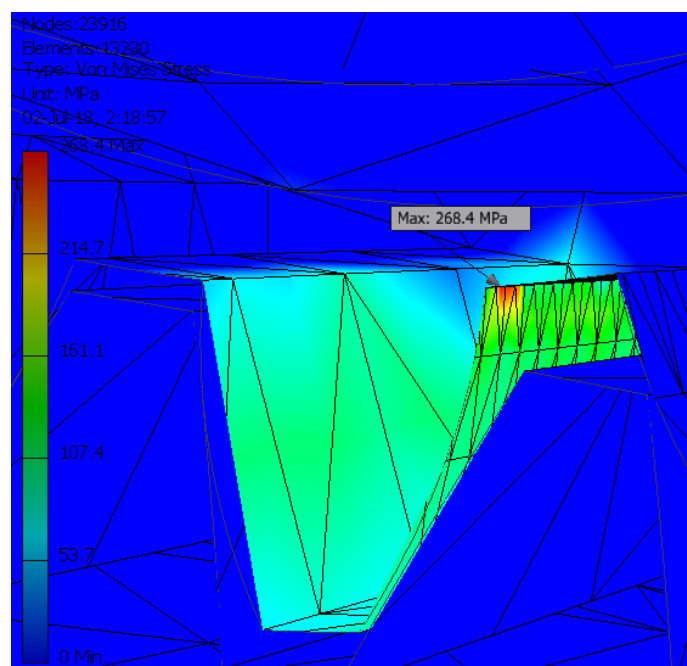
Када се ради прорачун чврстоће зупчаника, поред прорачуна радних и критичних напона на боку зупца прорачунавају се и напони који се јављају у подножју зубаца. Кад се ради о напонима и деформацијама у подножју, потребно је да се изврши прорачун погонског и гоњеног зупчаника због разлика у вредностима напона.

Прво је извршен прорачун погонског коничног зупчаника. Поступак вршења анализе МКЕ је исти као и за добијање напона који се јављају на боку зубаца. Задају се материјал, оптерећења и ограничења. Једина разлика је у месту деловања сила. На слици 5.9. је приказано место деловања сила и момента на зубац.



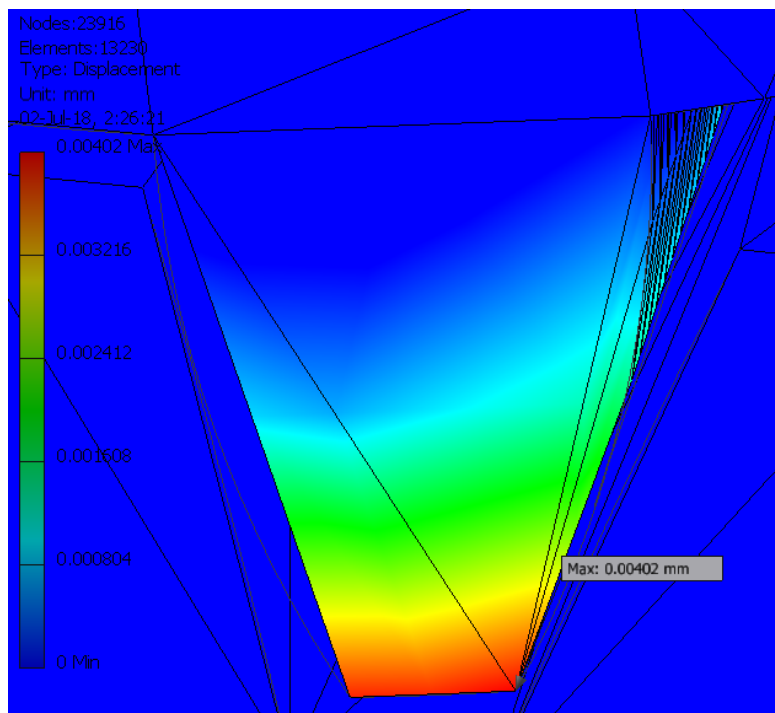
Слика 5.9. Приказ коничног пара зупчаника и места на којем дејствују силе и momenti

Следећи корак је задавање мреже коначних елемената, због веће тачности врши се и накнадно локално уситњавање. Када су извршени сви кораци предвиђени овом анализом, покреће се симулација. На слици 5.10. приказано је место у подножју зупца где се јављају највећи Von Mises-ови напони.



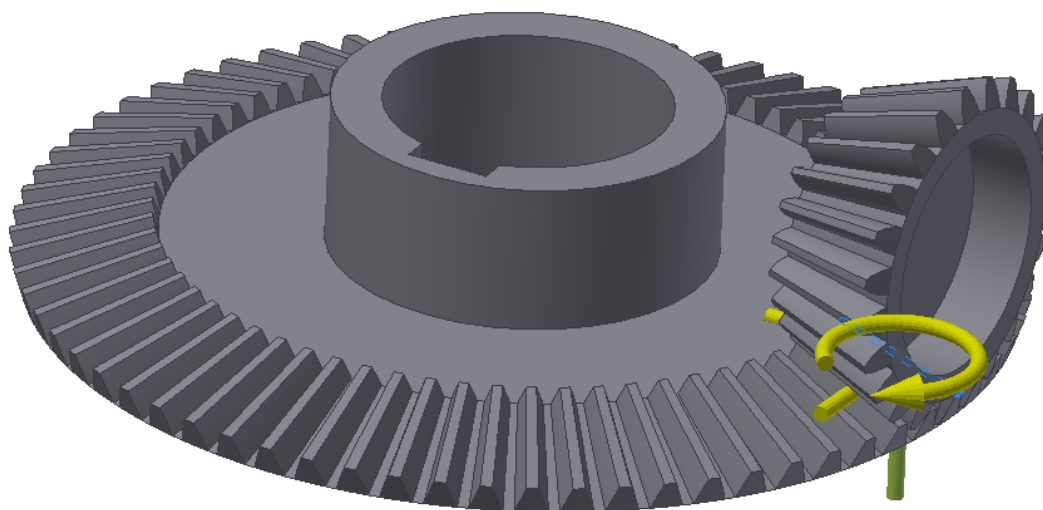
Слика 5.10. Приказ гоњеног коничног зупчаника у пресеку и вредност максималног напона у подножју зупца

Максимална померања се такође јављају на врху зуба који се налази у спреси, као што је приказано на слици 5.11.



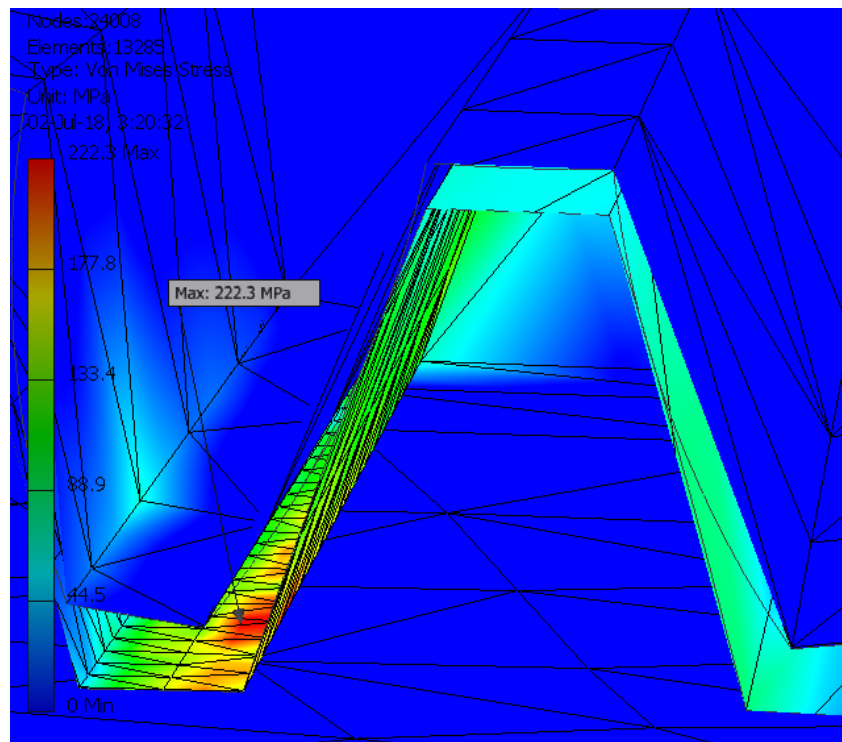
Слика 5.11. Приказ максималног померања на зубцу гоњеног коничног зупчаника

Потреба је још извршити анализу напона и деформација за гоњени конични зупчаник. Поступак спровођења анализе је и у овом случају исти, једина разлика је место деловања сила и момента (слика 5.12.). Задавање материјала, ограничења, оптерећења јесу стандардна процедура за овакву анализу.



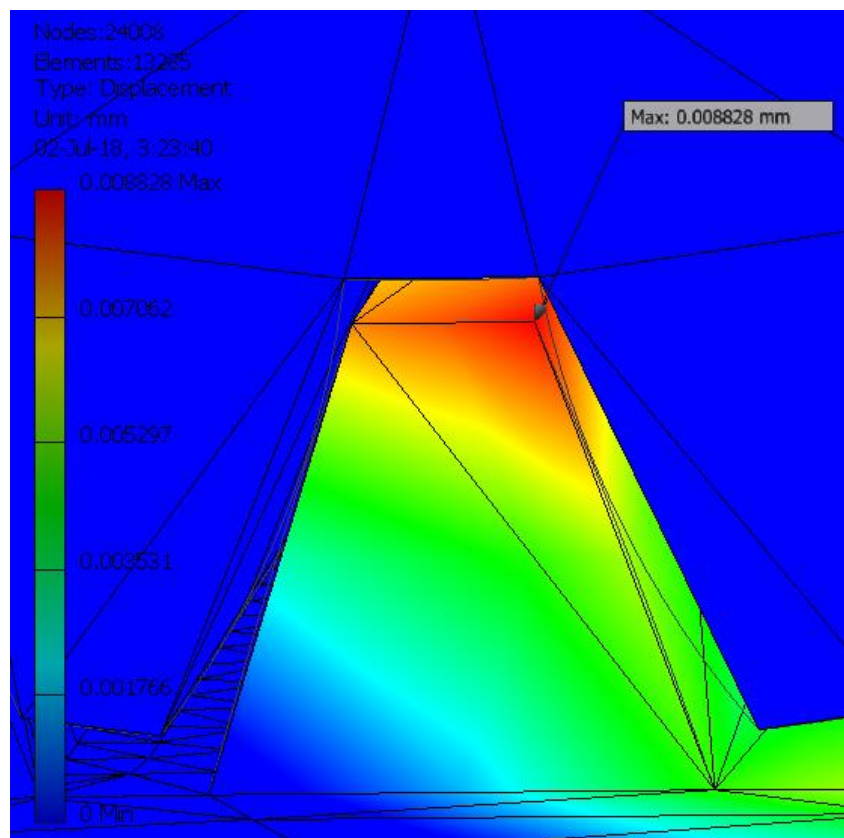
Слика 5.12. Приказ коничног пара зупчаника и места на којем дејствују силе и momenti

На слици 5.13. приказано је место у подножју зупца где се јављају највећи Von Mises-ови напони.



Слика 5.13. Приказ погонског коничног зупчаника у пресеку и вредност максималног напона у подножју зупца

Максимална померања се и у овом случају јављају на врху зубца који се налази у спреси, као што је приказано на слици 5.14.



Слика 5.14. Приказ максималног померања на зубцу гоњеног коничног зупчаника

5.2.3 Упоређивање резултата аналитичке и нумеричке методе коничног зупчастог пара 1-2

Вредности радних напона бока и подножја зубаца до чијих се решења дошло аналитичким путем (поглавља 4.1.1.÷4.1.2.) биће упоређене са вредностима максималних Von Mises-ових напона добијених нумеричким путем (поглавља 5.2.1.÷5.2.2.). Резултати као и одступања ове две методе приказани су у табелама 5.1. и 5.2. Сматра се да ако су одступања између резултата две методе мања од 10% онда је метода правилно урађена и даје тачне резултате.

Табела 5.1. Упоредне вредности напона на боку

	Аналитички Радни напон бока зубаца, МПа	Нумерички Радни напон бока зубаца, МПа	Одступања
Конични пар 1-2	704.217	701.100	0.445 %

Табела 5.2. Упоредне вредности напона у подножју

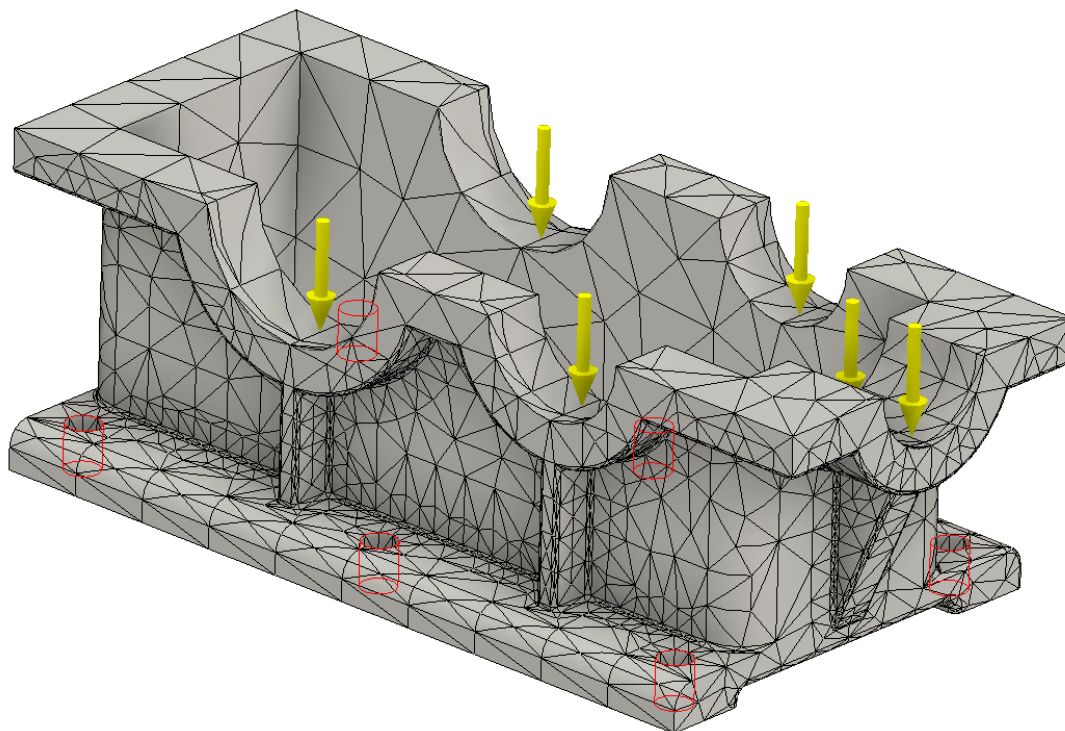
	Аналитички Радни напон у подножју зубаца, МПа	Нумерички Радни напон у подножју зубаца, МПа	Одступања
Конични погонски зупчаник	264.967	268.400	1.926 %
Конични гоњени зупчаник	234.508	222.300	5.206 %

5.3 Прорачун напона и деформација кућишта редуктора

Напонска анализа се врши директно на моделу направљеном у Autodesk Inventor-у. Након урађеног модела кућишта приступа се провери у виду нумеричке анализе МКЕ. Кућиште редуктора није моделирано у склопу Design Accelerator-a, већ директно у Part окружењу програма. Ова анализа ће показати да ли овакав модел кућишта задовољава услове експлатације конкретног редуктора. Кућиште се састоји из горњег и доњег дела, док ће анализа бити извршена на доњем делу јер оно трпи већа оптерећења и вредности напона ће бити релевантне за цео склоп кућишта.

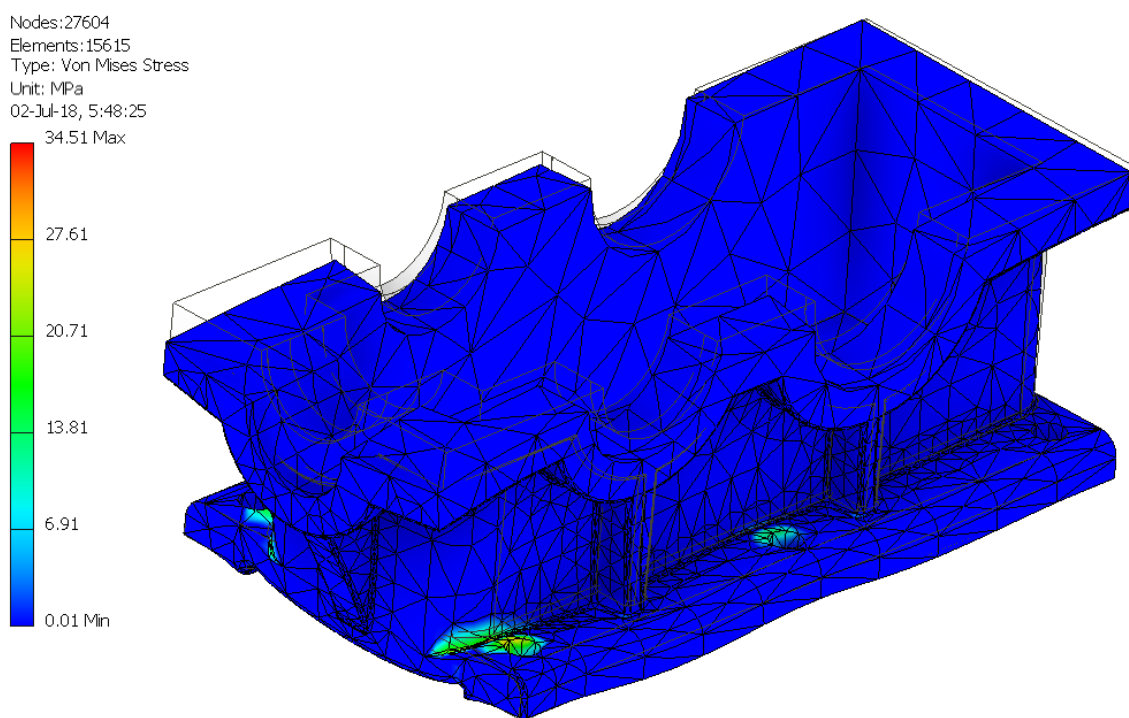
Анализа напонско-деформационог стања доњег дела кућишта урађена је коришћењем Autodesk Inventor-a у склопу Environments окружења у модулу Stress Analysis. Када је модел кућишта увежен у програм и спреман за даљи рад, за покретање анализе бира се опција Create Simulation. Прво се задаје материјал кућишта, што је у овом случају челик, који је већ био дефинисан у току првобитног моделирања. Затим се врши фиксирање кућишта кроз отворе који служе као веза између подлоге и кућишта редуктора. Следећи корак је задавање оптерећења на местима где се налазе лежаци. Вредности ових оптерећења добијени су у склопу прорачуна вратила (поглавља 4.2.1÷4.2.3.). Уношење оптерећења се врши на деловима кућишта где је предвиђено да се ослањају лежаци, коришћењем опције Bearing Load. У наредном кораку се генерише мрежа коначних елемената. На местима где се очекују највеће вредности напона мрежа је још додатно локално уситњена, како би резултати били што тачнији. На слици 5.15. може се видети

модел кућишта на којем је задат материјал, фиксирано постоље, задата оптерећења и генерисана мрежа која се састоји од 15 615 коначних елемената и 27 604 чворова.



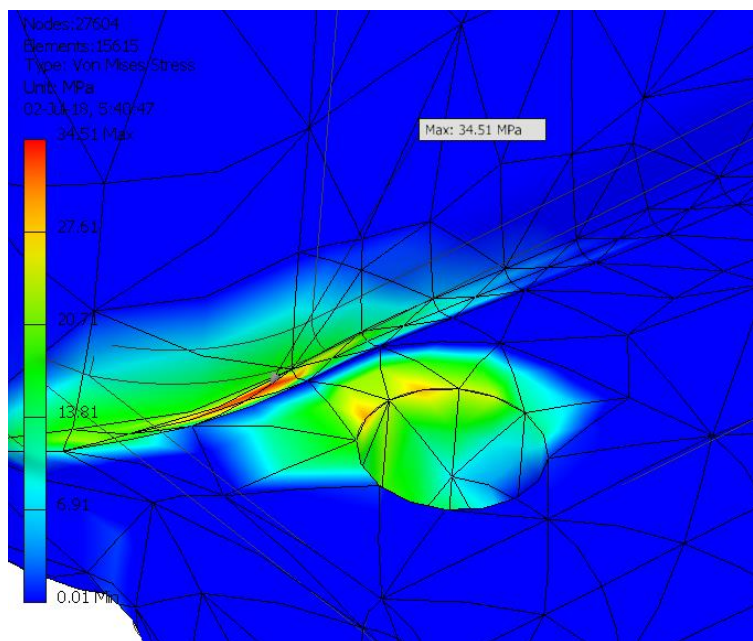
Слика 5.15. Модел кућишта са задатим ограничењима, оптерећењима и генерисаном мрежом коначних елемената

Следећи корак је покретање симулације коришћењем опције Simulate. Након извршења ове функције програм нам приказује решења анализа напонско-деформационог стања. На слици 5.16. може се видети модел са приказом Von Mises-ових напона.



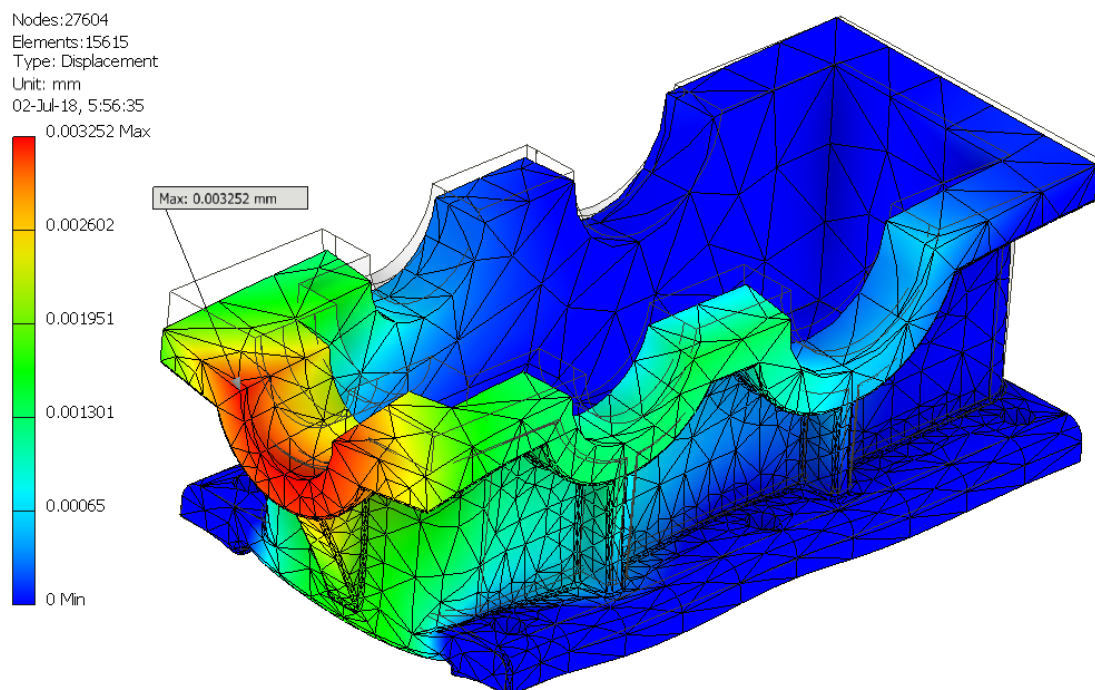
Слика 5.16. Приказ оптерећеног кућишта након симулације

Максимални напони се јављају у пределу постоља (код отвора који служе за фиксирање редуктора за подлогу) у правцу дела где се налази улазно вратило (слика 5.17.).



Слика 5.17. Приказ места где делује максимални Von Mises-ов напон

На слици 5.18. може се видети модел са приказом померања (Displacement). Максимална померања се очекивано јављају на местима где се улазно вратило ослања на кућиште.



Слика 5.18. Померања на доњем делу кућишта редуктора

Напони као и деформације чији су максимални интензитети веома мали (Von Mises Stress = 34.51 MPa; Displacement = 0.003252 mm) нам говори да је кућиште задовољило услове експлоатације конкретног редуктора.

6.0 Закључак

Константни развој свих грана технологије људима свакодневно помаже у решавању разних проблема са којима се сусрећу, како на послу тако и у приватном животу. Исто тако користећи ново развијене технологије и рачунарске софтвере инжењерима је у великој мери олакшано и скраћено време решавања одређених проблема.

Autodesk Inventor је свакако један од тих софтвера, који у великој мери олакшава пут до решења. Овај PLM софтвер има широк спектар могућности које може понудити својим корисницима. Почевши од основних параметара моделирања дводимензионалних и тродимензионалних елемената, па све до решавања веома комплексних проблема.

Конкретно у овом мастер раду је коришћен баш Autodesk Inventor за решавање проблема из више области. Прорачун, моделирање и на крају нумеричка анализа су заслуга оваквог софтвера. За конкретан прорачун машинских елемената, као што су: зупчаници, вратила, лежаји и клинови коришћен је модул Design Accelerator. На овај начин се скраћује процес прорачуна, а уједно се добијају и генерисани 3D модели машинских елемената. Поред овог модула софтвер садржи савремену и тренутно можда најобимнију базу стандардних машинских елемената (ускочника, навртки, завртњева, чивија, лежаја, клинова, итд.) у односу на друге сличне софтвере.

Овај софтвер такође садржи модул за нумеричку анализу. У софтверу Autodesk Inventor анализа МКЕ се пре свега лако користи, даје задовољавајуће тачне резултате и релативно мало времена троши на сам процес обраде података. Нумеричке вредности које су добијене на крају анализа не би имале покриће или гарантовану тачност, ако не би биле упоређене са вредностима неке друге методе која је коришћена у циљу решавању истог проблема. Нумеричком методом вршено је испитивање коничног зупчастог пара. Вредности радних напона бока и подножја зубаца до чијих се решења дошло аналитичким путем су упоређене са вредностима максималних Von Mises-ових напона добијених нумеричким путем. Сматра се да ако су одступања између резултата две методе мања од 10% онда је метода правилно урађена и даје тачне резултате. Овај проценат одступања важи за софтвере који су уско специјализовани за МКЕ (FEMAP, NASTRAN, ANSYS...), док код софтвера као што је Autodesk Inventor та одступања смеју бити и већа. Одступања између аналитичких и нумеричких вредности коничног зупчастог пара су и више него на задовољавајућем нивоу, на боку зубаца разлика износи свега 0.455%, док за напон у подножју разлика за погонски зупчаник износи 1.926%, односно за гоњени 5.206%.

Крајњи резултати упућују на то да изабрана нумеричка метода даје задовољавајуће тачна решења. Што се тиче саме нумеричке методе у оквиру овог софтвера стиче се утисак да је намењена за дијагностиковања и наглашавања најважнијих и најкритичнијих дефеката који се јављају на испитиваном елементу. Инжењерски гледано то је сасвим довољно како би се спречила и на време отклонила свака неправилност још у фази пројектовања.

Добро познавање неког од софтвера, који служи за прорачун и моделирање, није довољно како би корисник могао да реши неки проблем у целости. Инжењер мора, поред знања, да располаже великом базом информација као и да поседује искуство, које стиче радом на решавању оваквих и сличних проблема.

7.0 Литература

- [1] <https://www.apexdyna.nl/en/news/gear-history/>, датум приступа 27.03.2018 године.
- [2] <http://am.unze.ba/mkpr/МКЕ%201.pdf>, датум приступа 13.04.2018 године.
- [3] <https://irjet.net/archives/V3/i1/IRJET-V3I196.pdf>, датум приступа 15.04.2018 године.
- [4] C. Kar, A. R. Mohanty: *Monitoring gear vibrations through motor current signature analysis and wavelet transform*, Mechanical Systems and Signal Processing, 2006.
- [5] C. Moolwan, S. Netpu: *Failure Analysis of a Two High Gearbox Shaft*, Social and Behavioral Sciences Symposium, 4th International Science, Social Science, Engineering and Energy Conference 2012 (I-SEEC 2012), Thailand, 2012.
- [6] A. J. Muminovic, I. Saric, N. Repcic: *Numerical Analysis of Stress Concentration Factors*, 25th DAAAM International Symposium on Intelligent Manufacturing and Automation, Сарајево, Босна и Херцеговина, 2014.
- [7] A. Seoud, A. Mohamed, A. Hamid, A.S. Abdallah: *Analytical Technique for Predicting Passenger Car Gearbox Structure Noise Using Vibration Response Analysis*, British Journal of Applied Science & Technology, 2013.
- [8] L. Nacib, K. M. Pekpe, S. Sakhara: *Detecting gear tooth cracks using cepstral analysis in gearbox of helicopters*, International Journal of Advances in Engineering & Technology, 2013.
- [9] A. Kumar, P. P. Patil: *Modal analysis of heavy vehicle truck transmission gearbox housing made from diferent materials*, Journal of Engineering Science and Technology, 2016.
- [10] J. Wang, J. Zheng, A. Yang: *An Analytical Study of Bifurcation and Chaos in a Spur Gear Pair with Sliding Friction*, Procedia Engineering, 2012.
- [11] H. Minfeng, J. Yingchun: *Fatigue life analysis of automobile component based on FEM*, Mechanical Research and Application, 2008.
- [12] D. Vecchiato: *Tooth contact analysis of a misaligned isostatic planetary gear train*, Mechanism and Machine Theory, 2006.
- [13] C. F. Hsieh: *The effect on dynamics of using a new transmission design for eccentric speed reducers*, Mechanism and Machine Theory, 2014.
- [14] Y. W. Hwang, C. F. Hsieh: *Determination of surface singularities of a cycloidal gear drive with inner meshing*, Mathematical and Computer Modelling, 2007.
- [15] P. Weis, L. Kučera, P. Pecháč, M. Močilan, *Modal analysis of gearbox housing with applied load*, International scientific conference on sustainable, modern and safe transport, 2017.
- [16] В. Николић: *Машински елементи*, Машински факултет Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац, 2004.

[17] М. Трбојевић, М. Јанковић, Ј. Вугделија, С. Ивковић, В. Латиновић: *Редуктори*, Београд, 1984.

[18] Б. Стојановић, М. Благојевић: *Механички преносници*, Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац 2015.

[19] <https://download.sew-eurodrive.com/download/pdf/21284997.pdf>, датум приступа 15.05.2018 године.

[20] http://www.vstss.com/media/pdf/2011/vstss_osnovne_metode_konacnih_elementata.pdf, датум приступа 11.06.2018 године.

[21] http://moodle.mfkg.rs/pluginfile.php/105293/mod_resource/content/1/MPURP-MKE.pdf, датум приступа 20.06.2018 године.