

**Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу
Војна Академија Универзитета одбране у Београду**



Назив студијског програма: Војноиндустријско инжењерство
Ниво студија: Основне академске студије
Предмет: Брза израда прототипова
Број индекса: 503/2015

Бојан А. Рајичић

ОПТИМИЗАЦИЈА ЗА ПОСТУПАК ЗД ШТАМПЕ

Дипломски рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. др Ненад Грујовић-ментор

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

Садржај

Увод.....	4
1. Адитивна производња	5
1.1. Адитивна производња на бази течности.....	8
1.2. Адитивна производња на бази чврстих материјала.....	9
1.3. Адитивна производња на бази праха	11
1.4. Адитивна производња на бази ламината	12
2. Процес адитивне производње.....	13
2.1. 3Д моделирање	13
2.2. Конверзија у STL формат.....	13
2.3. Слајсинг	13
2.4. АП процес	14
3. Основне методе оптимизације	15
3.1. Оптимизација параметара 3Д штампе	15
3.1.1. Утицај језгра (енг. infill)	15
3.1.2. Утицај правца штампе	18
3.1.3. Утицај величине дизне.....	20
3.1.4. Утицај висине слоја.....	21
3.2. Тополошка оптимизација	23
3.2.1. Анализа спецификација	24
3.2.2. Почетни концепт	24
3.2.3. Анализа резултата	25
3.2.4. Оцена дизајна.....	25
4. Моделирање 3Д структура.....	26
4.1. Метод коначних елемената	26
4.2. Основни кораци методе коначних елемената	26
4.2.1. Дискретизација домена и избор врсте елемената	27
4.2.2. Избор функције померања.....	29
4.2.3. Дефинисање релација деформација-померање и напон-деформација.....	29
4.2.4. Рачунање матрице крутости елемената	29
4.2.4.1. Директни равнотежни метод (енг. Direct Finite Element Method).....	30
4.2.4.2. Варијационе методе (енг. Variational Finite Element Methods).....	30
4.2.4.3. Метод тежинског резидуала (енг. Methods of Weighed Residuals).....	30

4.2.4.4.	Метод енергетског баланса (енг. Energy Balance Finite Element Methods)	30
4.2.5.	Рачунање глобалне матрице крутости	31
4.2.6.	Одређивање померања целе структуре	31
4.2.7.	Рачунање деформација и напона	31
4.2.8.	Интерпетација резултата	32
4.3.	Основни 3Д елемент	32
4.4.	Конститутивне релације за отртотропне материјале.....	38
5.	Конкретан пример оптимизације 3Д штампаног производа	42
5.1.	Дефинисање геометрије 3Д модела	42
5.2.	Дефинисање материјала	43
5.3.	Дефинисање типа коначног елемента.....	44
5.4.	Задавање ограничења	45
5.5.	Задавање оптерећења.....	47
5.6.	Тополошка оптимизација.....	48
5.7.	Интерпетација резултата	50
5.8.	Редизајн модела.....	52
	Закључак	56
	Литература.....	57
	Прилог 1	58
	Прилог 2.....	63

Увод

Адитивна производња, популарно позната као 3Д штампа, је релативно нова технологија. 1980тих година је почео развој првих система за адитивну производњу, који су користили фотосентизивне смоле, термопластике и папир као полазни материјал. Током година адитивна производња се развијала и данас постоји велики број комерцијализованих технологија. Ту спадају Стереолитографија (SLA), депоновање истопљеног материјала (FDM), селективно ласерско синтеровање (SLS), израда објеката ламинацијом (LOM), 3Д штампање (3DP) и ласерско топљење метала (LMD).

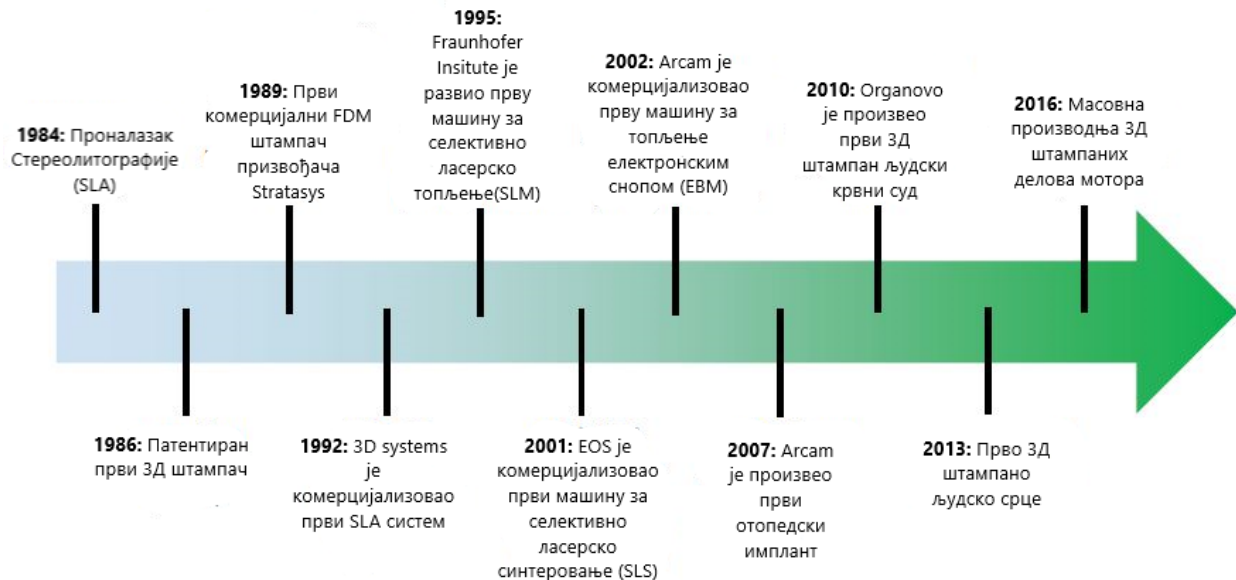
АП процеси су првобитно коришћени за израду прототипова одређене компоненте која би се након тога масовно производила традиционалним методама (стругање, глодање и сл). Након великог напретка у унапређивању постојећих и развијању нових технологија, почело је интезитно коришћење адитивне производње у скоро свим гранама индустрије. Данас се адитивна производња примењује у изради механичких делова и производа широке производње, али се успешно користи и за производњу биомедицинских импланата. Развојем нових технологија створила се могућност коришћења разних метала, керамике и композита као материјала израде. То је омогућило примену адитивне производње у ваздухопловној и војној индустрији.

Како је адитивна производња почела да се користи за израду готових производа, јавила се потреба за оптимизацијом параметара штампе и саме геометрије модела. Иако је полазни материјал изотропан, модели добијени адитивном производњом имају анизотропне карактеристике, па је оријентација модела битна током израде. Оптимизација параметара штампе подразумева одређивање параметара као што су висина слоја, правац штампе, величина отвора дизне и слично. Ови параметри директно утичу на механичке карактеристике готовог модела и приликом израде делова треба обратити пажњу на њих. У склопу подглавља 3. овог рада експериментално су утврђени утицаји основних параметара. Тополошка оптимизација се може користити за оптимизацију геометрије модела, ради побољшања механичких карактеристика, смањења утрошка материјала и времена поступка 3Д штампе.

1. Адитивна производња

Адитивна производња је дефинисана од стране Америчког Друштва за тестирање и материјале као поступак спајања материјала како би се добили готови делови најчешће слој по слој, за разлику од традиционалне машинске обраде. Позната је и као адитивна израда, адитивни процеси, директна дигитална производња и брза израда прототипова [1].

Иако је адитивна производња релативно нова технологија, од 1984.године, када је произведен први систем за стереолитографију, доста нових метода и примена је пронађено. На слици 1. приказана је кратка историја АП процеса [1].



Слика 1. Кратка историја АП технологије [2]

АП процеси су првобитно коришћени за израду прототипова одређене компоненте која би се након тога масовно производила традиционалним методама. У почетку су главни недостаци адитивне производње били високи трошкови производње. То је и био разлог зашто се није користила за масовну производњу. Захваљујући напретку у технологији и новим решењима, 3Д штампање је постало јефтиније и приступачније за велики број индустрија. Из тог разлога адитивна произвоња је једна од најважнијих технологија четврте индустријске револуције [2].

Адитивна производња се развија још од 1980. године и неке технологије су комерцијализоване. Ту спадају Стереолитографија (SLA), депоновање истопљеног материјала (FDM), селективно ласерско синтеровање (SLS), израда објеката ламинацијом (LOM), 3Д штампање (3DP) и ласерско топљење метала (LMD). Материјали који се користе у овим процесима укључују фотосензитивну смолу, полиамид, восак, поликарбонат, акрилонитрил-бутадиен-стирен (АБС), метални/керамички/полимерни прах, листови обложени лепком и други [1].

Аддитивном производњом се тродимензионални делови формирају директно из CAD модела. Делови добијени АП технологијама се производе слој по слој. АП технологија значајно смањује време производње, исплатива је за појединачне делове и мале серије и омогућава израду делова сложене геометрије, које је тешко добити коришћењем конвенционалних метода израде [1].

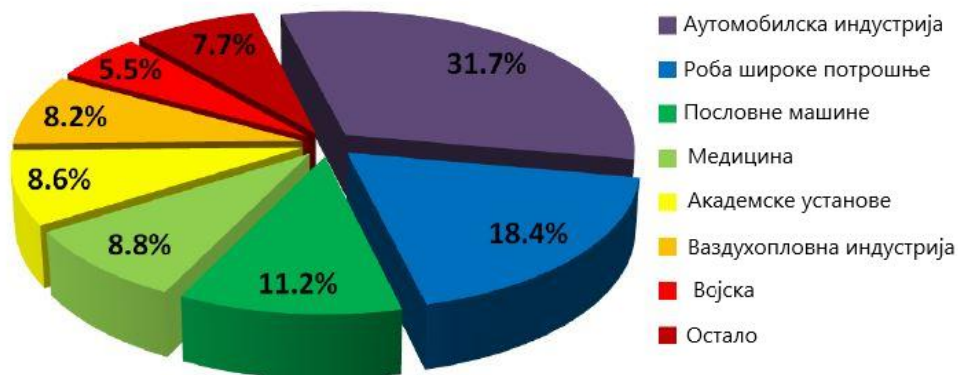
Током протеклих година, истраживачка заједница је развила нове АП процесе који се могу применити у ваздухопловној индустрији, аутомобилској индустрији и медицини. Примена АП процеса се променила са израде прототипова на брзу израду алата и брзу производњу. Након интезивног истраживања и развоја у областима материјала, софтвера и опреме, развијена је директна и индиректна брза израда алата коришћењем адитивне производње у изради калупа. Адитивна производња се такође користи за израду прототипова намењени за оцену и тестирање производа, као и за производњу малог броја готових производа. Тренутно је директна израда функционалних производа постао главни тренд АП технологије [1].

Велика иновација 3Д штампања је способност да се споји прецизност и специфичност ручне израде и индустријских процеса масовне производње.

Главне карактеристике 3Д штампања су :

- могућност израде веома комплексних облика (компоненте решеткасте структуре)
- могућност израде делова без потребе за додатном монтажом, јер је процес производње непрекидан и део се производи у једном кадру
- нема потребе да се делови складиште, део се производи директно и по потреби.
- смањена количина отпадног материјала
- мања потрошња електричне енергије у односу на традиционалне процесе.

Данас се 3Д штампа користи за широк спектар индустријских апликација. Сматра се да 3Д штампа има већу примену у изради механичких делова и производа широке производње, али се успешно користи и за производњу биомедицинских импланата. На слици 2. је графички приказана примена 3Д штампе у разним областима [2].



Слика 2. Примена 3Д штампе у разним областима [2]

Према стању полазног материјала разликујемо АП процесе које користе материјал у течном, чврстом, прашкастом као и материјал у облику листова. Принцип рада АП процеса са различитим стањима полазног материјала су приказани у табели 1.

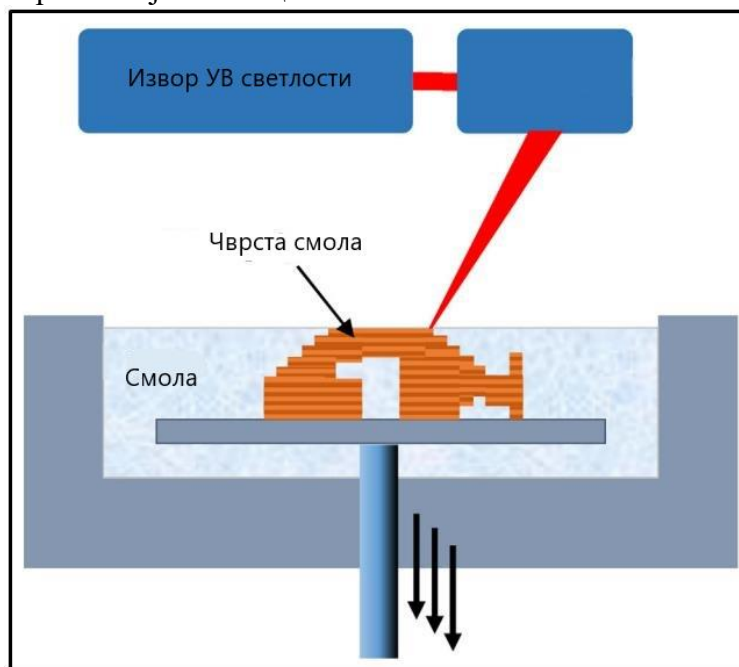
Табела 1. Принципи рада АП процеса [1]

Стање полазног материјала	Метода	Припрема материјала	Техника израде слоја	Материјали	Примена
течно	SLA	Течна смола у посуди	Ласерско скенирање/пројекција светла	Смола	Прототипови, ливење, меки алати
	MJM	Течни полимер у млазници	Инк-јет штампа	Акрил пластика, восак	Прототипови, ливење
	RFP	Вода у дизни	Таложeње капљица	Вода	Прототипови, ливење
Чврсто Филамент- паста	FDM	Филамент топљен у дизни	Континуално екструдовање	Термопластика, восак	Прототипови, узорци за ливење
	DIW	Паста у дизни	Континуално екструдовање	Керамичка паста	Функционални делови
	FEF	Паста у дизни	Континуално екструдовање	Керамичка паста	Функционални делови
прах	SLS	Праш на радној површини	Ласерско скенирање	Термопластике, восак, метални и керамички праш	Прототипови, ливење узорака, металне и керамиче предформе
	SLM	Праш на радној површини	Ласерско скенирање	Метал	Алати, функционални делови
	EBM	Праш на радној површини	Скенирање електронским снопом	Метал	Алати, функционални делови
	LMD	Убризгавање праша кроз млазницу	Убризгавање и топљење праха ласером	Метал	Алати, поправка металних делова, функционални делови
	3DP	Праш на радној површини	Лепљење праха	Полимер, метал и керамика	Прототипови, ливење шкољке, алати
Листови	LOM	Ласерско сечење	Ламинација са претходним лепљењем	Папир, пластика, метал	Прототипови, ливење узорака

1.1. Адитивна производња на бази течности

Најчешће се за израду делова од материјала у течном облику користе фотосензитивне смоле, које током процеса очвршћавају под дејством светлости ласера или УВ светлости, што је последица полимеризације.

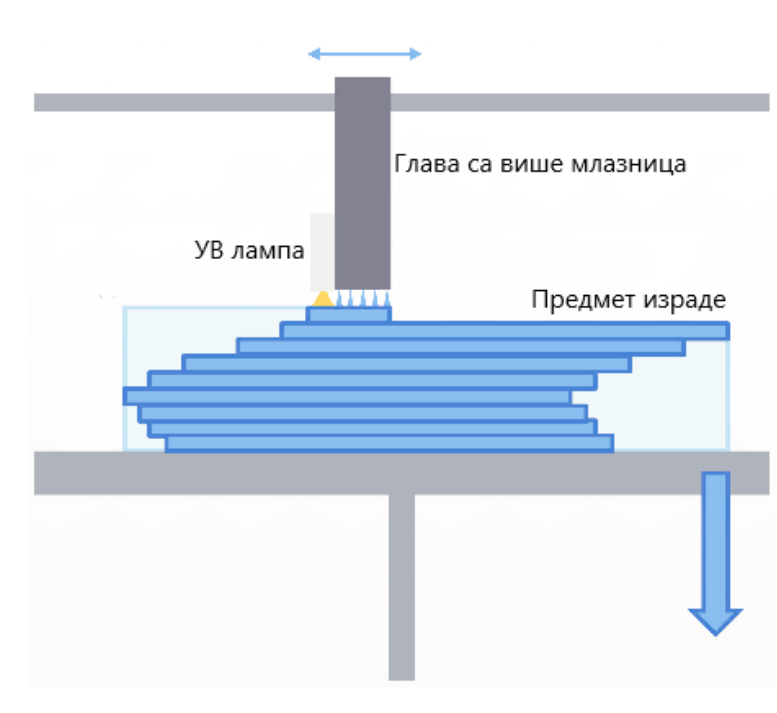
Стереолитографија (SLA) је започела еру адитивне производње. Принцип рада се заснива на очвршћавању фотосензитивне смоле под утицајем ултраљубичастих зрака. У овом поступку CAD модел се дели у слојеве, сваки од њих се затим скенира УВ светлом како би смола очврснула. Након израђеног слоја платформа са извором УВ светла се спушта за једну дебљину слоја. Поново се наноси смола и скенира следећи слој. Поступак се понавља док се не израде сви слојеви модела. Развијене су и варијанте стереолитографије који могу произвести керамичке и металне делове [1]. Принцип рада стереолитографије приказан је на слици 3.



Слика 3. Стереолитографија (SLA) [3]

Моделирање са више млазница односно Multi-Jet Modeling(MJM) је АП процес који користи технику инк-јет штампања али користи више млазница. Главу штампача сачињавају линеарсно постављене млазнице, које распрскавају фотосензитивни полимер[1].

Штампарска глава се покреће по задатој путањи како би формирала један слој, за њом иде УВ лампа која има улогу да очврсне екструдирани полимер. Када се један слој формира, платформа се спушта за један слој. Поступак се понавља док се цео део не формира. Претности MJM процеса су смањена потрошња материјала и краће време израде [1]. На слици 4. приказан је принцип рада MJM система.

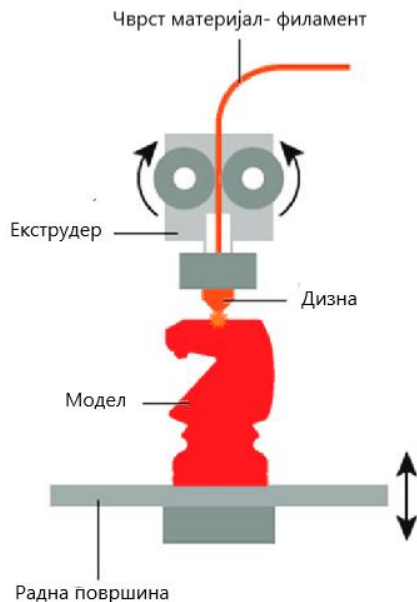


Слика 4. принцип рада МЈМ система [4]

Брзо замрзавање воде, Rapid Freeze Prototyping (RFP), је процес који још увек није комерцијализован АП процес. Овим процесом се добијају делови залеђивањем водених капљица, слој по слој. Радни простор ових штампача мора бити на нижој температури од температура замрзавања воде. Водене капљице се избацују кроз млазницу на претходно очврсну ледену површину. Нов слој воде се хлади леденом површином претходно формираниог слоја. RFP процес не загађује површину јер користи воду као полазни материјал [1].

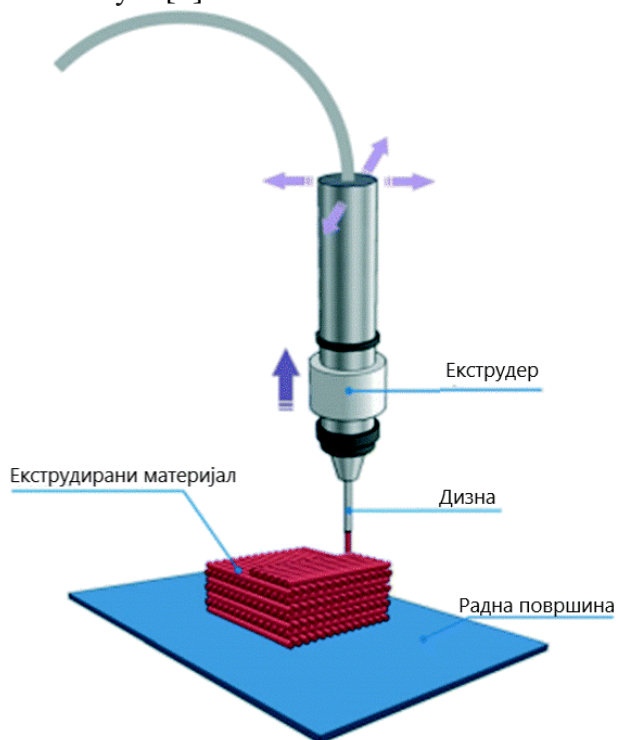
1.2. Адитивна производња на бази чврстих материјала

Адитивна производња на бази чврстих материјала се заснива на екструдирању истопљених материјала. Депоновање истопљеног материјала(FDM) је развијено касних 1980тих година. Овај процес подразумева екструдирање растопљеног материјала у облику нити, на радну површину са употребом покретне главе. Материјал се загрева на температуру мало изнад њене тачке топљења у покретној глави, затим се екстудира кроз дизну на подлогу и хлади се док не очврсне. Тако је формиран један слој. Развијени су системи са више дизни, где се могу користити различити материјали како би се добио објекат са новим својствима [1]. Принцип рада FDM штампача приказан је на слици 5.



Слика 5. принцип рада FDM штампача [5]

Слично овом поступку, развијено је директно екструдирање мастила. Овај поступак је познат као Direct Ink Writing/Robocasting (слика 6.). Он подразумева екструдирање течне керамичке пасте у слојевима. Паста се обично суши за 10-15 секунди, па се следећи слој може нанети без велике паузе [1].



Слика 5. DIW поступак [6]

Уколико се паста екстудира превише танко, екстудирани материјал ће се манифестовати као керамичке куглице. Ако је паста превише дебела, екстудирани материјал ће личити на конопље. Током овог процеса неопходно је константно пратити

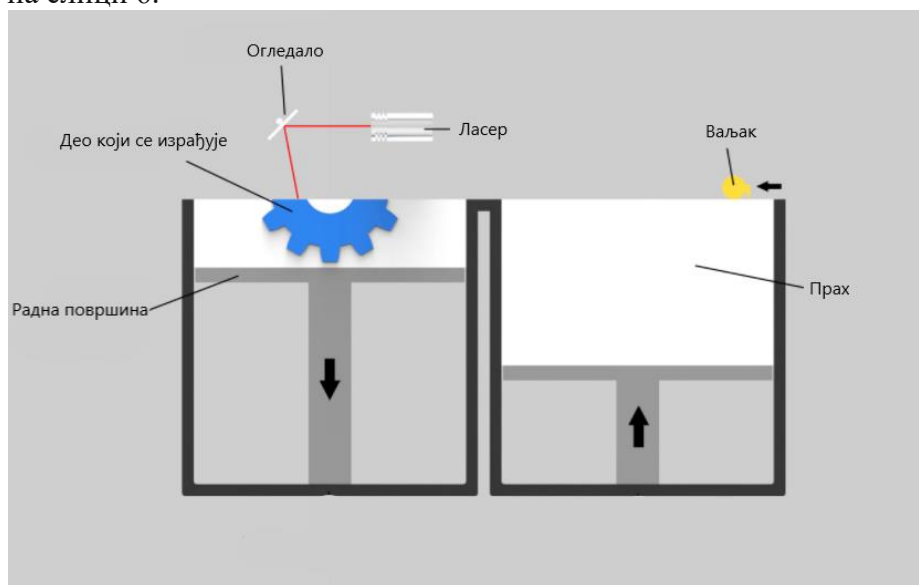
вискозност пасте. Уз одговарајућа подешавања, могуће је остварити праве зидове и врхове произведених делова [1].

Још један веома сличан поступак је Freeze-form Extrusion Fabrication (FEF) односно екструзија замрзнутих облика. У овом поступку слој се формира замрзавањем екструдираних водених паста. Целокупни систем се налази у температури испод температуре замрзавања воде, како би се паста замрзла након екструзирања [1].

1.3. Адитивна производња на бази праха

Процеси који користе прах као полазни материјал се базирају локализованом загревању праха ради формирања једног слоја.

Селективно ласерско синтеровање-Selective Laser Sintering (SLS) је АП процес где се прах наноси на радну површину у висини једног слоја и затим се селективно скенира ласером. Након сваког завршеног слоја радна површина се спушта за висину једног слоја. Овим поступком се могу добити делови израђени од разних врста воскова, полимера, композита полимера и стакла, полимера и метала, метала и керамике [1]. Принцип рада приказан је на слици 6.



Слика 6. Селективно ласерско синтеровање[7]

Везивање честица праха подразумева синтеровање у течној и чврстој фази, хемијски индуковано везивање и делимично топљење. За металне и керамичке делове, честице метала и керамике су помешане са честицама полимера које служе као везиво. Потребна је додатна обрада за уклањање везива. За разлику од неких других поступака, овај процес не захтева структурне подршке јер је синтеровани прах окружен несинтерованим [1].

Ласерско распрскавање метала-Laser Metal Deposition (LMD) подразумева потпуно топљење јаким ласером, како би се формирали метални делови који не захтевају додатну обраду. Прах се распрскава селективно и одмах се топи ласером [1].

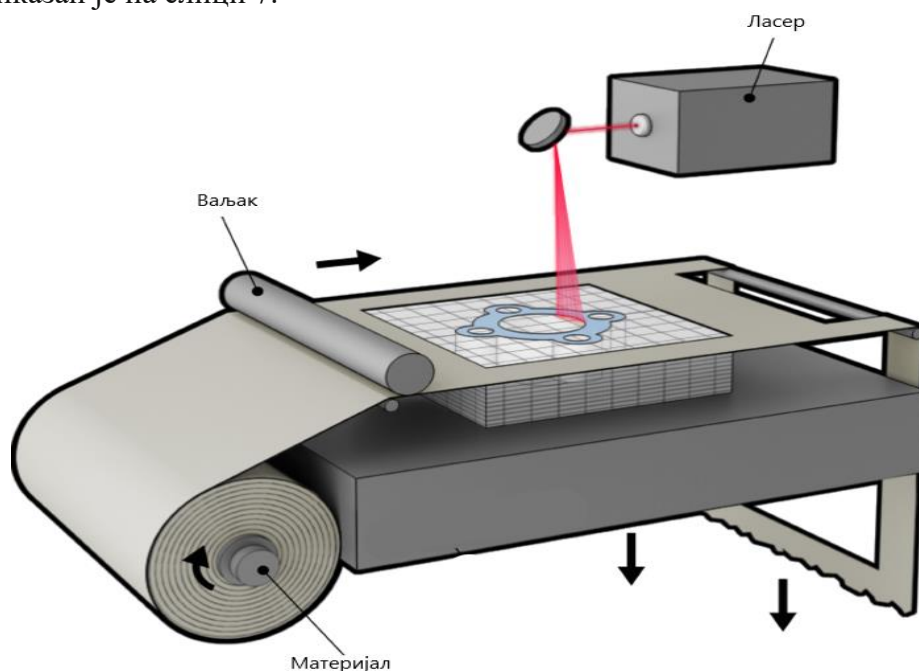
Постоје и две варијације које произилазе из SLS процеса и које се фокусирају на производњи металних делова. То су селективно ласерско топљење (SLM), при којем се прах у потпуности топи и топљење уз помоћ електронског снопа (EBM), где се

електронски снап користи као извор топлоте. Селективно ласерско топљење подразумева потпуно топљење праха ласером. Ласер мора да буде јак како би се прах истопио. То доводи до деформација делова и појаве резидуалних напона. Ласерским топљењем се могу добити делови од нерђајућег челика, инконела и титанијума. Топљење уз помоћ електронског снопа подразумева топљење праха и вакумској комори [1].

Тродимензионално штампање (3DP) је још један АП процес где се користи прах као полазни материјал. Овај процес подразумева наношење слоја праха на радну површину и распскавање течног везива који очврсне и тако формира један слој. Везивно средство се наноси помоћу млазнице која је слична онима које се користе код инкјет штампача и то само на део површине који одговара попречном пресеку модела у одговарајућем слоју. Аналогно 2Д инкјет штампачима, овакав систем може израђивати и предмете у боји. Уместо једне главе са везивним средством, могуће је применити четири главе са различито обојеним везивима(плава,љубичаста,жута и црна), па се употребом прашкастог материјала беле боје добија штампа у пуном колору. Ово је могуће остварити само овим поступком [1].

1.4. Адитивна производња на бази ламината

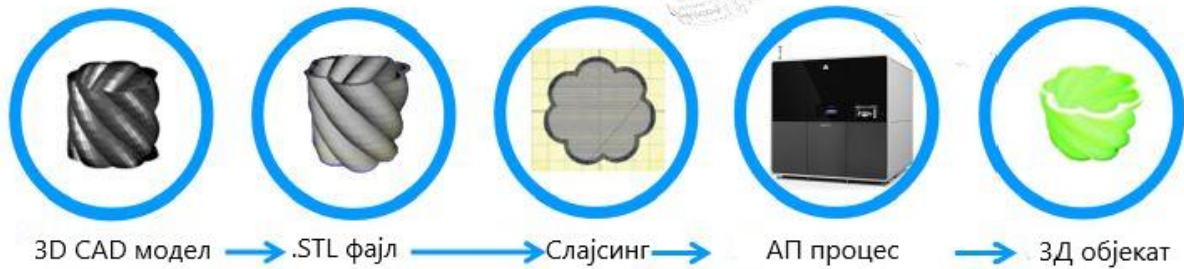
Производња ламинираних објеката односно Laminated Object Manufacturing (LOM), подразумева слојевито лепљење танких ламината. Ламинати су обложени са доње стране термички активним адхезивним материјалом. Необрађени ламинат је намотан на улазно вретено и пребацује се преко радне површине. Ламинат се сече по контурама попречног пресека ласером. Вишак материјала(остатак негатива) се, након обраде намотава на излазно вретено. Слојеви ламината се лепе тако што загрејаним цилиндром прелази преко ламината и тако се активира адхезивни материјал. Материјал који се може користити у овом процесу је папир, пластика, станиол и разне врсте композита [1]. Принцип рада LOM система приказан је на слици 7.



Слика 7. Принцип рада LOM система[8]

2. Процес адитивне производње

АП процес подразумева одређени број корака од почетне идеје и CAD модела до израде физичког модела. Генеративни АП процес је приказан на слици 8.



Слика 8. АП процес[2]

2.1. 3Д моделирање

Сви модели добијени адитивном производњом полазе од софтверског модела (CAD), који у потпуности дефинише спољну геометрију. Може се користити било који CAD софтвер, у којем се геометрија модела може представити уз помоћ површина или као 3Д солид. Опрема за реверзни инжењеринг се такође може користити за овај поступак (3Д ласерски и оптички скенери) [2].

2.2. Конверзија у STL формат

Површински или солид модел који се израђује прво треба да се конвертује у STL формат који апроксимира површину модела употребом великог броја троуглова. У зависности од сложености геометрије, површине се представљају са одговарајућим бројем троуглова. Изразито закривљене површине описују се са знатно више троуглова. Сви CAD софтвери поседују опцију конверзије CAD – STL [2].

2.3. Слајсинг

Слајсинг подразумева ``сечење`` модела у хоризонталне слојеве. Припремљени фајл у STL формату се у изабраном софтверу виртуелну сече и тако му се дефинишу сви улазни параметри који утичу на сам процес израде објекта. Конфигурација улазних података је веома сложен процес. Ова сложеност се огледа у одлучивању о разним могућим могућностима оријентације и распореда објеката у радној запремини, израде ослонаца, подешавање параметара исецања и разни технолошки параметри као што су снага ласера, дубина очвршћавања, температура грејне главе и слично. Овај корак је веома битан и директно утиче на механичке карактеристике објекта [2].

- Оријентација модела у радном простору

Као што је раније напоменуто оријентација 3Д геометријског модела битно утиче на механичке карактеристике објекта. Готово код свих АП процеса готов објекат је најслабији у правцу нормалном на слојеве израде, јер су везе између слојева слабије него везе унутар једног слоја. Имајући то у виду оријентацију модела треба изабрати у зависности од напрезања којем ће он бити изложен. Оријентација модела на радној површини утиче и на брзину израде. Време израде модела је пропорционално броју слојева од којих се модел гради, односно висини модела. Тако се правилном оријентацијом може смањити број слојева односно може се смањити време израде.

- Креирање носећих структура

Неки АП процеси током процеса градње модела не образују одмах потпуно чврст модел који је способан да носи горње слојеве материјала. Овај проблем је посебно изражен код физичких модела који имају такозване висеће елементе, а током израде модела не постижу одмах довољно велику крутост. Висећи елементи се јављају увек када долази до повећања површине попречног пресека са повећањем Z координате. Због тога се у оваквим случајевима додаје и носећа структура. Задатак носеће структуре је да спречи деформисање висећих елемената. Материјал носеће структуре често није истих карактеристика као материјал од кога се гради модел. Он је углавном слабији како би се олакшало његово уклањање током постпроцесирања. Приликом креирања носећих структура, треба имати на уму да предимензиосани ослонци повећавају време израде и постпроцесирања, а да недовољно чврсти ослонци доводе до урушавања предмета израде.

- Планирање распореда предмета израде на радној површини

Коришћењем АП процеса могућа је израда више модела истовремено. Тако се значајно побољшава искоришћеност уређаја и времена, што појјектифује производњу. Планирање распореда предмета израде на радној површини битно утиче на брзину израде. Оптимални распоред подразумева што мање празног хода. Ово је најпогодније код АП процеса који користе прашкасте материјале, јер за њих није потребна израда ослонаца.

2.4. АП процес

Код АП система, овај корак је потпуно аутоматизован. Често оператери остављају машине да израђују делове без надзора. Потребно је повремено праћење рада машина како би се уверили да није дошло до грешака које могу бити софтверске или механичке(потрошен сав улазни материјал, нестанак струје и слично).

3. Основне методе оптимизације

3.1. Оптимизација параметара 3Д штампе

Оптимизација параметара штампе подразумева подешавање параметара у програму којим се генерише Г-код за 3Д штампач, према поступку описаном у поглављу 2. У овом поглављу детаљније ће се разматрати утицај различитих параметара штампе на механичке карактеристике модела, потрошњу материјала и време штампе.

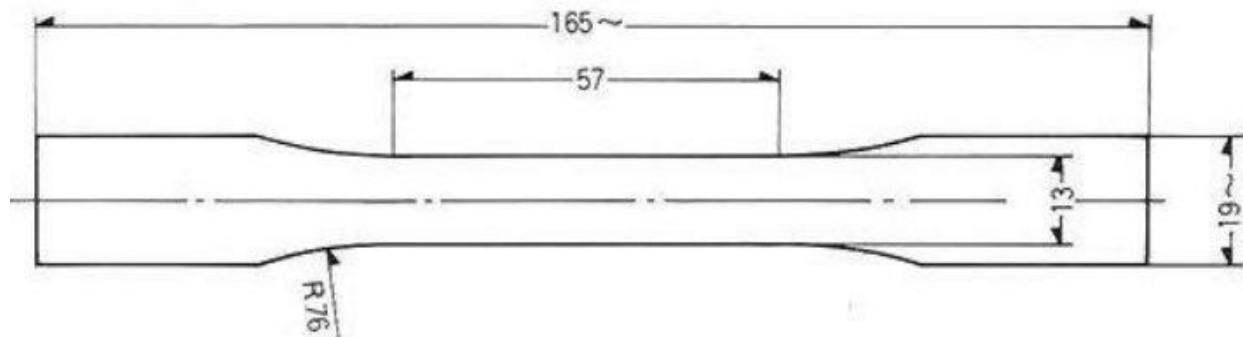
Параметри који ће бити разматрани су:

- Инфил
- Правац штампе
- Величина отвора дизне
- Висина слоја

3.1.1. Утицај језгра (енг. *infill*)

Један одштампани слој можемо поделити на спољашњи део-шкољку и на унутрашњи део-језгро. Неки делови се могу штампати тако да буду шупљи, али то нема смисла код носећих делова, посебно код оних где тежина не представља утицајни фактор. Додавањем језгра, делови имају већу структурну отпорност. Језгро се обично изражава у процентима, који диктира вредност испуњености унутрашњности модела приликом штампе. Поред процента испуњености, треба обратити пажњу и на шаблон језгра. шаблон језгра треба изабрати имајући у виду: намену модела, време и потрошњу материјала али и једноставно личне преференције. Може се закључити да сложенији патерн захтева више времена и материјала [9].

Као што је већ напоменуто параметри штампе се бирају у софтверу где се креира Г код за 3Д штампач. По литератури [9] коришћен је програм Slic3r. За тестове је коришћена епрувета која је приказана на слици 9. Димензије епрувете дефинисане су ASTM D638 стандардима. Материјал који се користи за штампу је PLA.



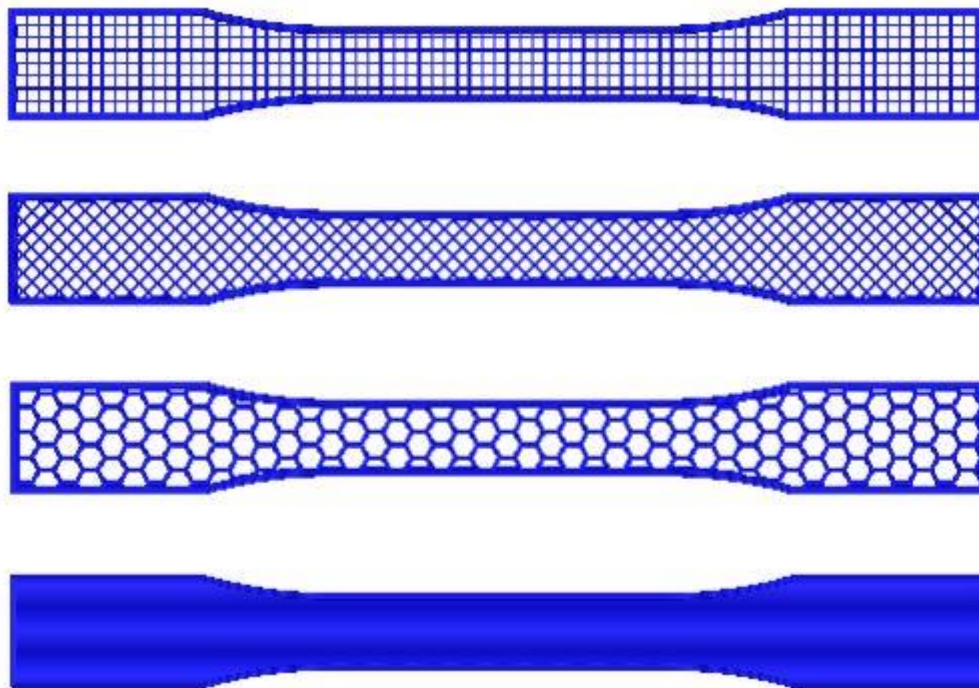
Слика 9. Епрувета ASTM D638 Type I

У табели 2. су приказане вредности параметара за 4 различита шаблона језгра. У табели 2. је приказано време израде епрувете, као и потрошен материјал изражен у милиметрима.

Табела 2. Упоредни подаци за различите врсте језгра [9]

Патерн	Време штампе (min-sec)	Потрошено материјала (mm)	Висина слоја (mm)	% испуњености језгра
Правоугаони	9:54	1371	0.3	15
Дијамант	10:01	1435	0.3	15
Саће	11:12	1621	0.3	15
Солид	27:58	5016	0.3	100

Наведени типови језгра приказани су на слици 10. На слици 10. приказани су правоугаони, дијамантски, саће и пун патерн језгра. Све типове језгра генерише изабрани софтвер-Slic3r.



Слика 10. Типови језгра: а) правоугаони , б) дијамантски, в) саће, г) пун патерн језгра [9]

Након штампе, епрувете су тестиране на затезање на MTS Criterion Model 45, универзалној машини за испитивање затезањем. Тестирања су извршена брзином 5.0 mm/min [9].

Правоугаони патерн језгра је једини примерак на којем је линија прелома паралерна са осом оптерећења. У овом случају епрувета је почела да се деформише на доњем делу, уз сам спољашњи зид епрувете. Прелом се није десио одједном, већ је пукотина постепено ишла од доњег зида. Прво се пукотина ширила паралерно са осом затезања, након чега је почела попречна путања све док се пукотина није проширила до друге стране епрувете [9].

Геометрија језгра је таква, да је само 50% влакна језгра орјентисано у правцу осе оптерећења. На слици 11. приказана је епрувета са правоугаоним патерном језгра, након тестирања.



Слика 11. Визуелни приказ прелома епрувете са правоугаоним језгром [9]

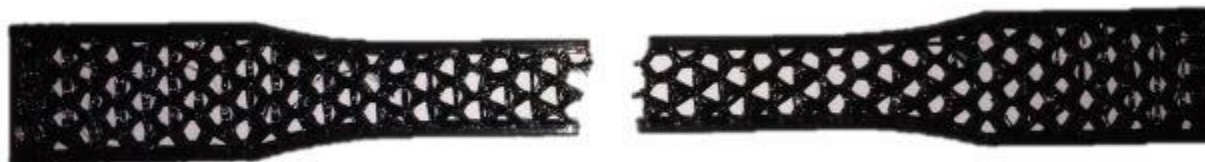
Приликом тестирања епрувете са дијамант језгром дошло је до кривљења целе епрувете. Код овог типа језгра прелом се такође прво манифестовао на доњем зиду [9]. Као што се може видети на слици 12. пукотина се ширила наизменично по ширини епрувете, пратећи контуру језгра.

Геометрија језгра дијамант облика омогућава да се свако унутрашње влакно супротставља оптерећењу фактором $\sqrt{2}/2$, једнаким синусу и косинусу од 45 степени. Због такве геометрије, може се приметити да су сви "дијаманти" близу прелома благо издужени [9].



Слика 12. Визуелни приказ прелома епрувете са дијамант језгром [9]

Тестирањем епрувете са шестоугаоним језгром (саће), утврђено је да се прелом константно јавља близу половине епрувете. Приликом тестирања утврђено је да се код овог типа језгра прелом дешава много брже. Линија прелома је релативно права. Приказ прелома епрувете са шестоугаоним језгром приказан је на слици 13.

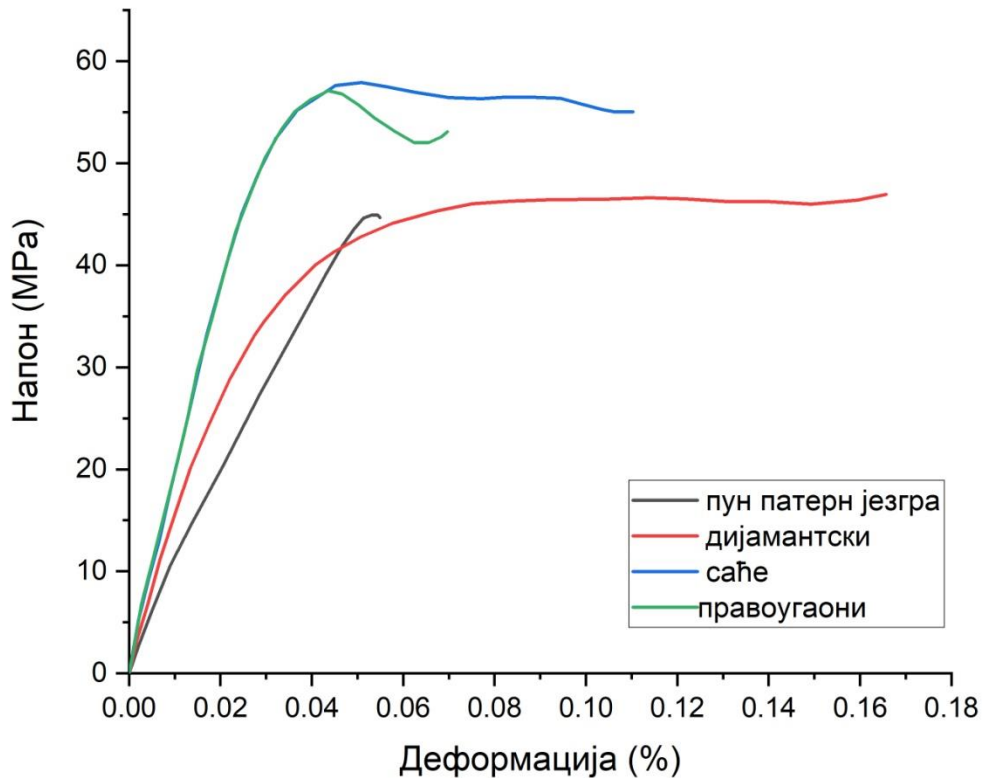


Слика 13. Визуелни приказ прелома епрувете са шестоугаоним језгром [9]

Тестирањем епрувете са 100% испуњеним језгром добијени су најправилнији ломови. Због висине цене израде оваквог модела, тестирање овог типа језгра вршено је ради поређења са различитим облицима језгра. Визуелни приказ прелома епрувете приказан је на слици 14.



Слика 14. Визуелни приказ прелома епрувете са пуним језгром [9]

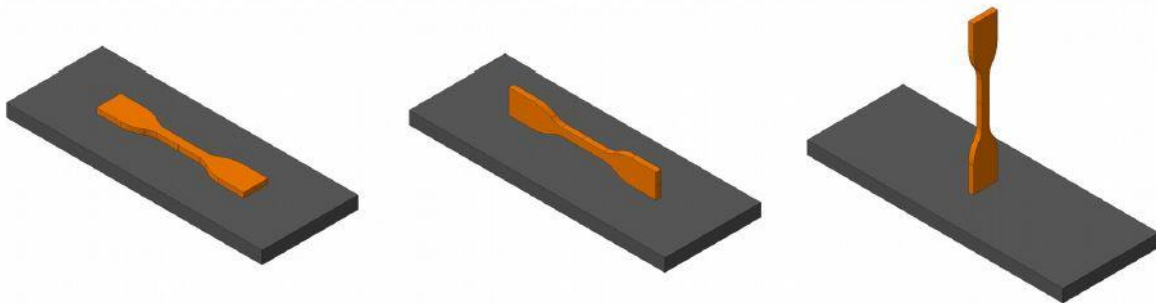


Слика 15. Криве напон-деформација за сваки шаблон језгра [9]

3.1.2. Утицај правца штампе

Добро је познато да на механичка својства пластичних материјала утиче тип производног процеса који се користи у изради пластичних производа. Такође је познато да се производњом слој по слој, односно адитивном производњом, добијају делови са анизотропним својствима. Ова особина се посебно односи на FDM штампу.

Неопходно је разумети утицај правца штампе, како би се могла извршити оптимизација овог параметара. У ту сврху извршено је експериментално упоређивање механичких карактеристика епрувете, штампане у различитој оријентацији [10]. За ово упоређивање коришћена је стандардна *ASTM D638 Тип I* епрувета, добијена FDM штампом ПЛА филамента. На слици 15. приказане су испитане оријентације.



Слика 16. Оријентација модела- лицем ка горе(лево), ивица ка горе(средина) и усправно(десно) [10]

Штампање делова је извршено на комерцијалном 3Д штампачу – LeapFrog [10]. Како би изоловали утицај правца штампе на механичке карактеристике, све епрувете су штампане са истим параметрима штампе. Параметри штампе приказани су у табели 3.

Табела 2. Параметри штампе [10]

Параметар	Вредност
Висина слоја [mm]	0.15
Језгро [%]	100
Брзина штампања [mm/s]	75
Температура радне плоче [°C]	30
Време штампе [min]	35

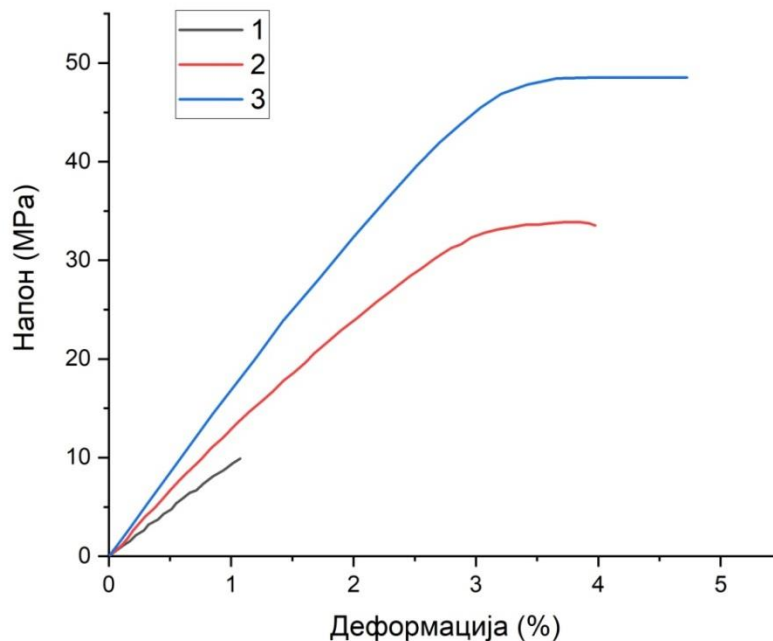
Тестирање епрувета извршено је на једноосном систему за испитивање материјала (Shimadzu EHF-EV101K3-070-0A, Japan). Епрувете су тестиране на затезање, константном брзином 2mm/min. Извршено је тестирање на по пет епрувета за све три оријентације модела[10].

Упоређивањем резултата тестирања утврђено је да епрувете штампане ивицом ка горе имају највеће модуле еластичности. Са друге стране, као што је и очекивано, код епрувета које су штампане усправно до лома долази доста раније. То се дешава зато што се сили истезања супротставља само веза између два слоја материјала, а не сам материјал [10]. Резултати тестирања приказани су табеларно у табели 3.

Табела 3. Резултати тестирања [10]

Оријентација	Затезна чврстоћа (MPa)	Модул еластичности (GPa)
Ивица ка горе	49.25 ± 0.6	1.57 ± 0.048
Усправно	9.94 ± 0.19	0.94 ± 0.035
Лице ка горе	33.83 ± 0.46	1.35 ± 0.057

Упоређивање резултата показује да узорци добијени штампањем ивицом ка горе имају 45% већу затезну чврстоћу(49.25 MPa) у односу на узорке који су штампани лицем на горе (33.83 MPa) и скоро 4 пута већу вредност у односу на усправно штампане узорке [10]. На слици 16. приказане упоредно су криве напон-деформација за епрувете све три оријентације израде.



Слика 17. Криве напон-деформација епрувета штампаних : 1-усправно, 2-лице ка горе, 3-ивица ка горе [10]

3.1.3. Утицај величине дизне

Поступак 3Д штампе подразумева екструдирање истопљеног материјала кроз дизну. Генерисањем Г-кода се дефинише путања дизне у процесу израде модела. Величина дизне, односно отвора кроз који се екструдира материјал знатно утиче на време али и на квалитет израде. Експерименталним путем је утврђено у којој мери величина дизне утиче на време израде.

За екпериментална тестирања коришћена је стандардна *ASTM D638 Tip 4* епрувета. Епрувете су израђене на ФДМ штампачу, штампом ПЛА филамента. Извршено је експериментално утврђивање времена израде епрувете са дизама величина 0.2, 0.4 и 1mm. Како би изоловали утицај величине дизне на време израде, остали параметри штампе су исти. Параметри штампе приказани су у табели 4.

Табела 4. Параметри штампе

Параметар	Вредност
Висина слоја [mm]	0.2
Језгро [%]	100
Дебљина зида [mm]	2
Брзина штампања [mm/s]	30
Температура радне плоче [°C]	55

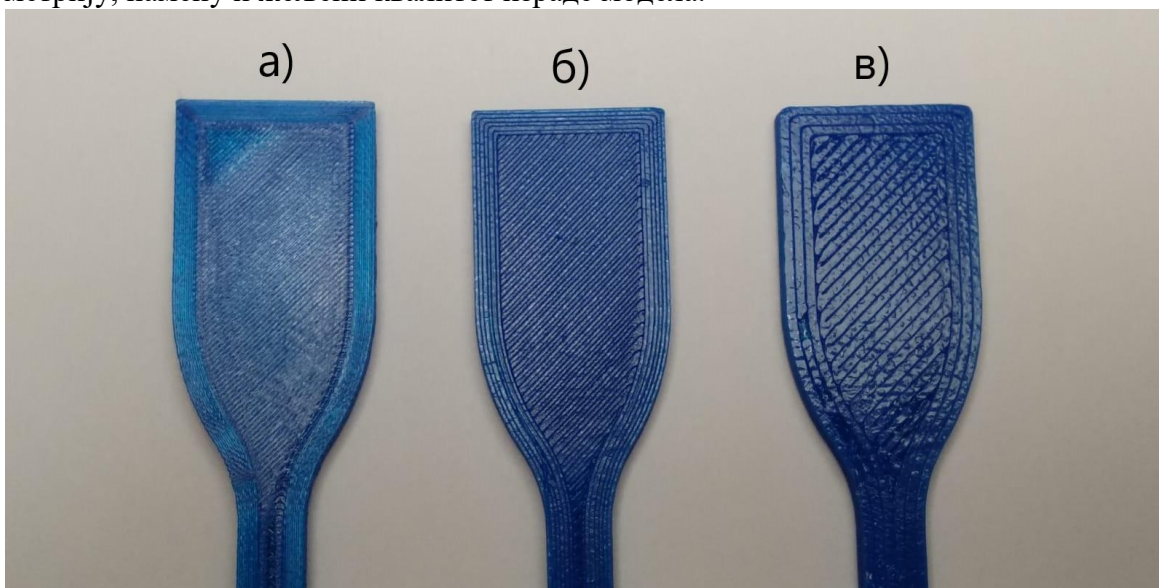
Израдом модела, утврђено је да се време израде знатно смањило повећавањем величине отвора дизне. Резултати тестирања приказани су у табели 5.

Табела 5. Резултати тестирања

Величина отвора дизне [mm]	Време израде [min]
0.2	77
0.4	39
1.0	16

Упоређивање резултата показује да је време израде са отвором дизне 1 mm (16 min) 58% мање у односу на време израде са отвором дизне 0.4 mm (39 min) и скоро 80% мање у односу на дизну величине 0.2 mm.

Величина отвора дизне утиче на резолуцију штампе, односно на квалитет израде модела. Уколико је геометрија тела сложенија, израда ситних компоненти није могућа већим отвором дизне. На слици 18. приказани су узорци штампани са испитаним вредностима отвора дизне. При оптимизацији овог параметра треба узети у обзир геометрију, намену и жељени квалитет израде модела.

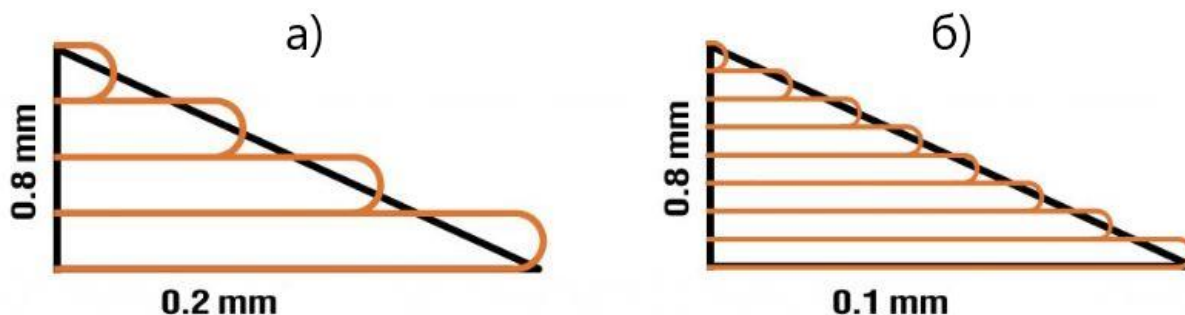


Слика 18. Епрувете штампане са дизнама величина; а) 0.2 mm, б) 0.4 mm, в) 1mm

3.1.4. Утицај висине слоја

3Д штампа је поступак израде модела слој по слој. Самим тим висина слоја знатно утиче на време израде штампе. Већа висина слоја подразумева израду модела са мањим укупним бројем слојева. Мањи број слојева подразумева краћи пут кретања главе штампача, односно краће време израде. Експерименталним путем је одређен утицај висине слоја израде.

Висина слоја штампе утиче на резолуцију штампе у хоризонталној равни (раван паралерна на радну плочу). Могућност штампања ситних детаља на вертикалним и закошеним површинама модела повећава се са смањењем висине слоја штампе. Утицај висине слоја приказан је на слици 19.



Слика 19. Утицај висине слоја на резолуцију штампе: а) 0.2 mm, б) 0.1 mm

Експериментално је утврђена зависност висина слоја штампе са временом израде модела. За експериментална тестирања епрувете су израђене на ФДМ штампачу, штампом ПЛА филамента. Коришћен је модел стандардне *ASTM D638 Type 4* епрувете. Приликом израде епрувета мењана је само вредност висине слоја штампе. Вредности које су коришћене су: 0.1 mm, 0.2 mm и 0.3 mm. Параметри штампе приказани су у табели 6.

Табела 5. Параметри штампе

Параметар	Вредност
Језгро [%]	100
Дебљина зида [mm]	2
Брзина штампања [mm/s]	30
Температура радне плоче [°C]	55

Упоређивањем резултата тестирања добијени су оценени резултати. За израду модела са највећом висином слоја (0.3 mm) потребно је најмање времена, док је за исти модел али са мањом висином слоја (0.1 mm) потребно 3 пута више времена. Резултати су приказани табеларно у табели 6.

Табела 6. Резултати тестирања

Висина слоја штампе [mm]	Време израде [min]
0.1	83
0.2	39
0.3	28

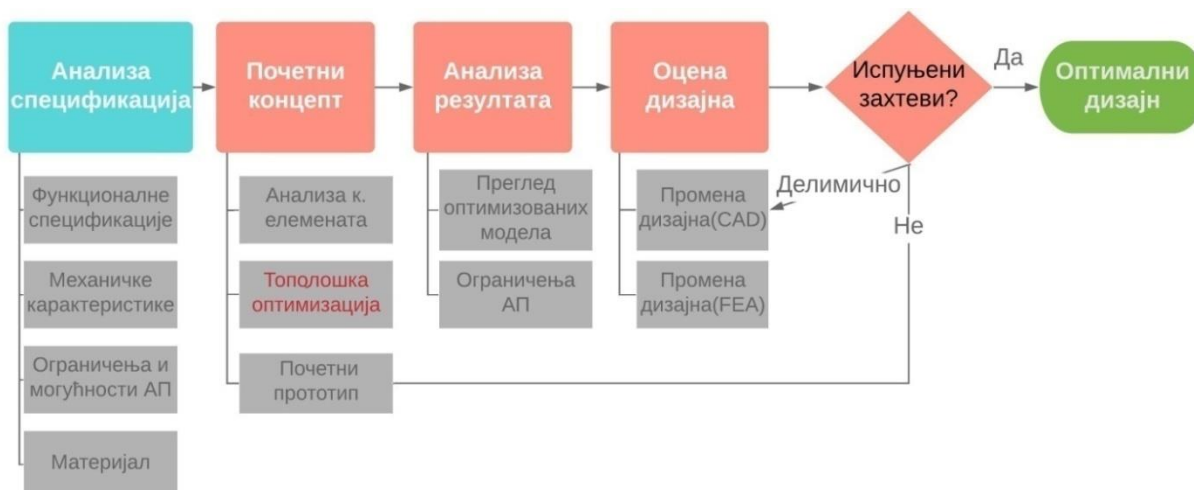
3.2. Тополошка оптимизација

Адитивна производња подразумева додавање материјала, слој по слој, како би се добила коначна геометрија модела, што је омогућило производњу модела сложеније структуре. Као резултат тога, створила се прилика за примену тополошки оптималне геометрије, која је обично веома сложена и која се не би могла добити субтрактивним процесима производње (глодање, стругање, сечење, бушење).

Тополошка оптимизација омогућава проналажење оптималне геометријске структуре модела, у зависности од граничних услова и оптерећења. Без обзира на повећану геометријску слободу, потребно је да се задовоље одређена правила дизајна. У случају адитивне производње правила дизајна обухватају прецизност 3Д штампача, максимални угао нагиба зидова приликом штампе и сл [11].

Тополошком оптимизацијом проналази се оптимална геометрија у задатој функцији, која може бити минимална маса, време производње, цена производње. Функција је одређена граничним вредностима и условима, као што су задато оптерећење, максимални дозвољени напон и сл. Заправо, тополошка оптимизација омогућава промене, не само у геометрији структуре, већ посебно у топологији, модификујући број и повезаност компоненти, стварајући границе, гране и рупе. Циљ оптимизације се не огледа у проналажењу најбољег облика модела, већ у проналажењу оптималне дистрибуције материјала и шупљина у самој геометрији модела. Применом ове методе значајно се може смањити потрошња материјала приликом штампања, што директно утиче на време израде и доноси знатне уштеде [11].

Поступак оптимизације геометрије модела се реализује кроз четири корака, где је други корак сама тополошка оптимизација. Први корак подразумева анализу спецификација, која је базирана на прикупљању информација у вези намене и захтева за модел који се оптимизује. У оквиру другог корака се дизајнирају први прототипови модела на основу којих ће се вршити оптимизација. У овом кораку се врши и анализа применом методе коначних елемената. На основу резултата нумеричке анализе, односно података где ће доћи до највећег напрезања, врши се тополошка оптимизација. Трећи корак оптимизације дефинише листу ограничења адитивне производње, која су неопходна за одлучивање обрадивости модела. Та ограничења зависе од карактеристика 3Д штампача и ту спадају: минимална дебљина слоја, брзина штампе, величина дизне али и ограничења карактеристична за штампачу, као што су потреба за помоћним структурама приликом штампе и анизотропност штампаних модела. Четврти корак подразумева оцењивање оптимизованих модела узимајући у обзир задате критеријуме. Тестирање и валидација модела може бити део овог корака [11]. Поступак оптимизације АП делова је приказан на слици 18.



Слика 20. Поступак оптимизације АП [11]

3.2.1. Анализа спецификација

Пре израде прототипова, потребно је утврдити низ функционалних спецификација које модел треба задовољити. Функционалне спецификације подразумевају карактеристике модела које се односе на његову сврху и његов изглед. У ове карактеристике спадају димензије модела, максимална дозвољена маса модела, материјал, квалитет обраде, да ли ће модел бити део склопа и сл. У овом кораку треба узети у обзир и оптерећења под којим ће се модел наћи током употребе [11].

Адитивном производњом се могу добити делови од различитих материјала, термопластика (ABS, PLA), легура алуминијума, легуре титанијума и сл. Главни фактори које треба узети у обзир приликом одабира поступка АП јесте брзина штампе, цена материјала и саме производње [11].

3.2.2. Почетни концепт

Приликом производње модела АП не постоје ограничења сложености геометрије, па се било који концепт дизајниран у 3Д CAD софтверу може произвести. Приликом субтрактивне производње постоје ограничења као што су : константна дебљина зидова, закошеност зидова, избегавање оштрих ивица. Приликом АП та ограничења не постоје[11].

Методом коначних елемената може се утврдити дистрибуција оптерећења и деформација постојећих модела. Анализом модела за различите услове оптерећења, ограничења и материјала, добијају се подаци помоћу којих се модел тополошки оптимизује. Тополошком оптимизацијом добија се модел у коме се вишак материјала уклања са места за које нумерика покаже мање оптерећење [11].

Приликом тополошке оптимизације уносе се следећи подаци:

- Механичке карактеристике материјала, као што су Јангов модул еластичности, густина материјала, Поасонов коефицијент и сл.

- Интезитет и место оптерећења
- Одређивање делова модела које желимо да оптимизујемо
- Одређивање параметара оптимизације, колико желимо да смањимо масу модела, минималну дебљину зидова и сл.

3.2.3. Анализа резултата

Анализа резултата оптимизације служи да би се утврдило да ли се оптимизовани модел може произвести изабраним АП процесом и машином. Овај корак може подразумевати и мање исправке дизајна модела, како би се модел могао произвести жељеном технологијом АП [11]. Уопштено, треба пратити следећа ограничења:

- Избегавати затворене шупљине: У зависности од АП процеса, већина штампача ће сваку затворену шупљину испунити помоћним материјалом, који се након производње не може извадити. Ово се може избећи додавањем малих отвора, преко којих ће се помоћни материјал извадити.
- Одабир одговарајућих зазора: Толеранције већине штампача крећу се у границама $\pm 0.005\text{mm}$. Овај податак треба узети у обзир уколико се штампају склопови, како би се избегло спајање делова.
- Површинска обрада: Генерално, делови произведени АП неће имати глатку површину. У том случају потребно је постпроцесирање површина (брушење, премази).

3.2.4. Оцена дизајна

Оцена дизајна подразумева верификацију перформанси модела. Верификација перформанси подразумева тестирање добијених модела експерименталним путем. Оптерећења која се задају израђеном моделу одговарају оптерећењима коришћеним у анализи методом коналних елемената [11].

Уколико су задати захтеви делимично испуњени, потребно је направити мање промене у дизајну. Ако се верификацијом утврдило да модел не задовољава већину задатих захтева треба се вратити на тачку 2. и дизајнирати нов прототип.

4. Моделирање 3Д структура

4.1. Метод коначних елемената

Метод коначних елемената представља нумерички поступак решавања инжењерских проблема и проблема математичке физике. Методом коначних елемената врши се анализа структура, рачунају се температурна поља, ток флуида, транспорт маса итд [12].

Основна идеја анализе методом коначних елемената је моделирање проблема подразумевајући да је просторни домен проблема подељен на поддомене на које се примењују општа знања и искуства из механике континуума и нумеричке математике. Поддомени о којима је реч терминолошки се означавају као коначни елементи [13].

У највећем броју случајева када анализирана структура има сложену геометрију, када је сложено оптерећење и када су структуре од различитих материјала, није могуће наћи решење у аналитичком облику. Аналитичко решење подразумева добијање аналитичких израза за рачунање тражених карактеристика на различитим местима структуре (померање, температура, оптерећења и сл.). За добијање таквих података треба решавати диференцијалне или парцијалне диференцијалне једначине. То је могуће урадити само за врло једноставне проблеме. За сложене геометрије и сложена оптерећења потребно је користити нумеричке методе, најчешће метод коначних елемената. Решавање проблема методом коначних елемената своди се на решавање система алгебарских једначина [12].

Добијена решења су приближна и односе се на одређене тачке структуре. Процес моделирања састоји се у дискретизацији континуума (тела или структуре). Такав модел састоји се од коначних елемената, који су повезани у чворовима (штапни елементи), по граничним заједничким линијама (равански елементи), или заједничким површинама (просторни елементи). За сваки коначни елемент постављају се једначине, а њиховом комбинацијом добијају се једначине целе структуре.

Зависно од врсте проблема који се решава, добијају се решења одговарајућих величина. Тако у случају рачунања напонско-деформационог стања структуре, резултати су померања сваког чвора структуре и напони унутар сваког елемента. У проблемима који се не односе на структурну анализу, непознате у чворовима могу бити неке друге физичке величине (нпр. температура).

4.2. Основни кораци методе коначних елемената

Инжењерски проблеми могу бити структурни или неструктурни (пренос топлоте или ток флуида). У структурној анализи циљ је да се одреде померања и оптерећења у целој структури. Постоје два основна приступа у методи коначних елемената. Први је метод сила или метод флексибилности и метод померања или метод крутости [12].

У методи сила, основне непознате величине које се анализирају јесу силе. Да би се добиле једначине структуре прво се постављају једначине равнотеже. Резултат је систем алгебарских једначина у којима су непознате величине силе које се из једначина одређују.

Код другог приступа, метод померања или метод крутости, основне непознате су померања у чворовима. За постизање услова компатибилности код решавања конкретних проблема тражи се да су елементи повезани у чворовима, дуж страница или одговарајућих површина пре и после деловања оптерећења. Основне једначине структуре дефинишу померање чворова, а користе се једначине равнотеже и веза између сила и померања [12].

Од два поменута приступа већу примену нашао је други метод, метод померања, и његова формулација слична је за многе структурне проблеме.

У методи коначних елемената користе се модели структура у којима су међусобно повезани сви елементи који се зову коначни елементи. Сваком елементу се задаје функција померања. Сви елементи су повезани директно или индиректно, укључујући чворове и/или заједничке граничне линије елемената и/или заједничке површине.

На основу познатих вредности напона и деформација у једном чвору и елементу могу се одредити напони и деформације за било који други чвор и елемент структуре која се анализира и чије су карактеристике материјала и оптерећења већ познате.

Моделирање методом коначних елемената врши се дискретизацијом структуре на одговарајући број коначних елемената, задавањем врсте елемената који ће се користити у анализи, дефинисањем оптерећења, граничних услова и ослонаца [12].

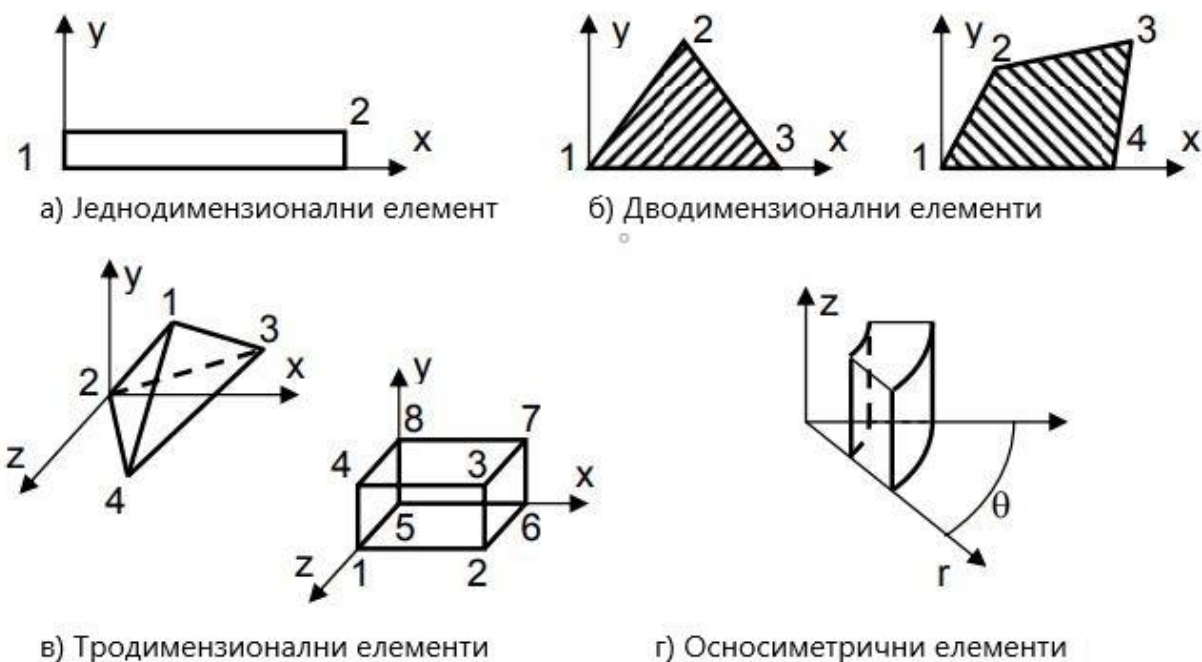
4.2.1. Дискретизација домена и избор врсте елемената

Метод коначних елемената заснива се на физичкој дискретизацији посматраног домена. Зависно од врсте проблема, треба изабрати одговарајућу врсту коначних елемената, нпр. решеткаста структура се дискретизира на линијске елементе, плоча се може поделити на површинске елементе облика троугла или правоугаоника [13].

Основа за анализу конструкције представља поддомен. Поддомен је део структуре (домена) и назива се коначним елементом. Коначни елемент је коначних димензија, због тога су једначине које описују стање појединих коначних елемената алгебарске једначине. То значи да се посматрана структура, која има бесконачно много степени слободе, може поделити на коначан број елемената са коначним бројем степени слободе [12].

Број, величина и тип коначних елемената одређују се узимајући у обзир жељену тачност резултата. Елементи морају бити довољно мале величине да дају употребљиве резултате, али и довољно велики како би се избегли проблеми који се могу јавити код модела са великим бројем елемената. Мале димензије елемената су у општем случају пожељни тамо где се резултати брзо мењају тј. у подручју геометријских промена (радијуси, отвори, места концентracије напона и сл.). Елементи великих димензија се користе тамо где су геометријске промене мале или где их уопште нема. Данас, сви софтвери који се користе методом коначних елемената имају опцију аутоматског генерисања мреже коначних елемената у предпроцесорском делу програма [12].

Приликом одабира коначног елемента прво треба узети у обзир да ли је проблем једнодимензионалан, дводимензионалан или тродимензионалан. Ако се ради о просторним или раванским решеткама онда се користе линијски или једнодимензионални елементи. Ако је проблем равански користе се дводимензионални равански елементи, а ако је проблем просторни користе се тродимензионални елементи [12]. На слици 21. приказани су основни облици елемената.



Слика 21. Основни типови коначних елемената [12]

Конструкције које се дискретизирају линијским елементима-штаповима су решетке. Попречни пресек штапа постоји и сматра се константним. Најједноставнији линијски елемент је линеарни елемент са два чвора, по један на сваком крају, слика 21а). Елементи вишег реда имају три или више чворова и то су квадратни или кубни елементи [12]. Линијски елементи су најједноставнији и на њима је најлакше показати основни концепт методе коначних елемената [12].

Основни дводимензионални или равански елементи трпе оптерећење које делује у равни елемената. Најједноставнији дводимензионални елементи имају чворове само у врховима. Може се рећи да су то линеарни елементи са равним странама. Постоје и елементи вишег реда са чворовима на срединама страница. Такви елементи имају закривљене странице. Елементи могу бити константне или промењиве дебљине [12].

Најчешћи тродимензионални елементи су тетраедар и хексаедар. Користе се у проблемима где је потребно анализирати просторно напонско стање. Основни тродимензионални елементи имају чворове у угловима и равне странице (слика 21ц). Постоје и елементи вишег реда са чворовима на срединама страница и/или кривим површинама [12].

Осносиметрични елементи (слика 21г) добија се ротацијом троугла или четвороугла за 360° око фиксне осе постављене у равни елемента. Овај тип елемената се користи у случајевима када су геометрија и оптерећење осносиметрични.

4.2.2. Избор функције померања

Избор функције померања врши се за сваки елемент. Функција је дефинисана унутар елемента и користи вредности израчунате у чворовима. За функције померања бирају се линеарни, квадратни и кубни полиноми [12].

Полиноми се користе као функције зато што су једноставни за рад и примену у методи коначних елемената. Функције су непознате величине у чворовима. За 2Д проблеме непознате величине су функције координата x и y . Функције су тако одабране, да се помоћу методе коначних елемената мора остварити континуитет померања унутар тела тј. између свих елемената у чворовима, дуж страница и површина. Након избора функције померања успоставља се веза између деформација и померања као и веза између напона и деформација [12].

4.2.3. Дефинисање релација деформација-померање и напон-деформација

Уколико је проблем једнодимензионалан, тј. постоји деформација само у једном правцу, нпр. у x правцу, тада је деформација ϵ_x и она је повезана са померањем у x (u) правцу. Веза померања и деформација дата је изразом:

$$\epsilon_x = \frac{du}{dx} \quad (1.1)$$

Једначина (1.1) важи за мале деформације. Између напона и деформација такође постоје релације које се зову конститутивне релације. Једна од најједноставнијих је Хуков закон. За једнодимензионални проблем веза напона и деформација је:

$$\sigma_x = E * \epsilon_x \quad (1.2)$$

где је: σ_x - напон у x правцу
 E - модул еластичности

4.2.4. Рачунање матрице крутости елемената

Након дефинисања релација датих у претходна три корака поставља се матрица крутости. У почетку су се матрице крутости и једначине елемената одређивале на основу утицајних коефицијената крутости. Након тога су развијено више метода за одређивање матрица крутости.

4.2.4.1. Директни равнотежни метод (енг. *Direct Finite Element Method*)

Матрица крутости повезује силе у чворовима елемената и померања чворова елемената. Она се добија из услова равнотеже сила за сваки разматрани елемент. Директни приступ у рачунању матрице крутости добар је само у случају једнодимензионалних елемената [12].

4.2.4.2. Варијационе методе (енг. *Variational Finite Element Methods*)

Варијационе методе се заснивају на принципу стационарности. Приликом анализирања проблема механике чврстог тела овај принцип је идентичан принципу минимума потенцијалне енергије. Варијационе методе се могу користити и за елементе сложене геометрије. Овим методама се могу одредити и матрице крутости елемената неструктурних проблема [12].

4.2.4.3. Метод тежинског резидуала (енг. *Methods of Weighed Residuals*)

Метод тежинског резидуала се заснива на диференцијалним једначинама разматраног проблема. Метод се користи тамо где није могуће одредити функцију или у проблемима у којима функција уопште не постоји. На основу методе тежинског резидуала добијају се једначине које описују понашање елемената [12]. У матричном облику то су:

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & \dots & k_{2n} \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n3} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{Bmatrix} \quad (1.3)$$

$$\{f\} = [k]\{d\} \quad (1.4)$$

где је: $\{f\}$ - вектор сила у чворовима елемената
 $\{d\}$ - вектор померања чворова елемената
 $[k]$ - матрица крутости елемената

4.2.4.4. Метод енергетског баланса (енг. *Energy Balance Finite Element Methods*)

Заснивају се на балансу различитих врста енергија. Користе се у термостатичкој и термодинамичкој анализи континуума [12].

4.2.5. Рачунање глобалне матрице крутости

Матрице крутости и једначине коначних елемената добијају се применом неке методе претходно наведене у кораку 4. Израчунате матрице крутости појединих коначних елемената се сабирају ради формирања укупне матрице крутости стуктуре. Приликом рачунања глобалне матрице треба поштовати концепт континуитета или компатибилности који захтева да структура задржи непрекидност [12].

Глобална једначина стуктуре у матричној форми је:

$$\{F\} = [K]\{d\} \quad (1.5)$$

где је: $\{F\}$ - вектор сила у глобалном координатном систему

$[K]$ - глобална матрица крутости

$\{d\}$ - вектор познатих и непознатих померања свих чворова стуктуре

Глобална матрица крутости $[K]$ је сингуларна матрица јер је њена детерминанта једнака нули. Проблем сингуларитета матрице решава се увођењем одговарајућих граничних услова (ограничења и ослонци), тако да структура задржи постојеће место и да се не креће као круто тело [12].

4.2.6. Одређивање померања целе стуктуре

Матрична једначина стуктуре-конструкције у коју су унесени гранични услови представља спрегнути систем алгебарских једначина у облику:

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2n} \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{Bmatrix} \quad (1.6)$$

где је „ n “ укупан број непознатих степени слободе. Једначине се могу решити Гаусовом методом елиминације. Основне непознате су померања у чворовима. То је прва величина која се одређује методом коначних елемената [12].

4.2.7. Рачунање деформација и напона

Напони и деформације су непознате величине које се одређују у структурној анализи. Померања се рачунају у кораку 6, након тога коришћењем везе између деформација-померања и напона-деформација која су дате у изразима (1.1) и (1.2) израчунају се деформације и напони [12].

4.2.8. Интерпетација резултата

Закључак сваке анализе се своди на одређивање тачног места деловања највећих напона и деформација. На основу познавања напонско-деформационог стања, доносе се одлуке о дизајну структура [12].

4.3. Основни 3Д елемент

3Д коначни елемент се користи за моделирање тродиимензионалних тела општег облика (3Д континуума). Овај елемент може имати различит број чворова. Уобичајени број чворова се креће од 8 до 21. Овим елементом се могу формирати просторни облици као што су просторна призма, тетраедар или четворострана пирамида [13].

Побољшање резултата добијених моделирањем 3Д елементима са осам чворова, у случају општих услова деформисања, може се постићи увођењем корективних функција за поље деформације у елементу, помоћу тзв. инкомпатибилних померања. Овакви елементи се зову побољшани 3Д елементи [13].

Интерполације геометрије и померања су:

$$x = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = HX \quad (1.7)$$

$$u = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{Bmatrix} = HU \quad (1.8)$$

где је интерполациона матрица Н:

$$H = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 & \dots & h_N & 0 & 0 \\ 0 & h_1 & 0 & 0 & h_2 & 0 & \dots & 0 & h_N & 0 \\ 0 & 0 & h_1 & 0 & 0 & h_2 & \dots & 0 & 0 & h_N \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

и вектори координата чворова X и померања чворова U,

$$X^T = [X_1^1 X_2^1 X_3^1 X_1^2 X_2^2 X_3^2 \dots X_1^N X_2^N X_3^N] \quad (2.1)$$

$$U^T = [U_1^1 U_2^1 U_3^1 U_1^2 U_2^2 U_3^2 \dots U_1^N U_2^N U_3^N] \quad (2.2)$$

Једначине (1.7) и (1.8) се могу написати у компонентном облику као:

$$x_i = \sum_{k=1}^N h_k X_i^k \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.3)$$

$$u_i = \sum_{k=1}^N h_k U_i^k \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.4)$$

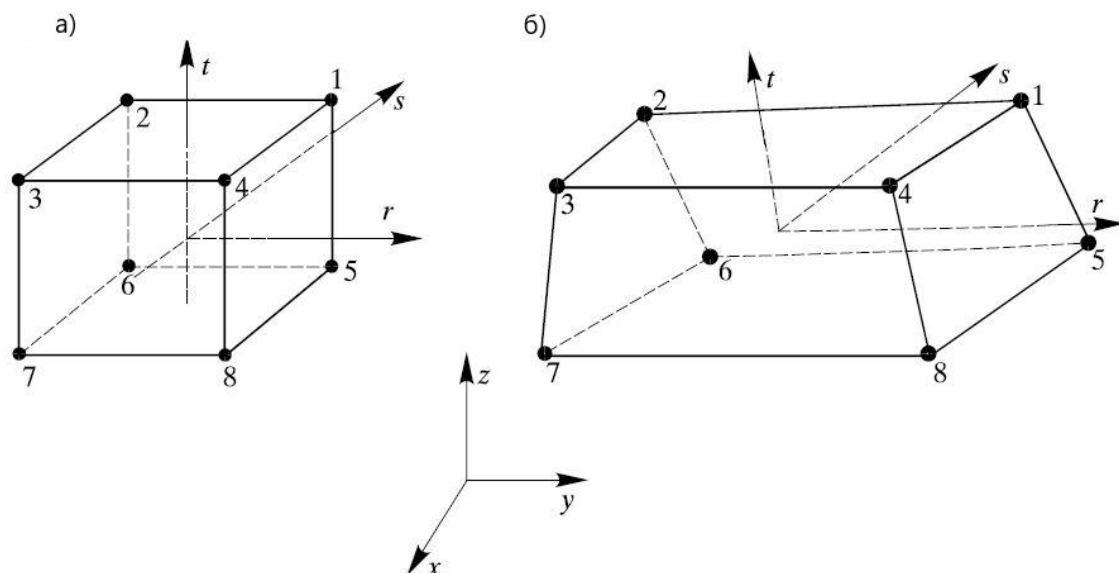
где $i=1$ одговара оси x , $i=2$ оси y , а $i=3$ оси z . За случај коначног елемента са 8 чворова, интерполационе функције су:

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{1}{8}(1+r)(1+s)(1+t) & h_5 &= \frac{1}{8}(1+r)(1+s)(1-t) \\ h_2 &= \frac{1}{8}(1-r)(1+s)(1+t) & h_6 &= \frac{1}{8}(1-r)(1+s)(1-t) \\ h_3 &= \frac{1}{8}(1-r)(1-s)(1+t) & h_7 &= \frac{1}{8}(1-r)(1-s)(1-t) \\ h_4 &= \frac{1}{8}(1+r)(1-s)(1+t) & h_8 &= \frac{1}{8}(1+r)(1-s)(1-t) \end{aligned} \quad (2.5)$$

односно

$$h_i(r, s, t) = \frac{1}{8}(1+rr_i)(1+ss_i)(1+tt_i) \quad i = 1, 2, \dots, 8 \quad (2.6)$$

Функције $h_i(r, s, t)$ су линеарне по r, s, t и зато се овај елемент зове линеаран. Његове површи су, како се види на слици 22, равни у физичком простору. Елемент се из x, y, z простора пресликава на коцку чије су координате чворова r_i, s_i, t_i једнаке ± 1 . Приликом нумерисања чворова потребно је користити усвојени редослед, како би се очувало једнозначно пресликавање и десна оријентација природног система r, s, t . На слици 22 приказани су 3Д коначни елементи са 8 чворова у Природном и Декартовом координатном систему [13].



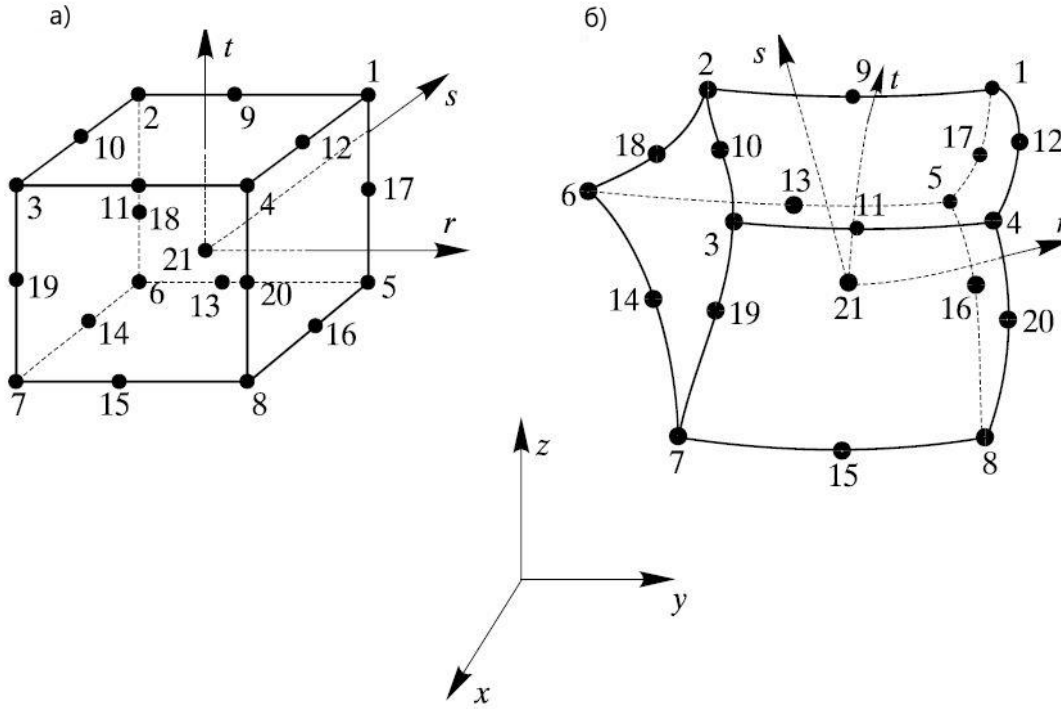
Слика 22. 3Д коначни елементи са 8 чворова; а) Природни координатни систем r, s, t , б) Декатнов координатни систем x, y, z (физички простор) [13]

Вредности природних координата у чворовима елемента приказаних на слици 22а) приказане су у табели 7.

Табела 7. Вредности природних координата у чворовима елемента

Чвор	r_i	s_i	t_i
1	+1	+1	+1
2	-1	+1	+1
3	-1	-1	+1
4	+1	-1	+1
5	+1	+1	-1
6	-1	+1	-1
7	-1	-1	-1
8	+1	-1	-1

За моделирање кривих површи могу се користити 3Д елементи са више од 8 чворова. Површи елемента могу бити закривљене, а елемент се пресликава на коцку чији угаони чворови имају координате ± 1 у природном координатном систему r, s, t . Међучворови имају по једну природну координату једнаку нули, док се чвор 21 налази у координатном почетку координатном систему [13]. На слици 23. приказан је 3Д елемент са 21 чвором.



Слика 23. 3Д коначни елемент са 21 чвором; а) Природни координатни систем r, s, t , б) Декартов координатни систем x, y, z (физички простор) [13]

Уколико се користи коначни елемент са 21 чвором са нумерацијом приказаној на слици 23, интерполационе функције h_i се могу изразити у облику:

$$\begin{aligned}
 h_1 &= g_1 - \frac{1}{2}(g_9 + g_{12} + g_{17}) & h_5 &= g_5 - \frac{1}{2}(g_{13} + g_{16} + g_{17}) \\
 h_2 &= g_2 - \frac{1}{2}(g_9 + g_{10} + g_{18}) & h_6 &= g_6 - \frac{1}{2}(g_{13} + g_{14} + g_{18}) \\
 h_3 &= g_3 - \frac{1}{2}(g_{10} + g_{11} + g_{19}) & h_7 &= g_7 - \frac{1}{2}(g_{14} + g_{15} + g_{19}) \\
 h_4 &= g_4 - \frac{1}{2}(g_{11} + g_{12} + g_{20}) & h_8 &= g_8 - \frac{1}{2}(g_{15} + g_{16} + g_{20}) \\
 h_k &= g_k & k &= 9, 10, \dots, 20 \\
 h_k &= 0 & \text{ако чвор не постоји}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Функције g_i одређене су једначинама :

$$g_k = G(r, r_k)G(s, s_k)G(t, t_k)$$

$$G(\beta, \beta_k) = \frac{1}{2}(1 + \beta_k \beta) \quad \text{за } \beta_k = \pm 1 \quad \beta = r, s, t$$

$$G(\beta, \beta_k) = 1 - \beta^2 \quad \text{за } \beta_k = 0$$
(2.8)

Основне интерполационе функције за угаоне чворове су одређене једначинама (2.5) и (2.6). Оне се коригују интерполационим функцијама суседних међучворова и интерполациона функција h_{21} је одређена као:

$$h_{21} = (1 - r^2)(1 - s^2)(1 - t^2)$$
(2.9)

У случају постојања чворар 21, интерполационе функције h_i дате једначином (2.7) се коригују :

$$h_k = \bar{h}_k - \frac{1}{8}h_{21} \quad k = 1, 2, \dots, 8$$

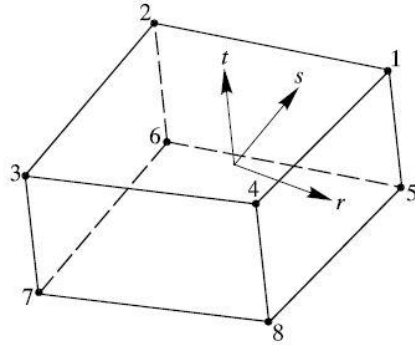
$$h_k = \bar{h}_k - \frac{1}{4}h_{21} \quad k = 9, 10, \dots, 20$$
(3.1)

где је $\bar{h}_k$ – интерполациона функција одређена једначином (2.7)

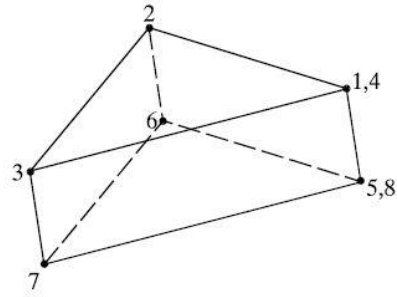
Елементи вишег реда дају тачније резултате за опште случајеве поља деформације и напона, и сложене геометријске облике тела. Моделирање помоћу таквих елемената је сложеније па се користе линеарни елементи, са гушћом мрежом. У практичном моделирању је погодно коришћење 3Д коначних елемената облика који се могу извести из основног 3Д елемента. То су обично линеарни 3Д елементи облика троугаоне призме, тетраедра и четворостране пирамиде [13].

3Д коначни елементи облика троугаоне призме, тетраедра и четворостране пирамиде добијени су поклапањем одговарајућих чворова основног елемента. Приликом генерисања ових елемената треба узети у обзир поклапање одговарајућих слојева [13]. На слици 24. приказан је основни 3Д елемент и изведени 3Д коначни елементи.

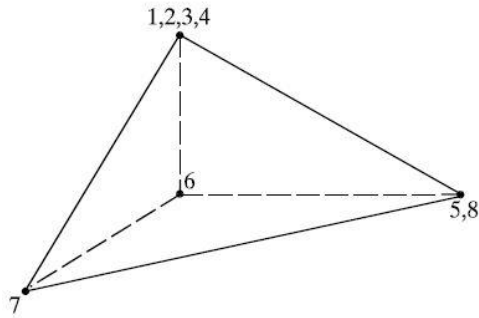
а) основни елемент



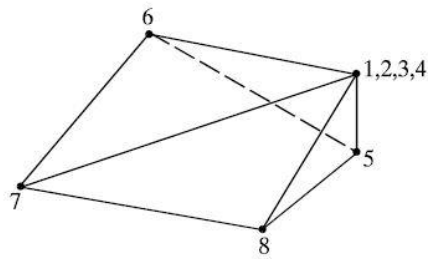
б) троугаона призма



в) тетраедар



г) четвороугаона пирамида



Слика 24. Дегенерисани 3Д елементи [13]

Као што је приказано на слици 24.б), коначни елемент облика троугаоне призме добија се поклапањем чворова 1 и 4, и 5 и 8. Заменом $X_i^4 = X_i^1$ и $X_i^8 = X_i^5$ у једначину (2.3) добија се једначина:

$$x_i = h_1^* X_i^1 + h_2 X_i^2 + h_3 X_i^3 + h_5^* X_i^5 + h_6 X_i^6 + h_7 X_i^7 \quad (3.2)$$

при чему су

$$h_1^* = h_1 + h_5 = \frac{1}{4}(1+r)(1+t) \quad (3.3)$$

$$h_5^* = h_5 + h_8 = \frac{1}{4}(1+r)(1-t)$$

док су остале интерполационе функције h_k непромењене.

На исти начин за тетраедар на слици 24.в) добијамо само четири интерполационе функције, од којих су h_6 и h_7 непромењене, а кориговане функције су h_1^* и h_5^* . Интерполационе функције су дате као:

$$h_1^* = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = \frac{1}{2}(1+t) \quad (3.4)$$

$$h_5^* = h_5 + h_8$$

За случај четвороугаоне пирамиде приказане на слици 24.г), постоје само 5 чворова. Интерполациона функција h_1^* је одређена као и код тетраедра, а функције h_5, h_6, h_7, h_8 остају непромењене у односу на основни 3Д елемент.

4.4. Конститутивне релације за отротропне материјале

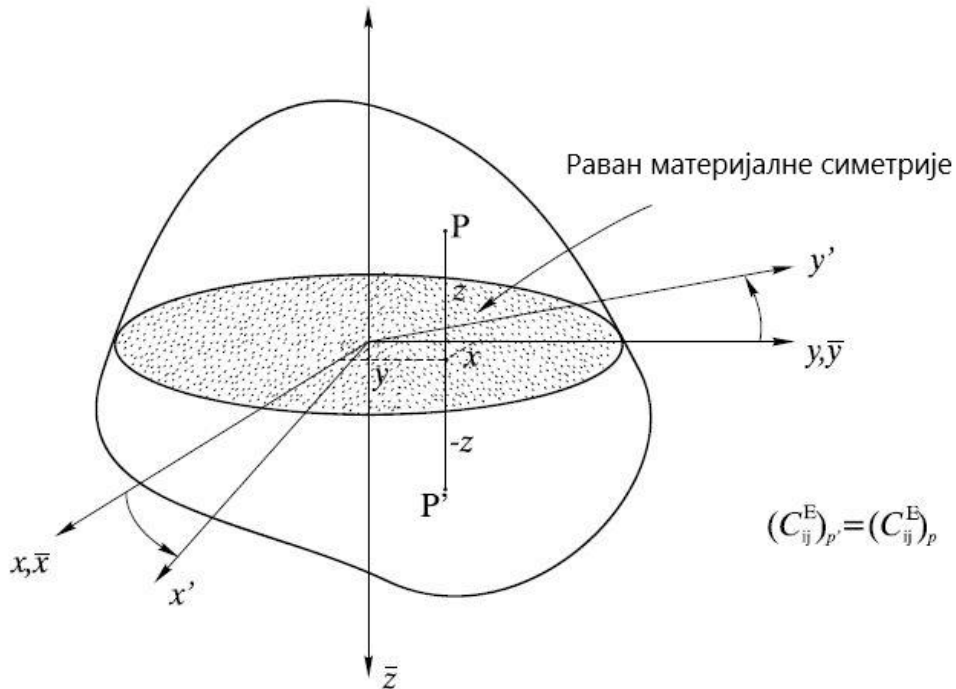
Као што је наглашено у поглављу 3.1.2. адитивном производњом се добијају делови са ортотропним карактеристикама, што значи да модел има различите механичке карактеристике за различите правце.

Дефинисање ортотропног материјала полази од конститутивне матрице за анизотропне материјале, која садржи 21 међусобно различитих коефицијената, дата је у облику:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

симетрично

Ортотропни материјали поседују три ортогоналне равни материјалне симетрије у свакој тачки материјала [13]. Како би одредили конститутивну матрицу за ортотропне материјале потребно је прво разумети утицај материјалне симетрије на коефицијенте унутар матрице. На слици 25. приказана је материјална симетрија у xy равни.



Слика 25. Материјална симетрија [13]

Уколико је ху раван симетрије, коефицијенти C_{ij} у тачки Р са координатама (x, y, z) су једнаки коефицијентима у тачки Р' са координатама $(x, y, -z)$. Битно је напоменути да материјална симетрија није повезана са симетријом геометрије или напонско-деформационим стањем.

На слици 25. су дефинисана два координатна система и то $хуз$ и $\overline{ху\bar{z}}$, при чему се осе $x, \bar{x}$ и $y, \bar{y}$ поклапају, а оса $\bar{z}$ је усмерена у негативном смеру осе z .

Водећи се конвенцијом о знацима за напоне и деформације, може се написати:

$$\bar{\sigma}_{xz} = -\sigma_{xz} \quad (3.6)$$

$$\bar{\sigma}_{yz} = -\sigma_{yz}$$

и

$$\bar{\gamma}_{xz} = -\gamma_{xz} \quad (3.7)$$

$$\bar{\gamma}_{yz} = -\gamma_{yz}$$

док су остале компоненте исте у оба координатна система. Користећи конститутивне релације може се написати:

$$\bar{\sigma}_{xx} = \sigma_{xx} = C_{11}e_{xx} + C_{12}e_{yy} + C_{13}e_{zz} + C_{14}\gamma_{xy} + C_{15}\gamma_{yz} + C_{16}\gamma_{xz} \quad (3.8)$$

Према условима материјалне симетрије, $\bar{C}_{ij} = C_{ij}$ и према једначини (3.7) може се написати :

$$\bar{\sigma}_{xx} = \sigma_{xx} = C_{11}\bar{e}_{xx} + C_{12}\bar{e}_{yy} + C_{13}\bar{e}_{zz} + C_{14}\bar{\gamma}_{xy} + C_{15}\bar{\gamma}_{yz} + C_{16}\bar{\gamma}_{xz} \quad (3.9)$$

Уколико се једначина (3.9) замени у једначину (3.8) добија се :

$$2C_{15}\gamma_{xz} + 2C_{16}\gamma_{yz} = 0 \quad (4.1)$$

Ова једначина мора да буде задовољена за произвољне деформације γ_{xz} , γ_{yz} само ако је задовољен услов:

$$C_{15} = C_{16} = 0$$

Ако се напишу једначине (3.8) и (3.9) за друга два нормална напона σ_{yy}, σ_{zz} и смичући напон σ_{xy} добијају се и следећи услови:

$$C_{25} = C_{26} = 0$$

$$C_{35} = C_{36} = 0$$

$$C_{45} = C_{46} = 0$$

Уколико се примене дати услови, конститутивна матрица (3.5) има следећи облик:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & 0 & 0 \\ & & C_{33} & C_{34} & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ \text{симетрично} & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Ортотропни материјал поседује три ортогоналне равни симетрије, може да се покаже, аналогно претходном поступку, да је конститутивна матрица следећег облика:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ \text{симетрично} & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Према матрици (4.3) постоји 9 независних материјалних константи за ортотропан материјал. Уколико осе материјалне симетрије означимо са a, b, c , матрица флексибилности изражена преко материјалних константи има следећи облик:

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_a} & -\frac{\nu_{ba}}{E_b} & -\frac{\nu_{ca}}{E_c} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{ab}}{E_a} & \frac{1}{E_b} & -\frac{\nu_{bc}}{E_c} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{ac}}{E_a} & -\frac{\nu_{bc}}{E_b} & \frac{1}{E_c} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{G_{ab}} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1}{G_{bc}} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{G_{ac}} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Где су E_a, E_b, E_c - модули еластичности за материјалне осе a, b, c
 ν_{ij} – Поасонови коефицијенти за одговарајуће осе

Матрица флексибилности је симетрична, пошто је материјал хипереластичан, тако да следеће релације морају бити задовољене:

$$\frac{v_{ab}}{E_a} = \frac{v_{ba}}{E_b}$$

$$\frac{v_{ac}}{E_a} = \frac{v_{ca}}{E_c}$$

$$\frac{v_{bc}}{E_b} = \frac{v_{cb}}{E_c}$$

Када се узму у обзир претходне релације, матрица садржи девет независних материјалних константи. Коефицијенте конститутивне матрице се могу изразити помоћу инжењерских материјалних константи. Након интертовања матрице флексибилности (4.4) добијају се изрази:

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{1 - v_{bc}v_{cb}}{E_b E_c D} & C_{44} &= G_{ab} \\ C_{12} &= \frac{v_{ba} + v_{ca}v_{bc}}{E_b E_c D} & C_{55} &= G_{ac} \\ C_{13} &= \frac{v_{ca} + v_{ba}v_{cb}}{E_b E_c D} & C_{66} &= G_{bc} \\ C_{22} &= \frac{1 - v_{ac}v_{ca}}{E_a E_c D} & C_{23} &= \frac{v_{cb} + v_{ab}v_{ca}}{E_a E_c D} \\ C_{33} &= \frac{1 - v_{ab}v_{ba}}{E_b E_a D} \end{aligned} \tag{4.5}$$

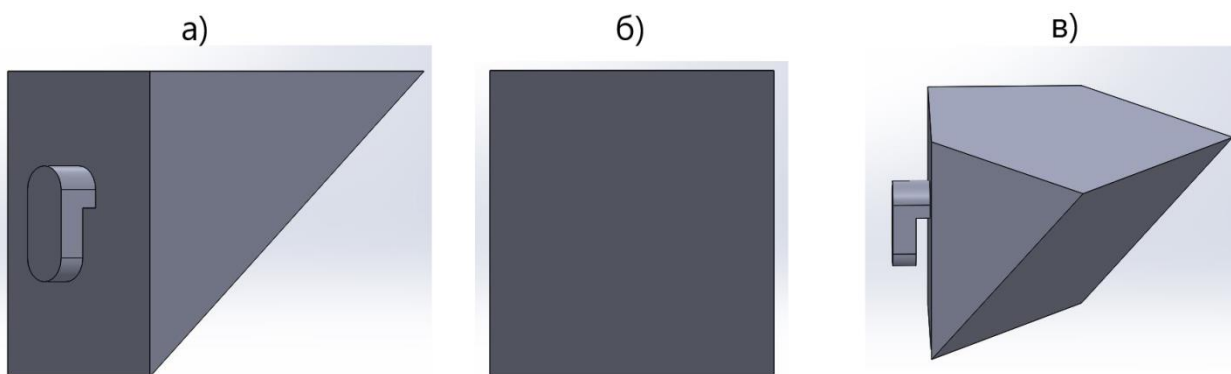
$$\text{где је детерминанта матрице } D = \frac{1 - v_{ab}v_{ba} - v_{ac}v_{ca} - v_{bc}v_{cb} - 2v_{ba}v_{ac}v_{cb}}{E_a E_b E_c}$$

5. Конкретан пример оптимизације 3Д штампаног производа

За потребе овог рада извршена је тополошка оптимизација модела добијеног 3Д штампом. За модел оптимизације изабран је носач полице на простом рафу. Извршена је оптимизација два модела носача. Оптимизација је извршена на основу резултата анализе методом коначних елемената, у FEMAP софтверу.

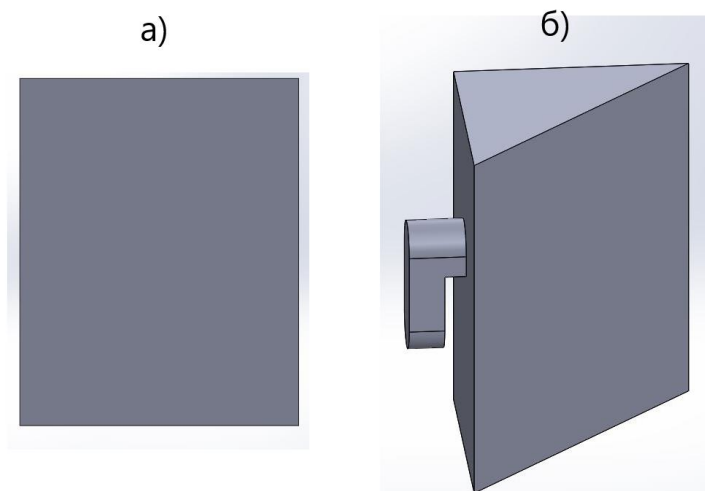
5.1. Дефинисање геометрије 3Д модела

Полазни модели носача дизајнирани су у Solidworks CAD софтверу. За модел је узет прост троугласти носач и носач у облику призме, како би се јасно видео принцип тополошке оптимизације. Полазна геометрија модела приказана је на слици 26.



Слика 26. Приказ полазне геометрије троугластог носача; а) бочни б) фронтални в) изометријски приказ

На слици 27. приказана је полазна геометрија призматичног носача. Дат је изометријски приказ и приказ фронталног дела носача.



Слика 27. Приказ полазне геометрије призматичног носача; а) фронтални б) изометријски приказ

Као што се види на сликама 26 и 27 носач је дизајниран тако да се монтира на стуб рафа тако што се зуби носача поклопе са отворима на стубу.

5.2. Дефинисање материјала

Приликом увожења модела у FEMAP софтвер, први корак је дефинисање карактеристике материјала модела. Као што је већ напоменуто модели добијени 3Д штампом имају ортотропне карактеристике. Материјал се дефинише уношењем вредности у матрицу флексибилности (4.3). Вредности су добијене једначинама (4.5). Полазне вредности потребне за решавање једначина (4.5) добијене су експерименталним тестирањем епрувета по литератури [10]. На слици 28. приказана је матрица флексибилности која дефинише карактеристике материјала. Вредности у матрици су изражене у GPa.

Elastic Matrix (G)					
2.3	1.18	1.18	0.	0.	0.
	2.01	1.1	0.	0.	0.
		1.39	0.	0.	0.
			0.559	0.	0.
	symmetric			0.559	0.
					0.485

Слика 28. Матрица флексибилности

Приликом дефинисања материјала потребно је унети и густину материјала од којег се модел израђује. У овом примеру коришћен је модел добијен 3Д штампом, а материјал израде је ПЛА. ПЛА (енг. Polylactic acid) је термопластика густине 1.24 g/cm^3 .

Сви подаци о задатом материјалу се налазе у FEMAP неутралном фолдеру. Подаци о материјалу се налазе у картици 601, која је приказана на слици 29.

```

601                                -> почетак картице материјала
1,-601,55,4,0,1,0,                -> 1: ID материјала, 2: формат, 3: боја, 4: тип материјала
PLA                                -> назив материјала
10,                                -> број боолеан константи
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
25,                                -> број целобројних константи
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,
200,                               -> број реалних константи
1.2450849,1.0928128,0.6104408,0.559,0.559,0.485,0.216049,0.630389,0.6779468,2.3,
1.18,1.18,0.,0.,0.,2.01,1.1,0.,0.,0.,
1.39,0.,0.,0.,0.559,0.,0.,0.559,0.,0.485,    чланови матрице флексибилности (4.3)
1.2982734,0.2461871,0.,1.1394964,0.,0.559,0.,0.,0.,0.,
0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.00000124,    -> густина материјала

```

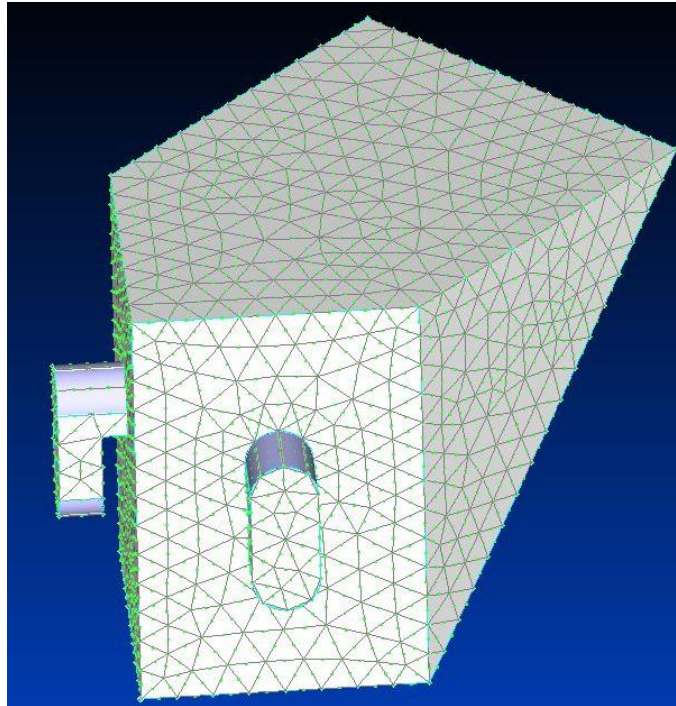
Слика 29. Картица 601-карактеристике материјала

Као што се види на слици 29, све карактеристике материјала су садржане у картици 601. У картици материјала се налазе и унети чланови матрице флексибилности, добијени једначинама (4.5), као и густина материјала изражена у kg/mm^3 .

5.3. Дефинисање типа коначног елемента

Анализа и тополошка оптимизација 3Д модела у FEMAP-у се заснива на методи коначних елемената. Тачност резултата анализе директно зависи од одабира одговарајућег коначног елемента, односно од генерисања мреже.

FEMAP софтвер може аутоматски генерисати мрежу. Потребно је одабрати облик и величину коначног елемента. Одабран је коначни елемент облика тетраедра, са основном величином 4mm. Модел носача са генерисаном мрежом приказан је на слици 30.

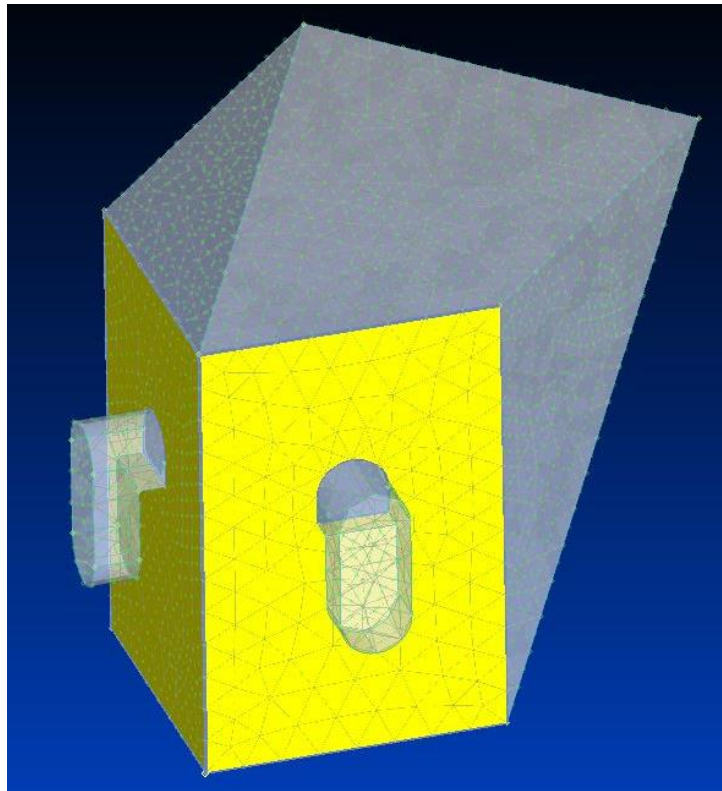


Слика 30. Модел са генерисаном мрежом

5.4. Задавање ограничења

Задавање ограничења подразумева дефинисање броја степени слободе коначних елемената. У овом конкретном случају задата су ограничења површинама које су у додиру са стубом рафа.

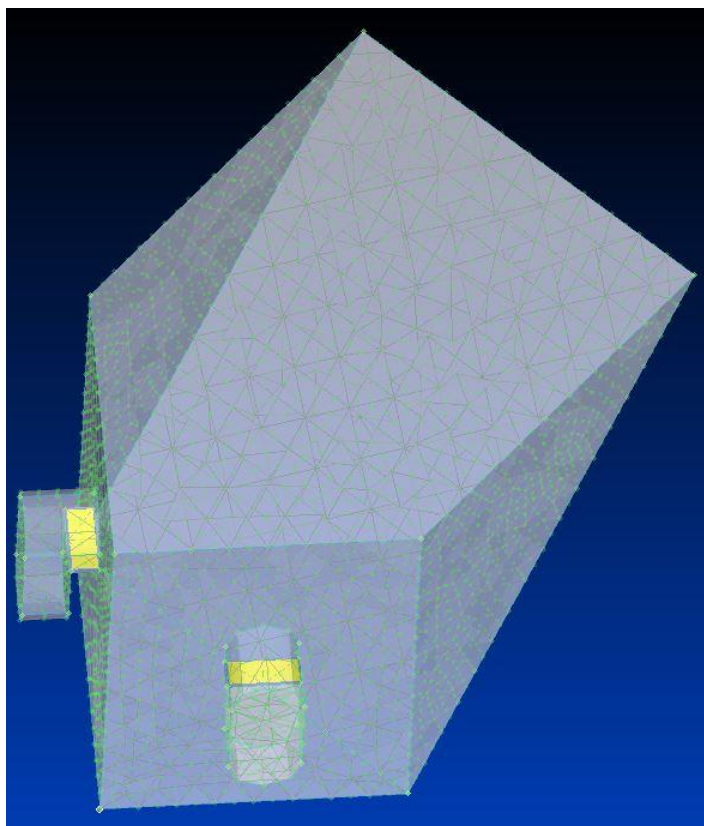
Прво ограничење задато је зиду носача и унутрашњем зиду зуба који су у додиру са рафом. Поменуте површине означене су жутом бојом на слици 31.



Слика 31. Површине са задатим ограничењем

Означене површине су наслоњене на стуб рафа и тако им је онемогућена translација у равни нормалној на површину. Како је и други зид и зуб носача у додиру са рафом, потребно им је задати исто ограничење у одговарајућој равни.

Потребно је задати ограничења и на горњим површинама зуба носача, јер ће оне налегати на раф. Споменуте површине означене су на слици 32.

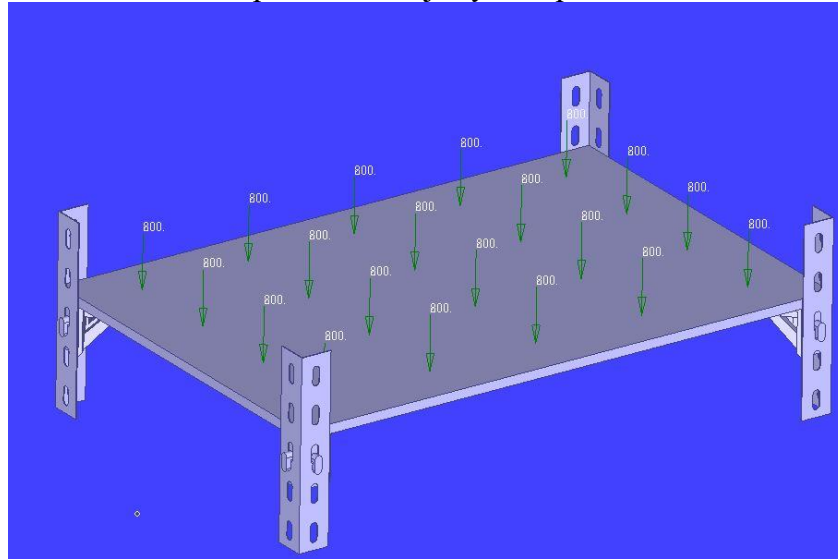


Слика 32. Површине са задатим ограничењем

Горње површине зуба носача, означене на слици 32, налажу на отворе на стубу рафа и тиме им је онемогућена транслација у вертикалној равни.

5.5. Задавање оптерећења

Након дефинисања ограничења модела, потребно је задати оптерећење које ће изабрани модел трпети. Планирана носивост полице је 80 килограма, што значи да сваки од носача треба да има приближну носивост од 20 кг на основу чега се врши прорачун. На слици 33 је приказан изглед четири носача која су оптерећена полицом.



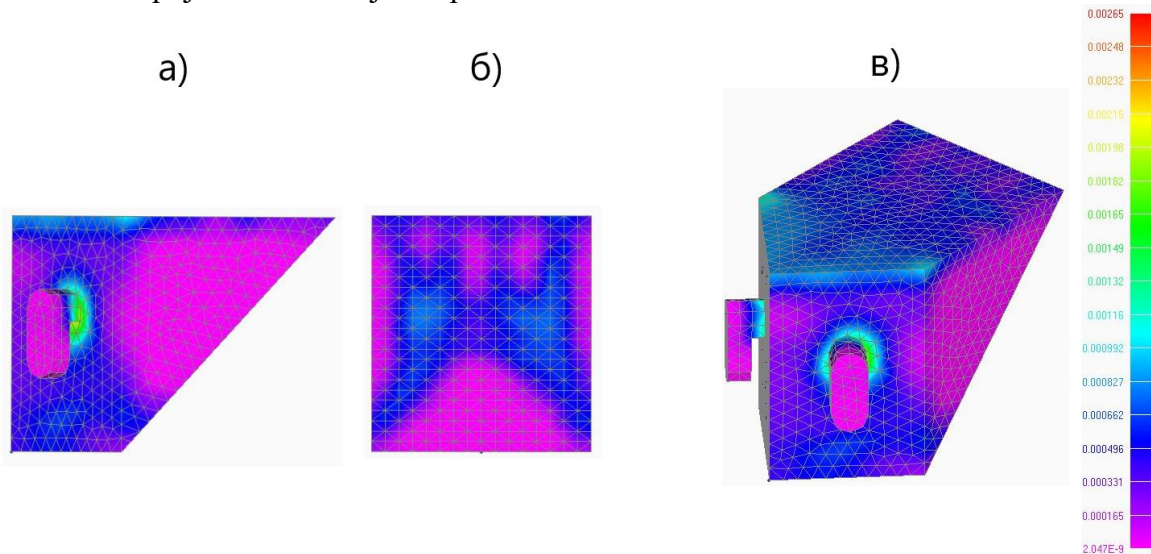
Слика 33. Оптерећење носача

Задавањем оптерећења модел је у потпуности дефинисан и може се покренути анализа и тополошка оптимизација.

5.6. Тополошка оптимизација

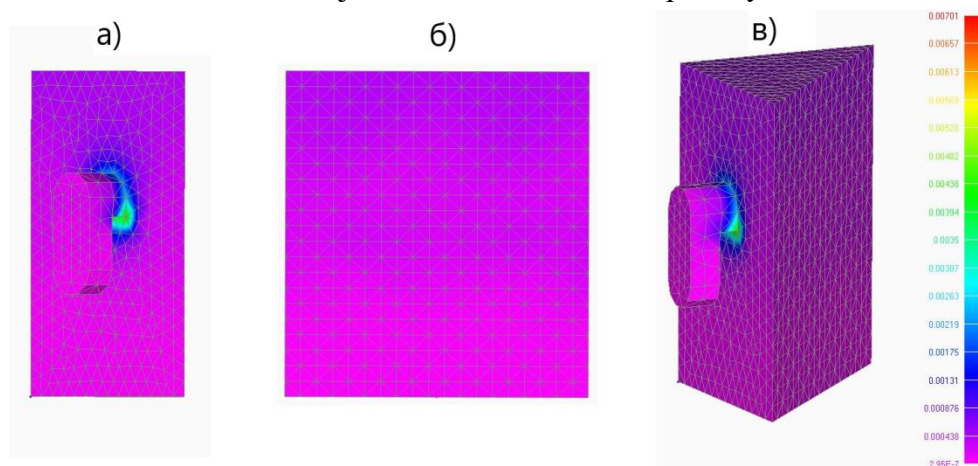
Тополошка оптимизација се заснива на резултатима добијеним анализом методе коначних елемената. На основу вредности добијених анализом врши се тополошка оптимизација према вредностима напона у одговарајућим регионима, односно уклањање материјала где год није потребан. Тиме се смањује маса модела, време израде и самим тим и цена производње.

Резултати анализе методе коначних елемената за носач приказани су на слици 34. Већи део носача је изложен мањем напрезању па ће се тополошком оптимизацијом уклонити материјал где год није потребан.



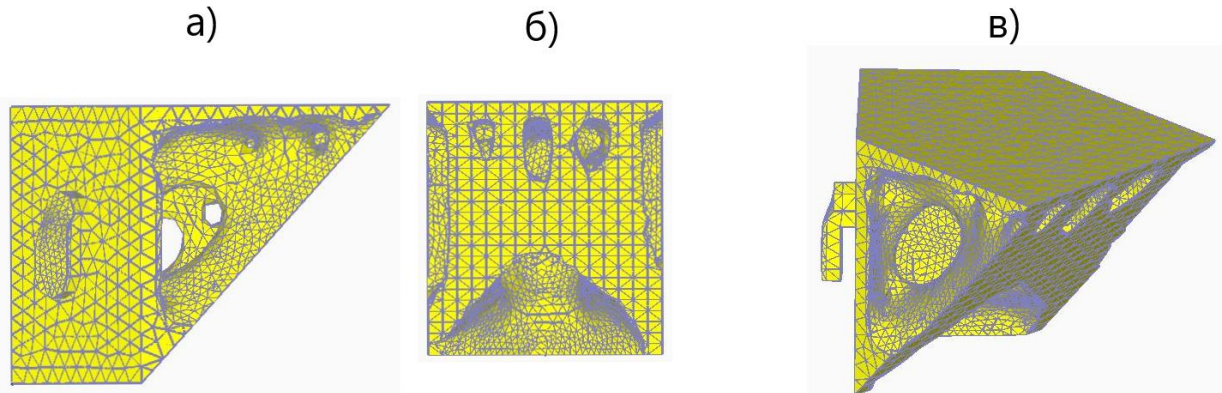
Слика 34. Приказ резултата анализе носача; а) бочни б) фронтални в) изометријски приказ

На слици 35. приказани су резултати анализе за призматични носач. Као што се види на слици, већи део носача није изложен великом напрезању.



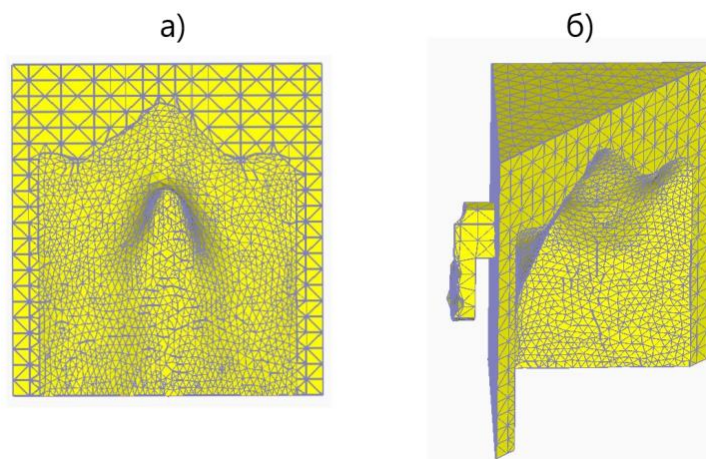
Слика 35. Изометријски приказ резултата анализе призматичног носача

Као што је приказано на сликама 34 и 35, већи део носача трпи мала напрезања. На основу тога, биће извршена тополошка оптимизација и уклањање непотребног материјала ради постизања оптималне геометрије. Тополошком оптимизацијом софтвер је уклонио око 50% од почетне масе оба модела, што је прецизније приказано у табели 9. Тополошки оптимизовани модел носача приказан је на слици 36.



Слика 36. Оптимизован модел троугластог носача; а)бочни приказ б)фронтални приказ в)изометријски приказ

Тополошка оптимизација је извршена и за призматични модел носача. Оптимизована геометрија носача приказана је на слици 37.



Слика 37. Оптимизован модел призматичног носача; а)фронтални приказ в)изометријски приказ

5.7. Интерпетација резултата

Сврха тополошке оптимизације модела је смањивање трошкова израде. Након оптимизације модела добијеног 3Д штампом, добија се модел са смањеном потрошњом материјала и временом израде. Како би се омогућило поређење времена израде модела и утрошак материјала, поступком 3Д штампе израђени су модели носача рафа пре и после оптимизације.

Оба модела добијена су 3Д штампом, користећи ФДМ штампач. За потребе 3Д штампе коришћен је штампач Wanhao Duplicator I3. Како би се изоловао утицај штампе, сви параметри штампе су исти за оба модела и приказани су у табели 8.

Табела 8. Параметри штампе

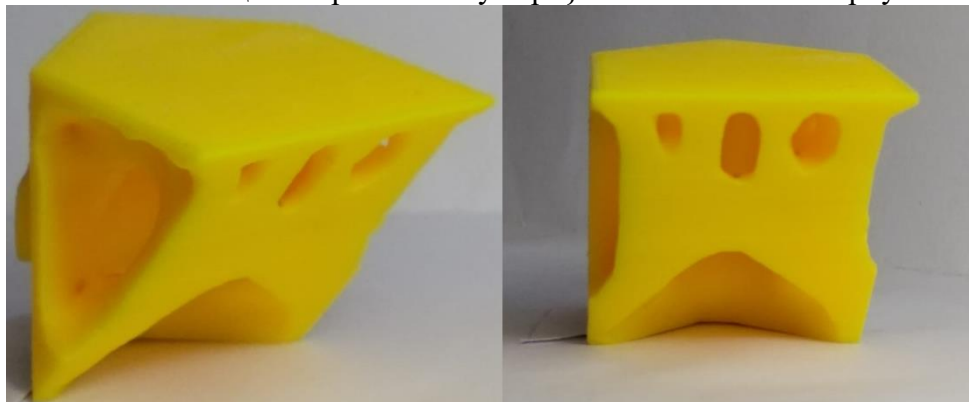
Параметар	Вредност
Висина слоја [mm]	0.1
Језгро [%]	100
Брзина штампања [mm/s]	50
Температура радне плоче [°C]	50

Након штампе утвршено је време, као и материјал потребан за израду модела без оптимизације и оптимизованог модела. У табели 9 су упоредно приказани претходно наведени подаци.

Табела 9. Резултати оптимизације

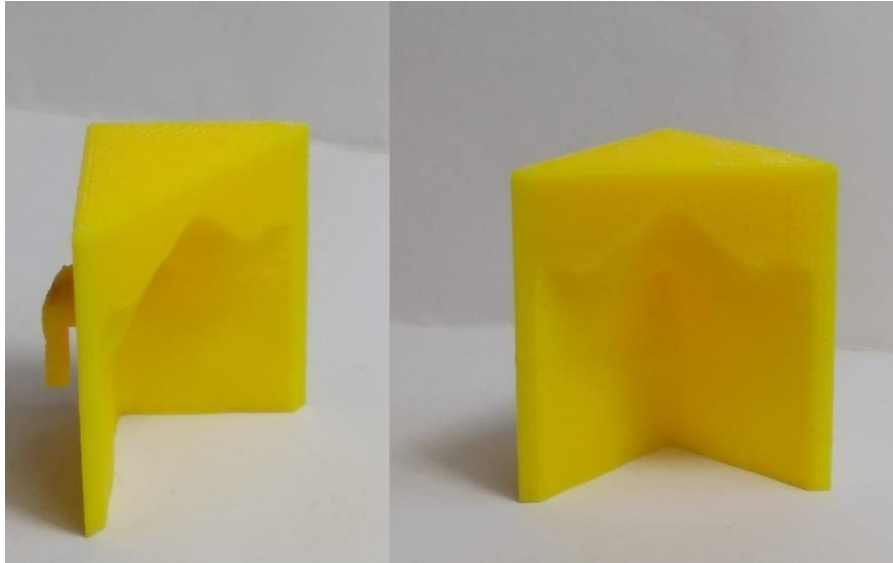
Параметар	Неоптимизован модел		Оптимизован модел	
	Троугласти носач	Призматични носач	Троугласти носач	Призматични носач
Време израде [min]	185	84	140	57
Утрошен материјал [mm]	7360	2650	4010	1570
Маса модела [g]	21.30	7,73	11,64	4.53

Треба напоменути да су модели скалирани на 60% у односу на своју праву величину, и да тиме није нарушена тачност резултата. Утврђено је да се оптимизацијом троугластог носача смањује време штампе за приближно 24% у односу на неоптимизовани носач. Такође, као резултат оптимизације потрошња материјала и маса модела се смањила за приближно 45%. На слици 38 приказани су израђени оптимизовани троугласти носачи.



Слика 38. Оптимизовани носач добијен ФДМ штампом

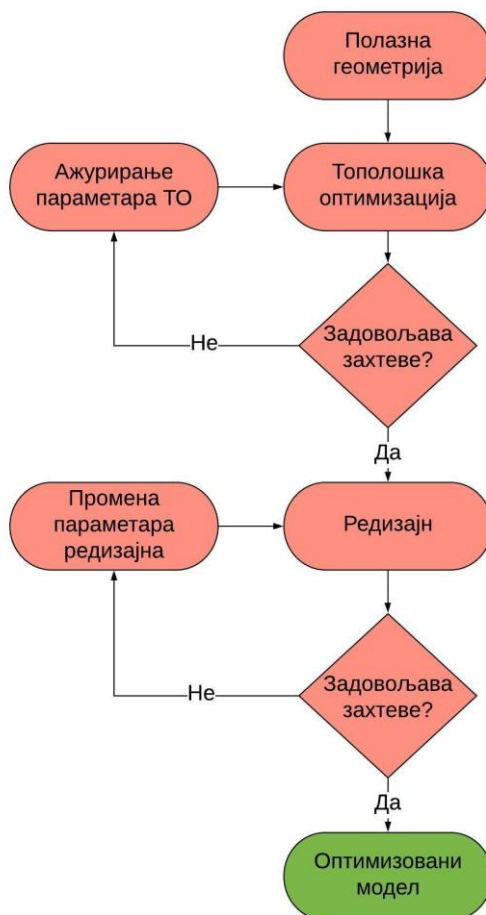
Приликом утврђивања резултата оптимизације призматичног модела, утврђено је да је време штампе оптимизованог модела за 32% мања од неоптимизованог призматичног модела носача. Оптимизацијом се потрошња материјала и маса модела смањила за 40% у односу неоптимизовани модел. Оптимизовани призматични носач израђен на ФДМ штампачу приказан је на слици 39.



Слика 39. Оптимизовани призматични носач добијен ФДМ штампом

5.8. Редизајн модела

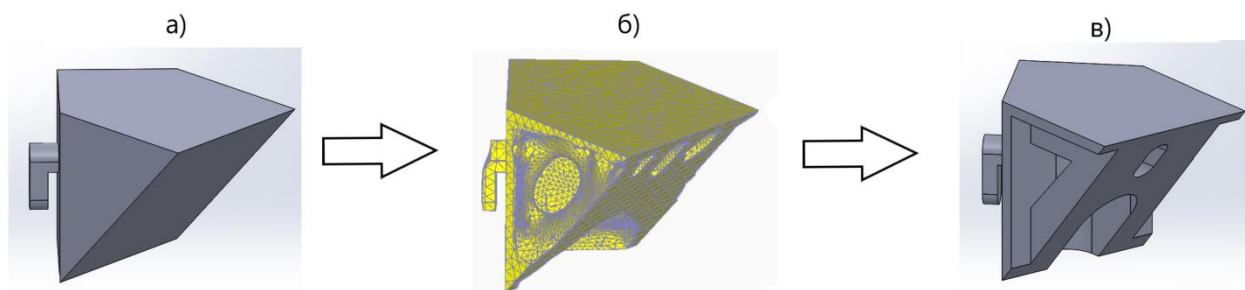
Тополошком оптимизацијом се најчешће добијају делови неправилне геометрије, па се на основу оптимизоване геометрије врши редизајн модела. Сврха редизајна је повећање производљивости. Редизајн модела се врши узимајући у обзир начин производње којим ће се касније производити тај модел, уз задржавање одговарајућих перформанси израђеног дела. Процес оптимизације модела приказан је на слици 40.



Слика 40. Процес оптимизације модела [14]

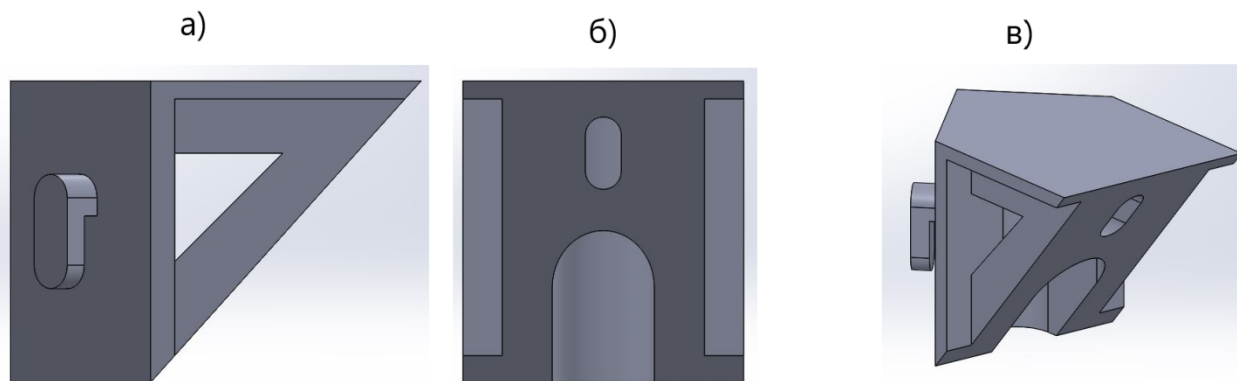
Као што је приказано на слици 40 први корак оптимизације модела јесте дефинисање полазне геометрије модела, која ће се оптимизовати. Следећи корак је тополошка оптимизација, односно дефинисање параметара оптимизације (гранични услови, оптерећења и сл). Како се модел тополошки оптимизује на основу поменутих параметара, уколико резултати оптимизације нису испуњени, врши се ажурирање тих параметара и поновно покретање оптимизације. Када се тополошком оптимизацијом добије модел који испуњава задате захтеве, приступа се редизајну модела на основу резултата тополошке оптимизације. Редизајнирани модел анализиран је методом коначних елемената, како би се утврдило да ли може да издржи задата оптерећења и услове експлоатације. Уколико редизајнирани модел испуњава све захтеве верификује се оптимизовани модел.

Процес оптимизације носача приказан је на слици 41. Процес оптимизације је започиње коришћењем основног дизајна носача. Основна геометрија је служила као полаз за тополошку оптимизацију, којом је добијен оптимизовани модел. Добијени модел има доста неправилних површина па је (алгоритам приказан на слици 40) било неопходно извршити редизајн модела ради потенцијалне израде.

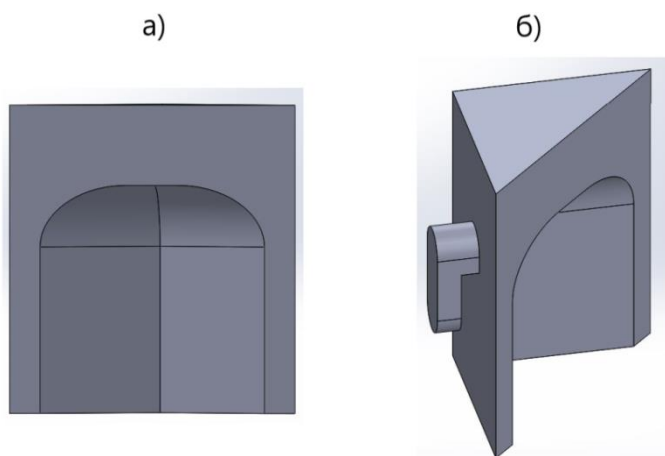


Слика 41. Процес оптимизације конкретног модела; а)основна геометрија
б)оптимизовани модел в)редизајнирани модел

Редизајн модела који су добијени тополошком оптимизацијом (поглавље 5.6) приказани су на сликама 42 и 43.

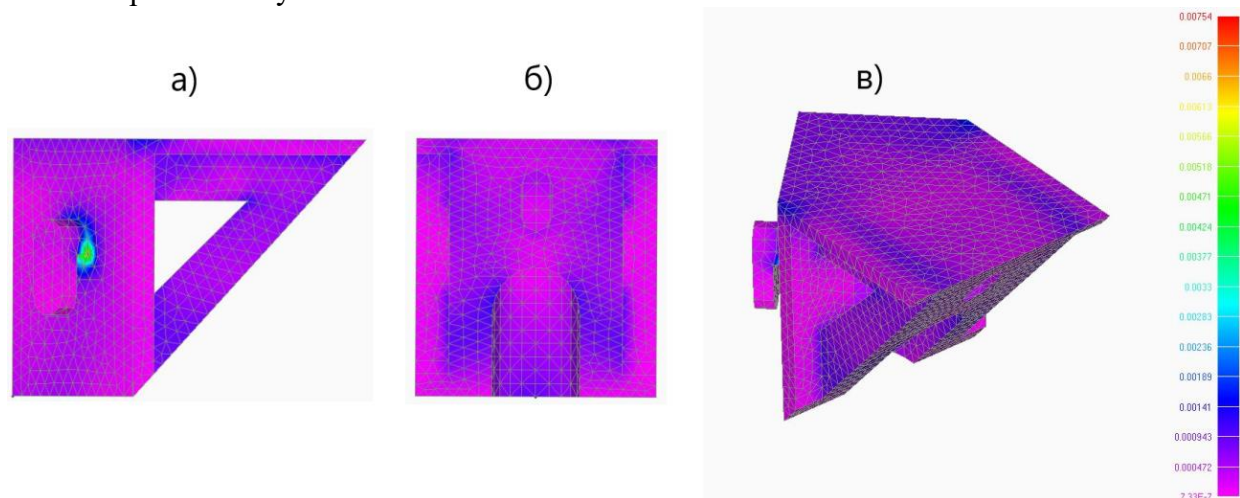


Слика 42. Редизајнирани модел носача; а)бочни приказ б)фронтални приказ
в)изометријски приказ

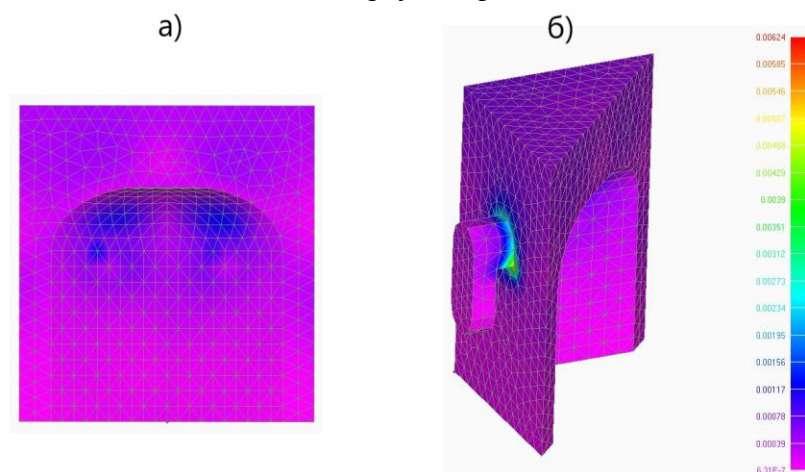


Слика 43. Оптимизован модел призматичног носача; а)фронтални приказ
б)изометријски приказ

Поступак анализе поновљен је и на редизајнираним деловима уз употребу истог оптерећења и граничних услова. Поступак је поновљен како би се утврдило да ли модели задовољавају задате услове оптерећења у условима коришћења. Резултати еластичне анализе приказани су на сликама 44 и 45.



Слика 44. Приказ резултата анализе редизајнираног носача; а)бочни б)фронтални в) изометријски приказ



Слика 45. Приказ резултата анализе призматичног редизајнираног носача; а)бочни б)фронтални в)изометријски приказ

Нови модели носача су израђени 3Д штампом, на ФДМ штампачу. Штампач који је коришћен за потребе израде модела је Wanhao Duplicator i3. Након израде редизајнираних модела, извршено је упоређивање времена израде, масе носача и потрошеног материјала (табела 10).

Табела 10. Упоредни резултати неоптимизованог, оптимизованог и редизајнираног модела

Параметар	Неоптимизован модел		Оптимизован модел		Редизајнирани модел	
	Троугласти носач	Призматичн и носач	Троугласти носач	Призматичн и носач	Троугласти носач	Призматични носач
Време израде [min]	185	84	140	57	140	62
Утрошен материјал [mm]	7360	2650	4010	1570	4420	1600
Маса модела [g]	21.30	7,73	11,64	4.53	12,5	5

Као што се види у табели 10, време израде редизајнираних модела и утрошак материјала се незнатно повећао у односу на моделе добијене тополошком оптимизацијом. Време израде редизајнираног модела у односу на време потребно за израду неоптимизованог носача смањило се за 24%, односно за 26% за израду призматичног носача. Потрошња материјала се смањила за 40% за оба модела. Поред скраћеног времена израде, добијени су модели са правилнијом геометријом који су погодни за серијску производњу.

Закључак

Адитивна производња је једна од најважнијих технологија четврте индустријске револуције. Иако је технологија патентирана 1984. године (Стереолитографија), адитивна производња је достигла врхунац ове деценије. Захваљујући напретку у технологији и новим решењима, 3Д штампање је постало доста јефтиније и приступачније. Као резултат тога 3Д штампање је почело да се користи за производњу готових делова, спремних за употребу одмах након израде.

Како би се модели оптимизовали потребно је разумети утицај основних параметара 3Д штампе на механичке карактеристике модела. Кроз овај рад експериментално су одређени утицаји тих параметара. Најважнији и најутицајнији параметар је свакако правац штампе. Добро је познато да се делови добијени 3Д штампом понашају анизотропно. То је резултат самог поступка 3Д штампе. Ако узмемо за пример ФДМ штампу, где се модел израђује екструдирањем топљене пластике кроз дизну, слој по слој, добијени модел има најбоље механичке карактеристике уколико је оса оптерећења паралерна са осом слојева. У том случају оптерећењу се супротстављају влакна која имају механичке карактеристике полазног материјала. Уколико се модел оптерећује у оси нормалној на осу слојева, оптерећењу ће се супротстављати само веза између два слоја. Оптимизацијом брзине штампе, величине отвора дизне и висине слоја се знатно могу смањити трошкови израде и добити делови бољих механичких карактеристика. Приликом оптимизације ових параметара треба се водити односом цена-квалитет ради постизања најбољих резултата.

Поред оптимизације параметара штампе, разматрана је и оптимизација саме геометрије модела. Таква оптимизација се назива тополошком оптимизацијом. Овај вид оптимизације је нашао највећу примену код адитивне производње. Како се адитивном производњом се могу израђивати делови веома сложене геометрије ограничења при тополошкој оптимизацији су минимална. Овај вид оптимизације може у великом проценту смањити утрошак материјала и време израде модела, јер приликом се редизајна модела одстрањује материјал на местима где није потребан према одабраном критеријуму оптимизације (маса, механичка својства и сл). Треба напоменути да се смањењем времена израде модела не нарушава прецизност и квалитет израде. Како је у раду и показано при редизајну модела на основу прорачуна методом коначних елемената и тополошке оптимизације добијају се делови чији су време израде и утрошак материјала знатно умањени без нарушавања механичких карактеристика и функционалности коначног решења.

Данас се тежи развоју технологија које смањују израженост анизотропије код модела добијених адитивном производњом. То би омогућило израду делова са бољим механичким карактеристикама и њихову ширу примену.

Литература

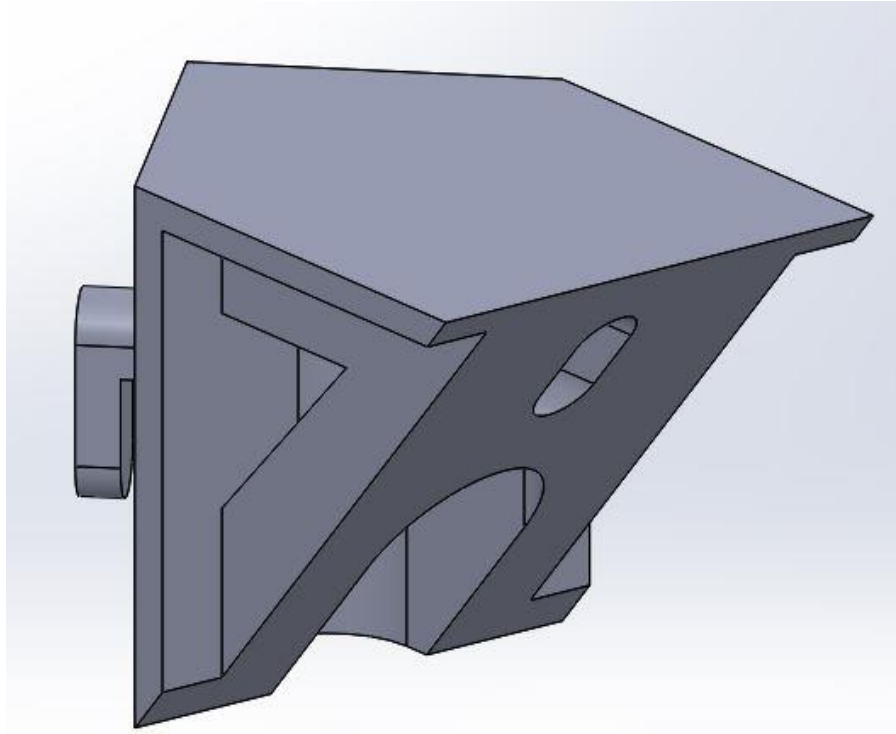
- [1] Nannan Guo, Ming C. Leu, Additive manufacturing: technology, applications and research needs
- [2] Alberto Cattenone, Ferdinando Auricchio, Simone Morganti, Analysis and Simulation of Additive manufacturing processes
- [3] https://www.researchgate.net/figure/Schematic-diagram-of-SLA-3D-printing-technology-Adapted-and-reprinted-from-Stansbury_fig1_330118219
- [4] https://www.researchgate.net/figure/Basic-principle-of-multi-jet-printing-method-UV-ultraviolet_fig4_297605485
- [5] <https://www.intechopen.com/books/3d-printing/3d-printing-of-scaffolds-for-tissue-engineering>
- [6] https://www.researchgate.net/figure/a-Schematic-of-stereolithography-Reproduced-with-permission-23-Copyright-2012_fig1_316654361
- [7] <https://www.additive.blog/knowledge-base/3d-printers/laser-sintering-melting-sls-slm-dmls-dmp-ebm-shs/>
- [8] <https://www.manufacturingguide.com/en/laminated-object-manufacturing-lom>
- [9] Tanner David Harpool, Observing the effects of infill shapes on the tensile characteristics of 3D printed plastic parts
- [10] Vukašin Slavković, Nenad Grujović, Aleksandar Dišić, Andreja Radovanović, Influence of annealing and printing directions on mechanical properties of PLA shape memory polymer produced by fused deposition modeling
- [11] Konstantinos Salonitis, Saeed Al Zarban, Redesign Optimization for Manufacturing Using Additive Layer Techniques
- [12] Historijski razvoj, principi i primjena metoda konačnih elemenata
- [13] Милош Којић, Радеован Славковић, Мирослав Живковић, Ненад Грујовић, Метод Коначних Елемената 1
- [14] ROBIN LARSSON, Methodology for Topology and Shape Optimization: Application to a Rear Lower Control Arm

Прилог 1

Реална студија случаја

Експериментално испитивање носача

Циљ експерименталног испитивања носача је потврђивање резултата добијених методом коначних елемената у FEMAP софтверу. Предмет испитивања је редизајнирани модел носача приказан на слици 1.



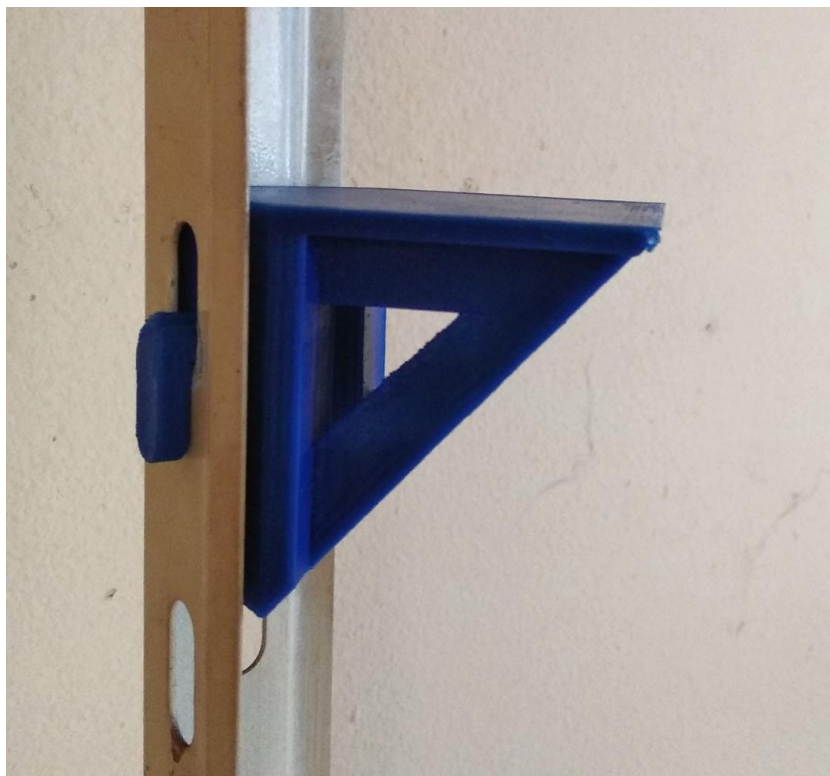
Слика 1. Испитивани модел носача

Испитивани модел носача израшен је 3Д штампом, на ФДМ штампачу. Време израде једног носача је 140 мин. Параметри штампе приказани су у табели 1.

Табела 1. Параметри штампе

Параметар	Вредност
Језгро [%]	100
Дебљина зида [mm]	2
Брзина штампања [mm/s]	100
Температура радне плоче [°C]	55

Након израде модела, носачи су монтирани на стубове рафа. Носачи су дизајнирани тако да се зуби носача ослањају на отворе на стубу рафа. На слици 2 је приказан монтирани носач.



Слика 2. Монтирани носач

Модел носача приказан на слици 2 је оптерећен и анализиран у Femapi силом од 200N. Полица рафа се ослања на четири носача, што значи да је укупно оптерећење којим се полица може оптеретити 800 N. На слици 3. приказана су четири носача на које ће се полица ослањати.



Слика 3. Монтирани носачи

Након монтирања сва четири носача, постављена је полица, која належа на носеће површине носача. На слици 4. су приказана 2 носача на која належа плоча полице.



Слика 4. Носачи са полицом

Након монтирања, извршено је оптерећење полице. Потребно је утврдити да ли полица може да издржи оптерећење од 800N. За потребе овог експеримента, полица је оптерећена са кантама напуњеним водом. Коришћене су 4 канте укупне запремине 80 литара. Како је густина воде 1 kg/l, укупна маса воде је 80kg. Према другом Њутновом закону, формула за израчунавање силе којом напуњене канте делују на полицу је:

$$F = m * g$$

где је F- сила

m-маса воде

g- убрзање Земљ. теже

Када се унесу конкретне вредности у претходну једначину, маса воде-80kg и убрзање 3. теже 9.81 m/s², утврђује се да је полица оптерећена са приближно 800N.

На слици 5. је приказана оптерећена полица.



Слика 5. Полица са оптерећењем

Након експерименталног тестирања носача, утврђено је да четири носача могу издржати задато оптерећење. Тестирања су извршена на собној температури, па утицај температуре није испољен. Приликом тестирања, носачи су издржали задато оптерећење без појаве деформација или лома.

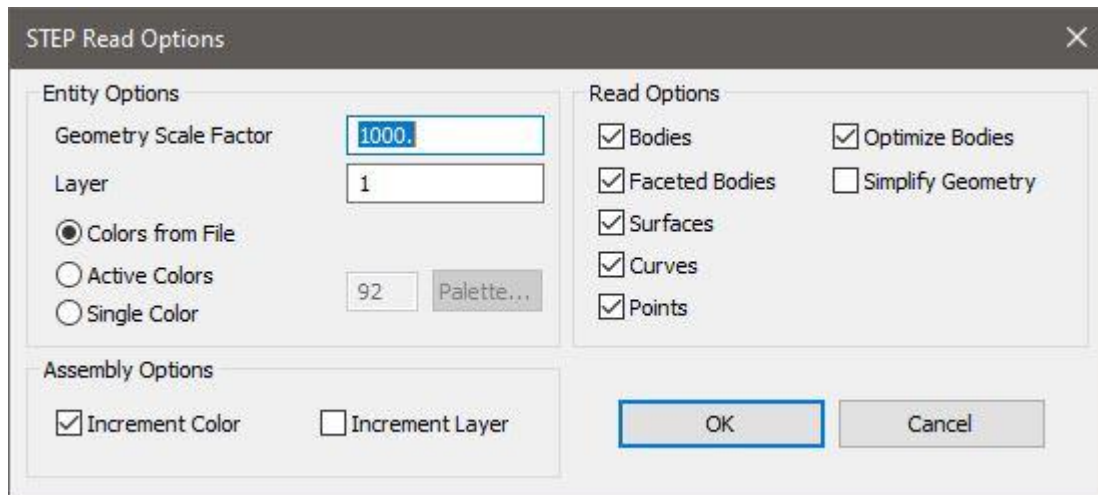
Прилог 2

Тополошка оптимизација 3Д штампаних делова

1. ИМПОРТОВАЊЕ CAD МОДЕЛА

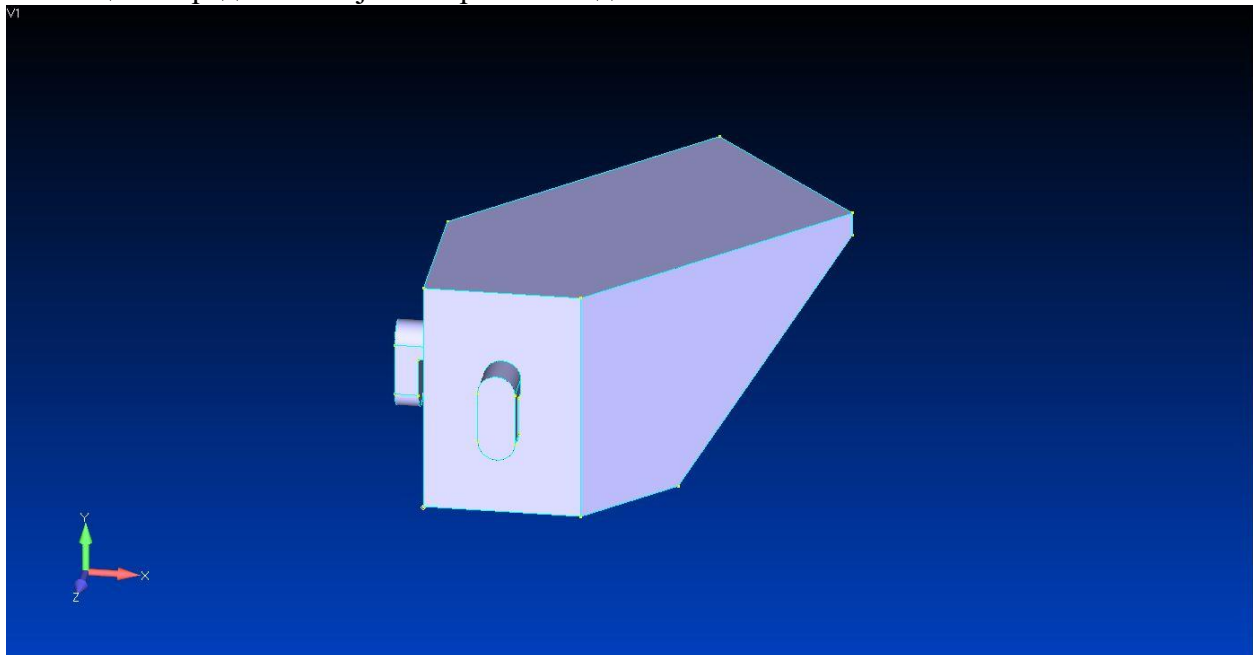
Први корак подразумева импортовање неоптимизованог (полазног) модела у FEMAP софтверско решење.

Модел је дизајниран у SOLIDWORKS CAD пакету. Модел се импортује у .step формату. Приликом импортовања треба унети вредност фактора скалирања, и то 1000 (Geometry Scale Factor)(Слика 1). Тако су изабране основне јединице (mm, kg, kN, GPa, s).



Слика 1. Уношење података приликом импортовања

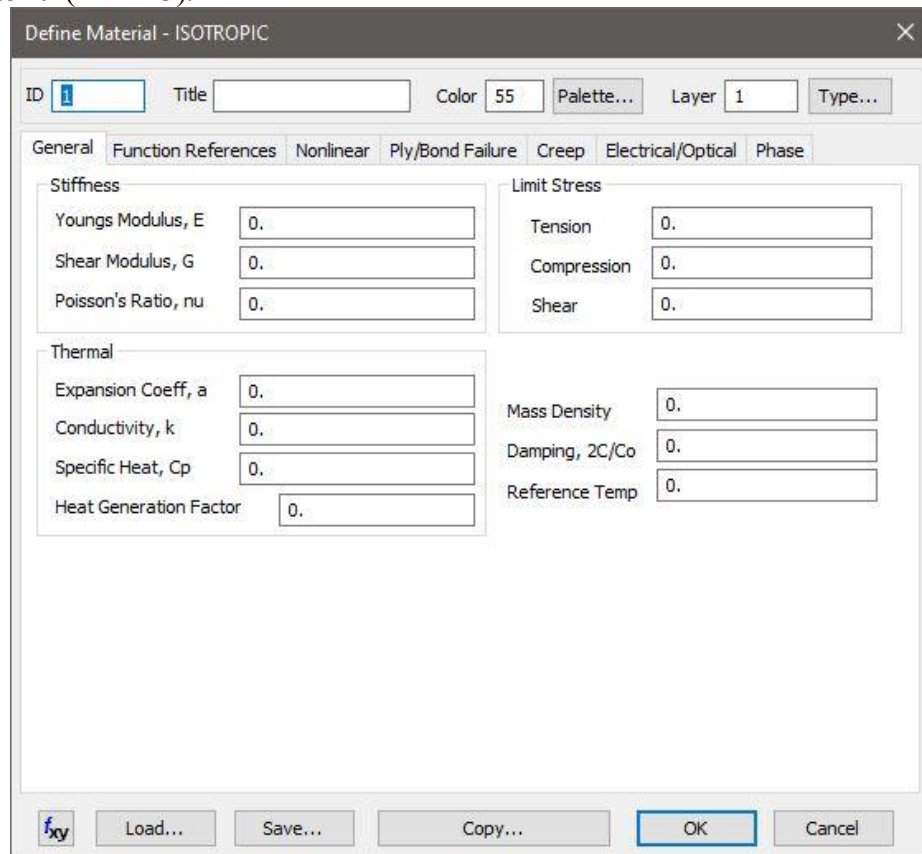
На слици 2. Представљен је импортован модел.



Слика 2. Импортован модел

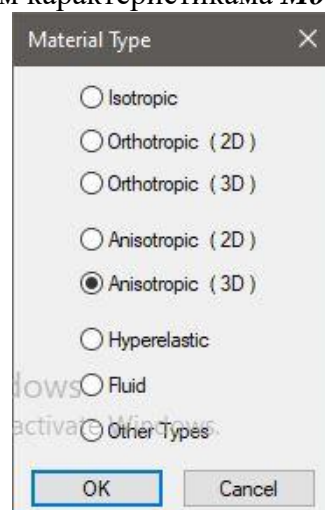
2. ЗАДАВАЊЕ МАТЕРИЈАЛА

За унети модел потребно је задати материјал. Материјал се задаје преко **Model>Material**(слика 3).



Слика 3. Дефинисање материјала

С обзиром да се ради тополошка оптимизација 3Д штампаног дела, потребно је задати материјал са анизотропним карактеристикама **Model>Material>Type** (слика 4).



Слика 4. Одабир ортотропије

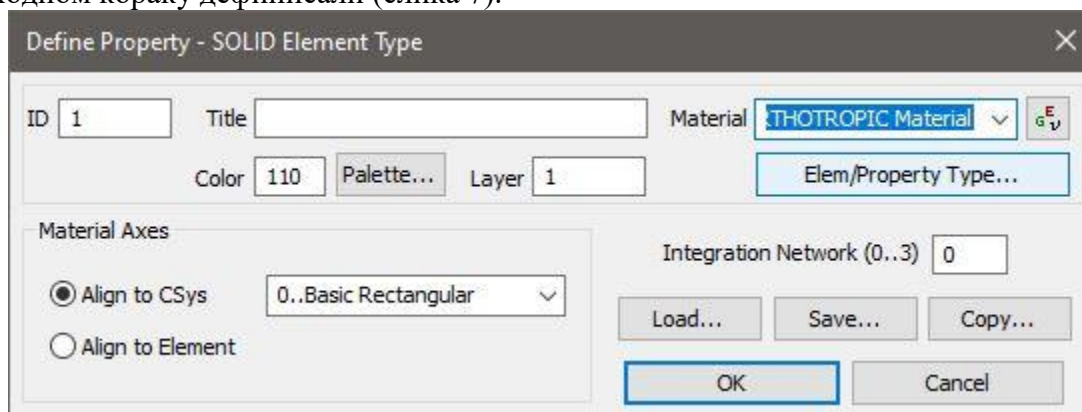
Након одабира анизотропије морамо да унесемо вредности модула еластичности, модула смицања и Поасоновог коефицијента за сва три правца. Прозор са унетим вредностима приказан је на слици 5.

Слика 5. Задавање карактеристика материјала

Након задавања материјала, потребно је дефинисати својство елемента, **Model>Property**. Треба изабрати опцију **Elem/Property Type**, и изабрати опцију **Solid**. (слика 6).

Слика 6. Одабир својства елемента

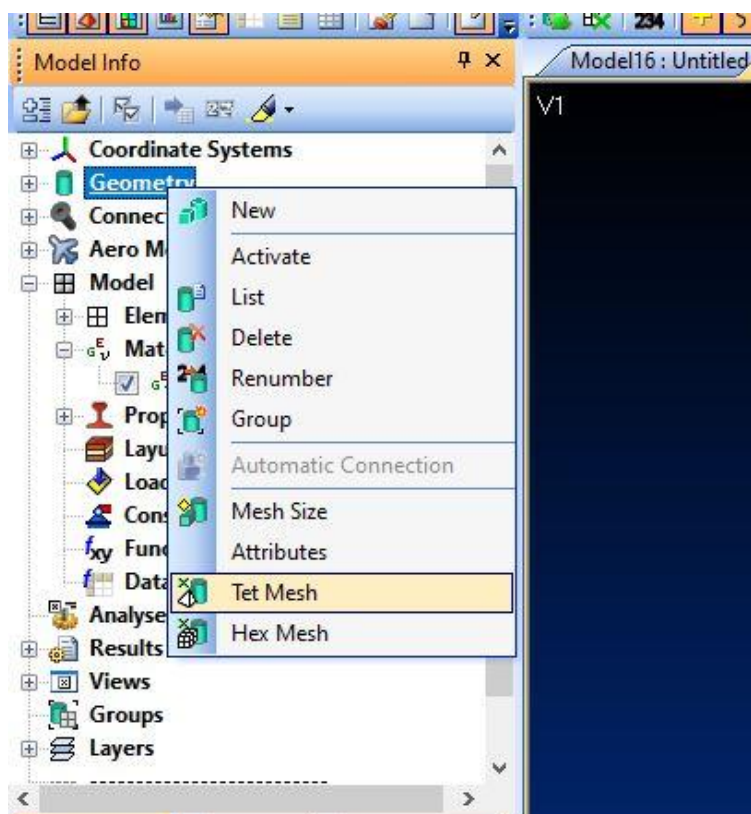
Након одабира својства елемента потребно је изабрати материјал који смо у претходном кораку дефинисали (слика 7).



Слика 7. Дефинисање својства елемента

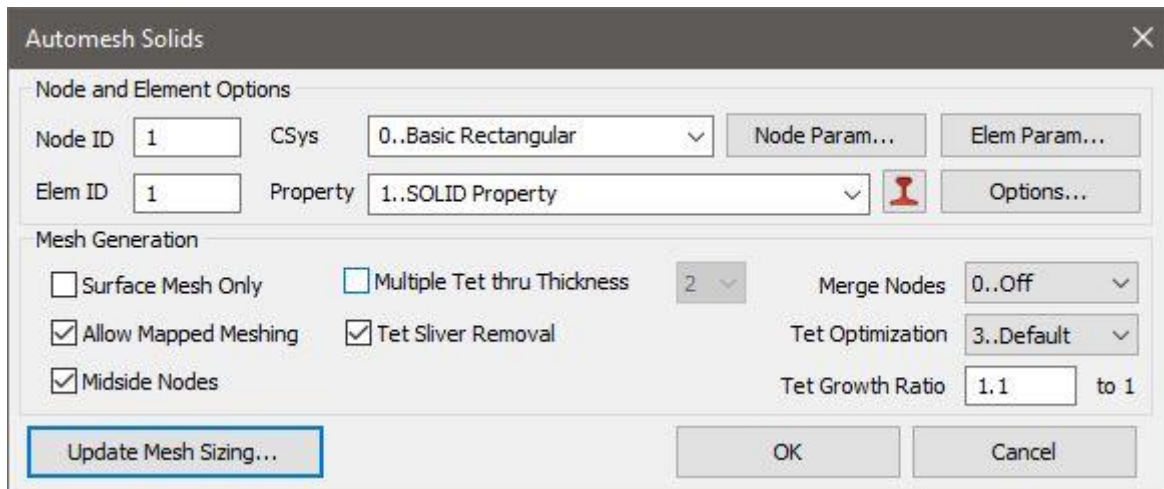
3. ДЕФИНИСАЊЕ КОНАЧНИХ ЕЛЕМЕНАТА

Дефинисање коначних елемената подразумева генерисање мреже (енгл. Mesh). Мрежа се задаје преко **Geometry>Tet Mesh** (слика 8).



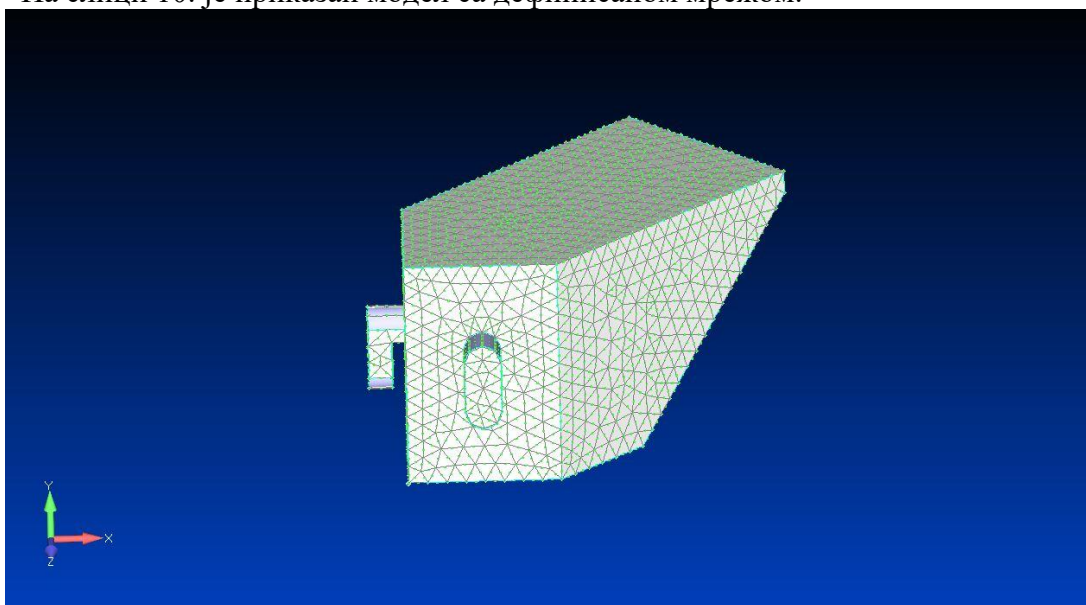
Слика 8. Дефинисање мреже

Након одабира опције **Tet Mesh** отвара се прозор у којем се уносе основни подаци о мрежи, где је главни податак величина коначног елемента. У пољима прозора остају подаци које је генерисао програм (слика 9).



Слика 9. Генерисање мреже

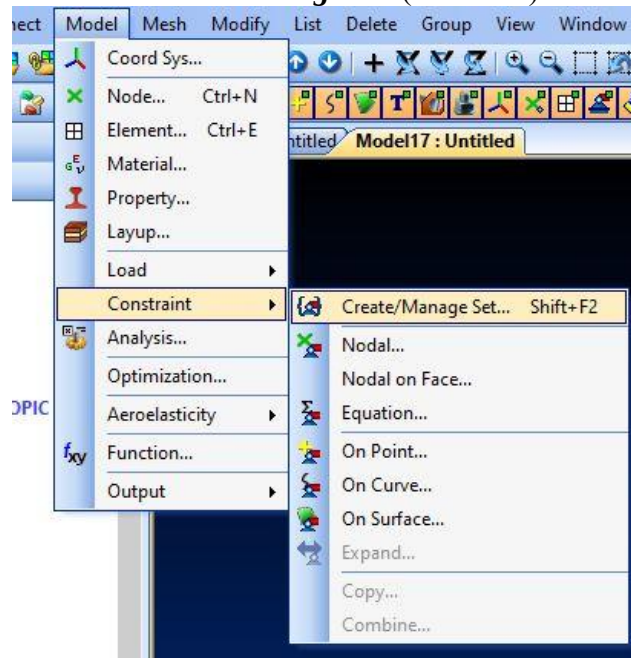
На слици 10. је приказан модел са дефинисаном мрежом.



Слика 10. Генерисана мрежа модела

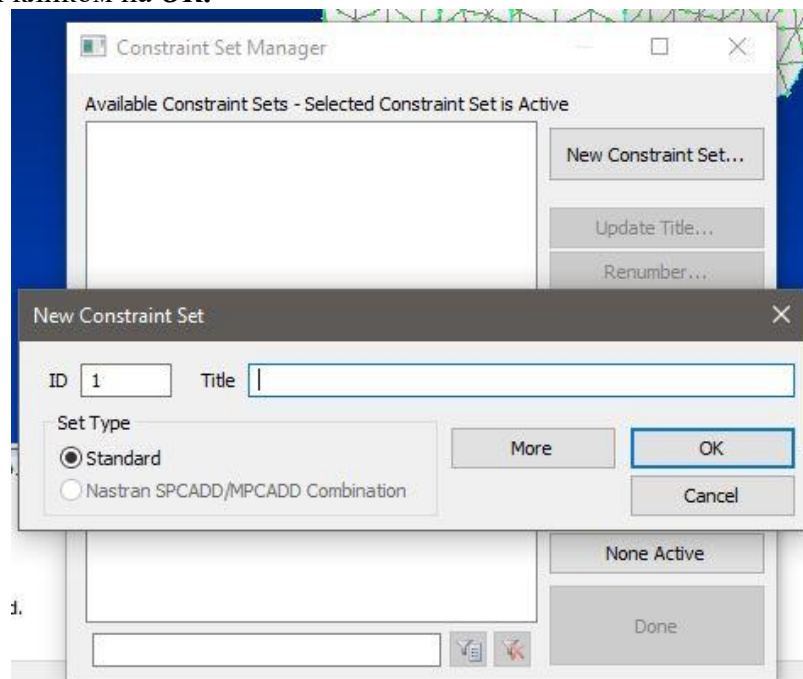
4. ЗАДАВАЊЕ ОГРАНИЧЕЊА

Након генерисања мреже, потребно је да се задају ограничења. Ограничења се задају преко **Model>Constraint>Create/Manage Set** (слика 11).



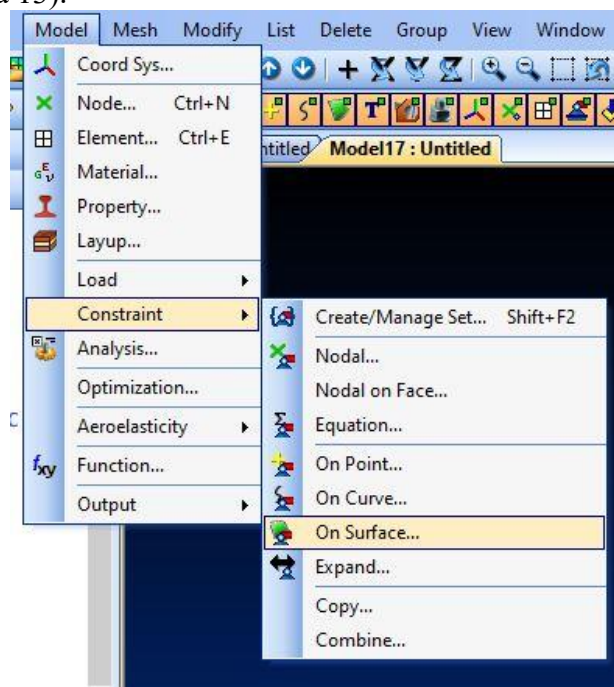
Слика 11. Креирање новог сета ограничења

На слици 12. приказан је прозор за креирање новог сета ограничења. Потребно је само потврдити кликом на **ОК**.



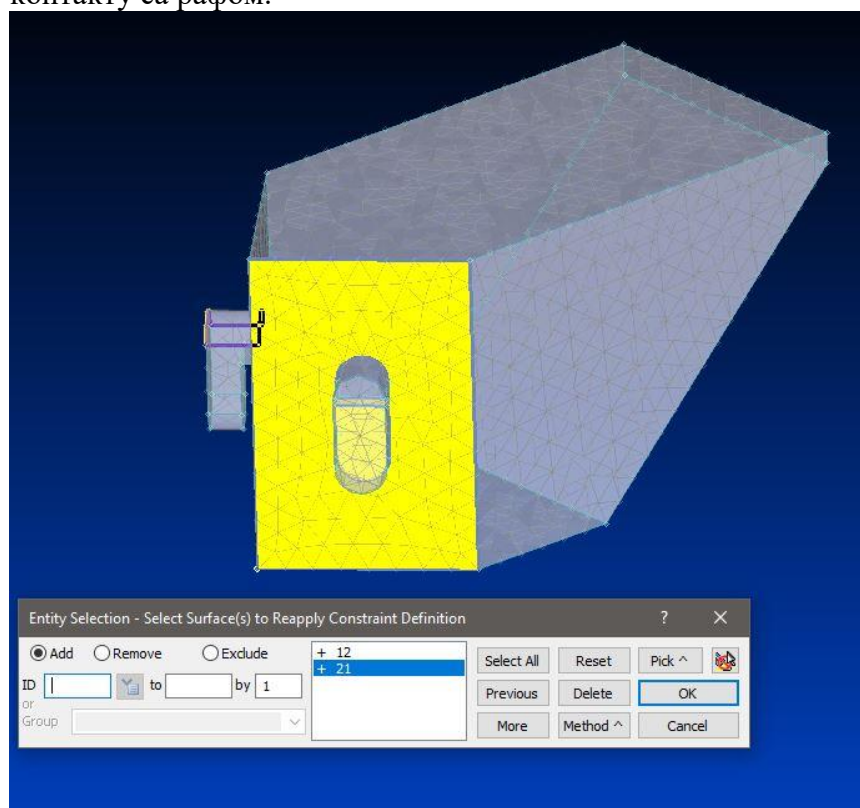
Слика 12. Прозор за креирање новог сета ограничења

Након креирања сета ограничења, задају се ограничења на контактне површине носача са рафом (слика 13).



Слика 13. Задавање ограничења на површинама

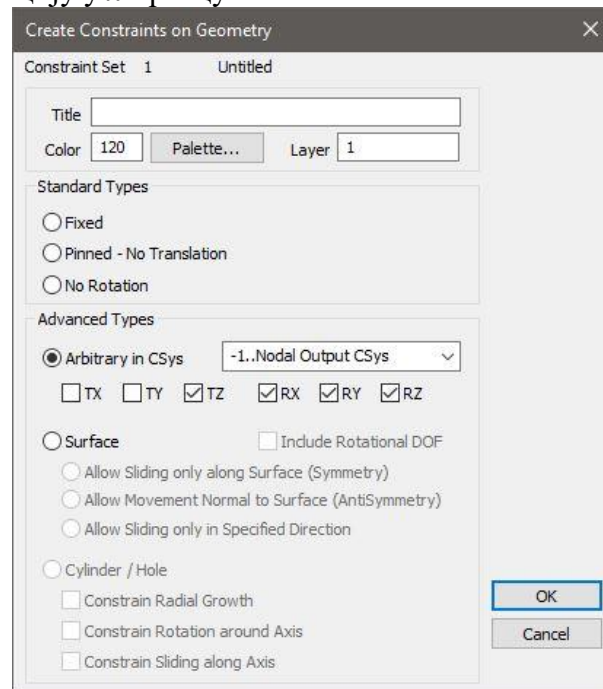
На слици 14. приказане су селектоване површине носача. Изабране су површине које ће бити у контакту са рафом.



Слика 14. Селектоване површине носача

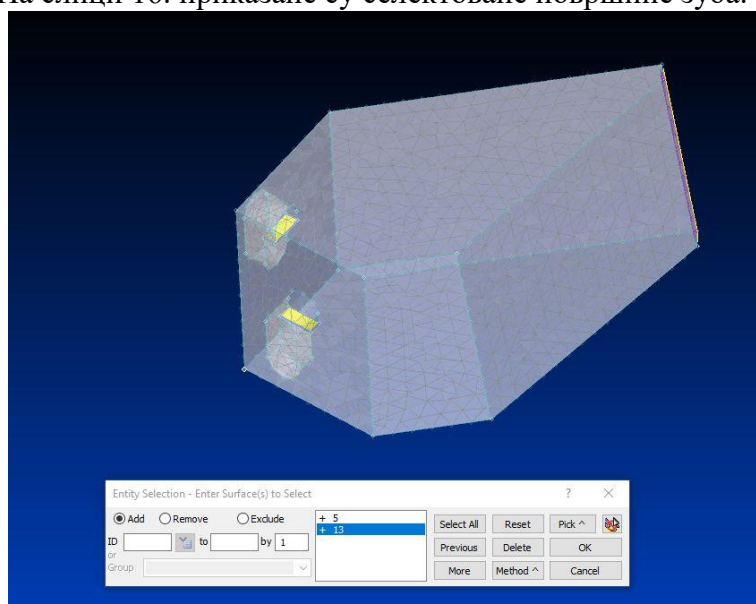
Након одабира површина отвара се прозор за задавање ограничења селектованих површина. За претходно приказане површине потребно је одабрати све три ротације и транслацију у z правцу, јер се услед додира са рафом носач не може кретати у селектованим правцима. На слици 15. приказан је прозор са одабраним ограничењима.

За другу страну носача, за идентичне површине, поновити поступак са задатим ограничењем за транслацију у x правцу.



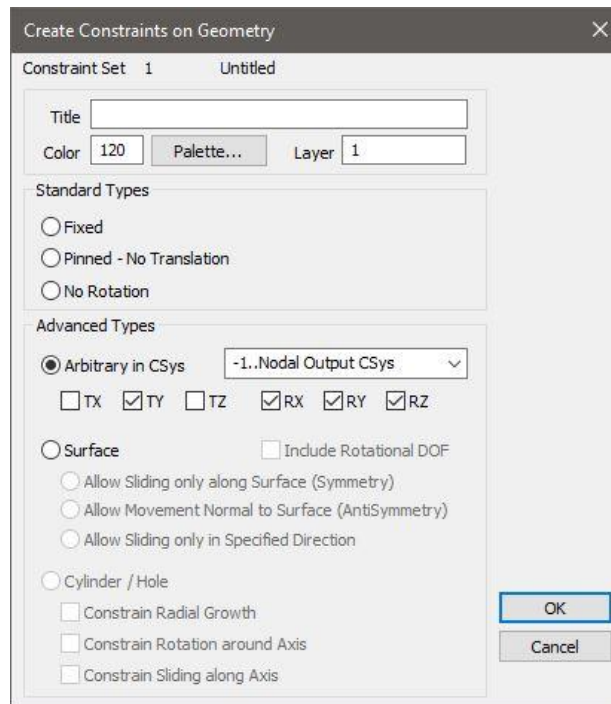
Слика 15. Задата ограничења

Потребно је задати ограничења и на горњим површинама зуба носача јер ће оне налегати на раф. На слици 16. приказане су селектоване површине зуба.



Слика 16. Селектоване површине зуба

Селектоване површине належу на отворе на рафу, па им је translација у у правцу. Задата ограничења приказана су на слици 17.

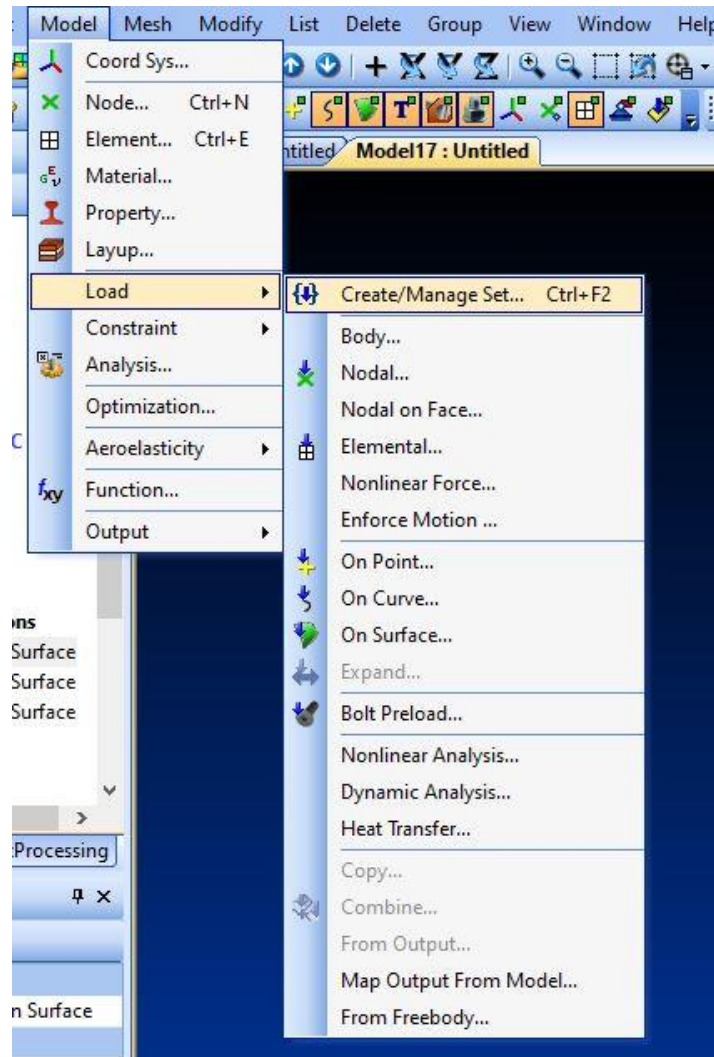


Слика 17. Задата ограничења

5. ЗАДАВАЊЕ ОПТЕРЕЋЕЊА

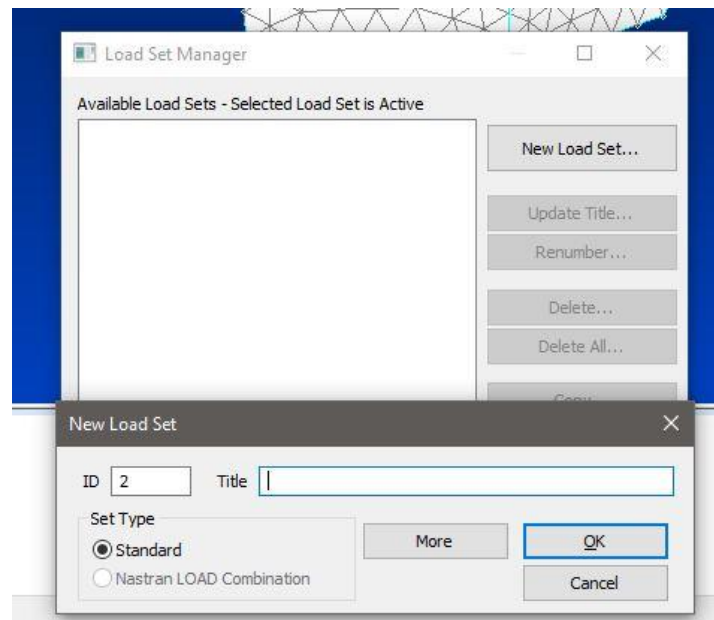
Следећи корак подразумева задавање оптерећења које ће носач да трпи. Претпоставићемо да ће носач бити изложен дејству силе од 200N.

Први корак је креирање сета оптерећења. Оптерећења се задају преко **Model>Load>Create/Manage Set** (слика 18).



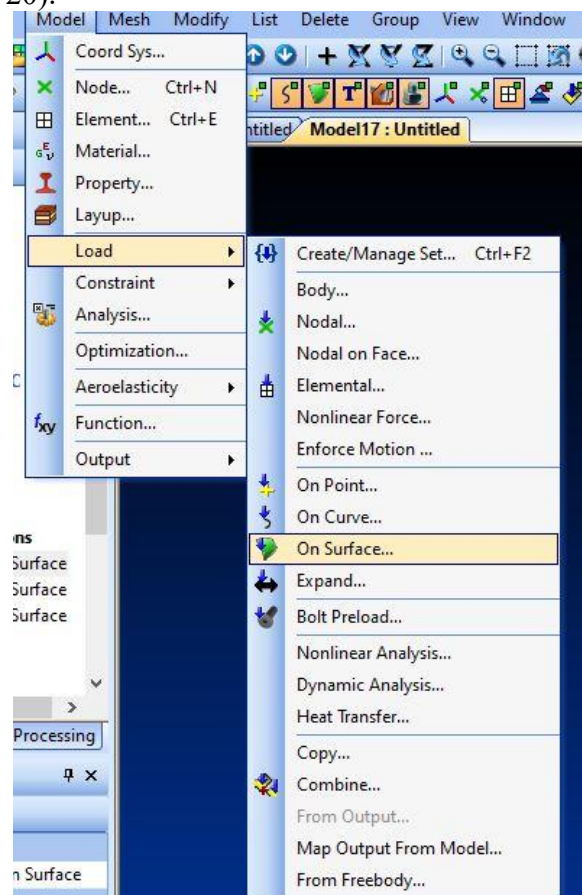
Слика 18. Креирање сета оптерећења

На слици 19. приказан је прозор за креирање новог сета оптерећења. Потребно је само потврдити кликом на **ОК**.



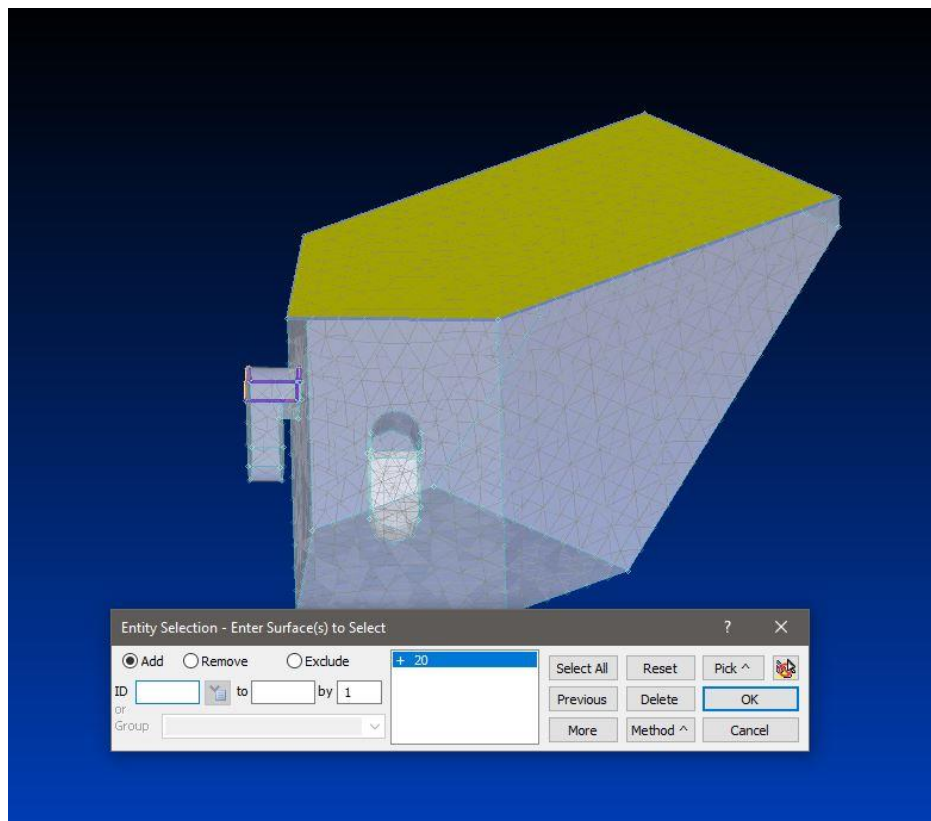
Слика 19. Креирање новог сета ограничења

Након креирања сета оптерећења, задају се оптерећења на контактне површине носача са рафом (слика 20).



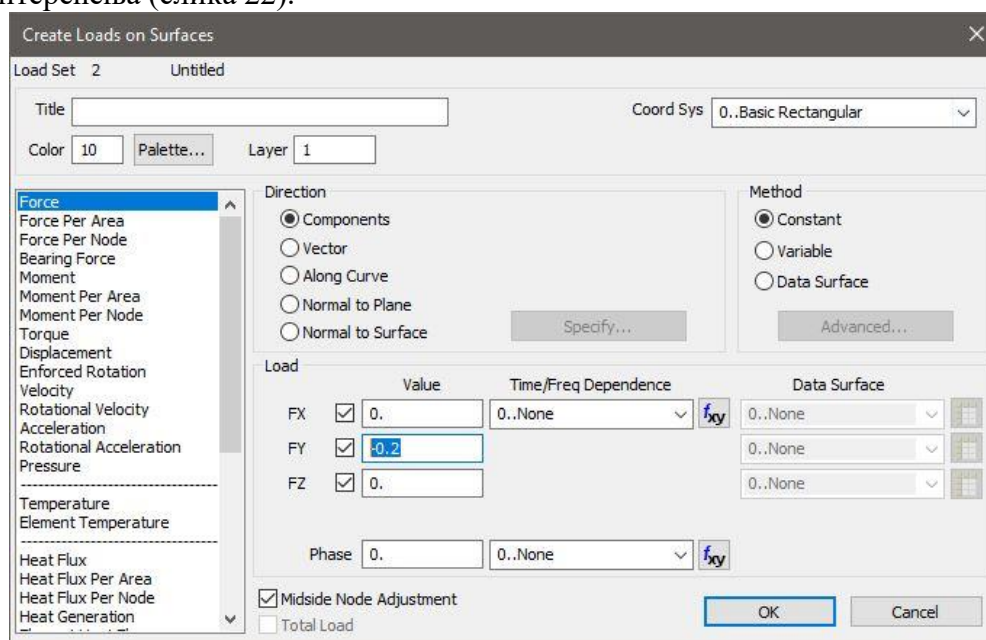
Слика 20. Креирање оптерећења

Потребно је селектовати горњу површину носача, јер ће она трпети оптерећење (слика 21).



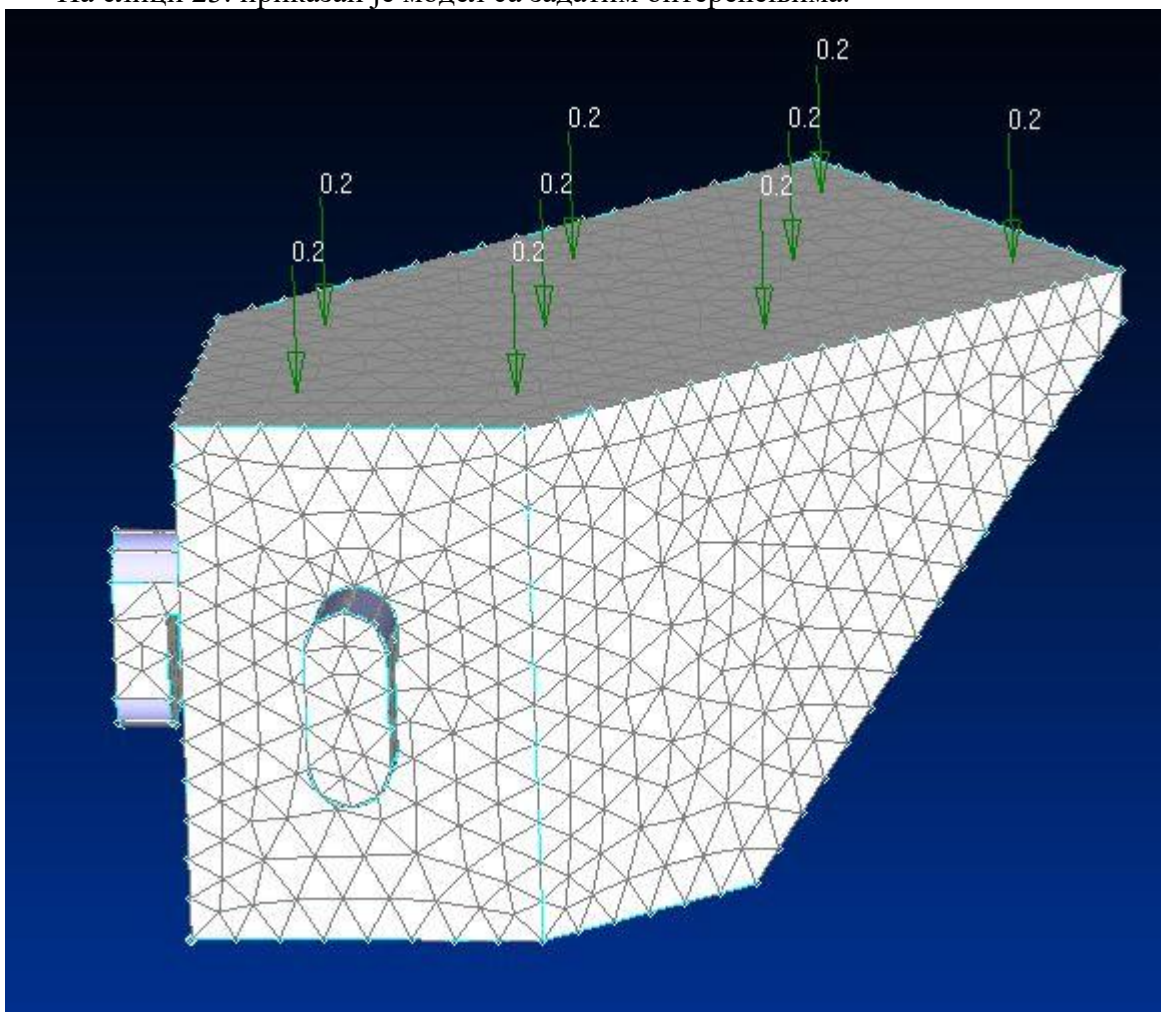
Слика 21. Селектоване површине

Након одабира површина отвара се прозор у којем треба задати врсту, вредност и правац оптерећења (слика 22).



Слика 22. Задата оптерећења

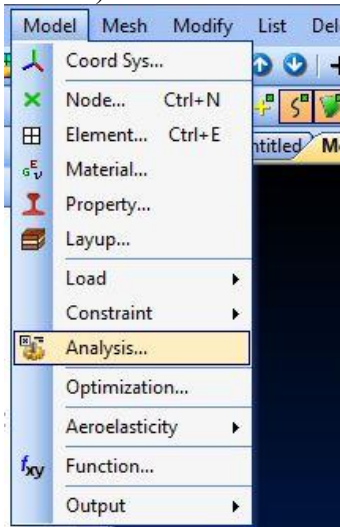
На слици 23. приказан је модел са задатим оптерећењима.



Слика 23. Модел са оптерећењем

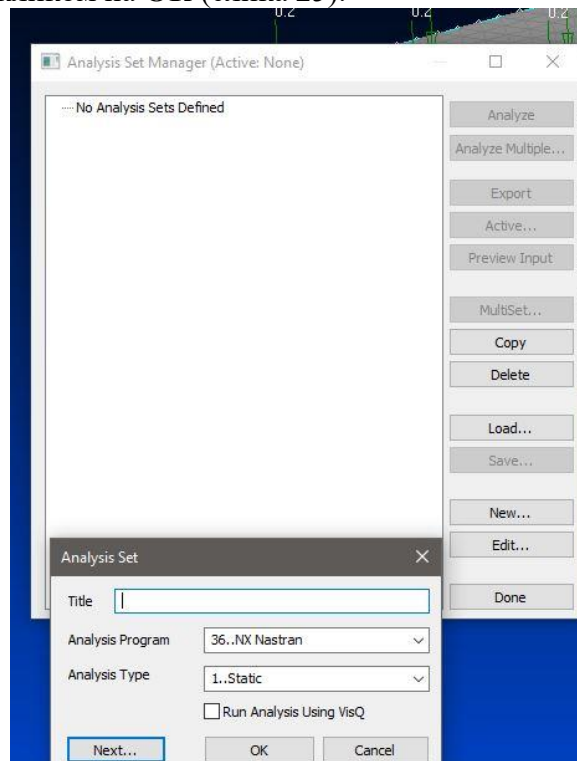
6. АНАЛИЗА

Након задатих ограничења и оптерећења може се извршити анализа. Анализа се покреће преко **Model>Analysis**(слика 24).



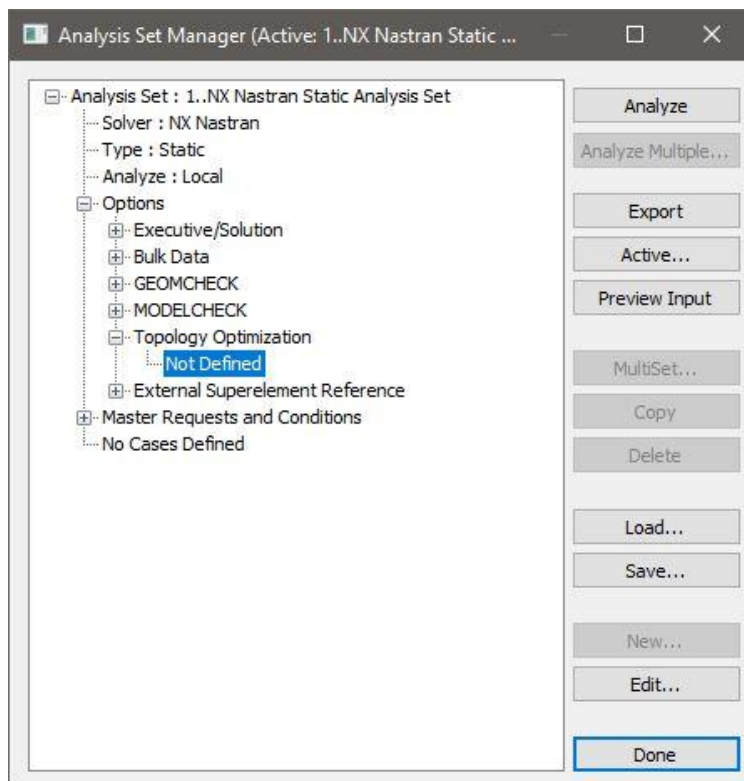
Слика 24. Покретање анализе

Кликом на **Analysis** отвара се прозор за креирање нове анализе. Треба потврдити креирање нове анализе кликом на **OK** (слика 25).



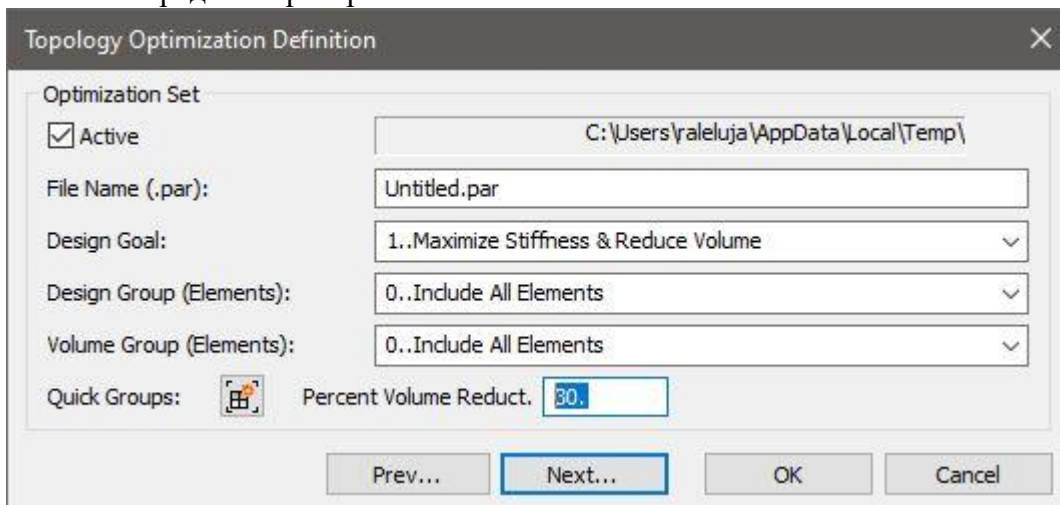
Слика 25. Креирање нове анализе

Након креирања нове анализе, отвара се прозор приказан на слици 26. У том прозору потребно је отворити дуплим кликом осенчени текст да би се отворио следећи прозор.



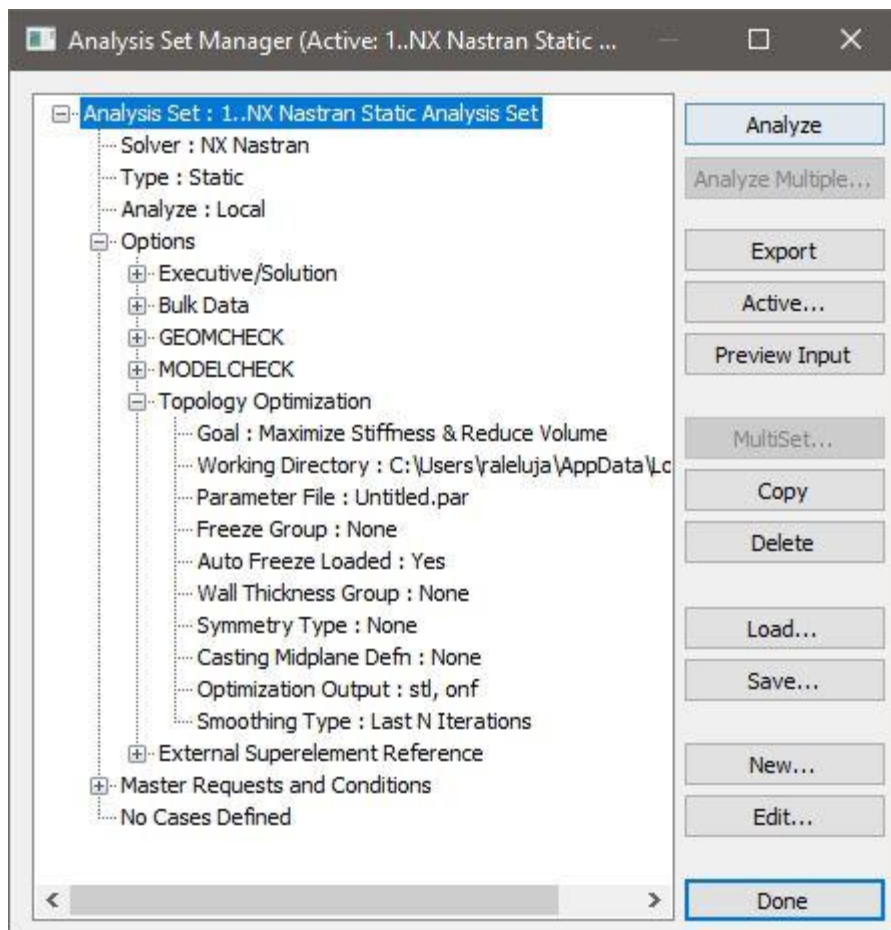
Слика 26. Покретање нове анализе

Када се отвори прозор за тополошку оптимизацију, потребно је одредити полазне параметре према слици 27. Након задавања параметара као на слици, кликнути на **Next** на овом и на свим наредним прозорима.



Слика 27. Дефинисање параметара тополошке оптимизације

Када се последњи прозор тополошке оптимизације затвори, отвара се прозор приказан на слици 28. Кликном на **Analyze** покреће се анализа.



Слика 28. Покретање анализе