

Факултет инжењерских наука



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Мастер академске студије

Модул: Информатика у инжењерству

Предмет: Вештачка интелигенција

Број индекса: 340/2010

Иван М. Цветковић

**Употреба вештачких неуронских мрежа у
предвиђању потрошње нафте
мастер рад**

Комисија за преглед и одбрану:

1. Проф. Др Весна Ранковић - ментор

2. _____

3. _____

**Датум
одбране: _____**

Оцена: _____

У оквиру овог мастер рада кандидат треба да објасни значај и корисност вештачких неуронских мрежа на конкретном примеру предвиђања потрошње нафтних деривата. У раду треба описати моделе неуронских мрежа, њихово обучавање и реализацију. За реализацију овог пројекта треба користити неуронску мрежу вишеслојни перцептрон, а за његово обучавање треба употребити алгоритам са пропацијом грешке уназад.

Препоручена литература:

- [1] A. Azadeh, M. Saberi, S.M. Asadzadeh, An adaptive network based fuzzy inference system–auto regression–analysis of variance algorithm for improvement of oil consumption estimation and policy making: The cases of Canada, United Kingdom, and South Korea, Applied Mathematical Modelling 35 (2011) 581–593
- [2] A. Azadeh , M. Saberi, O. Seraj, An integrated fuzzy regression algorithm for energy consumption estimation with non-stationary data: A case study of Iran, Energy 35 (2010) 2351–2366
- [3] Sullivan W., Claycombe W., "Fundamentals of forecasting", Restong publishing company, Inc., Virginia, 1977.

Крагујевац, датум

ментор:

Проф. Др Весна Ранковић

Резиме рада

Циљ овог рада је предвиђање потрошње нафте и нафтних деривата користећи вештачку неуронску мрежу. За извођење овог рада користили смо програм Матлаб 6.0 који у себи има пакет за израду неуронских мрежа. Податке смо преузели са сајта који се бави испитивањем, обрадом и прикупљањем статистичких података везаних за енергенте [18]. Такође смо се водили радом [1] у коме се такође врши предвиђање овог енергента. Резултате које смо добили смо показали помоћу графика и грешака предвиђања. Овај рад доказује да вештачке неуронске мреже могу веома добро да врше предвиђање потрошње нафте али и такође и других енергената, предвиђање њихових цена, производње и потражње.

Кључне речи : Неуронске мреже, потрошња нафте, процена и предвиђање.

Abstract

The aim of this study is to predict the consumption of oil and oil derivatives using an artificial neural network. To perform this study we used the program Matlab 6.0 which has a package for the development of neural networks. Data were taken from the site which investigates, processing and collecting statistical data related to the energy [18]. We have also conducted research work [1], which also writes about the prediction of this energy. The results we obtained are shown using graphics and prediction errors. This paper shows that neural networks can perform very well to predict oil consumption but also other energy forecasting of prices, production and demand.

Keywords: Neural networks, oil consumption, estimation and prediction

Садржај

1	Увод.....	1
2	Теорија неуронских мрежа.....	1
2.1	Историјски развој неуронских мрежа	1
2.2	Дефиниција неуронских мрежа	3
2.2.1	Аналогија са биолошким неуронским мрежама	3
2.2.2	Шта је вештачка неуронска мрежа?	4
2.3	Основе неуронских мрежа.....	6
2.4	Модел вештачког неурона.....	8
2.5	Модел неуронске мреже	9
2.5.1	Активационе функције	10
2.5.2	Тежински коефицијенти.....	11
2.6	Обучавање неуронских мрежа	11
2.6.1	Обучавање са учитељем (надзором), (supervised learning)	12
2.6.2	Обучавање са подстицањем (reinforcement learning).....	12
2.6.3	Самообучавање (обучавање без учитеља), (unsupervised learning)	13
2.7	Реализација неуронских мрежа.....	14
2.7.1	Хардвер за неуронске мреже	14
2.7.2	Прикупљање и припрема података	15
2.7.3	Припрема за тренинг	15
2.7.4	Тренинг мреже	16
2.7.5	Тестирање мреже	16
2.7.6	Имплементација	17
2.8	Подела неуронских мрежа.....	17
2.9	Једнослојни перцептрон	21
2.10	Вишеслојни перцептрон	22
2.10.1	Алгоритми пропагације грешке уназад	23
2.11	Области примене неуронских мрежа.....	31
2.12	Предности и недостаци неуронских мрежа	31
3	Нафта.....	32
3.1	Увод	32
3.2	Шта је нафта	34

3.3	Настанак	34
3.4	Састав	35
3.5	Налазишта и вађење нафте	35
3.6	Добијање	36
3.7	Највећи произвођачи	37
3.8	Цена	38
3.9	Густина нафте	38
3.10	Дневна потрошња нафте у свету	39
3.10.1	Расположиве количине деривате нафте (потрошња) у Србији	41
4	Употреба вештачких неуронских мрежа у предвиђању потрошње нафте	42
4.1	Подаци за обучавање и тестирање неуронске мреже	42
4.2	Карактеристике коришћене неуронске мреже	52
4.3	Анализа резултата предвиђања потрошње нафте	53
5	Закључак	63
6	Литература	63

1 Увод

Једна од најузбудљивијих области развоја информационих технологија која је нашла примену у пракси, несумњиво је развој вештачких неуронских мрежа. У протеклим годинама, вештачке неуронске мреже су прешле пут од истраживачких лабораторија до примена у реалним ситуацијама. Од многих сматране за највећи технолошки напредак у протеклој деценији, неуронске мреже показале су се незаменљивим у ситуацијама где је могућност идентификације скривених веза и образаца кључна за успешна предвиђања.

Неке вештачке неуронске мреже заиста представљају моделе биолошких система, неке не, али историјски, инспирација за област неуронског рачунања дошла је од жеље за стварањем вештачког система, способног за обављање софистицираних, "интелигентних" рачунања, сличних онима које рутински обавља људски мозак.

Сама вештачка неуронска мрежа реализује се на рачунару, па задржава битну особину "хладне машинске рационалности". Тако ће нам неуронска мрежа помоћи у доношењу одлуке при ситуацији у којој нам слаби моћ расуђивања. На пример, класични проблем инвестиционог одлучивања је консолидовати бројне факторе тржишта у јасну купи/продај одлуку. Може се донети само интуитивна одлука, базирана на више фактора, јер једни кажу купи, док други кажу продај. При том, интуитивно доношење одлуке у стресној ситуацији (због страха од губитка), је најгори приступ одлучивању.

Вештачке неуронске мреже се примењују у разним областима. Успешно се примењују у медицини, техници, маркетингу, предвиђању цена, у класификацији производа, и многим другим областима. Веома добре резултате неуронске мреже су показале у предвиђању потрошње електричне енергије, краткорочне процене тражње природног гаса, побољшање прогнозе цене нафте, или процени потрошње нафте.

У овом раду вршимо предвиђање потрошњу нафте за земље са највећом потрошњом нафте и нафтних деривата као и целе Европе и Америке као целине. За реализацију овог пројекта користили смо неуронску мрежу вишеслојни перцептрон за чије обучавање смо користили алгоритам са пропагацијом грешке уназад.

2 Теорија неуронских мрежа

2.1 Историјски развој неуронских мрежа

Као зачетници развоја неуронских мрежа наводе се Warren McCulloch и Walter Pitts, који су у свом раду из 1943. увели први, једноставни математички модел неурона, као основне ћелије нервног система [7]. Овај модел је био дискретан и заснован на бинарној логици. Они су показали да одређене логичке или аритметичке функције могу бити прорачунате чак и једноставним типовима неуронских мрежа. Међутим, недостатак њиховог модела био је то што није био способан да учи. Са друге стране, њихов рад је

имао утицаја на друге истраживаче. Тако, оснивач кибернетике, Norbert Wiener, био је инспирисан овим моделом када је испитивао сличности између нервног и компјутерског система. Поред њега, и аутор Америчког пројекта електронских компјутера, John von Neumann, у неколико својих радова је сугерисао истраживање компјутера који се заснивају на функционисању људског мозга.

Donald Hebb је 1949. написао књигу под називом “Организација понашања” (*The organisation of behaviour*), у којој је описао парадигму учења, која носи његово име (Hebb-ово учење), а која се заснива на ставу да се пропустљивост синапси (спојева неурона) повећава ако су активности два суседна неурона одређено време у спрези. Овај принцип је у суштини везан за ажурирање веза. Књига је имала знатан утицај на ауторе у 40-им и 50-им годинама XX века, који су даље развијали његове ставове. Главни представник овог периода је Marvin Mynski, који је заслужан за прву примену неуронских мрежа. Он је 1951. године, заједно са Dean Edmonds-ом дизајнирао први неурокомпјутер Snark (од 40 неурона), са синапсама које имају способност прорачунавања вредности тежинских коефицијената (мере синаптичке пропустљивости) у зависности од успешности обављања специфичног задатка (што је засновано на Hebb-овом начину учења).

1957. године Frank Rosenblatt је изумео перцептрон, који се заснива на McCulloch-Pitts-овом неурону, коме је додат алгоритам учења, тј. начин на који треба да мења вредности тежинских коефицијената итеративним поступком, док се не добије жељени резултат.

Rosenblatt је у сарадњи са Charles Wightman-ом конструисао и успешно демонстрирао рад неурокомпјутера названог Mark I Perceptron, који је дизајниран да би обављао функцију препознавања карактера.

Убрзо након открића Перцептрона, Bernard Widrow и његов студент Marcijan Hoff, развили су још један тип неуронског рачунског елемента који је назван **АДАЛИНЕ** (АДАптиве ЛИНear Елемент), и који је укључивао ново ефикасно правило учења које је коришћено за адаптивно процесирање сигнала, контролу система и сл.

Овакав експанзивни развој неуронских мрежа нагло је прекинут објављивањем изузетно утицајне књиге *Перцептрони*, која је објављена 1969. а написали су је Minsky и Papert. У њој изражавају велики песимизам када су у питању могућности једнослојног перцептрона, наводећи да он не може да се искористи ни за решавање неких од једноставних логичких функција. Са друге стране, они су препоручили да се пажња више усмери на развој система заснованих на знању, тј. експертских система.

Половином осамдесетих година неуронске мреже доживљавају свој препород захваљујући наглом порасту интересовања истраживача за ову област. Amari је у Јапану проучавао механизме обучавања неуронских мрежа као и њихову математичку позадину. Јапански истраживач Fukushima је развио нову класу неуронских мрежа познатих као Cognitroni и Neocognitroni. Значајна истраживања на пољу асоцијативне меморије развио је и Kohonen у Финској. Једно од његових значајнијих открића је и учење без надгледања. Велика открића на пољу неуронских мрежа имали су и Carpenter и Grossberg, којима се приписује развој ART мрежа (Адаптиве **R**esonance **T**heory). Архитектуру рекурентних неуронских мрежа за асоцијативне меморије први је развио Hopfield. Неуронску мрежу, познатију као Boltzmann-ова машина, развио је Hinton. Осамдесетих година нарочито су биле популарне неуронске мреже базиране на алгоритмима учења са простирањем грешке

уназад (енгл. Backpropagation – БП неуронске мреже). Тако, 1986. истраживачи на овом пољу формирају **PDP (Parallel Distributed Processing)** Истраживачку Групу, а своје резултате објављују у комплету књига у два тома, у којем Rumelhart, Hinton i Williams објашњавају Backpropagation алгоритам учења вишеслојних неуронских мрежа, којим се управо решавају проблеми за које су Minsky и Papert сматрали да су нерешиви (додуше, једнослојним неуронским мрежама).

Осамдесетих и деведесетих година XX века одржава се велики број конференција на тему неуронских мрежа, нпр. 1987. у Сан Дијегу, са око 1700 учесника, а почињу да излазе и стручни часописи, као што су *Neural Networks*, *Neural Computation* (1989) и многу други. Уз то, почевши од 1987. године, многи престижни универзитети оснивају нове институте за истраживање и едукативне програме који се баве *неурокомпјутинг* –ом.

2.2 Дефиниција неуронских мрежа

Неуронске мреже симулирају начин рада људског мозга при обављању датог задатка или неке функције. Неуронска мрежа је масовно паралелизован дистрибуирани процесор са природном способношћу меморисања искуственог знања и обезбеђивања његовог коришћења. Вештачке неуронске мреже подсећају на људски мозак у два погледа:

1. Неуронска мрежа захвата знање кроз процес обучавања
2. Тежине међунеуронских веза (јачина синаптичких веза) служе за меморисање знања.

Процедура којом се обавља обучавање је алгоритам обучавања. Кроз ову се процесуру се на алгоритамски (систематичан) начин мењају синаптичке тежине у циљу достизања жељених перформанси мреже.

Основну рачунарску снагу неуронских мрежа чини масивни паралелизам, способност обучавања и генерализација.

Генерализација представља способност продуковања задовољавајућег излаза неуронске мреже и за улазе који нису били присутни у току обучавања.

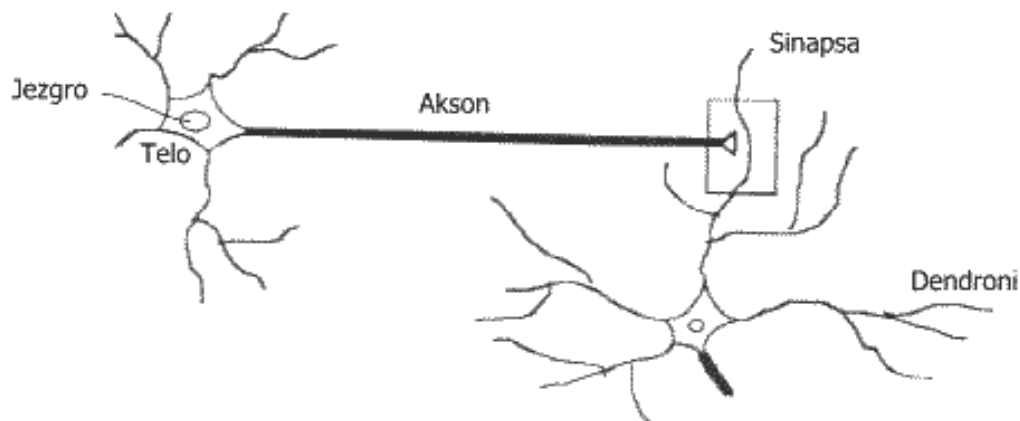
Неуронска мрежа је међусобно повезана скупина једноставних елемената обраде, јединица или чворова, чији се начини деловања отприлике темељи на неуронима код животиња. Способност обраде мреже је последица јачине веза међу тим јединицама, а постиже се кроз процес адаптације или учењем из скупа примера за увежбавање. (Ову је дефиницију неуронских мрежа дао Кевин Гурнеу).

2.2.1 Аналогија са биолошким неуронским мрежама

Људски мозак се састоји од великог броја ћелија које се зову неурони. У мозгу постоји око 100 милијарди неурона који су масовно међусобно повезани - просечан број веза сваког неурона са осталим износи неколико хиљада, мада овај број варира у веома широким границама. Неурони су организовани у групе које се зову мреже где свака мрежа садржи више хиљада неурона масовно међусобно повезаних.

Сваки неурон је специјализована ћелија способна да преноси електрохемијски сигнал. Ћелија се састоји од тела (сома) које у свом центру поседује језгро (нуклеус), разгранате улазне структуре (дендрони) и излазну осу (аксон). Аксон једне ћелије повезан је са дендроном друге. Синапса је функционални међумембрански контакт аксона једног неурона и дендрона другог. Када је неурон активиран, он шаље електрохемијски сигнал преко аксона ка другој ћелији. Сигнал може бити промењен од стране синапсе која је способна да повећа или смањи снагу везе и тиме проузрокује активирање друге ћелије или њену укоченост. Један од најутицајнијих истраживача неуронских система, Доналд Хебб, изнео је постулат да се учење у суштини састоји у мењању (подешавању) "јачина" синаптичких веза.

На слици 2.1 је дат пример два неурона и везе између њих:



Слика 2.1. Два неурона и веза између њих

2.2.2 Шта је вештачка неуронска мрежа?

Вештачка неуронска мрежа је парадигма обраде информација инспирисана процесирањем какво врши биолошки мозак. При том, вештачка неуронска мрежа користи ограничен број концепата из биолошких неуронских система. Кључни елемент ове парадигме је неуобичајена структура процеса обраде информација, састављена од великог броја међусобно повезаних елемената процесирања који заједнички раде на решењу проблема. Ове мреже, као и људи, уче на основу примера тј. историјског искуства, оне нису програмиране експлицитним инструкцијама, већ уче да изврше задатак користећи примере из стварног живота.

Оне су у стању да препознају смисао у компликованим или непотпуним подацима, да препознају обрасце који су непрепознатљиви људима због своје сложености и који се не могу добити коришћењем других компјутерских техника.

Вештачке неуронске мреже су софистициране технике моделирања, способне да моделирају веома комплексне функције [11]. Оваква мрежа емулира биолошке процесе. Састоји се од елемената процесирања повезаних у архитектуру мреже. Вештачки неурон прима улазне сигнале аналогне електрохемијским импулсима и одговара адекватним излазом који кореспондира излазу биолошког неурона. У самом вештачком елементу процесирања, сигнали се могу мењати слично као што се мењају синапсама код биолошких система.

Везе између биолошких и вештачких неуронских мрежа дате су у табели 2.1:

Табела 1	
Биолошка мрежа	Вештачка мрежа
Сома (тело)	Чвор
Дендрони (дрво)	Улаз
Оса	Излаз
Синапса	Тежина

Табела 2.1. Везе између биолошких и вештачких неуронских мрежа

У табели 2.2 дате су главне разлике биолошких мрежа и конвенционалних рачунара:

Табела 2	
Биолошка мрежа	Вештачка мрежа
Неурони:	Рачунарски процесор:
брзина - мала ($\sim 10^2$ Хз)	брзина - велика ($\sim 10^9$ Хз)
број - велики ($\sim 10^9$)	број - мали (стотине)
једноставан процесор	комплексан процесор
паралелна обрада	секвенцијална обрада

Табела 2.2 Главне разлике биолошких мрежа и конвенционалних рачунара

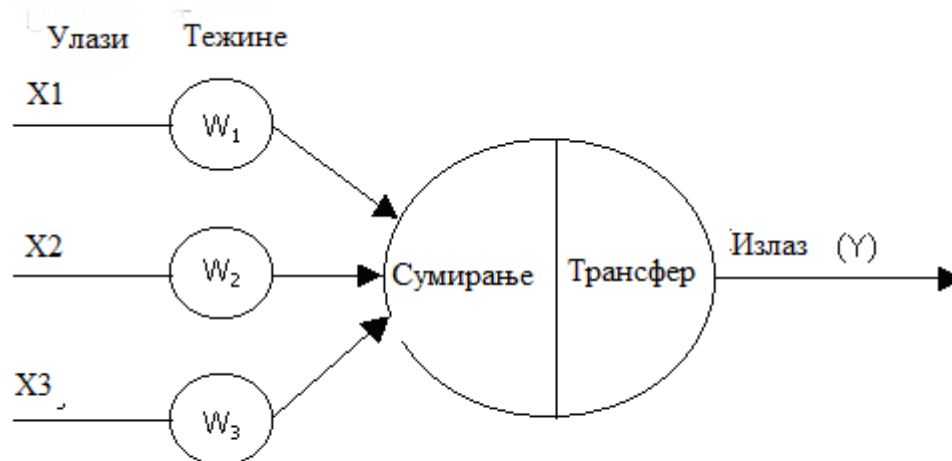
Са инжењерског становишта биолошки неурони су слаби процесори и прилично су непоуздани. У мозгу ово је превазиђено великим бројем неурона и међусобних веза као и паралелном обрадом.

Класични софтвер се може користити за унапред дефинисан скуп проблема, док неуронска мрежа има својство адаптивности па се може користити за најразличитије проблеме. Грубо речено, конвенционални рачунари су погодни за решавање добро дефинисаних задатака обраде информација у стабилном и савршено познатом окружењу. Неуронске мреже су добре у обављању задатака када су подаци хетерогени, несређени, несигурни па чак и неконзистентни и када не постоје савршена решења за практичне проблеме.

Пошто ће у наставку рада бити речи само о вештачким неуронским мрежама, користиће се антропоморфна терминологија, па се неће наглашавати да је мрежа вештачка нити да је неурон вештачки.

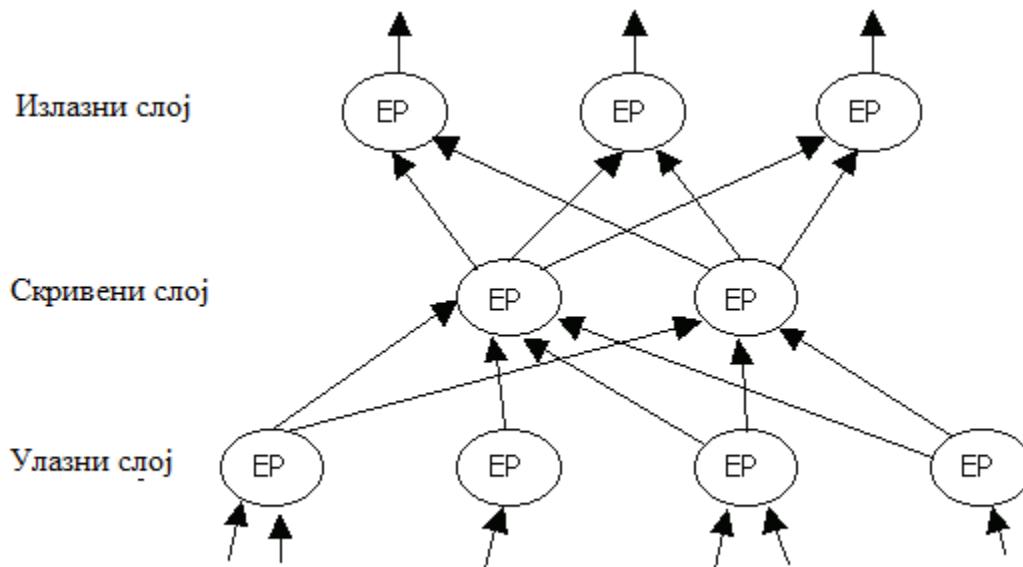
2.3 Основе неуронских мрежа

1.Неурон - прима улазе, процесира их и производи један излаз. Улаз може бити сирови податак или излаз из неког другог неурона. На слици 2.2 је приказано процесирање информације у вештачком неурону.



Слика 2.2 - Процесирање информације у вештачком неурону

2.Мрежа. Свака мрежа састоји се од неурона груписаних у слојеве. Поред улазног и излазног слоја, мрежа може имати један или више скривених слојева. На слици 2.3 је дат пример мреже са једним скривеним слојем.



Слика 2.3 -Мреже са једним скривеним слојем

3. *Структура мреже.* Топологије мреже могу бити различите зависно од проблема који се решава, врсте улазних података, врсте излазних података и других фактора. То је разумљиво с обзиром да се неуронске мреже примењују у најразличитијим областима људске делатности.

4. *Процесирање информације у мрежи.* Основни концепти који се односе на процесирање су:

- Улази - морају бити у нумеричком облику. Ако то није случај, морају се превести у нумеричке еквиваленције. Облик и врста улазних података могу бити различити и они у мноме одређују карактеристике мреже. Сваки улаз кореспондира једном атрибуту. На пример, код мреже која служи за изнајмање могућности субјекта да врати кредит, улазни атрибут може бити величина месечног прихода.
- Изрази представљају решење проблема. Мрежа може имати један или више израза, зависно од конкретног проблема. Израз може бити континуална вредност или квази-логичка вредности, нпр. +1 за "да" а 0 за "не".
- Тежине су кључни елементи неуронске мреже. Мрежа учи подешавајући тежине према историјским подацима који се кроз њу пропуштају. Тежина изражава релативну значајност сваког улаза у неурон, она представља способност улаза да побуди неурон.
- Функција сумирања множи сваки улаз одговарајућом тежином а затим сумира добијене умношке.

Формула за n улаза у један неурон има следећи облик:

$$Y = \sum_{i=1}^n X_i W_i$$

- Функција трансформације одређује да ли резултат функције сумирања (интерна активизација неурона) може да произведе излаз. Веза између активизације и излаза може бити и линеарна и нелинеарна. Постоји више типова те функције, а сама чињеница да функција трансформације неурона скривених слојева може бити нелинеарна је од изузетне важности. У супротном, да је могућа само линеарна трансформација, мрежа би била у стању да моделује само линеарне функције, јер је познато да комбинација линеарних функција даје линеарну функцију. Зато је функција трансформације најчешће нелинеарна, а једна од најпознатијих је сигмоидна функција:

$$Y_t = \frac{1}{1 + e^{-Y}}$$

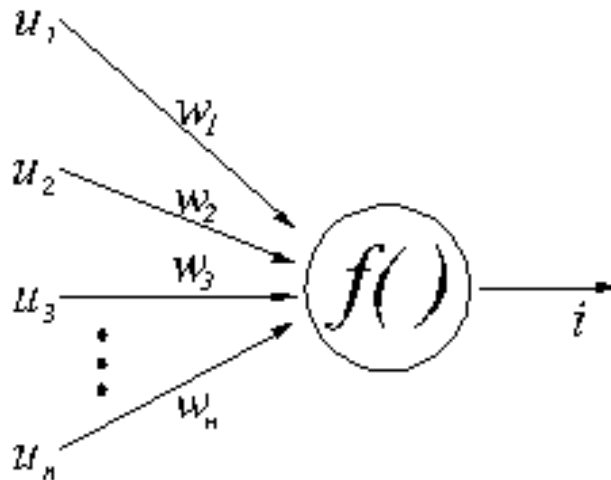
где је Y_t нормализована вредност резултата функције сумирања Y . Нормализација значи да се овом трансформацијом излазни ниво доводи у "разумне" границе, у овом случају, између 0 и 1. Када не би било ове трансформације излазна вредност би могла да буде исувише велика, нарочито у комплекснијим мрежама са више скривених слојева. Чест је случај да се користи и функција прага (threshold) (нпр. све изнад 0.5 постаје 1, а све испод 0.5 постаје 0).

- Учење. Неуронска мрежа учи из искуства. Процес учења састоји се из три задатка: рачунање излаза, упоређивање добијене вредности са жељеном, подешавање тежина и враћање на први корак.

Пре почетка процеса учења постављају се иницијалне вредности тежина случајно или по одређеном правилу. Са сваким новим сетом података, тежине ће се подешавати тако да се смањује разлика између стварног и жељеног улаза. Ова разлика се назива *делта*. У најбољем случају делта треба да се сведе на нулу, међутим у пракси обично је случај да се задаје ниво грешке (нпр. 5%) који треба постићи да би се окончао процес учења или се унапред задаје број итерација при учењу. Кључ је да промене тежина иду у правом смеру (да конвергирају), јер се само тако делта смањује.

2.4 Модел вештачког неурона

Вештачки неурони, као и биолошки, имају једноставну структуру и имају сличне функције као и биолошки неурони. Тело неурона се назива чвор или јединица. На слици 2.4 је приказан модел неурона.



Слика 2.4 Модел Неурона

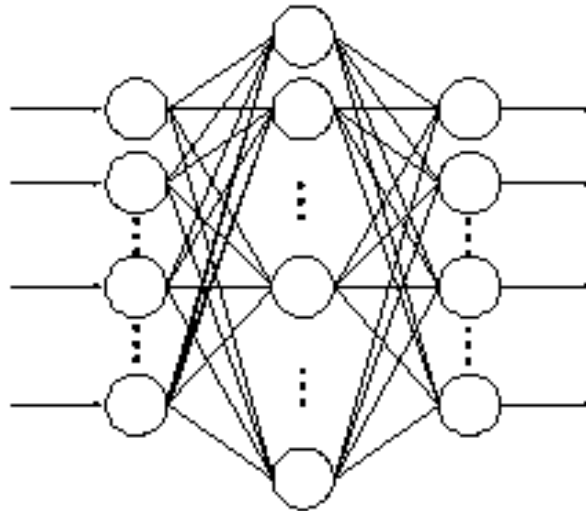
$u_{1..n}$ – улазни подаци
 $w_{1..n}$ – тежински коефицијенти
 $f()$ – активациона функција
 i – излазни податак

2.5 Модел неуронске мреже

Неуронску мрежу чине:

- архитектура (топологија) мреже, односно шема везивања неурона
- преносна функција неурона
- закони учења

Архитектуру вештачке неуронске мреже представља специфично уређење и повезивање неурона у облику мреже. По архитектури, неуронске мреже се разликују према броју неуронских слојева. Обично сваки слој прима улазе из претходног слоја, а своје излазе шаље наредном слоју. Први слој се назива улазни, последњи је излазни, остали слојеви се обично називају скривеним слојевима. Једна од најчешћих архитектура неуронских мрежа је мрежа са три слоја. Први слој (улазни) је једини слој који прима сигнале из окружења. Први слој преноси сигнале следећем слоју (скривени слој) који обрађује ове податке и издваја особине и шеме из примљених сигнала. Подаци који се сматрају важним се упућују излазном слоју, последњем слоју мреже. На излазима неурона трећег слоја се добијају коначни резултати обраде. Сложеније неуронске мреже могу имати више скривених слојева, повратне петље и елементе за одлагање времена, који су дизајнирани да омогуће што ефикасније одвајање важних особина или шема са улазног нивоа. На слици 2.5 видите модел неуронске мреже.



Слика 2.5 Модел неуронске мреже

Учење НМ се своди на учење из примера којих би требало да буде што више да би мрежа могла да се понаша прецизније у каснијој експлоатацији. Процес учења доводи до кориговања синаптичких тежина. Када узорци који се представљају мрежи не доводе више до промене ових коефицијената, сматра се да је мрежа обучена. Постоји три типа обучавања:

- надгледано обучавање - мрежи се представљају улазни подаци и очекивани излазни подаци
- обучавање оцењивањем - мрежи се не представљају очекивани излазни подаци него јој се после извесног времена представља оцена претходног рада. Један од примера је мрежа која учи да балансира штап. Кад год штап падне, мрежи се прослеђује оцена претходног рада, на пример, у облику угаоног одступања штапа од равнотеже.
- самоорганизација - мрежи се представљај у искључиво улаз

2.5.1 Активационе функције

Активационе функције неурона на скривеним слојевима су потребне да би мрежа била у стању да научи нелинеарне функције. Без нелинеарности, неурони скривених слојева не би имали веће могућности од обичне перцептронске мреже (која се састоји само од улаза и излаза). Комбиновањем линеарних функција се поново добија линеарна функција. Због тога се на излазу неурона налази активациона функција која је најчешће нелинеарна. Ова нелинеарност чини мреже са више слојева нарочито моћнима. Готово свака нелинеарна функција може да се користи, мада се за бацкпропагатион алгоритам најчешће користе сигмоидне функције као што су логистичка, арцустангенс или гаусова функција.

За неуроне на излазном слоју се могу бирати активационе функције које одговарају расподели циљних вредности. Граничне активационе функције, каква је логистичка, су

нарочито корисне када су циљне вредности ограничене. Али ако циљне вредности немају ограничене вредности, боље је да се користи активациона функција која није ограничена. Ако су циљне вредности позитивне али немају горњу границу, најбоље је користити експоненцијалну активациону функцију. Постоји извесна природна повезаност између излазних активационих функција и различите расподеле шума који се изучава статистички у контексту генерализације излазног модела.

2.5.2 Тежински коефицијенти

Синапсе којима биолошки неурони регулишу проходност одређене путање између аксона и дендрита, код вештачких неурона се остварују преко прилагодљивих тежинских коефицијената (енглески weight) или тежина веза. Када се на улаз неурона доведу неке вредности и помноже тежинским коефицијентима, добијају се улазни подаци. Збир улазних вредности неурона помножених са одговарајућим тежинским коефицијентима се пропушта кроз активациону функцију и та вредност представља излаз из неурона. Иако неурони имају прилично једноставне (линеарне) функције, када се повежу у вишеслојну мрежу, у стању су да обраде веома сложене (нелинеарне) функције.

Неурони на скривеним и излазним слојевима поред тежинских коефицијената користе и коефицијент “threshold” (“bias”) у рачунању мрежних улазних вредности. Коефицијент threshold се може третирати као додатни тежински коефицијент на улазу који има константну тежину један. Руковање овим коефицијентом је слично као и за сваки други тежински коефицијент.

Природни неурони су знатно компликованији од вештачких. Иако су вештачки неурони, изведени у ВЛСИ технологији, знатно бржи од природних, висок степен међусобне повезаности, њихов огроман број и још већи број веза између њих, чине биолошке нервне системе недостижним за данашњу технологију и непотпуно разумљивим за данашњу науку. Уз то, мала је вероватноћа да ће принципијелна шема стотине милијарди веза бити за догледно време анализирана. Шта више, ми још увек не знамо како да протумачимо тежинске коефицијенте чак и у мрежама од само неколико неурона.

2.6 Обучавање неуронских мрежа

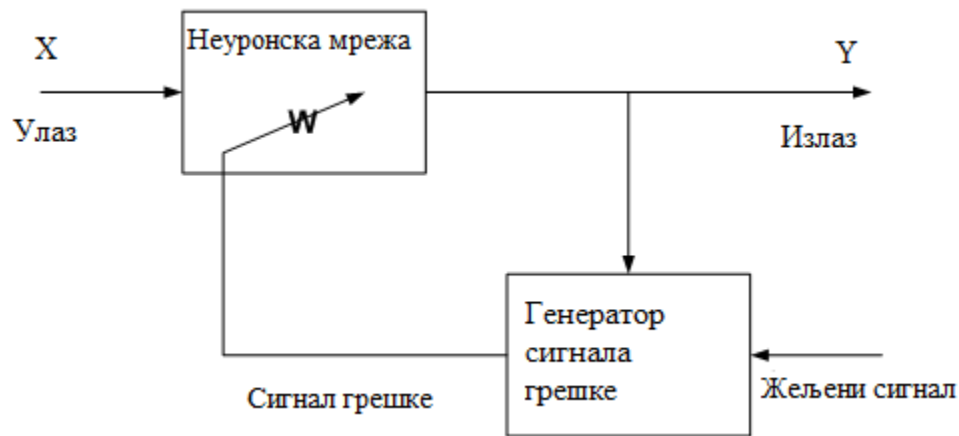
Обучавање је процес адаптирања слободних параметара неуронске мреже, који се обавља кроз стимулацију окружења у коме се неуронска мрежа налази. Процес обучавања је класификован у три категорије:

1. обучавање са учитељем (надзором), (supervised learning)
2. обучавање са подстицањем (reinforcement learning)
3. самообучавање (обучавање без учитеља), (unsupervised learning)

2.6.1 Обучавање са учитељем (надзором), (supervised learning)

Током обучавања мреже, алгоритам који надзире обучавање (супервизор) упоређује податке добијене на излазу са очекиваним подацима. Разлика између добијених и очекиваних података се шаље процедури за учење, која коригује тежинске коефицијенте мреже. Контролисан тренинг је сличан студенту кога професор води у учењу, указује на грешке и пропусте и усмерава ка жељеном циљу. Представници: перцептрон, бацкпропагатион алгоритам.

Код обучавања са учитељем присутан је обучавајући скуп у форми парова $\{X^{(i)}, d^{(i)}\}$, где је $X^{(i)}$ улаз, а $d^{(i)}$ жељени излаз. На слици 2.6 види се структура обучавања са надгледањем

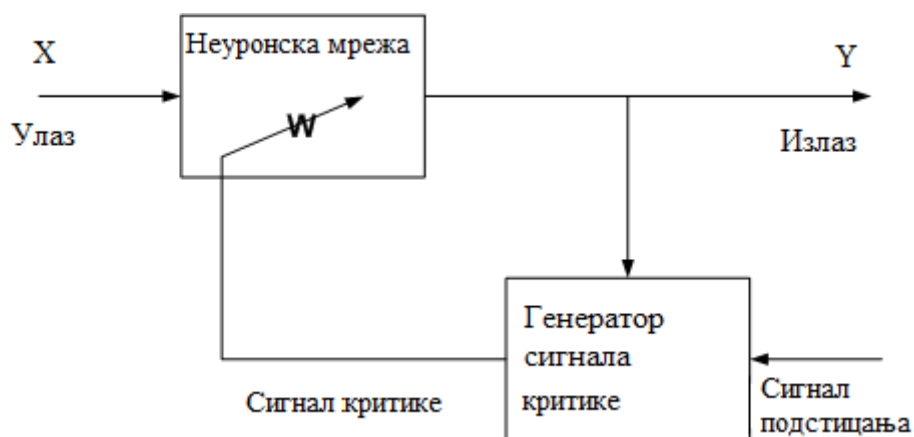


Слика. 2.6. Структура обучавања са надгледањем

2.6.2 Обучавање са подстицањем (reinforcement learning)

Делимично надгледано учење ради на принципу да мрежа учи самостално, а повремено добија оцену претходног рада. Пример овакве мреже је мрежа која балансира штап. Док је штап усправан све је у реду, али када штап падне, мрежа треба да коригује понашање да би штап остао усправан.

Код обучавања са подстицањем, неуронска мрежа добија рудиментирани информације о томе какав излаз произведе, најчешће само у форми једног бита информације типа {добар, лош}. Аналогно обучавању са учитељем, ова форма обучавања се може третирати на исти начин с тим што уместо учитеља, који егзактно указује какав одзив неуронске мреже треба да буде, у овом случају имамо “критичара” који даје грубљу оцену одзива неуронске мреже [11]. На слици 2.7 можете видети структуру обучавања са подстицањем

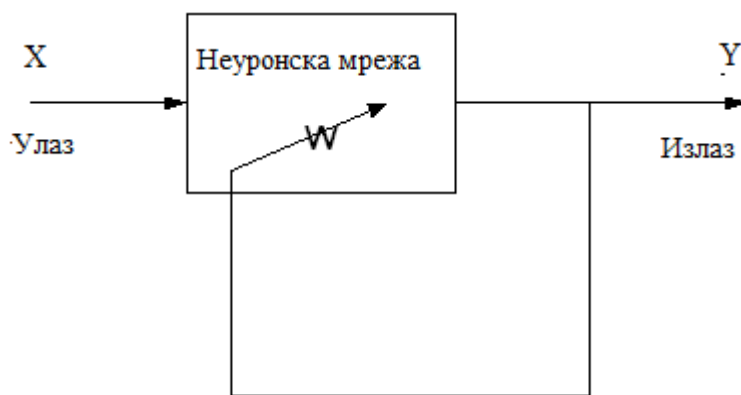


Слика.2.7. Структура обучавања са подстицањем

2.6.3 Самообучавање (обучавање без учитеља), (unsupervised learning)

У ненадгледаном учењу мрежа је независна. При обучавању се представљају само улазни подаци које неуронска мрежа покушава да генерализује и “уочи” заједничке особине. Представник: Кохоненове самоорганизујуће мапе.

Самообучавање је карактерисано одсуством било какве повратне спреге од окружења. На слици 2.8 можете видети структуру самообучавања.



Слика.2.8 Структура самообучавања

2.7 Реализација неуронских мрежа

Неуронска мрежа се може реализовати на два начина: хардверски и софтверски. Хардверска реализација: Вештачки неурони су физички међусобно повезани, опонашајући везе између биолошких неурона. Неурони се реализују као једноставна интегрисана кола. Софтверска реализација: неуронска мрежа се обично симулирају на традиционалним рачунарима, у којима је веза између чворова логичка (виртуална).

Сваки од ових начина реализације неуронске мреже има своје предности као и мане. Предност хардверске реализације је то што може да користи могућност паралелног процесирања информација уколико се сваком неурону у мрежи додели по један процесор. Предност софтверске реализације неуронске мреже на стандардном ПС рачунару је у томе што се лакше успостављају (и касније мењају) везе између појединих неурона у мрежи. У пракси се софтверска реализација користи за тестирање, а конкретна реализација која се примењује у пракси може бити реализована и хардверски чиме се добија на брзини.

2.7.1 Хардвер за неуронске мреже

Већина апликација неуронских мрежа симулирају паралелно процесирање на секвенцијалним рачунарима тако што се уместо посебног процесора за сваки неурон, користи један процесор који врши секвенцијалну обраду. Неурони се дефинишу математички и додељују им се одговарајуће тежине. Неуронска мрежа се заправо симулира на секвенцијалном рачунару. Овакво процесирање изискује доста времена.

Са развојем у области хардвера долазимо до рачунарских архитектура које су погодније за неуронско рачунање. Паралелно процесирање везано за неуронске мреже, подразумева да сваки неурон у мрежи има свој процесор што драстично побољшава перформансе, пре свега скраћујући време учења.

Тренинг понекад изискује милионе итерација па су развијени следећи хардверски приступи:

- Користити брзе класичне рачунаре са брзим процесором или РИСЦ радну станицу. Пентиум процесори су у овом тренутку пред вратима брзине од 5 ГХз.
- Паралелни процесори за општу употребу који се могу применити за неуронске мреже којима је паралелна обрада основна премиса.
- Неуронски чипови - разликују се од конвенционалних, јер садрже велики број неуронских чворова. Оваква интегрална кола су ретка, користи их војска за специјалне сврхе, као што је доношење одлука где је време за одлуку критично.
- Плоче за убрзавање - специјални процесори за паралелну обраду који се могу додати конвенционалним рачунарима (слично као математички ко-процесор). Могу бити специјално дизајнирани за неуронске мреже или служити за паралелно процесирање велике брзине.

2.7.2 Прикупљање и припрема података

Када је проблем јасно дефинисан, потребно је прикупити податке. Сет података се састоји из одређеног броја случајева (вектора), од којих сваки садржи одређени број вредности за улазне и излазне варијабле. Треба донети одлуку које ће се променљиве користити.

Избор варијабли мора бити интуитиван, а експертиза у одређеној области даће нам идеју које променљиве могу имати утицај. На почетку, добро је укључити све променљиве за које се сматра да могу имати утицај па се током тренинга одређене могу избацили ако се утврди да је утицај маргиналан или да га нема. Велики број модерних апликација има способност одређивања неутрицајних променљивих.

Подаци се деле на податке за тренинг и податке за тестирање. На основу података за тренинг врши се учење мреже тј. подешавање тежина док се подаци за тестирање користе за валидацију мреже.

Врста улазних података умногоме одређује топологију и алгоритам учења. С друге стране, антиципирана топологија мреже и алгоритам учења утичу на избор података. Подаци морају бити у нумеричком облику, а ако постоје квалитативне категорије и номиналне променљиве, мора се наћи начин да се изразе у нумеричком облику. На пример, неуронска мрежа која треба да процењује вредност некретнина као улазну променљиву мора да има градску општину која утиче на цену некретнине. Иако би било најлакше да се ова променљива остави као номинална, тренинг би био отежан, па треба увести рејтинг.

Подаци морају бити одређеног квалитета, не смеју бити двосмислени и треба се потрудити да имају што мање грешака, иако скоро све модерне апликације омогућавају препознавање "проблематичних" сетова података и њихову изолацију. Подаци морају покрити и изузетке као и граничне услове домена проблема. Неуронске мреже су толерантне и на податке са шумом али ова толеранција има границу.

2.7.3 Припрема за тренинг

Неопходно је пре свега изабрати алгоритам учења. Пре него што се почне са тренингом, мора се одредити неколико параметара, као што је вредност параметра који детерминише брзину учења (алфа), затим величина прага (threshold) и на крају, почетна вредност тежина.

Треба затим извршити избор структуре мреже. Број улазних и излазних чворова одређен је самим подацима за тренинг, али је питање колико треба увести скривених слојева и колико сваки треба да има неурона. Неки алати имају могућност да сами одреде најбољу структуру.

На крају, потребно је податке форматирати складно захтевима конкретне мреже и њеног алгорита.

2.7.4 Тренинг мреже

Мрежи се презентирају подаци за тренинг и она учи све док није у стању да произведе излаз који поштује унапред одређену толеранцију. Као што је већ речено, пошто ова фаза може веома дуго да траје, некада се унапред задаје број максималних итерација.

Већи број података обезбеђује бољу обученост мреже, али захтева више времена за учење. Проблем код тренинга је што се не минимизира грешка за коју смо заинтересовани - грешка која ће се јавити кад се истренираној мрежи предочи нови улазни случај - већ се минимизира грешка на сету података за тренинг. Једна од најпроблематичнијих манифестација овог проблема је кад се мрежа "преучи" (овер-леарнинг проблем). Комплексније мреже (са више скривених слојева и више неурона) су подложније овој појави. Ово се најлакше може објаснити, ако замислимо да наша мрежа покушава да моделира криву која пролази кроз тачке које одређују вредности у подацима за тренинг. Како траје учење, крива све боље одговара подацима. Међутим, у одређеном тренутку, крива почиње да узима у обзир и сваки "податак са великим шумом" који је расут далеко испод или изнад криве и неизбежно се деформише. Ово се зове "меморизација" па крива није више у стању да предвиђа добро на новим подацима. Аналогно примеру, крива не одговара новим подацима, јер је "заборавила" основно кретање из података за тренинг. Сигнал за опасност од меморизације је кад предвидање на основу нових података постаје све лошије иако се грешка на подацима за тренинг смањује.

Неке апликације пружају могућност да приликом тренинга класификују релевантне и небитне улазне променљиве, тако да се ови други могу изоставити што неће утицати на способност генерисања излаза.

2.7.5 Тестирање мреже

Врши се са подацима за тестирање. Тестирање нам омогућава да проверимо ваљаност функционисања мреже тако што ћемо излазе које мрежа генерише, поредити са знаним излазима и утврдити да ли задовољавају предетерминисану толеранцију (од мреже се дакле, не очекује савршено функционисање - функционисање без грешке). Овакво тестирање обично се назива "црна кутија" тестирање.

Резултат можемо поредити са другим начинима класификовања, нпр. вишеструком регресијом. Познато је да вишеструка регресија успешно класификује улазе у 50% случајева, а постоји доста примера да неуронске мреже са само једним скривеним слојем надмашују овај проценат.

Као и тренинг, тестирање мора да укључи и рутинске и нерутинске случајеве као и остале проблематичне ситуације. Ако постоје велике девијације, потребно је извршити нов тренинг мреже и ако је неопходно, потребно је искључити проблематичне податке.

Чак и ако неуронска мрежа покаже степен тачности као нека друга традиционална метода, ипак има разлога да се да предност коришћењу мреже. Наиме, мрежа се може лако модификовати и прилагодити другачијем проблему, док је код традиционалних метода то најчешће веома велики посао или је потпуно немогуће.

Колико података користити за тренинг а колико за тестирање? У литератури се може наћи однос: 70% података искористити за тренинг а преосталих 30% за тестирање. Наравно, ову поделу треба узети више као смерницу јер сваки конкретан пример захтева и специфични приступ.

2.8 Имплементација

При имплементацији неуронске мреже, пројектант мора донети бројне одлуке:

- Колики обим података за тренинг и тестирање изабрати?
- Које алгоритме учења изабрати?
- Коју топологију изабрати - број неурона и њихову конфигурацију (улази, слојеви, излази).
- Одредити функцију трансформације.
- Коју брзину учења изабрати?
- Који су алати за дијагнозу и вредновање.

Када се те одлуке донесу, специфична конфигурација се назива парадигмом мреже.

2.9 Подела неуронских мрежа

Постоји велики број различитих реализација неуронских мрежа, а самим тим постоји и много подела (Слика 2.9). Неуронске мреже можемо класификовати према :

- броју слојева,
- врсти веза између неурона,
- врсти обучавања неуронских мрежа,
- према смеру простирања информација,
- према врсти података.
- према врсти учења и правцу простирања



Слика 2.9-Један тип поделе вештачких неуронских мрежа

1. Подела неуронских мрежа према броју слојева

Постоји велики број различитих типова неуронских мрежа. Једна од најопштијих подела неуронских мрежа је према броју слојева. Мреже можемо поделити на:

- једнослојне и
- вишеслојне.

Данас се углавном изучавају и примењују вишеслојне неуронске мреже које поред улазних и излазних слојева садрже неуроне на средњим (скривеним) слојевима.

2. Подела неуронских мрежа према врсти веза

- **слојевите:** Неурони су распоређени тако да формирају слојеве. На улаз једног неурона се доводе излази свих неурона са претходног слоја, а његов излаз се води на улазе свих неурона на наредном слоју. Неурони са првог (улазног) слоја имају само по један улаз. Излази неурона са задњег (излазног) слоја представљају излазе мреже. Представник: бацкпропагатион алгоритам.
- **потпуно повезане:** Излаз једног неурона се води ка улазу свих неурона у мрежи. Представник: Хопфилдова НМ.
- **целуларне:** Међусобно су повезани само суседни неурони. Без обзира на локалну повезаност, сигнали се простиру и на неуроне и ван суседства због индиректног простирања информација. Представник: ЦНН – Целулар Неурал Нетворк.

3. Подела према врсти обучавања неуронских мрежа

Постоје три различита приступа обучавању неуронских мрежа:

- **Надгледано обучавање - Супервизед траининг**
Током обучавања мреже, алгоритам који надзире обучавање (супервизор) упоређује податке добивене на излазу са очекиваним подацима. Разлика између добивених и очекиваних података се шаље процедури за учење, која коригује тежинске коефицијенте мреже. Контролисан тренинг је сличан студенту кога професор води у учењу, указује на грешке и пропусте и усмерава ка жељеном циљу. Представници: *перцептрон*, *бацкпропагатион* алгоритам.
- **Делимично надгледано обучавање**
Делимично надгледано учење ради на принципу да мрежа учи самостално, а повремено добија оцену претходног рада. Пример овакве мреже је мрежа која балансира штап. Док је штап усправан све је у реду, али када штап падне, мрежа треба да коригује понашање да би штап остао усправан.
- **Ненадгледано обучавање - Унсупервизед траининг**
У ненадгледаном учењу мрежа је независна. При обучавању се представљају само улазни подаци које НМ покушава да генерализује и “уочи” заједничке особине. Представник: Кохоненове самоорганизујуће мапе.

4. Подела неуронских мрежа према смеру простирања информација

- **Феедфорвард** (нерекурзивне, нерекурентне или неповратне) - Виши слојеви не враћају информацију у ниже слојеве. Врше простирање сигнала само у једном смеру (од улаза према излазу) односно пропагацију сигнала. Представници: Вишеслојни перцептрон са примењеним бацкпропагатион алгоритмом.
- **Феедбацк** (рекурзивне или рекурентне или повратне) - Виши слојеви враћају информације назад у ниже слојеве. Излаз из неурона се враћа у ниже слојеве или у исти слој. Представници: Хопфилдове, Целуларне НМ, Кохоненове НМ, двоструко асоцијативне НМ. Феедбацк мреже имају много веће процесне способности од Феедфорвард мрежа.

5. Подела неуронских мрежа према врсти података

Према врсти података које обрађују неуронске мреже се могу поделити на:

- аналогне и
- дискретне.

Ова подела се ретко користи пошто су готово све неуронске мреже дискретне.

6. Подела неуронских мрежа према врсти учења и правцу простирања

1. НЕНАДГЛЕДАНО УЧЕЊЕ

A) *Feedback мреже*

- Адитивна Гроссбергова - Additive Grossberg (AG)
- Гроссбергова са одлагањем - Shunting Grossberg (SG)

- Теорија бинарне адаптивне резонанције - Binary Adaptive Resonance Theory (ART1)
- Теорија аналогне адаптивне резонанције - Analog Adaptive Resonance Theory (ART2, ART2a)
- Дискретна Хопфилдова - Discrete Hopfield (DH)
- Континуална Хопфилдова - Continuous Hopfield (CH)
- Дискретна бидирекциона асоцијативна меморија - Discrete Bidirectional Associative Memory (BAM)
- Привремена асоцијативна меморија - Temporal Associative Memory (TAM)
- Адаптивна бидирекциона асоцијативна меморија - Adaptive Bidirectional Associative Memory (ABAM)
- Кохенове самоорганизујуће мапе - Kohonen Self-organizing Map/Topology-preserving map (SOM/TPM)
- Компетитивно учење - Competitive learning

B) Feedforward - мреже:

- Матрице са могућношћу учења- Learning Matrix (LM)
- Побуђено-приморано учење - Driver-Reinforcement Learning (DR)
- Линеарна асоцијативна меморија - Linear Associative Memory (LAM)
- Оптимална линеарна асоцијативна меморија - Optimal Linear Associative Memory (OLAM)
- Слабо распоређена дистрибуирана асоцијативна меморија - Sparse Distributed Associative Memory (SDM)
- Фуззу асоцијативна меморија - Fuzzy Associative Memory (FAM)
- Counterpropagation (CPN)

2. НАДГЛЕДАНО УЧЕЊЕ

A) Feedback мреже

- Brain-State-in-a-Box (BSB)
- Фуззу конгитивне мапе - Fuzzy Congitive Map (FCM)
- Болцманова машина - Boltzmann Machine (BM)
- Mean Field Annealing (MFT)
- Рекурзивно каскадно повезивање - Recurrent Cascade Correlation (RCC)
- Повратна пропација кроз време - Backpropagation through time (BPTT)
- Повратно учење у реалном времену - Real-time recurrent learning (RTRL)
- Recurrent Extended Kalman Filter (EKF)

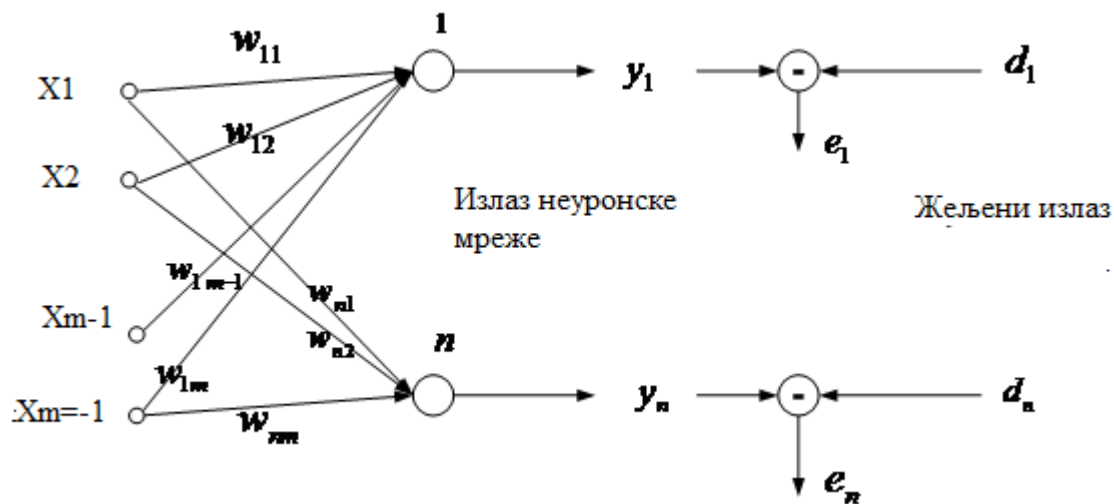
B) Feedforward-мреже:

- Perceptron
- Adaline, Madaline
- Backpropagation (BP)
- Кошијева машина - Cauchy Machine (CM)
- Адаптивни хеуристички критеријум - Adaptive Heuristic Critic (AHC)
- НМ са временским задржавањем - Time Delay Neural Network (TDNN)

- Асоцијативно награђивање - Associative Reward Penalty (ARP)
- Avalanche Matched Filter (AMF)
- Backpercolation (Perc)
- Artmap
- Адаптивне логичке мреже - Adaptive Logic Network (ALN)
- Каскадне везе- Cascade Correlation (CasCor)
- Проширени Калман-ов филтер - Extended Kalman Filter(EKF)
- Квантизација вектора учења - Learning Vector Quantization (LVQ)
- НМ засноване на вероватноћи- Probabilistic Neural Network (PNN)
- Опште регресионе НМ - General Regression Neural Network (GRNN)

2.10 Једнослојни перцептрон

Перцептрони су једна од најкоришћенијих и најпознатијих неуронских мрежа. Сам је појам први употребио Франк Росенблатт (Росенблатт, 1958)¹² како би описао различите моделе неуронских мрежа. Од њега је потекла идеја да се функцијски опис рада неурона имплементира у облику програмског алгоритма уместо да се покушава изградити физички модел неурона. Размотримо структуру једнослојног перцептрона [12]. На слици 2.10 је приказан једнослојни перцептрон



Слика 2.10. Једнослојни перцептрон

$$(w_{1m} = \theta_1, w_{2m} = \theta_2, \dots, w_{nm} = \theta_n)$$

м – број улаза

н – брј излаза

п – дужина обучавајућег скупа

$$y_i^{(k)} = a(W_i^T x^{(k)}) = a\left(\sum_{j=1}^m w_{ij} x_j^{(k)}\right) = d_i^{(k)}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, p.$$

где је

$$W_i^T = [w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{im}]^T$$

вектор тежина придружен неурону i . Ако дефинишемо критеријумску функцију као математичко очекивање грешке на излазу неуронске мреже, односно у случају коначних обучавајућих скупова у облику укупне квадратне грешке на обучавајућем скупу, добијамо

$$E(w) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^n (d_i^{(k)} - y_i^{(k)})^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^n [d_i^{(k)} - a(w_i^T x^{(k)})]^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^n \left[d_i^{(k)} - a\left(\sum_{j=1}^m w_{ij} x_j^{(k)}\right) \right]^2.$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = -\sum_{k=1}^p [d_i^{(k)} - a(net_i^{(k)})] a'(net_i^{(k)}) x_j^{(k)},$$

$net_i^{(k)} = W_i^T x^{(k)}$ - улаз у i -ти неурон када је k -ти улазни вектор присутан.

$$a'(net_i^{(k)}) = \frac{\partial a(net_i^{(k)})}{\partial net_i^{(k)}}.$$

Корекција w_{ij} након презентације k -тог обучавајућег узорка је

$$\Delta w_{ij} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \eta [d_i^{(k)} - a(net_i^{(k)})] a'(net_i^{(k)}) x_j^{(k)},$$

и назива се Делта правило обучавања (делта леарнинг руле), које се из општег правила обучавања добија стављањем

$$r = [d_i - a(w_i^T x)] a'(w_i^T x).$$

Описана процедура конвергира ка неком од локалних екстремума. Будући да критеријум обучавања поседује више локалних екстремума, градијентна процедура не гарантује глобални, већ само неки од локалних екстремума, зависно од почетних услова и параметара обучавања.

2.11 Вишеслојни перцептрон

Вишеслојне неуронске мреже са унапредном пропагацијом (multilayer feedforward networks) представљају важну класу неуронских мрежа. Типично, мрежа се састоји од скупа сензорних елемената (улазни чворови – соурце нодес) који чине улазни слој, једног или више скривених слојева процесних елемената, и излазног слоја процесних елемената.

Улазни сигнал шири се мрежом унапред, слој по слој. Ове се неуронске мреже обично називају вишеслојни перцептрони (multilayer perceptrons – MLPs).

Вишеслојни перцептрони успешно су примјењени на решавање неких тешких и разноликих проблема и то кроз поступке надгледаног учења (учење с учитељем) алгоритмом пропагације грешке унатраг кроз мрежу (*error back-propagation algorithm*). Алгоритам се темељи на правилу учења корекцијом грешке.

У основи, учење пропагацијом грешке уназад састоји се од два пролаза кроз различите слојеве мреже: пролазак унапред и пролазак уназад. У проласку унапред, активни узорак (улазни вектор) поставља се на улазне чворове мреже, и његов утицај шири се даље кроз сваки слој мреже. Коначно, генерира се скуп излаза као конкретан одзив мреже. Током проласка унапред све синаптичке тежине мреже су фиксне, непромењиве. Током проласка уназад, синаптичке тежине се подешавају у складу с правилом учења корекцијом грешке. Детаљније, разлика жељеног (циљаног) одзива и тренутног конкретног одзива мреже представља сигнал грешке [13]. Тај се сигнал грешке даље шири уназад кроз мрежу, у супротном смеру од синаптичких веза отуда и име "пропагација грешке унатраг". Синаптичке тежине подешавају се тако да реални одзив мреже буде ближе жељеном одзиву у статистичком смислу. Процес учења који се изводи у алгоритму назива се учење пропагацијом унатраг (бацк-пропагатион лернаинг).

Вишеслојни перцептрон одликују три дистинктне карактеристике:

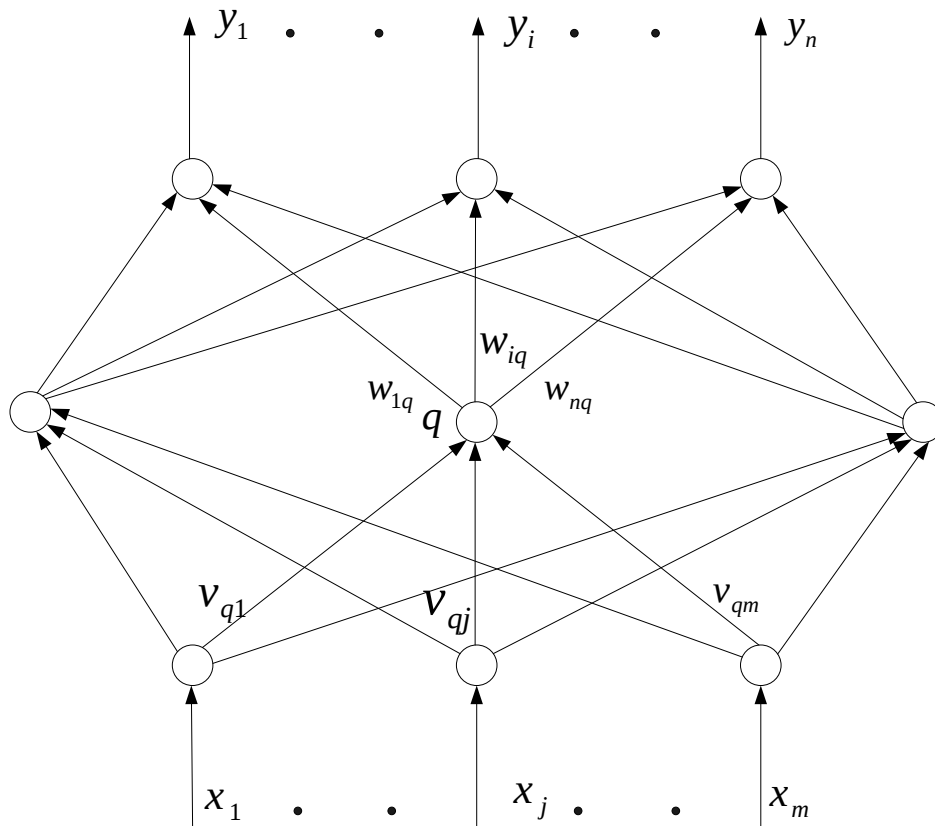
1. Модел сваког неурона у мрежи укључује нелинеарну активацијску функцију. Битно је овде нагласити да је нелинеарна функција глатка (деривабилна), у супротности са степ функцијом код Росенблатт-овог (једнослојног) перцептрона.
2. Мрежа садржи један или више слојева скривених неурона који нису део улаза ни излаза мреже. Ови, скривени неурони омогућују мрежи учење комплексних задатака помоћу екстракције прогресивно све значајнијих особина улазних узорака (вектора).
3. Мрежа показује високи степен повезаности, одређен синапсама мреже. Промена у повезаности мреже узрокује промену у популацији синаптичких веза или њиховим тежинама.

2.11.1 Алгоритми пропагације грешке уназад

Овај алгоритам обухвата две фазе:

1. улазни вектор $x^{(k)}$ пропагира од улазног ка излазном слоју, производећи излаз $y^{(k)}$.
2. сигнал грешке, затим у другој фази пропагира уназад од излазног ка улазном слоју у циљу кориговања тежина w_{ij} .

У циљу илустрације рада алгоритма пропагације грешке уназад (БП алгоритам) размотримо вишеслојни перцептрон типа $m - l - n$ са једним скривеним слојем на слици 2.11.



Слика 2.11. Вишеслојни перцептрон са једним скривеним слојем

Уведимо следеће ознаке

net_q - улазни сигнал у неурон q у скривеном слоју,

$$net_q = \sum_{j=1}^m v_{qj} x_j,$$

z_q - излазни сигнал неурона q

$$z_q = a(net_q) = a\left(\sum_{j=1}^m v_{qj} x_j\right)$$

Улаз у и-ти неурон у излазном слоју дат је са

$$net_i = \sum_{q=1}^l w_{iq} z_q = \sum_{q=1}^l w_{iq} a\left(\sum_{j=1}^m v_{qj} x_j\right).$$

Излази неурона у излазном слоју дати су са

$$y_i = a(net_i) = a\left(\sum_{q=1}^l w_{iq} z_q\right) = a\left(\sum_{q=1}^l w_{iq} a\left(\sum_{j=1}^m v_{qj} x_j\right)\right).$$

Овим је описана прва фаза, пропагација улазног сигнала. Критеријумска функција обучавања има облик

$$E(w) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (d_i - y_i)^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [d_i - a(net_i)]^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[d_i - a \left(\sum_{q=1}^l w_{iq} z_q \right) \right]^2.$$

У складу са градијентним поступком екстремизације, корекција тежина између скривеног и излазног слоја је дата са

$$\Delta w_{iq} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{iq}},$$

односно узимајући у обзир релацију о простирању унапред и ланчано правило парцијалних извода за $\partial E / \partial w_{iq}$, имамо

$$\Delta w_{iq} = -\eta \left[\frac{\partial E}{\partial y_i} \right] \left[\frac{\partial y_i}{\partial net_i} \right] \left[\frac{\partial net_i}{\partial w_{iq}} \right] = \eta [d_i - y_i] [a'(net_i)] [z_q] \stackrel{\Delta}{=} \eta \delta_{0i} z_q,$$

где је са δ_{0i} означен сигнал грешке

$$\delta_{0i} = -\frac{\partial E}{\partial net_i} = -\left[\frac{\partial E}{\partial y_i} \right] \left[\frac{\partial y_i}{\partial net_i} \right] = [d_i - y_i] [a'(net_i)],$$

где је net_i улаз у неурон и у излазном слоју, док је

$$a'(net_i) = \frac{\partial a(net_i)}{\partial net_i}.$$

Резултат је у потпуности идентичан Делта правилу за једнослојни перцептрон чији је улаз z_q једнак излазу неурона из скривеног слоја [9].

Корекција тежина између неурона j у улазном и неурона q у скривеном слоју је дата са

$$v_{qj} = \eta \left[\frac{\partial E}{\partial v_{qj}} \right] = -\eta \left[\frac{\partial E}{\partial net_q} \right] \left[\frac{\partial net_q}{\partial v_{qj}} \right] = -\eta \left[\frac{\partial E}{\partial z_q} \right] \left[\frac{\partial z_q}{\partial net_q} \right] \left[\frac{\partial net_q}{\partial v_{qj}} \right] = \eta \sum_{i=1}^n [(d_i - y_i) a'(net_i) w_{iq}] a'(net_q) x_j.$$

Коришћењем израза за сигнал грешке δ_{0i} , добијамо

$$\Delta v_{qj} = \eta \sum_{i=1}^n [\delta_{0i} w_{iq}] a'(net_q) x_j = \eta \delta_{hq} x_j,$$

где је δ_{hq} сигнал грешке за неурон q у скривеном слоју и дефинише се као

$$\delta_{hq} = -\frac{\partial E}{\partial net_q} = -\left[\frac{\partial E}{\partial z_q} \right] \left[\frac{\partial z_q}{\partial net_q} \right] = a'(net_q) \sum_{i=1}^n \delta_{0i} w_{iq},$$

где је net_q улаз у неурон q .

Израз за δ_{hq} показује да се овај сигнал грешке за неурон q у скривеном слоју добија пропагирањем уназад од излазног слоја сигнала грешке δ_{0i} придружених излазним неуронима. Ово својство показује важну локалну особину алгоритма, наиме, да би се израчунала корекција коефицијената задате гране потребне су само величине (сигнали) на оба краја ове гране.

Ова разматрања се лако могу проширити на перцептрон са произвољним бројем слојева, сукцесивном применом правилом уланчавања за диференцирање. У општем случају, за

произвољан број слојева, правило корекције тежина у алгоритму пропагације грешке уназад има форму

$$\Delta w_{ij} = \eta \delta_i x_j = \eta \delta_{\text{output}-i} x_{\text{input}-j},$$

где се „оутпут-и“ и „инпут-ј“ односе на два краја конекције неурона j ка неурону i . Сумарно, алгоритам пропагације грешке уназад се може описати кроз следеће кораке.

Нека вишеслојни перцептрон има Q слојева, $q=1,2,\dots,Q$ и нека је

${}^q \text{net}_i$ - нет улаз за i -ти неурон у q -том слоју

${}^q y_i$ - излаз неурона i у q -том слоју.

Нека постоји m улазних и n излазних чворова. Нека ${}^q w_{ij}$ означава тежину везе између ${}^{q-1} y_j$ и ${}^q y_i$.

УЛАЗ: Скуп парова $\{(x^{(k)}, d^{(k)}), k = 1, 2, \dots, p\}$

КОРАК 0: (Иницијализација) Изабрати $\eta > 0$ и $E_{\max}$ (максимална прихватљива грешка). Иницијализовати све синаптичке тежине малим случајним вредностима. $E=0$, $k=1$.

КОРАК 1. Применири k -ти обучавајући вектор на улаз ($q=1$):

$${}^q y_i = {}^1 y_i = x_i^{(k)}, \text{ за све } i.$$

КОРАК 2. (Пропагација унапред). Пропагирати сигнал унапред до излаза по формули

$${}^q y_i = a({}^q \text{net}_i) = a\left(\sum_j {}^q w_{ij} {}^{q-1} y_j\right) \quad \forall i, q$$

све док се не добије излаз ${}^Q y_i$.

КОРАК 3: (Рачунање излазне грешке ${}^Q \delta_i$)

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (d_i^{(k)} - {}^Q y_i)^2 + E, \quad$$

$${}^Q y_i = (d_i^{(k)} - {}^Q y_i) a'({}^Q \text{net}_i).$$

КОРАК 4: (Пропагација грешке уназад). Пропагација грешке уназад у циљу кориговања тежина и срачунавања грешке ${}^{q-1} \delta_i$ за претходни слој:

$$\Delta {}^q w_{ij} = \eta {}^q \delta_i {}^{q-1} y_j, \quad {}^q w_{ij}^{\text{new}} = {}^q w_{ij}^{\text{old}} + \Delta {}^q w_{ij},$$

$${}^{q-1} \delta_i = a'({}^{q-1} \text{net}_i) \sum_j {}^q w_{ji} {}^q \delta_j, \text{ за } q = Q, Q-1, \dots, 2.$$

КОРАК 5. Провера да ли су сви узорци из обучавајућег скупа једном прошли процедуру. Ако је $k < p$, тада је $k=k+1$ и прелази се на корак 1. У супротном прелази се на корак 6.

КОРАК 6. (Провера укупне грешке). Да ли је укупна акумулирана грешка прихватљива? Ако је $E < E_{\max}$, прекида се процес обуке, у супротном $E=0$, $k=1$, прећи на корак 1.

ЕНД алгоритам пропагације грешке уназад.

Ова варијанта алгоритма пропагације грешке уназад је тзв. инкрементална, тј. тежине се коригују након представљања сваког узорака из обучавајућег скупа. Алтернативни приступ

је тзв. блоковски (батч – мод траининг) алгоритам, по коме се тежине мењају након што су сви узорци у обучавајућем скупу презентовани.

2.11.2 Фактори који утичу на обучавање алгоритма пропагације грешке уназад

- Иницијализација тежина

Почетне вредности изузетно утичу на крајњи резултат обучавања. Типична иницијализација је малим случајним вредностима. Велике вредности воде у засићење и заглављивање у локалним екстремумима блиским стартној позицији. Практична препорука за иницијализацију је избор почетних тежина у опсегу $\left[-\frac{3}{\sqrt{k_i}}, \frac{3}{\sqrt{k_i}} \right]$, где је k_i број улазних конекција у неурон и.

- Коефицијент обучавања

Велике вредност за η могу да убрзају конвергенцију, али и да доведу до премашаја циља, док исувише мале вредности имају супротан ефекат. Досадашња пракса показује да се η може кретати, зависно од конкретног проблема у опсегу од 0.001 до 10. Добра стратегија је адаптивна промена за η , нпр. по следећем закону

$$\Delta\eta = \begin{cases} a, & \Delta E < 0, \text{ konzistentno} \\ -b\mu, & \Delta E > 0 \\ 0, & \text{u ostalim slučaja} \end{cases}, \quad a, b > 0$$

Конзистентно, може да има значење или нпр. К узастопних корака или тежинско покретно усредњавање ΔE .

- Функција Циља

Квадратна функција није једини могући избор. променом ове функције мења се само сигнал грешке δ_{oi} у излазном слоју, док остале једначине остају непромењене. Могући избори функције грешке су L_p норма

$$E = \frac{1}{p} \sum_i (d_i - y_i)^p, \quad 1 \leq p < \infty,$$

Чебишевљева норма

$$L_\infty = \sup_i |d_i - y_i|.$$

- Моментум

Један од начина да се константа обучавања повећа, а да не додје до дивергентног осциловања је додавање тзв. моментум члана. Моментум је у ствари додатни инерцијални члан који омогућава одвијање процеса обучавања у правцу „средње силе на доле“. Ово се може остварити укључивањем претходних промена тежина у тренутну промену, нпр. на следећи начин

$$\Delta w(t) = -\eta \nabla E(t) + \alpha \Delta w(t-1), \quad \alpha \in [0,1],$$

где је α моментум параметар (уобичајена практична вредност је 0.9).

Елипсе приказују изохипсе хипотетичке површине грешке (error surface) квадратног типа.

- Правила корекције.

До сада анализирано правило корекције тежина се заснивало на најједноставнијем поступку градијентног спуста. Добро развијена теорија оптимизације нуди низ далеко развијенијих и ефикаснијих техника. Прво побољшање се може учинити укључивањем виших редова критеријумске функције [14]. Ако $E(w)$ развијемо у тајлоров ред добијамо

$$E(w) = E(w_0) + (w - w_0)^T \nabla E(w_0) + \frac{1}{2} (w - w_0)^T H(w) (w - w_0) + \dots$$

где је

$$H(w) = \nabla^2 E(w), \quad H_{ij} = \frac{\partial^2 E}{\partial w_i \partial w_j}.$$

Да би смо нашли минимум од $E(w)$, стављамо $\nabla E(w) = 0$, односно

$$\nabla E(w) = \nabla E(w_0) + H(w_0)(w - w_0) + \dots = 0.$$

Ако занемаримо чланове реда већег од два у горњем развоју, добијамо

$$w = w_0 - H^{-1}(w) \nabla E(w_0),$$

или у итеративној процедури

$$w^{(k+1)} = w^{(k)} - H^{-1}(w^{(k)}) \nabla E(w^{(k)}),$$

што је познат Њутнов метод корекције тежина, за кога се доказује да у случају конвексних критеријумских функција E , конвергира квадратно ка решењу. Медјутим и даље процедура има низ недостатака:

- рачунарска комплексност
- захтева добро почетно погађање
- за неконвексне критеријумске функције може да конвергира ка локалном екстремуму и седластим тачкама.

Рачунарски релаксирана метода погодна за имплементацију је нпр. квази Њутнова метода или алгоритам коњугованих праваца.

2.11.2.1. Обучавајући скуп и генерализација.

Алгоритам пропагације грешке уназад има добра својства генерализације. Неуронска мрежа добро генерализује уколико даје добре интерполације за нове улазе, који нису били присутни у поступку обучавања. Неуронска мрежа са исувише слободних параметара за задати обучавајући скуп може бити добро обучена, са великом вероватноћом лоше генерализације. Овај феномен се назива оверфиттинг. Уколико међутим мрежа има исувише мало слободних параметара, није у стању да се обучи на обучавајућем скупу, а самим тим има лоше перформансе и на тест скупу (скуп за тестирање обухвата примере који не припадају обучавајућем скупу). Будући да генерализација представља важно својство, развијено је више процедура за њено побољшање.

а. Смањивање осетљивости мреже. Да би неуронска мрежа поседовала добра својства генерализације, потребно је да мале промене улазних сигнала не изазивају велике промене на излазу неуронске мреже. Један од могућих начина за побољшање генерализације директном применом овог принципа је проширивање обучавајућег скупа варијацијама улазних сигнала, рецимо додавањем шума ниског нивоа око сваког елемента обучавајућег скупа. Формално, обучавајући скуп

$$\{(x_i, d_i)\} \text{ се замењује са } \{(x_i + \xi_j), d_i\}, j = 1, \dots, m, \quad i = 1, \dots, p.$$

Друга могућност постизања сличног ефекта смањивања осетљивости мреже у односу на улазне сигнале је додавање новог члана стандардној критеријумској функцији облика

$$E_b = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial E_f}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial E_f}{\partial x_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial E_f}{\partial x_n} \right)^2 \right],$$

где је E_f функционал грешке у стандардном алгоритму обучавања. Разлог за укључивање E_b је да његова минимизација у ствари значи, према горњој дефиницији, малу осетљивост E_f на варијације улаза, што је и био циљ.

б. Регуларизација. Овај метод се своди на проширивање критеријумске функције тзв. регуларизационим чланом

$$\tilde{E} = E + \nu \Omega$$

где је E стандардни критеријум, ν је параметар којим се контролише утицај додатног члана Ω , који је у директној вези са комплексношћу неуронске мреже [15]. На тај начин, минимизацијом укупног критеријума $\tilde{E}$ постиже се условна екстремизација стандардног критеријума E уз услов минималне комплексности неуронске мреже, која је основни узрок оверфитинга. Најчешће коришћен облик регуларизационог члана је

$$\Omega = \frac{1}{2} \sum_i w_i^2,$$

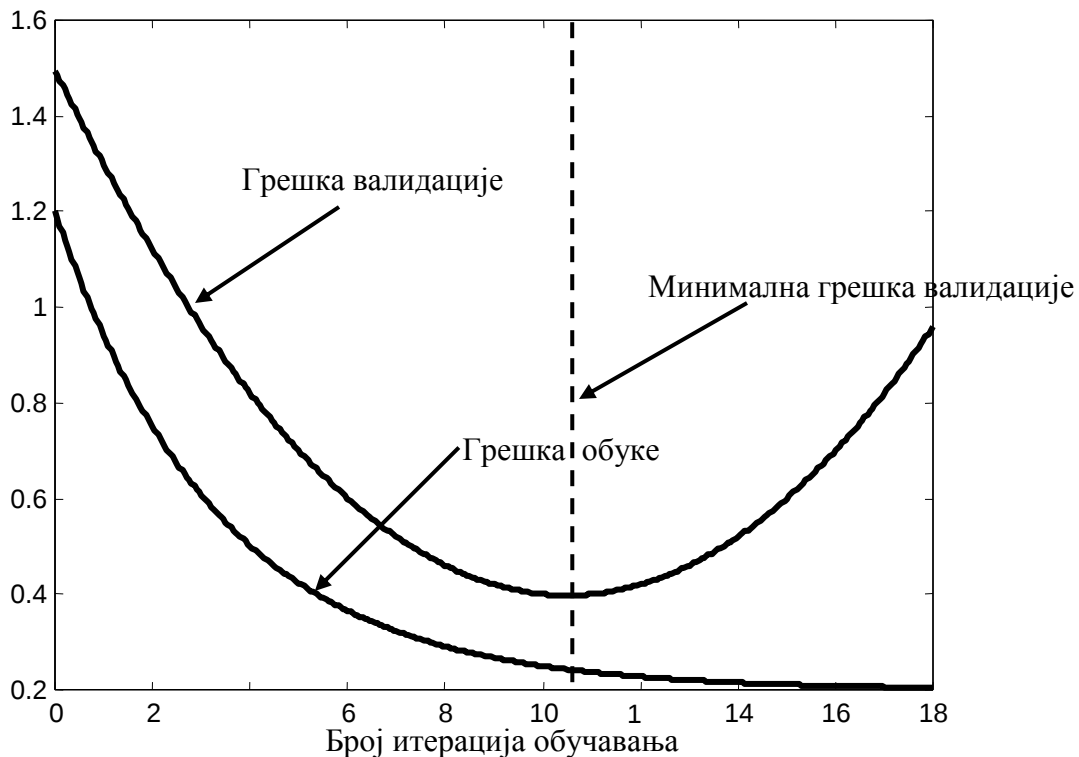
познат под називом веигхт децау – смањивање тежина, при чему се сума односи на све тежине и бајасе у мрежи. Пракса показује да се на овај начин постиже значајно

побољшање генерализације. Могуће хеуристичко објашњење овог ефекта се своди на следеће резонување. Уколико су тежине мреже велике, активације неурона су у пределу засићења, дакле нелинеарних области које управо проузрокују комплексна пресликавања мреже, и обрнуто, за мале вредности тежина активације су у пределу линеарности активационих функција и комплексност мреже је мала, чиме се смањује вероватноћа оверфитинга за фиксирану дужину обучавајућег скупа.

ц.Рано заустављање (early stopping).

Током типичне процедуре обучавања грешка обучавања (вредност критеријумске функције) по правилу опада са бројем итерација обучавања. Међутим грешка мерена на скупу података независних од обучавајућег скупа (тест или валидациони скуп) по правилу опада до једне одређене вредности итерациа, а затим почиње да расте. Овај раст је везан за појаву оверфитинга, па је стога целисходно процедуру обучавања зауставити у тој тачки, иако критеријумска функција на обучавајућем скупу и даље опада. Отуда назив ове методе – рано заустављање. На слици 2.12 је приказан типични облик зависности грешке обучавања и валидације

Грешке обуке и валидације



Слика 2.12 Типични облик зависности грешке обучавања и валидације

2.12 Области примене неуронских мрежа

Неуронске мреже користе се у бројним и најразличитијим областима. Навешћемо само неке:

- Примењују се у разним областима економије. Имају успеха на финансијским тржиштима где нелинеарна природа финансијских података чини примену класичних метода веома тешком;
- у предвидању вредности акција супериорне су у односу на статистичке методе;
- доношење одлука на основу великог броја променљивих;
- оцена кредитне способности предузећа (да ли му одобрити зајам или не);
- предвиђање временских серија везаних за тражњу - маркетиншка анализа: предвиђање будућих купаца, понашање купаца у будућности, препознавање циљних група - сегментирање тржишта;
- препознавање облика, нарочито препознавање рукописа;
- разне врсте дијагнозирања, нарочито медицинског, моделирање кардиоваскуларног система;
- проучавање рада мозга;
- психијатријске процене;
- временска прогноза;
- криминолошка истраживања;
- војна примена за аутоматско препознавање мете.

2.13 Предности и недостаци неуронских мрежа

Предност неуронских мрежа је њихова способност да уче која им даје природнији интерфејс ка моделирању реалног света, у односу на класичне системе који морају бити програмирани. Неуронске мреже су у стању да пронађу везе између појава које измичу људском интелектуалном апарату потпомогнутом класичним софтверским алатима.

Неуронске мреже имају и могућност толеранције недостатака - мрежа се састоји од више елеманата процесирања, па може да функционише и ако дође до оштећења дела мреже. Способне су да генерализују, па ако им се презентује некомплетан скуп улазних података, мрежа ће ипак бити у стању да да излаз.

Неуронске мреже не раде добро оно што ни људи не раде добро. Нису добре за аритметичке прорачуне и задатке обраде података. Иако имју одличну моћ предвиђања, имају слабу способност објашњавања. На слици је приказан дијаграм зависности моћи предвиђања и објашњавања. Видимо да неуронске мреже одлично предвиђају а слабо објашњавају, потпуно супротно од нпр. стабала одлучивања. Неуронска мрежа не може

кориснику да објасни како је дошла до одређеног решења. Дуго време тренинга такође може да представља проблем, а ако је потребан чест тренинг, то може учинити апликације неупотребљивим.

3 Нафта

3.1 Увод

Од момента када су сирова нафта и нафтни деривати (у даљем тексту нафта) почели да се примењују као енергенти у индустрији, за покретање аутомобила и других транспортних средстава, преузели су примат над осталим енергентима. Нафта је посебно значајна у периодима ратова када се функционисање ратне машинерије не може замислити без ње. Даљи историјски развој указује на сукобе изазване освајањем нафтних извора, односно контролом над њима. Са порастом значаја нафте у свакодневном животу савременог човека, промене везане за контролу нафтних извора, као и промене везане за производњу и потрошњу нафте утичу на све оне секторе код којих је нафта основни енергент, а тиме и на животни стандард становништва.

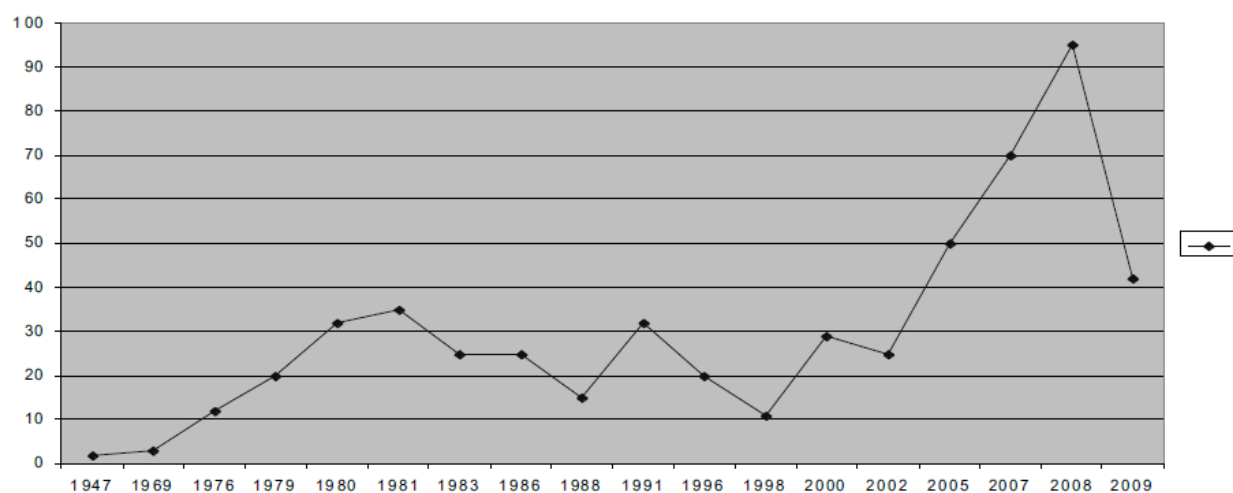
Потрошња нафте у свим секторима живота нарочито се повећала након Другог светског рата. У том периоду главна изворишта нафте налазила су се у региону Блиског истока, односно у земљама у развоју. Међутим експлоатацију нафте у овом региону вршиле су транснационалне компаније из развијених земаља. Цена нафте у то време износила је 2 до 3 УСД по барелу, што је омогућило експанзију индустријског развоја у матичним земљама нафтних транснационалних компанија.

Све до седамдесетих година двадесетог века нафтне компаније из развијених земаља контролисале су међународно тржиште нафте са својим учешћем од 70%. Управо у овом периоду земље чланице Организације земаља извозница нафте (ОПЕК) намећу овим компанијама порез од 55%, што доводи до првог значајнијег пораста цене нафте на светском тржишту. Од тада ОПЕК постаје значајан чинилац који утиче на формирање цене нафте. На земље чланице ОПЕК-а је, до краја осамдесетих година двадесетог века, отпадала половина светске производње сирове нафте. Од тада, па до краја прве деценије двадесет првог века, ОПЕК у просеку производи једну трећину од укупне светске производње сирове нафте. У табели 3.1 можете видети тражњу и производњу сирове нафте у Свету у периоду од 2004 до 2008 год.

	2004.	2005.	2006.	2007.	2008.	2009.
Светска тражња	82,5	83,9	84,9	85,9	85,7	85,1
Светска производња (1+2)	82,9	84,0	84,3	84,6	85,9	
1) ОПЕК	29,6	30,7	30,5	30,1	31,1	-
Земље ван ОПЕК'а	53,3	53,3	53,8	54,5	54,8	55,9
Удео ОПЕК-а у светској производњи (%)	35	36	36	35	36	

Табела 3.1. Светска производња и тражња за сировом нафтом у периоду од 2004. године до 2008. године (у мил.барела/дан)

Контролисањем производње, односно системом квота, земље чланице ОПЕК-а утичу на формирање цене нафте на светском тржишту. Поред њих на цену нафте утиче трговина на Њујоршкој и Лондонској берзи нафте. На слици 3.1 можете видети годишње кретање цена сирове нафте у периоду од 1947 до 2009 године.



Слика 3.1. Кретање просечних годишњих цена сирове нафте од 1947. године до 2009. Године (УСД/барел у текућим ценама)

Цене нафте на светском тржишту кретале су се од 3 УСД по барелу у 1947. години до 147 УСД по барелу у јулу 2008. године. Цене нафте посебно су расле током првог (1974) и другог (1979) нафтног шока када су земље ОПЕК-а услед политичких разлога ограничиле производњу нафте. Цена барела нафте у 1981. години износи 35 УСД да би до 2000. године била релативно стабилна, чак и падала у неким периодима.

Међутим од 2001. године цена нафте бележи континуирани раст и у јулу 2008. године, достиже износ од 147 УСД по барелу. Крајем 2008. године, са појавом светске финансијске кризе долази до пада цене нафте на 41 УСД по барелу.

Процене Светске банке указивале су да ће просечна цена нафте у 2009. години износити око 47 УСД за барел. Почетком октобра месеца 2009 [10]. Године барел сирове нафте на светском тржишту износио је 70,36 УСД.

3.2 Шта је нафта

Сирова нафта је смеша различитих угљоводоника, претежно парафинских, из хомологог низа алкана, односно виших чланова тог низа, затим нафтенских угљоводоника - циклоалкана, ароматичних угљоводоника и других органских једињења. Олефинских угљоводоника практично и нема у сировој нафти, али су зато присутни у продуктима њене прераде. Према овим групама које садрже, нафте се деле на парафинске, нафтenske и мешане.

Нафта настаје од беланчевина, угљених хидрата и масти као остатака нискоразвијених биљних и животињских планктона и бактерија које су живе у води и у мору. Ти органски остаци се могу посебним геохемијским процесима претворити у нафту и земни гас. Ти процеси се одвијају током дугог временског периода, чак и по геолошким стандардима, са повишеном температуром и притиском (који су последица наслага седимената) као основним иницијаторима.

Као гориво, нафта се убраја у природна течна горива.

3.3 Настанак

Данас преовладава мишљење да је нафта настала од масних и воштаних супстанци различитих ситних животињских и биљних морских организама - планктона. Под повољним условима, који су владали у далеком геолошким добима, живе су и размножавале се у топлим морским заливима велике количине тих организама; угинувши оне су се таложиле на морско дно.

У средини сиромашној кисеоником почело је, због деловања анаеробних бактерија, разарање беланчевина и других лако распадљивих органских материја. Отпорније масне и воштане супстанце гомилале су се онда у облику муља - сапропела. Тај основни материјал морао је после, наносом речног муља, бити покривен заштитним слојем. Под притиском земљаних слојева, и код нешто повишене температуре, маст се претварала најпре у прабитумен, а онда у нафту.

Присуство компликованих високомолекулских спојева (холестерола, хормона, хлорофила и др.) који нису могли настати једноставном синтезом и оптичка активност нафте доказују органско порекло нафте. И састав слане воде, која прати нафту, сведочи о њеном морском пореклу.

С друге стране постоји мишљење да нафта потиче из неиспитаних и недовољно познатих дубина Земље. Томе у прилог говоре налази нафте у вулканским подручјима (на Камчатки), нагомилавање нафте у великим дубинама у минералима кристалоног порекла (Венецуела) и налази нафте у пукотинама литосфере у дну Индијског океана.

3.4 Састав

По свом хемијском саставу нафта је мешавина великог броја различитих угљоводоника и малих количина једињења сумпора, кисеоника и угљеника (од трагова и до 7%). У њој су заступљени угљоводоници с једном до 50 и више угљеникових атома у молекулу, и то претежно парафинског (метановог) низа (нпр. пенсилванијска нафта) или нафтног низа (нпр. неке совјетске нафте).

Мање су заступни ароматични угљоводоници (нпр. неке румунске нафте). У нафти су, без обзира на врсту угљоводоника, заступљени више или мање, сви чланови појединог низа: од лакохлапљивих до тешкохлапљивих као и крутих са великим бројем угљеникових атома. О већој или мањој заступљености нижих односно виших чланова зависи густина нафте. Лагане нафте које код прерађивања дају више лаганих фракција, или их уопште не дају.

У хемијском саставу по проценту масе доминира угљеник, затим водоник, и кисеоник, сумпор и азот којих има релативно мало. У зависности од састава и улова настанка, то је мрко-жута/зелена до црна вискозна течност густине мање од воде (820-920 кг/м³). Редовни пратилац нафте у њеним налазиштима је земни гас.

3.5 Налазишта и вађење нафте

Њена се лежишта могу очекивати у седиментним слојевима оних подручја где је у давним геолошким добима било море. Дубина нафтоносних слојева је различита; од неколико метара до 7600 метара и више. Што је већа дубина, већи је и притисак под којим се нафта налази. Најдубља до сада постигнута истражна бушотина од 9169 налази се у Оклахоми (САД) [19]. На слици 3.2 видите како изгледају нафтне платформе



Слика 3.2 Нафтне платформе

3.6 Добијање

Нафта и природни гас избијају на многим местима сами из земље. Оваква природна врела нису нимало важна за производњу нафте. Велике количине нафте добијају се данас у свету из дубљих слојева земље изливањем (еруптирањем) из бушотина на принципу артешких бунара. Прва бушења обављана су насумице. Данас се пре постављања дубинске сонде спроводе геолошка и геофизичка истраживања, која дају податке о геолошкој структури подземних слојева; на тај се начин знатно смањује број јалових бушења. Савремена техника бушења развила се из ручног бушења, обављаног у потрази за сољу и водом. Сва се бушења данас изводе машинама.

Постоје два начина бушења: ударно и окретно. Код ударног бушења длето, причвршћено на доњем крају алатки, диже се 30 до 40 цм, а затим се пушта да падне на дно бушотине. Савремено окретно бушење готово је потпуно истиснуло старије ударно бушење. Длето, причвршћено на крају цеви, својим ротацијским стругањем мрви камен и продире у дубину. Кад цев уђе својом целом дужином у земљу на њу се, цевном спојницом надовеже друга цев. То се понавља тако дуго док бушотина не досегне нафтоносни слој. Изнад бушотине налази се торањ челичне конструкције, висок до 54 метра, с дизалицама за придржавање и извлачење алатки и цеви, као и с погонским и контролним уређајима. За време бушења издробљени материјал се непрестано испире с дна бушотине, и то јаким млазом ретке суспензије глине у води, која се утискује у цев. Да се бушотина не заруши, у њу се спуштају заштитне цеви. Од продора подземних вода бушотине се заштићују цементирањем.

Кад бушотина допре до нафтоносног слоја, нафта и плин навиру у бушотину терани природним притиском, који, ако је довољно велик, може избацити нафту на површину земље. Код врло високих притисака настају снажне "ерупције", при чему се млаз нафте диже десетак метара изнад површине земље. Овакве дивље ерупције некад су често изазивале катастрофалне пожаре, које је врло тешко, па и немогуће угасити. Данас се то спречава посебним уређајима који затварају сонду и регулишу притисак при излазу нафте. Код недовољних притисака нафта се мора црпити помоћу посуда или црпи. Нафтоносни слој се никада не може потпуно исцрпити. Кад се тензија нафте нафтоносног слоја у суседном подручју изједначи с притиском у бушотини, нафта престаје притицати. Велике количине нафте које, упркос свим савременим методама вађења, остају у земљи (више од 50%), могле би се извадити само на рударски начин. На слици 3.3 видите једну врсту нафтне бушалице.



Слика 3.3 Нафтна бушелица

3.7 Највећи произвођачи

Нафта је данас у свету један од најзначајнијих стратешких производа (обично се назива "црно злато"). Због тога земље произвођачи нафте имају велику моћ у геополитичким односима, а контрола над извориштима нафте један је од најзначајнијих узрока криза у свету. Земље које су највећи извозници нафте (али не увек и произвођачи) су груписане у интересну организацију ОПЕК (Организација петролеумских експортних земаља).

Највећи произвођачи нафте су:

- Саудијска Арабија (10.37 милиона барела)

- Русија (9,27 милиона барела)
- Сједињене Америчке Државе (8,69 милиона барела)
- Иран (4,09 милиона барела)
- Мексико (3,83 милиона барела)

3.8 Цена

Цена нафте је на светском тржишту ушестеростручена у раздобљу од 2000. године до данас. Претпоставља се да ће у блиској будућности производња нафте доћи до врхунца а до 2050. ће бити исцрпљене све залихе. Истовремено се потражња повећава, посебно због великог привредног раста Кине и Индије. Због тога би врло брзо могло доћи до кризе великих размера у светској привреди.

3.9 Густина нафте

Маса јединице обима нафте назива се густоћом нафте $\rho_0 = m_0 / V_0$

где је ρ_0 густина нафте изражена у Кг/м^3 , m_0 маса нафте изражена у кг, а V_0 волумен нафте изражен у м^3 . У стандардним условима густоћа нафте најчешће износи између 800 и 900 Кг/м^3 .

Густина нафте при било којој температури може се израчунати темељем густина у стандардним условима, према изразу:

$$\rho_{0-t} = \rho_0 - \beta_t (t-15)$$

где је ρ_{0-t} густоћа при температури t [$^{\circ}\text{Ц}$] изражена у Кг/м^3 , ρ_0 густина нафте у стандардним условима изражена у Кг/м^3 , док је β_t коефицијент топлинског растезања изражен у $(\text{Кг/м}^3)/\text{К}$ и може се израчунати према изразу: $\beta_t = 1,825 - 0,001315 * \rho_0$

Емпиријски израз за густина нафте која садржи отопљени плин изгледа:

$$\rho_{0-g} = \rho_0 * \exp(-b * P_s)$$

гдје је ρ_{0-g} - t густина нафте која садржи отопљени плин изражена у Кг/м^3 , ρ_0 густина нафте у стандардним условима изражена у Кг/м^3 , b коефицијент, добивен искуствено, те се узима између 0,0005 и 0,002, док је P_s количина плина отопљеног у нафти изражена у $\text{м}^3/\text{м}^3$.

3.10 Дневна потрошња нафте у свету

Данас око 40 одсто светске енергије, и око 96 одсто транспортне енергије, потиче од нафте и њених деривата. Од 1859. године када је откривена до данас, потрошено је око половине светских нафтних резерви, а до 2020. потрошња нафте ће бити повећана за око 60 одсто (посебно због повећања броја аутомобила) [3]. Највећи светски потрошач нафте и даље су САД, које увозе преко 50 одсто своје укупне потрошње (више од десет милиона барела дневно), али највећу годишњу стопу раста потрошње нафте имају Индија и Кина (7,5 и 5,5 одсто, у поређењу са један одсто стопе раста у индустријским земљама) па ће бити стратешки битно за њихов економски развој да осигурају свој приступ нафтним изворима. На слици 3.4 видите дневну потрошњу нафте у барелима

	Држава	Потрошња (милиона барела дневно)
1.	Сједињене Америчке Државе	19.7
2.	Јапан	5.4
3.	Кина	4.9
4.	Њемачка	2.71
5.	Бразил	2.38
6.	Русија	2.2
7.	Канада	2.0
8.	Индија	2.0
9.	Француска	1.96
10.	Мексико	1.93
11.	Италија	1.87
12.	Велика Британија	1.7
13.	Шпанија	1.5
14.	Саудијска Арабија	1.36
15.	Индонезија	1.02

Слика 3.4 Дневна потрошња нафте у барелима

Према подацима које је представила компанија "БП", једна од највећих и водећих енергетских фирми у свету, сматра се да је залиха "црног злата", остало довољно још за 40 година ако се потрошња настави овим темпом.

До сличних резултата дошли су и стручњаци из "Оил Деплејшен Аналисис центра (ОДАЦ)" у Лондону[4]. Они су истакли да ће експлоатација нафте достићи свој максимум за четири године, а да након тога почиње стрмоглав пад који ће снажно утицати на светску економију и на начин на који данас живимо.

Последњих година јаз између производње и потрошње нафте се доста продубио, а наредних година нас не очекује ништа боље. Ако потрошња премаши производњу чак и за један барел, цена нафте би могла да достигне висину од 100 долара за један барел. Након тога дошло би до нове, глобалне рецесије.

Чак и мала редукција нафте, од на пример 10 до 15 процената би могла да осакати економију. Током 1970. смањење од само пет процената је изазвало скакање цена за више од 400 процената. Цереми Легет, геолог и аутор књиге "Скоро нестало: Нафта, гас, топао ваздух и криза глобалне енергије" је такозвану "пик оил" (нафта на врхунцу) теорију представио широј публици. Он порицање влада и индустрија о нестајању нафте пореди са негирањем климатских промена.

Оно са чиме се ипак сви слажу, укључујући и БП, је да су потребе за нафтом енормно повећане – од 79 милиона барела дневно током 2002. године потрошња је скочила на 84.5 милиона барела током 2004. Убрзан развој Кине и Индије и потребе за горивом у свету значе да ће бити потребно много више нафте, али и да ће она морати да дође из неког другог извора. То потврђује и истраживање "Бритиш Петролијума", а које показује да је потреба за нафтом нагло порасла током последњих пет година. Данас трошимо око 85 милиона барела дневно, а према подацима агенције за енергију "Инетранционален", ова цифра ће порасти на 113 милиона до 2030. На слици 3.5 је приказана дневна производња нафте у барелима.

	Држава	Производња (милион барела дневно)
1.	Саудијска Арабија	8.68
2.	Русија	7.69
3.	Сједињене Америчке Државе	7.69
4.	Мексико	3.58
5.	Кина	3.38
6.	Иран	3.36
7.	Норвешка	3.33
8.	Венецуела	2.94
9.	Канада	2.88
10.	Велика Британија	2.46
11.	Уједињени Арапски Емирати	2.27
12.	Ирак	2.03
13.	Нигерија	2.01
14.	Кувајт	1.87
15.	Алжир	1.66

Слика 3.5 Дневна производња нафте у барелима

3.10.1 Расположиве количине деривате нафте (потрошња) у Србији

У 2011. години укупна потрошња моторних горива је износила 2.160.564 т. У односу на 2010. годину, када се посматра укупна производња, увоз и извоз, расположива количина моторних горива на тржишту Србије је опала за 141,140 т, или 6,13%. Овом приликом није узето у обзир стање залиха на почетку и на крају посматраног периода, тако да су могућа одређена мања одступања од реално расположивих количина. Подаци о залихама се од ове године прикупљају, тако да ће бити укључени у Анализу приликом израде годишњег извештаја за 2012. годину.

Под термином моторна горива обухваћена су течна горива нафтног порекла која се користе као горива за погон моторних возила и то: бензини: ЕВРО БМБ 98, ЕВРО ПРЕМИЈУМ БМБ 95, ПРЕМИЈУМ БМБ 95 дизел горива: ЕВРО ДИЗЕЛ; ДИЗЕЛ Д2 као и укупни ТНГ за погон моторних возила и енергетску потрошњу. Овакав пад потрошње горива је готово немогуће објаснити тржишним кретањима. Међутим када се у биланс потрошње моторних горива уврсти значајно повећање потрошње екстра лаког лож уља у 2011. години у односу на претходне (око 130.000 т), укупни пад потрошње моторних горива је свега 0,46%. Ови подаци реалније приказују кретање потрошње и указују да су се енергетска горива лож уље екстра лако ЕЛ и лож уље екстра лако евро ЕЛ, 2011. године у великој мери користила као моторно гориво.

У укупној потрошњи моторних горива у Србији, бензини учествују са 21 одсто, дизел гориво са 62 одсто и ТНГ са 17 одсто. Уколико се дизел гориву придода раније поменута количина екстра лаког лож уља добија се структура која реалније осликава стање на тржишту: Бензини 19,8%, дизел горива 64,1% и ТНГ 16,1% .

4 Употреба вештачких неуронских мрежа у предвиђању потрошње нафте

4.1 Подаци за обучавање и тестирање неуронске мреже

У овом поглављу ћемо испитати могућност предвиђања потрошње нафте у земљама које се убрајају међу највећим потрошачима нафте , као и Европе и Америке као целине употребом неуронских мрежа. Подаци за обучавање и тестирање су преузети са сајта [18] који се бави обрадом и прикупљањем информација о свим видовима енергије. Подаци су унети као месечна потрошња од јануара 2001 до септембра 2010 године.

Добијене податке је било потребно поделити у две групе. Прву групу од 90 узорака чине подаци за обучавање неуронске мреже, а другу од 27 чине подаци за тестирање неуронске мреже.

Обрадили смо податке за : Уједињено Краљевство, Европу, Француску, Немачку, Италију, Јапан, Канаду, Јужну Кореју и Сједињене Америчке Државе. На основу метода ауторегресије добили смо да су коефицијенти који највише утичу на предвиђање различити , тако смо добили да за текући месец m , месеци који највише утичу су за : Уједињено Краљевство $m-6$ и $m-12$, Европу $m-3$ и $m-12$, Француску $m-3$ и $m-12$, Немачку $m-1$ и $m-5$, Италију $m-3$ и $m-12$, Јапан $m-1$ и $m-12$, Канаду $m-1$ и $m-3$, Јужну Кореју $m-1$ и $m-12$, Сједињене Америчке Државе Јапан $m-1$ и $m-12$. У табелама 4.1 до 4.9 приказали смо податке које смо користили за обучавање и тестирање неуронске мреже.

2001	Јануар	1754.807	Април	1839.7	Јул	1699.645
	Фебруар	1758.536	Мај	1737.226	Август	1752.226
	Март	1864.903	Јун	1804.6	Септембар	1728.4
	Април	1767.333	Јул	1809.161	Октобар	1739.807
	Мај	1721.194	Август	1760.871	Новембар	1782.267
	Јун	1690.733	Септембар	1796.6	Децембар	1672.516
	Јул	1686.032	Октобар	1795.452	2008 Јануар	1725.548
	Август	1725	Новембар	1826.267	Фебруар	1837.172
	Септембар	1799.767	Децембар	1746.581	Март	1705.355
	Октобар	1714.484	2005 Јануар	1829.774	Април	1852.733
	Новембар	1797.1	Фебруар	1840.5	Мај	1650.774
	Децембар	1687.226	Март	1845.516	Јун	1739.667
2002	Јануар	1687.936	Април	1763.067	Јул	1654.194
	Фебруар	1776.071	Мај	1782.839	Август	1607.032
	Март	1791.387	Јун	1819.333	Септембар	1753.067
	Април	1738.733	Јул	1795.097	Октобар	1757.516
	Мај	1704.194	Август	1811	Новембар	1740.767
	Јун	1694.167	Септембар	1874.233	Децембар	1740.29
	Јул	1732.387	Октобар	1773.968	2009 Јануар	1743.839
	Август	1723.516	Новембар	1866.5	Фебруар	1698.429
	Септембар	1800.067	Децембар	1874.29	Март	1739.452
	Октобар	1751.936	2006 Јануар	1836.871	Април	1707.867
	Новембар	1752.433	Фебруар	1781.5	Мај	1614.387
	Децембар	1715.452	Март	2012.161	Јун	1691.667
2003	Јануар	1696.677	Април	1702.4	Јул	1659.936
	Фебруар	1861.607	Мај	1843.548	Август	1656.387
	Март	1874.516	Јун	1853.333	Септембар	1673.567
	Април	1719.5	Јул	1791.065	Октобар	1653.581
	Мај	1702.807	Август	1716.613	Новембар	1637.033
	Јун	1751	Септембар	1813.8	Децембар	1532.387
	Јул	1762.323	Октобар	1806.516	2010 Јануар	1581.807
	Август	1672	Новембар	1829.733	Фебруар	1683.143
	Септембар	1851.5	Децембар	1652.097	Март	1678.419
	Октобар	1671.419	2007 Јануар	1737.032	Април	1642.1
	Новембар	1808.467	Фебруар	1785.179	Мај	1610.581
	Децембар	1746.355	Март	1774.742	Јун	1594.267
2004	Јануар	1745.936	Април	1780.867	Јул	1626.71
	Фебруар	1734.724	Мај	1676.968	Август	1638.677
	Март	1828.484	Јун	1735.267	Септембар	1635.8

Табела 4.1. Подаци о потрошњи нафте у Уједињеном Краљевству.

2001	Јануар	2695.161	Април	2661.533	Јул	2501.323
	Фебруар	2641.321	Мај	2327.387	Август	2579.097
	Март	2784.839	Јун	2627.267	Септембар	2600.9
	Април	2700.967	Јул	2686.936	Октобар	2664.516
	Мај	2714.903	Август	2651.936	Новембар	2548.167
	Јун	2877.333	Септембар	2828.033	Децембар	2429.581
	Јул	2978.774	Октобар	2655.484	2008 Јануар	2495.548
	Август	3059.258	Новембар	2820.967	Фебруар	2586.414
	Септембар	2913.333	Децембар	2801.516	Март	2413.677
	Октобар	2882.29	2005 Јануар	2473.645	Април	2527.3
	Новембар	2925.833	Фебруар	2705.964	Мај	2322.774
	Децембар	2589.742	Март	2543.065	Јун	2436.733
2002	Јануар	2583.258	Април	2571.333	Јул	2649.129
	Фебруар	2684.929	Мај	2610.226	Август	2634.677
	Март	2648.194	Јун	2540.267	Септембар	2843.967
	Април	2675.133	Јул	2614.516	Октобар	2859.226
	Мај	2491.258	Август	2885.355	Новембар	2622.7
	Јун	2775.867	Септембар	2851.867	Децембар	2472.774
	Јул	2921.581	Октобар	2690.548	2009 Јануар	2391.645
	Август	2789	Новембар	2769.633	Фебруар	2616.643
	Септембар	2933.267	Децембар	2519.323	Март	2726.129
	Октобар	2771.839	2006 Јануар	2550.355	Април	2478.467
	Новембар	2746.9	Фебруар	2666.464	Мај	2331.677
	Децембар	2642.807	Март	2676	Јун	2366.333
2003	Јануар	2433.613	Април	2514.767	Јул	2410.871
	Фебруар	2752.571	Мај	2692.355	Август	2262.097
	Март	2587.258	Јун	2645.867	Септембар	2548.367
	Април	2785.767	Јул	2627	Октобар	2507.968
	Мај	2810.484	Август	2773.065	Новембар	2358.567
	Јун	2716.4	Септембар	2950.333	Децембар	2298.29
	Јул	2676.774	Октобар	2820	2010 Јануар	2168.323
	Август	2485.742	Новембар	2805.867	Фебруар	2452.321
	Септембар	2894.4	Децембар	2582.065	Март	2514.161
	Октобар	2781.839	2007 Јануар	2304.581	Април	2278.6
	Новембар	2645.933	Фебруар	2369.25	Мај	2363.742
	Децембар	2591.516	Март	2472.194	Јун	2522.533
2004	Јануар	2458.323	Април	2299.833	Јул	2584.452
	Фебруар	2675.035	Мај	2389.323	Август	2562.258
	Март	2800.871	Јун	2452.4	Септембар	2761.5

Табела 4.2. Подаци о потрошњи нафте у Немачкој

2001	Јануар	15330.21	Април	15623.19	Јул	15492.53
	Фебруар	15354.49	Мај	14333.2	Август	15555.92
	Март	15273.89	Јун	15424.24	Септембар	15730.62
	Април	14780.5	Јул	15523.69	Октобар	16285.44
	Мај	14894.69	Август	14959.3	Новембар	16051.55
	Јун	14996.73	Септембар	16100.33	Децембар	15122.38
	Јул	15447.51	Октобар	15706.86	2008 Јануар	15484.97
	Август	15577.23	Новембар	15979.05	Фебруар	15684.36
	Септембар	15891.87	Децембар	16077.15	Март	14872.89
	Октобар	15674.14	2005 Јануар	15185.1	Април	15656.37
	Новембар	15973.51	Фебруар	16285.78	Мај	14733.81
	Децембар	15523.63	Март	15945.46	Јун	15006.46
2002	Јануар	15591.26	Април	15431.47	Јул	15521.7
	Фебруар	15640.46	Мај	15096.52	Август	15068.22
	Март	15076.89	Јун	15512.88	Септембар	16150.54
	Април	15096.82	Јул	15251.86	Октобар	15967.92
	Мај	14534.01	Август	15838.81	Новембар	14985.63
	Јун	15190.32	Септембар	16069.39	Децембар	15184.2
	Јул	15697.59	Октобар	15446.12	2009 Јануар	14695.88
	Август	15008.91	Новембар	16096.06	Фебруар	15071.55
	Септембар	15674.29	Децембар	15913.97	Март	14924.96
	Октобар	15844.1	2006 Јануар	15531.58	Април	14453.3
	Новембар	15468.5	Фебруар	16145.8	Мај	13804.25
	Децембар	15306.64	Март	16379.29	Јун	14553.94
2003	Јануар	15250.9	Април	14805.33	Јул	14687.12
	Фебруар	16189.63	Мај	15296.43	Август	13749.56
	Март	15039.23	Јун	15784.55	Септембар	14979.23
	Април	15312.28	Јул	15425.38	Октобар	14770.51
	Мај	15063.03	Август	15473.61	Новембар	14133.34
	Јун	15232.76	Септембар	16139.25	Децембар	14153.23
	Јул	15585.39	Октобар	16117.56	2010 Јануар	13345.48
	Август	14711.72	Новембар	16038.06	Фебруар	14531.27
	Септембар	16153.34	Децембар	15118.59	Март	14665.61
	Октобар	16008.59	2007 Јануар	15088.71	Април	14095.19
	Новембар	15269.67	Фебруар	15466.44	Мај	13767.9
	Децембар	15794.1	Март	15337.35	Јун	14537.46
2004	Јануар	14990.39	Април	14922.71	Јул	14809.93
	Фебруар	15717.84	Мај	14991.11	Август	14358.97
	Март	15981.81	Јун	15402.76	Септембар	15261.56

Табела 4.3 Подаци о потрошњи нафте у Европи

2001	Јануар	2181.323	Април	2065.3	Јул	1982.097
	Фебруар	2116.679	Мај	1750.097	Август	1949.871
	Март	2024.29	Јун	1979.933	Септембар	1971.4
	Април	2026.833	Јул	1991.677	Октобар	2169.839
	Мај	1910.548	Август	1831.484	Новембар	2105.567
	Јун	1982.1	Септембар	2107.033	Децембар	1865.936
	Јул	2067.774	Октобар	2022.258	2008 Јануар	2049.419
	Август	2002.677	Новембар	1994.567	Фебруар	1980.172
	Септембар	2100.467	Децембар	2070.226	Март	1870.968
	Октобар	2073.903	2005 Јануар	1967	Април	1994.367
	Новембар	2094.767	Фебруар	2212.321	Мај	1840.032
	Децембар	2073.194	Март	2122.258	Јун	1886.5
2002	Јануар	2215.258	Април	1909.2	Јул	1913.742
	Фебруар	2070.286	Мај	1874.387	Август	1844.581
	Март	1955.903	Јун	1971.633	Септембар	1983.067
	Април	1933.6	Јул	1936.355	Октобар	2037.839
	Мај	1786.258	Август	1996.226	Новембар	1869.733
	Јун	1937.567	Септембар	2050.4	Децембар	2075.548
	Јул	2094.936	Октобар	1861.516	2009 Јануар	1990.387
	Август	1867.161	Новембар	1996.033	Фебруар	1998.036
	Септембар	1999.7	Децембар	2013.581	Март	1920
	Октобар	2071.258	2006 Јануар	2095.161	Април	1798.833
	Новембар	1979.333	Фебруар	2152.214	Мај	1668.645
	Децембар	1909.516	Март	2113.419	Јун	1816.967
2003	Јануар	2115.452	Април	1909.833	Јул	1839.032
	Фебруар	2180.714	Мај	1837.871	Август	1576.581
	Март	1869	Јун	1966.8	Септембар	1883.567
	Април	1912.933	Јул	1976.226	Октобар	1844.936
	Мај	1827.613	Август	1893.742	Новембар	1713.767
	Јун	1966.533	Септембар	2024.033	Децембар	1894.452
	Јул	2083.355	Октобар	2073.484	2010 Јануар	1738.871
	Август	1829.452	Новембар	1942.9	Фебруар	1936.179
	Септембар	2128.267	Децембар	1919.71	Март	1895.903
	Октобар	2136.097	2007 Јануар	2074.355	Април	1826.8
	Новембар	1869.033	Фебруар	1999.714	Мај	1676.097
	Децембар	2110.29	Март	1964.484	Јун	1818.1
2004	Јануар	2093.581	Април	1897.2	Јул	1811.29
	Фебруар	2128.517	Мај	1829.161	Август	1723.548
	Март	2088.613	Јун	1943.033	Септембар	1926.9

Табела 4.4. Подаци о потрошњи нафте у Француској

2001	Јануар	2430.677	Април	2055.1	Јул	2080
	Фебруар	2289.25	Мај	1985.387	Август	2124.355
	Март	2244.774	Јун	2047.133	Септембар	2061.7
	Април	1990.433	Јул	1909.968	Октобар	2241.387
	Мај	1987.129	Август	2043.71	Новембар	2384
	Јун	2041.9	Септембар	2073.267	Децембар	2394.742
	Јул	1820.258	Октобар	2149.774	2008 Јануар	2362.032
	Август	1913.129	Новембар	2244.633	Фебруар	2336.862
	Септембар	2152.933	Децембар	2441.161	Март	2255.71
	Октобар	1932.194	2005 Јануар	2458.161	Април	2087.767
	Новембар	2257.367	Фебруар	2343.571	Мај	2170.839
	Децембар	2536.903	Март	2453.097	Јун	1982.8
2002	Јануар	2404.29	Април	2182.533	Јул	2017.484
	Фебруар	2266.429	Мај	1973.129	Август	2018.129
	Март	2286	Јун	2092.233	Септембар	2156.5
	Април	2143.9	Јул	1929.387	Октобар	2012.71
	Мај	1865.194	Август	2057.29	Новембар	2048.733
	Јун	1885.567	Септембар	2082.2	Децембар	2261.226
	Јул	1866.258	Октобар	1953.968	2009 Јануар	2297.355
	Август	1964.774	Новембар	2281.567	Фебруар	2455.429
	Септембар	2107.233	Децембар	2499.548	Март	2186.936
	Октобар	2118.226	2006 Јануар	2401.71	Април	2208.833
	Новембар	2334.233	Фебруар	2292.964	Мај	2127.968
	Децембар	2555.032	Март	2205.161	Јун	2076.5
2003	Јануар	2526.903	Април	2012.1	Јул	2005.29
	Фебруар	2415.679	Мај	2054.71	Август	2065.516
	Март	2213.161	Јун	2082.833	Септембар	2033.567
	Април	1977.233	Јул	1913.581	Октобар	2188.452
	Мај	1998.032	Август	2108.29	Новембар	2227.2
	Јун	2058.633	Септембар	2115.133	Децембар	2366.548
	Јул	1926.774	Октобар	2066.161	2010 Јануар	2341.548
	Август	1958.097	Новембар	2369.467	Фебруар	2361.857
	Септембар	1998.6	Децембар	2543.161	Март	2233.774
	Октобар	2209.968	2007 Јануар	2423.097	Април	2228.567
	Новембар	2338.267	Фебруар	2423.893	Мај	2150.323
	Децембар	2496.29	Март	2314.903	Јун	2157.3
2004	Јануар	2389.355	Април	2249.033	Јул	2091.71
	Фебруар	2261.241	Мај	2104.419	Август	2201.355
	Март	2261.097	Јун	2096.833	Септембар	2172.133

Табела 4.5. Подаци о потрошњи нафте у Јужној Кореји

2001	Јануар	1790.742	Април	1740.7	Јул	1695.903
	Фебруар	1878.643	Мај	1699.807	Август	1561.226
	Март	1769.71	Јун	1839.3	Септембар	1660.867
	Април	1675.367	Јул	1878.258	Октобар	1757.645
	Мај	1768.484	Август	1658.194	Новембар	1734
	Јун	1737.367	Септембар	1858	Децембар	1703.032
	Јул	1879.581	Октобар	1840.097	2008 Јануар	1652.452
	Август	1791.161	Новембар	1772.667	Фебруар	1725.345
	Септембар	1993.2	Децембар	1860.774	Март	1578.936
	Октобар	1869.71	2005 Јануар	1695.129	Април	1637.1
	Новембар	1871.467	Фебруар	1860.5	Мај	1632.516
	Децембар	1966.677	Март	1838.581	Јуне	1631.233
2002	Јануар	1947.032	Април	1752.967	Јул	1726.226
	Фебруар	2032.071	Мај	1674.613	Август	1520.774
	Март	1866.194	Јун	1711.8	Септембар	1660.6
	Април	1828.3	Јул	1760.677	Октобар	1656.677
	Мај	1810.903	Август	1604.71	Новембар	1554.4
	Јун	1830.967	Септембар	1758.567	Децембар	1621.871
	Јул	1940.774	Октобар	1733.323	2009 Јануар	1491.065
	Август	1757.065	Новембар	1806.767	Фебруар	1567.964
	Септембар	1842.1	Децембар	1870.871	Март	1505.903
	Октобар	1933.645	2006 Јануар	1759.097	Април	1510.433
	Новембар	1793.5	Фебруар	2007.857	Мај	1464.742
	Децембар	1868.71	Март	1937.871	Јуне	1525.067
2003	Јануар	1782.097	Април	1605.867	Јул	1676.419
	Фебруар	2030.964	Мај	1678.484	Август	1400.097
	Март	1806.645	Јун	1700.333	Септембар	1580.333
	Април	1819.233	Јул	1721.29	Октобар	1582.839
	Мај	1793.097	Август	1588.71	Новембар	1484.333
	Јун	1855	Септембар	1760.667	Децембар	1547.323
	Јул	1903.677	Октобар	1699.871	2010 Јануар	1328.258
	Август	1747.161	Новембар	1776.567	Фебруар	1490.571
	Септембар	1929.8	Децембар	1695.968	Март	1522.613
	Октобар	1909.516	2007 Јануар	1627.032	Април	1478.333
	Новембар	1792.767	Фебруар	1766.286	Мај	1410.581
	Децембар	1961.129	Март	1720.839	Јуне	1535.733
2004	Јануар	1708.581	Април	1640.467	Јул	1617.677
	Фебруар	1810.276	Мај	1713.323	Август	1465.516
	Март	1861.936	Јун	1679.6	Септембар	1582.5

Табела 4.6. Подаци о потрошњи нафте у Италији

2001	Јануар	6038.807	Април	5075.033	Јул	4634.742
	Фебруар	6377.5	Мај	4698.097	Август	4667.097
	Март	5858.097	Јун	4759.7	Септембар	4932.3
	Април	5113.233	Јул	5096.226	Октобар	4863.484
	Мај	4906.29	Август	5255.323	Новембар	5278.6
	Јун	4839.5	Септембар	4936.867	Децембар	5731.839
	Јул	5125.677	Октобар	5113.774	2008 Јануар	5409.581
	Август	5201.774	Новембар	5201.7	Фебруар	5925.931
	Септембар	4955.067	Децембар	5957.645	Март	5062.452
	Октобар	4932.677	2005 Јануар	5825.065	Април	5039.667
	Новембар	5477.233	Фебруар	6248.036	Мај	4493.581
	Децембар	6170.677	Март	6024.71	Јуне	4387.133
2002	Јануар	5690.29	Април	5135.733	Јул	4483.387
	Фебруар	6013.107	Мај	4552.129	Август	4219.645
	Март	5434.903	Јун	5008.7	Септембар	4337.433
	Април	4878.3	Јул	4945.226	Октобар	4383.355
	Мај	4487.387	Август	4970.807	Новембар	4612.867
	Јун	4564.933	Септембар	5033.7	Децембар	5154.355
	Јул	5048.774	Октобар	4699.677	2009 Јануар	4849.613
	Август	5019.452	Новембар	5289.8	Фебруар	4720.786
	Септембар	5060.867	Децембар	6264.419	Март	4614.613
	Октобар	5122.871	2006 Јануар	5971.355	Април	4230.567
	Новембар	5943.367	Фебруар	6106.929	Мај	3822.548
	Децембар	6602.323	Март	5681	Јуне	4068.167
2003	Јануар	6073.871	Април	5104.933	Јул	4000.29
	Фебруар	6498.429	Мај	4438.097	Август	4176.258
	Март	6090.516	Јун	4760.5	Септембар	4146.133
	Април	5151.1	Јул	4984.355	Октобар	4302.452
	Мај	4926.613	Август	4832.774	Новембар	4399.867
	Јун	4976.433	Септембар	4544.233	Децембар	5089.355
	Јул	4848.484	Октобар	4781.516	2010 Јануар	4731.129
	Август	4866.516	Новембар	5259.033	Фебруар	4949.5
	Септембар	4957.3	Децембар	5958.677	Март	4690.387
	Октобар	5231.29	2007 Јануар	5257.323	Април	4324.267
	Новембар	5358.967	Фебруар	5610.393	Мај	3838.226
	Децембар	6225.71	Март	5447.613	Јуне	3963.967
2004	Јануар	5855.839	Април	4948.867	Јул	4166.871
	Фебруар	6047.138	Мај	4475.742	Август	4385.323
	Март	5833.871	Јун	4641	Септембар	4437.733

Табела 4.7 Подаци о потрошњи нафте у Јапану

2001	Јануар	2129.581	Април	2205.767	Јул	2333.548
	Фебруар	2163.857	Мај	2161.71	Август	2392.226
	Март	2013.774	Јун	2294.833	Септембар	2316.367
	Април	1936	Јул	2299.097	Октобар	2326.226
	Мај	2052.323	Август	2327.258	Новембар	2368.067
	Јун	2041.433	Септембар	2355.733	Децембар	2283.355
	Јул	2056.161	Октобар	2297.613	2008 Јануар	2315.161
	Август	2214.516	Новембар	2389.733	Фебруар	2338.31
	Септембар	1961.133	Децембар	2422.581	Март	2236.807
	Октобар	2081	2005 Јануар	2425.323	Април	2125.433
	Новембар	2134.7	Фебруар	2438.25	Мај	2187.194
	Децембар	2006.742	Март	2334.677	Јуне	2231.833
2002	Јануар	2046.323	Април	2175.267	Јул	2276.129
	Фебруар	2123.321	Мај	2304.71	Август	2190.452
	Март	2082.387	Јун	2347.433	Септембар	2250.067
	Април	1994.233	Јул	2292.774	Октобар	2284.839
	Мај	2008.903	Август	2404.032	Новембар	2261.167
	Јун	2063.133	Септембар	2266.633	Децембар	2208.226
	Јул	2097.097	Октобар	2294.807	2009 Јануар	2231.29
	Август	2151.71	Новембар	2465.9	Фебруар	2220.179
	Септембар	2031.567	Децембар	2350.258	Март	2154
	Октобар	2148.839	2006 Јануар	2160.226	Април	2048.867
	Новембар	2178	Фебруар	2311.429	Мај	2052.774
	Децембар	2124.194	Март	2275.645	Јуне	2141.633
2003	Јануар	2145.387	Април	2108.767	Јул	2169.839
	Фебруар	2289.643	Мај	2158.71	Август	2156.839
	Март	2133.452	Јун	2284.133	Септембар	2137.9
	Април	2187.733	Јул	2296.774	Октобар	2103.323
	Мај	2209.065	Август	2356.774	Новембар	2151.167
	Јун	2129.6	Септембар	2244.7	Децембар	2242.29
	Јул	2210.548	Октобар	2253.613	2010 Јануар	2151.903
	Август	2265.903	Новембар	2340.633	Фебруар	2276.143
	Септембар	2187.967	Децембар	2245.645	Март	2162.716
	Октобар	2295.903	2007 Јануар	2254.548	Април	2159.514
	Новембар	2240.033	Фебруар	2415.679	Мај	2190.439
	Децембар	2308	Март	2304.71	Јуне	2328.537
2004	Јануар	2294.774	Април	2133.467	Јул	2198.156
	Фебруар	2348.345	Мај	2293.613	Август	2291.041
	Март	2327.903	Јун	2272.8	Септембар	2242.464

Табела 4.8. Подаци о потрошњи нафте у Канади

2001	Јануар	20092.12	Април	20544.83	Јул	20746.92
	Фебруар	19689.4	Мај	20313.23	Август	21025.48
	Март	19876.16	Јун	20779.83	Септембар	20414.59
	Април	19728.9	Јул	20880.42	Октобар	20476.42
	Мај	19500.97	Август	21027.87	Новембар	20534.67
	Јун	19560.95	Септембар	20528.6	Децембар	20719.31
	Јул	19919.17	Октобар	20860.87	2008 Јануар	20246.98
	Август	20152.9	Новембар	20805.37	Фебруар	20028.83
	Септембар	19016.16	Децембар	21229	Март	19830.92
	Октобар	19823.75	2005 Јануар	20694.31	Април	19814.98
	Новембар	19395.95	Фебруар	20830.45	Мај	19797.53
	Децембар	19003.17	Март	21008.84	Јуне	19678.06
2002	Јануар	19453.5	Април	20136.71	Јул	19556.58
	Фебруар	19443.68	Мај	20606.18	Август	19272.29
	Март	19676.29	Јун	21198.37	Септембар	17838.85
	Април	19552.05	Јул	20938.85	Октобар	19698.29
	Мај	19728.17	Август	21666.06	Новембар	19052.43
	Јун	19874.87	Септембар	20141.57	Децембар	19142.24
	Јул	20075.84	Октобар	20252.83	2009 Јануар	19039.82
	Август	20221.27	Новембар	20623.35	Фебруар	18821.81
	Септембар	19460.94	Децембар	21495.4	Март	18718.9
	Октобар	19678.38	2006 Јануар	20436.3	Април	18672.39
	Новембар	19991.21	Фебруар	20576.97	Мај	18211.02
	Децембар	19943.35	Март	20608.36	Јуне	18827.62
2003	Јануар	20016.52	Април	20201.25	Јул	18626.21
	Фебруар	20375	Мај	20457.01	Август	18949.43
	Март	19707.52	Јун	20981.72	Септембар	18594.42
	Април	19830.4	Јул	20740.25	Октобар	18802.85
	Мај	19343.71	Август	21433.81	Новембар	18752.99
	Јун	19793.27	Септембар	20558.82	Децембар	19236.54
	Јул	20093.9	Октобар	20768.94	2010 Јануар	18527.9
	Август	20585.58	Новембар	20668.72	Фебруар	18860.35
	Септембар	19932.53	Децембар	20795.24	Март	19070.43
	Октобар	20182.16	2007 Јануар	20567.09	Април	18910.14
	Новембар	19872.67	Фебруар	21308.98	Мај	18826.72
	Децембар	20679.13	Март	20535.82	Јуне	19313.97
2004	Јануар	20479.19	Април	20535.97	Јул	19278.15
	Фебруар	20872.45	Мај	20620.49	Август	19691.77
	Март	20452.68	Јун	20723.07	Септембар	19507.13

Табела 4.9 Подаци о потрошњи нафте у Сједињеним Америчким Државама

4.2 Карактеристике коришћене неуронске мреже

За обучавање неуронске мреже могуће је користити софтверски пакет *Матлаб*. Све већа заступљеност *Матлаб*-а у разним универзитетским центрима и научно истраживачким институтима је последица једноставног приступа у програмирању тј. могућности рада у окружењу у коме се на врло једноставан начин уз примену просте нотације решавају конкретни проблеми. Нагли успон овог софтверског пакета је остварен развојем могућности доградње модуларног типа тј развојем додатних модула тзв. *Тоолбохес* који допуњују *Матлаб* функцијама интересантним за одређене математичке и инжењерске дисциплине. Један од модула је и *Неурал Нетворк Тоолбох* који обухвата функције за пројектовање и симулацију неуронских мрежа. Овај *Тоолбох* обезбеђује комплетни инжењеринг неуронске мреже у *Матлаб* окружењу почев од дизајна преко тренинга до симулације разних алгоритама неуронских мрежа који су у *Матлаб*-у презентовани почев од основног модела перцептрона па до најсложенијих тзв. самоорганизујућих мрежа

У раду је коришћена вештачка неуронска мрежа вишеслојни перцептрон, која је обучена алгоритмом са пропагацијом грешке уназад, уз помоћ програмског пакета *Neural Network Toolbox 4.0* развијеног за *MATLAB 6.0*. Тестиране су неуронске мреже са 5, 8, 10, 15 неурона у скривеном слоју. Најбоље резултате је показала неуронска мрежа са 15 неурона у скривеном слоју. Активационе функције неурона скривеног слоја које су показале најбоље резултате су *ТАНГСИГ* функције, док неурон излазног слоја функције типа *ПУРЕЛИН*. Функција тренирања која је показала најбоље резултате је *ТРАИНЛИМ*.

Учење вештачке неуронске мреже спроведено је или до задате висине тачности, изражене преко средње квадратне грешке или до задатог највећег броја корака учења. Задата висина тачности $MS = 0.1$, што је потребно постићи за највише 1000 епоха. Процес учења неуронске мреже се завршава када је задовољен један од ова два услова.

4.3 Анализа резултата предвиђања потрошње нафте

После обучавања неуронске мреже тестирали смо је, и на сликама 4.1 до 4.9 смо приказали стварне вредности до краја 2009 године и предвиђене вредности за 2010 годину за 1000 барела по дану, за сваку од земаља. Такође смо приказали и средњу апсолутну грешку у процентима (MAPE), средњу апсолутну грешку (MAE) и средњу квадратну грешку (RMSE) са сваку земљу у табелама 4.10 до 4.18. Ове грешке се рачунају по обрасцима :

$$MAE = \frac{\sum_{t=1}^n |x_t - x'_t|}{n},$$

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^n (x_t - x')^2}{n},$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (x_t - x')^2}{n}},$$

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \left| \frac{x_t - x'}{x_t} \right|}{n}.$$



Слика 4.1 Предвиђање потрошње нафте за Уједињено Краљевство

Средња апсолутна грешка у процентима (MAPE)	Средња апсолутна грешка (MAE)	Средња квадратна грешка (RMSE)
2.808447%	48.12176	64.52851

Табела 4.10. Приказ грешака предвиђања за Уједињено Краљевство



Слика 4.2 Предвиђање потрошње нафте за Европу

Средња апсолутна грешка у процентима (MAPE)	Средња апсолутна грешка (MAE)	Средња квадратна грешка (RMSE)
2.579%	384.6037	580.2945

Табела 4.11. Приказ грешака предвиђања за Европу



Слика 4.3 Предвиђање потрошње нафте за Француску

Средња апсолутна грешка у процентима (MAPE)	Средња апсолутна грешка (MAE)	Средња квадратна грешка (RMSE)
3.5788%	69.4711	88.589

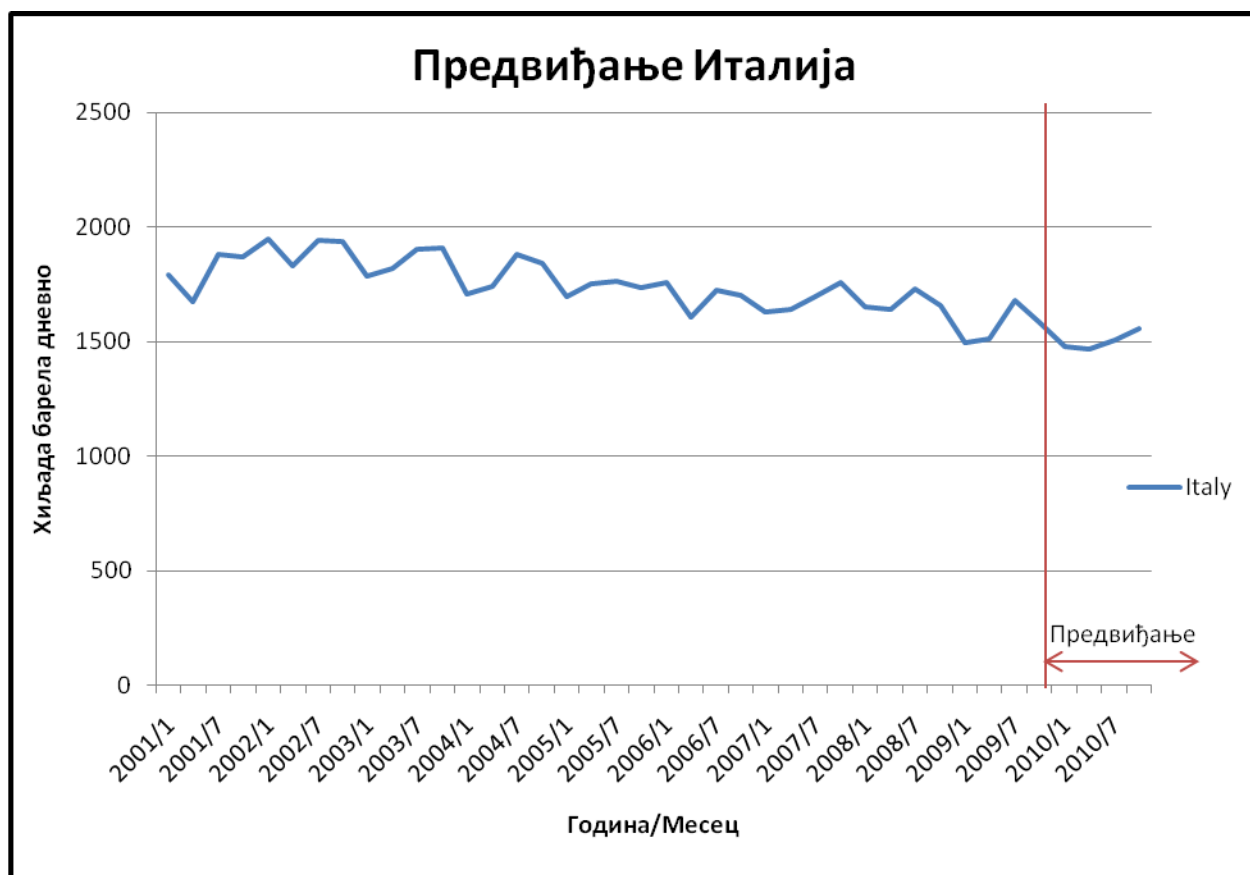
Табела 4.12. Приказ грешака предвиђања за Француску



Слика 4.4 Предвиђање потрошње нафте за Немачку

Средња апсолутна грешка у процентима (MAPE)	Средња апсолутна грешка (MAE)	Средња квадратна грешка (RMSE)
4.4786 %	115.1786	140.1018

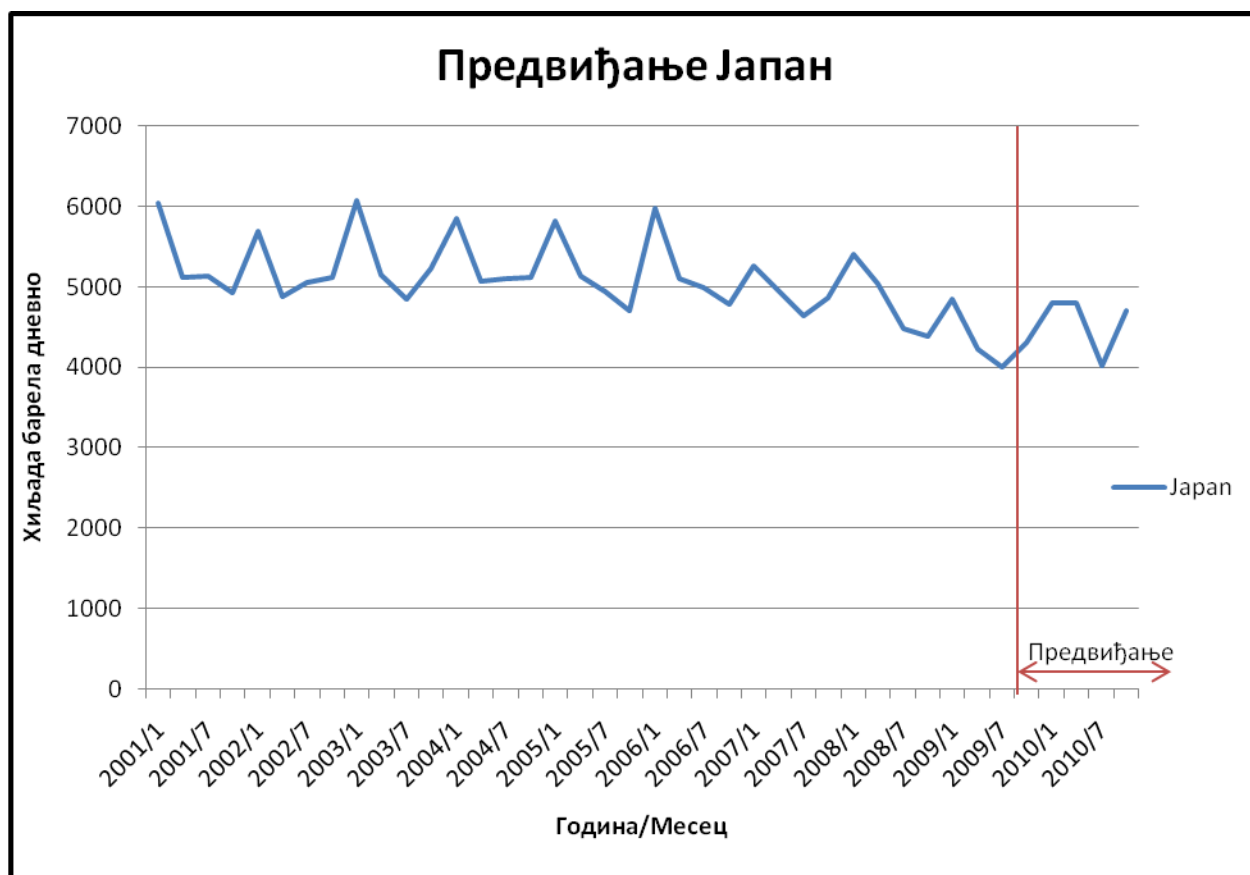
Табела 4.13. Приказ грешака предвиђања за Француску



Слика 4.5 Предвиђање потрошње нафте за Италију

Средња апсолутна грешка у процентима (MAPE)	Средња апсолутна грешка (MAE)	Средња квадратна грешка (RMSE)
3.2351%	55.2262	70.8755

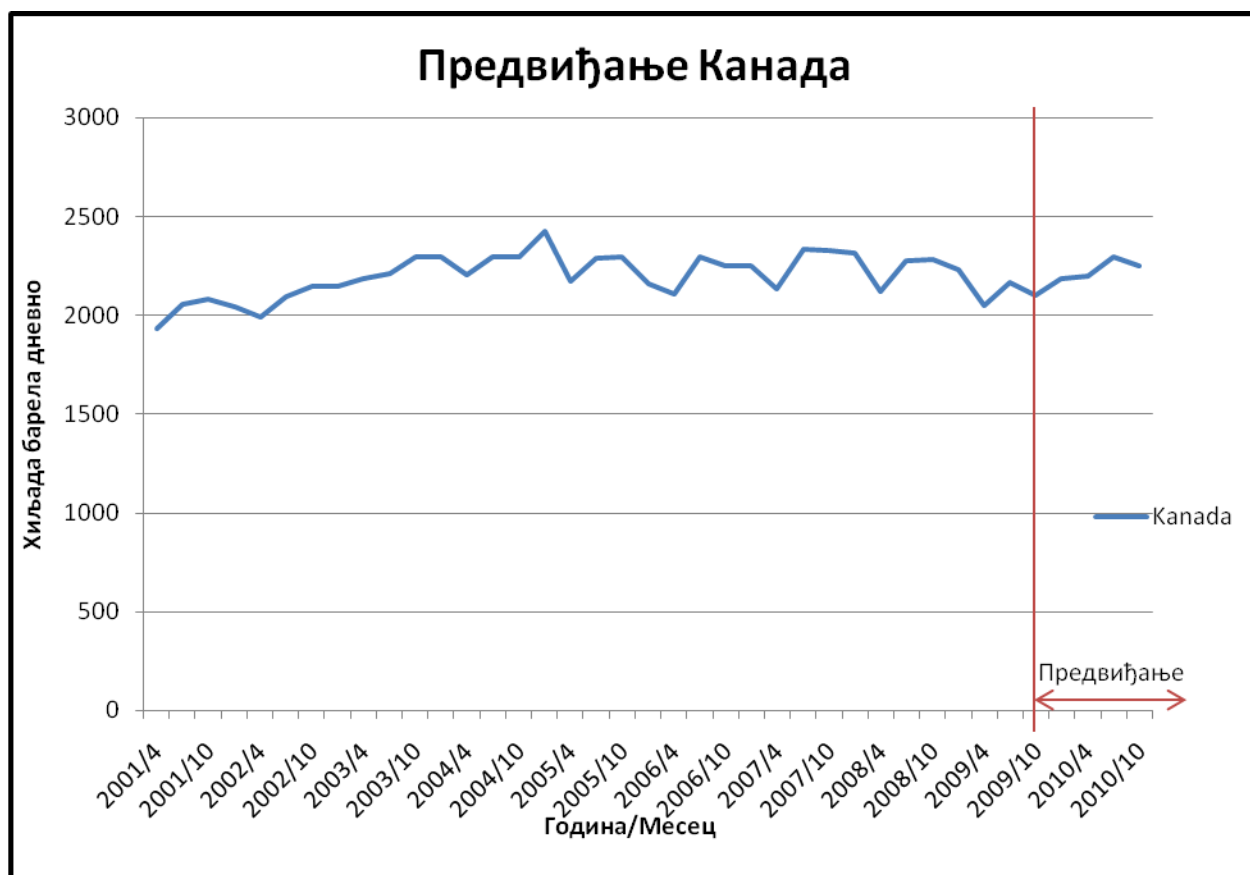
Табела 4.14. Приказ грешака предвиђања за Италију



Слика 4.6 Предвиђање потрошње нафте за Јапан

Средња апсолутна грешка у процентима (MAPE)	Средња апсолутна грешка (MAE)	Средња квадратна грешка (RMSE)
4.1581%	203.7271	263.1972

Табела 4.15 Приказ грешака предвиђања за Јапан



Слика 4.7 Предвиђање потрошње нафте за Канаду

Средња апсолутна грешка у процентима (MAPE)	Средња апсолутна грешка (MAE)	Средња квадратна грешка (RMSE)
2.3964%	53.4794	69.3109

Табела 4.16. Приказ грешака предвиђања за Канаду



Слика 4.8. Предвиђање потрошње нафте за Јужну Кореју

Средња апсолутна грешка у процентима (MAPE)	Средња апсолутна грешка (MAE)	Средња квадратна грешка (RMSE)
3.5206%	76.1081	96.5036

Табела 4.17. Приказ грешака предвиђања за Јужну Кореју



Слика 4.9. Предвиђање потрошње нафте за Сједињене Америчке Државе

Средња апсолутна грешка у процентима (MAPE)	Средња апсолутна грешка (MAE)	Средња квадратна грешка (RMSE)
1.2103%	241.78	327.662

Табела 4.18. Приказ грешака предвиђања за Сједињене Америчке Државе

5 Закључак

Вештачка неуронска мрежа обучена је за предвиђање потрошње нафте на основу статистичких података о предходним потрошњама нафте по месецима. Урађена су шредвиђања за Уједињено Краљевство, Европу, Француску, Немачку, Италију, Јапан, Канаду, Јужну Кореју и Сједињене Америчке Државе.

Анализа резултата предвиђања вештачке неуронске мреже је показала да су веома ниске вредности грешака у одступању од стварних вредности потрошње. Овим истраживањем доказали смо да се неуронске мреже могу веома успешно користити у предвиђању не само нафте и нафтних деривата већ и осталих енергената. Такође се могу користити у предвиђању цена, потреба и производње енергената.

Гледајући на тренутну ситуацију у свету, и томе да је нафта необновљив извор енергије и да ће у скорије време доћи до тоталне потрошње светских залиха нафте овакве анализе и предвиђања могу подстаћи на размишљање о уштеди овог енергента као и о употреби других енергената.

6 Литература

- [1] A. Azadeh, M. Saberi, S.M. Asadzadeh, An adaptive network based fuzzy inference system–auto regression–analysis of variance algorithm for improvement of oil consumption estimation and policy making: The cases of Canada, United Kingdom, and South Korea, *Applied Mathematical Modelling* 35 (2011) 581–593
- [2] A. Azadeh , M. Saberi, O. Seraj, An integrated fuzzy regression algorithm for energy consumption estimation with non-stationary data: A case study of Iran, *Energy* 35 (2010) 2351–2366
- [3] Sullivan W., Claycombe W., "Fundamentals of forecasting", Restong publishing company, Inc., Virginia, 1977.
- [4] Ali Azadeh , Mohsen Moghaddam, Mehdi Khakzad, Vahid Ebrahimipour, A flexible neural network-fuzzy mathematical programming algorithm for improvement of oil price estimation and forecasting, *Computers & Industrial Engineering* 62 (2012) 421–430
- [5] A. Azadeh , M. Saberi, S.M. Asadzadeh , M. Khakestani, A hybrid fuzzy mathematical programming-design of experiment framework for improvement of energy consumption estimation with small data sets and uncertainty: The cases of USA, Canada, Singapore, Pakistan and Iran, *Energy* 36 (2011) 6981e6992

- [6] A. Azadeh, S.M.Asadzadeh, A.Ghanbari, An adaptive network-based fuzzy inference system for short-term natural gas demand estimation: Uncertain and complex environments, *Energy Policy* 38 (2010) 1529–1536
- [7] A. Azadeh, M. Saberi, A. Gitiforouz, Z. Saberi, A hybrid simulation-adaptive network based fuzzy inference system for improvement of electricity consumption estimation, *Expert Syst. Appl.* 36 (8) (2009) 11108–11117.
- [8] A. Azadeh, M. Aramoon, M. Saberi, An integrated GA-time series algorithm for forecasting oil production estimation: USA, Russia, India, and Brazil, *Int. J. Ind. Syst. Eng.* 4 (2009) 368–387.
- [9] A. Azadeh, M. Khakestani, M. Saberi, A flexible fuzzy regression algorithm for forecasting oil consumption estimation, *Energ. Policy* 37 (12) (2009) 5567–5579.
- [10] A. Azadeh, Sun, D. L., & Lai, J. (2006). Oil price forecasting using neural networks method. *Shiyu Huagong Gaodeng Xuexiao Xuebao/Journal of Petrochemical Universities*, 19(2), 89–92.
- [11] Илић, В., "Неуронске мреже", 1999 – <http://solair.eunet.yu/~ilicv/neuro.html>
- [12] Миленковић, С., "Вештачке неуронске мреже", Београд, 1997
- [13] Ранковић Д., "Основе биофизике", Гроскњига, Београд, 1994
- [14] Чупић М., Туммала Р. "Савремено одлучивање: методе и примена" , Факултет организационих наука, Београд, 1997.
- [15] Turban E., "Neuronsko računanje", Fakultet organizacionih nauka, Београд. <http://fon.fon.bg.ac.yu/~cupic/>
- [16] Ранковић, В. Интелигентно управљање, Машински факултет у Крагујевцу, Крагујевац 2008, ISBN – 978 - 86 - 86663 - 35 - 1
- [17] Jurik M., "BackPercolation: assigning local error in feedforward perceptron networks", Jurik Research, 1994. <http://www.jurikres.com>
- [18] energy information administration (EIA) website: <http://www.eia.doe.gov/emeu/international/oilconsumption.html>.
- [19] <http://hr.wikipedia.org/wiki/Nafta>