

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Машинске конструкције и механизација

Предмет: Металне конструкције

Број индекса: 741/2013

Немања Р. Цветковић

**Решавање конкретног проблема из Металних
конструкција коришћењем доступних
софтвера
завршни рад**

Комисија за преглед и одбрану:

1. Др. Весна Марјановић - ментор

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завршног рада кандидат треба да

- Дефинише конкретан проблем из металних конструкција који ће бити предмет унапређења решавања
- Прикаже досадашње методе за решавање тог проблема
- Прикаже унапређење решавања применом доступног софтвера

Препоручена литература:

[1] Д. Буђевац, З. Марковић, Д. Богавац, Д. Тошић, *Металне конструкције – основе прорачуна и конструисања*, Београд, 1997.

[2] Марта Сулиок Селимбеговић, *Челичне конструкције*, Загреб, 2003.

[3] Ивана Ковачић, *Решеткасти носачи*, Нови Сад, 2010.

...

Крагујевац, септембар 2014.

ментор:

Др. Весна Марјановић - доцент

РЕЗИМЕ

У овом раду приказано је решавање конкретног проблема из металних конструкција применом софтвера, односно одређивање сила у штаповима раванског решеткастог носача који се користе како у зградству тако и у мостоградњи. Прво поглавље говори о дефинисању решеткастих носача, чворова у решеткастим конструкцијама, и подели решеткастих носача. Друго поглавље обухвата одређивање сила у штаповима на конкретном примеру применом методе издвајања чворова (*Maxwell-Cremonin* план сила) и методе издвајања дела решетке (*Culmannova* и *Ritterova* метода). У последњем, трећем поглављу, извршена је анализа решеткастог носача применом *MDSolids* софтвера. Све методе су задовољавајуће тачне, међутим ако се узме у обзир да рачунари раде тачније, много брже и поузданије од човека, увиђа се евидентна предност софтверских метода прорачуна.

Кључне речи: Металне конструкције, решеткасти носачи, прорачун, софтвер

SUMMARY

In this paper, the resolution of specific problems in metallic structures using the software, ie the determination of forces in members of plane truss used as the zgradstvu and in bridge construction. The first chapter deals with the definition of trusses, nodes in the lattice structures and the division of trusses. The second chapter covers the determination of forces in members of the specific example using the method of allocation nodes (Maxwell Cremonini plan forces) and methods of allocating a part of the grid (Culmannova and Ritter method). At last, the third chapter, an analysis of the truss using the MDSolids software. All methods are satisfactorily accurate, but if you take into account that computers work more accurately, faster and more reliable than a man, sees the obvious advantage of software calculation method.

Keywords: Metal structures, lattice girders, budget software

САДРЖАЈ

УВОД.....	1
1. РЕШЕТКАСТИ НОСАЧИ.....	3
1.1 Основне дефиниције и појмови.....	3
1.2 Чворови у решеткастим конструкцијама.....	5
1.3 Подела решеткастих носача.....	7
1.4 Облици раванских решеткастих носача.....	8
2. КЛАСИЧНЕ МЕТОДЕ ОДРЕЂЕВАЊА РЕШЕТКАСТИХ КОНСТРУКЦИЈА.....	9
2.1 Одређивање силе у штаповима решеткастих носача.....	9
2.2 Прорачун решеткастих носача.....	10
2.3 Пример ручног прорачуна решетке.....	12
2.3.1 Одређивање отпора ослонаца.....	13
2.3.2 Одређивање силе у штаповима методом издвајања чворова.....	14
2.3.3 Одређивање силе у штаповима Кремониним планом сила.....	20
2.3.4 Одређивање силе у штаповима Ritterovom методом.....	22
2.3.5 Одређивање силе у штаповима Кулмановом методом.....	24
3. ПРОРАЧУН ПОМОЋУ РАЧУНАРСКОГ СОФТВЕРА.....	27
3.1 Примена софтвера за решавање проблема из металних конструкција.....	27
3.2 MDSolids.....	29
3.3 Прорачун решеткастог носача софтвером MDSolids.....	31
ЗАКЉУЧАК.....	38
ЛИТЕРАТУРА.....	39

УВОД

Од првих оруђа и оружја од камена и дрвета до савремених свемирских истраживачких станица прачовек је прешао низ промена и усавршавања на путу да постане модеран човек данашњице. Оно што је пак остало непромењено у овом огромном временском периоду упркос свим променама је стална човекова тежња да омогући и оствари лакши живот. Како су потребе за новим изумима расле тако се развијала и унапређивала истраживачка наука тако да савремено машинство, које представља врх овог више миленијумског брега, данас нуди мноштво праваца у којима људска мисао, у оном креативном, инжењерском смислу достиже врхунац свог изражаја.

Развој технике у последњој деценији XX и почетком XXI века, а посебно *PC* рачунара довео је до њихове примене у свим подручјима људске делатности, па данас тешко можемо замислити свет без њих. Имају примену у медицини, банкарству, спорту, филму и свим гранама науке, технике и администрације. Нема ни смисла покушавати набројати све.

У овом раду ће се пажња посветити примени рачунара и софтвера у техници, а посебно у техничкој механици и металним конструкцијама.

Пре примене рачунара улагао се велики напор на теоријска и експериментална истраживања нових метода прорачуна релативно ниске сложености. Па тако, решавање решеткастих носача, у зависности од облика, је изискивало много времена и захтевало познавање техничке механике. Данас је довољно неколико минута, применом одговарајућег софтвера, доћи до много поузданијег решења.

Међутим, данашњи ниво развоја софтвера карактерише велики број различитих произвођача. Иако ови софтвери данас по својим карактеристикама и могућностима постају све сличнији међусобно, могућност ширег избора, често представља додатни проблем за опредељење инжењера. Који софтверски пакет је оптималан у датим условима, са аспекта техничких могућности које пружа корисницима, потребне хардверске платформе, цене лиценце и потребног нивоа информатичког знања као и начина на који се приступа и врши обликовање је тешко одредити.

На једном примеру решавања раванског решеткастог носача, спроведена је детаљна методологија поступака решавања како класичном – ручном, тако и софтверском методом применом *MDSolids-a.*

Прво поглавље говори о дефинисању решеткастих носача, чворова у решеткастим конструкцијама, и подели решеткастих носача. Друго поглавље обухвата одређивање сила

у штаповима на конкретном примеру применом методе издвајања чворова (*Maxwell-Cremonin* план сила) и методе пресека решетке (*Culmannova* и *Ritterova* метода). У последњем, трећем поглављу, извршена је анализа решеткастог носача применом *MDSolids* софтвера.

Поред овог софтвера, за решавање проблема у металним конструкцијала могу се применити и други софтвери као што су: *Radimpexov Tower*, *Scia ESA PT*, *Sta4CAD*, *AxisVM*, *Archicad* и тд...

Основни задатак овог рада је представљање једне од могућности коришћења савремене технике у решавању конкретних проблема у металним конструкцијама.

На основу свега, изведен је закључак да су све методе задовољавајуће тачне, и да није било грешке у поступцима. Међутим, ако се узме у обзир да рачунари раде тачније, много брже и поузданије од човека, увиђа се евидентна предност софтверских метода прорачуна.

1. РЕШЕТКАСТИ НОСАЧИ

1.1 Основне дефиниције и појмови

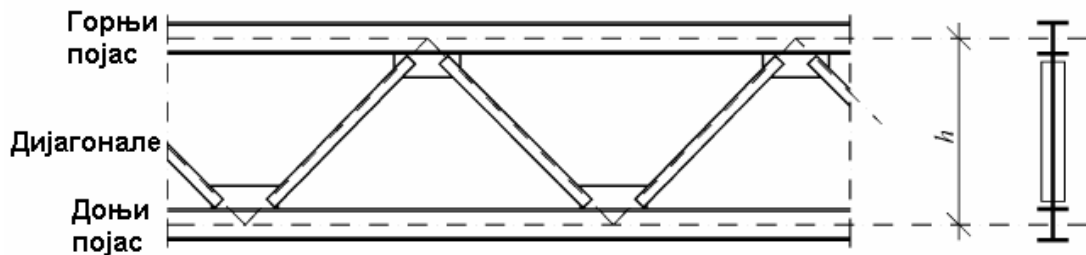
Носачи су елементи конструкција чији је основни задатак да пренесу оптерећење на одређено растојање. Могу бити пуни, олакшани-саћасти и решеткасти.^[1]

Решеткасти носачи представљају систем сачињен од лакких крутих штапова међусобно зглобно везаних својим крајевима. Зглобне везе крајева штапова се називају чворови. Решетке су оптерећени концентрисаним силама које леже у равни решетке и делују у њеним чворовима.

Настали су из тежње оптимизације утрошака материјала уз истовремено високо искоришћење конструкције. Састоје се од појасних штапова (горњи и доњи појас), и штапова испуне (дијагонала и/или вертикала) и представљају конструкције које су рационалне за велике распоне и/или већа оптерећења.^[1]

С обзиром на просторни положај решеткасти носачи се могу поделити на: раванске и просторне.

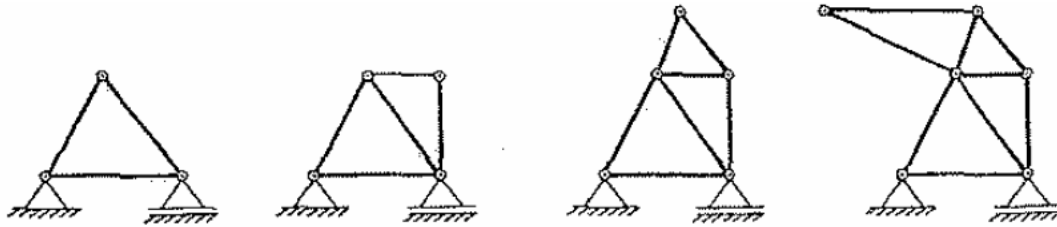
Равански решеткасти носачи су носачи код којих системне линије свих штапова леже у једној равни, а код просторних решеткастих носача системне линије штапова не леже у једној равни већ формирају просторну структуру.



Слика 1.1 – Решеткасти носачи

Једна од основних претпоставки код статичког прорачуна (како аналитичког, тако и графичког), јесте да је решеткасти конструктивни систем геометријски непромењив и статички одређен, јер се само такви системи сматрају носачима. Пре описа поступка испитивања геометријске непромењивости код оваквих носача, биће дефинисан сам појам. Геометријски непромењивим системима се сматрају они системи код којих може доћи до померања само због деформације елемената. Испитивање се може извршити статичким и кинематичким методама.^[1]

Како би се дошло до нужног услова геометријске непромењивости решеткастог носача, полази се од најједноставније структуре решеткастог носача. Основна геометријски непромењива фигура састављена од штапова је троугао који се састоји од три чвора и три штапа. Почевши од те фигуре, поступним спајањем сваког додатног чвора са два штапа долази се до геометријски непромењивог решеткастог носача. На слици 1.2. приказано је конструисање једног таквог носача на основну фигуру.



Слика 1.2 – Конструисање решеткастог носача

Класични прорачунски модел решеткастих носача подразумева зглобне везе на местима спојева, тј. претпоставља се да су штапови решетки изложени само деловању уздужних сила. Такав приступ знатно олакшава извођење прорачуна, па је његова примена врло раширена у пракси. Међутим, у стварности се везе између штапних елемената решеткастих носача најчешће изводе круто (то посебно важи за заварене спојеве), а уједно се јављају и честа одступања од центричног спајања, што због физичке немогућности остваривања потпуно центричних веза, што због поједностављивања самог извођења конструкције. Због немогућности остварења потпуно центричних веза долази до додатних напрезања у штаповима решетки (тзв. секундарна напрезања). Секундарни напони настају од стварног понашања конструкције и прерасподељују се унутар конструкције, па не делују на лежајне реакције, те одатле назив секундарни.^[1]

Посебан утицај на понашање решетки могу имати прикључци између елемената, па је врло битно проценити њихов утицај на глобално понашање конструкције. Претпостављање зглобних веза на месту спојева штапова решеткастих носача, води до питања имају ли критични делови решеткастих носача (елементи или прикључци) довољну жилавост за остварење те претпоставке. Потребни ротацијски капацитет елемената може се постићи преко ограничавања виткости штапова решеткастих носача, где посебно треба водити рачуна о виткости притисних штапова. Такође је битан и релативан однос висина између спојених елемената због секундарних напрезања.



Слика 1.3 – Хала са решеткастим носачима

1.2 Чворови у решеткастим конструкцијама

На решеткасте конструкције делују две врсте сила:

- спољашње силе: активне (силе оптерећења) и пасивне (реакције ослонаца),
- унутрашње силе: силе штапова и силе чворова.

Предпоставка да су решеткасти носачи оптерећени само у зглобовима и да, због тога, у штаповима постоје само уздужне силе, корисна је само као прорачунска шема и као стање које је у већини случајева довољно тачно. Ако властиту тежину штапова не можемо занемарити или ако су штапови непосредно оптерећени, морамо осим уздужних у обзир узети и попречне силе и моменте савијања у њима. И у том случају можемо носач прорачунати као решеткасти, при чему оптерећења растављањем у компоненте преносимо у зглобове. ^[2]

У теорији решеткастих носача постоје две претпоставке:

1. силе у штаповима решетке изазивају само аксијална напрезања без савијања,
2. сви штапови у чворовима слободно се закрећу, односно спојеви у чворовима одговарају зглобним прикључцима.

При оваквом погледу на решеткасте конструкције, појавило се решење са конструкцијским извођењем зглобова у чворовима, тј. ваљкасте осовинице (чепови) провучене кроз рупе сваког штапа. Такво решење се показало неповољним јер су се осовинице брзо троши, трење се повећавало и појављивала се корозија.

Ново решење решеткастих конструкција омогућава поштовање конструкцијских правила, тако да се стварни рад решетке максимално приближи теоријским претпоставкама. Чворови се одмах у почетку изводе крути, док се штапови прикључују у чворове помоћу чворних лимова (слика 1.4.), чворних кугли (слика 1.5.), заваривањем (слика 1.6.).



Слика 1.4 – Чворни лимови



Слика 1.5 – Чворне кугле



Слика 1.6 – Заваривање штапова

При конструисању решеткастих носача потребно је поштовати одређена правила за обликовање:

1. бирати што веће конструкцијске висине носача, ради смањивања угиба под покретним оптерећењем,
2. оптерећења уносити у носач преко чворова,
3. штапове центрирати у чворовима,
4. бирати минимално потребне величине чворних лимова, ради смањивања утицаја укљештења у чворовима.

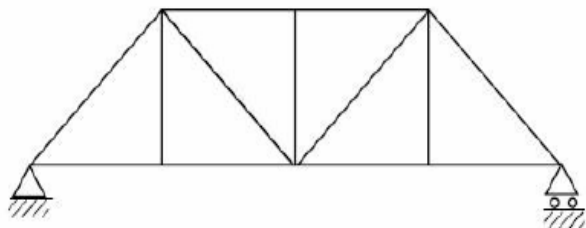
Прорачун прикључака у решеткастим конструкцијама врши се као прорачун статичке отпорности прикључака, изражене преко уздужне силе коју може пренети штап испуне и/или момента савијања у штаповима, код раванских и просторних решеткастих носача састављених од округлих, квадратних и правоугаоних шупљих профила, и њихових међусобних комбинација.

Прорачун решеткастих конструкција се своди на одређивање реакција спољашњих веза и сила у штаповима решетке. Због уведених претпоставки, силе у штаповима се поклапају са правцима штапова, те они могу бити оптерећени на затезање или притисак.

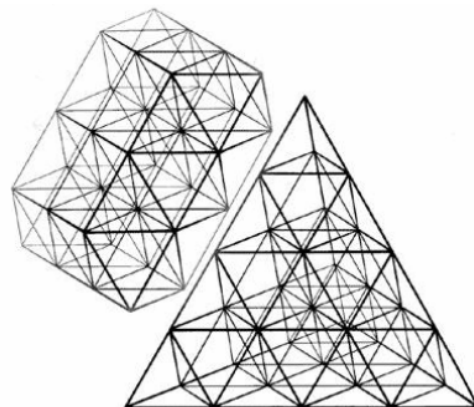
1.3 Подела решеткастих носача

Решеткасте носаче можемо поделити у више категорија:

- Према облику на: раванске (слика 1.7) и просторне (1.8)

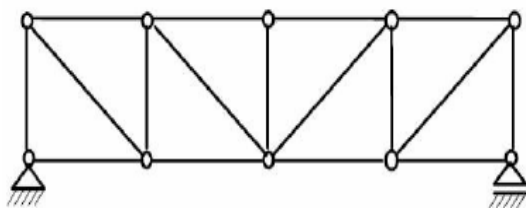


Слика 1.7 – Раванска решетка

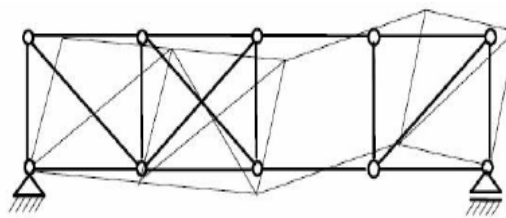


Слика 1.8 – Просторна решетка

- Према статичкој одређености на: статичне одређене (слика 1.9) и статички неодређене (слика 1.10)

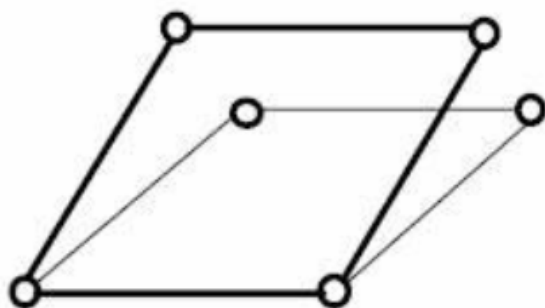


1.9 Статички одређена решетка

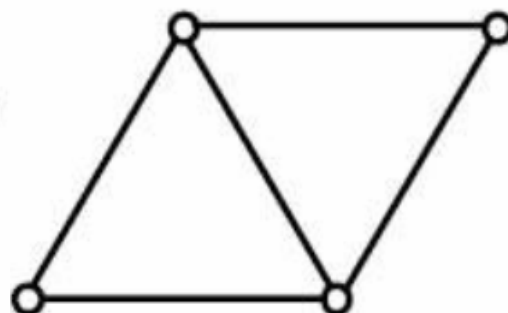


1.10 Статички неодређена решетка

- Према геометријској промењивости: геометријски промењиве (слика 1.11) и геометријски непромењиве (слика 1.12)



Слика 1.11 Геометријски промењива решетка

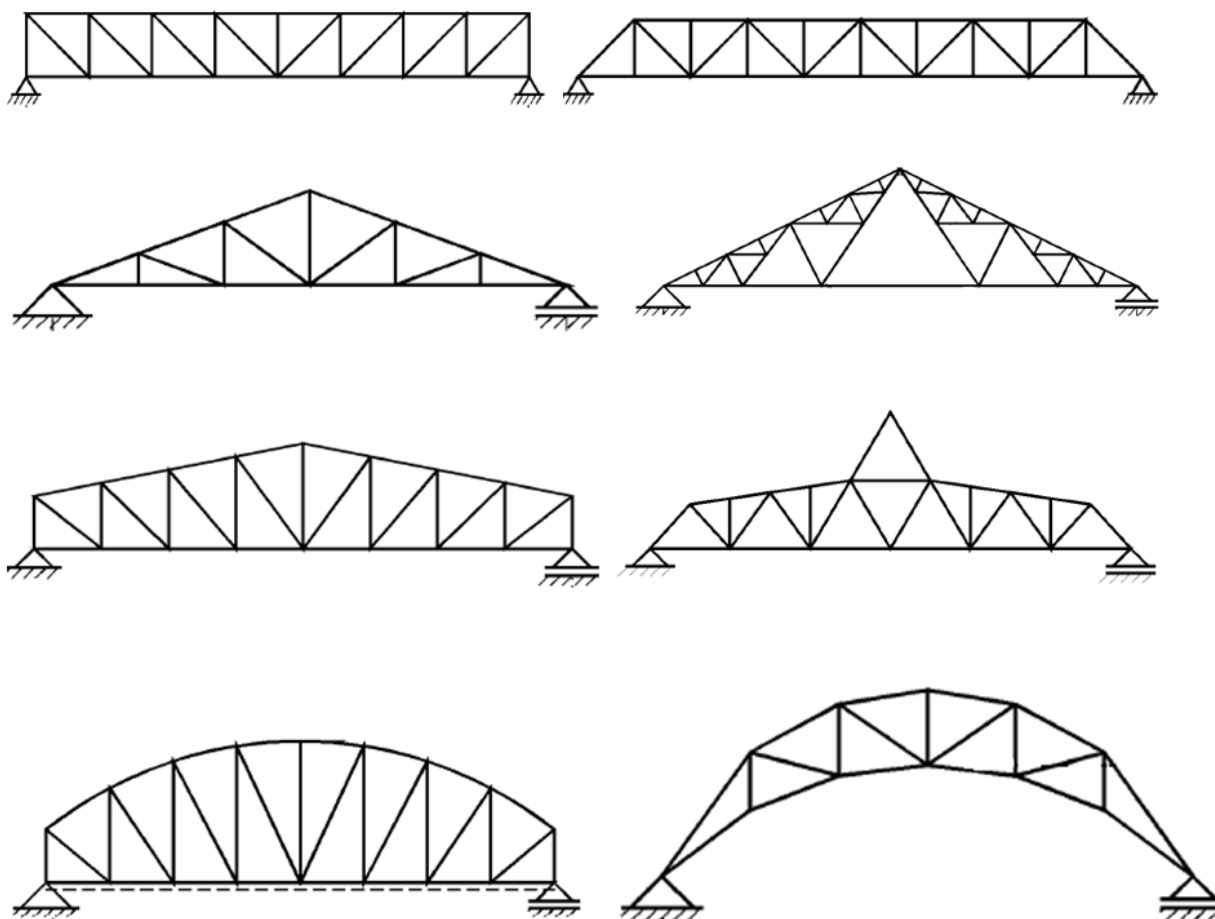


Слика 1.12 Геометријски непромењива решетка

1.4 Облици раванских решеткастих носача

У зависности од функције носача, типа конструкције и интензитета оптерећења, решеткасти носачи имају различите облике и димензије. Њихов облик дефинисан је геометријом појасних штапова, односно спољашњом контуром носача. Према томе, разликујемо:^[1]

- решеткасте носаче са паралелним појасевима
- решеткасте носаче са троугаоним појасевима
- решеткасти носачи са полигоналним појасевима
- решеткасте носаче са параболичним појасевима



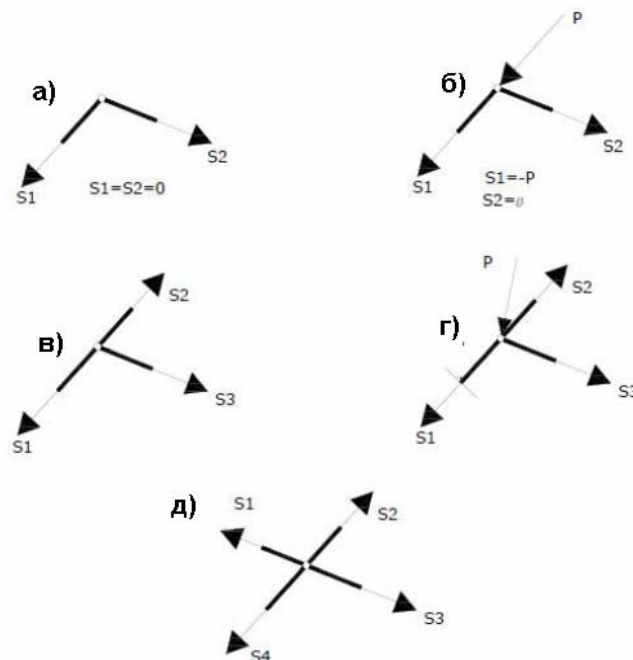
Слика 1.13 - Облици раванских решеткастих носача

2. КЛАСИЧНЕ МЕТОДЕ ОДРЕЂЕВАЊА СИЛА У ШТАПОВИМА РЕШЕТКАСТИХ КОНСТРУКЦИЈА

2.1 Одређивање сила у штаповима решеткастих носача

Елементарна правила која битно могу поједноставити поступак одређивања сила у штаповима решеткастих носача су: ^[3]

- Ако на чвор у којем се састају два штапа не делује спољашње оптерећење, тада су силе у тим штаповима једнаке нули (слика 2.1. а.),
- Ако на чвор у којем се састају два штапа делује сила у правцу, који се поклапа са једним од штапова, сила у другом штапу једнака је нули (слика 2.1. б.),
- Ако се у чвору на који не делује спољашње оптерећење састају три штапа од којих два леже на истом правцу, тада је сила у трећем једнака нули (слика 2.1. в.),
- Ако на чвор у којем се састају три штапа, од којих два леже на истом правцу, делује спољашње оптерећење, сила у трећем правцу може се одредити из збира пројекција на осу која је нормална на правац на којем леже два штапа (слика 2.1. г.),
- Ако постоји неоптерећени чвор у којем се састају четири штапа од којих по два леже на истом правцу, онда су силе у штаповима који леже на истом правцу међусобно једнаке (слика 2.1. д.).



2.1 Одређивање сила у штаповима решеткастог носача

2.2 Прорачун решеткастих носача

Прорачун решетки се може извршити: ^[4]

1. Ослобађањем спољашњих веза и увођењем одговарајуће отпора ослонаца.
2. За решетку као целину написати једначине равнотеже и одредити отпоре ослонаца.

Наиме, како на решетку делује равнски систем сила, њена равнотежа ће бити остварена ако су главни вектор система и главни момент за произвољно изабрану тачку А једнаки нули:

$$F_g = 0, \quad M_{gA} = 0$$

Први, векторски услов се пројектовањем на осе координатног система ху своди на две скаларне једначине, а претходни услови равнотеже трансформишу у следећи систем једначина равнотеже:

$$\sum_{i=1}^n Fx_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n Fy_i = 0 \quad \sum M_A = 0$$

који подразумева да је сума пројекција свих сила на осе координатног система једнака нули, и да је сума момената свих сила и спрегова за произвољну тачку у равни нула.

3. Након одређивања отпора ослонаца врши се израчунавање сила у штаповима, што се може извршити на два начина:

- а) Методом издвајања чворова (Maxwell-Cremonin план сила) и
- б) Методом издвајања дела решетки (Culmannova метода, Ritterova метода).

Уколико се примењује метода издвајања чворова, полази се од чвора у којем се сучељавају само два штапа. Између броја чворова n и броја штапова s статички одређене равнске решетки постоји веза $s = 2n - 3$. Уколико је $s > 2n - 3$ постоји унутрашња статичка неодређеност решетки, а ако је $s < 2n - 3$ ради се о механизму.

Силе у штаповима, као унутрашње силе, претпостављају се као затезне. Осим тога, силе отпора ослонаца истог таквог штапа које делују на различите чворове се постављају по принципу акције и реакције. Писањем једначина равнотеже за сучеони систем сила у равни:

$$\sum_{i=1}^n Fx_i = 0 \quad \sum_{i=1}^n Fy_i = 0$$

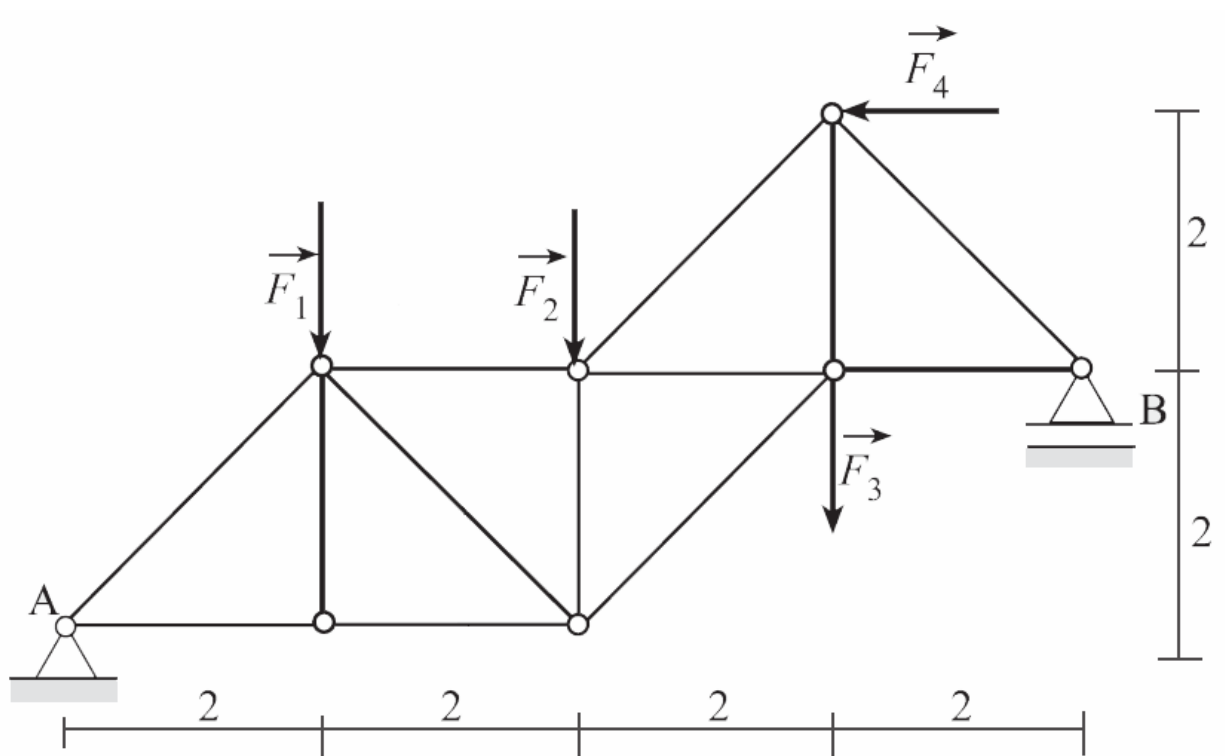
одређују се силе у штаповима. Сукцесивно, прелази се са чвора на чвор, имајући у виду да број непознатих сила које делују у чвору буде највише два.

При примени методе издвајања дела решетке врши се замишљено пресецање решетке по штаповима у којима је потребно одредити силе, тако да број пресечених штапова не буде већи од три. Затим се замењује утицај пресечених штапова силама које су им колинеарне и затезне. Пошто је на овај начин решетка подељена на два дела, а сваки од њих мора бити у равнотежи, бира се део решетке за који ће се писати једначина равнотеже. Препоручљиво је посматрати онај део решетке на који делује мање сила.

2.3 Пример аналитичког прорачуна решетке

За решетку приказану на слици 2.2, оптерећену силама интензитета 2 kN , одредити реакције у ослоњцима и силе у штаповима применом:

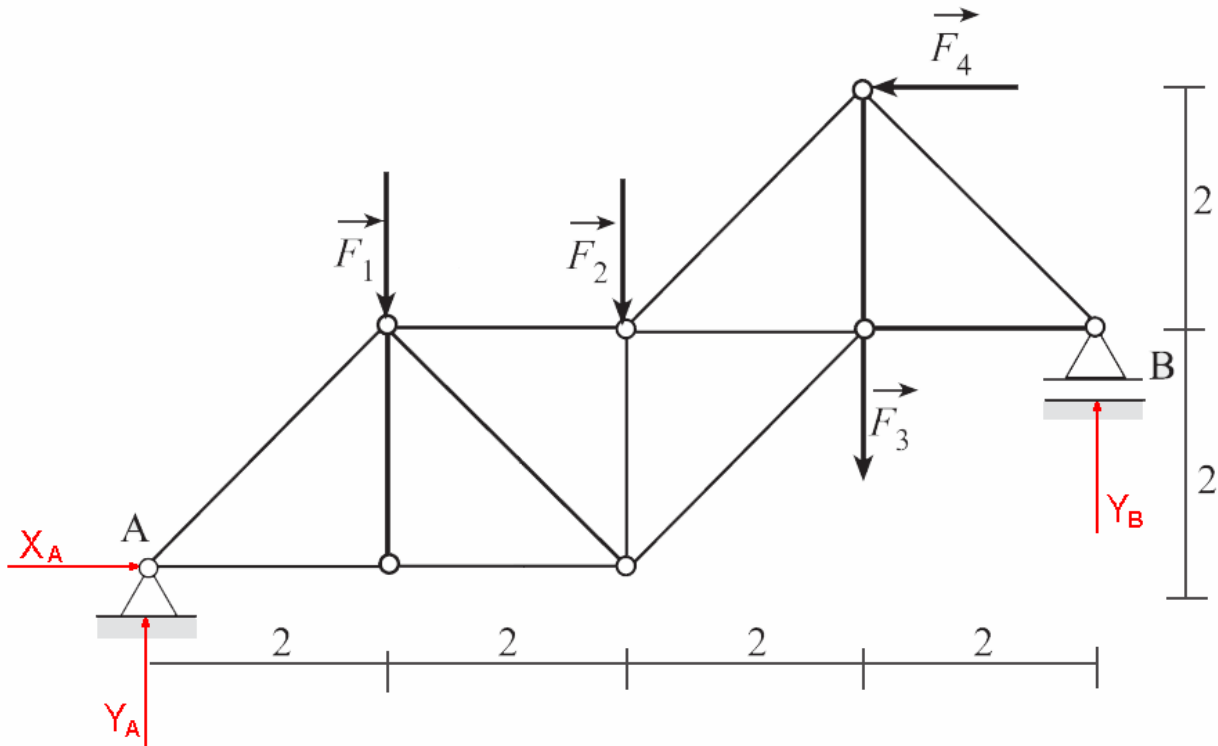
1. методе издвајања чворова (Maxwell-Cremonin план сила)
2. Culmannove методе
3. Ritterove методе



Слика 2.2 – Решеткасти носач

2.3.1 Одређивање отпора ослонаца

Пре ослобађања од спољашњих веза, нумерисаће се штапови и чворови. Укупан број штапова у овој решетки је 13, а чворова осам. Штапови су нумерисани арапским, а чворови римским бројевима (слика 2.4). На основу једнакости броја штапова и вредности коју даје реакција $s = 2 \cdot n - 3 = 2 \cdot 8 - 3 = 13$, закључује се да ова решетка поседује особину унутрашње статичке одређености. Ова решетка је у тачки А ослоњена на непокретни, а у тачки В на покретни ослонац. Дејство ових веза је замењено силама X_A и Y_A у тачки А и силом Y_B у тачки В.



Слика 2.2 – Реакције ослонаца

Једначине равнотеже решетки су:

$$\sum Fx_i = 0 \quad X_A - F_4 = 0$$

$$X_A = F_4$$

$$X_A = 2 \text{ kN}$$

$$\sum Fy_i = 0 \quad Y_A - F_1 - F_2 - F_3 + Y_B = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad -2 \cdot F_1 - 4 \cdot F_2 - 6 \cdot F_3 + 4 \cdot F_4 + 8 \cdot Y_B = 0$$

$$8 \cdot Y_B = 2 \cdot F_1 + 4 \cdot F_2 + 6 \cdot F_3 - 4 \cdot F_4$$

$$Y_B = \frac{2 \cdot F_1 + 4 \cdot F_2 + 6 \cdot F_3 - 4 \cdot F_4}{8}$$

$$Y_B = \frac{2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 2 - 4 \cdot 2}{8}$$

$$Y_B = 2 \text{ kN}$$

враћањем у једначину равнотеже сила по у-оси израчунава се реакција Y_A .

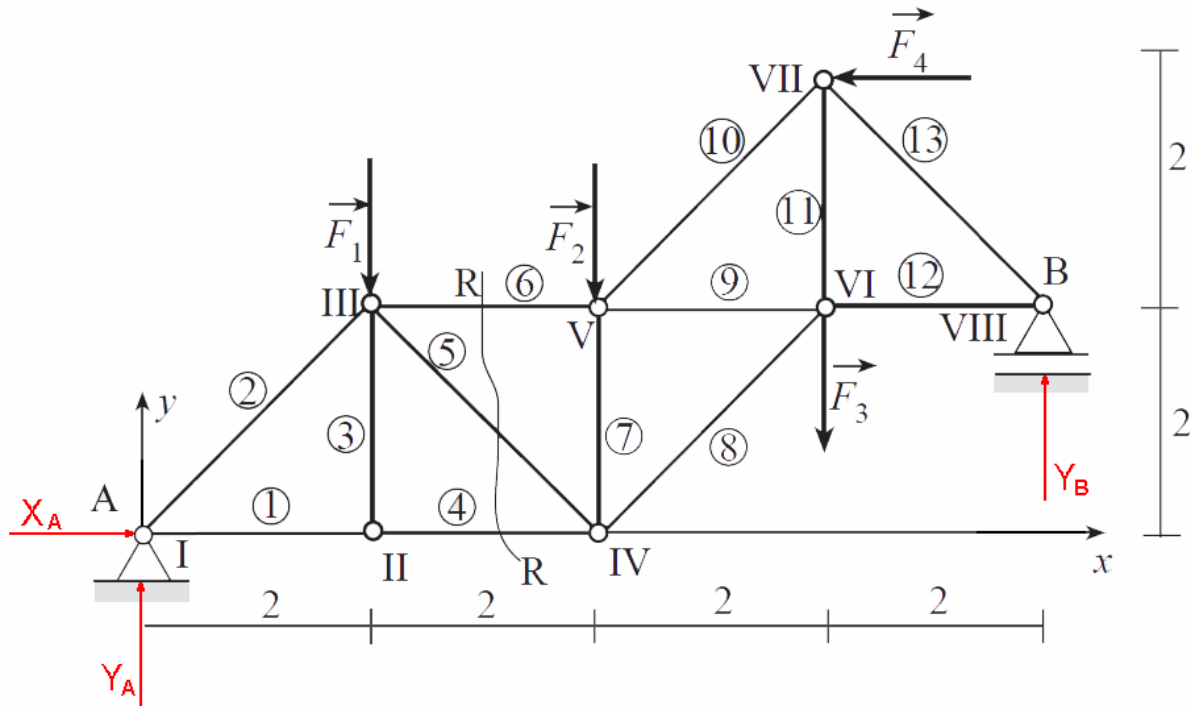
$$Y_A = F_1 + F_2 + F_3 - Y_B$$

$$Y_A = 2 + 2 + 2 - 2$$

$$Y_A = 4 \text{ kN}$$

2.3.2 Одређивање силе у штаповима методом издвајања чворова

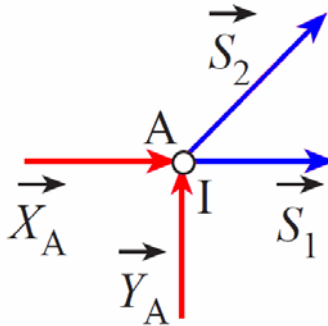
Силе у штаповим ће се најпре одредити методом издвајања чворова.



Слика 2.3 – Метода издвајања чворова

Ова метода, као што је већ речено, подразумева анализу равнотеже сваког чвора појединачно. Полази се од чвора у ком се сучељавају највише два штапа. У овом случају кренуће се од чвора А (нумерисаног римским I). У овом чвору су компоненте реакције непокретног зглоба X_A и Y_A и силе у штаповима 1 и 2 непознатих интензитета и смерова, у правцу штапова. Погодно је предпоставити да су штапови оптерећени на затезање. То значи да при анализи равнотеже чворова смер сила у штаповима иде од посматраног чвора

ка штапу. На следећим сликама приказани су системи сила који су у чворовима, а испод слике су исписане једначине равнотеже:



Слика 2.4 – Одређивање сила у штаповима у чвору I

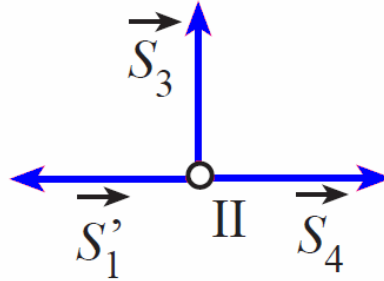
$$\begin{aligned}\sum Fx_i &= 0 & X_A + S_1 + S_2 \cdot \cos 45^\circ &= 0 \\ \sum Fy_i &= 0 & Y_A + S_2 \cdot \sin 45^\circ &= 0 \\ & & S_2 \cdot \sin 45^\circ &= -Y_A \\ & & S_2 &= -\frac{Y_A}{\sin 45^\circ} = -\frac{4}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -4\sqrt{2} \text{ kN}\end{aligned}$$

враћањем у једначину равнотеже сила по у-оси израчунава се сила S_1 .

$$\begin{aligned}X_A + S_1 + S_2 \cdot \cos 45^\circ &= 0 \\ S_1 &= -X_A - S_2 \cdot \cos 45^\circ \\ S_1 &= -2 + 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \text{ kN}\end{aligned}$$

Одавде се закључује да је штап 1 затегнут, јер је добијена вредност за силу у штапу 1 позитивна. С обзиром да је предзнак испред вредности силе у штапу 2 негативан, следи да је штап 2 оптерећен на притисак.

Сада се прелази на чвор II, у коме су везани штапови 1, 3 и 4. Непознате у једначинама равнотеже за овај чвор биће силе у штаповима 3 и 4, док је због принципа акције и реакције сила у штапу 1 познатог интензитета.

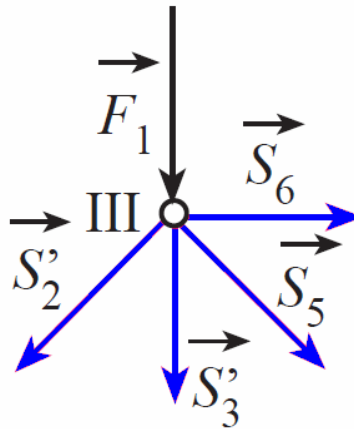


Слика 2.5 – Одређивање сила у штаповима у чвору II

$$\begin{aligned}\sum Fx_i &= 0 & -S_1 + S_4 &= 0 \\ S_4 &= S_1 = 2 \text{ kN} \\ \sum Fy_i &= 0 & S_3 &= 0 \text{ kN}\end{aligned}$$

Одавде следи да је штап 3 неоптерећен, а сила у штапу 4 је $S_4 = 2 \text{ kN}$, што значи да је овај штап затегнут.

Сада се даље прелази на чвор III, у коме су везани штапови 2, 3, 5 и 6, и у коме делује сила F_1 . Непознате у једначинама равнотеже за овај чвор биће силе у штаповима 6 и 5.



Слика 2.6 - Одређивање сила у штаповима у чвору III

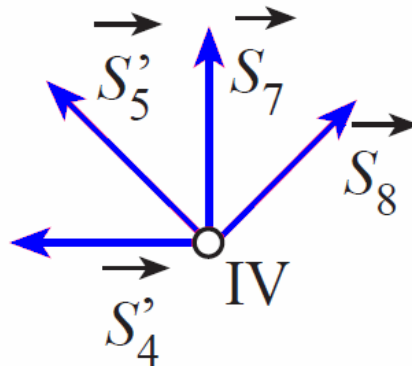
$$\begin{aligned}\sum Fx_i &= 0 & -S_2 \cdot \cos 45^\circ + S_5 \cdot \cos 45^\circ + S_6 &= 0 \\ \sum Fy_i &= 0 & -S_2 \cdot \sin 45^\circ - S_5 \cdot \sin 45^\circ - S_3 - F_1 &= 0 \\ S_5 \cdot \sin 45^\circ &= -S_2 \cdot \sin 45^\circ - S_3 - F_1 \\ S_5 &= \frac{-S_2 \cdot \sin 45^\circ - S_3 - F_1}{\sin 45^\circ} \\ S_5 &= \frac{4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 0 - 2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{2} \text{ kN}\end{aligned}$$

$$S_6 = S_2 \cdot \cos 45^\circ - S_5 \cdot \cos 45^\circ$$

$$S_6 = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -6 \text{ kN}$$

Одавде се закључује да је штап 5 затегнут, јер је добијена вредност за силу у штапу 5 позитивна. С обзиром да је предзнак испред вредности силе у штапу 6 негативан, следи да је штап 6 оптерећен на притисак.

Сада се даље прелази на чвор IV, у коме су везани штапови 4, 5, 7 и 8. Непознате у једначинама равнотеже за овај чвор биће силе у штаповима 7 и 8.



Слика 2.7 - Одређивање сила у штаповима у чвору IV

$$\sum Fx_i = 0$$

$$-S_4 - S_5 \cdot \cos 45^\circ + S_8 \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$S_8 \cdot \cos 45^\circ = S_4 + S_5 \cdot \cos 45^\circ$$

$$S_8 = \frac{S_4 + S_5 \cdot \cos 45^\circ}{\cos 45^\circ}$$

$$S_8 = \frac{2 + 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 4\sqrt{2} \text{ kN}$$

$$\sum Fy_i = 0$$

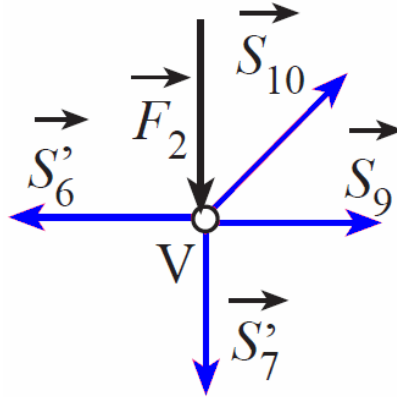
$$S_5 \cdot \sin 45^\circ + S_7 + S_8 \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$S_7 = -S_5 \cdot \sin 45^\circ - S_8 \cdot \sin 45^\circ$$

$$S_7 = -2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -6 \text{ kN}$$

Одавде се закључује да је штап 8 затегнут, јер је добијена вредност за силу у штапу 8 позитивна. С обзиром да је предзнак испред вредности силе у штапу 7 негативан, следи да је штап 7 оптерећен на притисак.

Сада се даље прелази на чвор V, у коме су везани штапови 6, 7, 9 и 10. Непознате у једначинама равнотеже за овај чвор биће силе у штаповима 9 и 10.



Слика 2.8 - Одређивање сила у штаповима у чвору V

$$\sum Fx_i = 0 \quad S_{10} \cdot \cos 45^\circ + S_9 - S_6 = 0$$

$$\sum Fy_i = 0 \quad -F_2 - S_7 + S_{10} \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$S_{10} \cdot \sin 45^\circ = F_2 + S_7$$

$$S_{10} = \frac{F_2 + S_7}{\sin 45^\circ}$$

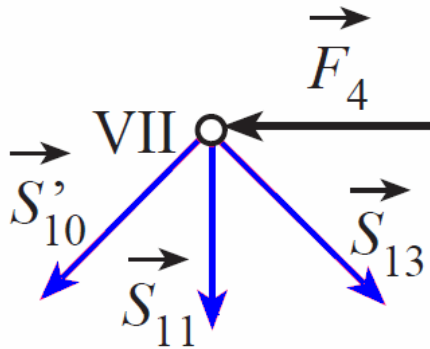
$$S_{10} = \frac{2 - 6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -4\sqrt{2} \text{ kN}$$

$$S_9 = -S_{10} \cdot \cos 45^\circ + S_6$$

$$S_9 = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + -6 = -2 \text{ kN}$$

Одавде се закључује да су штапови 9 и 10 оптерећени на притисак, јер је предзнак испред вредности сила у штаповима негативан.

Сада се даље прелази на чвор VII, у коме су везани штапови 10, 11 и 13, и у који делује спољашња сила F_4 . Непознате у једначинама равнотеже за овај чвор биће силе у штаповима 11 и 13.



Слика 2.9 - Одређивање сила у штаповима у чвору VII

$$\sum Fx_i = 0 \quad -S_{10} \cdot \cos 45^\circ + S_{13} \cdot \cos 45^\circ - F_4 = 0$$

$$S_{13} \cdot \cos 45^\circ = S_{10} \cdot \cos 45^\circ + F_4$$

$$S_{13} = \frac{S_{10} \cdot \cos 45^\circ + F_4}{\cos 45^\circ}$$

$$S_{13} = \frac{-4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -2\sqrt{2} \text{ kN}$$

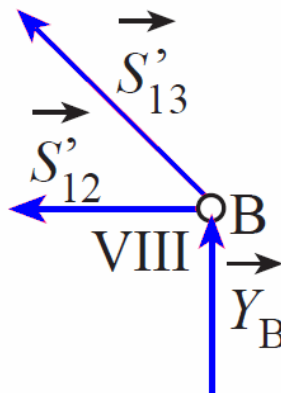
$$\sum Fy_i = 0 \quad -S_{10} \cdot \sin 45^\circ + S_{13} \cdot \sin 45^\circ - S_{11} = 0$$

$$S_{11} = -S_{10} \cdot \sin 45^\circ + S_{13} \cdot \sin 45^\circ$$

$$S_{11} = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6 \text{ kN}$$

Одавде се закључује да је штап 11 затегнут, јер је добијена вредност за силу у штапу 11 позитивна. С обзиром да је предзнак испред вредности силе у штапу 13 негативан, следи да је штап 13 оптерећен на притисак.

Сада се даље прелази на чвор VIII, у коме су везани штапови 12 и 13, и у коме делује реакција покретног ослоња Y_B . Непознате у једначинама равнотеже за овај чвор биће сила у штапу 12.



Слика 2.10 - Одређивање сила у штаповима у чвору VII

$$\sum Fx_i = 0 \quad -S_{13} \cdot \cos 45^\circ - S_{12} = 0$$

$$S_{12} = -S_{13} \cdot \cos 45^\circ$$

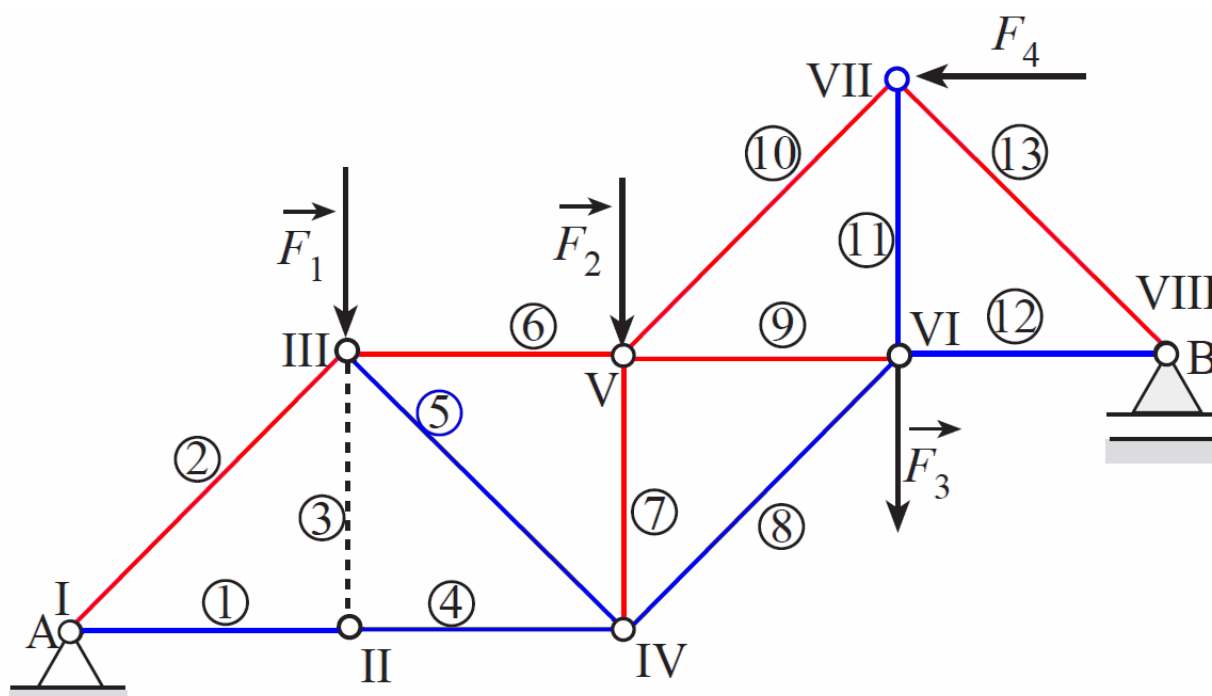
$$S_{12} = 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \text{ kN}$$

Бројне вредности сила у штаповима, као и одговарајући карактер оптерећења дати су у следећој табели.

Таб 2.1 - Бројне вредности сила у штаповима

Број штапа i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Сила S_i (+) [kN]	2		0	2	$2\sqrt{2}$			$4\sqrt{2}$			6	2	
Сила S_i (-) [kN]		$4\sqrt{2}$				6	6		2	$4\sqrt{2}$			$2\sqrt{2}$

На слици 2.11 приказано је оптерећење решетке, где су црвеном бојом обојени штапови оптерећени на притисак, а плавом они који су затегнути. Неоптерећен штап је нацртан испрекиданом линијом. Овакво представљање решетке даје комплетну слику оптерећења њених штапова услед дејства активних сила.



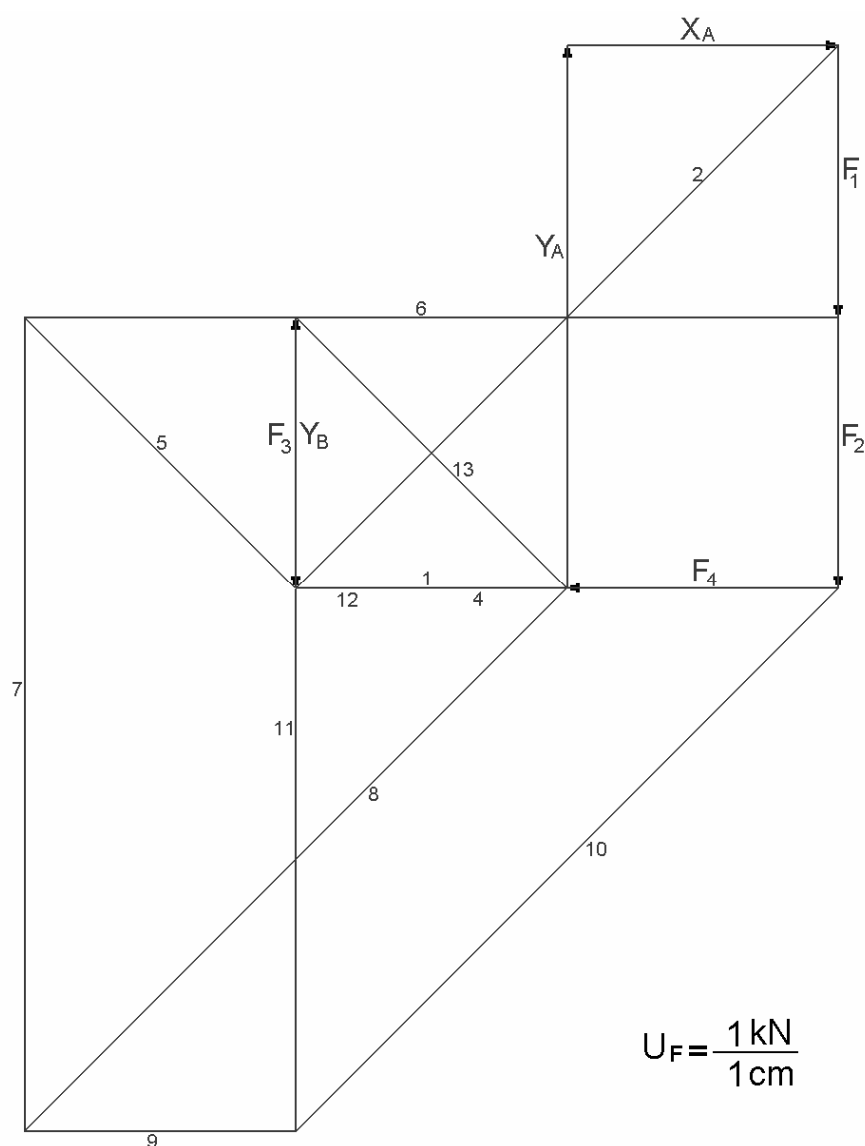
Слика 2.11 – Оптерећење решетке

2.3.3 Одређивање силе у штаповима Кремониним планом сила

Код *Maxwell-Cremoninog* плана сила сви се чворови слажу у јединствени план у којем се свака сила појављује једном, па је на тај начин мање подложен грешкама. Након одређивања реакција у ослонцима, полигон спољашњих сила треба конструисати тако да је редослед сила у њему онакав какав је и редослед којим се наилази на те силе, ако се око решетке обилази у унапред одабраном смеру, јер ће се тај смер задржати до краја

конструкције *Maxwell-Cremoninog* плана сила. Препоручљиво је на слици означити тај смер.

Када су исправно распоређене силе у полигону, тражи се чвор у којем се састају два штапа како би се одредиле силе у њима. Такав је чвор I. Почиње се уравнотежавање чвора I силама S_1 и S_2 . Познат је износ и смер сила S_1 и S_2 , па се може затворити полигон сила. Када се одреде силе у штаповима S_1 и S_2 , прелази се на чвор III у којем су сада непознате силе у штаповима 5 и 6, јер је сила у штапу 2 одређена из предходног уравнотеженог чвора. Поступак за сваки чвор је идентичан као и у предходном чвору, па ће на слици 2.12 бити приказана коначна конструкција *Maxwell-Cremoninog* плана сила, и очитати вредности сила у штаповима.



Слика 2.12 - *Maxwell-Cremoninog* плана сила

Вредности сила у штаповима:

$$S_1 = \bar{1} \cdot U_F = 2 \cdot 1 = 2 \text{ kN}$$

$$S_2 = \bar{2} \cdot U_F = 5,6 \cdot 1 = 5,6 \approx 4\sqrt{2} \text{ kN}$$

$$S_3 = \bar{3} \cdot U_F = 2 \cdot 0 = 0 \text{ kN}$$

$$S_4 = \bar{4} \cdot U_F = 2 \cdot 1 = 2 \text{ kN}$$

$$S_5 = \bar{5} \cdot U_F = 2,8 \cdot 1 = 2,8 \approx 2\sqrt{2} \text{ kN}$$

$$S_6 = \bar{6} \cdot U_F = 6 \cdot 1 = 6 \text{ kN}$$

$$S_7 = \bar{7} \cdot U_F = 6 \cdot 1 = 6 \text{ kN}$$

$$S_8 = \bar{8} \cdot U_F = 5,6 \cdot 1 = 5,6 \approx 4\sqrt{2} \text{ kN}$$

$$S_9 = \bar{9} \cdot U_F = 2 \cdot 1 = 2 \text{ kN}$$

$$S_{10} = \bar{10} \cdot U_F = 5,6 \cdot 1 = 5,6 \approx 4\sqrt{2} \text{ kN}$$

$$S_{11} = \bar{11} \cdot U_F = 6 \cdot 1 = 6 \text{ kN}$$

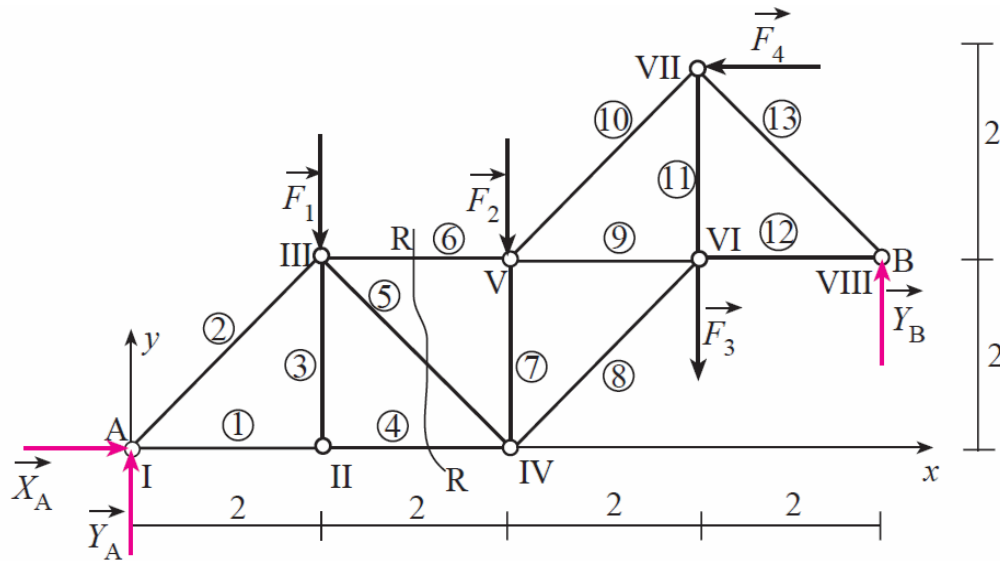
$$S_{12} = \bar{12} \cdot U_F = 2 \cdot 1 = 2 \text{ kN}$$

$$S_{13} = \bar{13} \cdot U_F = 2,8 \cdot 1 = 2,8 \approx 2\sqrt{2} \text{ kN}$$

Ако се догоди да претходно одређена реакција и силе у штаповима не затварају полигон сила, направљена је грешка у поступку. Разлог томе јесте што се и уз прецизну графичку конструкцију, праве ситне грешке које се гомилају. Могу се толерисати ако су у прихватљивим границама. Такође је важно напоменути да се могућност грешке повећава ако се систем решава од почетка до краја крећући се само са једне стране, нарочито када носач има већи број штапова. Да би се то у што већој мери избегло, најбоље је поступак проводити тако да се решава са обе стране.

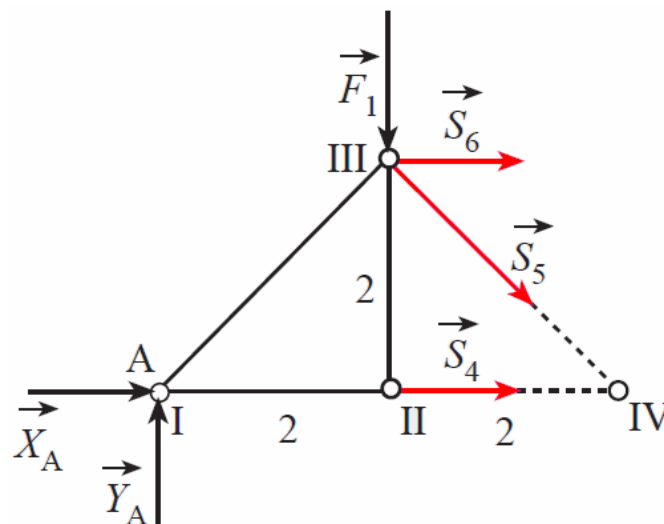
2.3.4 Одређивање силе у штаповима *Ritterovom* методом

Ритерова метода је у основи аналитичка, али најчешће је у примени као графоаналитичка, због тога што се неке геометријске величине обично не одређују аналитички већ се директно мере из нацрта носача са оптерећењем. Геометријске величине до којих се на тај начин долази најчешће су кракови сила. Ова метода назива се и методом моментних тачака. Своди се на аналитичко уравнотежење познатих сила са три непознате силе на заданим правцима. Као аналитички услови равнотеже користе се једначине за суму момената свих сила на одабране Ритерове тачке.



Слика 2.13 - Одређивање силе у штаповима Ritterovom методом

Да би се одредиле вредности сила у штаповима 4, 5 и 6 Ритеровом методом, врши се замишљено пресецање решетке по штаповима у којима се желе одредити силе (слика 2.14.). Затим се посматра равнотежа једног од делова решетке. Погодно је анализирати онај део решетке који је оптерећен мањим бројем сила. У овом примеру посматраће се леви део решетке. Утицај десног дела решетке улази преко пресечених штапова, тј. преко сила у пресеченим штаповима за које је погодно предпоставити да су затегнути. На тај начин леви део решетке се третира као плоча на коју делују компоненте реакције ослонаца А, и силе S_4 , S_5 и S_6 .



Слика 2.14 – Замишљено пресецање решетке по штаповима у Ритеровој методи

Даља анализа подразумева писање једначина равнотеже за равански систем произвољних сила, за који се, као што је већ познато, могу написати три једначине

равнотеже. Непознате вредности сила одредиће се писањем три моментне једначине као алтернативног облика једначина равнотеже. Моментне једначине гласе:

$$\sum M_{IV} = 0 \quad 2 \cdot F_1 - 4 \cdot Y_A - 2 \cdot S_6 = 0$$

$$2 \cdot S_6 = -2 \cdot F_1 + 4 \cdot Y_A$$

$$S_6 = \frac{-2 \cdot F_1 + 4 \cdot Y_A}{2}$$

$$S_6 = \frac{-2 \cdot 2 + 4 \cdot 4}{2} = 6 \text{ kN}$$

$$\sum M_{III} = 0 \quad 2X_A - 2Y_A + 2S_4 = 0$$

$$2S_4 = -2X_A + 2Y_A$$

$$S_4 = \frac{-2X_A + 2Y_A}{2}$$

$$S_4 = \frac{-2 \cdot 2 + 2 \cdot 4}{2} = 2 \text{ kN}$$

$$\sum M_I = 0 \quad -2F_1 - 2S_6 - 2\sqrt{2}S_5 = 0$$

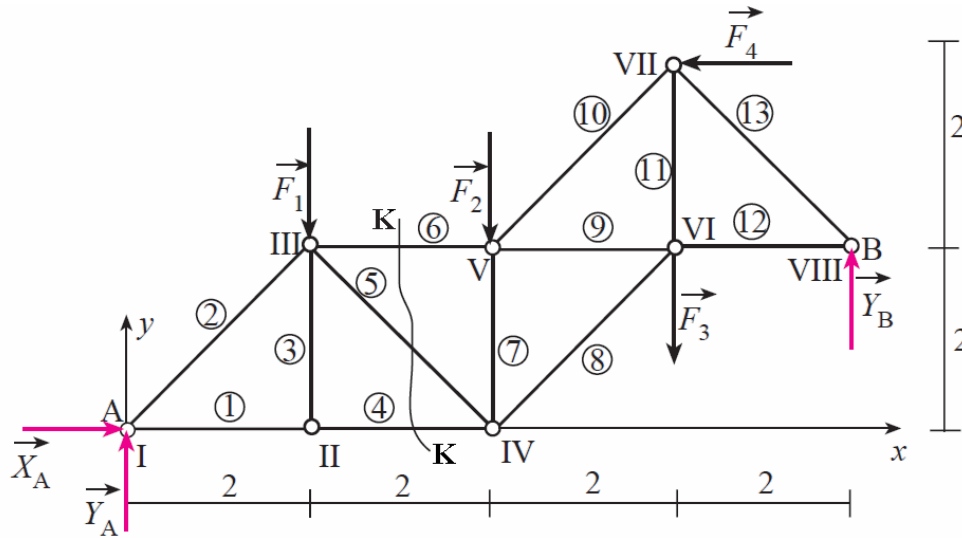
$$2\sqrt{2}S_5 = 2F_1 + 2S_6$$

$$S_5 = \frac{2F_1 + 2S_6}{2\sqrt{2}}$$

$$S_5 = \frac{2 \cdot 2 + 2 \cdot 6}{2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ kN}$$

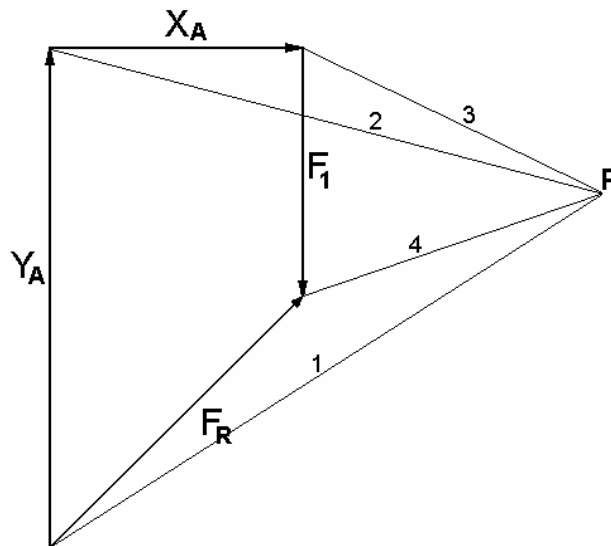
2.3.5 Одређивање силе у штаповима Кулмановом методом

Кулманова метода своди се на растављање силе у три правца, који се не секу у једној тачки. Заправо се ради о примени графичког услова равнотеже четири силе. Силе у сва три штапа су непознате, а позната је резултанта спољашњих сила које делују на посматрани, исечени део носача. Графички услов равнотеже за четири силе формулисан је тако да су четири силе у равнотежи ако резултанта две силе лежи на истом правцу са резултантом других двеју сила, једнака је са њом по величини, а супротна по смеру. Тај се правац назива још и Кулмановим правцем.



Слика 2.15 - Одређивање силе у штаповима Кулмановом методом

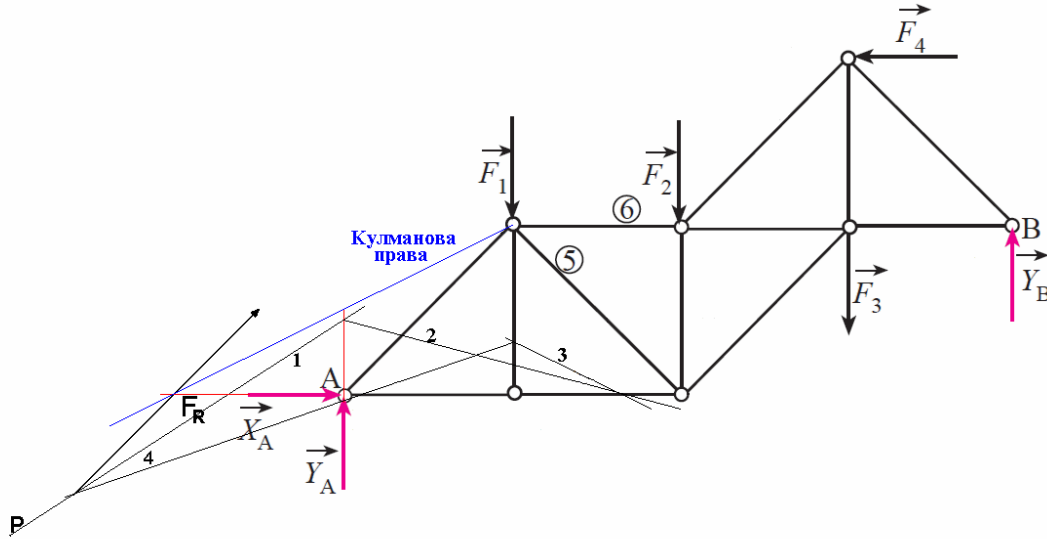
Прво су одређене реакције графички помоћу верижног полигона и полигона сила (слика 2.16). Одабран је за посматрање леви део носача, а десни је „одбачен“. На посматрани део носача делује спољашња сила F , затим силе у пресеченим штаповима S_4 , S_5 и S_6 , којима „одбачени“ део делује на посматрани и реакције непокретног ослоња X_A и Y_A . Код графичког решавања није потребно претпоставити позитивне предзнаке сила у штаповима и означаваати смерове. Треба сачекати коначан резултат и онда означити смерове и тако добити и предзнаке сила у штаповима.



Слика 2.14 – Одређивање реакција помоћу верижног полигона

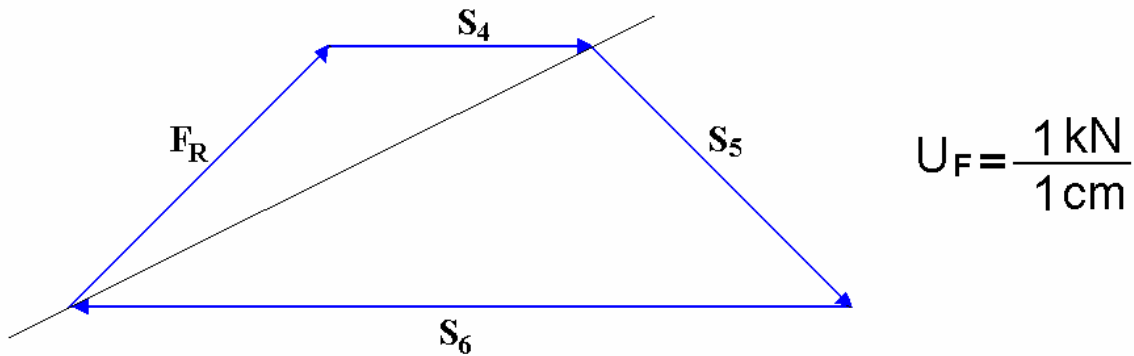
Након што су одређене реакције, тражи се резултанта свих сила које делују на десни део и означава са F_R . Положај резултанте одређен је помоћу верижног полигона (слика 2.14). На темељу већ реченог одређено је пресецање праваца сила F_R и S_4 и добијена је

тачка кроз коју пролази њихова резултанта. Резултанта сила S_5 и S_6 пролази кроз тачку која је на истом правцу са резултантом сила F_R и S_4 , тако да ове две резултанте морају бити у равнотежи. Тиме је добијен правац на којем леже резултанте сила F_R и S_4 , затим S_5 и S_6 (Кулманова права). Тај правац је означен словом „К“ (слика 2.15.).



Слика 2.15 – Добијање Кулманове праве

Да би се добиле силе у штаповима потребно је конструисати затворени полигон сила. Биће то четвороугао, јер се ради о четири силе. Прво се уравнотежи резултанта F_R са силом S_4 и правцем „К“, тако се добије троугао F_R , S_4 и „К“, а затим се уравнотеже силе S_5 и S_6 са правцем „К“ супротне оријентације. Тако се правац „К“ поништава и остаје затворени четвороугао из којег се могу прочитати величине сила у штаповима (слика 2.16).



Слика 2.16 – Одређивање сила у штаповима

Вредности сила у штаповима:

$$S_4 = \bar{4} \cdot U_F = 2 \cdot 1 = 2 \text{ kN}$$

$$S_5 = \bar{5} \cdot U_F = 2,8 \cdot 1 = 2,8 \approx 2\sqrt{2} \text{ kN}$$

$$S_6 = \bar{6} \cdot U_F = 6 \cdot 1 = 6 \text{ kN}$$

3. ПРОРАЧУН ПОМОЋУ РАЧУНАРСКОГ СОФТВЕРА

3.1 Примена софтвера за решавање проблема из металних конструкција

Нагли развој *hardware*-а и *software*-а током последњих деценија омогућио је њихову примену на пољу решавања сложених проблема у металним конструкцијама на релативно лак и елегантан начин.

Постоје различити инжењерски софтвери који нуде могућност решавања проблема из области металних конструкција, неки само дела проблема из ове области, а неки свих проблема. Њиховом применом могуће је вишеструко скратити време које је потребно за аналитичко решавање, а самим тим и могућност грешке у решењима, које су наравно могуће чак и код искусних инжењера. Појава грешке у аналитичком решењу и исправљање након њеног откривања може додатно продужити време потрошено на решавање. Код софтверског решавања могућност грешке је сведена на погрешан унос података и такве грешке је могуће брзо и лако исправити у већини софтвера.

Софтвер задате проблеме из металних конструкција решава помоћу нумеричких метода које се имплементирају у њега. Због лакше имплементације тих нумеричких метода развијени су универзални и наменски пакети који не захтевају познавање параметарских вештина.

Једна од савремених метода нумеричке анализе је и метода коначних елемената. За разлику од осталих нумеричких метода, које се заснивају на математичкој дискретизацији једначина граничних проблема, метода коначних елемената се заснива на физичкој дискретизацији посматраног подручја. Уместо елемената диференцијално малих димензија, основу за сва проучавања представља део подручја коначних димензија, мање подручје или коначни елемент.^c

Због тога су основне једначине помоћу којих се описује стање у појединим елементима, а помоћу којих се формулише и проблем у целини, уместо диференцијалних или интегралних, обичне алгебарске једначине. Са становишта физичке интерпретације то значи да се посматрано подручје, као континуум са бесконачно много степени слободе, замењује дискретним моделом међусобно повезаних коначних елемената са коначним бројем степени слободе. С обзиром на то да је број дискретних модела за један гранични проблем неограничено велики, основни задатак је да се изабере онај модел који најбоље апроксимира одговарајући гранични проблем.^[5]

Анализа и решавање проблема механике континуума по методи коначних елемената увек се своди на процес „корак по корак“, што је од огромног практичног значаја за

примену рачунара у ефективном прорачуну. У том процесу, који се може приказати као једноставан алгоритам, издвајају се шест следећих корака: ^[5]

- дискретизација континуума,
- избор интерполационих функција,
- рачунање карактеристика елемената,
- формирање једначина за мрежу коначних елемената,
- решавање система једначина,
- прорачун потребних величина.

Од наведених шест корака, прва три су нарочито важна. Начин дискретизације, избор облика елемената, као и укупног броја елемената, зависе од природе проблема који се решава и потребне тачности траженог решења. Поред броја и облика елемената важан је и избор чворова, основних непознатих у њима и интерполационих функција. Помоћу интерполационих функција се дефинише поље променљивих у сваком елементу, од њиховог избора непосредно зависи и континуитет на границама између појединих елемената, а самим тим и тачност апроксимације. Промењиве у елементу могу бити скаларне, векторске или тензорске величине.

Карактеристике појединих елемената одређују се независно од мреже елемената као целине. Матрица крутости се формира аутономно за поједине елементе, а потом на основу њих, сасвим једноставно, формира се матрица за систем у целини. С обзиром на то да је геометрија елемената по правилу једноставна, то практично значи да се комплексан проблем разбија на низ једноставних.

Последња три корака, иако су за практичне прорачуне од великог значаја, данас спадају у оквире рутинског посла, који је прилагођен аутоматском раду рачунара.

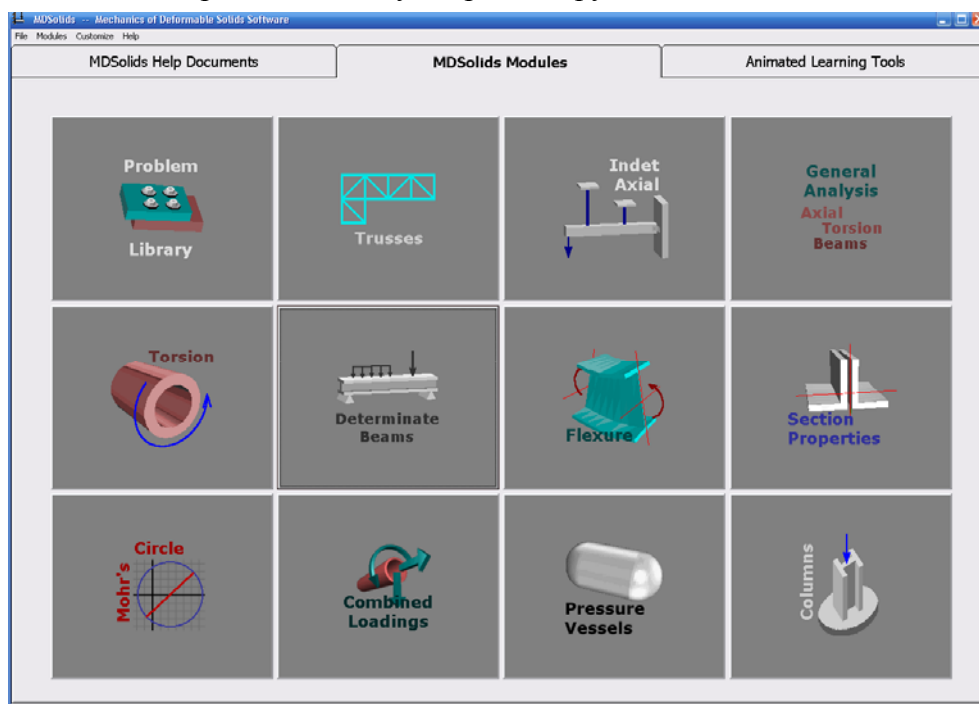
На крају, софтвер графички приказује резултате.

3.2 MDSolids

MDSolids је софтвер првенствено за проблеме у отпорности материјала, а може се користити и у металним конструкцијама. Идеја овог софтвера је да помогне корисницима у решавању конкретно добијеним проблемима. При томе софтвер им помаже да уоче који фактори утичу на поједине проблеме, исцртавајући им расподелу унутрашњих напона и деформација и омогућајући им да испробају неограничен број комбинација улазних података.^[7]

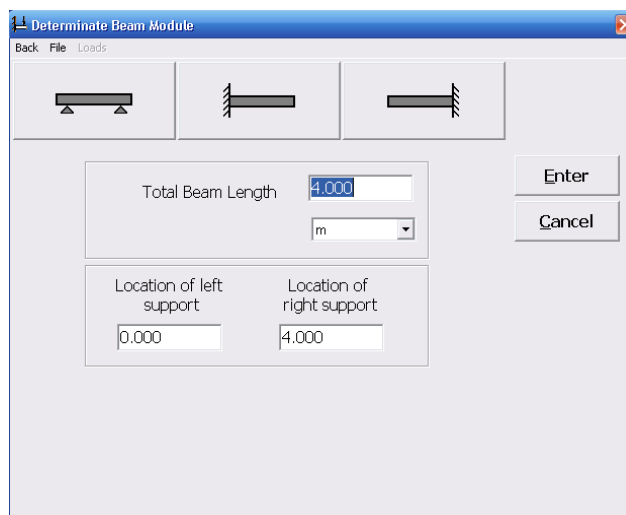
Неколико одлика карактеришу овај софтвер:^[6]

- Разноврсност: *MDSolids* садржи све теме које се изучавају у отпорности материјала. Сав материјал груписан је по модулима. Сви модули су увек доступни из било ког дела софтвера, а они су: модул за греде, савијање, увијање, аксијалне структуре, статички неодређене структуре, решеткасте носаче, особине пресека, анализу Мор-овог круга.



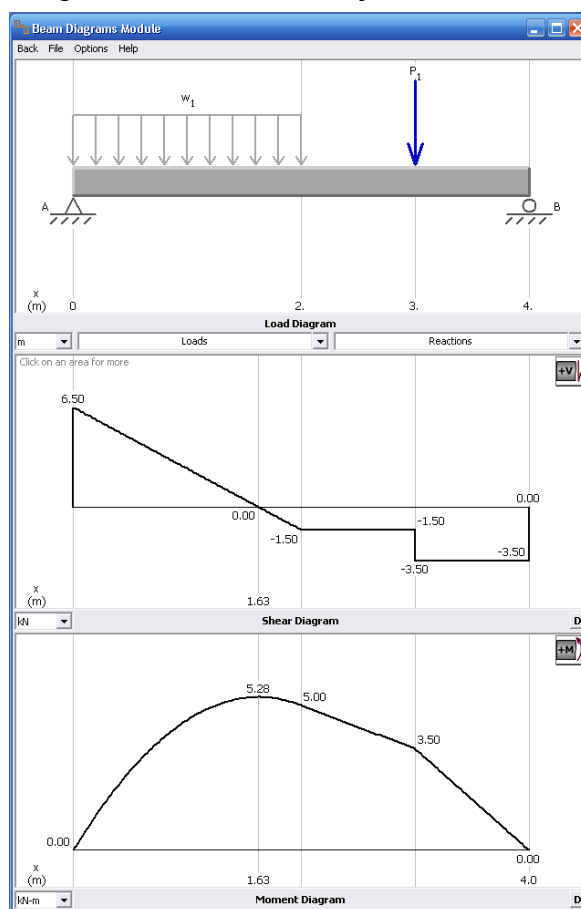
Слика 3.1 – Модули у *MDSolids*

- Интуитиван унос података: Особина која овај софтвер издваја међу софтверима сличне намене је једноставан унос података. Мишљење аутора је да су проблеми отпорности материјала довољно компликовани и да сам софтвер не сме стварати додатну збрку. На графичком приказу конструкције постоје прозорчићи у које се уписују подаци. Добра страна софтвера је и могућност избора јединица у којима ће се уносити подаци.



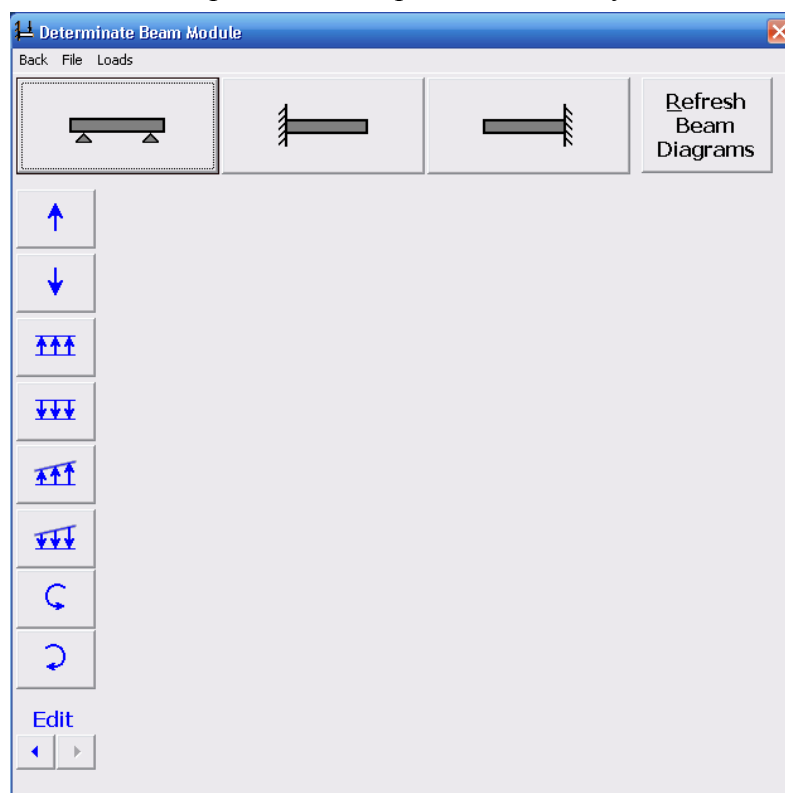
Слика 3.2 – Унос података у модулу *Determinate Beams*

- Графички приказ: Сви модули MDSolidsa садрже слике, дијаграме, графике, анимације (нпр. статички дијаграми, расподеле нормалног и тангенцијалног напона, Морсов круг напрегнутог стања, дијаграми угиба и нагиба греде, график зависности критичног напона извијања од виткости штапа...).



Слика 3.3 – Статички дијаграм за задату просту греду

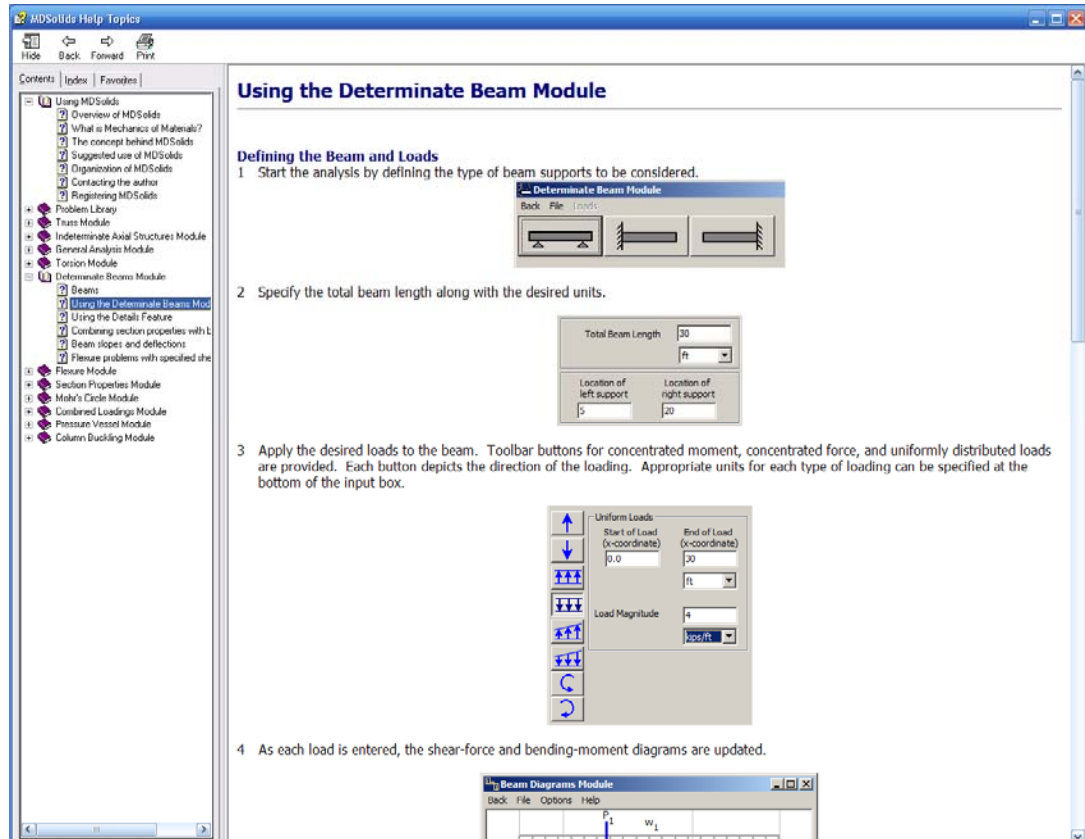
- Тачни и брзи резултати: Корисник може врло брзо да провери тачност свог ручног рада задатка као и да у случају евентуалног неслагања резултата открије настанак грешке. Нпр. код рачунања расподеле нормалног и тангенцијалног напона у савијеној греди, најчешће се греша при одређивању аксијалног момента инерције за осу савијања, па се на крају јављају погрешни дијаграми расподеле. Софтвер омогућује проверу проблема корак по корак: прво проверу статичких дијаграма, онда одређивање геометријских карактеристика пресека (тежиште, површина, аксијални момент инерције), те на крају расподелу напона за задати пресек
- Објашњења: Поред визуелног представљања оптерећења, напона и деформација многи модули дају детаљна објашњења о методи прорачуна.
- Једноставно моделирање: Ова особина нарочито се односи на модул са решеткама. Једноставним повлачењем поинтера миша дуж мреже на дисплеју, цртају се штапови решетке, ослонци и оптерећења. Једна статички одређена решетка може да се нацрта и анализира за 1 до 2 минута.^[7]



Слика 3.4 – Једноставно моделирање

- Help: MDSolids има врло користан Help file. Он не садржи само детаљан опис коришћења модула, већ и објашњења основних принципа из отпорности материјала.

Неки Help фајлови садрже подробнија објашњења материје него што се то може наћи у доступним књигама. Програм садржи и доста примера који су датаљно урађени и објашњени као на вежбама. Посебан акценат у примерима стављен је на претварање јединица, што је врло важно за добијање тачног решења.

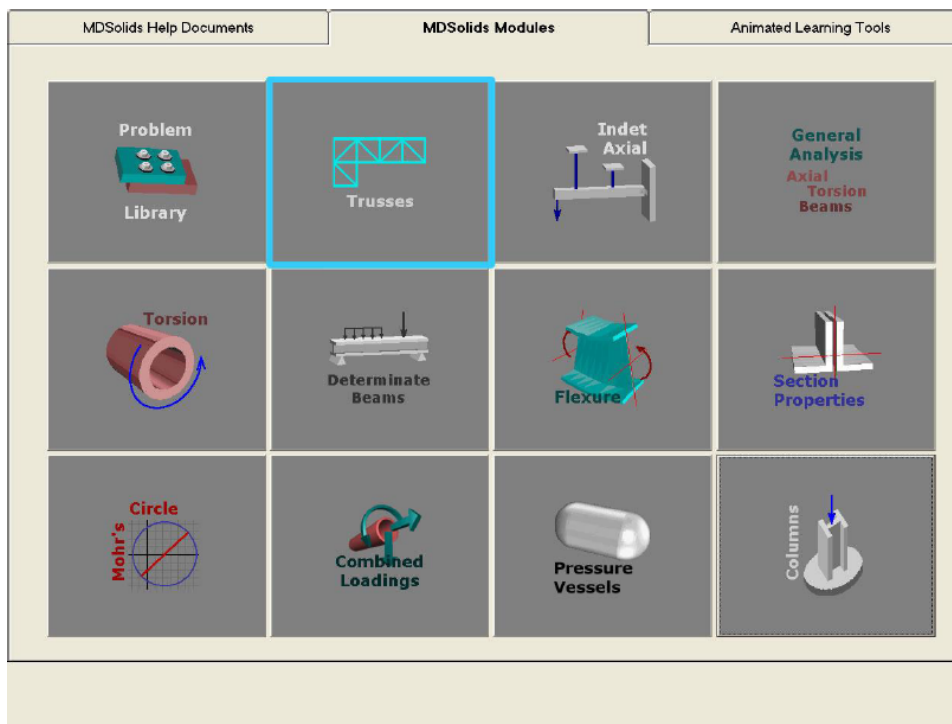


Слика 3.5 - Help file са детаљним описом

- Доступност: Осим што се *MDSolids* може добити бесплатно за едукацијске установе, може се на интернету скинути копија. Копија софтвера са лиценцом на 30 дана (trial version) се може добити на следећој адреси: www.mdsolids.com

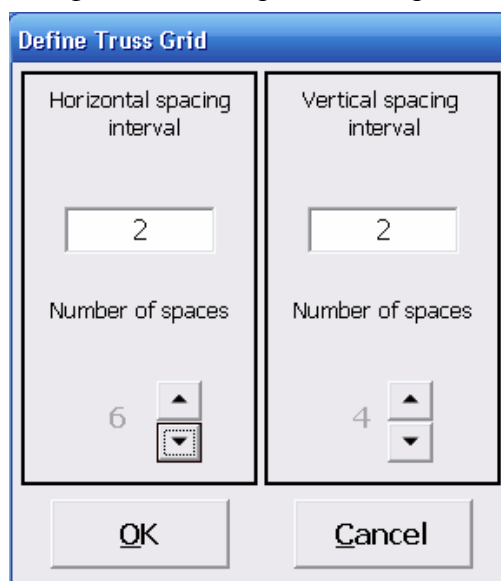
3.3 Прорачун решеткастог носача софтвером *MDSolids*

За одређивање сила у штаповима решеткастих носача користи се модул Trusses, ограничен на раванске решеткасте носаче.



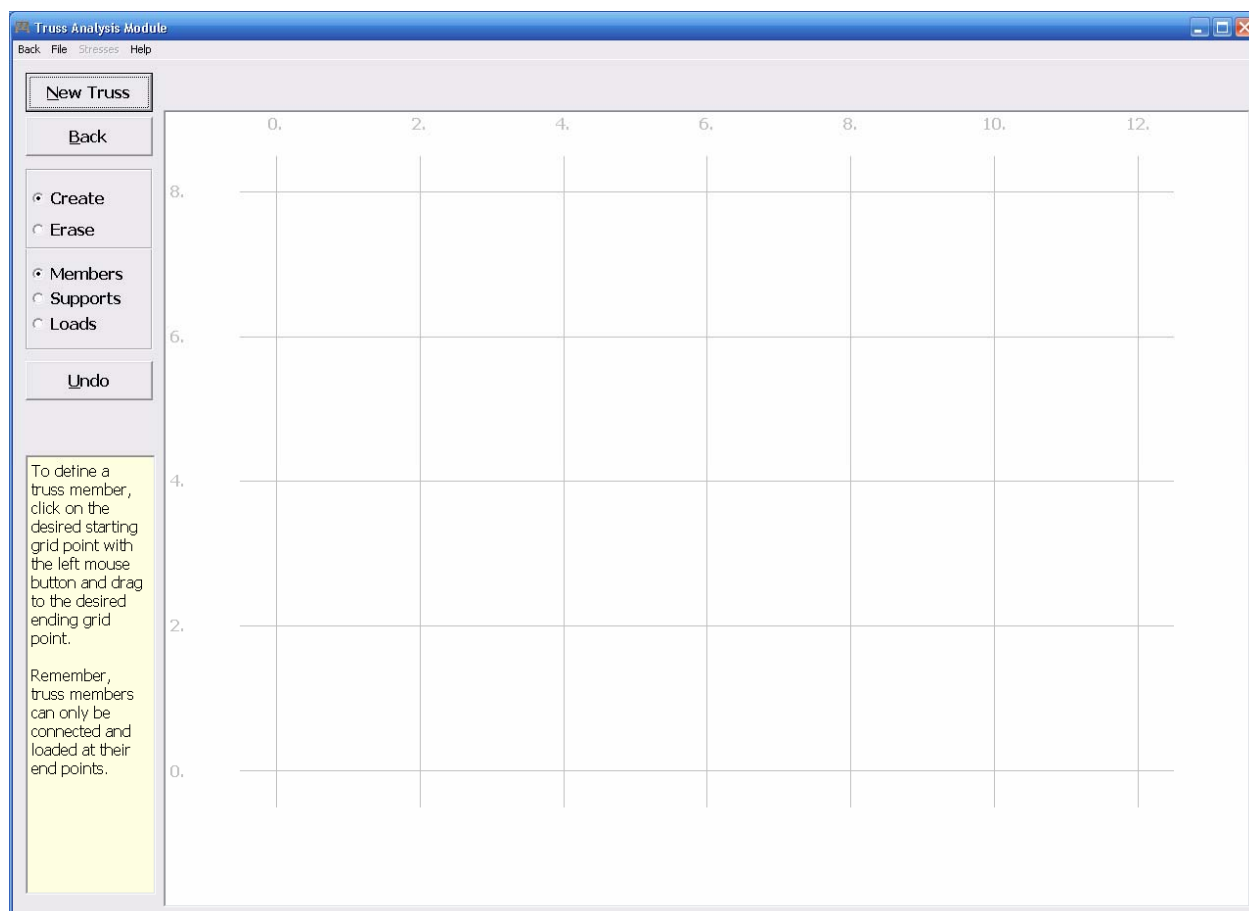
Слика 3.1 – Модул Trusses

Дефинисање геометрије решеткастог носача почиње одабиром опције New Truss, након чега се покреће форма за дефинисање координатне мреже Define Grid (слика 3.1).



Слика 3.2 Дефинисање координатне мреже

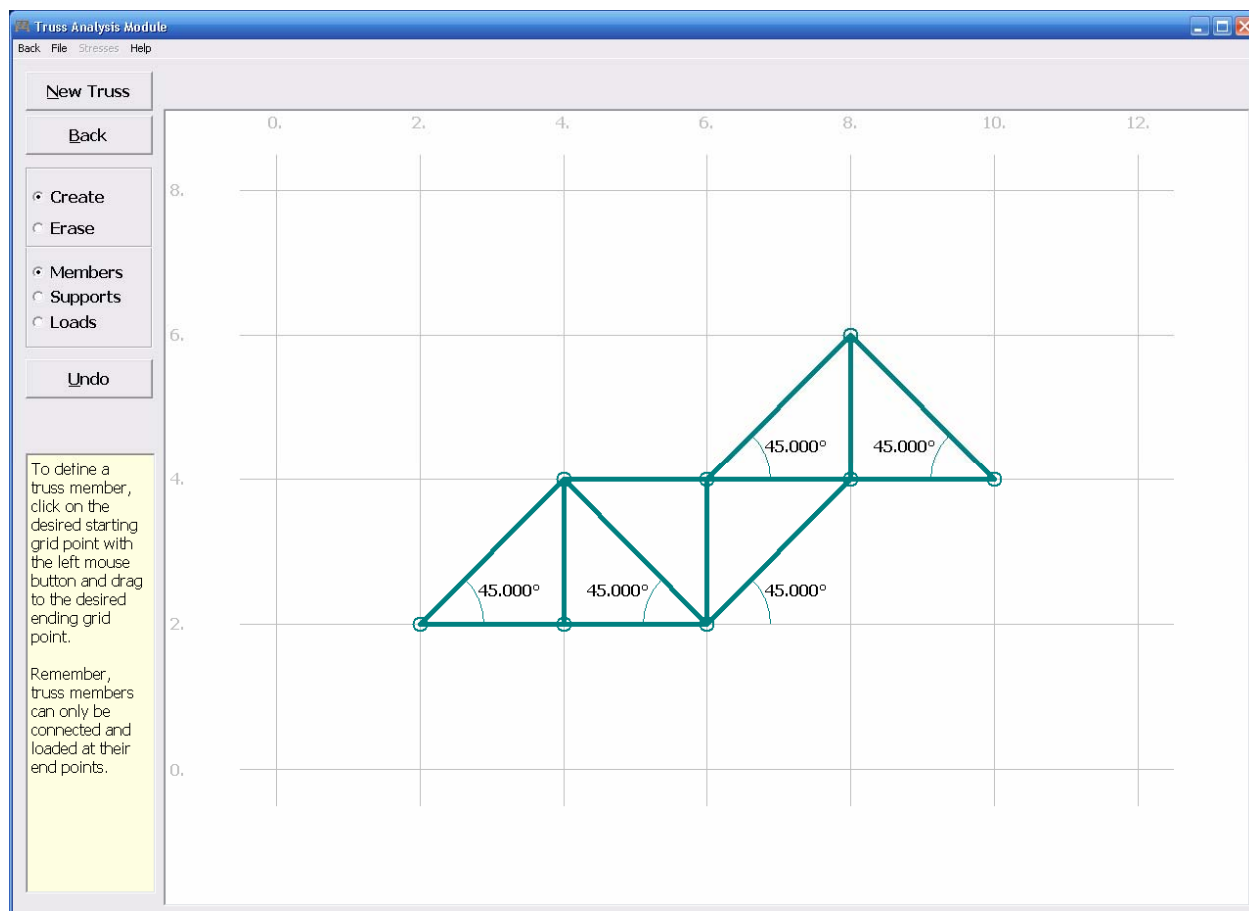
Координатна мрежа се користи за поједностављење уноса параметара за анализу решеткастог носача. Дефинисање величине размака (Horizontal spacing interval и Vertical spacing interval) и броја тих размака (Number of spaces) у координатној мрежи, у смеру x и y осе, врши се уносом података (слика 3.2), након чега се појављује следећи прозор (слика 3.3).



Формирана координатна мрежа

Релативна размера мреже може се чинити „погрешном“ на темељу стварних удаљености црта решетке. Овај проблем се решава подешавањем броја размака у координатној мрежи.

Штапови, ослонци и оптерећења решеткастог носача се дефинишу помоћу миша. Опције за унос (Create) и брисање (Erase) геометрије решеткастог носача приказане су на левој страни прозора (слика 3.3). Дефинисање штапова почиње избором опција Create и Members, након чега се, помоћу миша, дефинише почетак и крај сваког штапа у координатној мрежи. Штапови ће бити дефинисани између почетка и завршетка мрежних места. За предходни пример решеткастог носача, штапови ће бити дефинисани као на слици 3.4.



Слика 3.4 – Дефинисање штапова решеткастог носача

Након дефинисања штапова, врши се дефинисање ослонаца дате решеткасте конструкције. MDSolids решава статички одређене решеткасте носаче, који захтевају три реакције ослонаца за равнотежу (два у правцу y -осе и један у правцу x -осе). Дефинисање ослонаца почиње избором опција **Create** и **Supports**, након чега се дефинишу ослонци на задатим местима у координатној мрежи. Непокретни ослонац, који има реакције у x и y осе, дефинисан је као на слици 3.5, док је покретни ослонац, који има реакцију само у y осе, дефинисан као на слици 3.6.

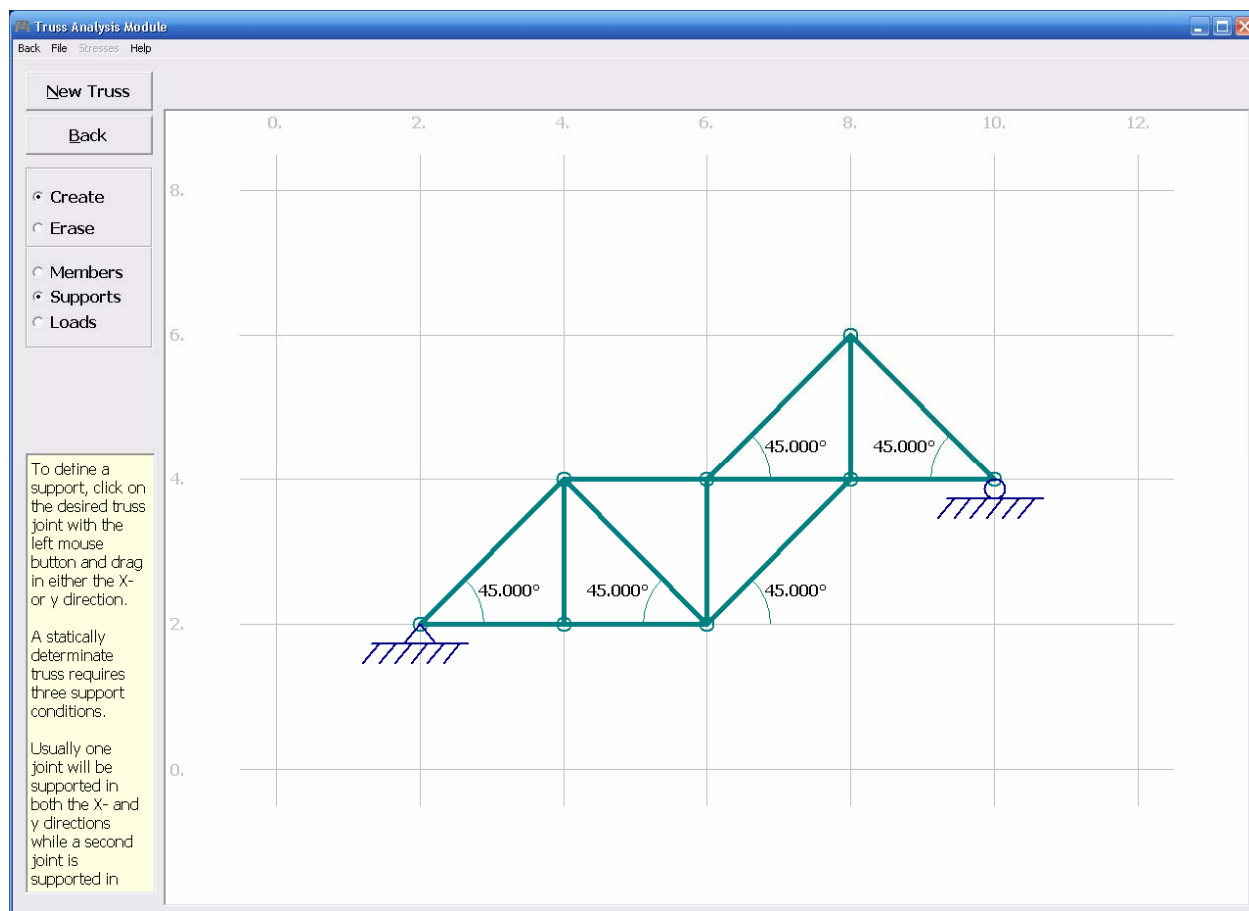


Слика 3.5 – Непокретни ослонац



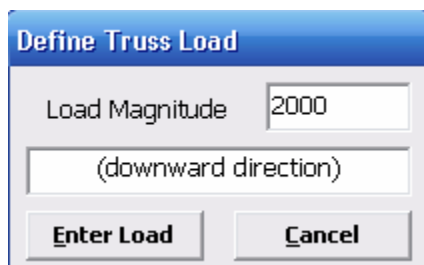
Слика 3.6 – Покретни ослонац

Дефинисани ослонци са штаповима за предходни пример ће изгледати као на слици 3.7.



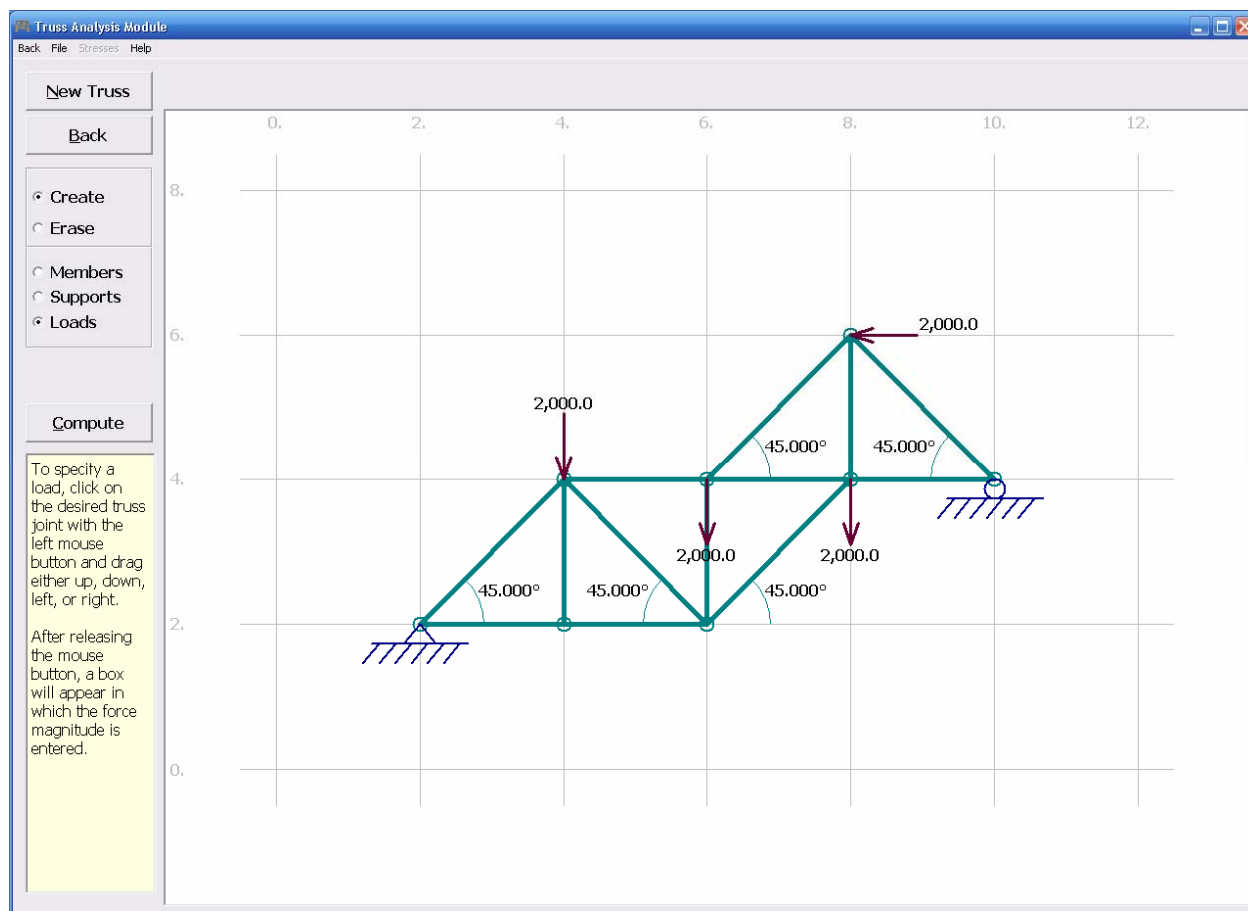
Слика 3.7 – Дефинисање ослонаца решеткиастог носача

Након дефинисања ослонаца се уносе оптерећења која делују на конструкцију. Дефинисање оптерећења почиње избором опција Create и Loads, након чега се уцртава сила у жељеном смеру, почевши од тачке у којој делује сила. Уцртавањем оптерећења појављује се форма за дефинисање оптерећења (слика 3.8).



Слика 3.8 – Дефинисање спољашњег оптерећења

Потребно је унети вредност оптерећења у Њутн јединицама, па потврдити унос и дефинисати свако оптерећење на жељеним местима решеткиастог носача. Дефинисањем оптерећења завршава се са дефинисањем читавог решеткиастог носача, као што се може видети на слици 3.9.

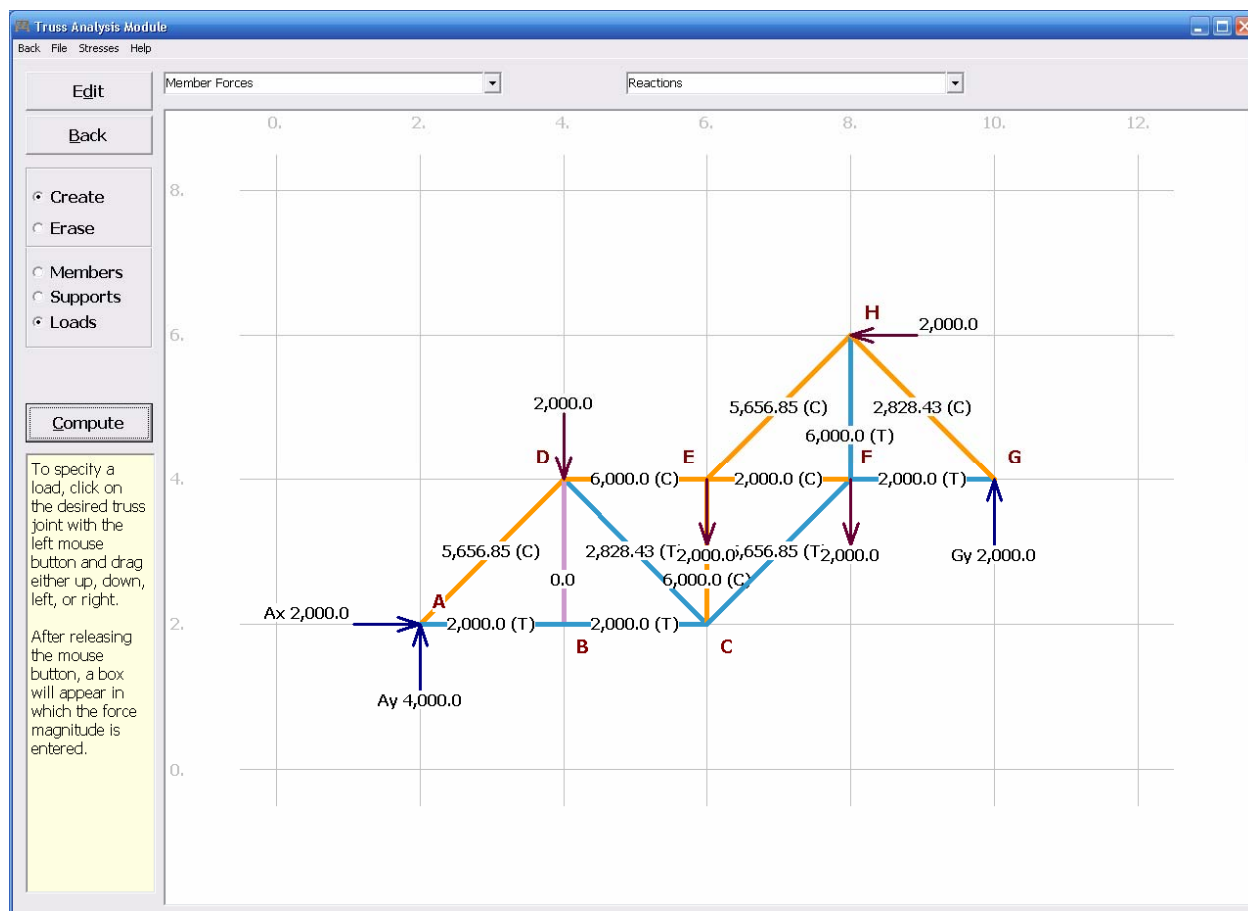


Слика 3.9 – Решеткасти носач у MDSolids окружењу

Након:

- дефинисања штапова решеткастог носача,
- дефинисања барем три реакције ослонаца, и
- дефинисања барем једног оптерећења,

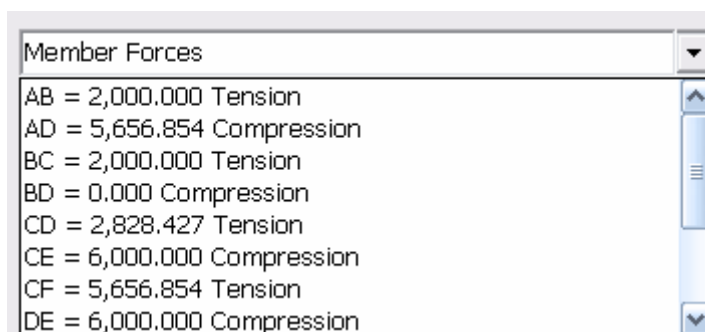
дугме Compute постаје видљиво (слика 3.9). Притиском на дугме Compute почиње анализа решеткастог носача. Резултати анализе су приказани на штаповима решетке (слика 3.10). Реакције ослонаца су приказане стрелицама у смеру у којем делују, а величине реакција приказане су поред уцртаних стрелица. Притиснути штапови су приказани жутом, затегнути плавом, а неоптерећени штапови љубичастом бојом.



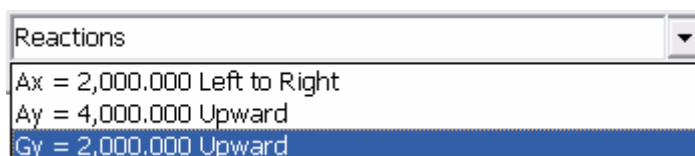
Слика 3.10 – Израчунате вредности сила у штаповима решеткиног носача

Као што се може видети, резултати анализе добијени у софтверу MDSolids се поклапају са резултатима добијеним класичним методама прорачуна, међутим, увелико олакшавају и поједностављују поступак.

Вредности унутрашњих сила (слика 3.11) и реакција ослонаца (слика 3.12) су такође приказане и у падајућем менију на врху прозора.



Слика 3.11 – Вредности унутрашњих сила у штаповима



Слика 3.12 – Вредности реакције ослонаца

Након успешно завршеног одређивања сила у штаповима, ставка Stresses у менију биће омогућена. Избором ове ставке табеларно ће се приказати резултати прорачуна.

Normal Stresses in Truss Members

Back Edit Print

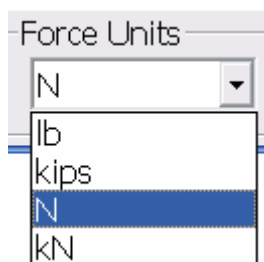
Member	Force (N)	Area (mm ²)	Stress (psi)
AB	2,000.0	0.00	0.0
AD	-5,656.9	0.00	0.0
BC	2,000.0	0.00	0.0
BD	0.0	0.00	0.0
CD	2,828.4	0.00	0.0
CE	-6,000.0	0.00	0.0
CF	5,656.9	0.00	0.0
DE	-6,000.0	0.00	0.0
EF	-2,000.0	0.00	0.0
EH	-5,656.9	0.00	0.0

Force Units: N Area Units: mm² Stress Units: psi

Compute

Слика 3.13 – Табеларни приказ резултата прорачуна

У овом облику приказа, корисник може изабрати јединицу величине оптерећења (Force Units). Након дефинисања жељене јединице, изабрати дугме Compute како би се јединице конвертовале.



Слика 3.14 – Јединице за оптерећење

ЗАКЉУЧАК

Решеткасти носачи представљају систем сачињен од лаких крутих штапова међусобно зглобно везаних својим крајевима. Зглобне везе крајева штапова се називају чворови. Решетке су оптерећене концентрисаним силама које леже у равни решетке и делују у њеним чворовима.

С обзиром на просторни положај решеткасти носачи се могу поделити на: раванске и просторне.

Равански решеткасти носачи су носачи код којих системне линије свих штапова леже у једној равни, а код просторних решеткастих носача системне линије штапова не леже у једној равни већ формирају просторну структуру.

Једна од основних претпоставки код статичког прорачуна (како аналитичког, тако и графичког), јесте да је решеткасти конструктивни систем геометријски непромењив и статички одређен, јер се само такви системи сматрају носачима.

Класични прорачунски модел решеткастих носача подразумева: ослобађање спољашњих веза и увођење одговарајућих отпора ослонаца, писање једначина равнотеже за решетку као целину како би се одредиле реакције ослонаца, па тек онда рачунање силе у штаповима методама издвајања чворова или методама издвајања дела решетке што изискује много времена.

Међутим, нагли развој *hardware*-а и *software*-а током последњих деценија омогућио је њихову примену на пољу решавања сложених проблема у металним конструкцијама на релативно лак, брз и елегантан начин.

Да би се презентовали резултати више метода, решавање задатка је изведено Максвел-Кремонином планом сила, Ритеровом и Кулмановом методом, па затим софтверским пакетом *MDSolids*. Може се закључити да су све методе задовољавајуће тачне, и да није било грешака у поступку. Међутим, ако се узме у обзир да рачунари раде тачније, много брже и поузданије од човека, увиђа се евидентна предност софтверских метода прорачуна. Једноставност кориштења програма, могућност интеракције са другим софтверима, прецизан унос података, само су неке од предности употребе софтверских метода прорачуна. Број расположивих знакова, које одређују тачност прорачуна ограничен је само меморијом рачунара.

Међутим, резултати прорачуна могу имати и грешке у поређењу са стварним стањем конструкције. Оне могу настати као продукт незнања, попут лоше концепције носача, лошег моделирања или неисправног компјутерског кода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Буђевац, З. Марковић, Д. Богавац, Д. Тошић, *Металне конструкције – основе прорачуна и конструисања*, Београд, 1997.
2. Марта Сулиок Селимбеговић, *Челичне конструкције*, Загреб, 2003.
3. Ивана Ковачић, *Решеткасти носачи*, Нови Сад, 2010.
4. Исак Карабеговић, *Статика*, Бихаћ, 2004.
5. Јурица Сорић, *Метода коначних елемената*, Загреб, 2004.
6. Алма Жига, *Бољи квалитет наставе из отпорности материјала са применом едукацијског софтвера MDSolids*, Зеница, 2013.
7. Timothy A. Philpot, *Concept behind MDSolids*, 1999.