

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Мастер студије

Модул: Друмски саобраћај

Предмет: Методе вештачења саобраћајних незгода

Број индекса: 354/2013

Сандра, З. Којић

Моделирање пнеуматика и модели у саобраћајним незгодама

Мастер рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. Проф. др Александра Јанковић - ментор

2. _____

3. _____

Датум

одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог мастер рада кандидат треба да уради следеће тезе:

1. Увод
2. Модели пнеуматика
3. Динамичка симулација возила
4. Динамичке карактеристике пнеуматика
5. Симулација модела пнеуматика софтвером
6. Анализа симулација
7. Закључци
8. Литература

Препоручена литература:

- [1] Јанковић А.: Динамика аутомобила, Крагујевац 2008.
- [2] Raymond M. Brach, University of Notre Dame, Brach Engineering, R. Matthew Brach, Brach Engineering, Tire models for vehicle Dynamic Simulation and Accident Reconstruction
- [3] Daily, J., N., Shigemura and J. Daily, Fundamentals of Traffic Crash Reconstruction Series, IPTM, Jacksonville, FL, 2006.

Крагујевац, јун 2015.

Ментор:
Александра Јанковић, проф. др

Abstract

The primary purpose of this document is to show that there are different models of tires, to describe them as detailed as it can, and to indicate which programs simulation (used in applications for reconstruction of accidents) that models used tires. There are shown two models of these systems simulation and tire models. Models of applications are limited to the hypothetical movement after impact Ford Crown Victoria and sudden steering maneuver Honda Accord. We compared the results for each example simulation. Since applications are limited to only two, and the conclusions that can be drawn therefrom are limited.

Keywords: tire, tire models, simulation, software.

Резиме

Основна сврха овог документа је да покаже да постоје различити модели пнеуматика, да их опише што детаљније и да укаже који програми симулације (коришћени у апликацијама за реконструкцију незгода) користе које моделе пнеуматика. Показана су два модела апликација ових програма симулација и модела пнеуматика. Модели апликација су лимитирани на хипотетичко кретање након удара Crown Victoria Forda и на изненадни управљачки маневар Honda Accord. Упореджени су резултати за сваки пример симулације. Пошто су апликације лимитиране на само две, и закључци који се из њих могу извући су ограничени.

Кључне речи: пнеуматик, модели пнеуматика, симулација, софтвер.

Садржај:

1. Увод	1
2. Историја пнеуматика	2
3. Модели пнеуматика.....	4
4. Динамичка симулација возила	6
5. Нотација, акроними и дефиниције.....	7
6. Динамичке карактеристике пнеуматика	9
6.1. Трење у контакту преуматика и тла	9
6.2. Напони у газећем слоју пнеуматика	10
7. Кинематика пнеуматика	16
8. Експериментално измерене силе пнеуматика	17
9. Симулација модела пнеуматика.....	21
9.1. VCR модел пнеуматика	21
9.2. PC-Crash линеарни модели силе пнеуматика	22
9.3. TM - Једноставни модел пнеуматика	25
9.4. SMAC модел пнеуматика [HVE и m-smac].....	27
8.5. SIMON модел сила пнеуматика [HVE]	28
10. Новине у PC-Crash-у	30
11. Поређење симулације	35
11.1. Поређење симулација модела сила пнеуматика.....	35
11.2. Динамичка симулација возила на рачунару	36
11.2.1. Први пример (Crown Victoria).....	36
11.2.2. Други пример (Honda Accord).....	39
12. Тродимензионални план сила пнеуматика за различите моделе.....	42
12. Закључци	46
13. Литература	48

1. Увод

Разни програми за симулацију динамике возила су направљени за примену у реконструкцији незгоде. Обично се користе да анализирају и реконструишу кретање возила пре судара и после судара. Ови програми за симулацију се крећу од некомерцијалних (власничких) програма до комерцијално доступних пакета. Основа ових симулација је теорија Њутновог закона кретања, док се неке компоненте технике моделирања разликују од програма до програма. Ово посебно важи за моделирање механичких сила у пнеуматикама. Од како силе пнеуматика контролишу кретање возила предвиђених симулацијом, механички модел пнеуматика је критичка одлика у употреби симулације, перформанси и тачности симулације. Ово је нарочито тачно за примене код реконструкције удеса где до кретања возила може да дође помоћу широког низа кинематичких услова тачка. Зато, темељно разумевање природе сила пнеуматика је неопходан аспект одговарајуће формулације и употребе програма динамике возила.

Овај рад обухвата расправу о терминологији силе пнеуматика, механику сила пнеуматика, мерење и моделирање компоненти силе пнеуматика и комбинованих модела сила пнеуматика који се тренутно користе у софтверу за симулацију незгода. У раду се разматра разлика између идеализоване елипсе силе пнеуматика и стварне елипсе трења пнеуматика. Једначине су представљене за пет модела силе пнеуматика из три различита програма за симулацију. Сваки модел користи другачији метод за рачунање силе пнеуматика за комбиновано кочење и управљање. Испитиване су неке експерименталне карактеристике пнеуматика.

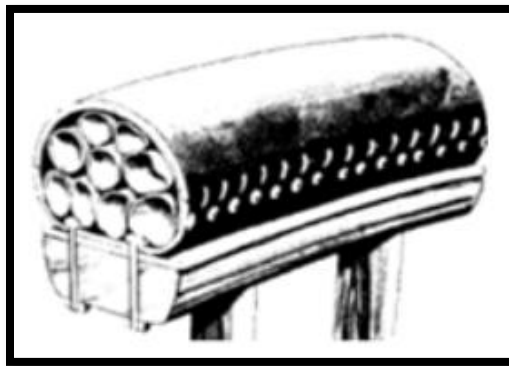
Неки модели сила пнеуматика почињу одређеним степеном силе кочења и користе елипсу трења да одреде одговарајућу силу управљања; а то производи силе управљања и резултанту силе пнеуматика који су једнаки величини потпуног проклизавања за комбиновано управљање и кочење. Поређења су представљена из резултата програма симулације користећи различите моделе пнеуматика за кретање возила која укључују две врсте ротације. Поређења у овом раду нису реконструкције у којима корисник тражи почетне услове да би се подударала постојећа путања. Прво поређење је хипотетичко кретање после судара са датом почетном брзином и почетном угаоном брзином, а друго је изненадно маневрисање тачком управљача. У неким случајевима, симулације и њихови модели пнеуматика приближно предвиђају кретање возила. Међутим, у већини случајева, резултати се значајно разликују међу симулационим програмима.

Пример симулација дат у овом раду није намењен да прикаже начин коришћења програма за симулацију динамике возила у реконструкцији незгода.

2. Историја пнеуматика

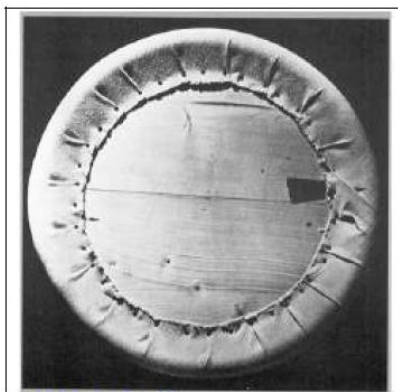
Први пнеуматици су били колуту гвожђа постављени на дрвеним точковима колица и вагона. Срећом, са открићем гумених производа ствари су се промениле. Било је то у средином 1800-тих година када су се појавили први пнеуматици направљени потпуно направљени од гуме. Они су били веома једноставни пнеуматици, састављени од гумен колутава који су у потпуности преносили оптерећење.

Године 1845. конструисан је први пнеуматик који је био испуњен ваздухом гуме који на тај начин упија ударе на путу - а изумео га је и патентирао РВ Томсон. Његов дизајн састоји се од великог број танких надуваних цеви који се налазе унутар кожног поклопца (слика 1.). То је значило да ће бити потребно више од једног бушења гуме пре него што она постане издувена. Међутим, упркос овим напретком у проиводњи пнеуматика, старија варијанта тврде гуме је још увек омиљен у јавности, остављајући пнеуматску гуму далеко иза себе.



Слика 1. Приказ првог пнеуматика [1]

Тако је било све до 1888. када је Џон Бојд Данлоп, без ичијег знања измислио пнеуматску гуму како би побољшао бицикл свог сина. Данлопов пнеуматик, као и Томсонов, нису деловали као да ће да се продају све до тренутка када је победу на бициклистичкој трци у Белфасту освојио је возач користећи Данлопове пнеуматике. Са том победом, људи су почели да се интересују за пнеуматике.



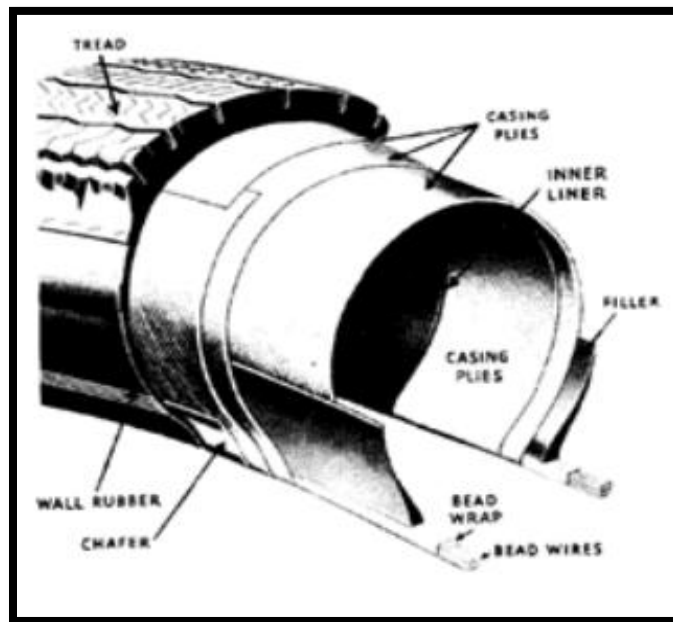
Слика 2. Први Данлоп пнеуматик [1]

Браћа Андре и Едуард Мишелин су први пут употребили пнеуматике на аутомобилима 1895. године. То је било у време када је на снагу ступио закон о коришћењу тврдых пнеуматика. Широм света компаније су се састајале како би усагласиле захтеве за нове пнеуматике. Тада је почело доба пнеуматика.

Конструкција пнеуматика остала је буквално непромењена 20-их и 30-их година 20. века све док 1948. године Мишелин није представио челиком обавијене радијалне пнеуматике. Овај нови тип пнеуматика значи да ће нова гума имати дужи животни век захваљујући слоју корда који је постављен под углом од 90° у односу на наплатак. То је такође значило да је имао мањи отпор котрљања - што је повећавало километражу на возилу. Једини недостатак овог система је тај што је потребан другачији систем за вешање.

Овај нови радијални пнеуматик био веома успешан ван САД, са компанијама из Италије, Француске, Јапана и Немачке где су се производиле у великом броју. Међутим у САД, битка је тек почела. Амерички произвођачи аутомобила су се плашили да трошкова за редизајн својих аутомобила да би користили ове радијалне пнеуматике тако да су наставили да користе старе типове пнеуматика.

Тако је било све до 70-их година када је настала велика криза за горивом па је онда америчка јавност због раста цена горива тражила економичније аутомобиле. То је довело до увођења аутомобила који могу да користе радијалне пнеуматике. До 1983. године сви аутомобили су били опремљени радијалним пнеуматичима.



Слика 3. Приказ првог радијалног пнеуматика [1]

3. Модели пнеуматика

Пнеуматик је еластични преносни елемент између возила и пута, на чијем се котрљању заснива механичко кретање возила.

Основни задатак пнеуматика је:

- да носи возило и користан терет при великим брзинама
- да преноси погонску силу и силу кочења између возила и пута
- да добрим пријањањем за подлогу осигура стабилност возила.

Ове карактеристике не смеју да се мењају током експлоатационог века пнеуматика. Осим тога пнеуматик мора да нас сигурно носи преко што већег броја километара.

Осим ових основних задатака од модерних пнеуматика очекује се још један низ не мање важних особина:

- мало трошење (хабање) газеће површине
- мали отпор котрљања
- амортизујућа својства
- да не ствара буку
- могућност оправке, протектирања, нарезивања
- да има минимално проклизавање
- да дају стабилност возилу
- способност подношења великих брзина уз висок комфор.

Пнеуматици у општој употреби су у ствари производи састављени од више компоненти: гумених мешавина, текстилних и челичних или синтетичких појачања.

Главни саставни делови пнеуматика су гумена газећа површина (протектор) и носива текстилна унутрашња структура, каркаса. Каркаса је кружно учвршћена на два, гумом превученим жицаним плетеницама, које на точку налажу на раменима наплатака.

У газеће површине је обликован профил гуме од различитих жљебова и међуламела. Облик профила зависи од намене пнеуматика. За пут под снегом потребан је, на пример, дубок, груб профил, који опет није примеран за сув пут, јер се пнеуматик са њим прегреје.

У зависности од конструкције пнеуматици се могу поделити на:

- дијагоналне пнеуматике
- радијални пнеуматике.

Разлика је што су код радијалних нити корда каркасе под углом од 90° у односу на правац кретања, а код дијагоналних слојева каркаских платана се укрштају под углом од 60° до 80° .

Сваки пнеуматик на свом боку има низ ознака. Посебно се истичу ознака произвођача, модела пнеуматика и димензије.

Пнеуматици представљају најважнији фактор безбедности саобраћаја на путу. Због тога веома је важно да се пнеуматици контролишу и одржавају како би били у добром стању, а када дође до њихове истрошености или оштећења да буду замењени одговарајућим пнеуматичима. Многи људи не схватају важност одржавања пнеуматика, међутим добро одржавани пнеуматици тј. пнеуматици у добром стању могу и за неколико метара смањити зауставни пут на клизавој или мокрој подлози док истрошени и неодржавани пнеуматици могу утицати на управљивост возила а самим тим стављају возача у потенцијално опасну ситуацију.

Постоји неколико веома важних провера на пнеуматичима који директно утичу на безбедност, а то су:

- дубина газећег слоја
- притисак у пнеуматичима
- истрошеност газећег слоја
- аквапланинг.

Брига о пнеуматичима почиње њиховим пријемом и складиштењем, а завршава се одбацивањем похабаног пнеуматика. Правилно коришћење и одржавање пнеуматика подразумева предузимање следећих мера:

1. Пријем и складиштење
2. Монтажа и демонтажа пнеуматика
3. Превентивно одржавање пнеуматика
4. Корективно одржавање и обнављање пнеуматика.

Поред помоћи да обезбеди несметано вожњу, главна функција аутомобилских пнеуматика је пренос силе (F_x , F_y , F_z) и момената у три заједничка ортогонална правца за контролу усмерености возила. Ова битна улога пнеуматика довела је до тога да понашање пнеуматика буде предмет истраживања већ 80 година.

Бројни тестови су спроведени и развијени су математички тестови у покушају да се разуме и предвиди стварање ових сила. Ови модели су подељени у четири различите групе:

- 1) оне које користе комплексан физички модел,
- 2) оне које користе једноставан физички модел,
- 3) модели сличних метода,
- 4) модели засновани искључиво на експерименталним подацима тзв. емпиријски модели.

Физички модели су они који служе као модел перформансе пнеуматика. Физички модели се баве стварима као што су хабање пнеуматика, температура, вуче, живот, цене, итд. Комплексни физички модели обично користе методе коначних елемената. Коначни елементи модела пнеуматика су од посебног значаја када узимају у обзир интеракцију

између пнеуматика и неправилности пута и за испитивање трења између пута и пнеуматика у оквиру отиска пнеуматика. Модели базирани на сличним методама били су коришћени раније у развоју модела сила пнеуматика, али у задње време имају мању употребу јер су недавно замењени другим моделима.

Два преостала модела класификације, једноставан физички модел и емпиријски модел, су два најчешћа модела који се користе у разумевању и предвиђању силе пнеуматика. Један од најраспрострањенијих једноставних физичких модела је модел четке. Модели четке су побољшани и развијени током последњих неколико година, али још нису нашли свој пут у динамичким симулационим програмима који се примењују код реконструкције незгоде.

Преостали модели класификације пнеуматика су емпиријски модели. Ови модели се искључиво баве динамичком равнотежом пнеуматика. Обрада краткотрајног понашања гуме, нпр. осцилаторно реаговање, зауставно реаговање и дебаланс гуме, дата је на другом месту [Pacejka, Allen, итд.]. Емпиријски модели користе математичке функције које могу да имитирају високо нелинеарно понашање сила које су генерисали пнеуматици. Ове математичке функције могу да варирају од праве линије сегмента апроксимације до нелинеарних функција које садрже бројне коефицијенте који су засновани на експерименталним подацима и који су одређени шаблонима. Главна употреба ових модела је да предвиде силе гуме код софтвера за симулацију динамике возила. Многи од ових емпиријских модела постоје [Pacejka, Guo, Gäfvert, Hirschberg, Brach & Brach (2000), Pottinger итд.]. Овај тип модела се испитује у овом раду.

Силе гума су подељене на компоненту подужне силе (кочење и вожња) и компоненту бочне силе (управљање / скретање у кривину). Подужна сила гуме обично се математички изражава и мери као функција променљиве која се зове клизање точка. У неким случајевима подужна сила је једноставно моделована прописаном нивоу силе, понекад је изражена као део нормалне силе. Бочна сила гуме је математички изражена и измерена као функција променљиве која се назива угао клизања. Трећа, различита, одлика модела силе гуме је начин правилног комбиновања ових двеју компоненти силе за услове комбиновања кочења (клизање точка) и управљања (угао клизања). Постоје друге силе и моменти на граничној површини пнеуматик-коловоз који су важни за руковање и дизајн возила, али овде нису разматрани. Ефекти попут самоподешавања обртног момента, управљања нагибом, итд. су обично занемарени код примена реконструкција незгода [2].

4. Динамичка симулација возила

Динамички модел у реконструкцији саобраћајне незгоде који се користи у симулацији кретања возила се развио током последњих неколико деценија. Оно што је заједничко за све варијације програма за симулацију динамике возила је да сам корисник софтвера обезбеђује почетне услове возила (положај, оријентацију, брзину), специфичну геометрију возила, физичке параметре возила (укључујући и параметре пнеуматика), и сваки параметар који зависи од времена (кочење/убрзање, итд.). Програм интегришу диференцијалне једначине кретања возила (и полуприколица) за предвиђање кретања као функције времена. Потребе које реконструкција незгода има за програм симулације могу да се разликују од других корисника програма динамике возила.

Такве потребе укључују способност да се симулише динамика возила кроз широк спектар кретања и стања возила, као што су оштећена или измењена међуосовинска растојања и / или размак између точкова, један или више точкова који су блокирани, велике вредности угаоне брзине које прате судар, итд.

Поређења су направљена [Han и Park] између EDVAP [HVE] PC crash [PC-crash] и некомерцијалног програма за симулацију. Ова поређења се састоје од три категорије иницијалних услова који резултују у три различита типа кретања после судара. *Категорија 1* користи почетне услове са релативно великом брзином бочног клизања. Добијено кретање возила показује да се брзина бочног клизања смањује скоро до нуле, а возило наставља са транслаторним кретањем. *Категорија 2* користи почетне услове који су резултирали при брзини бочног клизања која није једнака нули и која је одржавана до заустављања. *Категорија 3* користи почетне услове који у возилу резултују умерену брзину бочног клизања и њено превођење. Резултати су показали да се највеће разлике између EDVAP и PC crash дешавају код почетних услова категорије 1. Само мале разлике су пронађене за категорије 2 и 3. Сва три модела силе пнеуматика користе елипсу трења за израчунавање комбинованих сила пнеуматика. У свим случајевима, тачност силе пнеуматика од великог је значаја за кориснике софтвера за симулацију. У великој мери, тачност симулације зависи од способности модела пнеуматика да тачно предвиди рад сила, које делују у равни коловоза, које су направили сви пнеуматици возила. Осим аеродинамичких сила, које ће се помињати касније у раду, ту је и деловање сила на делу контактне површине пнеуматика, које контролише кретање возила.

Овај рад се фокусира на моделе пнеуматика који су коришћени од три тренутно доступна програма за симулацију, PC crash, HVE и VCR. Сви они имају способност да у две димензије симулирају кретање. Неки имају више општих могућности као што су тродимензионално кретање, али се о овим одликама не говори у раду. Детаљно су објашњени модели пнеуматика који су коришћени од стране ових програмских софтвера. Овај поступак прате два поређења резултата симулације која користе софтверски пакет за исти скуп параметара пнеуматика, параметара возила и почетних услова. Рад се закључује тумачењем резултата симулације. Расправљано је о предмету елипсе трења пнеуматика. Показано је да се идеализована елипса трења може значајно разликовати од нацрта границе сила развијених од стране пнеуматика [2].

5. Нотација, акроними и дефиниције

- BNP: Baker-Niborg-Рајеска једначина (такође позната као чаробна формула) [Рајеска]
- Спољашња чврстоћа: C_α
- Спољашња пропустљивост: $1/C_\alpha$
- EDSMAC4: симулациони софтвер [HVE]
- Коефицијент пријањања, μ : зависи од клизне површине (мокро, суво, асфалт, бетон, шљунак, лед)
- Круг трења: елипса трења када је $\mu_x = \mu_y$

- Круг елипсе: зависи од уздужних компонената сила којима се дефинише проклизавање точка на коловозу
- Бочно (странице, у кривинама): правац се поклапа са у осом пнеуматика
- Подужни (напред, назад, кочење, убрзавање, вожња): правац се поклапа са х осом пнеуматика,
- PC-crash: софтвер за симулацију [PC crash]
- Клизање: стање кретања точкава кад блокирају ($s = 1$), или се креће бочно ($\alpha = \pi/2$)
- VCRware: софтвер за симулацију [VCRware]
- C_α : коефицијент бочне чврстоће пнеуматика (такође угаони коефицијент),
- C_s : уздужни коефицијент силе у гуми,
- F_b : улазна величина за силу кочења или убрзавања
- $F_x(s)$: једначина са једном независном променљивом, s , модел подужне силе точка за који нема управљања, $\alpha = 0$,
- $F_y(\alpha)$: Једначина са једном независним променљивом, α , модел бочне силе без кочења, $s = 0$,
- $F_x(\alpha, s) = F_x[F_x(s), F_y(\alpha), \alpha, s]$: Једначина са две независне променљиве, (α, s) , модел компоненте силе точка за коју комбинује кочење и управљање,
- $F_y(\alpha, s) = F_y[F_x(s), F_y(\alpha), \alpha, s]$: једначина са две независне променљиве, (α, s) , модел компоненте силе на точку за коју се комбинује кочење и управљање
- F_z : нормална сила на точку,
- пуно клизање: стање када се комбинују варијабле клизања (α, s) , дају резултујућу силу на точку μF_z
- HVOSM: модел за симулацију објеката аутопута
- m-smac: софтвер за симулацију [m-smac]
- NCB: Nikolas-Comstock-Brach једначине [BrachI Brach 2000, 2005]
- нема окретања (rollout): наставља да се креће транслаторно без ротације
- s : угао подужног клизања,
- брзина клизања: брзина центра пнеуматика у тачки контакта са подлогом,
- угао клизања: α ,
- SMAC: Модел за симулацију судара [McHenri]
- ротација: кретање возила које укључује и ротацију и транслацију,
- T : улазна вредност за силе кочења или убрзања, SMAC,
- угао клизања, види s ,
- V_x, V_y : компоненте брзина точкава изражене у координатном систему пнеуматика,
- V_p : брзина клизања точка у тачки контакта P ,
- x - y - z : ортогонални систем точка, x - главна оса у смеру кретања, y -подужна оса, z - управна на x осу (слика 4)
- бочно клизање: ротација возила око вертикалне осе
- α : угао клизања пнеуматика (такође, бочни угао клизања),
- β_p : угао између вектора брзине клизања пнеуматика и x осе точка и угао резултујуће силе паралелне површини пута (види слику 13),
- β : угао у односу на x осу резултујуће силе точка (види слику 13),

- $\bar{\beta}$: бездимензиони угао клизања, једначине 45 и 50, SMAC,
- μ_x : коефицијент трења за пуно клизање у подужном правцу, $s = 1$, $\alpha = 0$,
- μ_y : коефицијент трења за пуно клизање у попречном правцу, $\alpha = \pi/2$.

6. Динамичке карактеристике пнеуматика

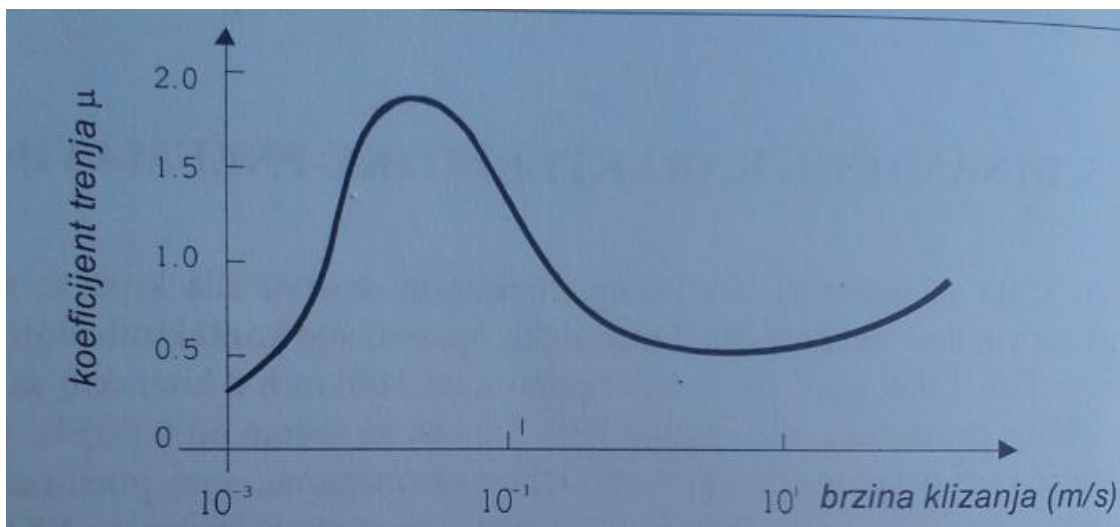
Пнеуматици су изложени директном дејству сила које се са тла преносе на возило. Контактне силе представљају последицу постојања смичућих напона произведених притиском и трењем.

6.1. Трење у контакту преуматика и тла

Трење садржи компоненту пријањања и компоненту клизања. У случају контакта пнеуматика и тла, зависно од релативне брзине V_{rel} између центра тачке и тачке додира пнеуматика и тла, разликује се случај

- чистог пријањања ($V_{rel} = 0$) и
- пријањања са клизањем ($V_{rel} > 0$).

Док се тачак котрља, коефицијент пријањања је већи од коефицијента клизања. Коефицијент трења је функција брзине клизања, с обзиром да се учешће пријањања и клизања мења током кретања возила.

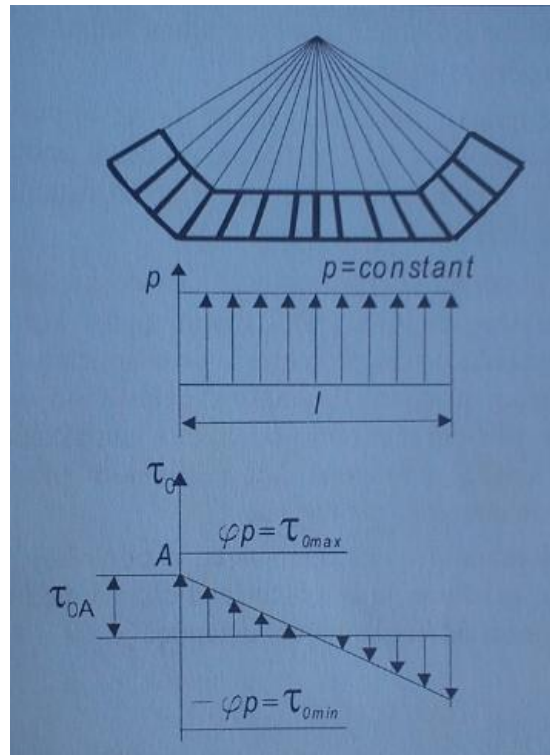


Слика 4. Зависност коефицијента трења од брзине клизања [3]

Са слике се види да коефицијент трења може да буде и већи од јединице, што је могуће за високоеластичне материјале. Овај дијаграм је добијен експериментално. Максимум варира у области брзине клизања 0,05 до 5 m/s зависно од особина гуме и температуре подлоге. Што је температура подлоге већа, максимум се помера више удесно, ка већим брзинама клизања. Сама максимална вредност коефицијента може да буде и више од 10 ако се ради о веома углачаној подлози. После максимума долази до пада вредности коефицијента трења са великим градијентом. Овакве вредности су типичне за слетање авиона на писту. Дијаграм не полази из нуле јер је у експерименту увек брзина клизања већа од нуле.

Случај када је брзина клизања једнака нули представља математичку, фиктивну вредност, која није потврђена у пракси.

6.2. Напони у газећем слоју пнеуматика



Слика 5. Распоред смичућег напона у контакту пнеуматика и тла у подужном правцу (коэф.пријањања $\phi = \text{const}$) [3]

Kummer је 1966.год. дао савремене основе теорије трења, а Willumeit је 1969. први пут успоставио механички модел газећег слоја пнеуматика којим се добро репрезентују карактеристике пнеуматика и који се ослања на Kummer-ову теорију. Овим моделом могу да се објасне промене обимне силе, бочне силе и момента стабилизације који настају код реалних пнеуматика.

У газећем слоју пнеуматика постоји одређена расподела смичућег напона по површини отиска. Последице постојања неке расподеле која није униформна ни у подужној ни у попречној равни су неравномерне реакције тла, односно промена како величине реакције тла тако и њене нападне линије у различитим режимима вожње (кочење-убрзавање).

За објашњење ове појаве, претпоставиће се да је: 1) нормални притисак који делује између пнеуматика и тла константан и једнак унутрашњем притиску пнеуматика (p); 2) ширина контактне површине константна, једнака ширини пнеуматика (b) и не зависи од оптерећења точка.

У газећем слоју пнеуматика (протектору) долази до деформација смицања под дејством смичућег напона. Ово смицање проузроковано је трењем на контактної површини. Услед

вискоеластичних особина протектора, овај смичући напон има одређену расподелу дуж контактне површине протектора. Постоје промене смичућег напона у радијалном правцу (трансверзално смицање).

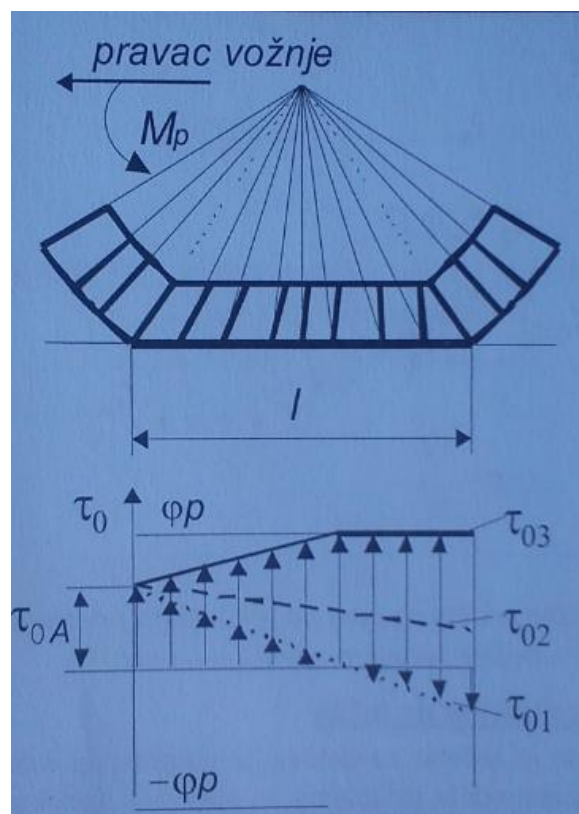
На слици приказана је промена смичућег напона који производи обимна сила на пнеуматику, при чему је са 1 означена дужина контактне зоне. Обимна сила на точку у функцији смичућег напона је $F_o = b \cdot \int_0^1 \tau_o dx$.

На слици са τ_{oA} је означен иницијални смичући напон у почетној тачки контакта пнеуматика и тла.

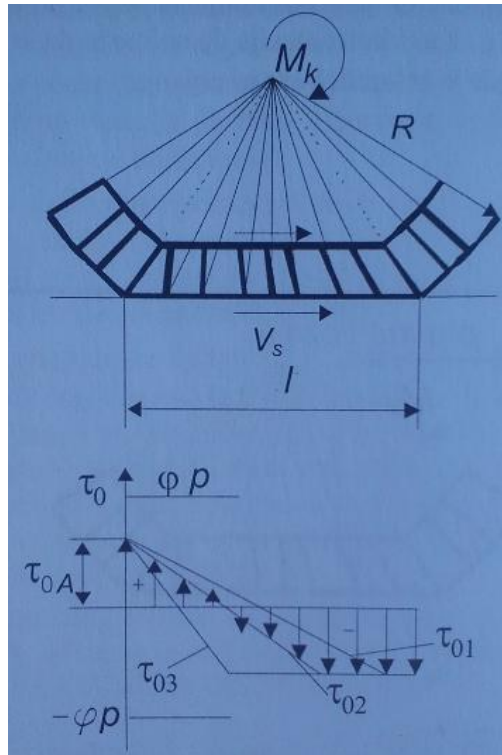
Деловање погонског момента на точак

Са променом погонског момента M_p мења се и нагиб праве којом је представљена расподела компоненте смичућег напона τ_o .

Сагласно слици, напону τ_{o3} одговара највећи погонски момент, тј. важи релација $M_{p3} > M_{p2} > M_{p1}$, као и констатација да не може да се пређе вредност напона $\tau_{o\max} = \varphi p$, где је φ коефицијент пријањања. Одатле је $F_o = \varphi \cdot b \cdot \int_0^1 p dx$.



Слика 6. Промена смичућег напона у контактку пнеуматика и тла, делује погонски момент ($\varphi = \text{const}$) [3]

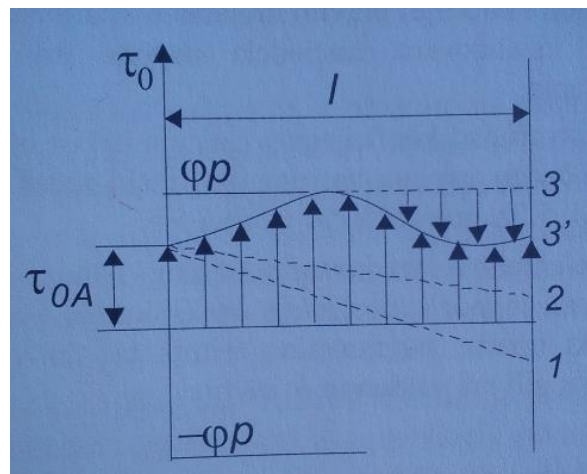


Слика 7. Промена смичућег напона у контакту пнеуматика и тла, делује кочни момент ($\varphi = \text{const}$) [3]

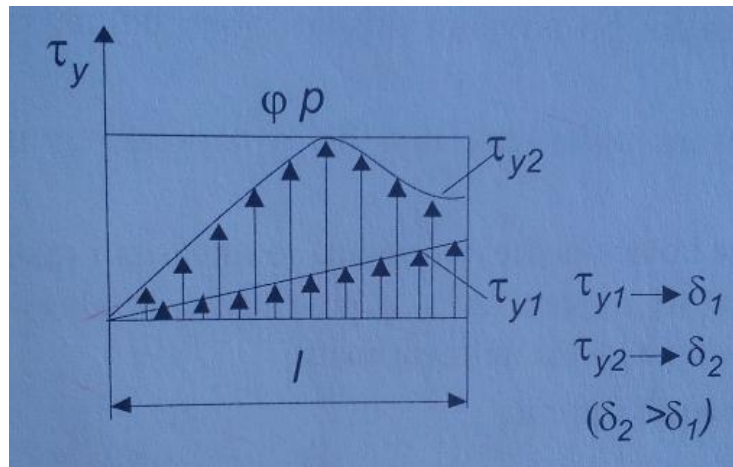
Деловање кочног момента на тачак

Кочном моменту одговара расподела приказана на слици 8 индексу „3“ одговара највећи кочни момент, тј. важи релација $M_{k3} > M_{k2} > M_{k1}$.

Јасно је да се тежиште површине отиска, а самим тим и нападна тачка резултујућих сила смицања, при оштријем - интензивнијем кочењу помера ка напред.



Слика 8. Реална (3') и идеалне расподеле (1, 2 и 3) смичућег напона, делује погонски момент [3]



Слика 9. Расподела бочне компоненте смичућег напона [3]

Праволинијски карактер опадања напона до достизања његове минималне вредности (хоризонтална линија) значи да се промена догађа за $\varphi = \text{const}$, а у тачки достизања саме минималне вредности настаје потпуно клизање.

У оба случаја (погон и клизање) правим линијама у координатном систему (τ_o, x) је приказана идеализована расподела напона при непроменљивом коефицијенту пријањања.

Како у стварности коефицијент пријањања зависи од брзине клизања, ова расподела смичућег напона за, нпр., погонски точак који се убрзава моментом M_{p3} (слика 8.), има облик дат на слици 9.

До достизања максималне вредности смичућег напона (вредност φp) промена је линеарна, а после достизања максимума, вредност смичућег напона асимптотски опада (хоризонтална асимптота) до вредности која би одговарала обимној сили при потпуном клизању.

Бочне карактеристике пнеуматика

Позната је појава бочног скретања пнеуматика услед постојања еластодинамичких особина газећег слоја и у бочном правцу.

Зависно од величине угла бочног скретања (δ) расподела смичућег напона, чијим се интеграљењем по површини отиска добија бочна сила F_y , има изглед као на слици 10.

Напону τ_{y2} одговара угао скретања δ_2 , а напону τ_{y1} угао скретања δ_1 ($\delta_2 > \delta_1$).

Као и код подужне компоненте, расподела је линеарна и растућа до достизања максималне вредности напона φp , а потом опада због великих промена градијента угла клизања (зона нелинеарности).

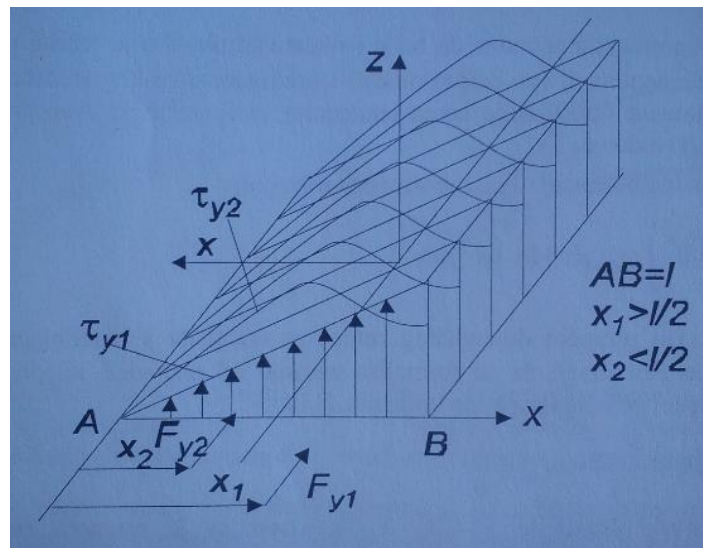
Бочна сила би се рачунала према: $F_y = b \cdot \int_0^1 \tau_y dx$, $b = \text{const}$.

Прираштај бочне силе по углу скретања се дефинише као коефицијент бочног скретања (k_y).

Из свега наведеног се закључује да, с обзиром на расподелу напона τ_s по дужини отиска, резултујућа бочна сила не делује у геометријском тежишту отиска већ у тежишту површине која представља расподелу напона.

За случај да је ова расподела линеарна (мали углови бочног скретања), једноставно је израчунати аналитички положај резултанте (тежиште правоуглог троугла), па бочна сила делује на константном растојању $x = l/6$ од геометријског тежишта отиска, који је симетричан.

У случају већих углова скретања и већих деформација пнеуматика, отисак није симетричан, а и расподела напона зависи од режима вожње.



Слика 10. Распоред бочне компоненте смичућег напона у контакту пнеуматика и тла [3]

Ова бочна сила производи момент враћања точкова при њиховом скретању – момент стабилизације. При већим угловима скретања тежиште површине се помера улево, ка геометријској оси отиска, па момент стабилизације мења своју вредност пропорционално промени величине x (слика 7.), $M_s = M_{(z)}^{F_y} = F_y \cdot \left(\frac{1}{2} - x\right) = b \cdot \int_0^1 \left(\frac{1}{2} - x\right) \tau_y dx$.

Крак момента стабилизације, тј. величина x , представља однос момента стабилизације и бочне силе и назива се динамички затур точка, тј. $n_{din} = \frac{M_s}{F_y} \leq \frac{1}{6}$.

Овај динамички затур може да буде и негативан уколико је тежиште површине расподеле напона τ_y (по дужини отиска) испред геометријског средиште отиска. Тада момент стабилизације нема тенденцију враћања точка, већ повећање бочног повођења.

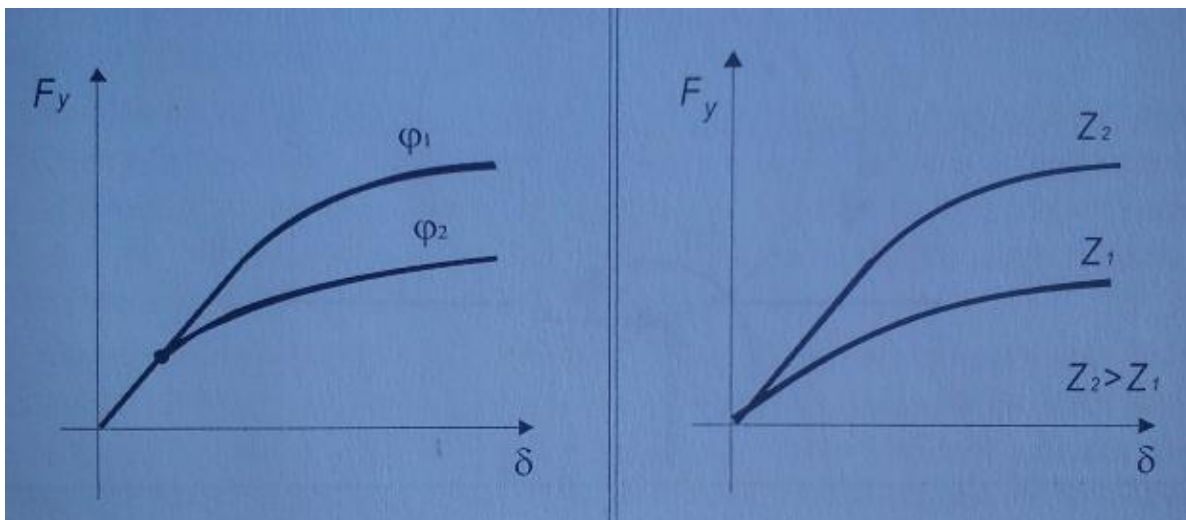
Максимална бочна сила F_{ymax} је изражена релацијом: $F_{ymax} = \int_0^1 \tau_{ymax} dx = b \cdot \int_0^1 \varphi \cdot p dx$.

Закључци о промени динамичког затура за случај да је коефицијент трења константан би могли да се формулишу зависно од расподеле напона τ_y , тј. интензитета и положаја нападне линије силе F_y и то:

- За $F_y \leq \frac{F_{y\max}}{2}$, $n_{\text{din}} = \frac{l}{6}$;
- У овој области је $F_y = k_y \cdot \delta$, $k_y = \text{const}$ па је промена момента стабилизације линеарна.
- За $\frac{F_{y\max}}{2} < F_y < F_{y\max}$, $0 < n_{\text{din}} < \frac{l}{6}$;
- За $F_y = F_{y\max}$, $n_{\text{din}} = 0$.

У случају да се коефицијент трења мења у функцији брзине клизања, у моменту достизања максималне вредности напона (фр), бочна сила коју тачак може да пренесе такође достиже свој максимум, док момент стабилизације и динамички затур у том моменту постају негативни.

Важно је напоменути да за мале вредности угла скретања, промене бочне силе не зависе од коефицијента пријањања, док за веће углове скретања, већем коефицијенту пријањања одговара већа бочна сила, слика.



Слика 11. Бочна сила у функцији угла бочног скретања за различите вредности коефицијента пријањања (лево) и вертикалног оптерећења (десно) [3]

Важно је истаћи и утицај вертикалног оптерећења на величину бочне силе, сл. 8. при мањем оптерећењу, мањи је отисак пнеуматика, а мањи је и смичући напон у газећем слоју, па је самим тим мања и бочна сила коју пнеуматик може да пренесе при истом углу бочног скретања.

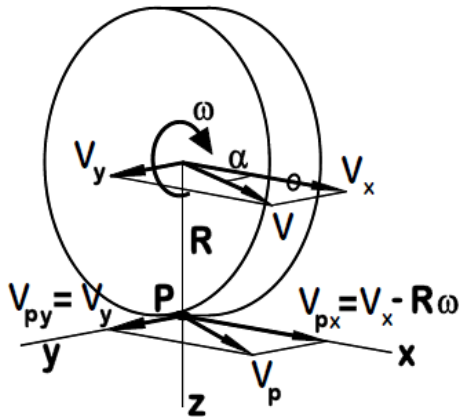
7. Кинематика пнеуматика

Две кинематичке променљиве се обично користе у вези са облицима сила пнеуматика и у вези мерења сила пнеуматика. Оне су рачунски угао α , и лонгитудинално клизање точка, s . Рачунски угао је илустрован на слици 10 и дефинише се као:

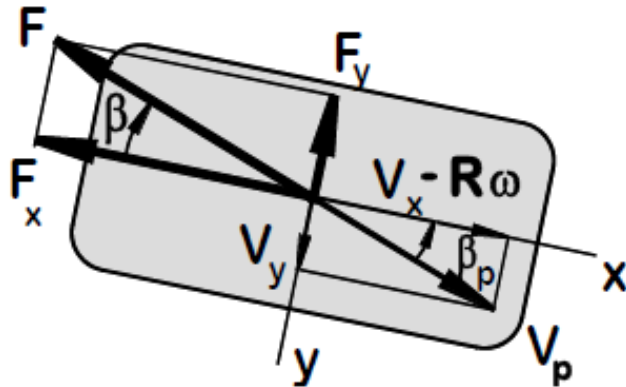
$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{B_z}{B_x} \right) \quad (1)$$

Клизање точка може имати различите дефиниције. Једна која се овде користи је таква да је $0 \leq S \leq 1$, где је

$$S = \frac{V_x - R\omega}{V_x} \quad (2)$$



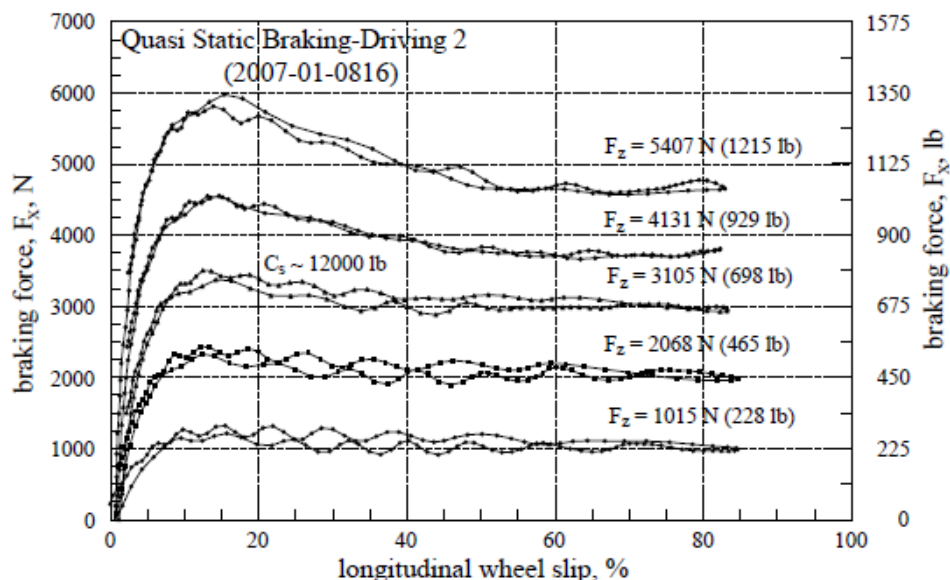
Слика 12. Брзине точка / пнеуматика [2]



Слика 13. Компоненте сила и клизних брзина у пнеуматику [2]

На сликама 9 и 10 показане су компоненте брзина клизања пнеуматика $V_{px} = V_x - R\omega$ и $V_{py} = V_y$. Наглашава се да се генерално вектор брзине, V , на главчини точка и клизна брзина, V_p , у додирном центру површине разликују како у величини тако и у правцу. Клизна брзина V_p , је брзина тачке P у односу на површину пута. Такође се могу разликовати правац резултујуће силе, F , и клизна брзина, V_p . Без управљања, компонента лонгитудиналне (кочење, убрзавање) силе пнеуматика, $F_x(S)$ обично се изражава математички, као функција точка који клиза.

Слично је кад нема кочења, где се компонента бочне силе (кривинама, управљање), $F_y(\alpha)$, обично математички изражава као функција угла клизања.



Слика 14. Експериментално измерене подужне силе пнеуматика P225/60R16 [Salaani]. (braking force – сила кочења; longitudinal wheel slip – подужни угао точка) [2]

8. Експериментално измерене силе пнеуматика

Пнеуматици представљају чврст ослонац између возила и пута и ублажавају утицај ударних рупа. Пнеуматици такође остварују трење са подлогом и на тај начин омогућавају да возило на што бољи начин обавља своју функцију, а то је кретање. Савремени пнеуматици производе се од различитих материјала. Ти материјали су углавном синтетички.

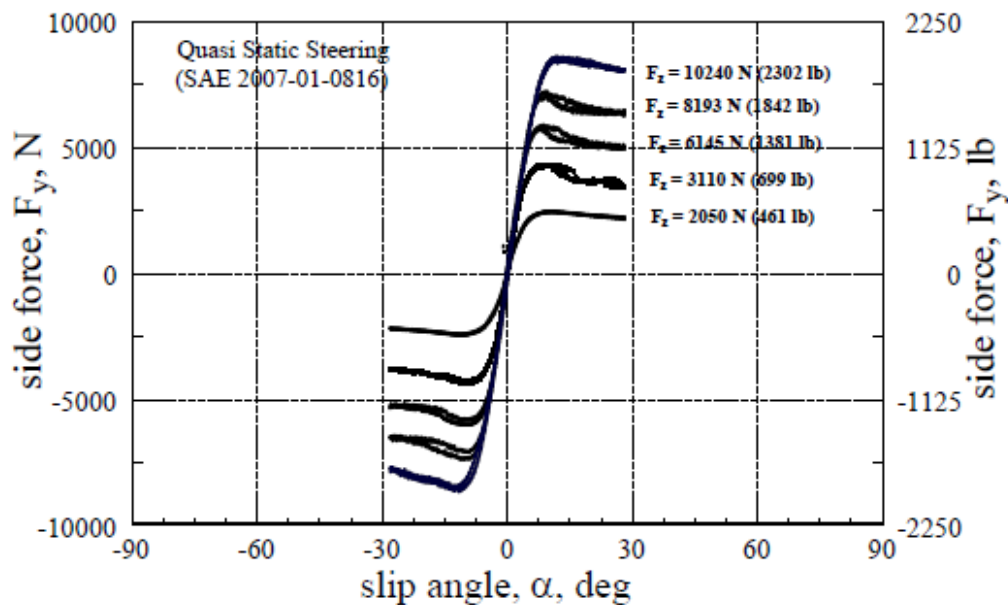
Пнеуматици нам омогућавају безбедност у вожњи. Они су главни и један од најважнијих делова на сваком моторном возилу. Захваљујући пнеуматцима ублажује се додир са тлом по коме се креће моторно возило. Пнеуматици требају да буду у складу са прописаним условима, јер једино адекватни пнеуматици имају праву ефикасност и омогућавају нам безбедност у саобраћају. Коефицијент оптерећења пнеуматика представља максималну дозвољену носивост сваког појединог пнеуматика на моторном возилу. Такође за сваки пнеуматик прописана је највећа дозвољена брзина којој пнеуматик сме да буде изложен. Индекси брзине и оптерећења су стандардизовани.

Адекватно третирање пнеуматика омогућава и адекватну вожњу, јер претерана тежина може да угрози безбедност свих учесника у саобраћају. Пнеуматици утичу на понашање и управљивост и комфор у вожњи и најважнија карактеристика, сигурност на сувом и мокром коловозу. Дакле, из свега претходно наведеног може се извести закључак да је пнеуматик један од најважнијих и најбитнијих делова на возилу.

Улога пнеуматика је веома комплексна. Може се поћи од тога да пнеуматици пружају подлогу између возила и пута али се њихова главна улога објашњава мало компликованијим терминима. Треба поћи од тога да пнеуматици представљају потпору између возила и пута и омогућава управљање возилом. Пнеуматици примају ударе од пута

и апсорбују не дозвољавајући да се ти удари пренесу на возило. То се постиже пре свега због њихове еластичности. Еластичност је особина материјала да се после деформације врати у првобитан облик. Дакле пнеуматик има одлику да се деформише у додиру са подлогом, али да се врати у првобитно стање.

Експериментални подаци о гуми су овде представљени јер неки од резултата симулације касније дати у раду користе параметре пнеуматика који одговарају измереним вредностима. Слика 14 показује $F_x(s)$ за модел пнеуматика P225/60R16 за различите нормалне силе. Слика 15 приказује измерене вредности силе $F_y(\alpha)$ за различите нормалне силе. Као што је раније наведено, $F_x(s)$ се мери за нулти угао клизања α , и $F_y(\alpha)$ је мера за нулти тачак који клиза, s . Са слике 16 види се да коефицијент клизања, C_α , зависи од нормалне силе, F_z . Најмањи одговарајући квадрат (користећи BNP једначину) илуструју ову зависност која је приказана на слици 16. Слика 3 показује да је на сличан начин коефицијент C_s , зависи од нормалне силе.



Слика 15. Експериментално измерене бочне силе пнеуметика P225/60R16 [Salaani] [2]

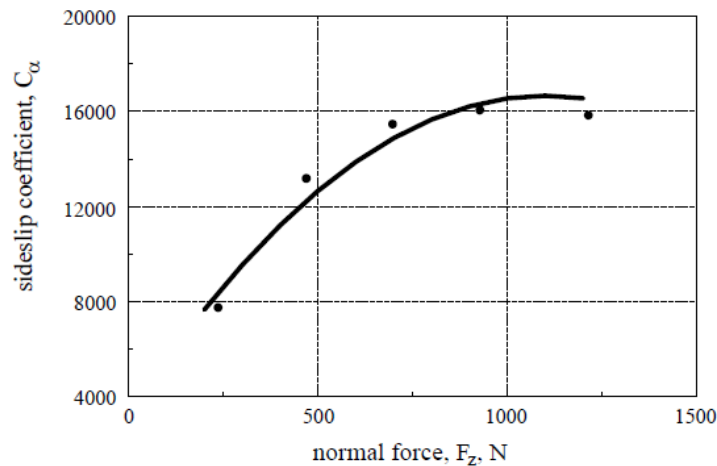
Елипса трења и елипса силе пнеуматика

Критеријуми за комбиновање попречних и уздужних компоненти силе – Са одговарајућим коефицијентима B, C, D, E, и K, BNP једначине дају изразе за компоненту уздужне силе $F_x(s)$ при чему нема угла бочног клизања, α , као и за компоненту попречне силе $F_y(\alpha)$ када нема клизања тачка. Комбиновањем управљања и кочења свака од ових компоненти ће симултано бити функција и уздужног клизања тачка s , и угла бочног клизања α . Стога се компоненте силе морају описати као $F_x(s, \alpha)$ и $F_y(\alpha, s)$, појединачно. Овакав приступ је изабран да би се искомбиновале појединачне једначине уздужних и попречних компоненти силе на такав начин да би се добила једна сила, F , тангентна у односу на површину пута где је: $F(\alpha, s) = \sqrt{F_x^2(\alpha, s) + F_y^2(\alpha, s)}$

Препоручује се да се почне са истраживањем комбинованих сила трења пнеуматика тако што ће погледати концепт који се назива "круг трења" [за пример видети, Варнера, и друге, (1983)]. У овом концепту се истиче да је целокупна доступна сила трења на делу додира пута и пнеуматика дата кроз једначину $F_{max} = \mu F_z$, а њен смер је супротан смеру резултујућег вектора брзине, V_R . У овом концепту се даље истиче да ако је сума вектора уздужне и попречне силе мања од F_{max} , пнеуматик ће наставити да иде и да се окреће. Експерименти показују да пнеуматици показују особине које се разликују од теоријског круга трења. Разлика у коефицијентима уздужног и попречног трења због особина као што су шаблони трагова, конструкција пнеуматика и геометрија пнеуматика, воде до различитих уздужних и попречних ограничавајућих сила. Као последица тога, круг трења се заправо може боље описати као елипса трења.

Координатни систем x - y и брзина ротирајућег точка илустровани су на слици 12. Компонента силе пнеуматика $F_x = F_x(\alpha, s)$, $F_y = F_y(\alpha, s)$ и резултанта, $F = F(\alpha, s)$, илустроване су преко налегања пнеуматик-пута на слици 13. Према Nikolas-Comstockовој теорији [Brach & Brach (2000)], компоненте сила обликују елипсу сила где апсциса представља компоненту подужне силе пнеуматика, $F_x(\alpha, s)$, а ордината компоненту бочне силе пнеуматика, $F_y = F_y(\alpha, s)$. Једначина елипсе сила пнеуматика дата је у једначини 3, или у више сажет образац у једначини 4. Резултанта сила је:

$$F(\alpha, s) = \sqrt{F_x^2(\alpha, s) + F_y^2(\alpha, s)}.$$



Слика 16. Мерење одступања (тачке) C_α од F_z , пнеуматика P225/60R16 [Salanni] (sideslip coefficient – коефицијент бочне чврстоће пнеуматика, normal force – нормална сила) [2]

Један од услова Nikolas-Comstock модела пнеуматика је тај да су компоненте силе изједначене са компонентама брзина клизања, која је $\beta = \beta_p$ (слика 10). Као што је приказано на слици 6, $F_x(\alpha, s)$ оса (апсциса) представља само кочење (тј., $\alpha = 0$). Оса (ордината) $F_y = F_y(\alpha, s)$ представља само управљање (тј. $s = 0$). Сваки положај унутрашњости елипсе трења је положај са вредностима клизања (α, s) за комбиновано управљање и кочење које представља контролу возача, математички изражено једначином 5. Тачка $F_x(s)|_{s=1} = \mu_x F_z$ на апсциси представља клизање блокираног точка за само кочење. Тачка, $F_y(\alpha)|_{\alpha=\pi/2} = \mu_y F_z$ на ординати представља бочно клизање пнеуматика

возила. Треба нагласити да је ова формулација могућа за различите коефицијенте чеоног отпора трења у x и y правцима, односно μ_x и μ_y . Пуно клизање пнеуматика у било којој комбинацији α и s дешава се ако резултанта силе пнеуматика додирује елипсу трења, $F(\alpha, s) = \mu F_z$, где је коефицијент чеоног отпора трења μ изражен једначином 6.

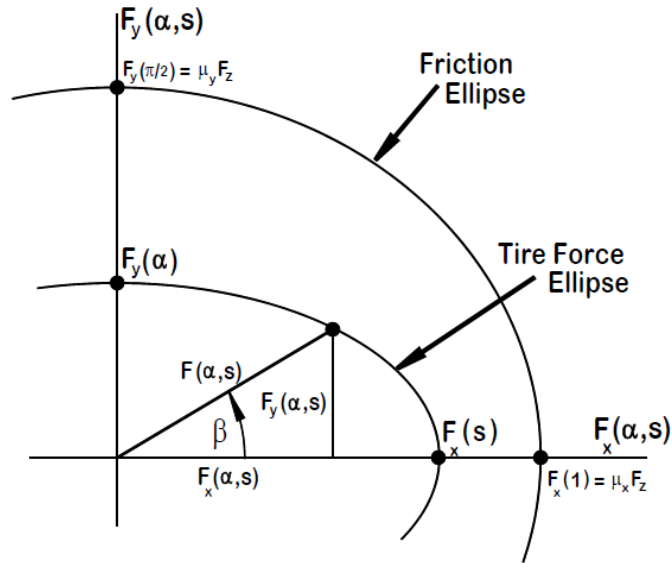
$$\frac{F_x^2[F_x(s), F_y(\alpha), \alpha, s]}{F_x^2(s)} + \frac{F_y^2[F_x(s), F_y(\alpha), \alpha, s]}{F_y^2(\alpha)} = 1 \quad (3)$$

$$\frac{F_x^2(\alpha, s)}{F_x^2(s)} + \frac{F_y^2(\alpha, s)}{F_y^2(\alpha)} = 1 \quad (4)$$

$$\frac{F_x^2(\alpha, s)}{\mu_x^2 F_z^2} + \frac{F_y^2(\alpha, s)}{\mu_y^2 F_z^2} < 1 \quad (5)$$

$$\mu = \frac{\mu_x \mu_y}{\sqrt{\mu_x^2 \sin^2 \alpha + \mu_y^2 \cos^2 \alpha}} \quad (6)$$

За дату нормалну силу, F_z , тачке изван елипсе трења не могу се дотаћи зато што је сила трења ограничена са μF_z . Ако је $\mu_x = \mu_y$, онда елипса силе гуме постаје круг, а елипса трења постаје круг трења.



Слика 17. Дијаграм трења (границе) елипсе и елипса сила гуме [2]

Модел једначина који одређује функције $F_x(\alpha, s)$ и $F_y(\alpha, s)$ за комбиновање управљања и кочења (као што је приказано на слици 14, као елипса силе гуме) мора бити нађен независно од функција управљања $F_y(\alpha)$ и кочења $F_x(s)$. Важно је напоменути да елипса трења није модел пнеуматика. Уместо тога, то је идеализовани графички приказ оперативне границе за резултанту сила гуме за било коју комбинацију управљања и кочења. Постоји више од једног начина за објашњавање резултанта силе гуме за комбиновање управљања и кочења. Један од начина је дат у следећем поглављу, док су други [Pottinger, i dr. i Schuring, sar] и [Hirschberg].

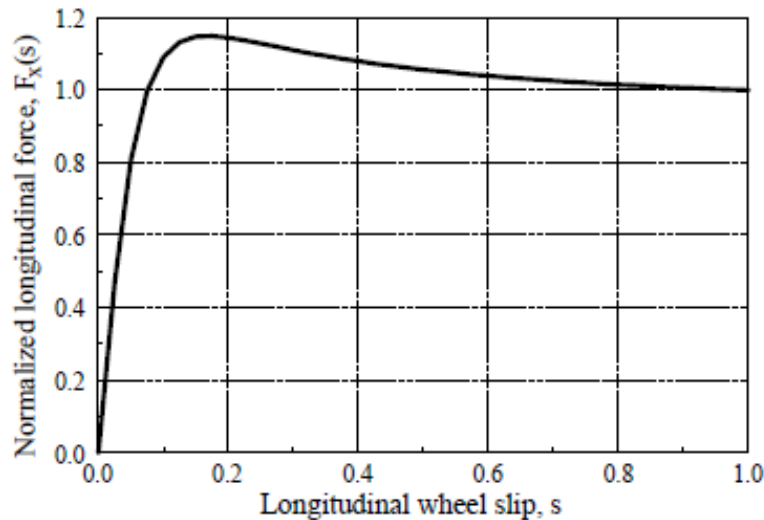
9. Симулација модела пнеуматика

Постоје различити модели сила пнеуматика. Ово што следи су колекције једначина модела сила пнеуматика коришћених у три софтверска пакета за динамичку симулацију возила који се користе за реконструкцију незгода.

9.1. VCR модел пнеуматика

Једначине за подужне и бочне силе у овом симулационом софтверу су моделиране коришћењем дела BNP једначина (Расејка). Једначина 7 приказује подужну силу, $F_x(s)$, за кочење без управљања ($\alpha = 0$). Слика 18 приказује пример нормализованог нацрта подужне силе пнеуматика са задатим следећим вредностима BNP: $B=1/15$, $C=1.5$, $D=1.0$, $E=0.30$, $K=100.0$, а где је почетни нагиб коефицијент кочења $C_s = BCDK$. Једначина 8 приказује бочну силу управљања, $F_y(\alpha)$, када нема кочења ($s = 0$). Слика 16 показује пример нормализоване бочне силе са BNP параметрима: $B=8/75$, $C=1.5$, $D=1.0$, $E=0.60$, $K=100.0$, где је коефицијент бочне крутости $C_\alpha = ABCD$.

Параметри B , C , D и E су константе изабране да моделирају одређени точак и системе пнеуматика и да дају силе које одговарају одређеним експерименталним подацима.



Слика 18. Подужна BNP сила у функцији клизања точка, s , VCR модел [2]

За точак са силом кочења, $F_x(s)$, и бочном силом $F_y(\alpha)$, подужна сила за комбиновано управљање и кочење $F_x(s)$ је одређена у VCR-у коришћењем NCB једначина. То је приказано једначином 9. За точак са силом кочења $F_x(s)$, и бочном силом $F_y(\alpha)$, бочна сила за комбиновано управљање и кочење, $F_y(\alpha)$, је одређена коришћењем NCB једначине и приказана је једначином 10.

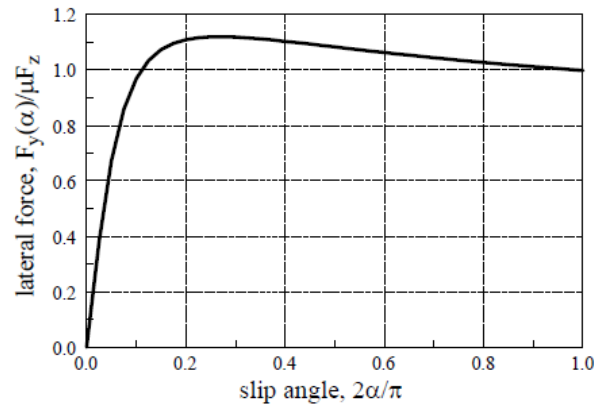
$$F_x(S) = D \sin\{C \tan^{-1}[B(1 - E)K_s + E \tan^{-1}(BK_s)]\} \quad (7)$$

$$F_y(\alpha) = D \sin \left\{ C \tan^{-1} \left[B(1-E)K \frac{2\alpha}{\pi} + E \tan^{-1} \left(BK \frac{2\alpha}{\pi} \right) \right] \right\} \quad (8)$$

$$F_x(\alpha, s) = \frac{F_x(s)F_y(\alpha)s}{\sqrt{s^2 F_y^2(\alpha) + F_x^2(s) \tan^2 \alpha}} \frac{\sqrt{s^2 C_a^2 + (1-s)^2 \cos^2 \alpha F_x^2(s)}}{s C_a} \quad (9)$$

$$F_y(\alpha, s) = \frac{F_x(s)F_y(\alpha) \tan \alpha}{\sqrt{s^2 F_y^2(\alpha) + F_x^2(s) \tan^2 \alpha}} \frac{\sqrt{(1-s)^2 \cos^2 \alpha F_y^2(\alpha) + C_s^2 \sin^2 \alpha}}{C_s \sin \alpha} \quad (10)$$

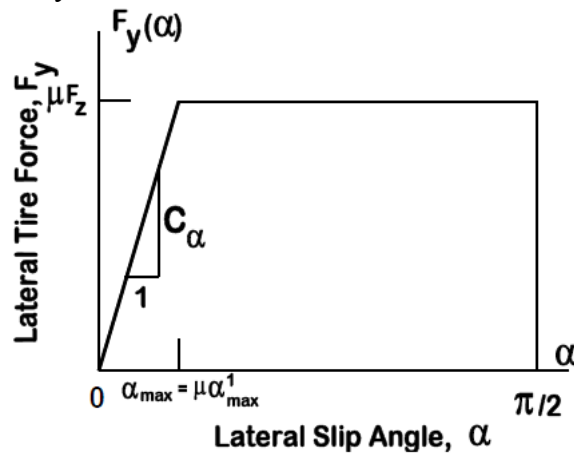
Када се нацртају на осама $F_x(s)$ и $F_y(\alpha)$, NCB једначине имају облик силе елипсе пнеуматика која зависи од функција $F_x(s)$ и $F_y(\alpha)$. Тродимензионалне равни ових комбинованих сила пнеуматика су илустровани даље у раду.



Слика 19. BNP бочне силе пнеуматика у функцији нормализованог угла клизања, (slip angle- угао клизања, lateral force- попречна сила) [2]

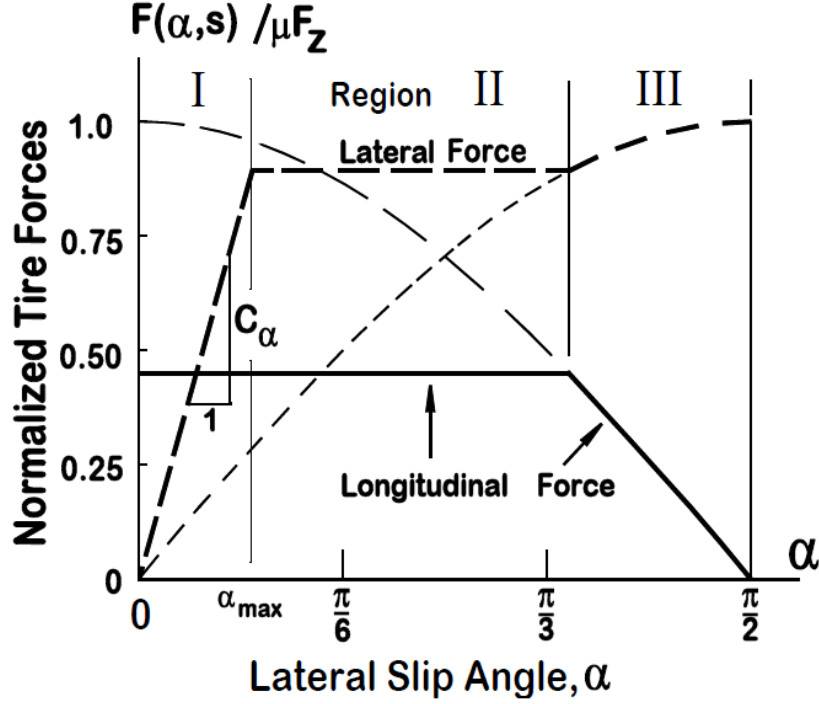
9.2. PC-Crash линеарни модели силе пнеуматика

PC-Crash даје избор било којег од два модела, линеарни модел силе пнеуматика и ТМ – једноставни модел силе пнеуматика.



Слика 20. Бочне силе гуме, Линеарни модели пнеуматика, PC-Crash [2]

Уместо коришћења параметара клизања точка, s , PC-Crash симулација захтева улазну вредност константног опсега примењене силе кочења са јачином силе, F_b , или вредност убрзања F_a . Сила наведена као фракција нормалне силе пнеуматика се може алтернативно обезбедити. Када немамо управљање, подужна сила убрзања је наведена као $F_x = F_a$, и подужна сила кочења $F_x = -F_b$. Динамичка симулација возила у PC-Crash-у користи билинеарну бочну силу пнеуматика као што је приказано на слици 20. Линеарни део представља коефицијент клизања C_α .



Слика 21. Дијаграм подужних и бочних сила пнеуматика, PC-Crash линеарни модел пнеуматика [2]

Бочна сила постаје константа при $\alpha = \alpha_{max}$, где бочна сила достиже максимум при μF_z . За протокол PC-Crash, $\alpha_{max} = \mu \alpha_{max}^1$, где је α_{max}^1 угао засићења за $\mu_y = 1$. За ову нотацију, коефицијент клизања пнеуматика израчунат је $C_\alpha = \mu F_z / \alpha_{max}^1$. Када нема подужне силе, $s = 0$, ($F_a = F_b = F_x = 0$) бочна сила пнеуматика дефинисана је у једначинама 11 и 12. За точак са силом кочења $F_x(\alpha, s) = F_b$ бочна сила израчуната је користећи елипсу трења, као што је приказано у једначини 13 где је подужна сила прилагођена стању блокираних точкова који проклизавају, као што је приказано у једначини 14. За комбиновано управљање и кочење, PC-Crash линеарни модел пнеуматика може бити описан у три дела (Слика 21). Први део је када се бочна сила линеарно повећава са α , једначина 15. Други део је када долази до засићења, бочна сила је израчуната уз помоћ елипсе трења, једначина 16 и трећи део је за блокирани точак који клиза, као што је приказано у једначини 17.

$$0 \leq \alpha \leq \alpha_{max} = \mu \alpha_{max}^1 : F_y(\alpha) = -\mu F_z \alpha / \mu \alpha_{max} \quad (11)$$

$$\alpha_{max} \leq \alpha \leq \pi/2 : F_y(\alpha) = \mu F_z \quad (12)$$

$$F_y(\alpha, s) = \min \left[\mu F_z \frac{\alpha}{\alpha_{max}}, \sqrt{(\mu F_z)^2 - F_x^2(\alpha, s)} \right] \quad (13)$$

$$F_x(\alpha, s) = \min[F_b, \mu F_z \cos \alpha] \quad (14)$$

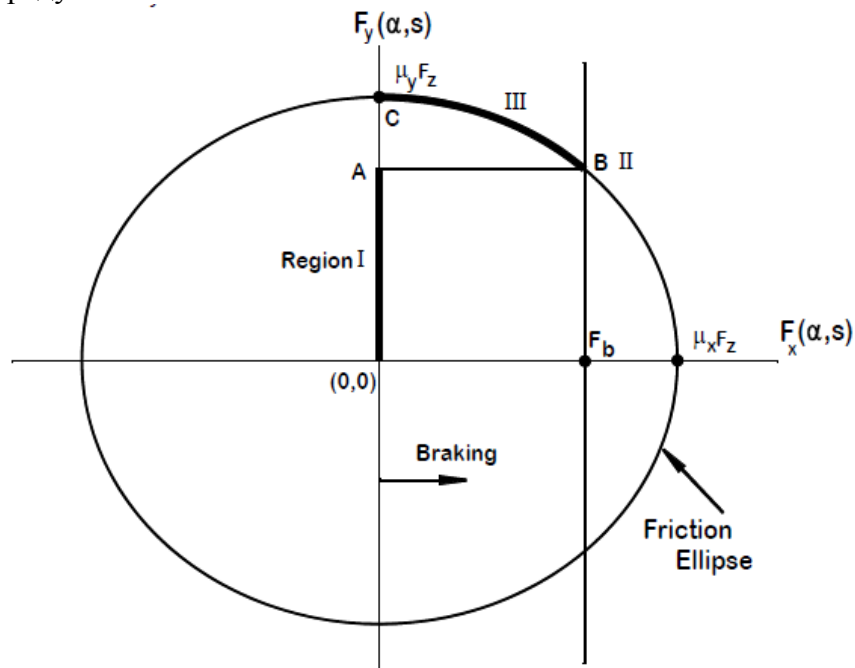
$$F_y(\alpha, s) = \mu F_z \frac{\alpha}{\alpha_{max}} \quad (15)$$

$$F_y(\alpha, s) = \sqrt{(\mu F_z)^2 - F_b^2} \quad (16)$$

$$F_y(\alpha, s) = \mu F_z \sin \alpha \quad (17)$$

$$\sqrt{F_y^2(\alpha, s) + F_b^2} = \mu F_z \quad (18)$$

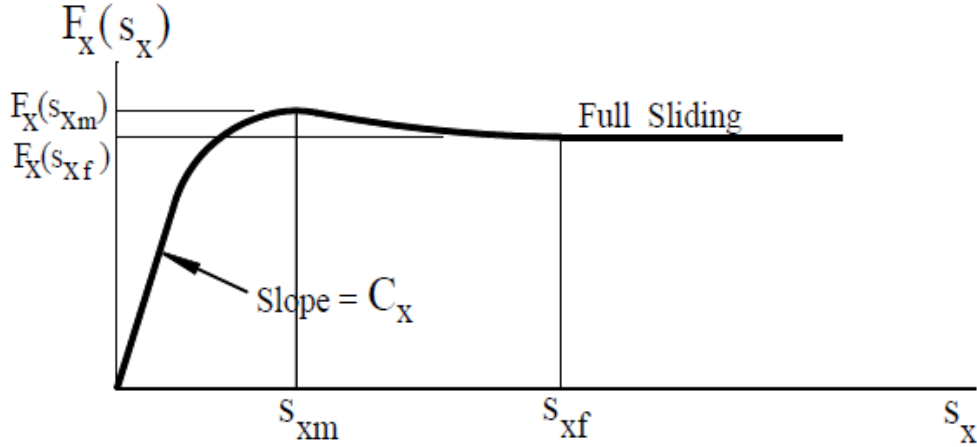
Ти делови су приказани на слици 18 и они су нацртани на елипси трења на слици 19. Ако се угао клизања, повећава од 0 до α_{max} , $F_y(\alpha, s)$ се помера од (0,0) до тачке А. Величина бочне силе, $F_y(\alpha, s)$, у тачки А је одређена F_b и једначином 17. Уз напомену да у другом делу, док се угао клизања повећава од α_{max} до вредности веће од α_{max} као на слици 18, резултујућа сила на одсечку се не мења. Према томе, други део, за који α варира од α_{max} до вредности веће од α_{max} , је концентрисан у једну тачку, В, на дијаграму силе пнеуматика на слици 19. У трећем делу, $F_y(\alpha, s)$ се креће од тачке В ка тачки С (док α наставља да се повећава) дуж круга трења. Све од овога подразумева да широм другог дела PC-Crash линеарни модел силе пнеуматика приказује бочну силу на граници трења у идеализованој граници круга трења. Иако је правац $F_y(\alpha, s)$ дуж правца клизања, величина резултантне силе пнеуматика је једнака потпуном проклизавању пнеуматика. μF_z . Раван нацрта $F_y(\alpha, s)$ је дата даље у раду.



Слика 22. Дијаграм бочних и подужних сила пнеуматика за комбиновано управљање и кочење, PC-Crash [2]

9.3. ТМ - Једноставни модел пнеуматика

ТМ - Једноставни модел пнеуматика је дефинисан за тродимензионално кретање возила. Према белешкама на динамици возила (Rill) ТМ-Easy дефинише подужно клизање и бочно клизање другачије него изнад наведено [19]. Подужно клизање, S_x , је дефинисано као у једначини 19. ТМ-Easy бочно клизање је дефинисано као у једначини 20. Последице нормализовања клизања до угаоне брзине за ТМ-Easy су да $0 \leq S_x \leq \infty$, $0 \leq S_y \leq \infty$, и (за комбиновано управљање и кочење) да S_x и S_y уједини у s (као што је дефинисано једначином 2) и α (једначина 1), приказано једначином 21 путем једначине 25. ТМ-Easy модел наводи да се изван сигурне, коначне вредности клизања S_{xf} , дешава пуно клизање. Модел може да окарактерише максималну подужну силу тиме што ће да одреди максималну вредност силе одговарајућим клизањем (S_{xm} , F_{xm}). Слика 20 приказује подужну силу F_x као функцију подужног клизања S_x . Пун опис модела захтева да три дела информације буду обезбеђене да би дефинисали облик $F_x(S_x)$ криве: почетни нагиб, C_x , максимална вредност силе и њене повезане клизне вредности (S_{xm} , F_{xm}), и вредности силе при пуном клизању и повезане вредности клизања (S_{xf} , F_f). Крива бочне силе, $F_y(S_y)$, може се слично дефинисати уз помоћ нагиба, C_y , максималних параметара (S_{ym} , F_{ym}) и параметара пуног клизања (S_{yf} , F_{yf}).



Слика 23. Подужне силе пнеуматика, ТМ једноставни модел [2]

$$S_x = \frac{V_{px}}{R\omega} \quad (19)$$

$$S_y = \frac{V_y}{R\omega} \quad (20)$$

$$S(S_x, S_y) = \frac{V_{px}}{V_x} = \frac{V_x - R\omega}{V_x} \quad (21)$$

$$S(S_x, S_y) = 1 - \frac{R\omega}{V_{px} + R\omega} = \frac{R\omega}{S_x R\omega + R\omega} = \frac{S_x}{1 + S_x} \quad (22)$$

$$\alpha(S_x, S_y) = \tan^{-1} \left(\frac{V_y}{V_x + R\omega} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{S_y}{1 + S_x} \right) \quad (23)$$

$$S_x(S, \alpha) = \frac{s}{1-s} \quad (24)$$

$$S_y(S, \alpha) = \frac{\tan \alpha}{1-s} \quad (25)$$

$$S_{xy} = \sqrt{\left(\frac{S_x}{\widehat{S}_x}\right)^2 + \left(\frac{S_y}{\widehat{S}_y}\right)^2} \quad (26)$$

$$\widehat{S}_x = \frac{S_{xm}}{S_{xm} + S_{ym}} + \frac{F_{xm}/C_x}{F_{xm}/C_x + F_{ym}/C_y} \quad (27)$$

$$\widehat{S}_y = \frac{S_{ym}}{S_{xm} + S_{ym}} + \frac{F_{ym}/C_y}{F_{xm}/C_x + F_{ym}/C_y} \quad (28)$$

$$C = \sqrt{(C_x \widehat{S}_x \cos \varphi)^2 + (C_y \widehat{S}_y \sin \varphi)^2} \quad (29)$$

$$S_m = \sqrt{\left(\frac{S_{xm}}{\widehat{S}_m} \cos \varphi\right)^2 + \left(\frac{S_{ym}}{\widehat{S}_m} \sin \varphi\right)^2} \quad (30)$$

$$F_m = \sqrt{F_{xm} (\cos \varphi)^2 + (F_{ym} \sin \varphi)^2} \quad (31)$$

$$S_f = \sqrt{\left(\frac{S_{fm}}{\widehat{S}_m} \cos \varphi\right)^2 + \left(\frac{S_{fm}}{\widehat{S}_m} \sin \varphi\right)^2} \quad (32)$$

$$F_f = \sqrt{F_{xf} (\cos \varphi)^2 + (F_{yf} \sin \varphi)^2} \quad (33)$$

$$\cos \varphi = \frac{S_x/\widehat{S}_x}{S_{xy}} \text{ i } \sin \varphi = \frac{S_y/\widehat{S}_y}{S_{xy}} \quad (34)$$

$$F(S_x, S_y) = \frac{\sigma S_m C}{1 + \sigma(\sigma + F_f \frac{S_m}{F_m} - 2)}, \sigma = \frac{S_{xy}}{S_m}, 0 \leq S_{xy} \leq S_m \quad (35)$$

$$F(S_x, S_y) = F_m - (F_m - F_f)\sigma^2(3 - 2\sigma), \sigma = \frac{S_{xy} - S_m}{S_f - S_m}, S_m \leq S_{xy} \leq S_f \quad (36)$$

$$F(S_x, S_y) = F_f, S_{xy} > S_f \quad (37)$$

$$F_x(S_x, S_y) = F(S_x, S_y) \cos \varphi \quad (38)$$

$$F_y(S_x, S_y) = F(S_x, S_y) \sin \varphi \quad (39)$$

Наведени процес дефинише облик криве за подужну силу у недостатку бочног клизања, $F_x(S_x)$, и криве за бочну силу у недостатку подужног клизања, $F_y(S_y)$. Сила за комбиновано кочење и управљање, $F(S_x, S_y)$, је формулисана од стране ТМ једноставног модела преко наведеног процеса. Генерализована променљива клизања S_{xy} , која векторски третира подужно и бочно клизање, дефинисана је једначином 26 где су количине S_x и S_y нормализоване променљиве клизања и дефинисане су једначином 27 и 28. Једначине 29 до 33 дефинишу додатне параметре. Генерализована сила пнеуматика, $F(S_x, S_y)$ је сада описана испрекиданом рационалном функцијом у сваком од три интервала, кубним полиномом и константом F_f и приказана је једначином 35, 36 и 37. Коначно, компоненте подужне и бочне силе, једначине 38 и 39 су одређене одвојено од пројекција подужних и бочних праваца, користећи φ , приказано једначином 34. Тродимензионалне површине нацрта

подужних и бочних сила пнеуматика за комбиновано управљање и кочење за ТМ једноставни модел су приказани даље у раду.

9.4. SMAC модел пнеуматика [HVE и m-smac]

За кочење, SMAC не користи променљиве клизања точка, s , али се корисник симулације пита да одреди вредност константне силе кочења, T , који такође може бити дефинисан као проценат расположиве силе трења на сваком од пнеуматика. Подужна сила пнеуматика F_x , приказана једначинама 40 до 44 за различите варијанте кочења и убрзања.

За кочење:

$$T = 0 (s = 0), F_x(T) = 0 \quad (40)$$

$$0 < T \leq \mu F_z, F_x(T) = -T \quad (41)$$

$$T > \mu F_z, F_x(T) = -\mu F_z \quad (42)$$

За убрзање:

$$|T| \leq \mu F_z, F_x(T) = T \quad (43)$$

$$|T| > \mu F_z, F_x(T) = \mu F_z \quad (44)$$

$$\bar{\beta} = \bar{\beta}(\alpha) = \frac{C_\alpha \alpha}{\sqrt{\mu^2 F_z^2}} \quad (45)$$

$$\text{За } |\bar{\beta}| < 3, F_y(\alpha) = \mu F_z \left[\bar{\beta} - \frac{\bar{\beta}|\bar{\beta}|}{3} + \frac{\bar{\beta}^{-3}}{27} \right] \quad (46)$$

$$\text{За } |\bar{\beta}| \geq 3, F_y(\alpha) = \mu F_z \quad (47)$$

За бочну силу, SMAC користи бездимензионалну променљиву $\bar{\beta}$, једначина 45, базирана на Фиала моделу пнеуматика [EDSMAC, Brach & Brach (2005)] [21] [22] [23] и дефинише бочну силу $F_y(\alpha)$ једначином 46 и 47. $F_y(\alpha)$ је нацртана на слици 13 за типичне вредности $C_\alpha/\mu F_z$.

За точак који је истовремено управљан ($\alpha > 0$) и блокиран ($T > 0$), подужна сила пнеуматика, $F_x(\alpha, s)$, израчуната је једначином 48 и 49, где каснији случај одговара блокираном точку који проклизава. За комбиновано кочење и управљање, бочна сила пнеуматика $F_y(\alpha, s)$, израчуната је уз помоћ подужне силе, $\bar{\beta}$, скоро дефинисане једначином 50 и елипсом трења. Затим за $\bar{\beta}$, једначина 51 или 52 приказује $F_y(\alpha, s)$. Једначина 52 подразумева да за $|\bar{\beta}| \geq 3$ резултујућа сила пнеуматика лежи на елипси трења, као што је приказано у једначини 53 и да SMAC модел силе пнеуматика приказује бочну силу на граници трења за комбиновано управљање и кочење (пре блокирања точка). Иако је правац бочне силе, $F_y(\alpha, s)$, дуж правца клизања, величина резултантне силе пнеуматика

је једнака потпуном проклизавању пнеуматика. Тродимензионална раван нацрта, $F_y(\alpha, s)$, која користи једначине 51 – 53.

$$\text{За } F_x(T) \leq \mu F_z \cos \alpha, F_x(\alpha, s) = T \quad (48)$$

$$\text{За } F_x(T) > \mu F_z \cos \alpha, F_x(\alpha, s) = \mu F_z \cos \alpha \quad (49)$$

$$\bar{\beta} = \bar{\beta}(\alpha) = \frac{C_\alpha \alpha}{\sqrt{\mu^2 F_z^2 - F_x^2(\alpha, s)}} \quad (50)$$

$$\text{За } |\bar{\beta}| < 3,$$

$$F_y(\alpha, s) = \sqrt{\mu^2 F_z^2 - F_x^2(\alpha, s)} \left(\bar{\beta} - \frac{1}{3} \bar{\beta} |\bar{\beta}| + \frac{1}{27} \bar{\beta}^3 \right) \quad (51)$$

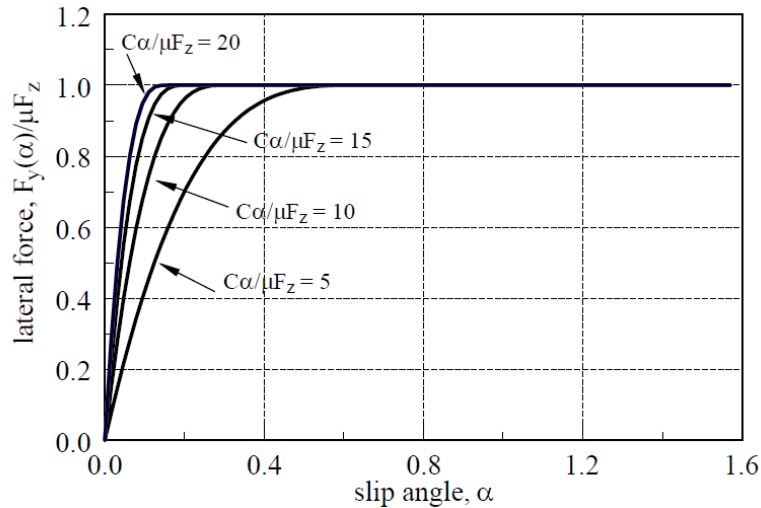
$$\text{За } |\bar{\beta}| \geq 3,$$

$$F_y(\alpha, s) = \sqrt{\mu^2 F_z^2 - F_x^2(\alpha, s)} \quad (52)$$

$$\sqrt{F_x^2(\alpha, s) + F_y^2(\alpha, s)} = \mu F_z \quad (53)$$

8.5. SIMON модел сила пнеуматика [HVE]

SIMON (EDC) користи полуемпиријске моделе пнеуматика који су базирани на HSRI моделу пнеуматика (McAdam) [4][8]. Принцип HSRI модела пнеуматика је то што пнеуматик оснива правоугаони контактни део који може да се подели у два дела која се састоје из неклизајућег и клизајућег дела. Релативна величина два дела је зависна од подужне и бочне вредности клизања, s и α , коефицијента вучног трења клизања, μ , и иницијалног нагиба C_s и C_α линеарне криве силе пнеуматика.



Слика 24. Бочна сила пнеуматика у функцији угла клизања, α , SMAC [2]

Први корак у одређивању SIMON силе пнеуматика је одређивање еквивалентног вучног коефицијента трења, μ' , који зависи од клизања, s , и који се израчунава из усмереног вучног коефицијента трења клизања, μ_x и μ_y . Коефицијент μ' се налази коришћењем одговарајуће процедуре, при чему је:

$$\alpha = (1 - c_p)^2 (1 + c_p) \quad (54)$$

$$b = (1 - c_p)(\mu_x(c_p + 2) - \mu_p(2c_p) + 1) \quad (55)$$

$$c = (\mu_x - \mu_p)\mu_x \quad (56)$$

$$B = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (57)$$

$$A = \mu_x + B \quad (58)$$

$$C = \mu_x + B(1 - c_p) \quad (59)$$

$$\mu' = A - Bs \quad (60)$$

У тим једначинама, μ_p је однос подужне силе пнеуматика $F_x(s)_{\max}/F_z$ и S_p је клизање при $F_x = F_x(s)_{\max}$. Променљива D_t је дефинисана као

$$D_t = \sqrt{(F_x(\alpha, s))^2 + (C_\alpha \sin \alpha)^2} \quad (61)$$

где s означава подужно клизање пнеуматика и α означава угао клизања. Након израчунавања μ' , разломак X_s/L , представља део укупне контактне површине која не клиза, где је L укупна дужина правоугаоне површине пнеуматика, дефинисана као:

$$\frac{X_s}{L} = \frac{\mu' F_z}{2D_t} (1 - |s|), 0 \leq \frac{X_s}{L} \leq 1 \quad (62)$$

Једначине за само управљање и само кочење могу бити изведене заменом $s = 0$ и $\alpha = 0$ у једначинама. За комбиновано кочење и управљање $X_s/L = 1$:

$$F_x(\alpha, s) = C_s \frac{s}{1 - |s|} \quad (63)$$

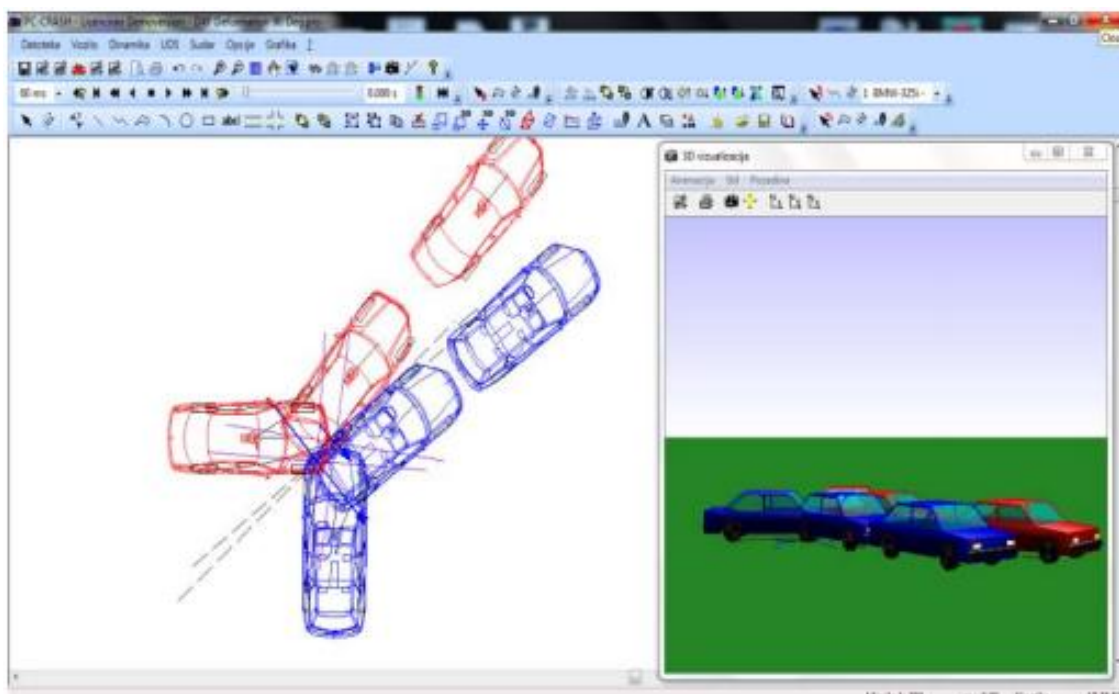
$$F_y(\alpha, s) = -\frac{C_\alpha \sin \alpha}{1 - |s|} \quad (64)$$

Тродимензионалне равни нацрта $F_x(\alpha, s)$ и $F_y(\alpha, s)$ су укључене даље у раду. Синусне функције у опсегу $-\pi \leq \alpha \leq \pi$ које су коришћене у напоменутим једначинама за SIMON модел, промењене су из тангентних функција нађених у оригиналном HSRI моделу. EDC тренутно истражује пун ефекат ове промене. Поред тога, разне емпиријске криве из одмерених параметара пнеуматика су уграђене у HVE софтвер који карактеристике пнеуматика чини специфичним. Међутим, корисник може да унесе другачије карактеристике пнеуматика или да искористи подешене базиране на специфичним тестовима пнеуматика. SIMON модел пнеуматика такође узима у обзир ефекте које спољашња чврстоћа има на бочној сили пнеуматика.

Међутим, корисник може да унесе другачије карактеристике пнеуматика или да искористи подешене базиране на специфичним тестовима пнеуматика. SIMON модел пнеуматика такође узима у обзир ефекте које спољашња чврстоћа има на бочној сили пнеуматика.

10. Новине у PC-Crash-y

PC-Crash представља компјутерски програм за анализу саобраћајних незгода. Почетком '90-их, у аустријској истраживачкој компанији DSD (Dr Steffan Datentechnik) почиње развој програма PC-CRASH. Аутори механичких модела су Steffan и Moser. Тако се у Европи средином '90-их појављују PC-CRASH. Данас су доступне следеће верзије софтвера: 9.2 | 9.1 | 9.0 | 8.3 | 8.2 | 8.1 | 7.3. Цене овог софтвера крећу се од 1,995 до 4,995, зависно од верзије софтвера.

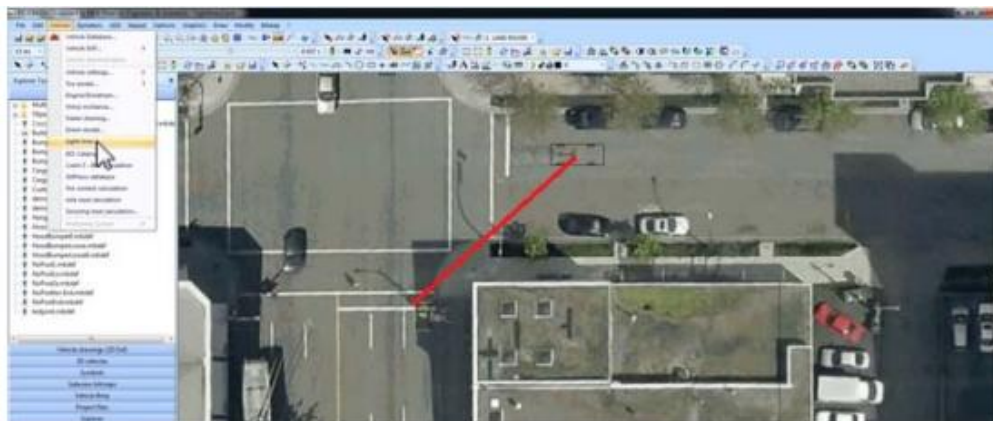


Слика 25. PC-CRASH симулационо окружење [4]

Као најзначајније новине у Pc Crash верзијама 9.0; 9.1; 9.2., могло би се навести следеће.

1. Sightlines– линија прегледности

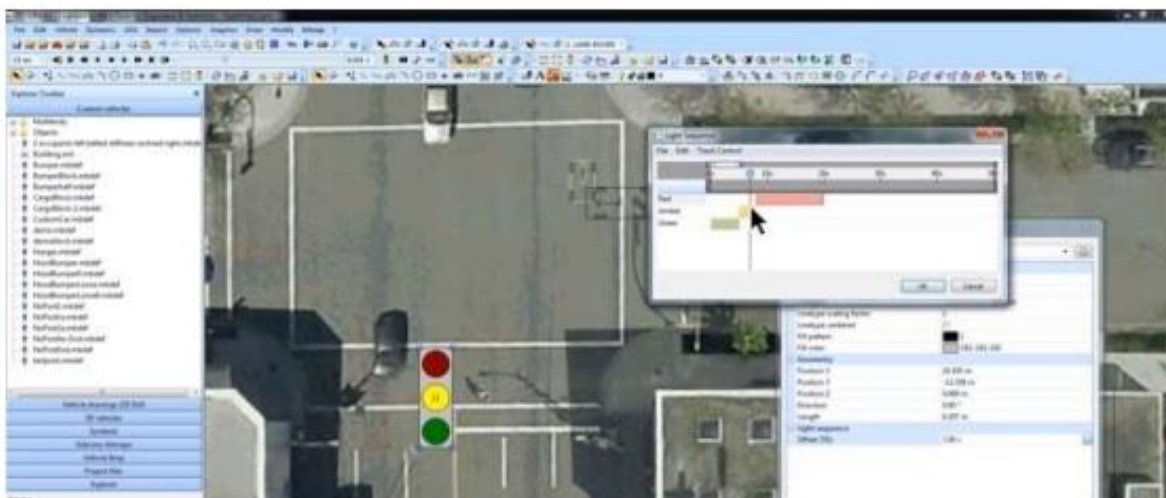
Опција Sightlines даје могућност повезивања тачака између два возила. Sightlines, односно линија прегледности пружа погодност да се у току симулације, јасно види када возач на раскрсници може уочити прву видљиву ивицу другог возила које се приближава раскрсници, са другог прилаза. Ова опција може се покренути Vehicle → Sightlines, и у оквиру тог прозора повезати жељене тачке на возилима. Важно је напоменути да у току симулације, линија прегледности прати кретање возила. Може се користити и у 3D прозору.



Слика 26. Опција Sightlines [4]

2. Приказ светлосних сигнала на раскрсници

Рс Crash је као новину омогућио приказ светлосних сигнала на сваком краку раскрснице у току симулације и анимацију сигналних појмова. Иконица за ову опцију се налази у толбару са алаткама, док се подешавања налазе у Properties, где се може подесити величина светлосног сигнала (семафора), као и дужина трајања сваког светла посебно, односно може се направити план темпирања.



Слика 27. Коришћење светлосних сигнала на раскрсници [4]

3. 2D прозор

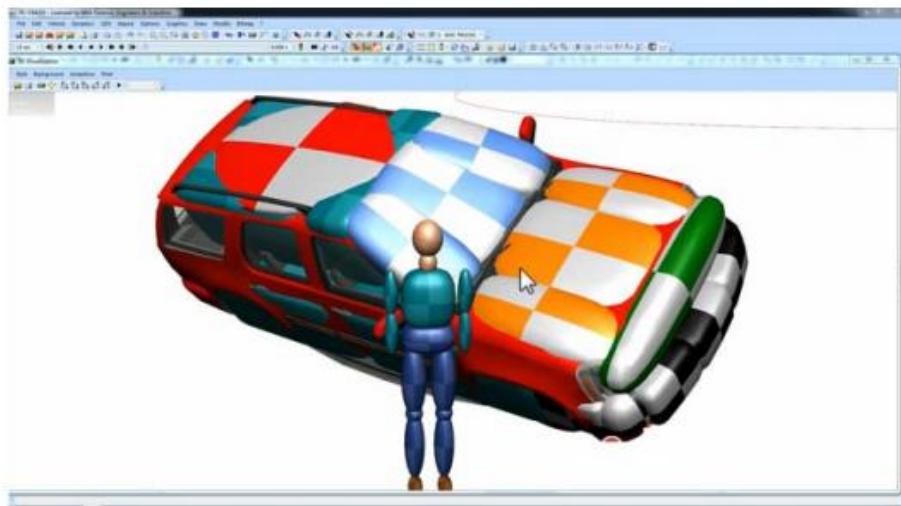
Новина је могућност прављења анимација у 2D прозору. Ова опција је посебно корисна за сагледавање ситуације из „птичје перспективе“, односно омогућава поглед одозго. Разликује се од 3D, а највећа предност му је могућност отварања прозора са вредностима (Values). У 2D прозору може се унети линија прегледности (слика 15.), као и светлосни сигнали на раскрсници (слика 16.), о којима је већ било речи.

4. Побољшани алати за цртање

Рс Crash је побољшао своје алате за цртање, тако што их прилагодио, односно доделио им је карактеристике које су сличне CAD-у. Побољшани су лејери, командне линије, опције за уношење координата као и опције приликом зумирања цртежа. Ови побољшани алати за цртање требају у будућности омогућити цртање скица директно у PC Crash-у, тако да замене данашње цртање у Auto Cad-у.

5. Подешавања multibody-а возила

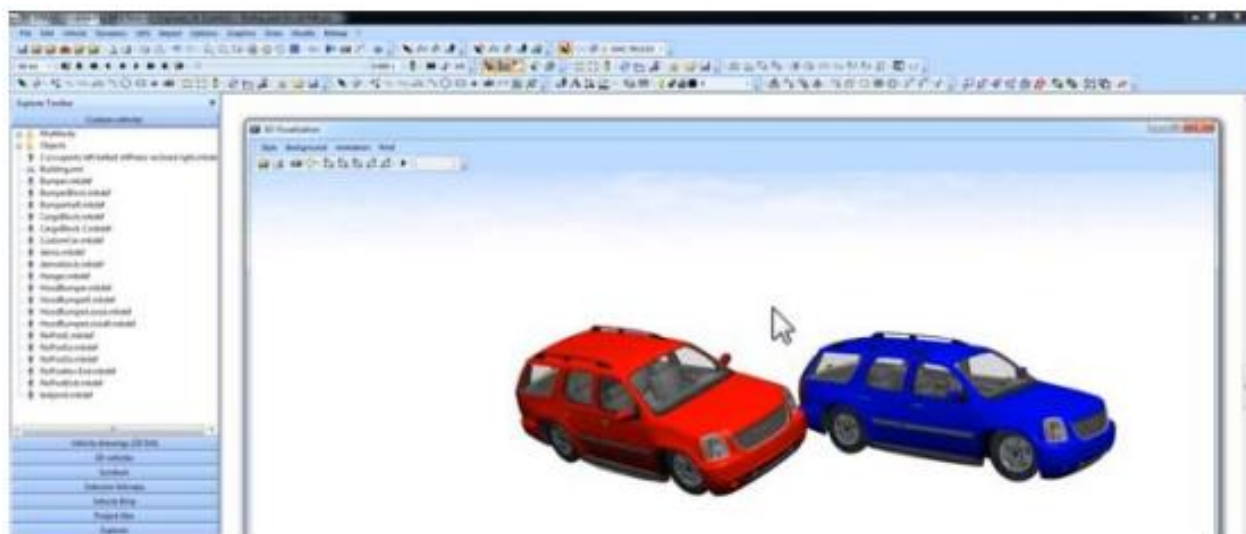
Рс Crash је омогућио убацивање више multibody облика у возило, који се могу користити приликом превртања возила, контакта возила и пешака, као и контакта возила и других multibody објеката. Прва и основна ствар је да возило има облик 3D DXF. Након тога се користе multibody облици који се покрећу на следећи начин: Vehicle → Multibody system → Settings. Сваки од multibody облика има додатне особине које се односе на крутост возила, реституцију, односно пластичност судара и коефицијент трења. Учитавање нових multibody облика у возило није једноставан поступак, постоји много детаља на које се мора обратити пажња. Потребно је посветити доста труда и времена како би се возило прилагодило свом правом облику. Ова подешавања отварају друге могућности у анализи саобраћајних незгода путем програма PC Crash.



Слика 28. Изглед возила након извршених подешавања у multibody-ју [4]

6. Anti-roll опција (додатна стабилност возила)

Anti-roll опција додаје возилу суспензиону силу, која је базирана на диференцијалном кретању, што омогућава додатну стабилност возила. Ова опција се покреће на следећи начин: Vehicle → Vehicle Data → Suspension Properties → Anti-roll. Помоћу дијаграма који се такође налазе у овој опцији могуће је пратити кочне силе на пнеуматичима. Ово је једноставна промена, али може помоћи доста приликом симулације саобраћајне незгоде.



Слика 29. Возило са укљученом Anti-roll опцијом [4]

7. Нови специфични параметри судара

Опција која омогућава да буду укључени специфични параметри судара, налази се у: Vehicle → Vehicle Data → Impact Parameters. У претходним верзијама PC Crash-а контакт између возила је рачунат на основу детекције судара (collisions detections), тако да је на месту судара била вертикална контактна раван. Како се у сударима не остварује увек вертикална контактна раван Pc Crash је увео новину, односно омогућио кориснику да уколико му је то потребно примени контактну раван под углом. Истовремено ова опција омогућава и остваривање контакта у дужем временском периоду. Ово је нарочито корисно у судару између аутомобила и полуприколице, што је приказано на сликама 30 и 31.



Слика 30. Вертикална контактна раван [4]



Слика 31. Контактна раван под углом [4]

8. Нове 3D карактеристике

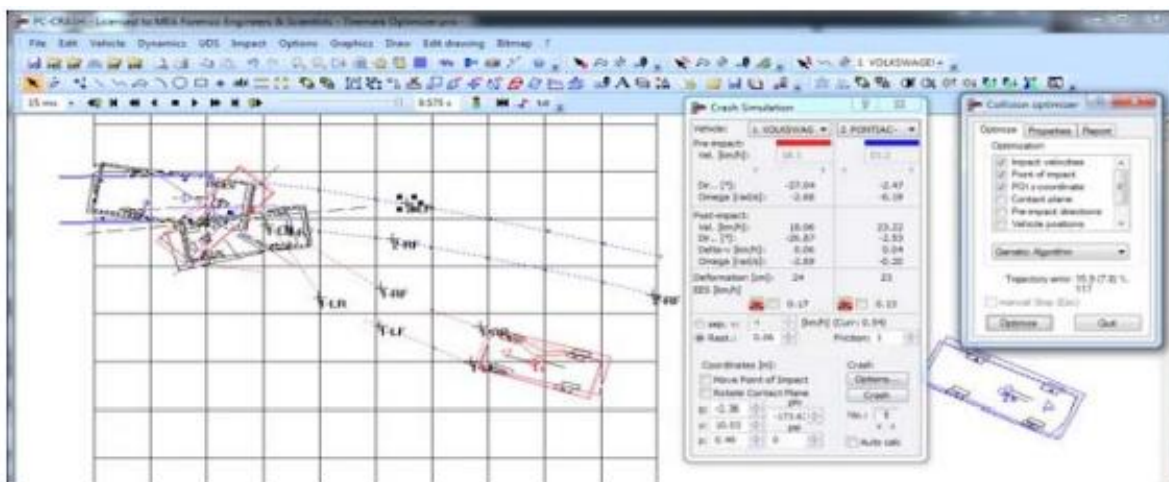
Као једна од нових 3D карактеристика појављује се пратећа камера. Она омогућава праћење кретања сваког возила посебно кроз симулацију, од почетне до зауставне позиције. Има функцију посматрања саобраћајне незгоде из перспективе сведока који се затекао у непосредној близини саобраћајне незгоде. Ова камера се покреће на следећи начин: 3D Window → Style → Display options → Follow camera.



Слика 32. Пратећа камера [4]

9. Новине у оптимизацији

Рс Crash је усавршио оптимизацију судара, тако што је омогућио дефинисање више тачака на траговима пнеуматика приликом оптимизације. За разлику од претходних модела оптимизације где је путања дефинисана на основу Rest positions и Intermediate positions (зауставна и међупозиција), нова оптимизација употребом већег броја тачака омогућава прецизније зауставне позиције возила, односно може се очекивати грешка до прихватљивих 5%.



Слика 33. Оптимизација судара [4]

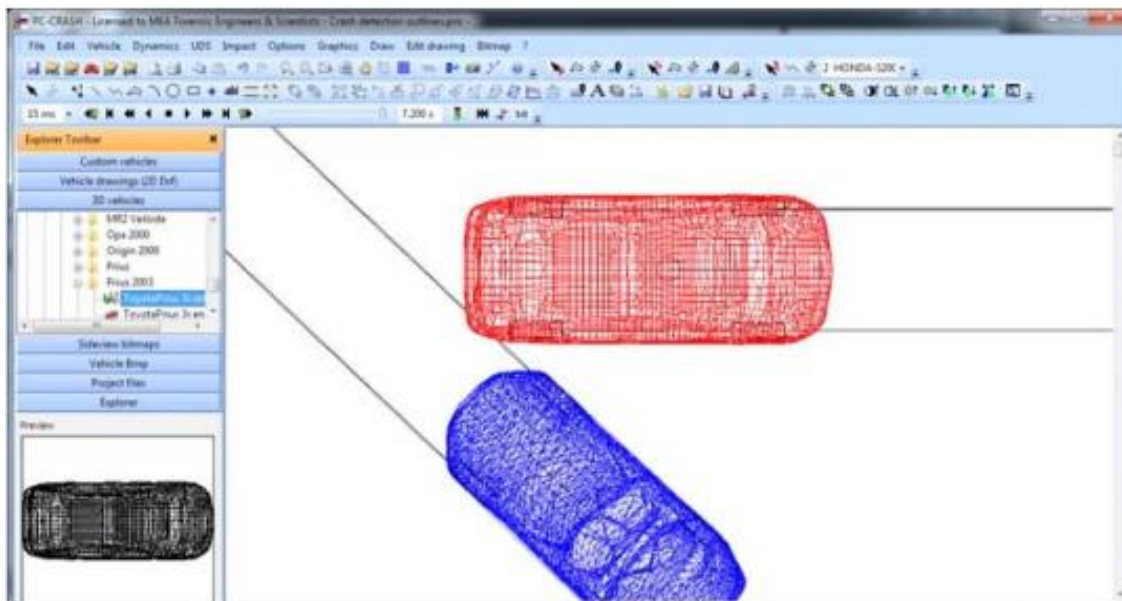
10. Табела секвенци

Новина у PC Crash-у је увођење табеле секвенци, што представља нови механизам уношења података. Табеле секвенци сада раздвајају убрзање и кочење возила са једне стране, док је на другој страни стоји управљање возилом. Ове ствари су сада независне и

линеарно се мењају у времену. Опција се покреће на следећи начин: Dynamical Sequences Table → Brake - Accelerate/Steering. Ова опција може бити од помоћи приликом анализе која се посебно односи на кочење и убрзање возила са једне и управљања возила са друге стране.

11. Линија контакта између возила

Једна од новина је и то што програм може да аутоматски детектује линију контакта између возила. То је нарочито битно када треба утврдити да ли је дошло до контакта у бочној колизији возила, аутоматски пре покретања симулације. Ова новина ће бити корисна ако се користе возила у 3D DXF облику.



Слика 34. Линија контакта између возила [4]

Поред наведених новина Pc Crash наставља са додавањем нових типова возила у 3D формату, а доста пажње посвећује побољшању облика већ присутних возила која се налазе у бази. Поред тога доста рачуна се води и о побољшању корисничког интерфејса, како би се корисницима омогућило лакше сналажење у програму. Све ово требало би да у будућности донесе лакшу, једноставнију и прецизнију анализу саобраћајних незгода путем програма PC Crash.

11. Поређење симулације

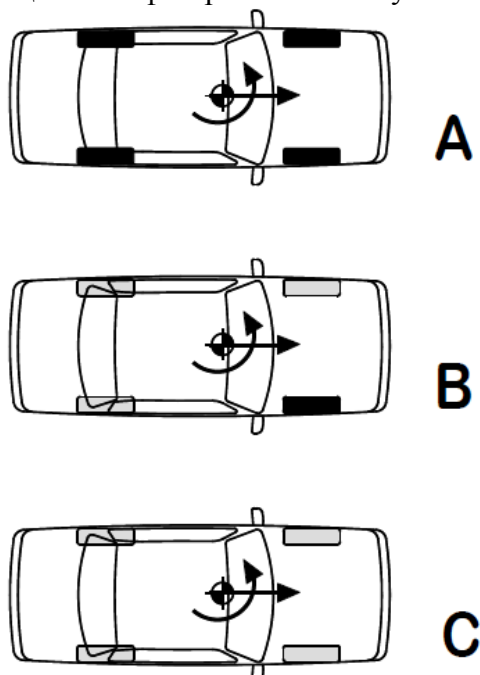
11.1. Поређење симулација модела сила пнеуматика

Сила пнеуматика за комбиновано управљање и кочење може да се визуелно упореди користећи тродимензијалне нацрте сила. Нацрти су приказани за све врсте модела у даље у раду.

11.2. Динамичка симулација возила на рачунару

Два примера су приказана за поређење симулација и модела пнеуматика. Прва симулација је хипотетичка, путања након незгоде, Ford Crown Victorije из 2006. Овај пример је прегледан за три различита стања пнеуматика: А, блокирани сви точкови, В, делимична вуча сваког точка када су само предњи блокирани, С делимична вуча на сваком од точкова. Резултати различитих симулација и модела пнеуматика су поређени на релативним основама.

Други пример је за нагли маневар управљања делимично укоченог возила базираног на тесту (Cliff, и др.). Направљени су резултати релативних поређења између различитих симулација. Овај пример има задатак да прикаже релативно брзо управљање са делимичним кочењем. Све симулације користе идентичне улазне вредности возила и пнеуматика и коефицијент трења $f = 0.75$. Ови примери су намењени да илуструју да постоји непоузданост у симулацијама. Таква непоузданост зависи од разлика у индивидуалним карактеристикама програма симулације, као и разликама међу моделима пнеуматика. Коришћени симулациони софтверски пакети су HVE, PC-Crash и VCR.



Слика 35. Дијаграм 3 случаја А, В и С. Стрелице показују почетне брзине. Сиви пнеуматици показују парцијалну вучу; црни пнеуматици показују блокиране точкове. [2]

11.2.1. Први пример (Crown Victoria)

Исте особине возила и пнеуматика су коришћене за израчунавање излаза различитих симулација за маневар након незгоде са одређеним почетним стањима. Возило одговара Ford Crown Victoriji из 2006. Главни разлог зашто је ово возило изабрано је због тога што користи P225/60R16 пнеуматике са познатим измереним особинама бочног управљања (Salaani) приказаних раније.

Пућање возила су израчунате за почетну брзину од 34.1 mph (55 km/h), почетну бочну брзину од нуле и почетном брзином угла скретања од 150 °/s. Свака путања је израчуната за три стања кочења. Прва, резултат симулације је поређен за случај који је назавистан од модела силе пнеуматика, приказан на слици 35. Тада се пореде за иста иницијална стања за једнаку погонску вучу на сваком задњем точку (10% статичке нормалне силе), вучно котрљање предњег левог пнеуматика (0.7 % статичке нормалне силе) и блокирани десни предњи точкови, В на слици 35. Трећи случај за једнаку погонску вучу на сваком задњем точку (10% од статичке нормалне силе), и једнаког котрљања сваког предњег точка (0.7% статичке нормалне силе), С на слици 35. Резултати су као што су наведени.

$$\frac{X_s}{L} < 1:$$

$$F_x(\alpha, s) = C_s s \left(\frac{\mu' F_z}{2D_t} \right)^2 (1 - |s|) + \mu' F_z \left(1 - \frac{X_s}{L} \right) \left(\frac{s}{\sqrt{s^2 + \sin^2 \alpha}} \right) \quad (65)$$

$$F_y(\alpha, s) = -C_\alpha \sin \alpha \left(\frac{\mu' F_z}{2D_t} \right)^2 (1 - |s|) + \mu' F_z \left(1 - \frac{X_s}{L} \right) \left(\frac{s}{\sqrt{s^2 + \sin^2 \alpha}} \right) \quad (66)$$

А. Кретање након незгоде, блокирано клизање точка

Сва три софтверска пакета и модели пнеуматика приказују блиске остатке положаја и оријентације.

В. Кретање након незгоде, без кочења, са погонском вучом и једним блокираним предњим точком

За стање од 0.7% котрљања предњег левог точка, 10% погонске вуче на оба задња точка и блокираним десним точком, слагање између свих модела пнеуматика је добро, али ни близу као у блокираном стању. Почетно кретање је у х правцу а бочно кретање је мало. VCR и EDSMAC4 приказују негативно бочно кретање, док PC-Crash приказује мало позитивно кретање. Време за достизање осталих позиција је приближно, али није исто.

С. Кретање након незгоде, без кочења и са погонском вучом и отпором котрљања пнеуматика

Велике разлике у осталим позицијама, оријентацијама и временима кретања се јављају. Кретање се у овом случају може поделити у две компоненте. Прва је комбинација translације и скретања (ротације). У тачки путање до краја, ротација возила око вертикалне осе тежи ка нули ($\dot{\theta} = 0$); наведено кретање се састоји од саме translације, или без окретања до крајње позиције. Ово се може илустровати у слици 39 за симулације уз помоћ EDSMAC4, VCR и PC-Crash (два типа модела). Позиције и оријентације на крају без окретања се разликују; управном су угаоне позиције веома различите. Ово води ка великим разликама у крајњим позицијама. За референцу, путања клизања блокираног точка од истих почетних услова је приказани на истој слици 36 (различите крајње позиције толико близу, па се само једна приказује).

Специфичности за пример ротације Crown Victoria

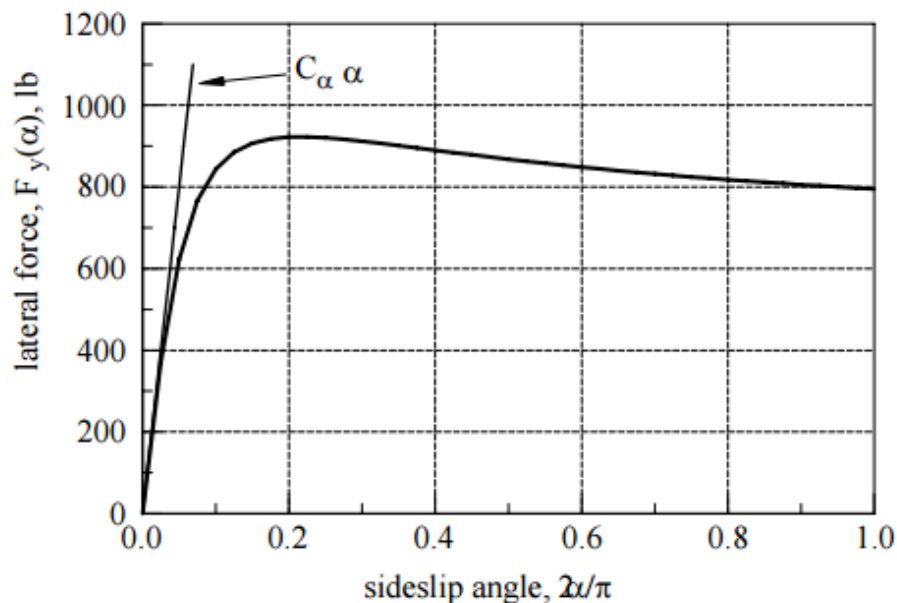
Коефицијенти гума:

- Уздужни $C_{\alpha f} = 16000 \frac{lb}{rad} = 279.25 \frac{lb}{deg} = 71171.6 \frac{N}{rad} = 1242.18 N/deg$
- Бочни $C_{\alpha f} = 14000 \frac{lb}{rad} = 244.35 \frac{lb}{deg} = 62275.1 \frac{N}{rad} = 1086.91 N/deg$

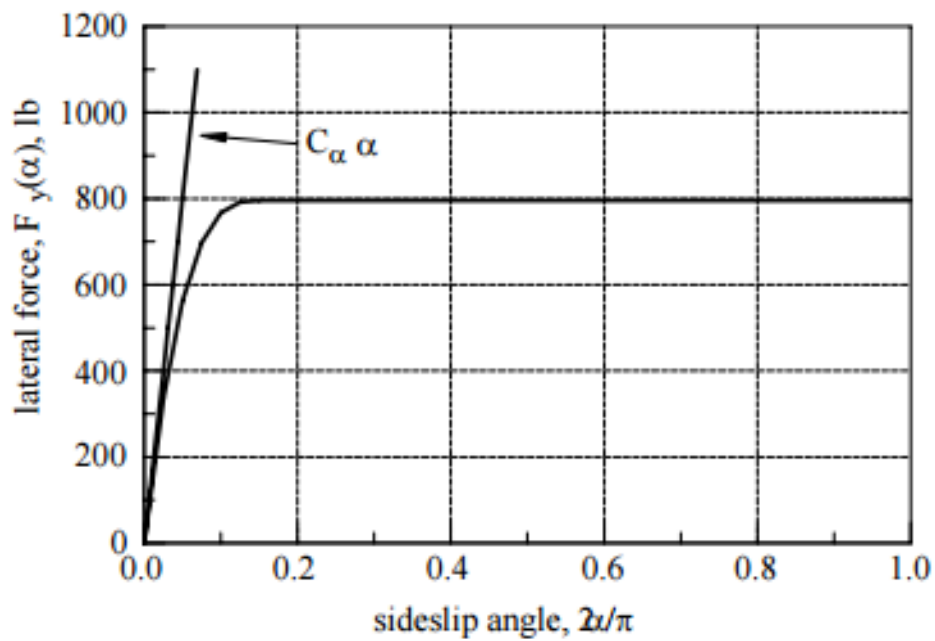
Кочни коефицијенти:

$$C_6 = 10000 lb = 44482.2 N$$

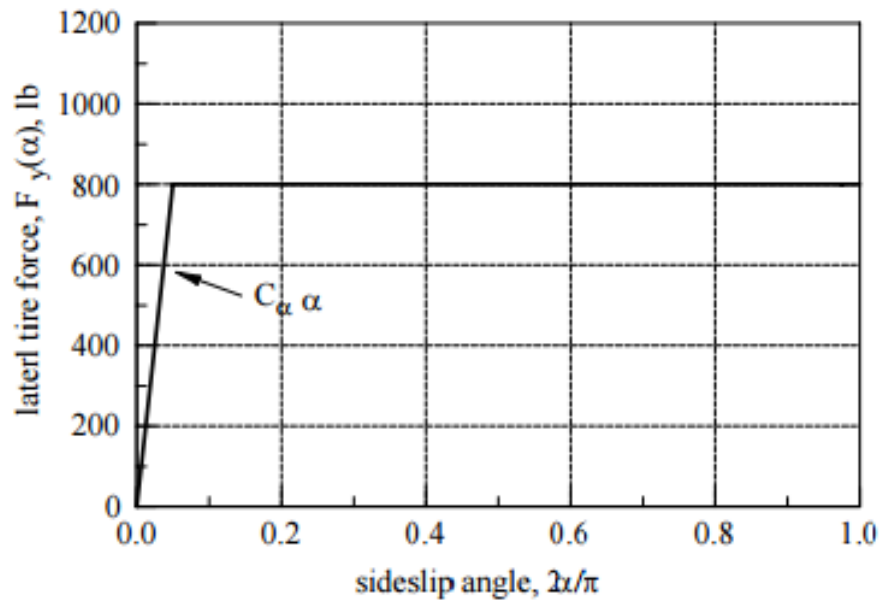
- Сила отпора на задњим точковима, $0.100 \mu F_z$
- Сила отпора на предњим точковима, $0.007 \mu F_z$
- Коефицијент трења пнеуматик-пута $f = 0.7$
- F_z : задњи точкови, $892.5 lb = 3970.2 N = 404.9 kg$
- Дужина 212 in., 5.38 m
- Међуосовинско растојање 115 in., 2.92m
- Тежина празног возила 4057 lb, 18.05 kN
- Расподела тежина 56% / 44%
- Предњи препуст 63 in., 1.60m
- Задњи препуст 66in., 1.68m
- Управљачки точкови: задњи
- Ознака пнеуматика P225/60R16
- Тежиште Ht 22.37 in., 0.57m
- Радијус окретања $k = 4.86 ft = 1.48 m$
- Сви остали параметри возила дати су у софтверу.



Слика 36. VCRware бочна сила гуме, BNP: $C=1.5$, $E=0.5$ (lateral force-бочна сила, sideslip angle- угао скретања) [2]



Слика 37. EDSMAC4 бочна сила гуме [2]



Слика 38. PC Crash бочна сила гуме [2]

11.2.2. Други пример (Honda Accord)

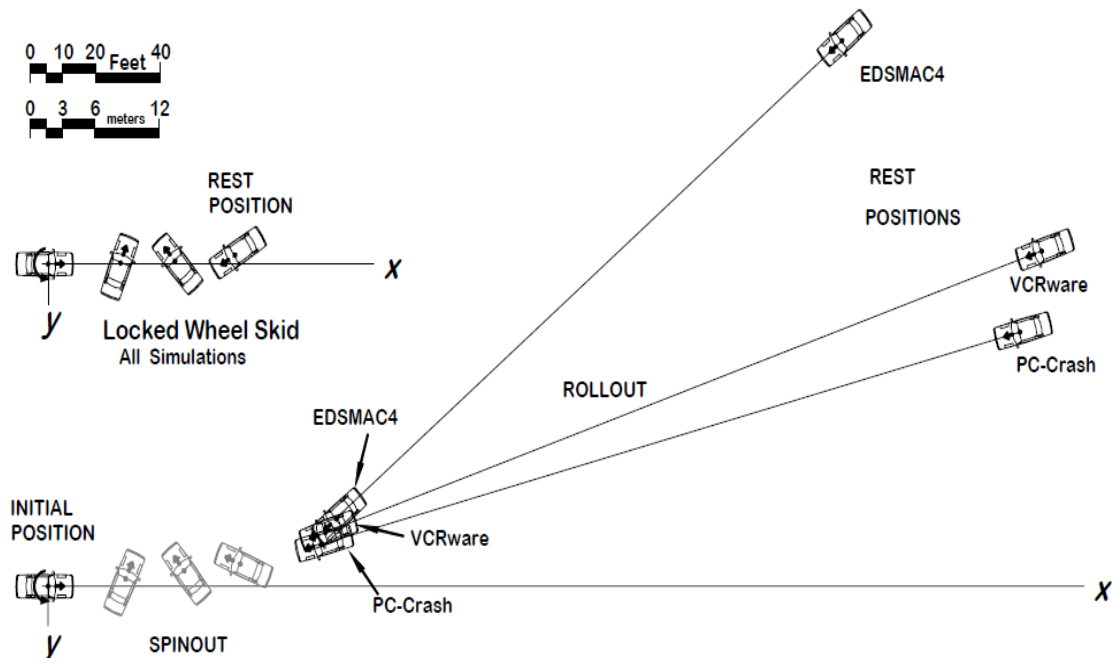
Ове симулације користе Honda accord из 1991. са почетном брзином од 100 km/h (91.13 ft/s). Возач начини изненадни, константни маневар управљања надесно отприлике 9° који праћен кочењем узрокује константно, еквивалентно подужно успорење од $0.273 \pm 0.003 \text{ g's}$. Возило се тада креће до циља.

С обзиром да је почетна брзина возила релативно велика, симулације су покренуте са и без аеродинамичног отпора. Аеродинамичка вучна сила, R_a , у VCR је израчуната уз помоћ познате једначине (Hoerner):

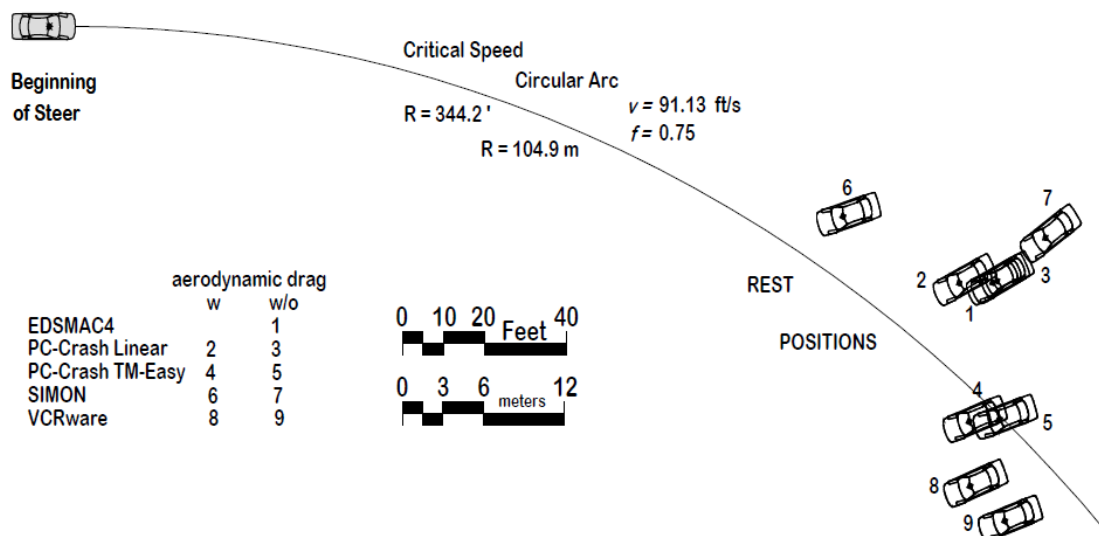
$$R_A = \frac{1}{2} \rho C_d A V^2 \quad (67)$$

Вучна сила зависи од густине ваздуха, ρ , бездимензионалног коефицијента вуче C_d , пројектованог подручја A , и релативне брзине ветра, V . Али у овом случају, узета је нулта брзина ветра. Аеродинамична вучна сила је резултујућа сила израчуната уз помоћ предњих и бочних компонената. Предњи вучни коефицијент за све симулације има вредност $C_{dF} = 0.4$ са предњим подручјем $A_F = 25\text{ft}^2$ (2.3m^2). Одговарајуће бочне или спољне вредности су $C_{dL} = 0.8$ и $A_l = 60\text{ft}^2$ (5.6m^2). У неким случајевима, аеродинамички моменат (углавном мали) је израђен с обзиром на спољну силу која није поравната са центром гравитације возила.

Коефицијенти предње и задње силе пнеуматика, C_{af} и C_{ar} , укључени су као улазни параметри у тим симулацијама. Фабрички пнеуматици Хонде из 1991. су уписани као 195-60R15. Битно је да су ови коефицијенти тачни, ипак информације о параметрима су врло ретке у доступној литератури. Осим тога, особине за дате величине пнеуматика варирају од произвођача до произвођача.



Слика 39. Дијаграм резултата блокираног точка који клиза (случај А) и отпора котрљања на предњим точковима и погона на задњим точковима (случај С), Crown Victoria [2]



Слика 40. Дијаграм симулације изненадног маневра управљања "w" је назначена аеродинамичка вуча у прорачуну и "w/o" је без аеродинамичке вуче у прорачуну. Кружни лук је путања према критичној формули брзине [2]

$$C_{\alpha} \approx kF_z \quad (68)$$

ОВО ДАЈЕ

$$C_{\alpha r} \approx \frac{F_{zr}}{F_{zf}} C_{\alpha f} \quad (69)$$

$$\frac{W_f C_{\alpha r}}{W_r C_{\alpha f}} = 1.1 \quad (70)$$

Специфичности за изненадни маневар управљања

1991 Honda Accord EX

- Тежина возила, $W=3186 \text{ lb}$, расподела 61% / 39 %
- Радијус окретања, $k=4.49 \text{ ft}$, 1.37 m
- Дужина 185 in., 4.70 m
- Међуосовинско растојање 107 in., 2.72 m
- Предњи препуст 58 in., 1.47 m
- Задњи препуст 58 in., 1.47 m
- Ознака пнеуматика 195-60R15
- Тежиште 21.2 in., 0.54 m
- Коефицијент бочне силе гуме: $C_{\alpha F} = 13000 \frac{\text{lb}}{\text{rad}}$, $C_{\alpha R} = 1000 \frac{\text{lb}}{\text{rad}}$
- Сила кочења предњег точка: 312.3 lb/wheel
- Сила кочења задњег точка: 122.9 lb/wheel
- Почетни услови: $x, y, \theta = 0, 0, 0$; $\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta} = 91.134, 0, 0 \text{ ft/s}$

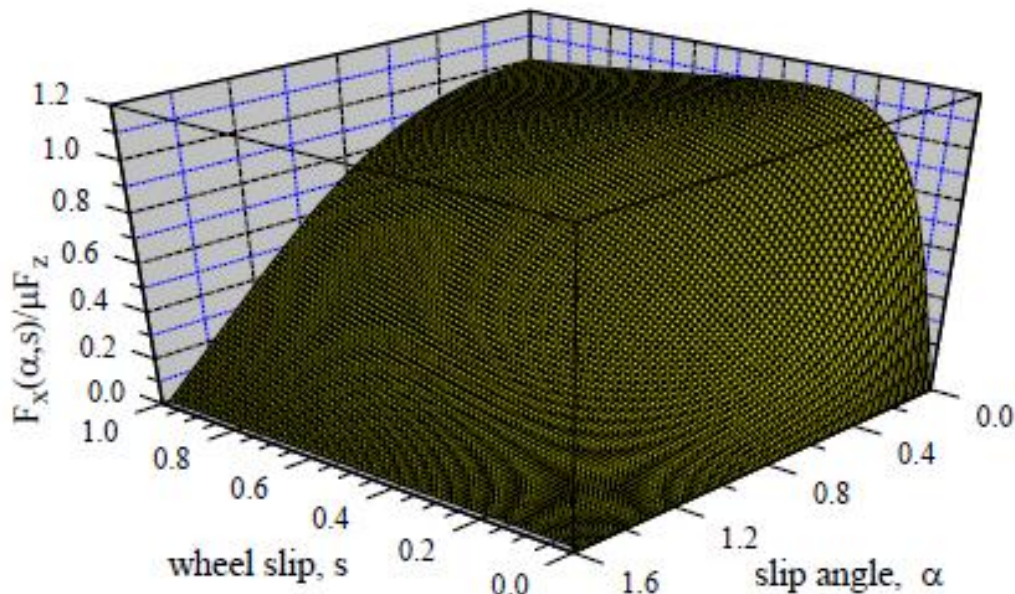
- Угао предњих управљачких тачкова, δ : линеарни раст од 0° до 9° у $\frac{1}{2}$ секунде, константно на 9°
- Коефицијент трења пнеуматик-пута: 0.75
- Отпор ваздуха:
 - Коефицијенти (предњи, бочна страна): $C_{dF} = 0.4$, $C_{dL} = 0.8$
 - Предњи, бочни део: $A_f = 25 \text{ ft}^2$, $A_L = 60 \text{ ft}^2$

Сви остали параметри дати су у софтверу.

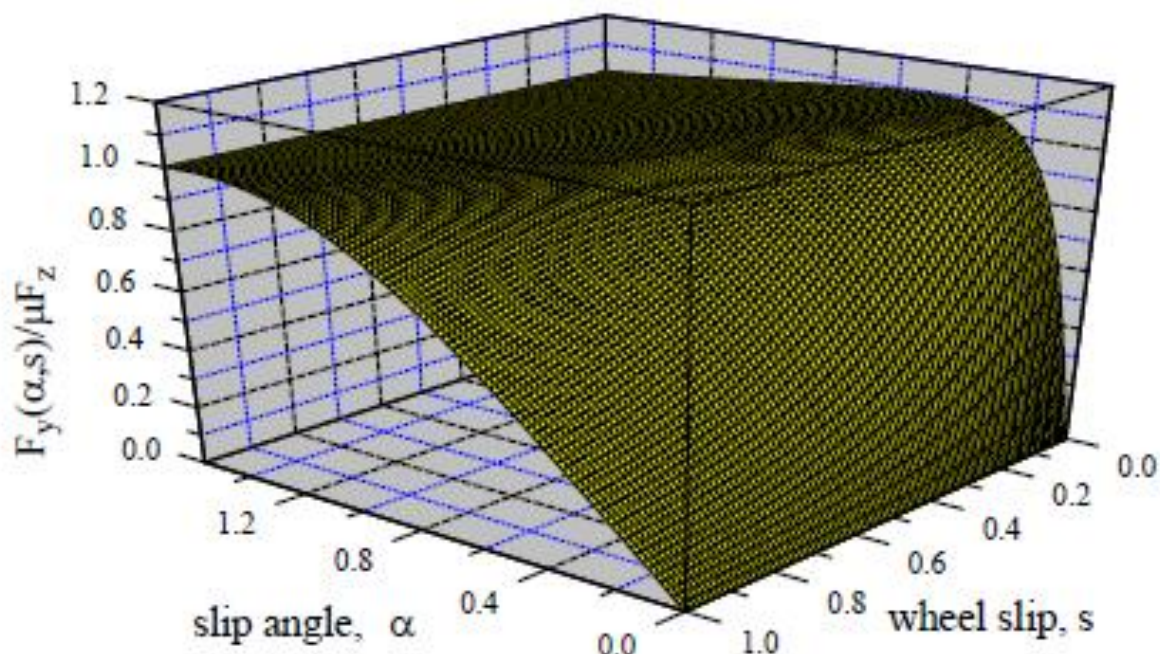
12. Тродимензионални план сила пнеуматика за различите моделе

Тродимензионални планови сила пнеуматика (за комбиновано управљање и кочење) за различите моделе пнеуматика су представљени даље у тексту.

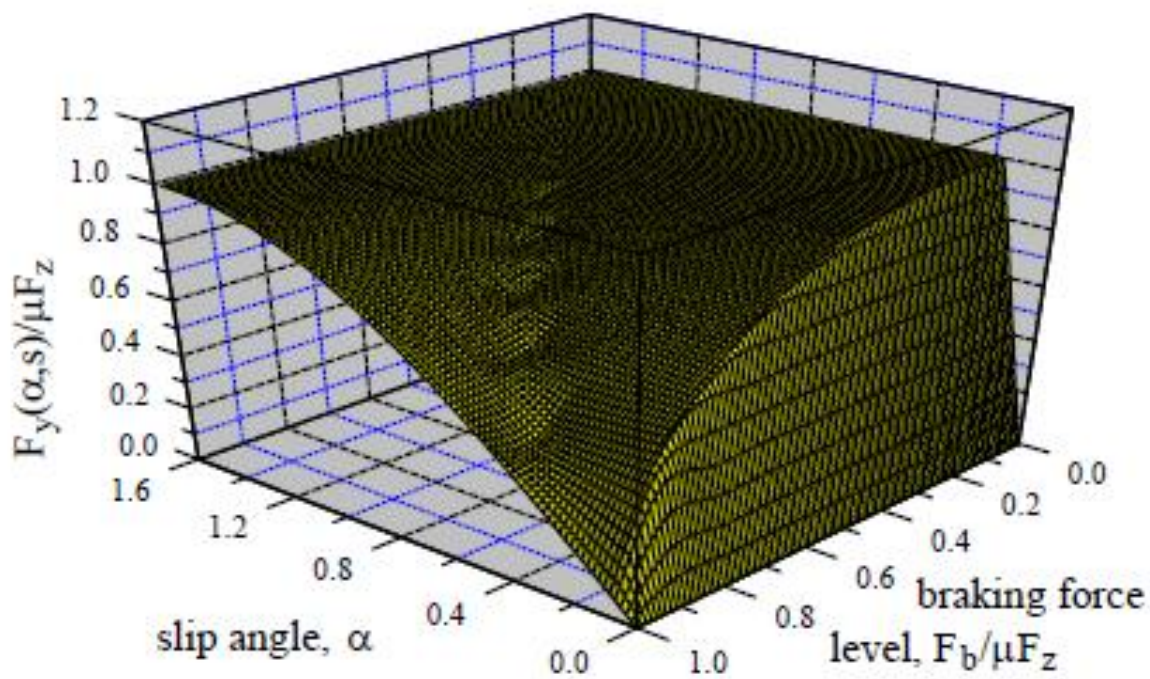
Слике од 38 до 45 су површинске мапе нормализованих сила пнеуматика и за комбиновано кочење и управљање за све моделе који су покривени овим текстом. Слика 38 и 39 представљају BNP-NCB модел пнеуматика који користи VCRware. Слика 43 показује бочну силу PC-Crash линеарног модела пнеуматика за вредности $\leq F_b/\mu F_z \leq 1$ и за $0 \leq \alpha \leq \pi/2$. Слика 44 показује нормализовану силу SMACa за $0 \leq T/\mu_x F_z \leq 1$ и за $0 \leq \alpha \leq \pi/2$. Подужне силе за PC Crash линеарне и SMAC моделе нису показане јер су кочионе силе директно одређене као улазни параметар за сваки програм, а не прорачунате као параметар клизања пнеуматика, s . Слика 45 и 46 су подужне и бочне силе пнеуматика SIMON модела. На крају, слике 47 и 48 су приказ ТМ једноставне силе пнеуматика.



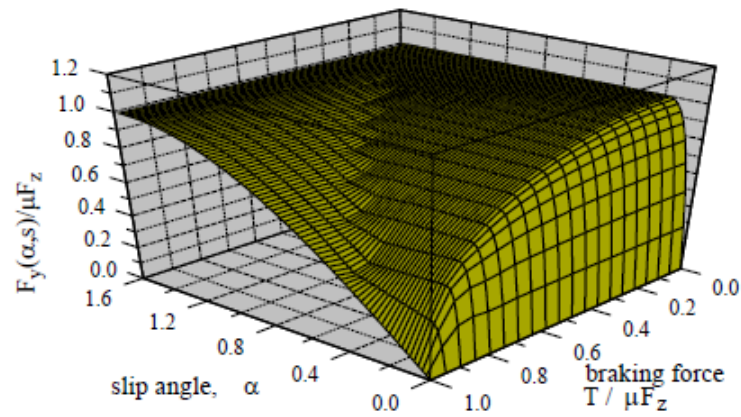
Слика 41. Нормализована подужна сила пнеуматика за комбиновано кочење и управљање, VCR [2]



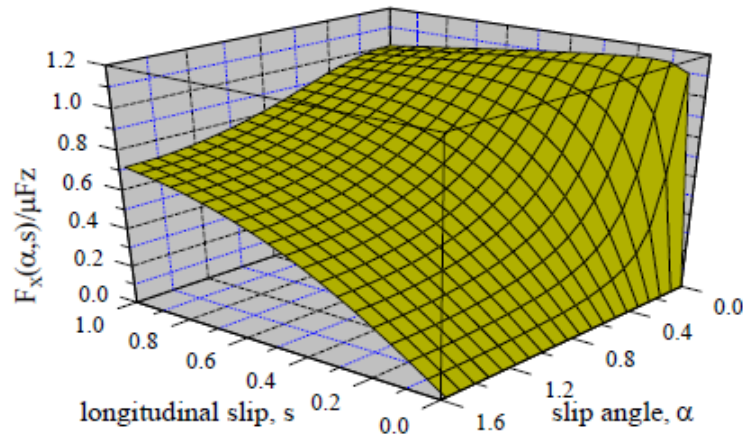
Слика 42. Нормализована бочна сила пнеуматика за комбиновано кочење и управљање, VCR [2]



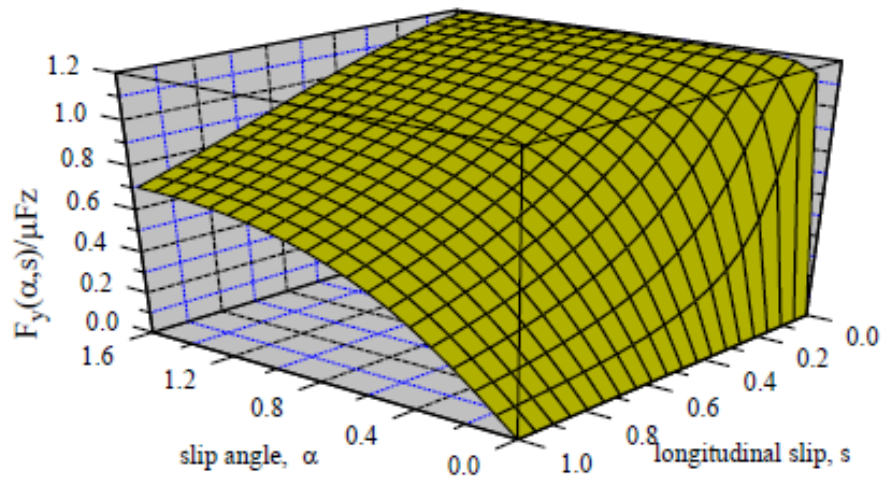
Слика 43. Нормализована бочна сила пнеуматика за комбиновано кочење и управљање, PC-Crash линеарни модел гуме [2]



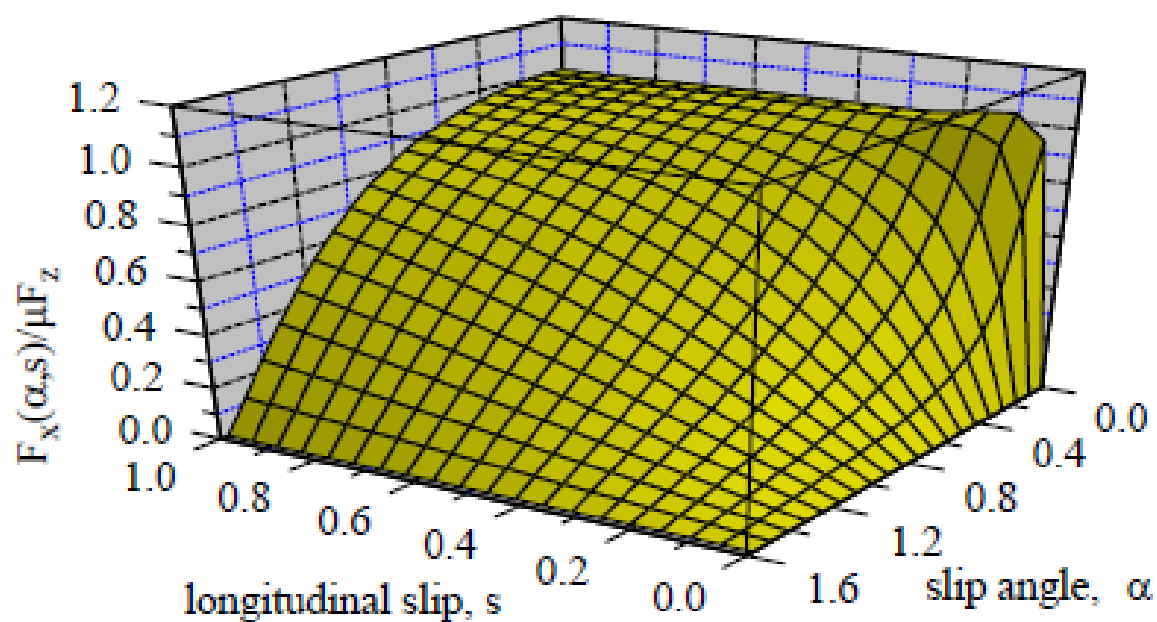
Слика 44. Нормализована бочна сила пнеуматика за комбиновано кочење и управљање, SMAC [2]



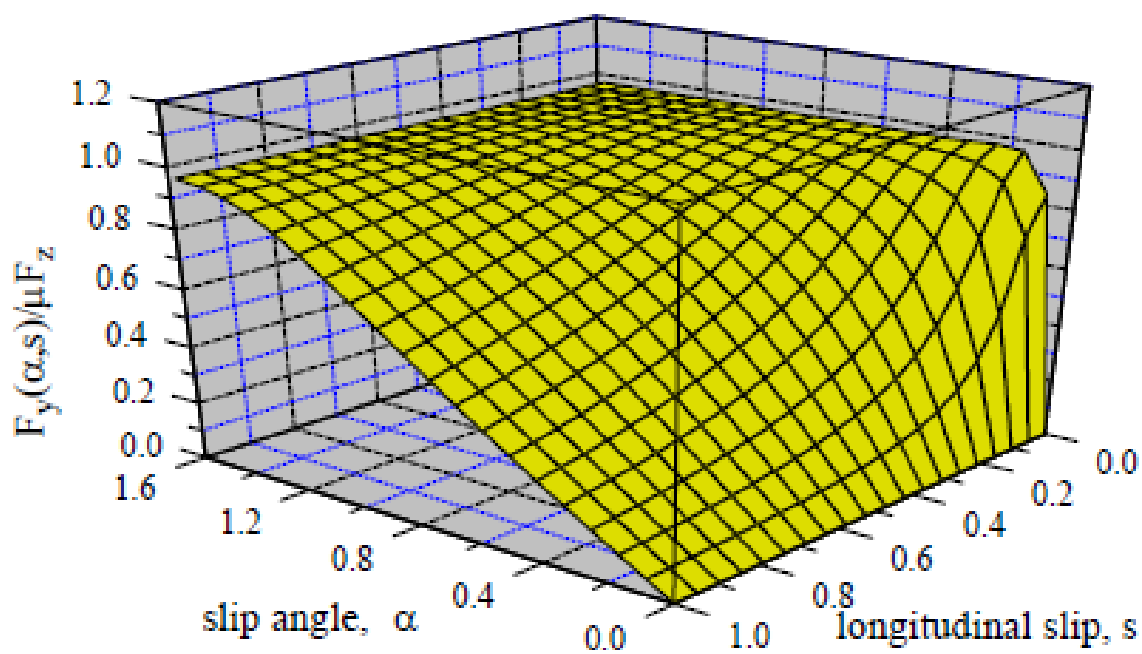
Слика 45. Нормализована подужна сила пнеуматика за комбиновано кочење и управљање, SIMON [2]



Слика 46. Нормализована бочна сила пнеуматика за комбиновано кочење и управљање, SIMON [2]



Слика 47. Нормализована подужна сила пнеуматика за комбиновано кочење и управљање, ТМ једноставни модел [2]



Слика 48. Нормализована бочна сила пнеуматика за комбиновано кочење и управљање, ТМ једноставни модел [2]

12. Закључци

- Поред различитих модела пнеуматика и програма симулације, постоје и алтернативне методе којима се прорачунавају комбиновани ефекти иницијалних транслационих и ротационих брзина на путању возила до заустављања условљених ударом, а у којима се не користе модели сила пнеуматика. Овакве методе немају могућност симулације различитих својстава пнеуматика и реконструкције услова при судару као што су делимично кочење, отпор погонског агрегата, отпор котрљајућег точка и/или ефекте блокираног једног или више точкова. Неопходно је користити програм за симулацију динамике возила за моделирање оваквих услова. Иако има потенцијала за већу тачност, непоузданост узрокована коришћењем различитих модела пнеуматика у софтверима се мора узети у обзир. Разлике постоје. Ако су све остали услови исти, што је тачнији модел пнеуматика, тј. што је модел пнеуматика ближи преформансама експериментално мереног пнеуматика, симулација је тачнија. Наравно, у реконструкцијама незгода, тачно представљање физичких параметара возила такође представља фактор који утиче на непоузданост.
- У овом документу, презентовани су модели пнеуматика и резултати симулација за два примера који илуструју велики опсег вредности s и α добијених у апликацијама за реконструкцију незгода. Разлике у резултатима се могу приписати непрецизности модела. План је да се даљим усавршавањем ове непрецизности уклоне. Разлике у симулацијама које користе PC-Crash линеарни модел пнеуматика и PC-Crash TM једноставни модел пнеуматика постоје само због разлике у моделу пнеуматика. Ово не важи за упоређивање различитих симулационих пакета због постојања разлика у моделима (као што су разлике у моделима систему вешања). Додатна упоређивања симулација се морају спровести пре него што се утврде разлике због коришћења различитих модела пнеуматика.
- При испитивању заједничког утицаја кочења и управљања сваког појединачног точка, PC-Crash линеарни модел пнеуматика је заснован на процесу при ком се прво специфицира лонгитудинална (кочиона и акцелерациона) сила, представљајући бочну (управљачку) силу као билинеарну криву и користећи елипсу трења за прорачунавање резултантне силе на пнеуматик. При испитивању заједничког утицаја кочења и управљања сваког појединачног точка, SMAC модел сила пнеуматика (и EDSMAC4 и m-smac) је заснован на процесу приликом ког се прво специфицира лонгитудинална (кочиона и акселерациона) сила, користећи Фиала модел за бочну (управљачку силу) и користећи елипсу трења за прорачунавање резултантне силе на пнеуматик за комбиновано управљање и кочење. VCRware модел сила пнеуматика користи BNP једначину са различитим параметрима за подужне и бочне силе, а затим користи NCB једначине за комбиновано управљање и кочење. PC-Crash дозвољава употребу линеарног модела пнеуматика или алтернативе која се назива TM једноставни модел. TM једноставни модел је заснован на резултантном вектору клизања точка за комбиновано управљање и кочење. SIMON модел сила пнеуматика је заснован на модификованом HSRI моделу пнеуматика.

- За моделе пнеуматика о којима се овде говори, могу се успоставити две категорије. Једна категорија користи одређени кочиони модел (или модел убрзања) како би успоставила лонгитудалну пнеуматску силу и елипсу трења за израчунавање комбинованих лонгитудиналних и латералних компоненти сила пнеуматика за комбиновано управљање и кочење (PC Crash линеарни и SMAC модели пнеуматика). Друга категорија користи смер вектора клизања точка или брзину клизања на месту крпљења пнеуматика за одређивање подужне и бочне силе компоненти пнеуматика за комбиновано управљање и кочење (VCRware, PC Crash TM-Easy и SIMON модели пнеуматика). У оквиру сваке категорије, ипак, ови модели користе различите моделе једначина за одређивање латералних сила пнеуматика (без кочења).
- Показано је да за релативно мале углове клизања, употреба елипсе трења даје резултантне силе по вредности једнаке пнеуматику који потпуно клиза. Неки се противе овоме. Ипак, употреба елипсе трења може да не предвиди у довољној мери комбиноване силе пнеуматика. Ово се дешава јер перформансни модели зависе од функција коришћених за показивање криве само управљања и само кочења, $F_x(s)$ и $F_y(\alpha)$. Сlike 14 и 15 показују да експериментално мерене силе пнеуматика прелазе силе блокираног клизајућег точка, μF_z , током неких (раних) периода клизања. Слика 17 је модел нормализоване BNP-NCB комбиноване силе пнеуматика (која показује измерене карактеристике) представљене на координатном систему сила трења. Елипса трења која одговара BNP-NCB силама пнеуматика је скуп тачака свих кривих за све вредности α које леже на максималној радијалној удаљености од места почетка (0,0). Елипса трења за комбиноване силе чије $F_x(s)$ и $F_y(\alpha)$ криве сила пнеуматика не прелазе μF_z је приказана испрекиданом линијом. Идеализована елипса трења може резултирати комбинованим силама пнеуматика које су далеко испод измерених вредности.
- Потребно је више упоређивања наведеног типа и упоређивања резултата експеримената пре доношења закључака који се тичу јачине утицаја модела пнеуматика на тачност симулације. Показало се да различити модели симулација, са различитим моделима али истим почетним условима, доводе до различитих резултата за услове комбинованог управљања и кочења.
- Ипак из досадашњег рада се не може закључити да су примећене разлике условљене само моделима пнеуматика. Потребно је више истраживања како би се одредила тачност различитих модела пнеуматика и различитих програма за симулацију и за различите категорије почетних услова и за различите услове управљања. Када се користе за реконструкцију саобраћајних незгода, разлике у резултатима симулације се могу класификовати као непрецизност модела. Ове непрецизности као такве морају бити препознате од стране оних који реконструишу незгоду.

13. Литература

- [1] www.scribd.com/doc/253971813/44218964-Knor-skripta-Pneumatici-pdf
- [2] Raymond M. Brach, University of Notre Dame, Brach Engineering, R. Matthew Brach, Brach Engineering, Tire models for vehicle Dynamic Simulation and Accident Reconstruction
- [3] Јанковић А.: Динамика аутомобила, Крагујевац 2008.
- [4] Вујанић М., Милутиновић Н., Новине у софтверским алатима за анализу саобраћајних незгода, VII Симпозијум „Вештачење саобраћајних незгода и превара у осигурању“
- [5] Adams, www.mscsoftware.com/product/adams
- [6] HVE, www.edccorp.com/products/hve.html
- [7] Car-Sim, www.carsim.com
- [8] www.mchenrysoftware.com/msmac.htm
- [9] Engineering Dynamics Corporation, SIMON Simulation Mode, 5th Edition, 2006.
- [10] Daily, J., N., Shigemura and J. Daily, Fundamentals of Traffic Crash Reconstruction Series, IPTM, Jacksonville, FL, 2006.
- [11] Pacejka, Hans, Tire and Vehicle Dynamics, SAE, Warrendale, Pa, 2002.
- [12] Cliff, W. E., J. M. Lawrence, B. E. Heinrichs and T. R. Fricker, Yaw testing of an Instrumented Vehicle with and Without Braking, Paper 2004-01-1187, SAE, Warrendale, PA, 2004.
- [13] Gafvert, M. and J. Svedenius, Construction of Novel Semi-Empirical Tire Models for Combined Braking and Cornering, ISSN 0280-5316, Lund Institute of Technology, Sweden, 2003.
- [14] Guo, Konghui and Lei Ren, A Unified Semi-Empirical Tire Model With Higher Accuracy and Less Parameters, Paper 1999-01-0785, SAE International, Warrendale, PA, 1999.
- [15] Han, I., and S-U Park, Inverse Analysis of Pre-and Post-Impact Dynamics for Vehicle Accident Reconstruction, Vehicle System Dynamics, V 36, 6, pp 423-433, 2001.
- [16] Holscher, H., M. Tewes, N. Botkin, M. Lohndorf, K-H. Hoffman, and E. Quandt – Modeling of Pneumatic Tires by a Finite Element Model for the Development of a Tire Friction Remote Sensor, preprint submitted to Computers and Structures
- [17] Model for Combined Tire Cornering and Braking Forces When Applied to a Range of Tires, SAE Paper 982747, Warrendale, PA 15096.
- [18] Salaani, K., Analytical Tire Forces and Moments Model with Validated Data, Paper 2007-01-0816, SAE International, Warrendale, Pa, 2007.
- [19] hps.hs-regensburg.de/~rig39165/paper/Rill_IASVD2013.pdf
- [20] Hoerner, S., F., Fluid-Dynamic Drag, Hoerner Fluid Dynamics, Brick Town, NJ, 1965.
- [21] Day, T.D. and Harqens, R.L. An Overview of the Way EDCRASH Computes Delta-V. s.l.: SAE 870045, Beaverton, 1987.
- [22] Bigg, G., Moebs, T. WinCrash User's Manual. S.l.: AR Software, Redmond, 1996.
- [23] Day, T.D. An Overview of the EDSMAC4 Collision Simulation Model. s.l.: SAE Paper No. 1999-01-0102, Warrendale, 1999.
- [24] Пнеуматици, nikolavujic.weebly.com/uploads/3/4/8/0/3480733/pneumatici.pdf
- [25] Keifer, O., R. Conte and B. Reckamp, Linear and Rotational Motion Analysis in Traffic Crash Reconstruction, IPTM, Jacksonville, FL, 2007.