

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Енергетика и процесна техника

Предмет: Пренос снаге флуидом

Број индекса: 730/2013

Никола С. Ђорђевић

**Експериментално одређивање успутних губитака
услед трења у цевима**

Завршни рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. **Проф. др Душан Гордић - ментор**
2. _____
3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завтршног рада кандидат треба да

Препоручена литература:

- [1] Бранко Р. Обровић, Слободан Р. Савић.: Механика флуида, Машински факултет у Крагујевцу, 2007.
- [2] Душан Гордић.: Пренос снаге флуидом - Хидраулика, Машински факултет у Крагујевцу, 2007.

Крагујевац, датум одбране

Ментор:
Др Душан Гордић, редовни професор

Резиме

У овом раду извршено је мерење успутних губитака при различитим режимима струјања течности. Извршено је поређење теоријских и експериментално добијених вредности на основу чега је утврђена тачност мерења.

Основни појмови који су везани за течност као што су физичка својства, струјање течности и енергијске једначине су дати у првој области. У другом поглављу дата су теоријска разматрања губитака услед трења, као и њихове формуле за израчунавање.

У трећој тачки је приказано лабораторијско мерење успутних губитака притисака где је описано постројење за мерење. Приказано је експериментално одређивање губитака притисака и коефицијента трења при ламинарном и турбулентном режиму струјања, као и теоријско одређивање коефицијента трења успутних губитака. Сем тога, приказани су и дијаграми одсупања теоријских и експерименталних вредности притисака.

Кључне речи: струјање, успутни губици притиска, хидраулика.

Resume

In this thesis the measurement of friction major losses at different flow regimes where established. The theoretical and experimental values of the losses where obtained and compared.

Fundamental conceptions of liquid fluid (physical properties, liquid, energy equation) are presented in the first chapter. The second chapter presents theoretical consideration of the loss in pipes friction and appropriate equations.

In third section of the paper presents Laboratory stet - up for major loss measurement. The experimental measurement and theoretical determination of pressure losses and friction coefficient at laminar and turbulent fluid regimes is shown. Diagrams of deviation of theoretical and experimental values of pressure drop are about shown.

Key words: follow, incidental loss of pressure, hydraulics.

Списак свих ознака

$f[N]$ - сила која делује на јединицу масе
 $dm[kg]$ - елементарна маса делића
 $dA[m^2]$ - равне површине
 $\Delta A[m^2]$ - површине
 $\Delta R[N]$ - укупна површинска сила
 $\Delta T[N]$ - компоненте силе ΔR која лежи на површину ΔA
 $\Delta N[N]$ - компонента силе ΔR која је нормална на површину ΔA
 $M, L, T[kg, m, s]$ - димензије масе, дужине и времена
 $p[Pa]$ - апсолутни (стварни) притисак
 $p_m[Pa]$ - манометарски (натпритисак) притисак
 $p_a[Pa]$ - атмосферски (потпритисак) притисак
 $\rho[kg/m^3]$ - густина радне течности
 $\rho_0[kg/m^3]$ - густина радне течности на температури T_0 и притиску P_0
 $\alpha[K^{-1}]$ - запремински коефицијент топлотног ширења
 $\beta[Pa]$ - изотермски модул стишљивости радне течности
 $\mu[Pa]$ - динамичка вискозност на температури T
 $\mu_0[Pa]$ - динамичка вискозност на референтној температури T_0
 $\alpha_{vt}[K^{-1}]$ - коефицијент вискозности у зависности од температуре
 $\tau[Pa]$ - смичући напон (отпор при релативном кретању флуидног делића)
 $\alpha_{vp}[Pa^{-1}]$ - коефицијент вискозности у зависности од притисака
 $\nu[m^2/s]$ - кинематска вискозност
 $dL[m]$ - усмерени елемент криве
 $Q_m[kg/s]$ - масени проток
 $Q[m^3/s]$ - запремински проток
 $A[m^2]$ - проточна површина
 $v[m/s]$ - средња брзина
 $\alpha_1; \alpha_2[-]$ - Коријолисови бројеви у проточним пресецима 1 и 2 (за струјање кроз цеви и канале: ламинарно $\alpha=2$ и турбулентно $\alpha=1,1$).
 $v_1; v_2[m/s]$ - средње брзине у пресецима 1 и 2
 $p_1; p_2[Pa]$ - притисци у тежиштима пресека 1 и 2
 $h_1; h_2[m]$ - висина тежишта пресека 1 и 2
 $\Delta p_v[Pa]$ - пад (губитак) притисака
 $\Delta p_p[Pa]$ - пораст притисака
 $g[m^2/s]$ - убрзање земљине теже
 $D[m]$ - пречник цеви
 $Re_{кр}[-]$ - критична вредност Рејнолдсовог броја
 $R_h[m]$ - хидраулични полупречник цеви

$O[m]$ - оквашен обим
 $D_h[m]$ - хидраулични пречник цеви
 $Re[-]$ - Рејнолдсов број
 $\Delta p_{vu}[Pa]$ - успутни губици притисака
 $\Delta p_{vl}[Pa]$ - локални губици притисака
 $\lambda[-]$ - коефицијент отпора услед трења флуида у правој цеви
 $l[m]$ - дужина цеви
 $d[m]$ - унутрашњи пречник цеви
 $\rho[kg/m^3]$ - густина радне течности
 $v[m/s]$ - брзина струјања радне течности
 $D_h[m]$ - еквивалентни пречник
 $\delta'_{gr}[mm]$ - релативна храпавост цеви у ламинарном граничном подслоју
 $\delta[mm]$ - релативна храпавост цеви
 $\xi[-]$ - коефицијент одговарајућег локалног отпора
 $P_1; P_2[Pa]$ - притисци добијени у манометрима
 $P_e[Pa]$ - разлика притисака добијена у манометрима
 $\Delta p_{vuT}[Pa]$ - притисак добијен прорачуном
 $\Delta[\%]$ - одступање вредности притисака од експерименталних вредности

Садржај

Резиме	3
Списак свих ознака	4
1. Радне течности и основни појмови струјања радних течности	7
1.1. Појам радних флуида	7
1.2. Силе које делују на флуид	8
1.3. Физичка својства радних флуида	10
1.3.1. <i>Густина</i>	10
1.3.2. <i>Стишљивост</i>	10
1.3.3. <i>Вискозност</i>	11
1.4. Струјање у правој цеви	12
1.4.1. <i>Струјница, струјно поље, струјна цев, струјно влакно и проточни пресек</i>	12
1.4.2. <i>Проток</i>	14
1.4.3. <i>Средња брзина</i>	14
1.4.4. <i>Бернулијева једначина</i>	15
1.5. Режији струјања радне течности	16
1.5.1. <i>Ламинаран и турбулентан режим струјања</i>	17
1.6. <i>Рејнолдсов експеримент</i>	18
2. Губици услед трења струјања радне течности	21
2.1. Успутни губици	21
2.1.1. <i>Губици енергије услед трења при ламинарном режиму струјања</i>	22
2.1.2. <i>Губици енергије услед трења при турбулентном режиму струјања</i>	24
2.1.2.1. <i>Губици при струјању кроз хидрауличко глатке цеви</i>	25
2.1.2.2. <i>Губици при струјању кроз прелазно подручје</i>	25
2.1.2.3. <i>Губици при струјању при потпуно храпаве цеви</i>	26
2.1.2.4. <i>Хидрауличке глатке и храпаве цеви</i>	27
2.2. Локални губици притисака	30
3. Лабораторијско мерење успутних губитака притисака	30
3.1. Опис постројења	30
3.2. Експериментално одређивање губитака притисака и коефицијента трења при ламинарном режиму струјања	32
3.3. Експериментално одређивање губитака притисака и коефицијента трења при турбулентном режиму струјања	35
Закључак	37
Литература	37

1. Радне течности и основни појмови струјања радних течности

1.1. Појам радних флуида

Под заједничким именом флуиди подразумевају се гасови и течности. Флуид представља непрекидну средину тј. континуум. Број микроструктурних елемената¹, који је сачињен у релативно малим запреминама испуњеним флуидом, веома је велики. Према томе може се сматрати да је простор који флуид заузима непрекидно испуњен материјом. Флуид се посматра као непрекидна средина која испуњава простор без икаквих шупљина. Самим тим се занемарују молекуларни састав материје, па се сматра да се течности и гасови састоје из делића флуида који садржи велики број молекула.

Под делићем се подразумева елементарна (мала) количина течности и гаса, чији се облик не мења ни при мировању ни при кретању. Према томе облик делића се може дефинисати као нека коцка, лопта, ваљак, тетраедар или било које друго геометријско тело. Делић је потпуно испуњен материјом и има увек исту масу. Дакле, маса dm делића флуида се не мења за време кретања или мировања, али се облик и запремина могу мењати у току времена. Распоред делића флуида је такав, да се у простору који флуид заузима не јављају празнине.[1]

Димензије делића флуида су значајно веће од димензија молекула и ни у ком случају се не смеју изједначити са димензијом молекула.

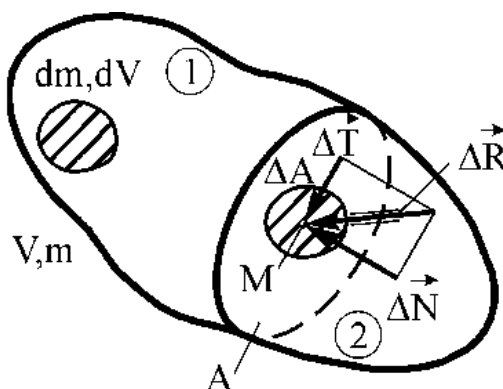
Уочавањем струјања течности, утврђено је да су њени делићи веома покретљиви. Та покретљивост делића је још већа. Због такве покретљивости на флуид немогу деловати концентрисане силе, већ само силе непрекидно распоређене по читавој маси или површини течности (флуида).[1]

¹Честице који се немогу видети голим оком - атома и молекула.

1.2. Силе које делују на флуид

Посматрањем запремине V флуида који мирује, може се уочити да на масу флуида делује сила земљине теже и притисне силе, при његовим струјањем флуида на његову масу делује поред ових наведених и силе инерције и трења.

Сила земљине теже делује на сваки делић флуида у посматраној запремини, али и на посматрану масу m . Ова сила је као и сила инерције сразмерна маси флуида и таква се сила назива запреминском силом. [1]



Слика 1- Деловање површинских сила.[1]

Запреминске силе су увек последица поља сила у коме се флуид налази, па се такве силе називају спољашњим силама или силама поља. Запреминске силе се у механици флуида рачунају у јединици масе. Ако је f сила која делује на јединицу масе, па на уочену елементарну масу делића делује запреминска сила:

$$f \cdot dm \quad (1.1)$$

Поред запреминских сила на флуид делују и друге површинске силе. Поделиће се флуид на две површине код којих је заједничка површина A . На сваки део dA површи A , деловаће по нека површинска сила dR .

Укупна површинска сила ΔR делује под неким углом на површину ΔA , па се она може разложити на компоненту ΔN нормалну на ΔA и на компоненту ΔT која лежи у равни површине ΔA . [1]

Уколико се површина ΔA смањује на тачку M или тежи нули, тада гранична вредност $\Delta N/\Delta A$ представља нормалне, а гранична вредност $\Delta T/\Delta A$ смицајне напоне. [1]

Па ће бити:

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} = \frac{dN}{dA} = \sigma \text{ или } \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta A} = \frac{dT}{dA} = \tau \quad (1.2)$$

Код флуида од нормалних напона може да постоји само притисак p . Напон на истезање би врло лако раздвајао делиће флуида због њихове велике покретљивости па не би био испуњен основни услов континуума, па је онда притисак у произвољној тачки M дефинисан на следећи начин:

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} = \frac{dN}{dA} \rightarrow dP = p \cdot dA \text{ или } dP = -p \cdot dA \quad (1.3)$$

На основу израза (1.3) притисак је скаларна величина чија је димензија:

$$p = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2} \quad (1.4)$$

Где су M, L и T димензије масе, дужине и времена. Исту димензију има и тангентни напон.[1]

Притисак у течностима има следећа својства:

- увек делује у правцу нормале на посматрану површину са којом је флуид у контакту²;
- у произвољној тачки флуида који мирује, притисак има исту вредност без обзира на правац деловања и
- промена притиска у било којој тачки течности у стању мировања изазива исту промену у свим тачкама простора коју та течност заузима³.

У многим хидрауличким и пнеуматским системима притисак је већи или мањи од атмосферског притисака p_a , па је уведен појам потпритисака и натпритисака.

Ако је стварни - апсолутни притисак p већи од атмосферског p_a , тада се вишак притисака изнад атмосферског притисака назива натпритиском или манометарским притиском p_m :

$$p_m = p - p_a \quad (1.5)$$

Уколико је апсолутни притисак у флуиду мањи од атмосферског (код усисне гране ценовода са пумпом) притисака онда такву разлику притисака представља потпритисак или вакуумски притисак p_v :

$$p_v = p_a - p \quad (1.6)$$

²Јединица за притисак је паскал па је $1Pa = 1N/m^2$.

³Паскалов закон.

1.3. Физичка својства радних флуида

1.3.1. Густина

Густина представља масу по јединици запремине. [2]

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.7)$$

Јединица за густину је kg/m^3 .

Густина радне течности зависи од температуре и притисака па се онда изражава према следећем изразу:

$$\rho = \rho_0 \cdot \left[1 + \frac{1}{\beta} \cdot p - p_0 - \alpha \cdot (T - T_0) \right] \quad (1.8)$$

1.3.2. Стишљивост

Стишљивост је својство радне течности да мења своју запремину под дејством притисака. При многобројним техничким проблемима може се сматрати нестишљивим радним флуидима. Својство стишљивости радног флуида се квантификује коефицијентом стишљивости или реципрочном вредношћу коефицијента модула стишљивости $\beta[\text{Pa}]$. [2]

$$\beta = -\Delta p \cdot \frac{\Delta V}{V} \quad (1.9)$$

1.3.3. Вискозност

Унутрашње трење или вискозност је својство радне течности да при кретању пружа велики отпор при релативном покретању (клизању). Отпор при релативном кретању тј. одговарајући смичући напон τ [Pa] је сразмеран градијенту брзине dv/dy [s⁻¹] и динамичке вискозности μ , па ће бити:

$$\tau = \frac{dv}{dy} \cdot \mu \quad (1.10)$$

где је μ [Pa·s] динамичка вискозност флуида.[2]

Динамичка вискозност флуида зависи од температуре:

$$\mu = \mu_0 \cdot e^{-\alpha_{vt} \cdot (T - T_0)} \quad (1.11)$$

Где је:

μ [Pa]- динамичка вискозност на температури T ,

μ_0 [Pa]- динамичка вискозност на референтној температури T_0 и

α_{vt} [K⁻¹]- коефицијент вискозности у зависности од температуре,

Поред температуре, динамичка вискозност зависи и од притисака:

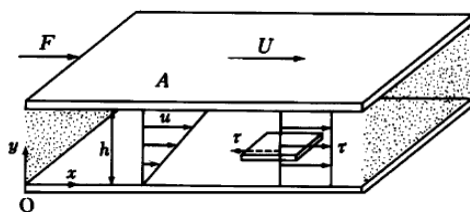
$$\mu = \mu_0 \cdot e^{\alpha_{vp} \cdot p} \quad (1.12)$$

где је:

α_{vp} [Pa⁻¹]- коефицијент вискозности у зависности од притисака.[2]

Кинематска вискозност ν [m²/s] представља однос динамичке вискозности и густине:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.13)$$



Слика 2- Струјање течности преко равне плоче.[3]

1.4. Струјање у правој цеви

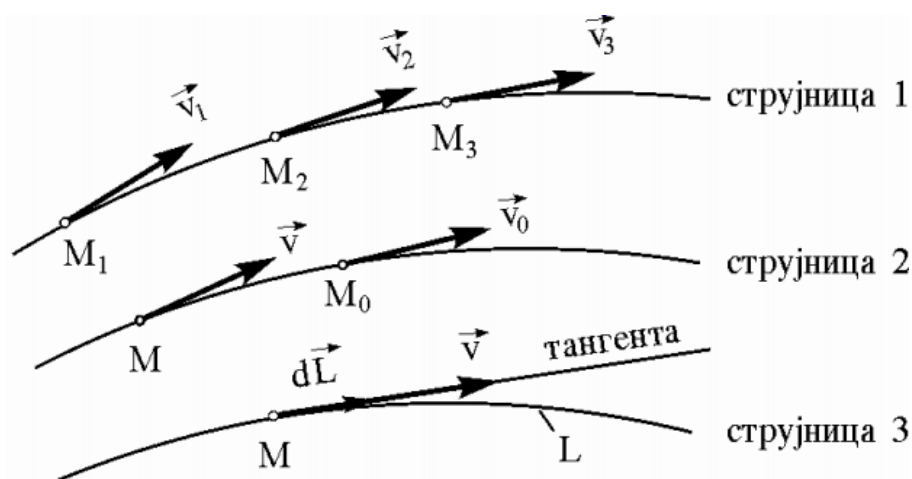
1.4.1. Струјница, струјно поље, струјна цев, струјно влакно и проточни пресек

Простор у којима се одвија струјање флуида, се назива струјним пољем. Под пољем струјања подразумева се поље вектора брзине $\vec{v}$ у којима су еквивалентна сва три скаларна поља за пројекције координата брзина $v(x,y,z)^4$.

Струјно поље спада у тзв., променљива поља због тога што вектор брзине зависи од како положаја у струјном пољу тако и од временског тренутка t , па је струјање нестационарно или неустаљено.

Ако брзина представља функцију геометријских координата у односу на погодно изабрани координатни систем $v(x,y,z)$ односно не зависи од времена t онда се струјно поље не мења, па се назива устаљеним или стационарним пољем.

У циљу боље представе струјног поља користе се векторске криве линије, помоћне геометријске површи и помоћне аналитичке криве. Од векторских кривих најважније су струјнице или струјне линије, односно векторске линије брзина. На слици 3 дат је приказ струјнице.



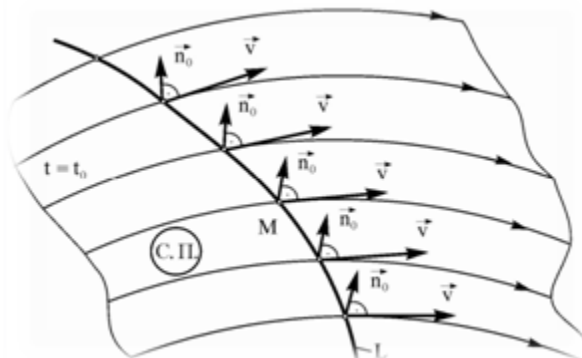
Слика 3- Струјнице.[1]

Струјница или струјна линија је линија код које је у свакој тачки вектор брзине флуидног делића($\vec{v}$) колинеаран са правцем тангенте на струјницу($d\vec{L}$). Како су вектори $\vec{v}$ и $d\vec{L}$ колинеарни, једначина струјнице у векторском облику гласи:

$$\vec{v} \cdot d\vec{L} = 0 \quad (1.14)$$

⁴Бранко Р. Обровић, Слободан Р. Савић; Механика флуида; Крагујевац 2007; страна 66.

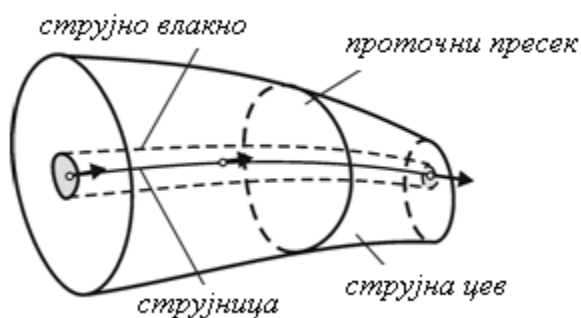
Ако се кроз сваку тачку произвољне замишљене криве L струјног простора у неком тренутку t_0 повуку струјнице, површ коју образују те струјнице се називају струјним површима. На слици 4 приказана је једна струјна површ.



Слика 4- Струјна површ.[1]

Када се кроз све тачке затворене контуре неке елементарне површине повуку струјнице, добиће се површина која представља омотач струјног влакна. Струјна влакна кроз затворену контуру неке коначне површине образују омотач струјне цеви. Проточни пресек струјне цеви нормалан на главни пресек струјања флуида се назива проточним пресеком.[2]

На слици 5 приказани су основни кинематски појмови струјнице, струјног влакна, струјне цеви и проточног пресека.



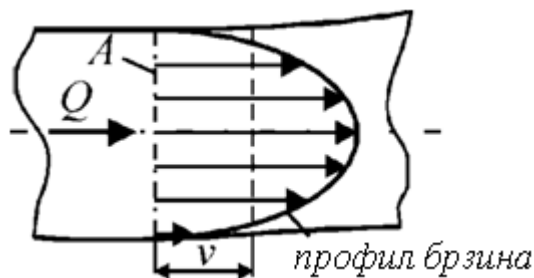
Слика 5- Основни кинематски појмови.[2]

1.4.2. Проток

Количина течности која протекне кроз проточни пресек у јединици времена се назива проток флуида кроз тај пресек. У зависности од величине којим се описује поменута количина делића, разликујемо масени $Q_m[\text{kg/s}]$ и запремински $Q[\text{m}^3/\text{s}]$ проток. Веза између ових двеју величина је следећа:

$$Q_m = \rho \cdot Q$$

У хидраулици се највише користи нестишљив флуид ($\rho = \text{const}$), па готово највећи значај има запремински проток.[2]



Слика 6- Појам протока и средње брзине[2]

1.4.3. Средња брзина

Средња брзина је брзина којом се креће сваки флуидни делић у посматраном проточном пресеку површине $A[\text{m}^2]$, да би се остварио исти проток $Q[\text{m}^3/\text{s}]$ као и са стварном брзином која се мења од тачке до тачке посматраног проточног пресека, према томе се из:

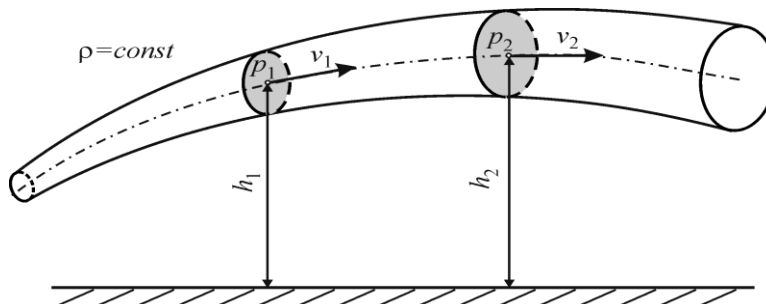
$$\text{израза за проток } Q = v \cdot A \text{ добије израз за брзину } v = \frac{Q}{A} \quad (1.15)$$

Брзина струјања течности се мења од влакна до влакна у истој струјној цеви.(слике 6)

1.4.4. Бернулијева једначина

Бернулијева⁵ једначина представља облик закона о одржању енергије, који се примерњује у свим хидрауличним системима. На основу претходне дефиниције може се исказати речима Бернулијева једначина на следећи начин: при струјању савреног флуида⁶ у хидрауличном систему услед силе земљине теже збир кинетичке, потенцијалне и притисне енергије је константан. [2]

Према томе и енергија радне течности остаје константна у сваком проточном пресеку и онда је:



Слика 7- Проточни пресеци 1 и 2.[2]

$$\alpha_1 \cdot \frac{v_1^2}{2} + g \cdot h_1 + \frac{p_1}{\rho} = \alpha_2 \cdot \frac{v_2^2}{2} + g \cdot h_2 + \frac{p_2}{\rho} = \text{const.}$$

Где је:

α_1 и α_2 [-]- Коријолисови бројеви у проточним пресецима 1 и 2 (за струјање кроз цеви и канале: ламинарно $\alpha=2$ и турбулентно $\alpha=1,1$),

v_1 и v_2 [m/s]- средње брзине у пресецима 1 и 2,

p_1 и p_2 [Pa]- притисци у тежиштима пресека 1 и 2 и

h_1 и h_2 [m]- висина тежишта пресека 1 и 2.

Огледи са реалним течностима су показали да при струјању течности њена енергија струјања није константна већ се један део њене енергије троши, због трења који се јављају између делића саме течности и између делића течности и површина зидова водова кроз које протиче. Изгубљена енергија струјања пада на терет притисног дела енергије, што се манифестује одговарајућим губитком или падом притиска Δp_v [Pa], па се Бернулијева једначина може писати на следећи начин:

$$\alpha_1 \cdot \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + g \cdot h_1 \cdot \rho + p_1 = \alpha_2 \cdot \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + g \cdot h_2 \cdot \rho + p_2 + \Delta p_v \quad (1.16)$$

⁵Daniel Bernoulli (1700-1780), математичар рођен у Гронингену, Холандија.

⁶Флуида без трења. Вискозност течности и гасова зависи од његове околине. Све реалне течности и гасови су вискозни, али се може замислити флуид који не поседује својство вискозности. Такав флуид се назива савршеним флуидом или невискозним, безвискозним, авискозним флуидом.

Једначина овог облика дефинише се енергијском једначином. Ако се између пресека 1 и 2 нађе неки извор енергије струјања (пумпа) онда је Бернулијева једначина следећег облика:

$$\alpha_1 \cdot \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + g \cdot h_1 \cdot \rho + p_1 + \Delta p_p = \alpha_2 \cdot \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + g \cdot h_2 \cdot \rho + p_2 + \Delta p_v \quad (1.17)$$

Пошто је кинетичка и потенцијална енергија у хидрауличким преносима снаге мања од притисне онда се потенцијална и кинетичка енергија занемарују и сада енергијска једначина је следећег облика:

$$p_1 + \Delta p_v = p_2 + \Delta p_p \quad (1.18)$$

1.5. Режи́ми струјања радне течности

Посматрањем струјања течности у каналима и рекама могу се уочити два начина или две врсте струјања течности: једно је мирне природе и правилно, а друго хаотично⁷. Према томе прво струјање је ламинарно, а друго турбулентно.



Слика 8- Ламинарно и турбулентно струјање.[3]

⁷Бранко Р. Обровић, Слободан Р. Савић; Механика флуида; Крагујевац 2007; страна 193.

1.5.1. Ламинарни и турбулентни режим струјања

Ламинарно⁸ струјање је такво струјање код кога се струјнице не мешају и одређене су обликом простора, кроз коју струји течност. На пример: код праволинијске цеви константног попречног пресека паралелне су оси цеви односно струјнице су праве линије. Слободна површина радне течности, ако постоји, је равна. Код оваквог струјања нема попречног кретања течности, брзина и притисак не пулсирају. Ламинарно струјање је дакле струјање потпуне правилности. То је струјање у слојевима, одакле исто долази назив ламинарно струјање.

За другу врсту струјања течности каже се да је узбуркано и хаотично, на слободној површини течности јављају се испупчења и удубљења, која су видљива и имају сталан облик, појаве се па нестану. Осим уздуженог струјања течности, постоји и попречно струјање на правац главног тока, као и кружна струјања посебних запремина течности, уз интензивно мешање делића течности⁹. Брзина и притисак пулсирају за време струјања. Ово струјање одаје утисак потпуне неправилности и зато се назива турбулентним струјањем¹⁰.

Оба начина струјања флуида могу да се остваре у цевима и каналима.

Ламинарно струјање се остварује када је реч о вискознијим течностима и при мањим величинама. Струјање сирове нафте у нафтоводима и тежим нафтиним дериватима као и разних уља јесте ламинарно струјање. Струјање воде кроз цеви мањег пречника (капиларе), јесте такође ламинарно. Међутим, струјање воде у цевима већег пречника, каналима и рекама је по правилу турбулентно. И струјање ваздуха и других гасова кроз цевоводе је углавном турбулентно.[1]

Наведене разлике између ова два начина тј. режима струјања флуида одавно су уочили Сенвенан, Поазеј и Хаген.

Менделејејев је огледом дошао до закључка да коефицијент отпора услед трења, при струјању течности битно зависи од режима струјања. Утврдио је да у капиларним цевчицама сила отпора пропорционална првом степену брзине, а у широким цевима скоро квадрату брзине.

Многобројни добијени експериментални резултати потврдили су да у зависности од режима струјања, на различите начине утиче на коефицијенте отпора услед трења. И зато се хидродинамички прорачун струјања флуида разликује за ова два режима. Отуда се закључује даље да је потребно да се постави критеријум за утврђивање режима струјања флуида. Такав критеријум је поставио још 1883 године енглески физичар Рејнолдс¹¹.

⁸ Ламинарно струјање потиче од латинске речи *lamina* што значи слој, па се зато назива слојевито струјање.

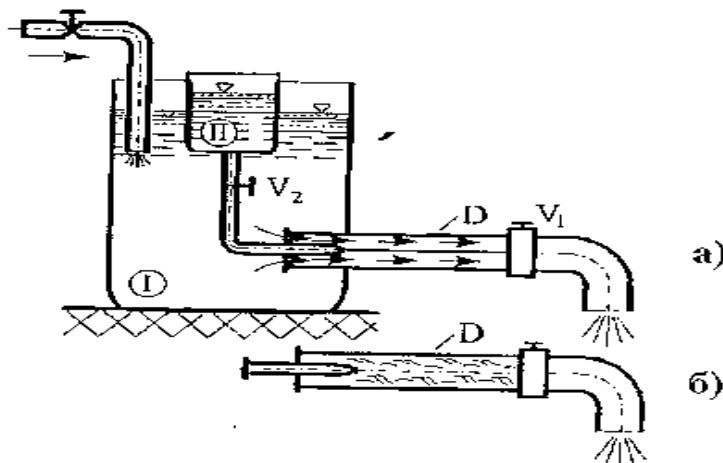
⁹ Делићи течности из једне области прелазе у суседне области ометајући све ове у њиховом кретању.

¹⁰ Турбулентно струјање потиче од латинске речи *turbulentus* што значи неправилан.

¹¹ Osborne Reynolds (1842-1912) енглески математичар и физичар из Манчестера.

1.6. Рејнолдсов експеримент

Рејнолдс је вршећи огледе са цевима различитог пречника, кроз коју је течност протицала разним брзинама, користио једноставну инсталацију која је приказана на слици 9.



Слика 9- Уређај за утврђивање режима струјања.[1]

Инсталација се састоји од резервоара 1 са водом, стаклене цеви пречника D и суда 2 са обојеном водом која се кроз капиларе доводи у цев пречника D .

Коришћена је обојена течност да би се визуелно пратило струјање исте течности. У току експеримента мењали су се пречници цеви и брзине истицања, док је температура течности била константна. За сваку конкретну цев, тј. пречник D одржано је усталоно струјање.

При малим брзинама струјања воде кроз цев (слика 9.а), Рејнолдс је приметио да се јасно види обојена струјница (или тачније струјно влакно) течности која истиче из суда I и кроз капилар. То значи да се струјнице не мешају, да су струјнице међусобно паралелне и да је режим струјања ламинаран. При постепеном повећању брзине воде у стакленој цеви, што се постиже отварањем вентила V_1 , слика струјања се у почетку не мења. Али при некој одређеној брзини настаје нагла промена. Обојена струјница најпре почиње да подрхтава, затим се растура да би се на крају течност у цеви обојила (слика 9.б). Такво струјање се назива турбулентни режим струјања. При смањивању брзине, струјање поново прелази у ламинарно.

Постепеним повећањем брзине течности у стакленој цеви Рејнолдс је увидео да прелаз из ламинаран у турбулентан режим струјања настаје при одређеној средњој брзини струјања, којом је он назвао критичном брзином. [1]

При пажљивом вршењу огледа показало се да се ламинарни режим струјања може одржати при већим брзинама струјања од критичне, коју је утврдио Рејнолдс. Такво је струјање нестабилно и при најмањем потресу прелази у турбулентно. Прелаз турбулентног режима струјања у ламинарно увек се одиграва при истој брзини, тако да се испод одређене брзине никако не може постићи турбулентни режим струјања. За критичну брзину се зато узима најмања брзина при којој настаје прелаз из једног у други режим струјања. Утврђено је да критична брзина није иста за све пречнике цеви, ни за све течности и да ова брзина зависи од пречника цеви и од вискозности течности.[1]

Вршећи огледе са разним пречницима цеви D , Рејнолдс је открио да је критична брзина v_{kr} пропорционална кинематској вискозности ν течности, а обрнуто пропорционална пречнику цеви:

$$v_{kr} = k \cdot \frac{\nu}{D} \quad (1.19)$$

Бездимензијски коефицијент k је исти за све течности и гасове и за све пречнике цеви. То значи да се прелаз из ламинарног у турбулентни режим срујања одиграва при одређеним вредностима критичне брзине, пречника и кинематској вискозности, односно при истом коефицијенту k који износи:

$$k = \frac{v_{kr} \cdot \nu}{D} \quad (1.20)$$

Како су показали прецизно извршени огледи за цеви кружног пресека коефицијент k има одређену вредност (2320), и као велико признање Рејнолдсу, овај број је назван критичним Рејнолдсовим бројем:

$$Re_{kr} = \frac{v_{kr} \cdot d}{\nu} = 2320 \quad (1.21)$$

Рејнолдсов број зависи од силе инерције и унутрашњег трења у радном флуиду:

$$Re = \frac{v \cdot l_k}{\nu} \quad (1.22)$$

, где је l_k - карактеристична дужина (m).[2]

За случај кружног попречног пресека, карактеристична дужина је унутрашњи пречник цеви $d(m)$:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} \quad (1.23)$$

При струјању гасова испуњена је целокупна запремина посматраног цевовода, тј. цео унутрашњи пресек, без обзира на облик попречног пресека цеви. У техничкој пракси постоје случајеви струјања где течност неиспуњава цео пресек цеви, при чему ни пресеци нису кружног облика. У хидраулици се за случај да течност струји кроз цеви произвољног проточног пресека, при чему исто, делимично или потпуно испуњава пресек саме цеви као и при струјању течности у каналима, користи хидраулични радијус проточног пресека уместо пречника D . [2] (слика 10)

Овај радијус се дефинише као количник проточне површине A и оквашеног обима O , па је:

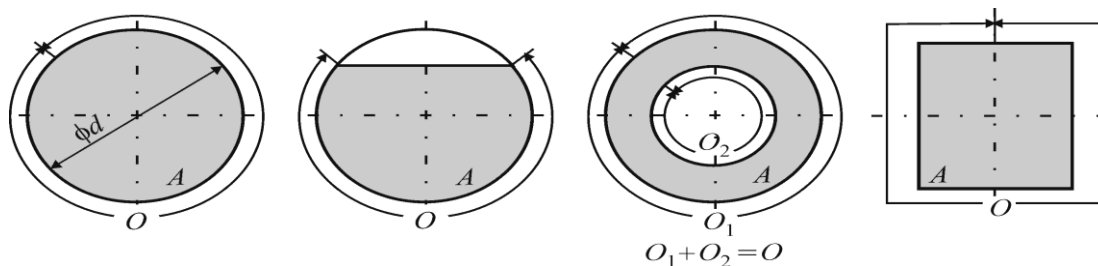
$$R_h = \frac{A}{O} \quad (1.24)$$

За цеви кружног попречног пресека, добија се:

$$R_h = \frac{\frac{D^2\pi}{4}}{D\pi} = \frac{D}{4} \quad \rightarrow \quad D_h = 4R_h \quad (1.25)$$

Убацивањем претходне релације у израз за Рејнолдсов број (Re) добија се:

$$Re = \frac{v \cdot D_h}{\nu} \quad \Rightarrow \quad Re = \frac{v \cdot 4R_h}{\nu} \quad (1.26)$$



Слика 10- Оквашени обим.[2]

2. Губици услед трења струјања радне течности

Вредност губитака зависи од отпора који се манифестују при струјању радне течности. Ти отпори могу бити:

- успутни (континуални), на праволинијском делу пута и
- локални (концентрисани).

Ови отпори се још називају и отпорима услед трења, јер настају као последица међусобног трења делића течности.[2]

Према томе одговарајући губици притисака се називају успутним и локалним губицима притисака.[2]

2.1. Успутни губици

Губици који настају при струјању флуида на праволинијском делу пута називају се успутним губицима.[2]

За одређивање успутних губитака користи се Дарсијев (Darcy) образац:

$$\Delta p_{vu} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \quad (2.1)$$

Где су:

λ [-]- коефицијент отпора услед трења флуида у правој цеви,

l [m]- дужина цеви,

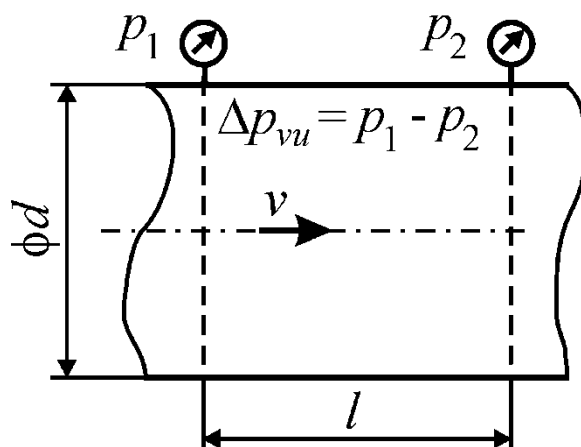
d [m]- унутрашњи пречник цеви,

ρ [kg/m³]- густина радне течности и

v [m/s]- брзина струјања радне течности.

Уколико цев није кружног попречног пресека уместо унутрашњег пречника d (m) у претходном изразу се користи еквивалентни пречник D_h (m).

Коефицијент отпора услед трења λ зависи од режима струјања.[2]



Слика 11- Успутни губици притисака у правој цеви.[2]

2.1.1. Губици енергије услед трења при ламинарном режиму струјања

Дакле као што је речено у тачки 1.6. ако је Re број мањи од 2320 струјање флуида у цевима константног пречника је ламинарни (слојевити) режим струјања. Ако се претпостави да је струјање устаљено, онда ће се струјнице поклапати са путањама и биће паралелне оси цеви¹².

Како је константа k везана за изабрани координатни систем, средња брзина је одређена следећим изразима:

$$v = v_r = \frac{k}{4\mu} \cdot (R^2 - r^2) \quad (2.2)$$

$$v_s = \frac{k \cdot R^2}{8\mu} \quad (2.3)$$

Да би се у овом случају одредио израз за коефицијент отпора услед трења, посматраће се струјање флуида кроз праву кружну цев чија оса према хоризонталној равни гради угао β (тај случај је приказан на слици 12) у том случају константа k износи:

$$k = -\frac{d}{dx} \cdot p - \rho \cdot U = -\frac{dp}{dx} + \rho \cdot X \quad (2.4)$$

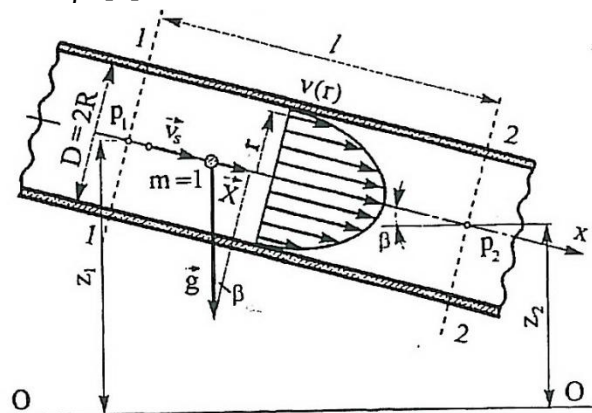
Како је, према слици 12:

$$X = g \cdot \sin \beta \quad (2.5)$$

Израз за k ¹³ се помножи са dx и интеграл дуж растојања цеви l између пресека 1-1 и 2-2¹⁴ у којима владају средњи притисци флуида p_1 и p_2 , добиће се да је:

$$k \cdot l = p_1 - p_2 + \frac{\rho \cdot g}{\sin \beta} = p_1 - p_2 + \rho \cdot g \cdot z_1 - z_2 \quad (2.6)$$

где су према слици $z_1 - z_2 = l \cdot \sin \beta$. [1]



Слика 12- Ламинарни режим струјања кроз праву нагнуту цев

¹²Бранко Р. Обровић, Слободан Р. Савић; Механика флуида; Крагујевац 2007; страна 311.

¹³Израз $k = -dp/dx + \rho \cdot g \cdot \sin \beta$.

¹⁴За пресек 1-1 и 2-2 важи $x \neq 0$ и $x=1$.

Из Бернулијеве једначине:

$$\alpha_1 \cdot \frac{v_1^2}{2} + g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho} = \alpha_2 \cdot \frac{v_2^2}{2} + g \cdot z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \Delta p_v \quad (2.7)$$

Будући да је код разматраног случаја струјања $v_1=v_2$ и $\alpha_1=\alpha_2$ из претходне једначине, добијамо да је:

$$\rho \cdot \Delta p_v = p_1 - p_2 + \rho \cdot g \cdot z_1 - z_2 \quad (2.8)$$

Уколико се претходни израз замени у једначину за $k \cdot l$ добија се:

$$\Delta p_v = \frac{k l}{\rho} \quad (2.9)$$

При томе је висина губитка струјне енергије услед трења одређена следећим изразом:

$$h_v = \frac{\Delta p_v}{g} = \frac{k l}{\rho \cdot g} \quad (2.10)$$

За случај ламинарног режима струјања у хоризонталној кружној цеви ($z_1=z_2$) следује да је:

$$k = \frac{p_1 - p_2}{l} = \frac{\Delta p}{l} \quad (2.11)$$

Применом обрасца за брзину v_{st} , ако је $v_s=v$ добија се образац за коефицијент k :

$$k = \frac{32 \cdot \mu}{D^2} \cdot v \quad (2.12)$$

Применом добијеног обрасца (2.12) може се лако одредити коефицијент отпора услед трења при ламинарном режиму струјања:

$$\Delta p_{vu} = k \cdot \frac{l}{\rho} = \frac{32 \cdot \mu \cdot v}{D^2} \cdot \frac{l}{\rho} = \frac{64 \cdot \mu}{v \cdot D \cdot \rho} \cdot \frac{l}{D} \cdot \frac{v^2}{2} = \frac{64}{Re} \cdot \frac{l}{D} \cdot \frac{v^2}{2} \quad (2.13)$$

При ламинарном режиму струјања за које важи да је $Re < Re_{kr} = 2320$, коефицијент отпора услед трења кроз цеви кружног попречног пресека рачуна се по теоријском добијеном Стоксовом обрасцу:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (2.14)$$

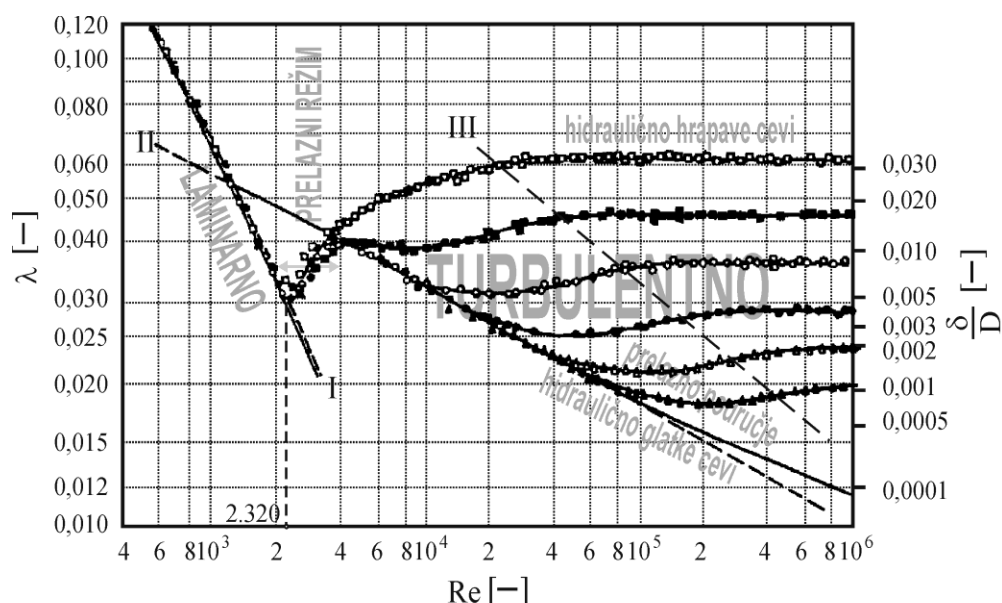
$$\text{Јер је: } Re = \frac{v \cdot D \cdot \rho}{\mu} = \frac{v \cdot D}{\nu}$$

Коефицијент отпора услед трења или краће коефицијент трења при ламинарном режиму струјања флуида, као што се види, зависи само од Рејнолдсовог броја. Овај коефицијент не зависи од релативне храпавости унутрашњих површина цевовода. Експерименти су показали прецизност израза (2.14) па се као таква и користи практично код свих прорачуна у Хидраулици, кад год је у питању ламинаран режим струјања флуида.

2.1.2. Губици енергије услед трења при турбулентном режиму струјања

За разлику од ламинарног режима струјања код кога је израз за коефицијент отпора услед трења изведен теоријским путем, поменут израз за турбулентан режим струјања још увек није утврђен.

Зависност $\lambda = \lambda(R_e, \delta/D)$ код овог режима струјања је изузетно сложена. Утицај R_e броја и храпавости није иста у целом домену R_e бројева и зависи од интензитета турбуленције у струјном току. Зато се коефицијент λ , одређује експериментално или на основу полуемпиријских теорија¹⁵.



Слика 13- Зависност коефицијента отпора услед трења λ од R_e броја и релативне храпавости δ/D код механичких цеви.[2]

За познато стање и врсту цеви из Табеле 1 налази се храпавост, затим се рачуна R_e број и из дијаграма са слике 13 налази се вредност коефицијента отпора услед трења.

¹⁵Бранко Р. Обровић, Слободан Р. Савић; Механика флуида; Крагујевац 2007; страна 320.

2.1.2.1. Губици при струјању кроз хидраулично глатке цеви

Права I (слика 13) одговара ламинарном режиму струјања ($R_e < R_{ekr} = 2320$) за које се коефицијент λ рачуна према обрасцу (2.14).

Део између праве I и II одговара прелазном режиму струјања (прелазна зона) за коју важи да је $R_{ekr} < R_e < 4000$, ову област у принципу треба избегавати и изражава се следећим изразом: [2]

$$\lambda = 0,0025 \cdot R_e^{-3} \quad (2.15)$$

Права II одговара хидрауличким глатким цевима, коефицијент отпора на овој правој најбоље апроксимира Блазиусов образац, тада важи да је $4000 < R_e < 100\,000$: [2]

$$\lambda = \frac{0,3164}{R_e^{0,25}} \quad (2.16)$$

За хидрауличке глатке цеви погодан је за примену Конаковљев образац: [1]

$$\lambda = 1,8 \cdot \log R_e - 1,5 \quad (2.17)$$

Овај образац даје доста добре вредности и за Рејнолдсове бројеве и од неколико милиона.

За турбулентно струјање у хидраулично глатким цевима важи и Прантлов образац: [4]

$$\frac{1}{\lambda} = 2 \cdot \log R_e \cdot \bar{\lambda} - 0,8 = -2 \cdot \log \frac{2,51}{R_e \cdot \bar{\lambda}} \quad (2.18)$$

Где је добијен коришћењем резултата многобројних мерења, и може да се примени за вредности R_e броја без ограничења, све док је дебљина граничног слоја односно подслоја већа од висине неравнине зида цеви. Примена овог обрасца је веома компликована и када се зна R_e број, јер образац не одређује λ у експлицитном облику. [4]

2.1.2.2. Губици при струјању кроз прелазно подручје

За струјну област између правих II и III (слика 13) постоји мноштво образаца за израчунавање. Један од њих се посебно истакао по својој важности, а то је Колбруков и Алтшуљев образац.

Колбрук је објединио Прантлову теорију за хидраулички глатке цеви и формулу Прантл - Никурадзеа за потпуно храпаве цеви: [1]

$$\frac{1}{\lambda} = -2 \cdot \log \cdot \frac{1,46 \cdot \delta}{R_e \cdot \bar{\lambda}} \cdot \frac{\delta}{3,71 \cdot D} \quad (2.19)$$

За ову област Алтшуљ је предложио једноставну формулу: [5]

$$\lambda = 0,1 \cdot \frac{1,46 \cdot \delta}{D} + \frac{100}{R_e}^{0,25} = 0,11 \cdot \frac{\delta}{D} + \frac{68}{R_e}^{0,25} \quad (2.20)$$

2.1.2.3. Губици при струјању кроз потпуно храпаве цеви

Десно од праве III (слика 13), на коефицијент отпора услед трења утиче само храпавост, па су линије које представљају зависност $\lambda = \lambda(R_e, \delta/D)$ хоризонталне, за одређену вредност релативне храпавости.

За ову област хидраулички потпуно храпаве цеви најтачније вредности одређивања коефицијента λ примењује се формула Прантл - Никурадзеа: [1]

$$\lambda = 0,25 \cdot \log \frac{3,71 \cdot D}{\delta}^{-2} \quad (2.21)$$

Шифринсов образац: [1]

$$\lambda = 0,11 \cdot \frac{\delta}{D}^{0,25} \quad (2.22)$$

Образац Никурадзеа: [6]

$$\lambda = 2 \cdot \log \frac{D}{\delta}^{-2} + 1,14 \quad (2.23)$$

Образац Накајама¹⁶: [4]

$$\lambda = \frac{1}{1,74 - 2 \cdot \log 2 \cdot \frac{\delta}{D}^2} \quad (2.24)$$

Примећује се да се цевоводи, такође из претходног обрасца за цевоводе изразито мале храпавости своде на Блазијусов образац (2.16) за хидрауличко глатке цеви.

¹⁶Накајамин образац је Накајама (Yasuki Nakayama) објавио у својој књизи „Introduction to Fluid Mechanics“ не наводивши име научника који је дошао до овог обрасца.

2.1.2.4. Хидрауличке глатке и храпаве цеви

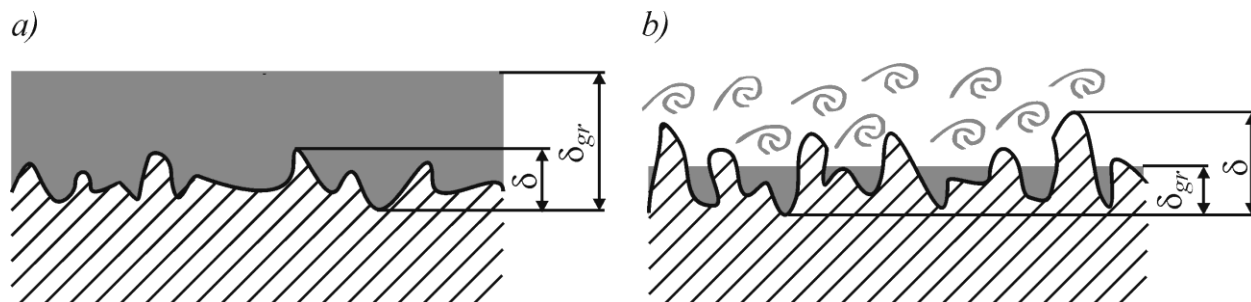
Све техничке цеви су мање или више храпаве, при чему се храпавост зида највише мења по његовој дужини. У хидраулици се под апсолутном храпавошћу δ подразумева средња вредност висина неравнина унутрашњих површина зида цеви. Ова храпавост зависи од врсте цеви, начина израде, материјала и стања унутрашње површине. У табели 1 дате су вредности апсолутне храпавости цеви које се најчешће користе у техничкој пракси.

Табела 1- Храпавост цеви.[1]

ВРСТА ЦЕВИ, МАТЕРИЈАЛ И СТАЊЕ	АПСОЛУТНА ХРАПАВОСТ $\delta(\text{mm})$
1. ВУЧЕНЕ - БЕШАВНЕ ЦЕВИ	
Технички глатке цеви, цеви од бакра, месинга или стакла	0,0015
Нове челичне цеви	0,002 - 0,100
Челичне цеви чишћене после дуже употребе	0,15 - 0,40
Челичне битуминизирани цеви	0,40
Зарђале челичне цеви	0,40
Јако зарђале челичне цеви	3,00
Челичне цеви за нафтоводе	0,20
Челичне цеви за водове	1,20 - 1,50
2. ВАРЕНЕ - ШАВНЕ ЦЕВИ	
Нове челичне цеви, или старе у врло добром стању	0,40 - 0,10
Нове битуминизирани челичне цеви	0,05
Употребљаване битуминизирани челичне цеви у добром стању	0,10 - 0,15
Дуго употребљаване челичне цеви	0,50
Јаче зарђале челичне цеви	1,00 - 1,50
Веома зарђале челичне цеви	2,00 - 4,00
3. ПОЦИНКОВАНЕ ЧЕЛИЧНЕ ЦЕВИ	
Равномерно поцинковане нове челичне цеви за гасоводе итд.	0,05 - 0,10
Обично поцинковане нове челичне цеви за гасоводе итд.	0,10 - 0,15
Грубо поцинковане нове челичне цеви за водове	0,50
4. ЦЕВИ ОД ЛИВЕНОГ ГВОЖЂА	
Нове цеви од ливеног гвожђа	0,25 - 1,00
Нове битуминизирани цеви од ливеног гвожђа	0,10 - 0,15
Водоводне употребљаване цеви	1,00 - 1,50
Зарђале очишћене цеви	0,30 - 1,50
Јако зарђале цеви	2,00 - 4,00
5. БЕТОНСКЕ И ДРУГЕ ЦЕВИ	
Глачане бетонске цеви	0,30 - 0,80
Наглачане бетонске цеви	1,30 - 3,00
Грубо обрађене бетонске цеви	3,00 - 9,00
Нове азбестно - цементне цеви	0,05 - 1,00
Дрвено фино - обрађене цеви	0,15
Дрвене обично - обрађене цеви	0,30
Керамички обрађене цеви	0,45 - 6,00
Глазиране канализационе цеви	0,25 - 6,00

Међутим појам хидраулички глатке и храпаве цеви је реалан, јер једна те иста цев може да се понаша као глатка и као храпава. То зависи од међусобних односа храпавости δ и дебљине граничног слоја δ_{gr} , односно од дебљине ламинарног подслоја δ'_{gr} . Ако је $\delta > \delta_{gr}$, цев се понаша као храпава, односно за $\delta < \delta_{gr}$, као глатка. Па је у првом случају цев хидраулички храпава, а у другом случају хидраулички глатка.¹⁷

На слици 14 приказан је утицај храпавости зида цеви на струјање.



Слика 14- Утицај храпавости зида цеви на струјање[2]

При релативно малим Рејнолдсовим бројевима следује да је дебљина δ_{gr} ламинарног граничног слоја релативно велика. Ако је при томе $\delta_{gr} > \delta$ (слика 14а) цев је хидраулички глатка. И при турбулентном режиму струјања, при мањим брзинама, ламинарни гранични подслој је довољно дебео да прекрива све неравнине. Оне не задиру у турбулентно језгро и не изазивају стварање вртлога - вихора који условљавају допунски губитак струјне енергије. Велики део течности струји преко овог подслоја, па губитак енергије зависи само од својства течности. У том случају коефицијент отпора услед трења λ је функција само од Рејнолдсовог броја, а релативна храпавост нема утицаја на овај коефицијент. Такав је био случај и код ламинарног режима струјања течности.

Са порастом Re броја, дебљина граничног слоја, као и дебљина вискозног слоја код турбулентног режима струјања опада и ако се оствари да је $\delta'_{gr} < \delta$ цев је хидраулички (турбулентно) храпава (слика 14б). У овом случају гранични слој не прекрива неравнине, већ оне задиру у турбулентно језгро и ремеће га изазивајући врложење - вихорење течности. Према томе коефицијент отпора услед трења код турбулентног режима струјања зависи и од Re броја и од релативне храпавости δ/D зида цеви.

Коефицијент отпора услед трења при турбулентном режиму струјања може да зависи:

- само од Re броја,
- од Re броја и релативне храпавости δ/D или
- само од релативне храпавости δ/D .

¹⁷Бранко Р. Обровић, Слободан Р. Савић; Механика флуида; Крагујевац 2007; страна 317.

2.2. Локални губици притисака

Локални губици настају на местима промене величине и облика проточних површина. Јављају се на следећим местима хидрауличних система: нагло проширење, нагло сужење, рачва, кривина и у различитим хидрауличним компонентама, као што су: усисне корпе, славине, засуни, вентили, пригушници итд.[2]

Пад притисака услед локалних губитака, без обзира на врсту локалних отпора, одређује се изразом:

$$\Delta p_{vl} = \xi \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \quad (2.25)$$

Где су:

$\xi[-]$ - коефицијент одговарајућег локалног отпора и

$v[m/s]$ - карактеристична брзина (непосредно испред или иза локалног отпора).

3. Лабораторијско мерење успутних губитака притисака

3.1. Опис постројења

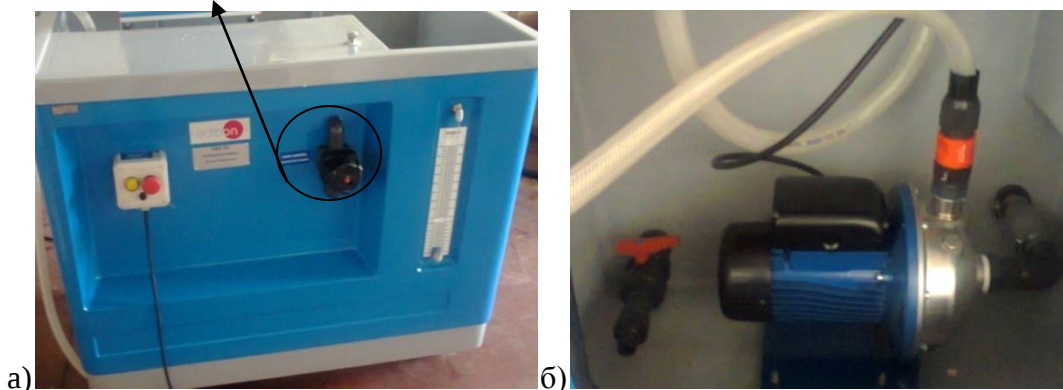
Експериментално лабораторијско мерење је извршено на дидактичкој опреми за хидраулику, произвођач опреме је фирма EDIBON, Шпанија, у лабораторији Катедре за енергетику и процесну технику на Факултету инжењерских наука у Крагујевцу.

На шеми 15 - 18 приказано је постројење за мерење успутних губитака при различитим режимима струјања.

Постројење за мерење успутних губитака састоји се од две јединице:

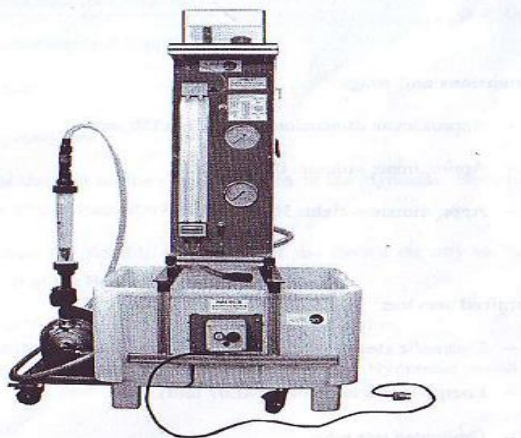
- Хидрауличног стола (Hydraulic Bench FME000) (слика 15) и
- Подсистема за мерење губитака у цевима (Energy losses in pipes) (слика 16).[7]

Вентил за регулацију протока



Слика 15- а)Хидраулички сто, б) циркулациона центрифугална пумпа[7]

Хидраулички сто садржи центрифугалну пумпу која из резервоара шаље воду у систем. Центрифугална пумпа (слици 15-б) се активира помоћу прекидача, па флуид струји према резервоару. Вентилом са слике 15 - а) подешавамо проток течности. [7]



Слика 16- Подсистем за мерење губитака у цевима



а)



б)

Слика 17- Детаљ FME07



Слика 18- Детаљ FME07

Вентил за
подешавање режима
струјања

3.2. Експериментално одређивање губитака притисака и коефицијента трења при ламинарном режиму струјања

У овом делу рада описане су радне карактеристике флуида при ламинарном режиму струјања које су приказане у табели 5.

У табели 2 и 4 приказани су полазни подаци и експериментално добијене вредности, респективно.

Табела 2- Полазни подаци

Густина воде $\rho(\text{kg/m}^3)$	Кинематска вискозност $\nu(\text{mm}^2/\text{s})$	Унутрашњи пречник цеви $d(\text{mm})$	Дужина цеви $l(\text{mm})$	Температура $t(^{\circ}\text{C})$
1000	1,053	4	500	18

На основу полазних података усвојених за дати систем (табела 2), рачунају се вредности пада притисака при ламинарном режиму струјања. Усвојена вредност кинематске вискозности из табеле 2 зависи од избора радне температуре (табела 3). Усвојеној радној температури воде од 18°C одговара вредност кинематске вискозности од $1,053 \text{ mm}^2/\text{s}$.

Табела 3- Вредности кинематске вискозности воде

$\nu(\text{mm}^2/\text{s})$	1,163	1,106	1,053	1,0038	0,914
$T(^{\circ}\text{C})$	14	16	18	20	24

Поред усвојених вредности пречника, дужине цевовода као и густине радног флуида (табела 2) у једначини (2.1) фигуришу и брзина као и коефицијент трења успутних губитака.

Брзину струјања добијамо као однос запремине течности која у јединици времена протекне кроз проточну површину цевовода:

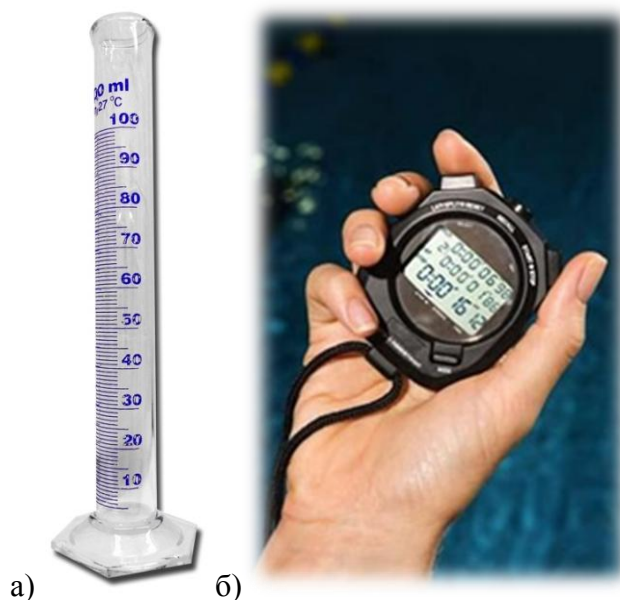
$$Q = \frac{V}{t} \rightarrow v = \frac{\frac{V}{t}}{A} \rightarrow \frac{V}{t \cdot A} \quad v = \frac{V}{t \cdot A} \quad (2.26)$$

Проток је мерен запреминском методом који подразумева мерење времена потребног да се у неки суд прихвати одређена запремина радне течности (воде).

Табела 4- Мерење протока запреминском методом

Запремина течности $V[\text{ml}]$	Време $t[\text{s}]$	$Q(\text{m}^3/\text{s})$
100	56	$1,786 \cdot 10^{-6}$
100	31	$3,226 \cdot 10^{-6}$
100	19,22	$5,203 \cdot 10^{-6}$
100	16,73	$5,977 \cdot 10^{-6}$

У табели 4 приказане су вредности добијених протока за четири положаја вентила са слике 15-а.



Слика 19- а)Мензура за мерење запремине течности, б)хронометар за мерење времена

На основу приказаног протока и пречника цевовода приступа се прорачуну средње вредности брзине за свако извршено мерење.

На основу добијене брзине приступа се прорачуну вредности Рејнолдсовог броја (једначина 1.23) који је показатељ режима струјања. Вредност Рејнолдсовог броја мора бити мања од критичне вредности Рејнолдсовог броја за ламинаран режим струјања.

На основу утврђеног режима струјања даље се приступа избору одговарајуће једначине за прорачун коефицијента трења успутних губитака (једначина 2.14. Стоксова).

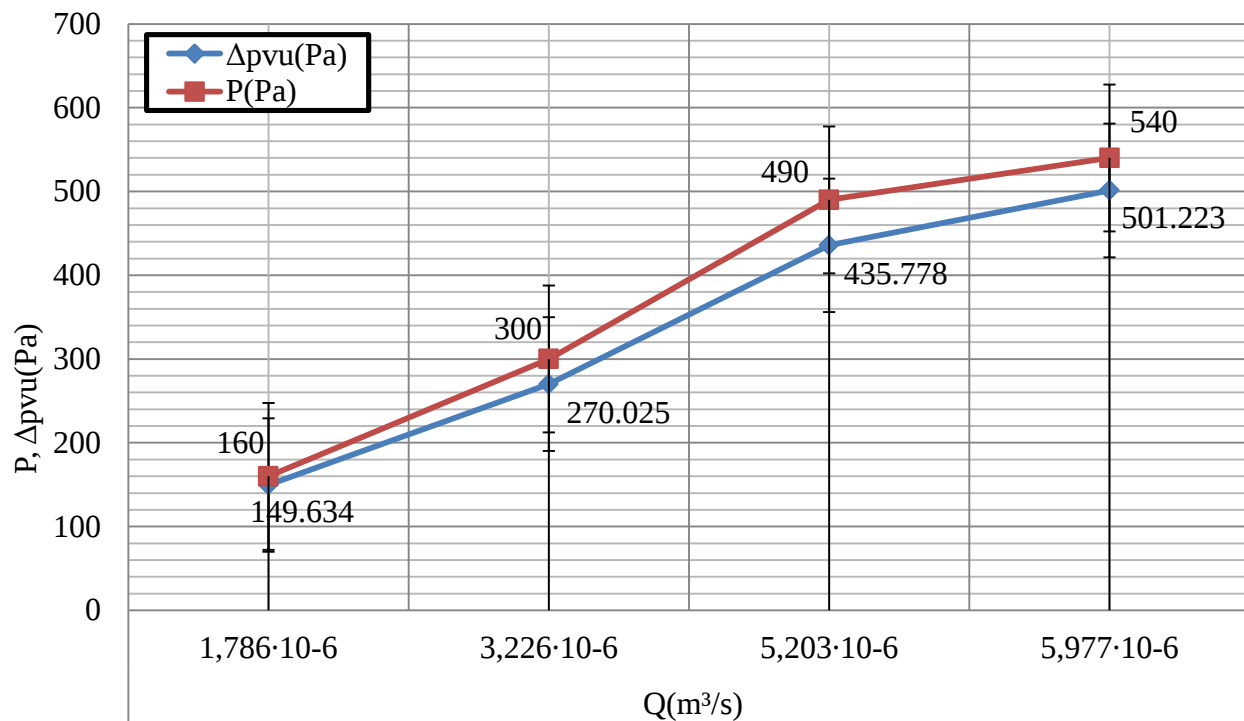
У табели 5 (колона 7) приказане су теоријски добијене вредности падова притисака у анализираној деоници цевовода за израчунавање вредности коефицијената трења успутних губитака (колона 4), приказане су и вредности експериментално добијених падова притисака као и одступање експерименталних од теоријско добијених вредности (колона 8 и 9, респективно).

Табела 5- Вредности теоријско и експериментално добијених падова притисака

Q (m ³ /s)	v (m/s)	Re (-)	λ (-)	P ₁ [mmH ₂ O]	P ₂ [mmH ₂ O]	Δp_{vu_T} (Pa)	ΔP_e (Pa)	Δ (Pa)	Δ (%)
1,786·10 ⁻⁶	0,142	539,801	0,119	64	80	149,634	160	10,336	6
3,226·10 ⁻⁶	0,257	976,258	0,066	56	86	270,025	300	29,975	11
5,203·10 ⁻⁶	0,414	1,573·10 ³	0,041	41	90	435,778	490	54,22	12
5,977·10 ⁻⁶	0,475	1,804·10 ³	0,035	39	93	501,223	540	38,777	7

Последња колона (Таб. 5) представља процентуално одступање измерених вредности од теоретски добијених вредности (слика 20). Може се закључити да је тачност мерења у границама од 88 - 94%.

На слици 20 приказан је дијаграм вредности притисака при ламинарном режиму струјања.



Слика 20- Вредности притисака при ламинарном струјању

3.3. Експериментално одређивање губитака притисака и коефицијента трења при турбулентном режиму струјања

Турбулентно струјање подразумева вредност Рејнолдсовог броја већег од критичне вредности Рејнолдсовог броја ($Re_{кр}=2320$).

Избор режима струјања код опреме за мерење губитака у цевима врши се одговарајућим вентилом (слика 18).

За мерење губитака при турбулентном режиму струјања користе се исте вредности полазних података као и код ламинарног режима струјања (табела 2).

Промена протока која се мери запреминском методом врши се вентилом приказаним на слици 15-а. Вредности добијених протока приказани су у табели 6.

Табела 6- Вредности протока добијени запреминском методом

Запремина течности V [ml]	Време t[s]	Q(m ³ /s)
300	3,21	$9,346 \cdot 10^{-5}$
300	2,94	$1,02 \cdot 10^{-4}$
300	2,4	$1,25 \cdot 10^{-4}$
300	2,1	$1,429 \cdot 10^{-4}$

Добијене вредности брзина према једначини (2.26) приказане су у табели 7.

Добијене вредности Рејнолдсових бројева потврђују постојање турбулентног режима струјања, па стим у вези коефицијент трења успутних губитака се рачуна по Блазиусовој једначини (2.16).

Вредности коефицијента трења приказани су у табели 7.

Табела 7- Вредности теоријско и експериментално добијених падова притисака

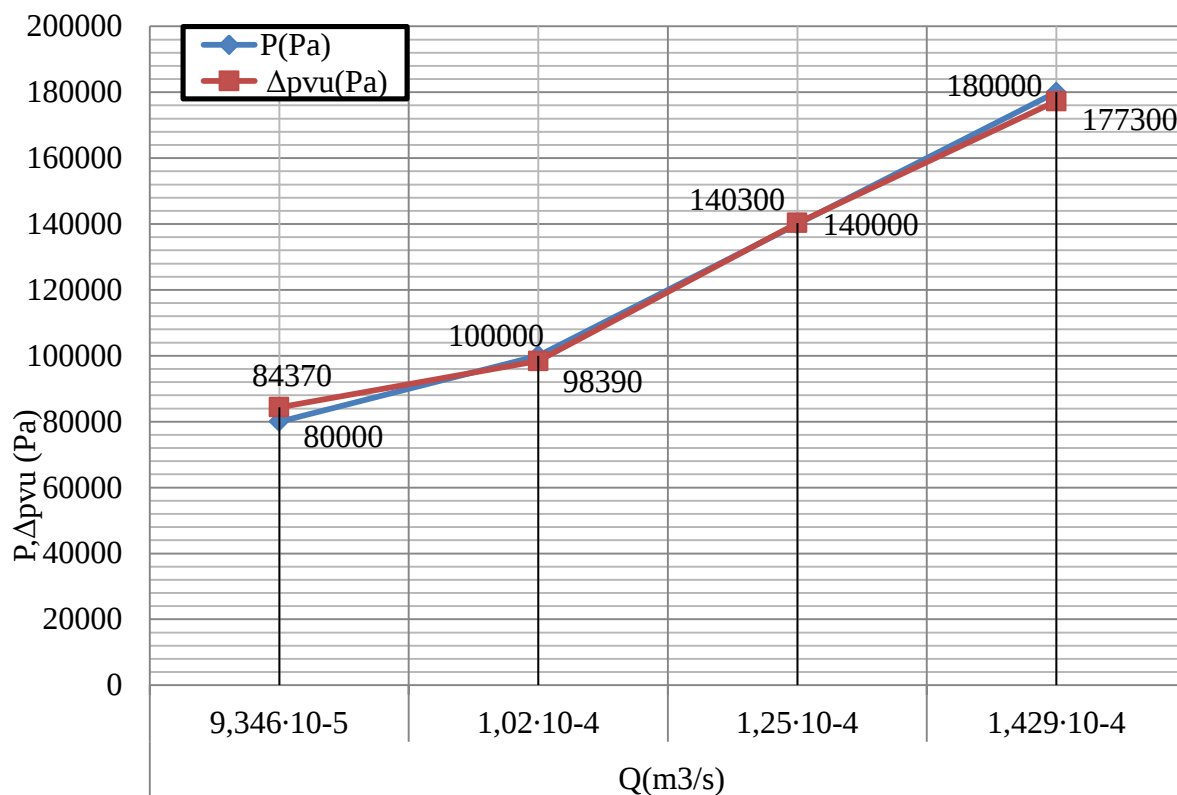
Q (m ³ /s)	v (m/s)	Re (-)	λ (-)	P ₁ [bar]	P ₂ [bar]	Δp_{vu} (Pa)	P (Pa)	Δ (Pa)	Δ (%)
$9,346 \cdot 10^{-5}$	7,437	$2,825 \cdot 10^4$	0,024	1,85	2,65	84370	80000	4370	0,2
$1,02 \cdot 10^{-4}$	8,12	$3,085 \cdot 10^4$	0,024	1,25	2,25	98390	100000	1610	1,6
$1,25 \cdot 10^{-4}$	9,947	$3,779 \cdot 10^4$	0,023	0,7	2,1	140300	140000	300	0.214
$1,429 \cdot 10^{-4}$	11,368	$4,318 \cdot 10^4$	0,022	0,1	1,9	177300	180000	2700	1.5

У табели 7 приказане су прорачуном добијене вредности падова притисака за различите вредности протока при турбулентном режиму струјања.

Приказано је и експериментално добијена вредност пада притисака за исте вредности протока као и одступање експерименталних од теоријски добијених вредности притисака.

Последња колона (Таб.7) представља процентуално одступање измерених вредности од теоријски добијених вредности, па се може закључити да је тачност мерења 98,4 - 99,8% (слика 21).

На слици 21 приказан је дијаграм вредности притисака при турбулентном режиму струјања.



Слика 21- Вредности притисака при турбулентном струјању

На дијаграму са слике 21 плавом линијом приказана је измерена вредност разлика притисака на почетку и на крају анализираног цевовода за четири вредности изабраних протока.

Црвеном линијом су приказани теоријски добијени подаци за исти цевовод за исте четири вредности притисака.

На апсцисној оси приказане су вредности протока за дати положај вентила са слике 15-а, а на ординати вредности притисака.

ЗАКЉУЧАК

У овом раду извршено је мерење успутних губитака притисака при различитим режимима струјања (ламинарно и турбулентно) мерење је вршено на дидактичкој опреми за хидраулику.

Извршено је поређење експерименталних добијених података са теоретски добијеним вредностима падова притисака за ламинарни и турбулентни режим струјања. На основу добијених резултата утврђена је тачност мерења која за ламинарно струјање износи од 88 - 94%, а за турбулентни режим од 98,4 - 99,8%.

Све то оправдава коришћење наведених израза за одређивање коефицијента трења при ламинарном и турбулентном режиму струјања у инжењерској пракси.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бранко Р. Обровић, Слободан Р. Савић.: Механика флуида, Машински факултет у Крагујевцу, 2007.
- [2] Душан Гордић.: Пренос снаге флуидом - Хидраулика, Машински факултет у Крагујевцу, 2007
- [3] Душан Гордић; предавање Пренос снаге флуидом; Крагујевац 2007
- [4] Nakayama Y., Boucher R. F.: Introduction to Fluid Mechanics, Butterworth-Hinemann, Oxford, 2000.
- [5] Миловановић Д.: Основи транспорта цевима (СКРИПТА), Машински факултет Крагујевац, 2008
- [6] Ашковић Т., Ашковић П.: Хидраулика и пнеуматика, Машински факултет Београд, 1994.
- [7] Edibon; Energy Loss – PRACTICAL EXERCISES MANUAL; 2013

ПРИЛОГ

Прорачун успутних губитака теоријским путем добијено је израдом у програму за математичко израчунавање "Mathcad14".

ZAVRŠNI RAD - PRORAČUN

$$V := 100 \text{ ml} \quad 100 \cdot 10^{-6} = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$V := 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$t := 56 \text{ s}$$

$$Q := \frac{V}{t} \quad Q = 1.786 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$d := 0.004 \text{ mm}$$

$$Q \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right)$$

$$v := \frac{Q}{\frac{d^2 \cdot \pi}{4}} \quad v = 0.142 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$A := \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \quad A = 1.257 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$v := 1.053 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$Re := \frac{v \cdot d}{\nu} = 539.801$$

$$l := 0.5 \text{ m}$$

$$M := 80 - 64 = 16 \text{ mmH}_2\text{O}$$

$$\rho := 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$M \cdot 10^{-4} \cdot 10^5 = 160 \text{ Pa}$$

$$\lambda := \frac{64}{Re} \quad \lambda = 0.119$$

$$\Delta p_{vu} := \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}$$

$$\Delta p_{vu} = 149.634 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{vu} := \Delta p_{vu} \cdot 10^{-5} \cdot 10^4 = 14.963 \text{ mmH}_2\text{O}$$

$$Q_2 := \frac{1 \cdot 10^{-4}}{31} = 3.226 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$v_2 := \frac{3.226 \cdot 10^{-6}}{A} = 0.257 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re := \frac{0.257 \cdot 0.004}{1.053 \cdot 10^{-6}} = 976.258$$

$$\lambda := \frac{64}{Re} = 0.066$$

$$\Delta p_{vu} := \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} = 270.025 \text{ Pa}$$

$$M_2 := 86 - 56 = 30 \text{ mmH}_2\text{O}$$

$$M_2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^5 = 300 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{vu} := \Delta p_{vu} \cdot 10^{-5} \cdot 10^4 = 27.003 \text{ mmH}_2\text{O}$$

$$Q_3 := \frac{1 \cdot 10^{-4}}{19.22} = 5.203 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$v_3 := \frac{5.203 \cdot 10^{-6}}{1.257 \cdot 10^{-5}} = 0.414 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re_{kr} := 2320$$

$$Re_{kr} > Re$$

$$Re := \frac{0.414 \cdot 0.004}{1.053 \cdot 10^{-6}} = 1.573 \times 10^3$$

$$\lambda_{\text{zv}} := \frac{64}{\text{Re}} = 0.041$$

$$\Delta p_{\text{vz}} := \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \rho \cdot \frac{v_3^2}{2} = 435.778 \text{ Pa}$$

$$M_3 := 90 - 41 = 49 \text{ mmH}_2\text{O}$$

$$M_3 \cdot 10^{-4} \cdot 10^5 = 490 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{\text{vz}} := \Delta p_{\text{vz}} \cdot 10^{-5} \cdot 10^4 = 43.578 \text{ mmH}_2\text{O}$$

$$Q_4 := \frac{1 \cdot 10^{-4}}{16.73} = 5.977 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$v_4 := \frac{5.977 \cdot 10^{-6}}{0.00001257} = 0.475 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Re} := \frac{0.475 \cdot 0.004}{0.000001053} = 1.804 \times 10^3$$

$$\lambda_{\text{zv}} := \frac{64}{\text{Re}} = 0.035$$

$$M_4 := 93 - 39 = 54 \text{ mmH}_2\text{O}$$

$$M_4 \cdot 10^{-4} \cdot 10^5 = 540 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{\text{vz}} := \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \rho \cdot \frac{v_4^2}{2} = 501.223 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{\text{vz}} := \Delta p_{\text{vz}} \cdot 10^{-5} \cdot 10^4 = 50.122 \text{ mmH}_2\text{O}$$

$$V_1 := 300 \text{ ml} \quad V_1 \cdot 10^{-6} = 3 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$V_{t_1} := 3 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$t_5 := 3.21 \text{ s}$$

$$Q := \frac{V_{t_1}}{t_5} = 9.346 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$v := \frac{Q}{A} = 7.437 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Re} := \frac{v \cdot d}{\nu} = 2.825 \times 10^4$$

$$\lambda := \frac{0.3164}{\sqrt[4]{\text{Re}}} = 0.024$$

$$\Delta p_{vu} := \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = 8.437 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{vu} := \Delta p_{vu} \cdot 10^{-5} = 0.844 \text{ bar}$$

$$M_{t_1} := 2.65 - 1.85 = 0.8 \text{ bar}$$

$$M_{t_1} \cdot 10^5 = 8 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$Q := \frac{V_{t_1}}{2.94} = 1.02 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$v := \frac{Q}{A} = 8.12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Re}_{kr} < \text{Re}$$

$$\text{Re} := \frac{v \cdot d}{\nu} \quad \text{Re} = 3.085 \times 10^4$$

$$\lambda := \frac{0.3164}{\sqrt[4]{\text{Re}}} = 0.024$$

$$\Delta p_{vu} := \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = 9.839 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{vu} := \Delta p_{vu} \cdot 10^{-5} = 0.984 \text{ bar}$$

$$M_{t_2} := 2.25 - 1.25 = 1 \text{ bar}$$

$$\underline{\underline{Q}} := \frac{V_{t1}}{2.4} = 1.25 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\underline{\underline{v}} := \frac{Q}{A} = 9.947 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\underline{\underline{Re}} := \frac{v \cdot d}{\nu} = 3.779 \times 10^4$$

$$\underline{\underline{\lambda}} := \frac{0.3164}{\sqrt[4]{Re}} = 0.023$$

$$\underline{\underline{\Delta p_{vu}}} := \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = 1.403 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\underline{\underline{\Delta p_{vu}}} := \Delta p_{vu} \cdot 10^{-5} = 1.403 \text{ bar}$$

$$M_{t3} := 2.1 - 0.7 = 1.4 \text{ bar}$$

$$M_{t3} \cdot 10^5 = 1.4 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$1.403 \cdot 10^5 - 1.4 \cdot 10^5 = 300 \text{ Pa}$$

$$\underline{\underline{Q}} := \frac{V_{t1}}{2.1} = 1.429 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\underline{\underline{v}} := \frac{Q}{A} = 11.368 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\underline{\underline{Re}} := \frac{v \cdot d}{\nu} = 4.318 \times 10^4$$

$$\underline{\underline{\lambda}} := \frac{0.3164}{\sqrt[4]{Re}} = 0.022$$

$$\underline{\underline{\Delta p_{vu}}} := \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = 1.773 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\underline{\underline{\Delta p_{vu}}} := \Delta p_{vu} \cdot 10^{-5} = 1.773 \text{ bar}$$

$$M_{t4} := 1.9 - 0.1 = 1.8 \text{ bar}$$

$$M_{t4} \cdot 10^5 = 1.8 \times 10^5 \text{ Pa}$$