

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Мастер академске студије

Модул: Машинске конструкције и механизација

Предмет: Металне конструкције

Број индекса: 343/2016

Дубравка М. Турнић

**Гранична стања танкозидних челичних
конструкција према ЕВРОКОДУ**

-Мастер рад-

Комисија за преглед и одбрану:

1. Проф. др Весна Марјановић - ментор

2. _____

3. _____

**Датум
одбране: _____**

Оцена: _____

Резиме

У оквиру задатка је објашњења примена челичних конструкција и њихова чврстоћа и стабилност . Детаљније је теоријски објашњен прорачун танкозидних челичних конструкција према Еврокоду. На крају је дат пример прорачуна секторских карактеристика једног танкозидног профила и одређивање нормалних и смицајних напона конзоле оптерећене на спречено увијање и сложено напрезање.

Summary

Within task was explained use of steel constructions and their reliability. The calculation of thin-walled steel structures according to Eurocode is theoretically explained in more detail. In the end is an example of the calculation of the sector characteristics of the thin-walled profile and the control of the bearing capacity of the most loaded cross-section due to complex stress.

Садржај

1. Увод.....	1
2. Поузданост конструкција.....	3
3. Методе парцијалних вредности – метода парцијалних коефицијената.....	6
4. Прорачун према Еврокоду.....	13
5. Класификација попречних пресека.....	15
6. Торзија.....	17
6.1. Униформна торзија.....	17
6.2. Неуниформна торзија.....	19
6.3. Комбинована торзија.....	20
6.4. Прорачун торзије према Еврокоду.....	21
7. Комбинована напрезања.....	23
7.1. Савијање и смицање.....	23
7.1.1. Пластична анализа-пресеци класе 1 и 2.....	24
7.1.2. Еластична анализа-пресеци класе 3 и 4.....	27
7.2. Савијање и аксијална сила.....	27
7.2.1. Пласстична анализа-пресеци класе 1 и 2.....	27
7.2.2. Еластична анализа-пресеци класе 3 и 4.....	31
7.3. Косо савијање.....	31
7.4. Савијање, смицање и аксијална сила.....	33
7.5. Смицање и торзија.....	34
7.6. Савијање, смицање и торзија.....	35
8. Пример.....	37
8.1. Прорачун секторских карактеристика танкозидног профила.....	37
8.2. Одређивање напонско деформацијског стања конзоле оптерећене силом на крају.....	54
9. Закључак.....	63
10. Литература.....	64

1. Увод

Прописи, прорачун и пројектовање конструкција нису појмови који су били познати првим градитељима и конструкторима, што им није сметало да подигну грађевине којима се и данас дивимо. Углавном су били вођени интуицијом, примерима из природе, пропорцијама и сличношћу, а потом и искуством. Управо то искуство доводи до примене првих рачунских метода. Крајем деветнаестог века установљен је математички апарат за моделирање понашања челичних конструкција. Имајући у виду да се челик до достизања границе развлачења понаша по Хуковом закону као идеално еластичан материјал, достизање напона на граници развлачења означено је као почетак лома конструкције, односно као критеријум за њено димензионисање. На овој претпоставци заснована је теорија допуштених напона која је уз одређене модификације, деценијама била незаменљив ослонац свим конструкторима. Суштина концепта допуштених напона је у ограничењу максималних напона који се услед реалних оптерећења јављају у елементима конструкције на домен еластичног понашања. Наиме, прописани су јединствени коефицијенти сигурности чије вредности зависе од случаја оптерећења и на основу којих се одређују допуштени напони. Вредности коефицијента сигурности а самим тим и допуштених напона су одређене на основу дугогодишњег искуства у изградњи објеката са носећим челичним конструкцијама. Дефинисана су три случаја оптерећења : [1,3]

1. Основно оптерећење
2. Основно + допунско оптерећење
3. Основно + допунско + изузетно оптерећење.

За које су прописане различите вредности коефицијента сигурности.

Вредности коефицијента сигурности се смањују са смањењем вероватноће појаве комбинација дејстава карактеристичних за разматрани случај оптерећења. Стога је вредност коефицијента сигурности највећа за основно оптерећење чије је деловање на конструкцију готово извесно или веома вероватно током дужег временског периода, а најмање за трећи случај оптерећења у који спадају изузетна оптерећења (сеизмика, удар возила, пожар ..) која се могу а и не морају јавити током животног века једне конструкције.

Концепт допуштених напона је до недавно био присутан и у стандардима за прорачун носећих челичних конструкција у нашој земљи. Упркос дугогодишњој доброј пракси у пројектовању челичних конструкција у читавом свету, концепт допуштених напона је почео да се напушта, пре свега због тежње грађевинских конструктора да се што више приближе реалном понашању челичних конструкција. Ако се има у виду и напредак у теоријским дисциплинама али и бројна експериментална испитивања која су спроведена

широм света, онда је сасвим разимљиво зашто је последњих тридесетак година у најразвијенијим земљама Европе и света концепт допуштених напона напуштен.

Нова ера припада методама прорачуна које се ослањају на стохастичну природу случајних променљивих и теорију вероватноће. Већина променљивих величина које фигуришу у прорачуну конструкција као што су оптерећења својства материјала и геометријски подаци, су стохастичне величине и подлежу законима вероватноће. Све ове величине треба увести у прорачун помоћу одговарајућих криви расподела, а крајњи циљ је да се покаже да је остварен одговарајући степен сигурности, односно да је вероватноћа да ће доћи до отказа конструкције задовољавајуће мала. Примена оваквих прорачуна је веома сложена и захтевна, па као таква није примерена инжењерској пракси. Стога је извршено поједностављење тако што је претпостављено да све величине које се користе у прорачуну подлежу истом закону вероватноће. Овакве методе прорачуна се називају полу-пробаблистичке и данас су основа за већину савремених прописа за прорачун конструкције, па тако и Еврокодова за конструкције који се примењују у свим земљама чланице Европске уније, а од недавно и у нашој земљи. Еврокодovi представљају фамилију европских стандарда за прорачун грађевинских конструкција, којима су обухваћена дејства на конструкције као и прорачун конструкција од различитих материјала. Према садржини подељени су на десет делова:

- Еврокод 0 - Основе пројектовања конструкција
- Еврокод 1 – Дејства на конструкције
- Еврокод 2 – Пројектовање бетонских конструкција
- Еврокод 3 – Пројектовање челичних конструкција
- Еврокод 4 – Пројектовање спрегнутих конструкција од челика и бетона
- Еврокод 5 – Пројектовање дрвених конструкција
- Еврокод 6 – Пројектовање зиданих конструкција
- Еврокод 7 – Геотехничко пројектовање
- Еврокод 8 – Пројектовање сеизмички отпорних конструкција
- Еврокод 9 – Пројектовање алуминијумских конструкција

Треба истаћи да Еврокод пружа могућности инжењерима да у потпуности искористе еласто-пластична дејства челика као материјала и прецизно утврде носивост попречних пресека или елемената, узимајући у обзир и пост-еластично понашање. Дакле, понашање конструкције се више не ограничава на еластичну област, већ се анализира њено понашање све до достизања граничног стања носивости или употребљивости. Граничним стањима се називају она стања конструкције чијим прекорачењем конструкција престаје да испуњава прописане услове носивости или употребљивости.

У Еврокоду се дакле примењује метода граничних стања, заснована на полу-пробаблистичком концепту прорачуна. Примена оваквих метода прорачуна омогућава пројектовање рационалнијих челичних конструкција.

2. Поузданост конструкција

Да би се конструкција могла сматрати поузданом она мора да прихвати сва дејства и утицаје који ће се јавити током њеног животног века и да при том остане подобна за употребу за коју је намењена. Основни задатак грађевинских инжењера је да њихове конструкције буду пројектоване и изведене тако да са задовољавајућим степеном сигурности и економично испуњавају све захтеване услове током животног века. Стога се може рећи да поузданост конструкција обухвата три појма: [1]

- Сигурност
- Функционалност
- Трајност.

Конструкција као прво треба да испуни све услове сигурности који су тесно повезани са њеном носивости, односно способности да се одупре свим дејствима за која се очекује да ће се јавити током њене изградње и експлоатације. Ови услови могу да се квантификују одговарајућим прорачунском доказима којима се показује да конструкција поседује задовољавајући степен сигурности. Поред тога, да би одговорила свим захтевима који се односе на функционисање објекта као целине, или неког његовог дела, конструкција треба да испуни и све критеријуме функционалности који се од ње захтевају. Ови услови зависе од врсте објекта, али и од типа елемента конструкције. Најчешће се односе на деформације или вибрације конструкције као целине и њених појединачних елемената. Важност ових услова није ништа мања од услова сигурности и они су дефинисани, или у одговарајућим прописима или пројектним задатком. На трајност конструкције, поред пројектовања којим се обезбеђује правилан и квалитетан избор материјала и конструкцијско обликовање детаља, утичу и квалитет извођачких радова, надзор при изградњи, услови средине и програм одржавања. Код челичних конструкција највећи проблеми у погледу трајности могу се очекивати од корозије и замора материјала.

Савремени прописи за прорачун конструкција какав је и Еврокод, пружају могућност за примену различитих нивоа поузданости. Избор нивоа поузданости зависи према томе од:

- Узрока и начина достизања граничног стања
- Последица лома у погледу ризика живота и повреда људи, као и потенцијалних економских губитака.
- Трошкова и поступака неопходних за смањење ризика појаве лома.

Имајући у виду наведене параметре Еврокод дефинише три различите класе према последицама **СС** у циљу разликовања нивоа поузданости, а на основу разматрања последица лома, или незадовољавајућег функционисања конструкције. Дефиниција ових класа је описана у табели 1.

Табела 1 - Дефиниција класа према последицама[1]

Klasa prema posledicama	Opis	Primeri zgrada i drugih građevinskih objekata
CC3	Velike posledice za gubitak ljudskih života, ili vrlo velike ekonomske i socijalne posledice, ili posledice po sredinu.	Tribine, javni objekti, objekti od vitalnog društvenog značaja kod kojih su posledice loma velike (na primer, koncertne i sportske dvorane, stadioni, termo i hidro elektrane,...)
CC2	Srednje posledice za gubitak ljudskih života, značajne ekonomske i socijalne posledice, ili posledice po sredinu.	Stambene i administrativne zgrade, javne zgrade, kod kojih su posledice loma srednje
CC1	Male posledice za gubitak ljudskih života, kao i male ili zanemarljive ekonomske i socijalne posledice, ili posledice po sredinu.	Poljoprivredne zgrade u koje ljudi normalno ne ulaze (na primer, zgrade za skladištenje), staklene bašte

Директно у вези са класама према последицама, дефинисане су и класе поузданости **RC** које помоћу индекса поузданости β утичу на ниво сигурности. Препоручене минималне вредности индекса сигурности β за гранична стања носивости и то за различите класе поузданости су приказане у табели 1.2.

Табела 2 – Препоручене минималне вредности индекса поузданости β за гранична стања носивости[1]

Klasa pouzdanosti	Minimalne vrednosti indeksa pouzdanosti β	
	Referentni period od 1 godine	Referentni period od 50 godina
RC3 (CC3)	5,2	4,3
RC2 (CC2)	4,7	3,8
RC1 (CC1)	4,2	3,3

2.1. Методе поузданости

У зависности од сложености анализе и критеријума сигурности могу се разликовати четири нивоа: [1]

- Ниво 4 – најсложенија метода код које се врши поступак оптимизације према теорији сигурности уз прописану вероватноћу отказа, а одлука о нивоу сигурности зависи од прописане функције циља
- Ниво 3 – потпуно пробаблистичка метода код које се такође прописује вероватноћа отказа, а за све основне променљиве величине се захтева густина вероватноће
- Ниво 2 – пробаблистичка метода која се ослања на приближне методе, у којој се прописује индекс поузданости β , а све основне променљиве морају да буду представљене средњом вредношћу μ и стандардном девијацијом σ
- Ниво 1 – полу-пробаблистичка метода прорачуна у којој се на основу прописаног индекса поузданости β калибришу парцијални коефицијенти за утицаје услед дејства и за носивост.

Потпуно пробаблистичке методе пружају конкретан одговор на проблем поузданости. Међутим, због, уобичајеног недостатка статистичких података ретко се примењују за калибрацију парцијалних коефицијената у прописима за прорачун конструкција. У методама нивоа 2 се користе извесне апроксимације које доводе до довољно тачних резултата за већину конструкција. У обе методе мера поузданости треба да се одреди на основу вероватноће одржања P_s за разматрани облик отказа или лома унутар прописаног временског интервала. Када је прорачуната вредност лома већа од претходно дефинисане циљне вредности P_0 , конструкција се сматра непоузданом, односно несигурном.

3. Методе прорачунских вредности – метода парцијалних коефицијената

Ова метода прорачуна спада у групу полу-пробаблистичких метода прорачуна и њена основна одлика је да за све променљиве величине важи исти закон расподеле-стандардизована нормална расподела. При доказима граничних стања носивости за основне променљиве величине се по правилу усвајају: [1]

- дејства (спољашња оптерећења и принудне деформације)
- својства материјала (механичка својства)
- геометријски подаци (димензије попречних пресека и елемената конструкције)

Све променљиве величине су представљене такозваним прорачунским вредностима које се добијају помоћу парцијалних коефицијената, па се ова метода назива метода прорачунских вредности или метода парцијалних коефицијената.

Према овој методи прорачуна, доказ сигурности за гранична стања носивости може да се формулише у виду следеће неједнакости :

$$E_d \leq R_d$$

E_d - прорачунска вредност утицаја услед дејстава, у које спадају силе и моменти у пресецима, напони, итд
 R_d - одговарајућа прорачунска носивост

На овај начин се може постићи да индекс поузданости β буде изнад циљне вредности. Ниво сигурности конструкције зависи од две основне величине : утицаја који се јављају у елементима конструкције E и и одговарајућих носивости R . Свака од ових величина представља један статистички независтан скуп:

$$E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

$$R = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$$

Елементи статистичких скупова E и R представљају случајно променљиве величине чије нумеричке вредности чине такође један статистички скуп. Статистичком анализом апсолутно је немогуће обухватити све елементе једног скупа, јер је њихов број бесконачан. Стога се одабира један један подскуп одређеног статистичког скупа који се назива узорак, и на њему врши испитивање у циљу утврђивања законитости одређене појаве.

Табела 3 - Основне величине за стандардизовану нормалну расподелу[]

1	Srednja vrednost	$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
2	Srednje kvadratno odstupanje (devijacija)	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n-1}}$
3	Koeficijent varijacije (varijansa)	$V = \frac{\sigma}{\mu}$
4	Kriva standardizovane normalne raspodele	$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$
5	Funkcija kumulativne raspodele	$\Phi(x) = \int \varphi(x) dx$

Важан појам везан за случајне променљиве је фрактил. Најчешће се карактеристична вредност неке случајне променљиве дефинише преко фрактила, односно на основу услова да само p процената свих вредности случајно променљиве може да буде мање од карактеристичне вредности x_p . Проценат p се назива фрактилом, а за карактеристичну вредност случајно променљиве се каже да је одређена на основу процентног фрактила. Карактеристична вредност зависи од изабране функције расподеле и захтеване вредности фрактила, па у случају стандардизоване нормалне расподеле вероватноће може да се одреди из услова :

$$P(x \leq x_p) = \int_{-\infty}^{x_p} \varphi(x) dx = p/100 \quad (1)$$

Где је p захтевани фрактил у процентима. Интеграцијом претходног израза одређује се карактеристична вредност посматране случајне променљиве у следећем облику :

$$x_k = \mu - f(p)\sigma \quad (2)$$

μ – средња вредност

σ – стандардно квадратно одступање – девијација

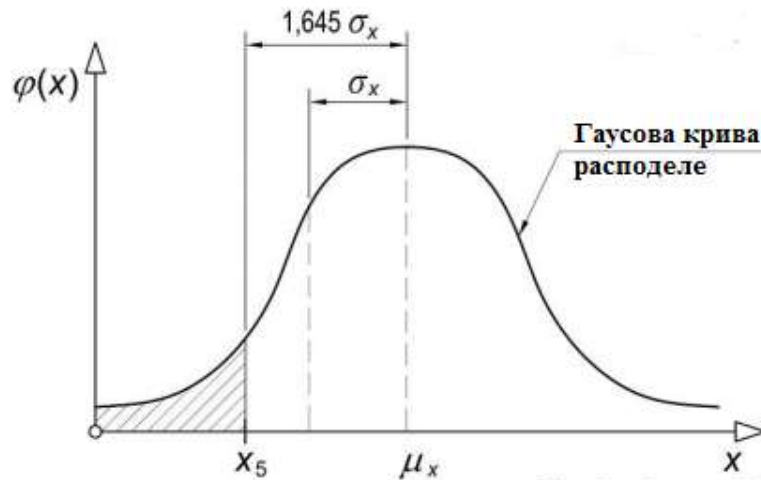
$f(p)$ – функција

При одређивању карактеристичних вредности за ефекте дејстава (E_k) уобичајена је примена 95% фрактила, што заправо значи да само 5% вредности ове случајно променљиве величине могу да премаше карактеристичну вредност. Насупрот томе, за одређивање карактеристичне вредности (R_k) примењује се 5% фрактил, односно дозвољава се само 5%

подбачаја. Узимајући у обзир ове фрактиле израз за x_k може да се трансформише на следећи начин:

$$R_k = \mu_R - 1.645\sigma_R = \mu_R(1 - 1.645 V_R) \quad (3)$$

$$E_k = \mu_E + 1.645\sigma_E = \mu_E(1 + 1.645 V_E) \quad (4)$$



Слика 1. – Фрактил 5% случајно променљиве x [1]

Ако се дефинише функција понашања g која је једнака разлици између носивости конструкције и одговарајућих утицаја, стање сигурности конструкције одређено је зоном у којој је функција понашања g већа од нуле., што се може формулисати на следећи начин:

$$g = R - E > 0 \quad (5)$$

Вероватноћа лома, односно отказа конструкције P_f може да се одреди као површина коју ограничавају крива расподеле функције понашања $\varphi_g(x)$ и апсциса у зони негативних вредности функције понашања g .

$$P_f = \int_{-\infty}^{x_g} \varphi_g(x) dx \quad (6)$$

Где је x_g вредност за коју је функција понашања g једнака нули. Преостли део површине коју крива расподеле функције понашања заклапа са апсцисом представља вероватноћу одржања или преживљавања конструкције $P_s = 1 - P_t$. Како су величине R и E независне случајно променљиве, то за функцију понашања g која представља њихову разлику важи:

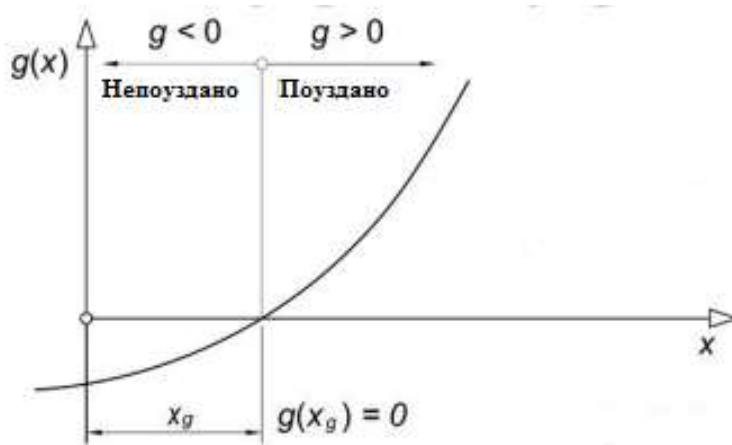
$$\mu_g = \mu_R - \mu_E \quad (7)$$

$$\sigma_g = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2} \quad (8)$$

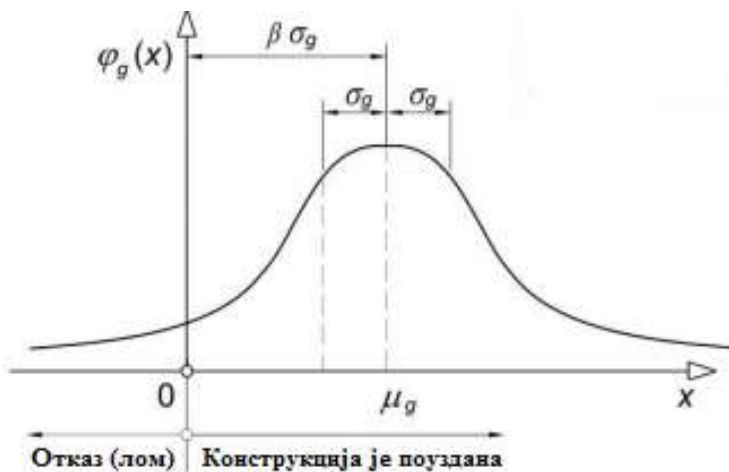
Индекс поузданости β представља број којим се множи стандардна девијација σ_g да би се добила удаљеност средње вредности μ_g од x_g при којој долази до лома. Према томе може се написати :

$$\mu_g = \beta \sigma_g ,$$

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \quad (9)$$



Слика 2. – Функција понашања g



Слика 3. – Стање сигурности конструкције

На основу вредности индекса поузданости β може да се процени вероватноћа отказа конструкције. Интеграцијом израза за P_f уз услов да је $g = 0$ може се доћи до везе између вероватноће отказа конструкције P_f и индекса сигурности β у следећем облику :

$$P_f = \int_{-\infty}^{x_g} \varphi_g(x) dx \equiv \Phi(-\beta) \quad (10)$$

Φ - кумулативна функција расподеле за стандардизовану нормалну расподелу.

Као глобални коефицијент сигурности конструкције може да се усвоји однос средње вредности носивости и средње вредности одговарајућег утицаја:

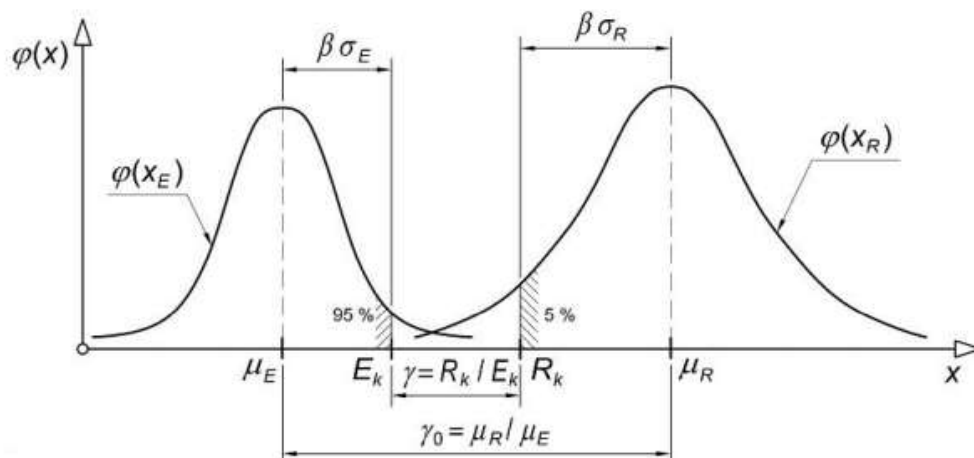
$$\gamma_0 = \frac{\mu_R}{\mu_E} \quad (11)$$

Много важнији параметар за процену сигурности конструкције је нормирани коефицијент сигурности који представља однос карактеристичне вредности носивости (R_k) и карактеристичне вредности одговарајућег утицаја (E_k) :

$$\gamma = \frac{R_k}{E_k} \quad (12)$$

Имајући у виду изразе за x_k , R_k и E_k , нормирани коефицијент сигурности може да се изрази на следећи начин:

$$\gamma = \frac{\mu_R - f(p_R)\sigma_R}{\mu_E - f(p_E)\sigma_E} = \frac{\mu_R}{\mu_E} \frac{1 - 1.645 V_R}{1 + 1.645 V_E} = \gamma_0 \frac{1 - 1.645 V_R}{1 + 1.645 V_E} \quad (13)$$



Слика 4. – Глобални и нормирани коефицијент сигурности[1]

Након неколико трансформација основног израза , глобални коефицијент сигурности може да се напише и на следећи начин:

$$\gamma_0 = \frac{1-\alpha_E\beta V_E}{1-\alpha_R\beta V_R} \quad (14)$$

α_R и α_E су коефицијенти осетљивости који показују колики је утицај поједине случајне променљиве на величину индекса поузданости β .

Када се у израз за γ уврсти γ_0 добија се нормирани коефицијент сигурности у следећем облику:

$$\gamma = \frac{1-\alpha_E\beta V_E}{1+\alpha_R\beta V_R} \frac{1-1.645V_R}{1+1.645V_E} = \frac{1-\alpha_E\beta V_E}{1+1.645V_E} \frac{1-1.645V_R}{1-\alpha_R\beta V_R} = \gamma_F \gamma_M \quad (15)$$

Где је

$$\gamma_F = \frac{1-\alpha_E\beta V_E}{1+1.645V_E} \quad - \text{ парцијални коефицијент за утицаје услед дејстава}$$

$$\gamma_M = \frac{1-1.645V_R}{1-\alpha_R\beta V_R} \quad - \text{ парцијални коефицијент за носивост}$$

На овај начин је приказано да се нормирани коефицијент сигурности γ може раздвојити на два парцијална коефицијента који се односе на различите случајне променљиве и међусобно су независни. На основу дефиниције нормираног коефицијента и претходног израза за коефицијент сигурности долази до следећег :

$$\gamma = \gamma_F \gamma_M = \frac{R_k}{E_k} \Rightarrow \gamma_F E_k = R_k / \gamma_M \quad (16)$$

Овај израз представља гранични критеријум за доказ сигурности. Услов сигурности је, према томе испуњен када је :

$$\gamma_F E_k \leq R_k / \gamma_M \quad (17)$$

Када се овај израз упореди са основним условом методе прорачунских вредности онда се јасно уочава веза између прорачунских и карактеристичних вредности утицаја и носивости :

$$E_d = \gamma_F E_k$$

$$R_d = R_k / \gamma_M$$



$$\gamma_F = \gamma_f \gamma_{sd} \quad \gamma_M = \gamma_m \gamma_{Rd}$$

Слика 5. – Непоузданости и неизвесности обухваћене парцијалним коефицијентима сигурности

4. Прорачун према Еврокоду

Еврокод се заснива на полупробаблистичком концепту прорачуна, уз примену теорије граничних стања, а поузданост конструкције се доказује на основу методе парцијалних коефицијената. Еврокод дефинише различите прорачунске ситуације које треба да обухвате све околности у којима се конструкција може наћи током читавог свог експлоатационог века. Под околностим ае подразумевају различите диспозиције и комбинације дејстава, односно оптерећења која се могу очекивати, имајући у виду врсту и намену објекта. Еврокод разликује четири групе прорачунских ситуација : [1,4]

1. **Сталне прорачунске ситуације** - обихватају уобичајене, нормалне услове коришћења објекта и одговарајућа дејства која се током њих јављају. Ова дејства су присутна током већег дела прорачунског животног века конструкције.
2. **Повремене или пролазне прорачунске ситуације** – односе се на повремене, краткотрајне ситуације које настају приликом извођења или поправке
3. **Инцидентне прорачунске ситуације** – обухватају изузетне случајеве који се могу с и не морају јавити током експлоатационог века конструкције, а у које спадају на пример пожар, експлозија,удар возила..
4. **Сеизмичке прорачунске ситуације** – односе се на сеизмичка дејства, односно на утицаје који се јављају у конструкцији за време и непосредно након земљотреса.

Суштина прорачуна је да се докаже да ни у једној прорачунској ситуацији, која се може јавити током експлоатационог века конструкције, неће доћи до прекорачења ни једној релевантног граничног стања. Гранична стања су стања чијим достизањем, или прекорачењем конструкција губи своја основна својства и није више у стању да одговори прорачунским захтевима. У зависности од тога о којим својствима је реч, разликују се : гранична стања носивости и гранична стања употребљивости.

Гранична стања носивости се односе на сигурност људи и конструкције и манифестују губитком носивости конструкције или неког њеног дела. Често се уместо самог лома третирају стања која непосредно предходе лому. Еврокод дефинише четири групе граничних стања носивости која се морају анализирати и доказати:

- Губитак равнотеже конструкције као крутог тела (EQU).
- Отказ услед прекомерне деформације, преласка конструкције или њеног дела у механизам, лома попречног пресека, губитка стабилности конструкције или њеног дела, укључујући ослонце и темеље (STR).
- Лом или превелика деформација тла, када носивост тла или доминантан утицај за одређивање носивости (GEO).

- Лом услед замора материјала (FAT).

Гранична стања употребљивости се најчешће доказују кроз контроле деформација појединачних елемената конструкције или конструкције као целине и у одређеним случајевима вибрације. Суштина критеријума употребљивости је да се избегну оштећења завршне обраде и осећај несигурности код корисника, а обезбеди несметано функционисање опреме, машина и објекта као целине. Код челичних конструкција, гранична стања употребљивости обухватају и напонске контроле којима се доказује да при експлоатационом оптерећењу неће доћи до пластификације попречног пресека. Појава пластификације код динамички оптерећених конструкција, услед цикличног оптерећења може да проузрокује оштећења чијим прогресивним ширењем се значајно умањује трајност конструкције.

Прорачуном треба да се докаже да прорачунске вредности утицаја услед најнеповољније комбинације дејстава, при било којој прорачунској ситуацији нису веће од одговарајућих прорачунских вредности носивости или других референтних граничних вредности које се односе на употребљивост. За различите прорачунске ситуације као и за различита гранична стања се дефинишу различите комбинације дејстава на основу којих се одређују одговарајуће прорачунске вредности утицаја услед дејстава. Према томе се општи услови за доказе граничних стања носивости и употребљивости могу написати у облику :

$E_d \leq R_d$ — за гранична стања носивости

$E_{d,ser} \leq C_d$ — за гранична стања употребљивости

Неопходно је да се одреде прорачунске вредности утицаја услед дејстава који се, у случају граничних стања носивости пореде са одговарајућим прорачунским вредностима носивости, а у случају граничних стања употребљивости са неким својством конструкције као што је допуштен угиб, или допуштено обртање, или фреквенција. Прорачунске вредности утицаја за гранична стања носивости се одређују на основу меродавних комбинација дејстава, множењем појединачних дејстава одговарајућим парцијалним коефицијентима за гранична стања носивости. При одређивању прорачунских вредности утицаја за гранична стања употребљивости примењују се другачије комбинације, а парцијални коефицијенти се изостављају, јер се у овом случају барата са експлоатационим а не граничним дејствима.

5.Класификација попречних пресека

Један од основних захтева на којима се заснива читава концепција прорачуна граничних стања носивости челичних конструкција је подела попречних пресека на класе. При провери граничних стања носивости челичних конструкција неопходно је да се одреде класе попречних пресека свих елемената конструкције. Основни критеријум за класификацију попречних пресека је његова компактност, која зависи од односа ширина / дебљина делова попречног пресека као и од начина напрезања и врсте челика. Класификација попречних пресека се спроводи на основу њихове осетљивости на избочавање услед дејства нормалних напона притиска и поседујућег капацитета ротације. Од класе попречног пресека зависи : [1]

- Избор глобалне анализе конструкције
- Прорачун носивости попречног пресека
- Прорачун носивости елемента као целине.

Еврокод дефинише четири различите класе попречних пресека које зависе од виткости делова попречног пресека:

- Класа 1 - Компактни попречни пресеци који могу да развију момент пуне пластичности M_{pl} који поседују значајан капацитет ротације, који је довољан за примену пластичне глобалне анализе конструкције.
- Класа 2 - Попречни пресеци у којима може бити достигнут момент пуне пластичности али који поседују само ограничен капацитет ротације који није довољан за пластичну глобалну анализу.
- Класа 3 – Попречни пресеци у којима може бити достигнут само еластичан момент носивости M_{el} док је даља пластификација попречног пресека онемогућена због појаве избочавања.
- Класа 4 – Попречни пресеци са витким деловима од којих се, услед избочавање, не може достићи пун момент еластичне носивости, односно код којих избочавање притиснутих делова пресека настаје пре достигања границе развлачења у најудаљенијим влкнима. Њихова носивост се одређује применом концепта ефективне ширине.

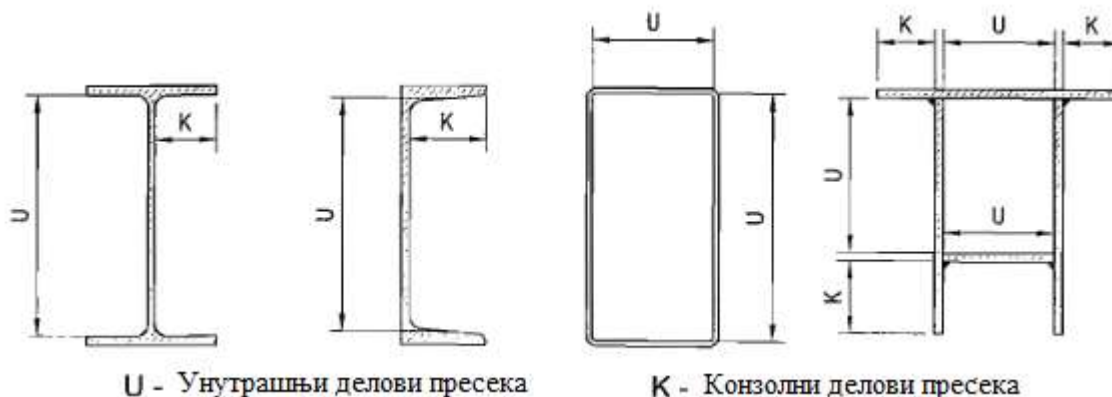
Да би се применила пластична глобална анализа попречни пресеци у зонама потенцијалних пластичних зглобова морају да буду класе 1 како би се обезбедила неопходна ротација на местима пластичних зглобова и на тај начин омогућила прерасподела момената савијања. Попречни пресеци класе 2 могу да се користе ако се прецизном анализом докаже да је ротација формираног пластичног зглоба већа од потребне ротације за образовање наредних пластичних зглобова. У супротном мора се користити еластична глобална анализа.

Класа попречног пресека је условљена феноменом избочавања притиснутих делова попречног пресека, па стога зависи од свих чинилаца од којих зависи и носивост на избочавање а то су пре свега :

- Виткост разматраног дела пресека
- Услови ослањања
- Начин напрезања односно облик дијаграма нормалног пресека
- Граница развлачења

Према условима ослањања делови попречног пресека могу да се поделе на конзолне и унутрашње. Конзолни делови пресека су ножице I, H или U профила, као и конзолни препусти шеширастих пресека, док се унутрашњим деловима сматрају ребра I, H, U, сандучастих или шупљих правоугаоних пресека, као и ножице шеширастих, сандучастих и шупљих правоугаоних профила.

Од посебног значаја при одређивању класе попречног пресека је и начин напрезања, односно дијаграм нормалног напона у посматраном делу попречног пресека при достизању граничног стањ носивости. Облик напонског дијаграма зависи од утицаја који делују на попречни пресек и врсте локалне анализе. Наиме, облици дијаграма напона се битно разликују за случај пластичне и еластичне анализе пресека.



Слика 6.- дефиниција конзолних и унутрашњих делова попречног пресека[1]

Класификација треба да се изврши за сваки притиснути део пресека. У притиснуте делове спадају сви делови попречног пресека који су услед разматране комбинације оптерећења потпуно или делимично притиснути. У општем случају, различити притиснути делови попречног пресека могу да буду различитих класа. Попречни пресек се у том случају класификује према највишој класи његових притиснутих делова. Алтернативно, класификација попречног пресека може да се изврши навођењем и класе ножице и класе ребра.

6. Торзија

Торзија се у челичним конструкцијама углавном не јавља као самостално напрезање, већ у комбинацији са другим напрезањем, најчешће савијањем, на пример као последица ексцентричног оптерећења код мостовских носача или кранских стаза. Поред тога, познавање феномена торзије је битно и са становништва анализе одређених стабилитетних проблема, карактеристичних за челичне конструкције, као што су торзионо извијање притиснутих елемената и бочно-торзионо извијање носача. Носивост елемента оптерећеног торзијом се, у општем случају, може разложити на два суштински различита напрезања : [1]

- Униформну или Сен Венанову торзију
- Неуниформну или ограничену торзију

Најчешће се истовремено јављају и један и други вид напрезања, па се у том случају може рећи да се ради о комбинованој торзији. Који ће од ових видова напрезања бити доминантан зависи пре свега од облика попречног пресека, услова ослањања и начина деловања спољашњег оптерећења.

6.1. Униформна торзија

Униформна торзија се јавља у случају константних торзионих утицаја код елемената код којих није спречено подужно кривљење попречних пресека на крајевима. У случају униформне торзије промена ротације попречног пресека око подужне осе x је константна дуж елемента, као и деформација подужног кривљења. Диференцијална једначина којом се дефинише проблем униформне торзије у еластичној области, уз уобичајене претпоставке да су деформације мале у односу на димензије елемената, да је материјал идеално еластичан, да важи Хуков закон и да попречни пресеци задржавају свој облик, може да се напише у следећем облику : [1]

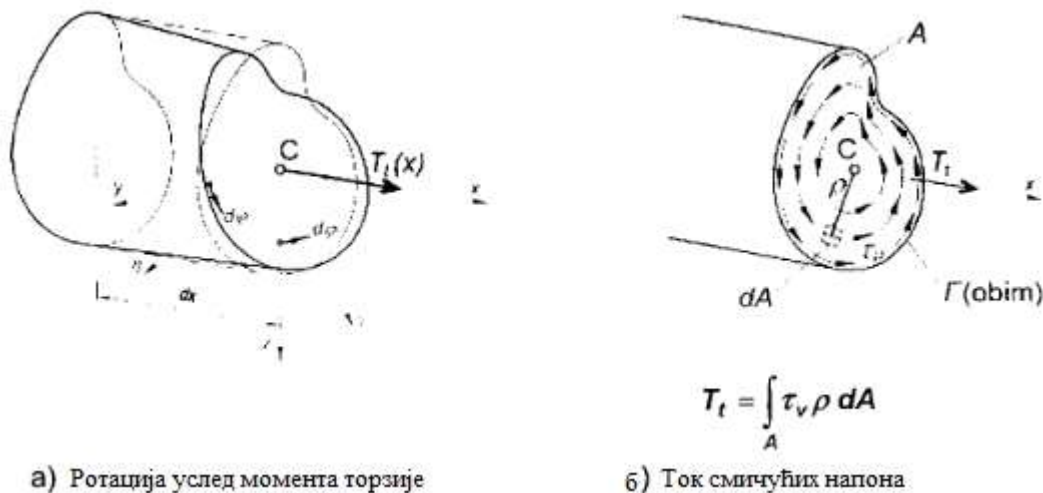
$$T_t(x) = GI_t \frac{d\varphi(x)}{dx} \quad (18)$$

T_t - Сен Венанов момент торзије око подужне хосе

G – модул клизања

I_t – торзиона константа или торзциони момент инерције попречног пресека

Производ GI представља торзиону крутост за униформну торзију и имајући у виду да је G константа материјала, зависи искључиво од торзионе константе. У случају униформне торзије, спољашњим торзионим утицајима се супротстављају само смичући напони τ , чија расподела зависи од облика попречног пресека. .



Слика 7. – Униформна торзија код пуних попречних пресека[1]

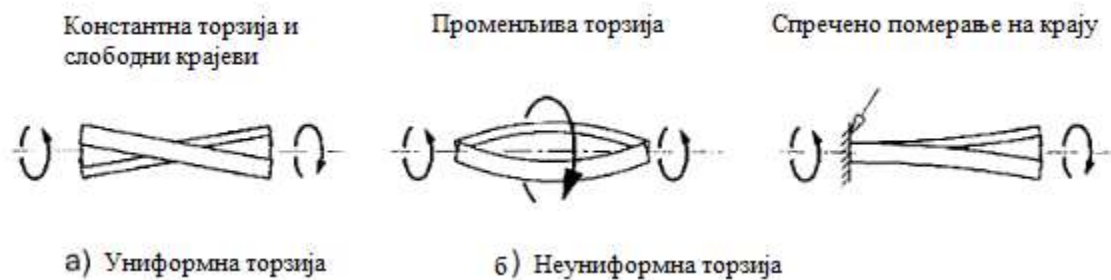
Максималне вредности смичућих напони достижу на спољашњим ивицама попречног пресека, док је у центру смицања њихова вредност једнака нули. Код правоугаоних пресека вредности смичућих напона и торзионе константе зависе од односа висина/ширина и одређују се помоћу коефицијената α и β . За издужене правоугаоне пресеке код којих је однос висина/ширина већи од 10, вредности ових коефицијената су приближно једнаке једној трећини.

За елементе челичних конструкција се по правилу не користе пуни пресеци. Изрази за прорачун торзионе константе и максималног смичућег напона, уз одређену модификацију, могу да се користе и за отворене врућеваљане или заварене I, H или U пресеке.

6.2. Неуниформна торзија

Код елемената отвореног попречног пресека који су изложени променљивим торзионим утицајима, или код којих су спречене подужне деформације кривљења на бар једном крају, јавља се неуниформна торзија. У случају неуниформне торзије промена угла ротације дуж елемента није константна, као ни кривљење попречних пресека. Крутост елемента у овом случају пропорционална је крутости елемента на кривљење која је једнака производу El_w где је I_w секторским момент инерције [1]:

$$T_w(x) = -El_w \frac{d^3 \varphi(x)}{dx^3} \quad (19)$$



Слика 8. – Униформна и неуниформна торзија [1]

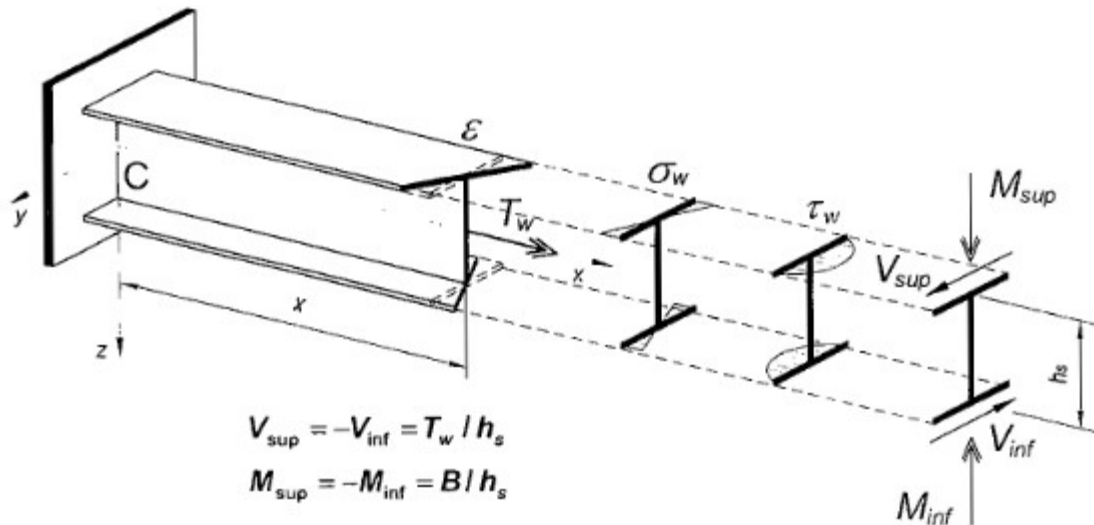
При неуниформној или ограниченој торзији, у општем случају, се јављају смичући напони τ_w , услед момента торзије T_w , и нормални напони σ_w услед бимомента B . Изрази за одређивање смичућег и нормалног напона при ограниченој торзији могу да се напишу по аналогији са савијањем :

$$\sigma_w(y, z) = \frac{B}{I_w} \omega(y, z) \quad (20)$$

$$\tau_w = \frac{T_w S_w}{I_w t_f} \quad (21)$$

t_f -дебљина ножице

B –бимомент



Слика 9. – Напони и деформације услед неуниформне торзије код I пресека [1]

Проблем торзионог напрезања у овом случају може да се апроксимира савијањем ножице носача око слабије вертикалне осе као последица деловања бимомента B и смицањем ножица услед момента торзије T_w . Момент торзије може да се подели на спрег сила које делују у нивоу ножица. На сличан начин и бимомент који је последица спречене деформације на месту укљештења може да се представи као спрег момената савијања који делују на ножице I пресека. Ограничена торзија код I пресека изазива напрезања самоу ножицама.

6.3. Комбинована торзија

Да ли ће преовладавајући бити утицаји униформне или неуниформне торзије зависи од облика попречног пресека, услова ослањања елемента на крајевима и начина деловања торзионог оптерећења. Доминантну улогу има однос торзионе крутости и крутости на кривљење. Однос ових крутости може да се прикаже и помоћу торзионог параметра. Вредност торзионе константе I_t , а самим тим и торзионе крутости код затворених попречних пресека је изузетно велика у односу на крутост пресека на кривљење па је код таквих попречних пресека доминантна униформна торзија. Слично је и са L и T пресецима који имају занемарљиво малу крутост на кривљење. Са друге стране, када торзиони параметар C_t има веома велике вредности, односно када је торзиона крутост знатно мања

од крутости на кривљење, доминира неуниформна торзија. То је случај код отворених танкозидних пресека. Између ових крајности налазе се стандардни врућеваљани I и H профили код којих је присутна комбинована торзија. [1]

У случају комбиноване торзије укупан момент торзије једнак је збиру момената услед униформне и неуниформне торзије. На основу тога може да се напише диференцијална једначина :

$$T(x) = T_t(x) + T_w(x) = GI_t \frac{d\varphi(x)}{dx} - EI_w \frac{d^3\varphi(x)}{dx^2} \quad (22)$$

6.4. Прорачун торзије према Еврокоду 3

Еврокод 3 је прилично непотпун и недоречен у делу који се бави торзионим напрезањима попречних пресека. Код елемената оптерећених торзијом, према Еврокоду 3, у сваком попречном пресеку треба бити задовољен услов : [1]

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd}} \leq 1 \quad (23)$$

Где је :

T_{Ed} – прорачунска вредност укупних торзионих момената који делују на посматрани пресек услед униформне и ограничене торзије

T_{Rd} – прорачунска носивост попречног пресека на торзију

Није дефинисано на који начин треба да се одреди прорачунска носивост попречног пресека на торзију T_{Rd} . Имајући у виду претходна разматрања о торзионим напрезањима, прорачунска носивост попречног пресека на торзију, у оваквом облику , може да се одреди само услучају униформне торзије. У том случају може се написати :

$$T_{Rd} = \frac{W_t f_y I \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} = W_t \tau_y / \gamma_{M0} \quad (24)$$

Где је W_t торзиони отпорни момент за отворене попречне пресеке, односно за затворене, шупље попречне пресеке. Међутим, овакав приступ није могућ у случају ограничене и комбиноване торзије , јер се истовремено јављају и нормални напони $\sigma_{w,Ed}$ услед бимомената (B_{Ed}) и смичући напони $\tau_{w,Ed}$ услед момента неуниформне торзије ($T_{w,Ed}$) као и смичући напони $\tau_{t,Ed}$ услед момента униформне торзије ($T_{t,Ed}$). У оваквим случајевима

торзиони утицаји у елементу треба да се одреде применом еластичне анализе, а суперпозиција напона може да се изврши применом фон Мизесовог услова пластичности. Имајући у виду да се торзиона напрезања углавном јављају у комбинацији са неким другим утицајима, најчешће са савијањем, анализа утицаја торзије на укупна напрезања у попречним пресецима елемената челичних конструкција, ће бити приказана у делу који се бави комбинованим напрезањима, односно интеракцијом различитих појединачних напрезања.

7. Комбинована напрезања

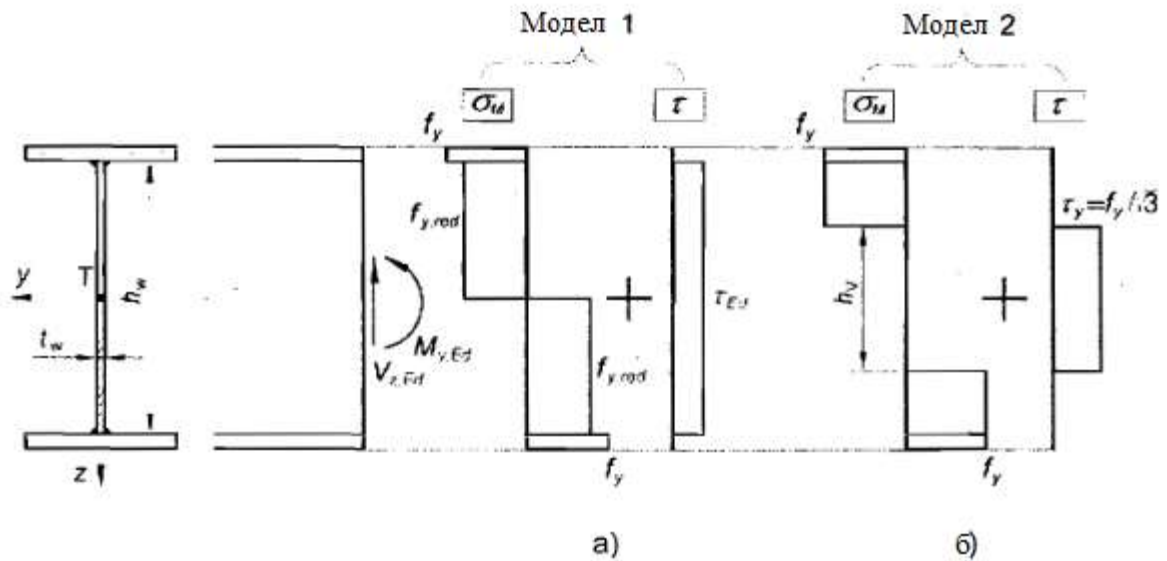
7.1. Савијање и смицање

Када се у једном попречном пресеку услед одређене комбинације дејстава истовремено јављају и момент савијања и смичућа сила, генерално, треба да се испита утицај њихове интеракције. Овакав случај је готово увек присутан код елемената оптерећених на савијање, али од интензитета појединачних утицаја зависи да ли ће њихово истовремено заједничко дејство проузроковати смањење појединачних носивости пресека. У претходним прописима из области челичних конструкција проблем интеракције савијања и смицања је решаван применом фон Мизесовог услова пластификације, уз коришћење упоредног напона σ_{eq} и теорије еластичности. Примена фон Мизесовог упоредног напона као критеријум исцрпљења носивости попречног пресека дефинише достизање границе развлачења у његовом најоптерећенијем влакну. Стога је овакав приступ прилично конзервативан и лимитиран на еластичну анализу носивости пресека. Поред тога, не постоји експлицитан критеријум на основу кога се може утврдити када је контрола упоредног напона, а када не. Као карактеристични примери, када ова контрола треба да се спроведе, могу се навести попречни пресеци изнад средњих ослонаца континуалних носача, укљештења код конзолних носача и други слични случајеви код којих се у истом пресеку јављају максималан моменат савијања и максимална смичућа сила. [1,3]

До потпуног искоришћења попречног пресека, односно достизања граничног стања носивости у највећем броју случајева долази тек при његовој пластификацији. Тада се за анализу интеракције смицања и савијања примењује сасвим другачији приступ. Наиме, при пластичној анализи носивости уобичајено је да се редукује пластичан момент носивости попречног пресека да би се узео у обзир утицај смицања. Постоје два модела носивости за одређивање редукованог пластичног момента носивости ($M_{V,Rd}$):

Модел 1 се заснива на редукованој граници развлачења $f_{y,red}$ за део пресека који прихвата смичуће напоне и пуној граници развлачења f_y за преостали део пресека који не учествује у преносу смицања. Распоред смичућих напона је константан по читавој висини ребра, а вредност редуковане границе развлачења зависи од интензитета смичућих напона у ребру носача.

Модел 2 се заснива на пуној пластичној носивости пресека изузимајући део ребра висине h_v уз неутралну осу који је потребан да се прихвати комплетна сила смицања. Један део пресека прихвата само моменат савијања, а други део само смичућу силу.



Слика 10.- Различити модели носивости за прорачун редукованог момента $M_{V,Rd}$ [1]

7.1.1. Пластична анализа - попречни пресеци класе 1 и 2

Према Еврокоду 3 код пресека класе 1 и 2 код који се може применити пластична анализа носивости попречног пресека, у случају интеракције савијања, и смицања, поред провере појединачних напрезања, неопходно је да се изврши и контрола интерактивног дејства и то на следећи начин: [1]

$$\frac{M_{Ed}}{M_{V,Rd}} \leq 1 \quad (25)$$

M_{Ed} - прорачунска вредност момента савијања око у-у или z-z осе,

$M_{V,Rd}$ - прорачунска вредност редукованог момента пластичне носивости услед интеракције савијања и смицања са савијање око одговарајуће главне осе инерције.

Треба истаћи да у Еврокоду 3 постоји експлицитан критеријум када интеракција савијања и смицања треба да се узме у обзир, а када не. Утицај смицања на смањење момента пластичне носивости не треба да се узима у обзир када је прорачунска вредност силе смицања V_{Ed} мања од 50 % пластичне носивости попречног пресека на смицање $V_{Pl,Rd}$:

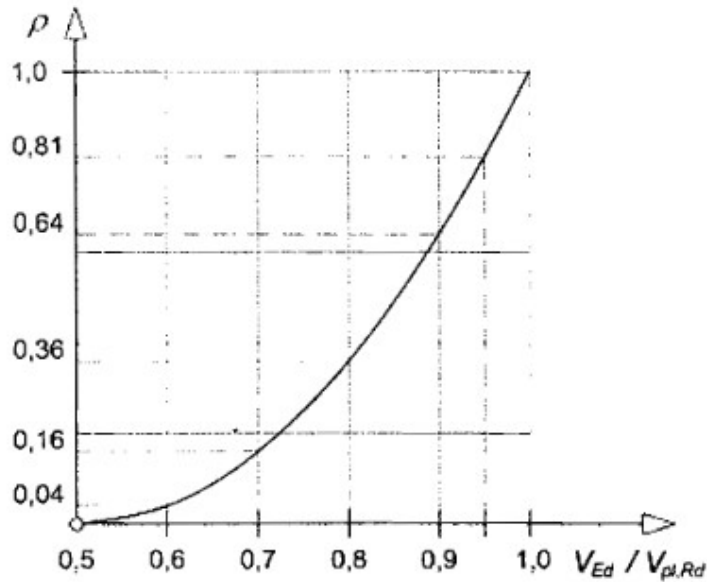
Уколико претходни услов није испуњен прорачунска вредност редукованог момента носивости треба да се одреди на основу модела 1, а редукована граница развлачења која се примењује на површини смицања, односно ребру, треба д се одреди на основу израза :

$$f_{y,red} = (1 - \rho)f_y \quad (26)$$

Коефицијент ρ се одређује на основу израза :

$$\rho = \left(\frac{2V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 \quad (27)$$

Зависност коефицијента ρ од степена искоришћења смичуће површине је приказана на слици



Слика 11. - Коефицијент ρ [1]

За случај I пресека који је изложен савијању и смицању око јаче, у-у осе редуковани момент пластичне носивости $M_{V,y,Rd}$ може да се одреди када се од момента пуне пластичности попречног пресека одузме део момента у ребру који је потрошен за пријем смичућих напона, а који може да се напише у облику :

$$\Delta M_{V,y,Rd} = \frac{A_W}{2} \frac{h_W}{2} \frac{\rho F_y}{\gamma_{M0}} = \frac{\rho A_W^2}{4t_W} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (28)$$

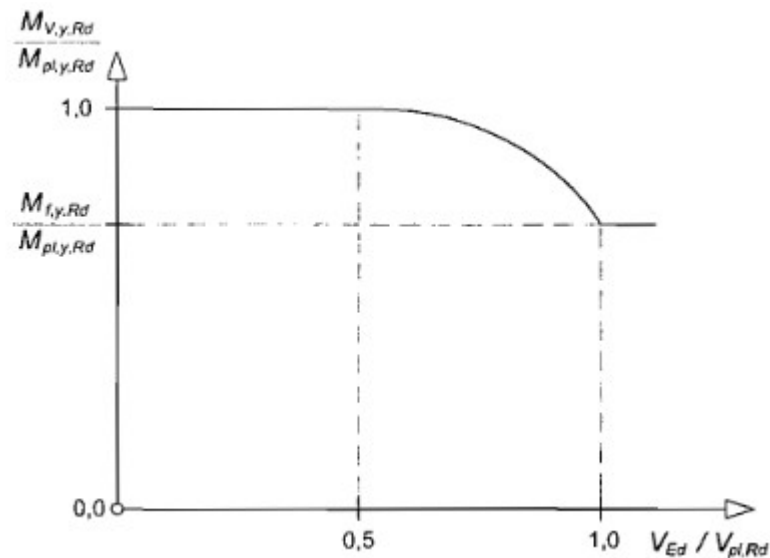
A_W -површина ребра

t_W - дебљина ребра

На овај начин се долази до коначног израза заредуковани момент пластичне носивости за I пресеке оптерећене савијањем око у-у осе који је дат у Еврокоду 3:

$$M_{V,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} - \Delta M_{V,y,Rd} = \left(W_{pl,y} - \frac{\rho A_W^2}{4t_W} \right) \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (29)$$

Вредност редукованог момента пластичне носивости за савијање око у-у јаче осе индиректно преко коефицијента ρ , зависи од односа $V_{Ed} / V_{pl,Rd}$, као што је приказано на слици



Слика 12.- Графички приказ зависности $M_{V,y,Rd} / M_{pl,y,Rd}$ од односа $V_{Ed} / V_{pl,Rd}$ [1]

Када је овај однос мањи или једнак 0,5 нема потребе за редуkcијом момента усред интеракције са смицањем. Насупрот томе, када је ребро у потпуности ангажовано за пријем смичућих сила, у преношењу момента савијања учествују само ножице I пресека, па је :

$$M_{V,y,Rd} = M_{f,y,Rd} = W_{f,pl,y} F_y / \gamma_{M0} \quad (30)$$

$W_{f,pl,y}$ – пластични отпорни момент ножица за савијање око у-у осе.

У случају савијања I пресека око слабије z-z осе, за одређивање редукованог момента носивости $M_{V,z,Rd}$ прикладније је користити модел носивости 2, имајући у виду да у таквим случајевима и смицање и савијање доминантно преносе ножице.

7.1.2. Еластична анализа – попречни пресеци класе 3 и 4

Када се за одређивање носивости користи еластична анализа, односно у случају пресека класе 3 и 4, интеракција савијања и смицања треба да се изврши на основу фон

Мизесовог услова пластичности, применом општег израза за контролу напона у најоптерећенијој тачки пресека: [1,2]

$$\sigma_{Eq} = \sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + 3\tau_{Ed}^2} \leq F_y/\gamma_{M0} \quad (31)$$

$\sigma_{x,Ed}$ и τ_{Ed} су прорачунске вредности нормалног и смичућег напона у карактеристичној тачки попречног пресека. При томе треба водити рачуна да код попречних пресека класе 4 прорачунска вредност нормалног напона треба да се одреди на основу ефективног попречног пресека.

7.2. Савијање и аксијална сила

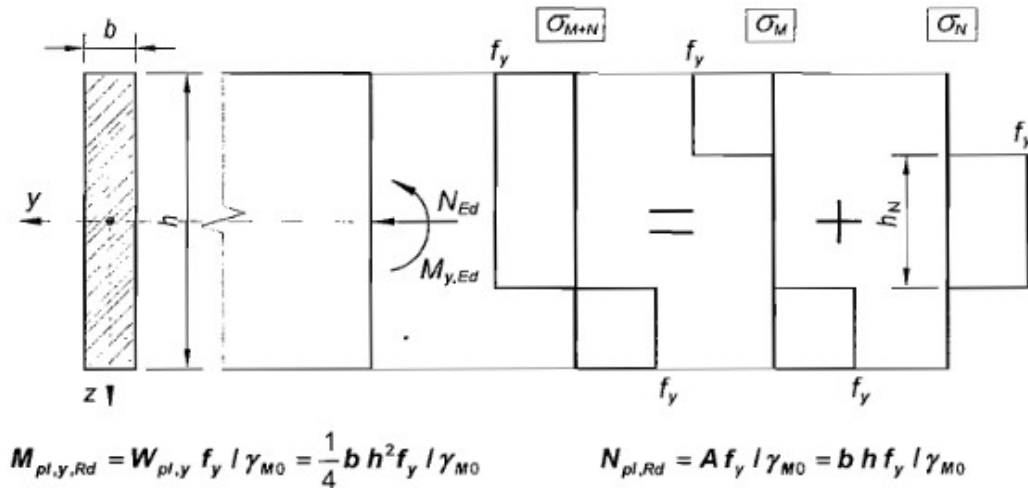
Проблем истовременог дејства момента савијања и аксијалне силе, било да је реч о сили затезања или притиска, може да се анализира применом пластичне или еластичне носивости попречног пресека. И док се у случају еластичне анализе истовременост деловања момената савијања и аксијалне силе обухвата контролом нормалног напона у најоптерећенијој тачки или влакну попречног пресека, код пластичне анализе се, слично интеракцији савијања и смицања, контрола носивости попречног пресека спроводи помоћу редукованог пластичног момента носивости $M_{N,y,Rd}$ или $M_{N,z,Rd}$

7.2.1. Пластична анализа – пресеци класе 1 и 2.

За разлику од интеракције савијања и смицања која ретко резултира редукијом момента носивости, интеракција момента савијања и аксијалне силе врло често доводи до смањења момента носивости попречног пресека, посебно када је реч о савијању око јаче у-у осе инерције. Стога је потребно показати да је, поред појединачних провера носивости на аксијално напрезање и савијање, задовољен услов: [1]

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} \leq 1 \quad (32)$$

Поступак одређивања редукованог момента пластичне носивости услед дејства аксијалне силе најједноставније може да се илуструје на примеру правоугаоног попречног пресека :



Слика 13.- Интеракција момента савијања и аксијалне силе код правоугаоног пресека [1]

Дијаграм нормалног напона при потпуној пластификацији попречног пресека услед дејства момента савијања и аксијалне силе може да се разложи на део који потиче од момента савијања и део, уз тежиште пресека, који је последица деловања аксијалне силе. Из услова равнотеже нормалних сила може да се одреди висина пресека h_N која је неопходна да се прихвати целокупна прорачунска вредност аксијалне силе N_{Ed} :

$$h_N = \frac{N_{Ed}}{b f_y / \gamma_{M0}} \quad (33)$$

Преостали део дијаграма нормалних напона супротставља се моменту савијања, а редуковани момент пластичне носивости може да се одреди тако што се од момента пуне пластичне носивости попречног пресека $M_{pl,y,Rd}$ одузме момент носивости дела пресека висине h_N који је потрошен за пријем аксијалне силе:

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} - \frac{b h_N^2}{4} f_y / \gamma_{M0} = M_{pl,y,Rd} - \frac{N_{Ed}^2}{4 b f_y / \gamma_{M0}} \quad (34)$$

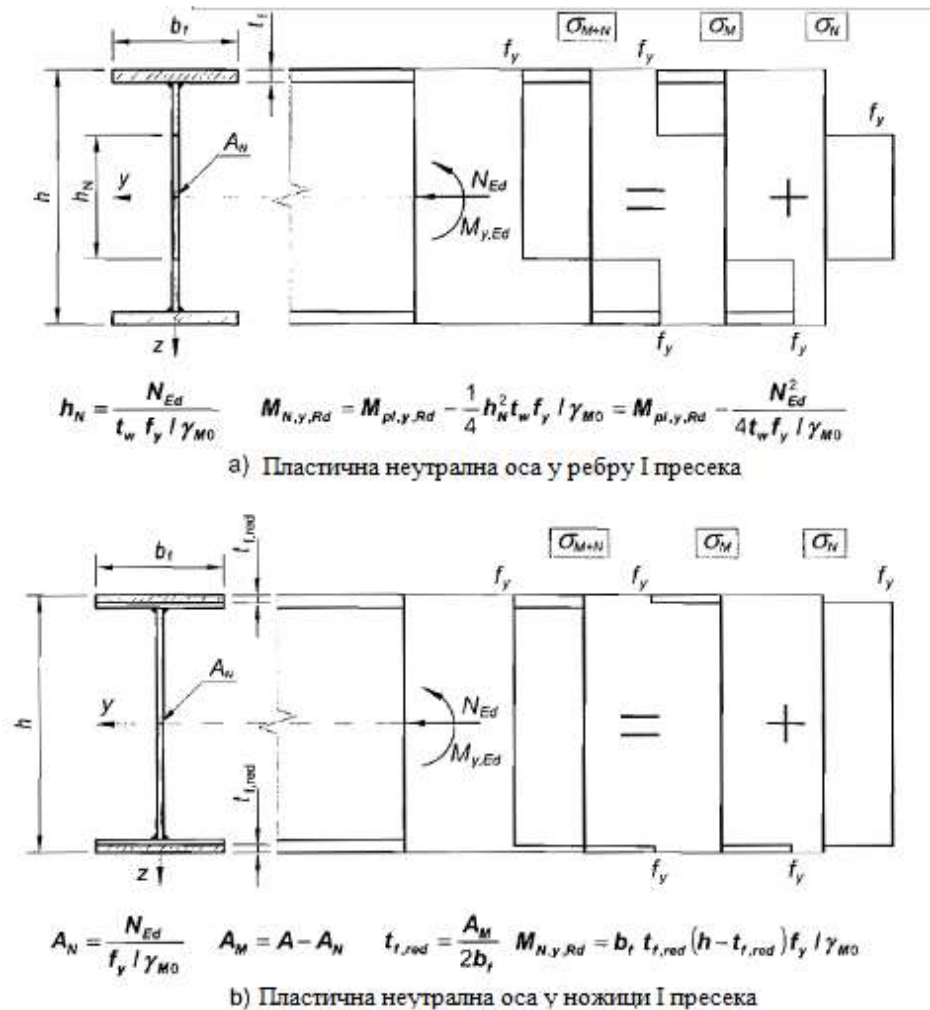
Простом математичком трансформацијом претходног израза се добија:

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \left(1 - \frac{N_{Ed}^2}{\frac{1}{4} b h^2 f_y / \gamma_{M0} 4 b f_y / \gamma_{M0}} \right) = M_{pl,y,Rd} \left(1 - \frac{N_{Ed}^2}{N_{pl,Rd}^2} \right) \quad (35)$$

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} (1 - n^2) \quad (36)$$

n — однос прорачунске вредности аксијалне силе и пластичне носивости попречног пресека и представља степен искоришћења попречног пресека услед дејства аксијалне силе.

На сличан начин може се доћи до израза за редуковани прорачунски момент пластичне носивости за I и H пресеке. Због сложене геометрије у односу на правоугаони пресек, поступак је компликованији и зависи одтога да ли висина h_N задира удебљину ножица или се задржава само у оквиру ребра. Такође треба нагласити и да се, због различите геометрије пресека разликују изрази у случају савијања око јаче и слабије осе инерције. На слици је приказан начин одређивања редукованог момента носивости за случајеве када је неутрална оса у ребру и ножици.



Слика 14. - Интеракција момента савијања око у-у осе и аксијалне силе код I пресека [1]

За стандардне врућевалане I или H пресеке и сличне, симетричне заварене I пресеке Еврокод 3 прецизно дефинише критеријуме када није потребно контролисати интеракцију савијања и аксијалног напрезања, односно када је утицај аксијалне силе на редукцију момента пластичне носивости занемарљив, што је врло практично за свакодневну

инжењерску праксу. У случају савијања око јаче у-у осе није потребна никаква редукција момента пластичне носивости уколико је прорачунска вредност аксијалне силе мања од четвртине пластичне носивости попречног пресека и половине пластичне носивости ребра, односно ако су задовољени следећи услови :

$$N_{Ed} \leq 0,25N_{pl,Rd} \quad (37)$$

$$N_{Ed} \leq 0,5h_w t_w f_y / \gamma_{M0} = 0,5A_w f_y / \gamma_{M0} \quad (38)$$

Када је реч о савијању око слабије z-z осе, критеријум је још блажи будући да је допринос ребра моменту савијања око слабије осе јако мала, па се редукција момента носивости може занемарити када је прорачунска вредност аксијалне силе мања од носивости читавог ребра на дејство аксијалне силе :

$$N_{Ed} \leq h_w t_w f_y / \gamma_{M0} = A_w f_y / \gamma_{M0} \quad (39)$$

Изрази за одређивање редукованог момента носивости за стандардне врућеваљане I или H пресеке и њима сличне, симетричне заварене I пресеке, као и за шупље правоугаоне профиле и сандучасте попречне пресеке дати су у табели

Табела 4 - Редукованимомент пластичне носивости за уобичајене попречне пресеке[1]

	Savijanje oko y-y ose $N_{Ed} + M_{y,Ed}$	Savijanje oko z-z ose $N_{Ed} + M_{z,Ed}$
	$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \frac{1-n}{1-0,5a}$ али $M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$ $a = \frac{A - 2b_f t_f}{A} \text{ али } a \leq 0,5$	$M_{N,z,Rd} = \begin{cases} M_{pl,z,Rd} \left[1 - \left(\frac{n-a}{1-a} \right)^2 \right] & \text{za } n > a \\ M_{pl,z,Rd} & \text{za } n \leq a \end{cases}$ $a = \frac{A - 2b_f t_f}{A} \text{ али } a \leq 0,5$
	$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \frac{1-n}{1-0,5a_w}$ али $M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$ $a_w = \frac{A - 2b_f t_f}{A} \text{ али } a_w \leq 0,5$	$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} \frac{1-n}{1-0,5a_f}$ али $M_{N,z,Rd} \leq M_{pl,z,Rd}$ $a_f = \frac{A - 2h_w t_w}{A} \text{ али } a_f \leq 0,5$

7.2.2. Еластична анализа – пресеци класе 3 и 4

Контрола интеракције момента савијања и аксијалне силе код попречних пресека класе 3 и 4 своди се на контролу напона у најоптерећенијем делу попречног пресека, применом познатих израза теорије еластичности. [1,2]

За попречне пресеке класе 3 у општем случају је потребно доказати да је :

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{y,min}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{z,min}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (40)$$

При томе код попречних пресека који су ослабљени рупама за спољна дејства, а оптерећени су аксијалном силом затезања треба водити рачуна о утицају слабљења пресека на смањење носивости, па када је потребно, уместо бруто карактеристика попречног пресека треба користити одговарајуће карактеристике нето попречног пресека.

Код попречних пресека класе 4, треба узети у обзир и утицај избочавања, преко ефективног попречног пресека, као и ексцентричности које настају услед евентуалног померања положаја тежишта ефективног у односу на бруто попречни пресек.

7.3. Косо савијање

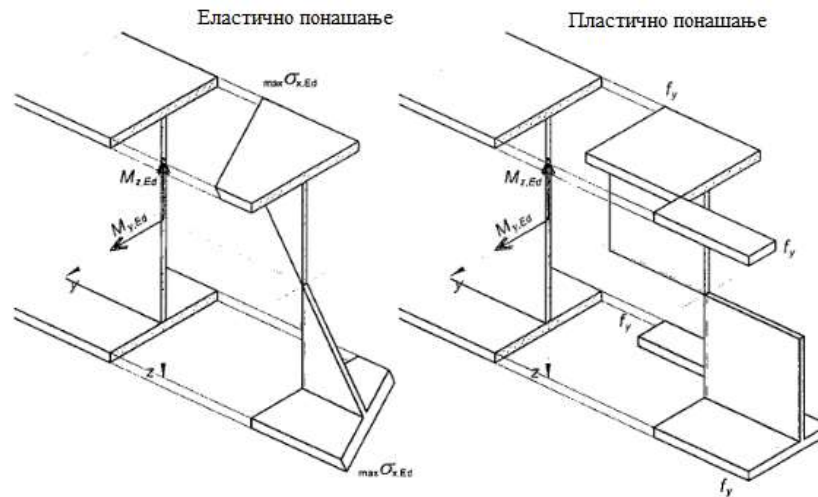
У случају косог савијања, односно истовременог деловања момената савијања око обе главне осе инерције у-у и z-zу зависности од класе пресека такође могу да се користе пластична или еластична анализа носивости попречног пресека. Еластична анализа носивости се заснива на критеријуму достизања границе развлачења у најоптерећенијој тачки попречног пресека, слично као и у случају интеракције савијања и аксијалног напрезања. Еврокод 3 не даје експлицитно изразе за контролу носивости попречних пресека класе 3 и 4 на комбиновано дејство момената савијања, али се по аналогiji могу користити изрази за случај интеракције момената савијања и аксијалне силе у којима се изоставља компонента напрезања услед аксијалне силе : [1]

- За попречне пресеке класе 3

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{M_{y,Ed}}{W_{y,min}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{z,min}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (41)$$

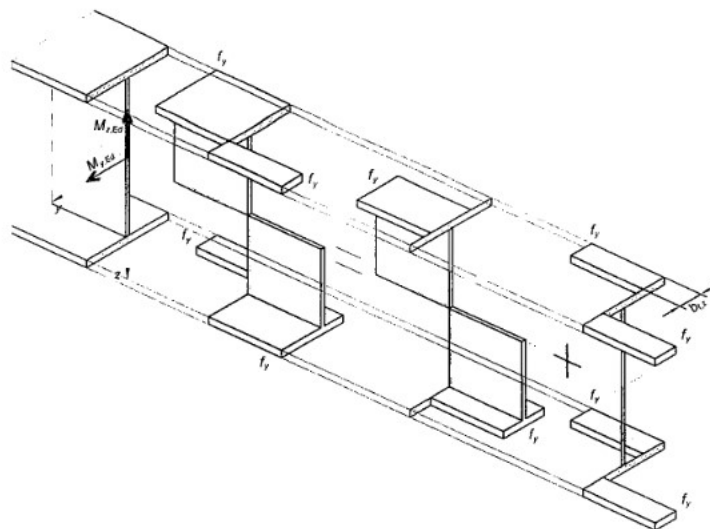
За попречне пресеке класе 4

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{M_{y,Ed}}{W_{eff,y,min}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{eff,z,min}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (42)$$



Слика 15. - Еластична расподела нормалних напона у I пресеку услед косог савијања[1]

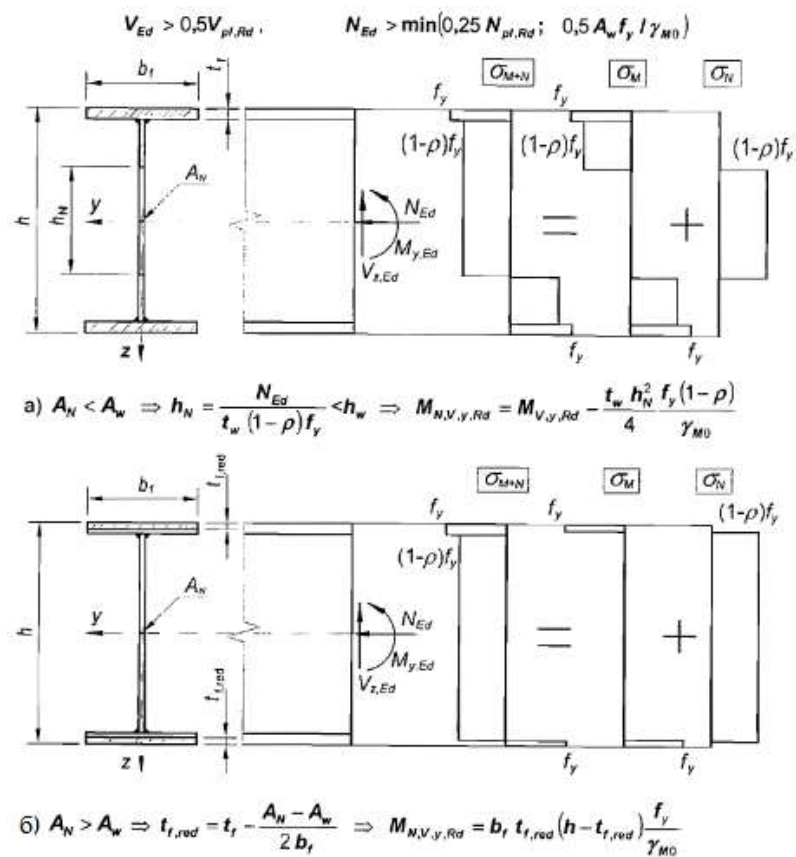
Пластична анализа носивости попречног пресека заснива се на дијаграму нормалних напона при потпуној пластификацији. Код I или H пресека који се најчешће користе у челичним конструкцијама спољашњи делови ножица прихватају момент савијања око слабије z-z осе, док се ребро пресека и преостали, унутрашњи делови ножица супротстављају моменту савијања око јаче y-y осе.



Слика 16. - Пластични дијаграми напона у I пресеку услед косог савијања[1]

7.4. Савијање, смицање и аксијална сила

У случају истовременог дејства аксијалне силе, смичуће силе и момента савијања еластична носивост попречног пресека може да се провери применом фон Мизесовог услова пластификације, као и у случају смицања и савијања. Код попречних пресека класе 1 и 2 код којих се примењује пластична анализа носивости интеракција аксијалне силе, смичуће силе и момента савијања се пеоверава применом концепта редукованог момента пластичности. Уколико је интензитет смичуће силе такав да се захтева редукација момента пластичне носивости и ако истовремено прорачунска вредност аксијалне силе не испуњава услов дат изразом за $\sigma_{x,Ed}$, прорачунска вредност редукованог момента носивости треба да се одреди као у случају комбинације савијања и аксијалног напрезања, али са редукованом границом развлачења која је примењује на површини смицања, односно ребру. На слици је илустрован поступак прорачуна за I пресек и случају савијања око јаче главне осе инерције. [1]



Слика 17. - Пластична анализа интеракције аксијалне, смичуће силе и момента савијања – редуковани пластични момент носивости $M_{N,V,y,Rd}$ [1]

Потребна површина попречног пресека за пријем аксијалне силе може да се одреди на основу израза :

$$A_N = \frac{N_{Ed}}{(1-\rho)f_y} \quad (43)$$

Где је ρ коефицијент којим се узима утицај смичућих напона. Поступак одређивања редукованог момента носивости зависи од тога да ли је површина A_N већа или мања од површине ребра A_w .

Код попречних пресека класе 3 и 4 интеракција напрезања се контролише помоћу упоредног или еквивалентног – фон Мизесовог напона у ребру носача на месту максималног нормалног напона. Код попречних пресека класе 4 максималан нормални напон треба да се одреди на основу карактеристика ефективног попречног пресека.

7.5. Смицање и торзија

Када се у попречном пресеку истовремено јављају утицаји смицања и торзије , пластична носивост попречног пресека на смицање треба да се редукује како би се узели у обзир торзиони утицаји. Према Еврокоду 3 контрола носивости попречног пресека на интеракцију смицања и торзијек спроводи се , у случају пластичне анализе, на следећи начин : [1,3]

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl,T,Rd}} \leq 1,0 \quad (44)$$

Где је $V_{pl,T,Rd}$ редукована пластична носивост попречног пресека на смицање која зависи од врсте и интензитета торзионих утицаја. Имајући у виду која торзиона напрезања имају доминантан утицај Еврокод 3 за различите облике попречних пресека даје следеће изразе за прорачун редуковане пластичне носивости на смицање :

За I или H пресеке :

$$V_{pl,T,Rd} = \sqrt{1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{1,25(f_y/\sqrt{3})/\gamma_{M0}}} V_{pl,Rd} \quad (45)$$

За U профиле :

$$V_{pl,T,Rd} = \left[\sqrt{1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{1,25(f_y/\sqrt{3})/\gamma_{M0}}} - \frac{\tau_{w,Ed}}{(f_y/\sqrt{3})/\gamma_{M0}} \right] V_{pl,Rd} \quad (46)$$

За шупље конструкцијске профиле кружног и правоугаоног пресека:

$$V_{pl,T,Rd} = \left[\frac{\tau_{t,Ed}}{(f_y/\sqrt{3})/\gamma_{M0}} \right] V_{pl,Rd} \quad (47)$$

Где су $\tau_{t,Ed}$ и $\tau_{w,Ed}$ прорачунске вредности смичућих напона услед униформне и неуниформне торзије респективно, а $V_{pl,Rd}$ пластична носивост попречног пресека на смицање.

При еластичној анализи носивости попречног пресека на комбиновано дејство смицања и торзије неопходно је да се изврши контрола смичућег напона у најоптерећенијој тачки попречног пресека. У општем случају, ова контрола може да се формулише на следећи начин :

$$\tau_{tot,Ed} = \tau_{Vz,Ed} + \tau_{Vy,Ed} + \tau_{t,Ed} + \tau_{w,Ed} \leq \frac{f_y/\sqrt{3}}{\gamma_{M0}} \quad (48)$$

$\tau_{Vz,Ed}$ — смичући напон услед смичуће силе $V_{z,Ed}$ која делује у правцу z-z осе

$\tau_{Vy,Ed}$ — смичући напон услед смичуће силе $V_{y,Ed}$ која делује у правцу y-y осе

$\tau_{t,Ed}$ — смичући напон услед момента униформне торзије $T_{t,Ed}$

$\tau_{w,Ed}$ — смичући напон услед момента неуниформне торзије $T_{w,Ed}$

При одређивању тоталног максималног смичућег напона $\tau_{tot,Ed}$ треба водити рачуна о томе које од наведених компонената смичућих напона постоје и да ли могу деловати у истој тачки попречног пресека.

7.6. Савијање, смицање и торзија

Када је попречни пресек, поред смичуће силе и момента торзије, оптерећен и моментом савијања, редуковани момент пластичне носивости попречног пресека $M_{V,T,Rd}$ може да се одреди као и у случају интеракције савијања и смицања, изузев што се коефицијент ρ одређује на основу редуковане пластичне носивости пресека на смицање $V_{pl,T,Rd}$. [1,3]

$$\rho = \left(\frac{V_{Ed}}{V_{pl,T,Rd}} - 1 \right)^2 \quad (49)$$

Критеријум када треба да се контролише интеракција различитих напрезања, односно када треба да се редукује момент носивости, у овом случају, постаје :

$$V_{Ed} > 0,5V_{pl,T,Rd} \quad (50)$$

Прорачунска вредност редукованог момента пластичне носивости услед интеракције савијања, смицања и торзије $M_{V,T,Rd}$ може да се одреди као у случају пластичне анализе код савијања и смицања.

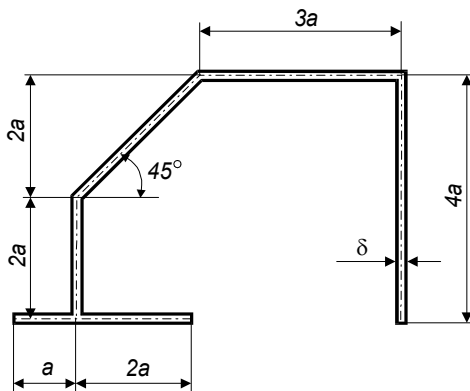
8. Пример

Анализа напонско деформацијског стања танкозидне конзоле сложено оптерећене

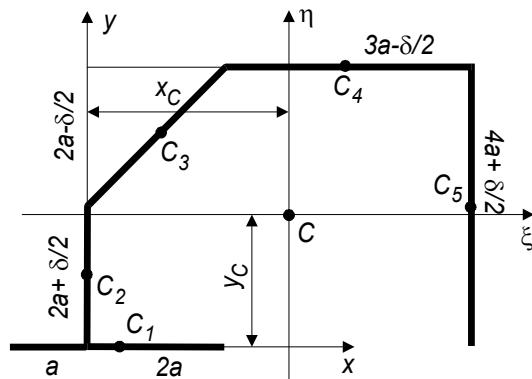
8.1. Прорачун секторских карактеристика танкозидног профила и провера у софтверу

Одредити секторске карактеристике попречног пресека .

Подаци : $a = 15 \text{ cm}$, $\delta = 2 \text{ cm}$.



Усваја се почетни координатни систем x, y :



- Површина :

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = 420 \text{ cm}^2,$$

- Тежиште :

$$x_c = \frac{S_{y1}}{A} = \frac{A_1 \cdot x_{C1} + A_2 \cdot x_{C2} + A_3 \cdot x_{C3} + A_4 \cdot x_{C4} + A_5 \cdot x_{C5}}{A}$$

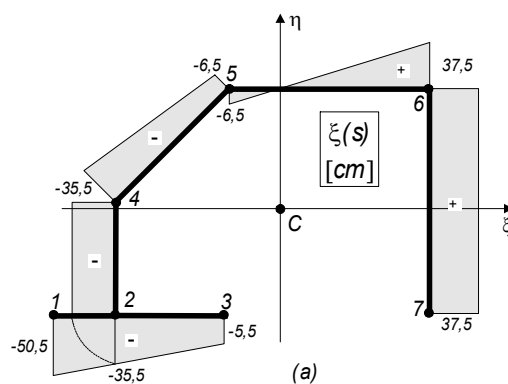
$$x_c = 35.5 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{S_{x1}}{A} = \frac{A_1 \cdot y_{C1} + A_2 \cdot y_{C2} + A_3 \cdot y_{C3} + A_4 \cdot y_{C4} + A_5 \cdot y_{C5}}{A}$$

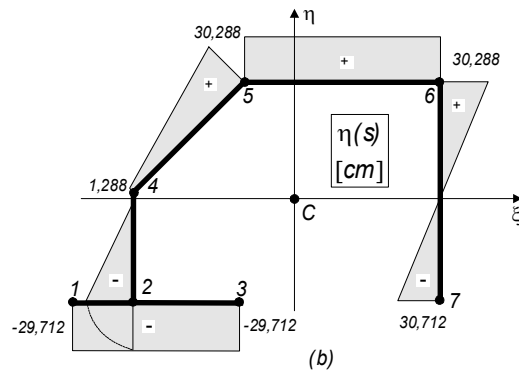
$$y_c = 29.71 \text{ cm}$$

- Моменти инерције :

Дијаграм промене координате ξ :



Дијаграм промене координате η :



Аксијални моменти инерције:

$$I_{\xi} = \int_A \eta^2 dA = \delta \int_s \eta \cdot \eta ds$$

$$I_{\xi} = 234025,807 \text{ cm}^4$$

$$I_{\eta} = \int_A \xi^2 dA = \delta \int_s \xi \cdot \xi ds$$

$$I_{\eta} = 400427,667 \text{ cm}^4$$

Центрифугални момент инерције:

$$I_{\xi\eta} = \int_A \xi\eta dA = \delta \int_s \xi \cdot \eta ds$$

$$I_{\xi\eta} = 134167.721 \text{ cm}^4$$

- Главни моменти инерције

$$I_{1/2} = \frac{1}{2}(I_{\xi} + I_{\eta}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(I_{\xi} - I_{\eta})^2 + 4I_{\xi\eta}^2}$$

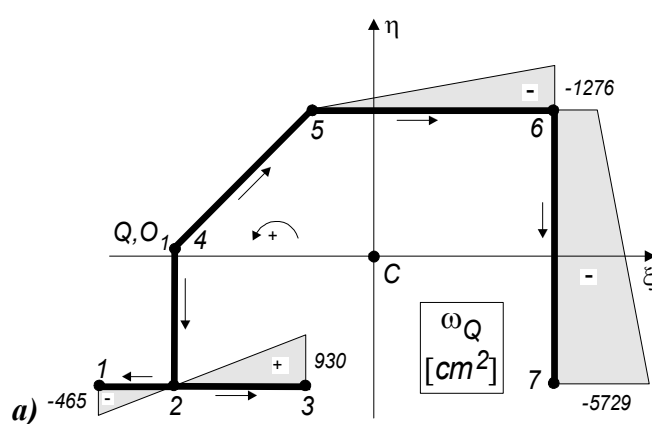
$$I_{1/2} = 317226.737 \pm 157871.378$$

$$I_1 = 475098.115 \text{ cm}^4, \quad I_2 = 159355.359 \text{ cm}^4$$

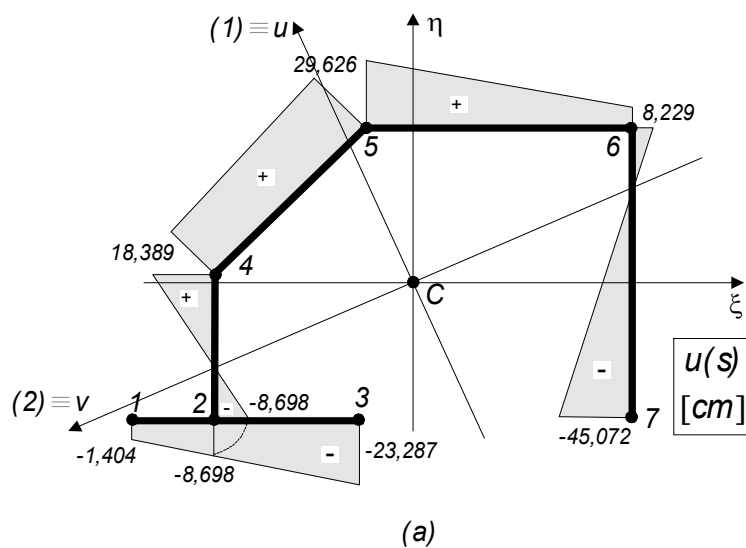
- Центар смицања

$$u_D = u_Q + \frac{I_v \omega_Q}{I_u}, \quad v_D = v_Q + \frac{I_u \omega_Q}{I_v}$$

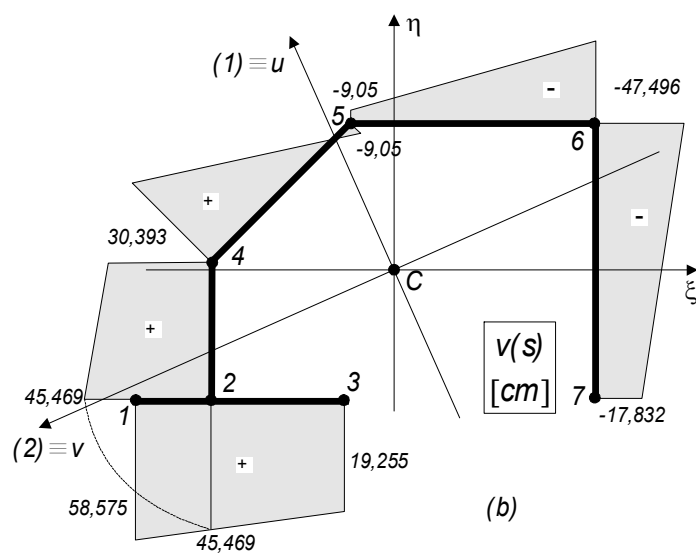
Промена секторске координата за произвољан пол Q и нулту тачку O_1 :



Дијаграм промене координате u :



Дијаграм промене координате v :



Секторски центрифугални момент:

$$I_{u\omega Q} = \int_A u \cdot \omega_Q \cdot dA$$

$$I_{u\omega Q} = 8934924 \text{ cm}^5$$

$$I_{v\omega Q} = \int_A v \cdot \omega_Q \cdot dA$$

$$I_{v\omega Q} = 14964559 \text{ cm}^5$$

- Координате центра смицања

$$u_Q = 18,389 \text{ cm} \quad , \quad v_Q = 30.393 \text{ cm}$$

$$u_D = u_Q + \frac{I_{v\omega Q}}{I_u} = 49,887 \text{ cm}$$

$$v_D = v_Q + \frac{I_{u\omega Q}}{I_v} = -25.676 \text{ cm}$$

У координатном систему $\xi\eta$ биће :

$$\xi_D = u_D \cos \alpha_1 - v_D \sin \alpha_1 \quad , \quad \xi_D = -1.825 \text{ cm}$$

$$\eta_D = u_D \sin \alpha_1 - v_D \cos \alpha_1 \quad , \quad \eta_D = 56.077 \text{ cm}$$

- Дијаграм секторске координате за центар смицања, $\omega_D(O_1, s)$
 $\omega_D(O_1, s) \equiv \omega_D = h_D \cdot ds$

$$\text{У тачки (4): } ds = 0, \quad h_D = 0 \Rightarrow \omega_D^{(4)} = 0$$

$$\text{У тачки (2): } ds = 31 \text{ cm}, \quad h_D = h_1 = x_C - \xi_D = 33,675 \text{ cm}$$

$$\omega_D^{(2)} = \omega_D^{(4)} + h_D \cdot ds = 0 + 31 \cdot 33,675 = 1043,925 \text{ cm}^2$$

$$\text{У тачки (1): } ds = -15 \text{ cm}, \quad h_D = h_2 = y_C + \eta_D = 85,789 \text{ cm}$$

$$\omega_D^{(1)} = \omega_D^{(2)} + h_D \cdot ds = 1043,925 - 15 \cdot 85,789 = -242,91 \text{ cm}^2$$

У тачки (3): $ds = 30 \text{ cm}$, $h_D = h_2 = y_C + \eta_D = 85,789 \text{ cm}$

$$\omega_D^{(3)} = \omega_D^{(2)} + h_D \cdot ds = 1043,925 + 30 \cdot 85,789 = 3617,595 \text{ cm}^2$$

У тачки (5): $ds = 29\sqrt{2} \text{ cm}$, $h_D = h_3 = \frac{25,789}{\sqrt{2}} - \frac{4,765}{\sqrt{2}} = 14,93 \text{ cm}$

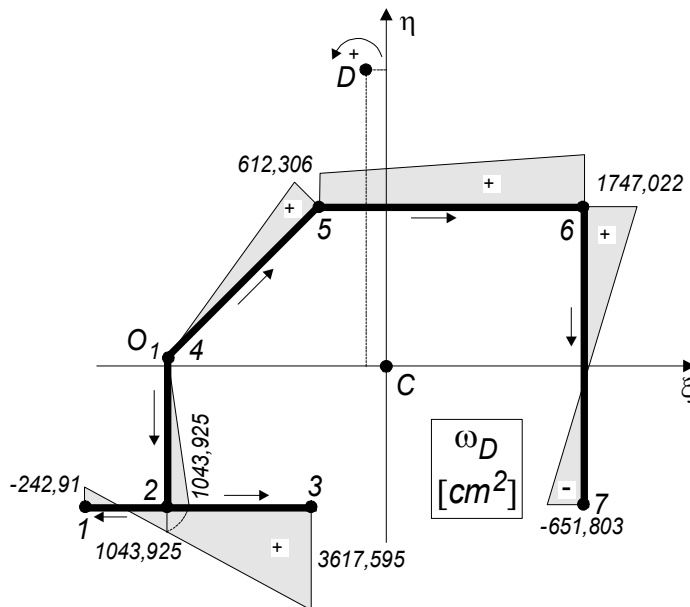
$$\omega_D^{(5)} = \omega_D^{(4)} + h_D \cdot ds = 0 + 29\sqrt{2} \cdot 14,93 = 612,306 \text{ cm}^2$$

У тачки (6): $ds = 44 \text{ cm}$, $h_D = h_4 = \eta_D \cdot (60 - y_C) = 25,789 \text{ cm}$

У тачки (7): $ds = -61 \text{ cm}$, $h_D = h_5 = 73 - x_C - \xi_D = 39,325 \text{ cm}$

$$\omega_D^{(7)} = \omega_D^{(6)} + h_D \cdot ds = 1747,022 - 61 \cdot 39,325 = -651,803 \text{ cm}^2$$

Дијаграм секторске координате за центар смицања :



- Нормирана секторска координата:

$$\Omega = \omega_D + \omega_0, \quad \omega_0 = -\frac{S_\omega}{A}$$

$$S_\omega = \int_A \omega_D \cdot dA = \int_A \omega_D \cdot 1 \cdot dA$$

$$S_\omega = 372598.165 \text{ cm}^4$$

Па је :

$$\omega_0 = -\frac{372598.165}{420} = -887.138 \text{ cm}^2$$

Дакле :

$$\Omega^{(1)} = -1129.91 \text{ cm}^2, \quad \Omega^{(2)} = 156.925 \text{ cm}^2$$

$$\Omega^{(3)} = 2730.595 \text{ cm}^2, \quad \Omega^{(4)} = -887.138 \text{ cm}^2$$

$$\Omega^{(5)} = -274.694 \text{ cm}^2, \quad \Omega^{(6)} = 860.022 \text{ cm}^2$$

$$\Omega^{(7)} = -1538.803 \text{ cm}^2$$

Тачке у којима дијаграм нормиране секторске координате сече осу профила одређене су координатама e_i :

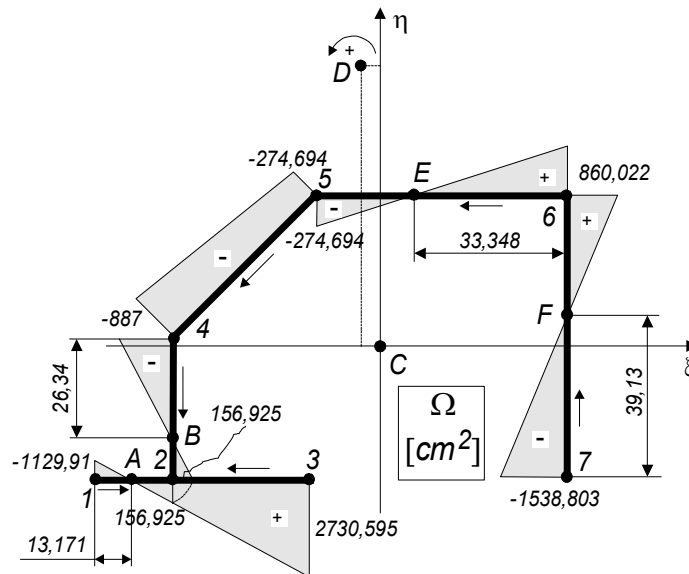
$$\Omega^{(1)} + e_1 h_1 = 0 \Rightarrow e_1 = 13.171 \text{ cm}$$

$$\Omega^{(4)} + e_2 h_1 = 0 \Rightarrow e_2 = 26.34 \text{ cm}$$

$$\Omega^{(6)} + e_3 h_4 = 0 \Rightarrow e_3 = 33.348 \text{ cm}$$

$$\Omega^{(7)} + e_4 h_5 = 0 \Rightarrow e_4 = 39.13 \text{ cm}$$

Дијаграм нормиране секторске координате са назначеним смером координате s_i :



- Дијаграм секторског статичког момента $\bar{S}_\Omega$

$$\bar{S}_\Omega = \int_A \Omega \cdot dA = \delta \cdot \int_s \Omega \cdot ds_1$$

Координата s_1 креће увек са слободног краја.

За део (1-2) :

$$\Omega^{(1)}: e_1 = \Omega(s_1): (e_1 - s_1)$$

$$\Omega(s_1) = -1129.91 + 85.789s_1$$

$$\bar{S}_\Omega^{(1-2)} = -2259.82s_1 + 85.789s_1^2$$

$$\text{У тачки (1) је } s_1 = 0, \text{ на је } \bar{S}_\Omega^{(1)} = 0$$

$$\text{У тачки (2) је } s_1 = a = 15 \text{ cm, на је } \bar{S}_\Omega^{(2)} = -14595 \text{ cm}^4$$

$$\text{У тачки (A) је } s_1 = e_1 = 13.171 \text{ cm, на је } \bar{S}_\Omega^{(A)} = -14882 \text{ cm}^4$$

За део (3-2) :

$$\Omega^{(3)} - \Omega^{(2)}: 2a = (\Omega(s_1) - \Omega^{(2)}): (2a - s_1),$$

$$\Omega(s_1) = 2730.595 - 85.789s_1$$

$$\bar{S}_\Omega^{(3-2)} = 5461.19s_1 - 85.789s_1^2$$

$$У тачки (3) је s_1 = 0 на је \bar{S}_\Omega^{(3)} = 0$$

$$У тачки (2) је s_1 = 2a = 30 \text{ cm}, на је \bar{S}_\Omega^{(2)} = -14595 \text{ cm}^4$$

За део (7-6):

$$\Omega^{(7)}: e_4 = \Omega(s_1): (e_4 - s_1)$$

$$\Omega(s_1) = -1538.803 + 39.325s_1$$

$$\bar{S}_\Omega^{(7-6)} = -1538.803s_1 + 39.325s_1^2$$

$$У тачки (7) је s_1 = 0 на је \bar{S}_\Omega^{(7)} = 0$$

$$У тачки (6) је s_1 = 4a + \frac{\delta}{2} = 61 \text{ cm}, на је \bar{S}_\Omega^{(6)} = -41405.641 \text{ cm}^4$$

$$У тачки (F) је s_1 = e_4 = 39.13 \text{ cm}, на је \bar{S}_\Omega^{(F)} = -60213.978 \text{ cm}^4$$

За део (6-5) :

$$\Omega^{(6)}: e_3 = \Omega(s_1): (e_3 - s_1)$$

$$\Omega(s_1) = 860.022 - 25.789s_1$$

$$\bar{S}_\Omega^{(6-5)} = 1720.044s_1 - 25.789s_1^2$$

$$У тачки (6) је s_1 = 0, на је \bar{S}_\Omega^{(6)} = \bar{S}_{\Omega(7-6)}^{(6)} = -41405.641 \text{ cm}^4$$

$$У тачки (5) је s_1 = 3a - \frac{\delta}{2} = 44 \text{ cm}, на је \bar{S}_\Omega^{(5)} = \bar{S}_\Omega^{(6)} + \bar{S}_{\Omega(6-5)}^{(5)} = -15651.209 \text{ cm}^4$$

$$У тачки (E) је s_1 = e_3 = 33.348 \text{ cm}, на је \bar{S}_\Omega^{(E)} = \bar{S}_\Omega^{(6)} + \bar{S}_{\Omega(6-5)}^{(E)} = -12725.28 \text{ cm}^4$$

За део (5-4):

$$\Omega^{(4)} - \Omega^{(5)}: 2a\sqrt{2} = (\Omega(s_1) - \Omega^{(5)}): (2a\sqrt{2} - s_1),$$

$$\Omega(s_1) = -274.694 - 14.93s_1$$

$$\bar{S}_\Omega^{(5-4)} = -389.637s_1 - 10.557s_1^2$$

$$У тачки (5) је s_1 = 0, на је \bar{S}_\Omega^{(5)} = \bar{S}_{\Omega(6-5)}^{(5)} = -15651.209 \text{ cm}^4$$

$$\begin{aligned} \text{У тачки (4) је } s_1 = 2a\sqrt{2} = 30\sqrt{2} \text{ cm, па је } \bar{S}_{\Omega}^{(4)} &= \bar{S}_{\Omega}^{(5)} + \bar{S}_{\Omega(5-4)}^{(4)} = \\ &= -49340.335 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

За део (4-2):

$$\Omega^{(4)}: e_2 = \Omega(s_1): (e_2 - s_1),$$

$$\Omega(s_1) = -887.138 + 33.675s_1$$

$$\bar{S}_{\Omega}^{(4-2)} = -1774s_1 + 33.675s_1^2$$

$$\text{У тачки (4) је } s_1 = 0, \text{ па је } \bar{S}_{\Omega}^{(4)} = \bar{S}_{\Omega(4-2)}^{(4)} = -49340.335 \text{ cm}^4$$

$$\begin{aligned} \text{У тачки (2) је } s_1 = 2a + \frac{\delta}{2} = 31 \text{ cm, па је } \bar{S}_{\Omega}^{(2)} &= \bar{S}_{\Omega}^{(4)} + \bar{S}_{\Omega(4-2)}^{(4)} = \\ &= -71972.66 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{У тачки (B) је } s_1 = e_2 = 26.34 \text{ cm, па је } \bar{S}_{\Omega}^{(B)} &= \bar{S}_{\Omega}^{(4)} + \bar{S}_{\Omega(4-2)}^{(B)} = \\ &= -72703.925 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

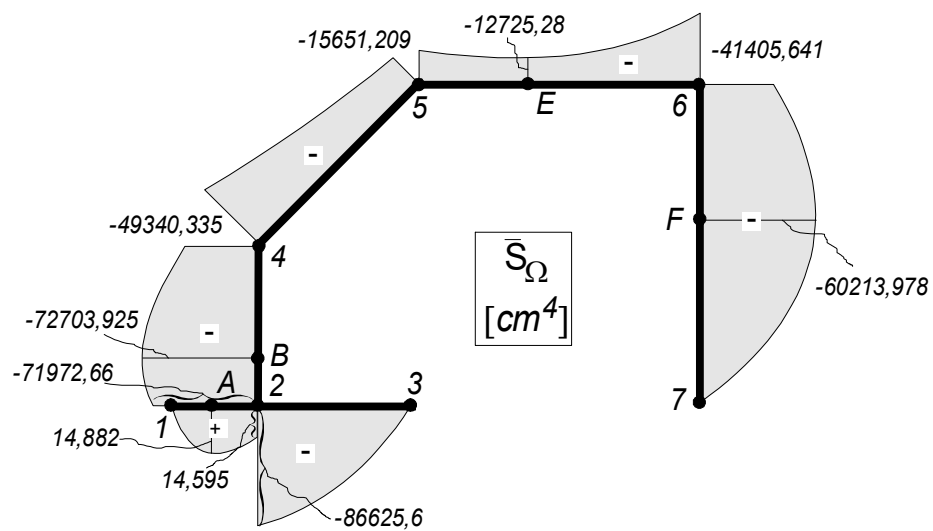
$$\text{У чвору 2 је : } \bar{S}_{\Omega(1-2)}^{(2)} + \bar{S}_{\Omega(4-2)}^{(2)} = \bar{S}_{\Omega(3-2)}^{(2)}, \text{ односно :}$$

$$-14595 + (-71972.66) = -86625.6$$

$$-86567.66 = -86625.66$$

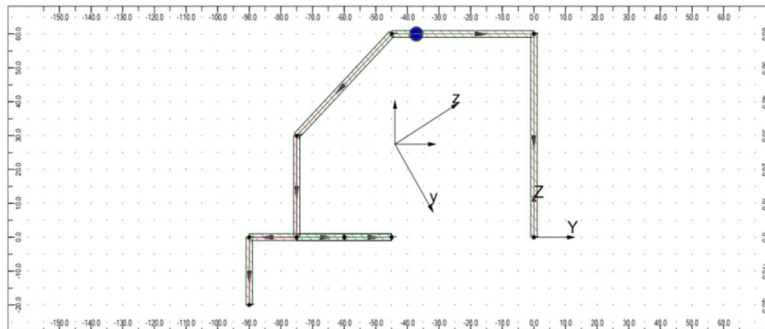
$$\text{Грешка је : } \Delta = 57.94 \text{ cm}^4$$

Дијаграм промене секторског статичног момента по контури танкозидног пресека:



Провера прорачуна геометријских карактеристика танкозидног профила у програму Autodesk Robot Structural Analysis Professional:

SECTION ANALYSIS



Geometry description

Point no.	Y	Z
1	0.0 cm	0.0 cm
2	0.0 cm	60.0 cm
3	-45.0 cm	60.0 cm
4	-75.0 cm	30.0 cm
5	-75.0 cm	0.0 cm
6	-45.0 cm	0.0 cm
7	-60.0 cm	0.0 cm
8	-90.0 cm	0.0 cm
9	-90.0 cm	-20.0 cm
10	-37.2 cm	60.0 cm

Edge no.	Point P1	Point P2	Thickness
1	1	2	2.0 cm
2	2	10	2.0 cm
3	3	4	2.0 cm
4	4	5	2.0 cm
5	6	7	2.0 cm
6	7	5	2.0 cm
7	5	8	2.0 cm
8	8	9	2.0 cm
9	10	3	2.0 cm

General results

Area

$A = 484.85 \text{ cm}^2$

Center of gravity

Yc = -43.9 cm
Zc = 27.5 cm

Shear center

Yr = -40.7 cm
Zr = 82.2 cm

Base material

C12/15
E = 27000.00 MPa
den = 2501.36 kg/m³
WU = 121.28 kG/m

Principal system

Angle

alpha = -58.9 Deg

Moments of inertia

Ix = 616.23 cm⁴
Iy = 650541.51 cm⁴
Iz = 177685.69 cm⁴

Sectional moments of inertia

Iomy = 4830.99 cm⁵
Iomz = -1011.18 cm⁵
Iom = 313316264.29 cm⁶

Maximum distances

Vy = 46.2 cm
Vpy = 28.4 cm
Vz = 54.4 cm
Vpz = 64.0 cm

Values in characteristic points

no	y(s) [cm]	z(s) [cm]	omega(s) [cm ²]	A(s) [cm ²]	Sy(s) [cm ³]	Sz(s) [cm ³]	Som(s) [cm ⁴]
1	46.2	23.4	1617.54	0.00	0.00	0.00	0.00
2	-5.2	54.4	-825.04	-120.00	-4669.53	-2460.81	-47549.93
3	-28.4	15.9	172.97	274.85	-7831.66	-948.58	-18206.79
4	-18.2	-25.3	709.59	190.00	-7430.75	1030.18	-55650.73
5	7.5	-40.8	-319.12	70.00	-3769.48	439.59	25742.30
6	23.0	-15.1	-2784.46	0.00	0.00	0.00	0.00
7	15.2	-28.0	-1551.79	-30.00	646.13	-572.69	65043.66
8	-0.3	-53.7	913.55	40.00	-2352.61	331.61	16825.83
9	16.9	-64.0	-72.26	0.00	0.00	-0.00	-0.00
10	-24.4	22.5	-0.00	290.45	-7532.08	-1360.48	-16857.79

Central system

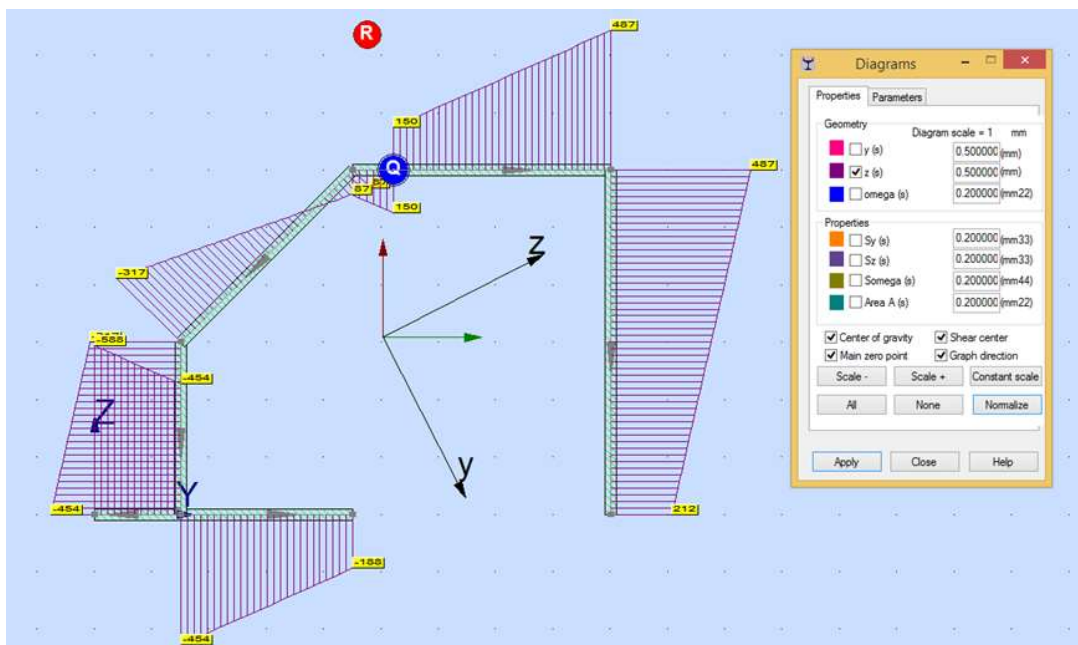
Moments of inertia

Iyc = 303757.14 cm⁴
Izc = 524470.06 cm⁴

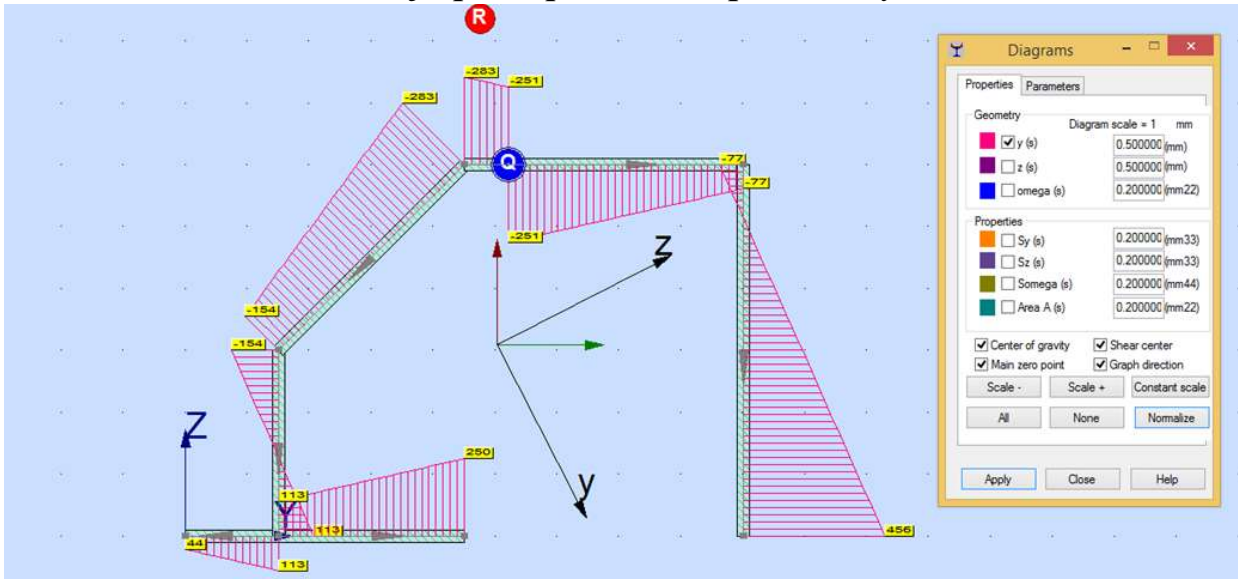
Maximum distances	$I_{yczc} = 209092.35 \text{ cm}^4$
	$V_{yc} = 43.9 \text{ cm}$
	$V_{pyc} = 46.1 \text{ cm}$
	$V_{zc} = 32.5 \text{ cm}$
Arbitrary system	$V_{pzc} = 47.5 \text{ cm}$
	Angle
	$\alpha = 0.0 \text{ Deg}$
	Moments of inertia
Maximum distances	$I_{y'} = 303757.14 \text{ cm}^4$
	$I_{z'} = 524470.06 \text{ cm}^4$
	$I_{y'z'} = 209092.35 \text{ cm}^4$
	$V_{y'} = 43.9 \text{ cm}$
	$V_{py'} = 46.1 \text{ cm}$
	$V_{z'} = 32.5 \text{ cm}$
	$V_{pz'} = 47.5 \text{ cm}$

- Дијаграми појединачних геометријских карактеристика:

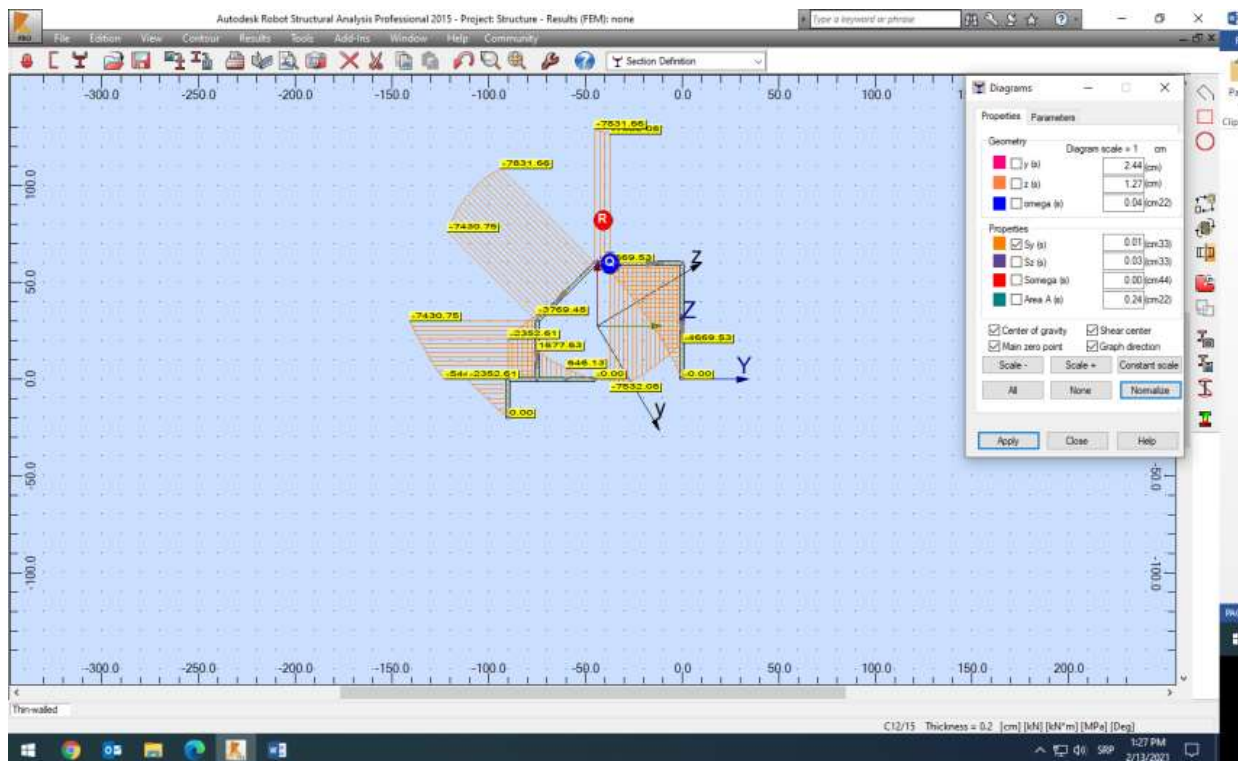
Дијаграм промене координате $z[\text{mm}]$:



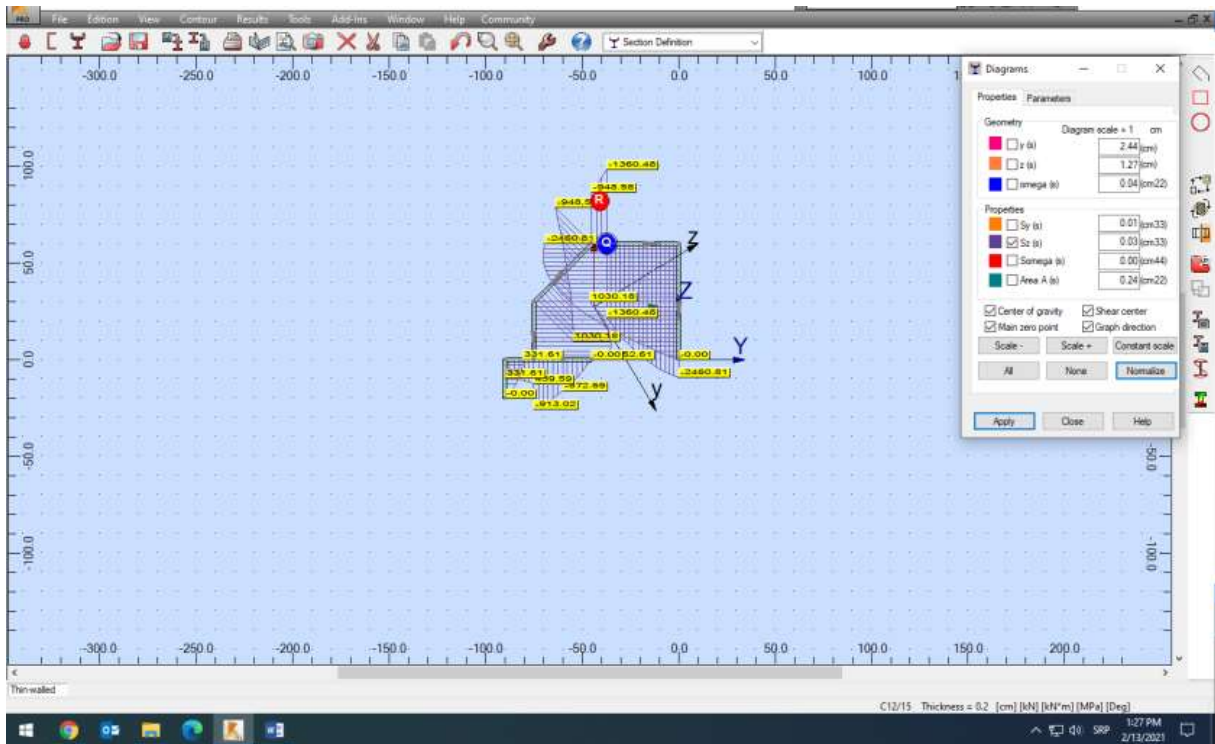
Дијаграм промене координате y [mm]:



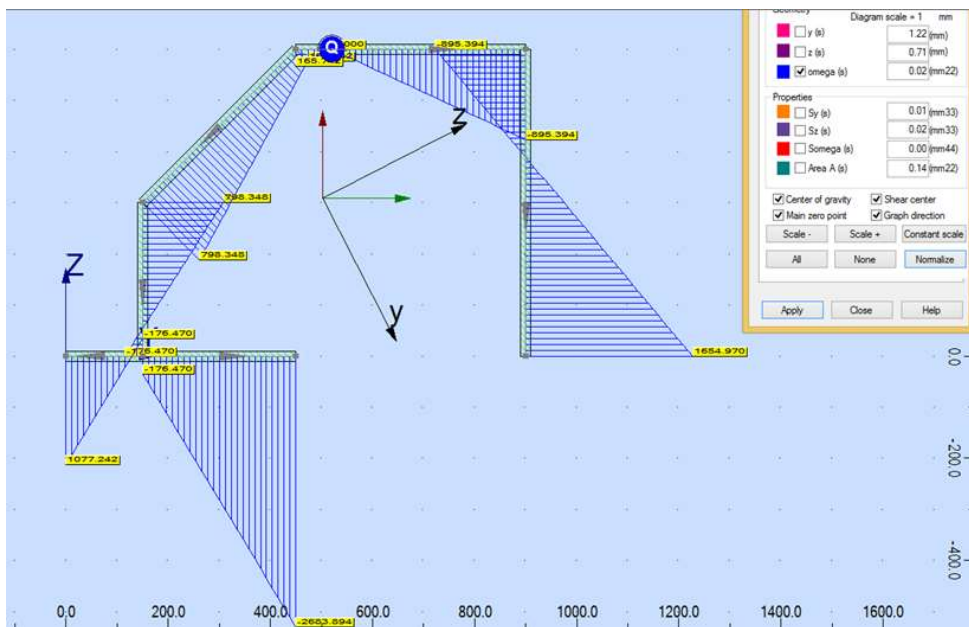
Дијаграм промене статичког момената инерције S_y [cm³]:



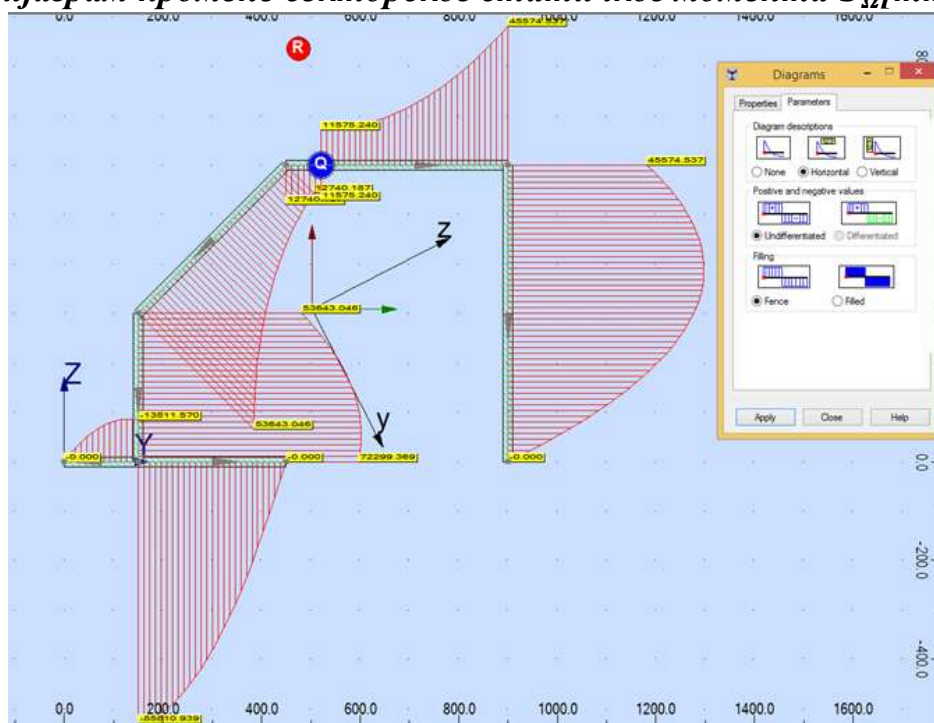
Дијаграм промене статичког момената инерције S_z [cm³]:



Дијаграм нирмиране секторске координате Ω [mm²]



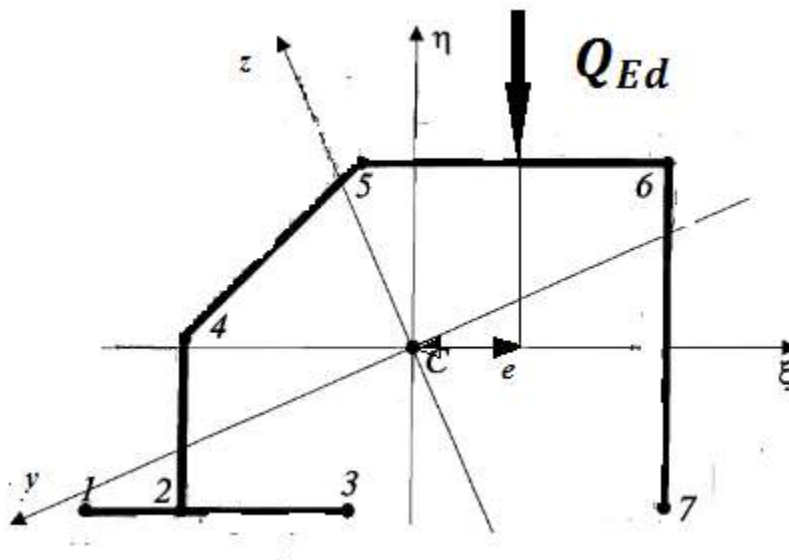
Дијаграм промене секторског статичког момента $\bar{S}_\Omega$ [mm⁴]



8.2 Одређивање напонско деформацијског стања конзоле оптерећене силом на крају

За конзолу оптерећену на спречену торзију треба одредити аналитичке изразе и приказати дијаграме промене унутрашњих сила и момената и израчунати нормалне, смицајне и збирне напоне.

Подаци: $L = 2 \text{ m}$
 $Q_{Ed} = 20 \text{ kN}$



Прорачунске вредности сила и момената у укљештењу:

$$V_y = Q_{Ed} \sin \alpha = 20 \sin 30 = 10 \text{ kN}$$

$$V_z = Q_{Ed} \cos \alpha = 20 \cos 30 = 17.32 \text{ kN}$$

$$M_{y,Ed} = V_z \cdot L = 17.32 \cdot 2 = 34.62 \text{ kNm}$$

$$M_{z,Ed} = V_y \cdot L = 10 \cdot 2 = 20 \text{ kNm}$$

$$T_{Ed} = Q_{Ed} \cdot e = 20 \cdot 0.1 = 2 \text{ kNm}$$

$$k^2 = \frac{GI_t}{EI_\Omega}$$

$$I_t = \frac{\eta}{3} \sum s_i \delta^3 = \frac{1.12}{3} 14a\delta^3 = 0.37 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 8 = 600 \text{ cm}^4$$

$$k^2 = \frac{GI_t}{I_\Omega} = \frac{0.8 \cdot 10^5 \cdot 600 \cdot 10^{-8}}{2.2 \cdot 10^5 \cdot 294233087 \cdot 10^{-12}} = \frac{0.48}{58.84} = 0.00815 \frac{1}{\text{m}^2}$$

$$k = 0.09 \frac{1}{\text{m}}$$

$$B = -\frac{T_{Ed} shkl}{k shkl} ch kz + \frac{T_{Ed}}{k} sh kz = -\frac{2 \cdot sh 0.09 \cdot 2}{0.09 \cdot ch 0.09 \cdot 2} ch kz + \frac{2}{0.09} sh kz = -3950 ch kz + 22.2 sh kz \text{ kNm}^2$$

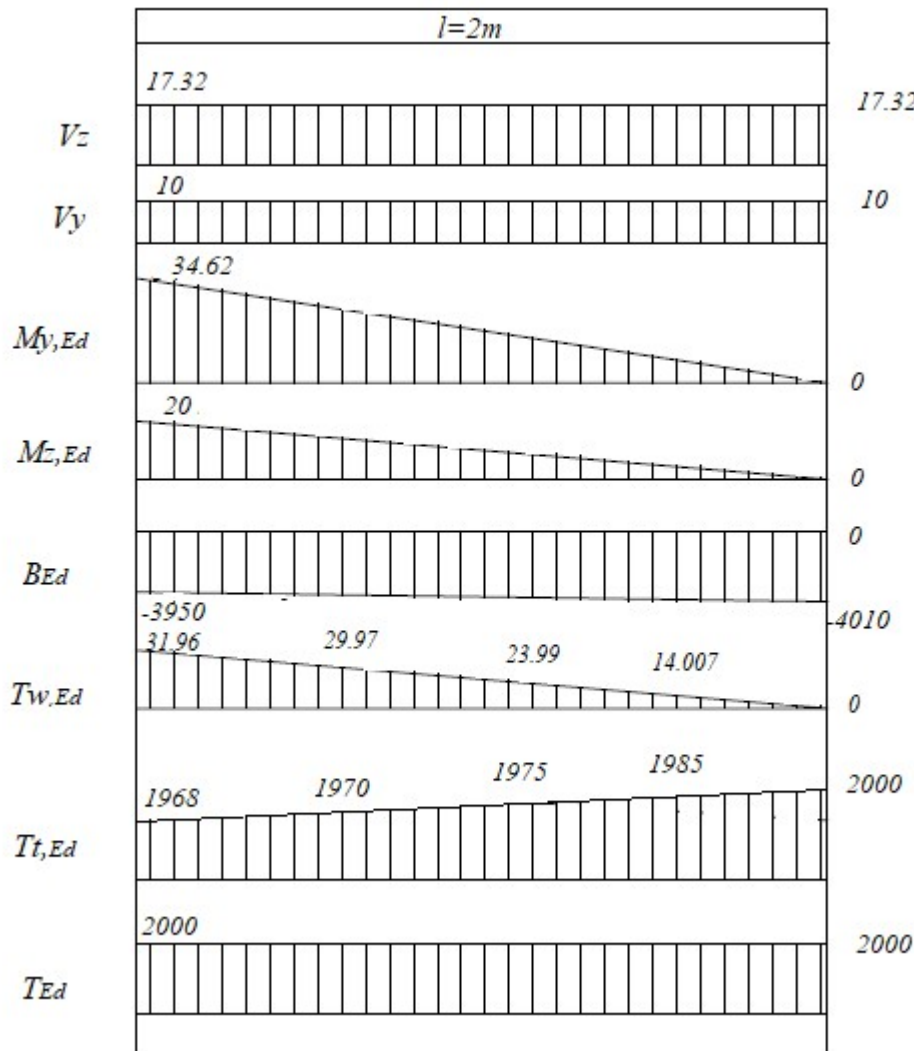
$$T_{Ed} = T_{w,Ed} + T_{t,Ed}$$

$$T_{w,Ed} = T_{Ed} \frac{shkl}{chkl} \cdot sh kz + T_{Ed} (1 - ch kz) = 356.16 sh kz + 2000 (1 - ch kz) \text{ Nm}$$

$$T_{t,Ed} = -T_{Ed} \frac{shkl}{chkl} \cdot sh kz + T_{Ed} ch kz = 356.16 sh kz + 2000 ch kz \text{ Nm}$$

Табеларни приказ промене карактеристичних вредности по дужини греде:

z, mm	z=0	z=0.5	z=1	z=1.5	z=2
B(z) Nm²	-3950	-3954	-3964	-3983	-4010
T_{w,Ed} (z) Nm	0	14.007	23.99	29.97	31.96
T_{t,Ed} (z) Nm	2000	1985	1975	1970	1968
T_{Ed}(z) Nm	2000	2000	2000	2000	2000



Напони:

Нормални напони услед компоненти момента савијања за у и z осу:

$$\sigma_{M_y,Ed} = \frac{M_{y,Ed}}{W_{y,el}} = \frac{34.62 \cdot 10^6}{8110.93 \cdot 10^3} = 4.263 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{Mz,Ed} = \frac{M_{z,Ed}}{W_{z,el}} = \frac{20 \cdot 10^6}{3535.57 \cdot 10^3} = 5.656 \text{ N/mm}^2$$

Нормални напон од спречене торзије:

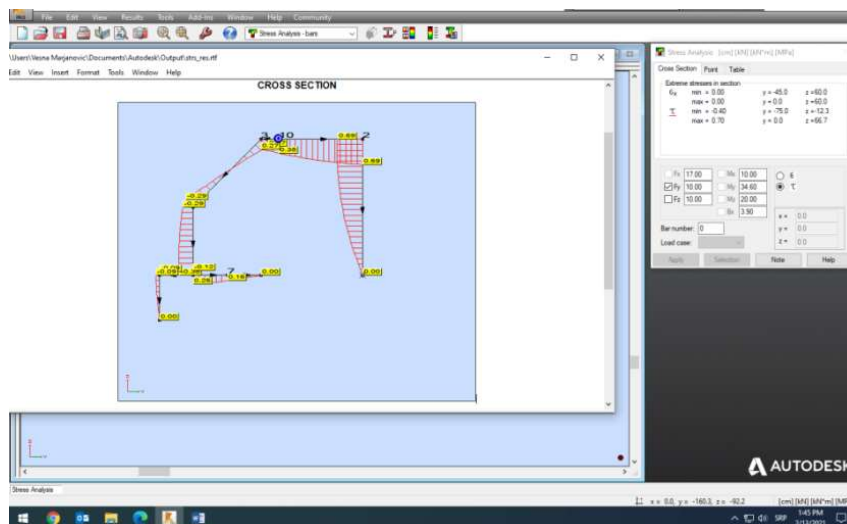
$$\sigma_{\Omega,Ed} = \frac{B_{Ed}}{I_{\Omega}} \Omega$$

Максимални нормални напон добијен аналитички у укљештењу и на месту на пресеку где је највећа секторска координата Ω :

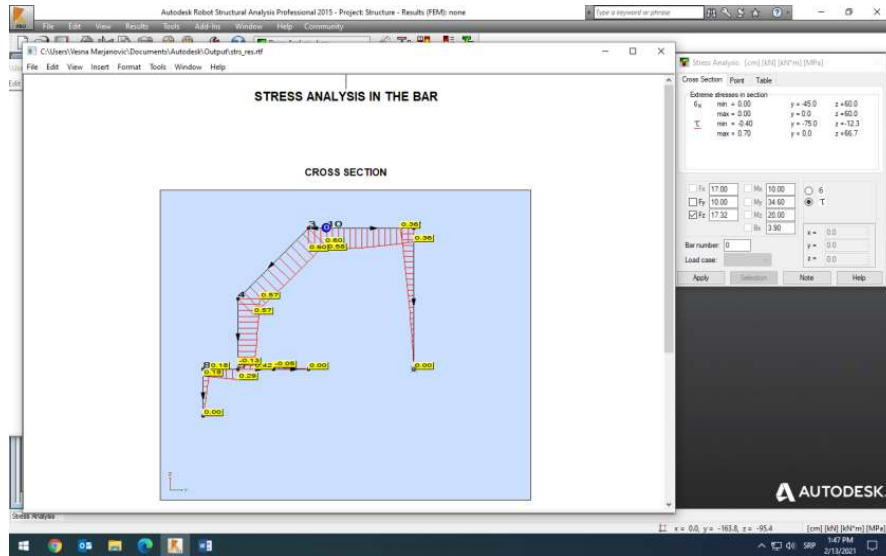
$$\sigma_{\Omega,Ed,max} = -3,41 \text{ MPa}$$

Анализа напона на основу извештаја из софтвера Autodesk Robot Structural Analysis Professional:

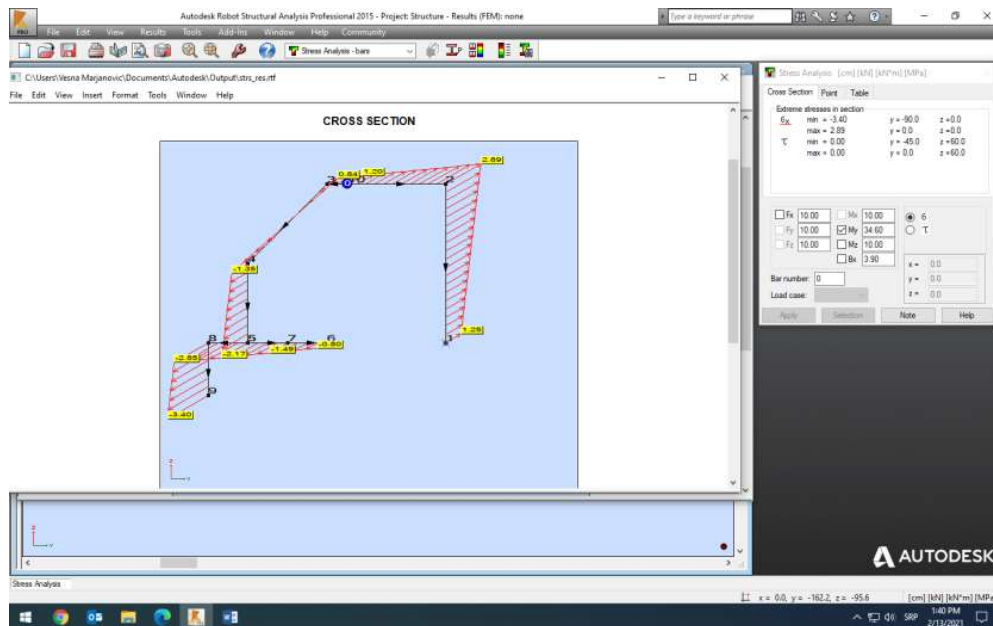
Смицајни напон од једне компоненте трансферзалне силе F_y :



Смицајни напон од друге компоненте трансферзалне силе F_z :

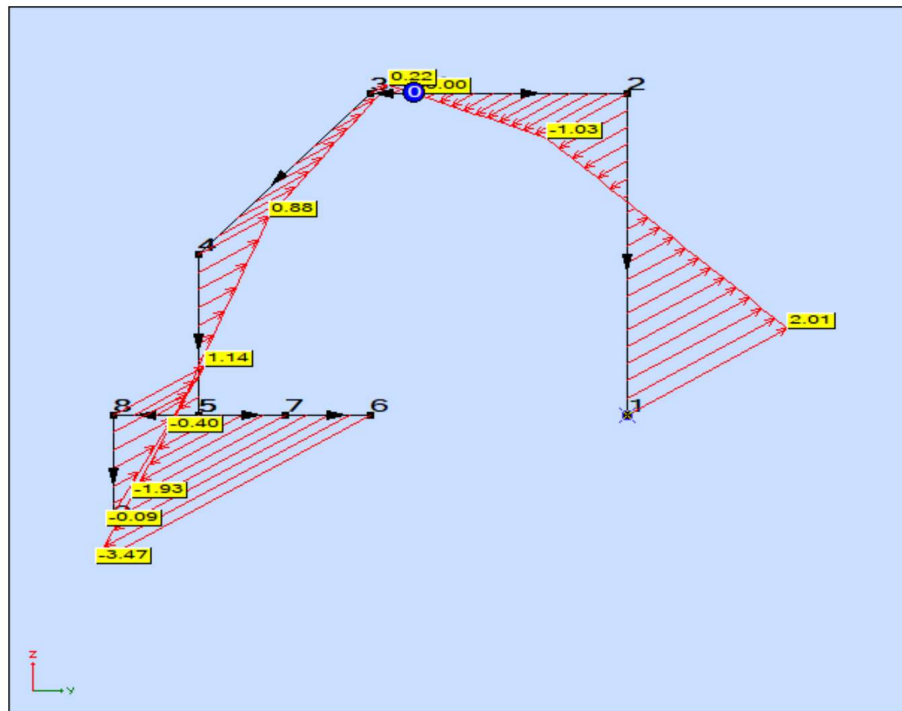


Нормални напон од једне компонента момента савијања M_y :



Normalni od Bmax STRESS ANALYSIS IN THE BAR

CROSS SECTION



Stress analysis type (hypothesis) : Normal

Internal forces taken into account : B_x

RESULTS IN THE SECTION

Forces applied to the section

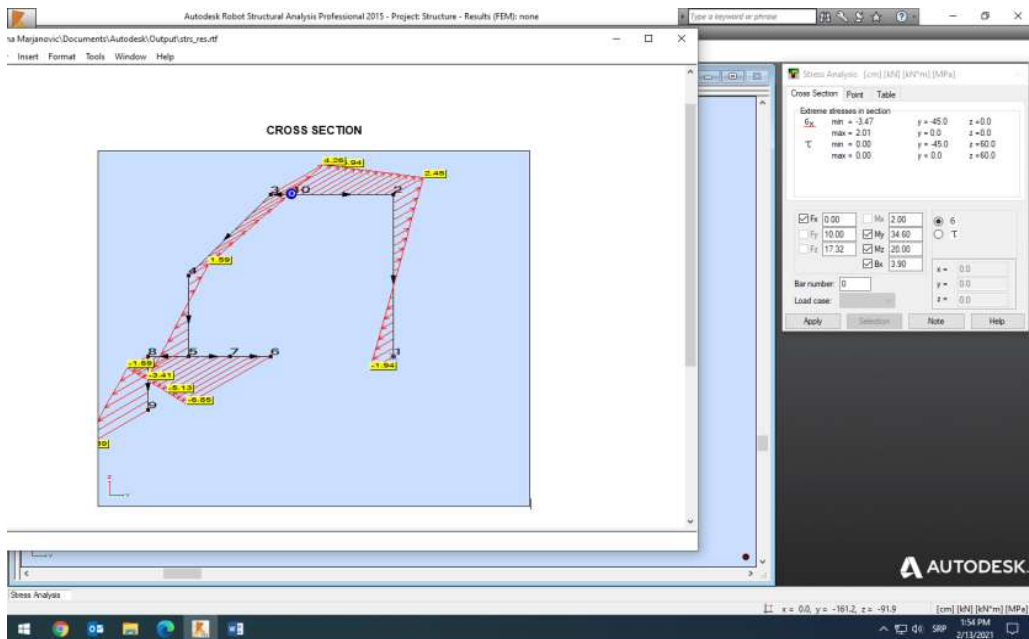
$F_x = 17.00 \text{ kN}$ $M_x = 10.00 \text{ kN}\cdot\text{m}$

$F_y = 10.00 \text{ kN}$ $M_y = 34.60 \text{ kN}\cdot\text{m}$
 $F_z = 10.00 \text{ kN}$ $M_z = 20.00 \text{ kN}\cdot\text{m}$
 $B_x = 3.90 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$

Extreme stresses in the section

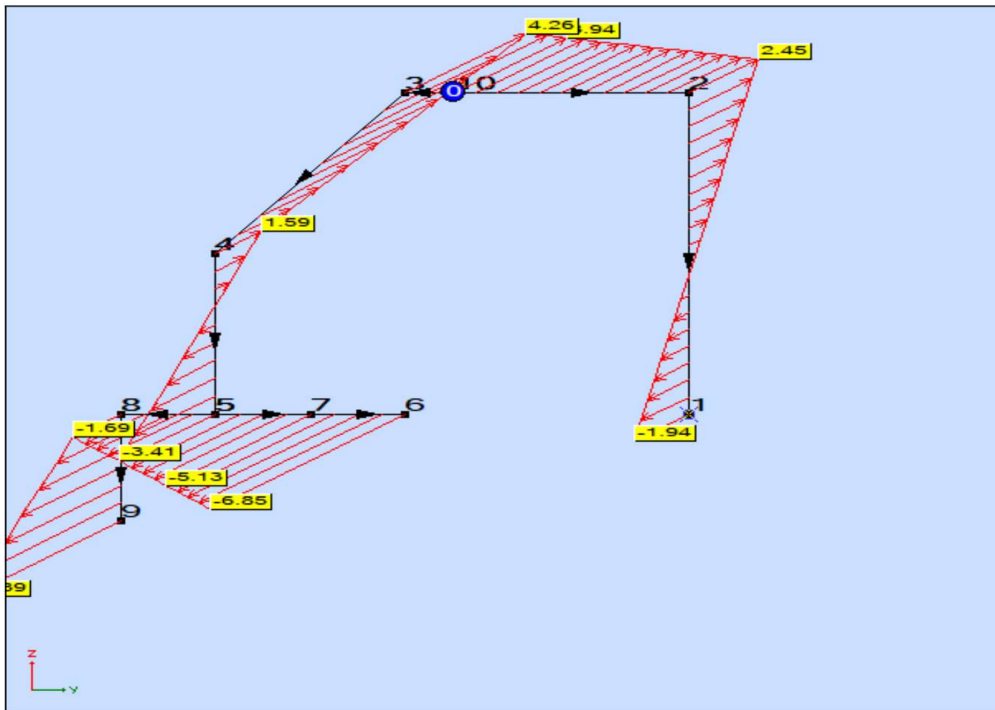
	$S_x \text{ max}$	$S_x \text{ min}$	$ t \text{ max}$	$ t \text{ min}$
Stresses	0.00 MPa	0.00 MPa	0.70 MPa	-0.40 MPa
Y local	0.0 cm	-45.0 cm	0.0 cm	-75.0 cm
Z local	60.0 cm	60.0 cm	66.7 cm	-12.3 cm

Збирни нормални напон од две компоненте момента савијања M_y и M_z и самог бимоента у укљештењу B_x :



STRESS ANALYSIS IN THE BAR

CROSS SECTION



Stress analysis type (hypothesis) : Normal

Internal forces taken into account : F_x M_y M_z B_x

RESULTS IN THE SECTION

Forces applied to the section

F_x = 0.00 kN **M_x** = 2.00 kN*m

$$\begin{aligned}
 F_y &= 10.00 \text{ kN} & M_y &= 34.60 \text{ kN}\cdot\text{m} \\
 F_z &= 17.32 \text{ kN} & M_z &= 20.00 \text{ kN}\cdot\text{m} \\
 & & B_x &= 3.90 \text{ kN}\cdot\text{m}^2
 \end{aligned}$$

Extreme stresses in the section

	S_x max	S_x min	 t max	 t min
Stresses	2.01 MPa	-3.47 MPa	0.00 MPa	0.00 MPa
Y local	0.0 cm	-45.0 cm	0.0 cm	-45.0 cm
Z local	0.0 cm	0.0 cm	60.0 cm	60.0 cm

Анализа добијених резултата

Поређењем резултата који су добијени аналитичким прорачуном заснованим на теорији еластичности која се односи на танкозидне отворене профиле и извештаја о тим истим вредностима из софтвера Autodesk Robot Structural Analysis Professional може се закључити да су разлике веома мале. То би значило да у овој области Европски стандардни не уносе неке новине у самим прорачунима. Разлог за то је што ови профили по Еврокоду спадају у четврту класу пресека. Та класе не сме да буде оптерећена у пластичној зони, већ мора да остане у домену еластичности, односно у домену важења Хуковог закона.

Конзола је оптерећена силом на крају, која изазива сложено напрезање јер се њен правац не поклапа ни са једном од главних оса профила. У унутрашњости се јављају момент свијања, трансферзална сила, моменти спречене и слободне торзије и најважније што је карактеристично за овакве профиле, јавља се бимомент дуж целе конзоле.

Напони који се при томе могу анализирати и сабирати су смицајни напон од трансферзалне силе (њених компоненти F_y и F_z) и од торзионих момената спречене и слободне торзије (они су више од десет пута мањи од других и могу се занемарити) и нормални напони од момента савијања и бимомента.

Иако је у питању сложено напонско стање јер истовремено имамо и смицајне и нормалне напоне који су највећи у самом укљештењу, не рачунамо их тако и не користимо Вон-Мизесову хипотезу јер су доминантни смо нормални напони и то посебно од бимомента.

Дакле анализом напона смо показали да овакав тип сложено оптерећених конзола танкозидног попречног пресека могу да се димензионишу само према збирном нормалном напону.

Пошто смо добили јако мале збирне напоне за наш случај, закључујемо да димензије конзоле могу бити знатно мање или да је можемо оптеретити доста већом силом а да не дође до прекорачења допуштених напона и деформација.

9. Закључак

Теорија допуштених напона је деценијама била незаменљив ослонац свим конструкторима, али упркос дугогодишњој пракси у пројектовању челичних конструкција, због тежње да се грађевински конструктори што више приближе реалном понашању челичних конструкција, је почела да се напушта.

Нова ера припада пробаблистичким методама која су основа за већину савремених прописа за прорачун конструкција па тако и Еврокодова. Еврокод се заснива на полупробаблистичком концепту прорачуна уз примену теорије граничних стања, а поузданост конструкција се доказује на основу методе парцијалних коефицијената.

Овај рад представља приказ прорачуна и анализе напонско деформацијског стања сложено оптерећених танкозидних профила и то поређењем резултата добијених аналитичким прорачуном који се још увек користи у инжењерској пракси са резултатима добијеним помоћу савременог софтвера **Autodesk Robot Structural Analysis Professional**.

То је урађено на примеру конзоле несиметричног танкозидног попречног пресека, оптерећене трансферзалном силом на крају. Прво су израчунате све геометријске карактеристике (тежиште, површина и моменти инерције) као и секторска координата и сви секторски моменти инерције. Секторске карактеристике су посебно интересантне и неопходне за одређивање напона и деформација лаких танкозидних профила. Затим су те вредности проверене у поменутом софтверу пре него што су аналитички одређене промене угла увијања, трансферзалне силе, бимоментна, момената савијања и момената спречене и слободне торзије дуж греде. На основу ових величина добијени су смицајни и нормални напони чије се вредности врло мало разликују од оних добијених софтвером.

Закључено је такође да су напони на смицање мали у односу на нормалне напоне те се може вршити димензионисање само помоћу збирног нормалног напона.

Због специфичности танкозидног пресека који по Еврокодовом стандарду припада четвртој класи нема разлике у резултатима ова два прорачуна. Наиме за пресеке у овој класи важи само Хуков закон и Теорија еластичности и није дозвољен прелаз у пластично стање као код неких других случајева. Наравно да је употреба софтвера из других очигледних разлога као што су брзина рада и већа прецизност добијених резултата, препоручљива.

Литература:

- [1] Марковић.З, Гранична стања челичних конструкција према Еврокоду, Београд 2014
- [2] Тимошенко С., Теорија еластичне стабилности, Научна књига, Београд, 1952
- [3]. Буђевац Д., Маковић З., и др., Металне конструкције, Грађевинска књига, Београд, 2007.
- [4] Петковић З., Металне конструкције у машиноградњи 2, Машински факултет у Београду
- [5] Николић Р., Марјановић В., Металне конструкције –Приручник за прорачуне, Машински факултет у Крагујевцу, Крагујевац, 1998.
- [6] Николић Р., Велјковић Ј., Марјановић В., Металне конструкције – збирка решених задатака, Факултет инжењерских наука у Крагујевцу, Крагујевац, 2013.
- [7] Марјановић В., Скрипта у електронском облику, Мудле портал Факултета инжењерских наука у Крагујевцу, 2018.