

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу

Милан Б. Новаковић
Кинематска анализа Равињоновог
планетарног механизма
Мастер рад

Крагујевац, 2015.

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Мастер студије

Модул: Машинске конструкције и механизација

Предмет: Механички преносници

Број индекса: 342/2013

Милан Б. Новаковић

Кинематска анализа Равињоновог планетарног механизма

Мастер рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. Доцент Др Блажа Стојановић - ментор

2. _____

3. _____

Датум
одбране: _____

Оцена: _____

Изјављујем да сам овај мастер рад на тему „*Кинематиска анализа Равињоновој преносника*“ урадио самостално, служећи се стеченим знањем и искуством као и наведеном литературом.

342/2013 Милан Новаковић

У оквиру овог мастер рада кандидат треба да прикаже историјски развој планетарних преносника. Такође, кандидат треба да да опис Равињоновог планетарног преносника, као и његове главне карактеристике. После тога потребно је да кандидат изврши кинематску анализу Равињоновог планетарног преносника за све могуће конфигурације. За одабрану концепцију планетарног преносника извршити анализу сила и момената. На крају рада кандидат треба да прикаже просторни модел одабране концепције Равињоновог планетарног преносника.

Препоручена литература:

- [1] С. Танасијевић, А. Вулић, Механички преносници – планетарни преносници и варијатори, Крагујевац 2006.
- [2] В. Николић, Машински елементи – теорија, прорачун и примери, Крагујевац 2004.
- [3] Б. Стојановић, М. Благојевић, Механички преносници, 2015.

Крагујевац, датум

Ментор:
Др Блажа Стојановић, Доцент

САДРЖАЈ

Abstract/Резиме	2
1. Увод.....	3
1.1. Планетарни механизми и преносници.....	4
1.2. Историјски развој планетарних преносника.....	5
1.3. Примена Равињоновог планетарног преносника	8
1.4. Означавање планетарних преносника	14
2. Кинематика Равињоновог планетарног преносника.....	15
2.1. Услов монтаже и избор броја зубаца зупчаника	16
2.1.1 Избор броја зуба.....	17
2.1.2 Услов саосносности	17
2.1.3 Избор броја сателитија.....	18
2.1.4 Провера (услов монтаже)	19
2.2. Концепције Равињоновог механизма	20
2.2.1 Концепција R_{15}^4	20
2.2.2 Концепција R_{15}^h	23
2.2.3 Концепција R_{h5}^1	26
2.2.4 Концепција R_{h5}^4	29
2.2.5 Концепција R_{45}^h	32
2.2.6 Концепција R_{45}^1	35
2.3. Анализа и провера кинематике Равињоновог планетарног преносника коришћењем софтвера	38
3. Анализа оптерећења Равињоновог механизма	43
3.1. Одређивање силе између сателита.....	46
3.1.1 Анализа добијених резултата	48
3.2. Преносник са косим зубима	49
4. Припрема модела Равињоновог преносника за 3д штампање.....	51
4.1. Припрема документације за фамилију производа.....	51
4.2. Конструисање еволвенте	52
4.3. Моделирање зупчаника и монтажа преносника	54
5. Закључак.....	57
6. Литература	58
7. Прилог	59

ABSTRACT

Power transmission is irreplaceable part of every industry. Due to continuous technical progress transmission mechanisms work with less power loss, but their structures are becoming more complicated. This paper, besides historical development and applications, is focused on planetary gear sets, respecting Ravigneaux planetary gear set which originates as an improvement to Simpson's planetary gear. Detailed kinematic analysis will also be shown which will be followed by formulas used to calculate angular velocity of every part regardless of axis.

The essential use of the assembly is transmission that provides seven different transmission ratios. In this paper, forces and torque that are transferred through gears in one of possible transmission ratios will be explained and presented.

To confirm kinematic data, as well as for needs of 3D printing following software will be used: Catia V5 R20, Microsoft Office 2010: Excel, Autodesk: Inventor 2015.

Key words: *Ravigneaux planetary transmission, planetary mechanism, mechanical power transmission*

РЕЗИМЕ

Преносници снаге су незамењив део сваке индустрије. Због непрестаног техничког напретка преносници имају све мање губитака у преносу снаге али су зато и њихове конструкције постале компликованије. Поред историјског развоја и примене овај рад је усмерен ка планетарним преносницима, односно Равињоном планетарном преноснику који је настао као надоградња Симпсоновог преносника. Такође ће бити приказана детаљна кинематска анализа, односно биће дате формуле за израчунавање бројева обртаја сваког од елемената било око своје или централне осе.

Пошто се овај преносник користи најчешће као мењач, јер постоји могућност да се добије чак 7 различитих преносних односа, биће анализиране силе и моменти који оптерећују његове елементе у једном од тих преноса.

Да би се потврдиле добијене кинематске вредности и за потребе 3D штампања коришћени су софтвери Catia V5 R20, Microsoft Office 2010: Excel, Autodesk: Inventor 2015.

Кључне речи: *Равињонов планетарни преносник, планетарни механизам, механички преносник снаге*

1. УВОД

Пренос механичке енергије од погонске до радне машине врши се посредством трансмисионих вратила, спојница и преносника. За разлику од трансмисионих вратила и спојница, преносницима је могуће вршити трансформацију броја обртаја, обртног момента, а понекада и смера обртања. Код неких транспортних система, положај осе вратила и међусобно растојање погонске и радне машине се мења у току експлоатације, а понекад је и неопходна промена броја обртаја радне машине у самом процесу експлоатације. Из наведених разлога, преносници имају изузетно велику примену у савременој машиноградњи[1].

Пренос енергије и механичког кретања се може остварити на више начина и различитим преносним механизмима, па се стога и преносници деле на:

- механичке,
- електричне,
- хидрауличке,
- пнеуматске и др[2].

Механички преносници преносе кретање и обртни момент помоћу тзв. Везе обликом (*зубчастии, ланчани, зубчастии каишини преносници, ...*) или трећем (*фрикциони преносници, каишини преносници, ...*).

Електрични преносници су преносници код којих се обртни момент преноси електричним путем на принципу промена улазних параметара електромотора (напона или фреквенције) што директно утиче на промену његовог броја обртаја и обртног момента

Код хидрауличких преносника обртни момент се преноси помоћу течности, а код пнеуматских помоћу гасова. Треба напоменути да су флуиди и једних и других обично под притиском.

С обзиром на променљивост преносног односа, разликује се:

- преносници са константним преносним односом,
- преносници са степенасто променљивим преносним односом и
- преносници са континуално променљивим преносним односом[1].

Док у зависности од тога да ли повећавају обртни момент или обртно кретање деле се на:

- редукторе,
- мултипликаторе и
- једноставне преноснике (*преносни однос 1*).

Сви преносници независно од поделе служе да пренесу снагу са погонске на радну машину и да при томе број обртаја и обртни момент на вратилу погонске машине прилагоди потребном броју обртаја и обртном моменту на вратилу радне машине.

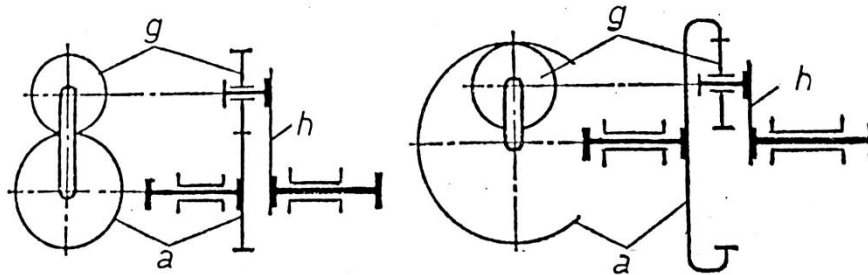
Међу свим механичким преносницима, захваљујући својим dobrим радним карактеристикама, највећу примену имају зупчасти преносници. Предност зупчастих преносника су:

- константан преносни однос,
- велики степен корисног дејства (*осим хиперболичких зубчастих парова*),
- велика издржљивост и трајност у раду,

- компактна конструкција,
- велика поузданост, ... [1]

1.1. Планетарни механизми и преносници

Механизми састављени од зупчаника или фрикционих точкова а у којима је геометријска оса макар једног зупчаника или точка покретна, називају се планетарним механизмима. Битно је нагласити да основни кинематски закони зупчастих планетарних механизма, у извесној мери, односе и на фрикционе планетарне механизме.



Слика 1.1. Елементарни планетарни механизам [2]

Елементарни планетарни механизми са спољашњим и унутрашњим спрезањем зупчаника могу се представити као на слици 1.1. Зупчаник (*a*) чија се оса поклапа са основном осом механизма и који се обрће само око своје осе, назива се централним зупчаником (*у литератури се може наћи и термин „сунчани зупчаник“*). Зупчаник (*g*) је у спрези са зупчаником (*a*) и обрће се око своје осе, а истовремено се са чланом (*h*) око осе зупчаника (*a*). На тај начин зупчаник (*g*) који се назива сателит, се креће релативно око своје осе и заједно са њом око основне (*централне*) осе механизма.

Члан планетарног механизма у коме су постављене осовине зупчаника са покретним осама (*сателити*) назива се носачем (*h*). Оса око које се обрће носач назива се основна или централна оса. Укупно кретање елемената планетарног механизма слично је кретању планета, па отуда потиче и назив механизма. Чланови планетарног механизма чије се осе поклапају са основном осом и примају оптерећење од спољашњег момента, називају се основним члановима. Планетарни механизам може имати један или неколико сателита једнаких димензија, који могу бити једнострано или двострано озубљени (*двојни сателити*).[1]

Да би механизам са слике 1.2. постао преносник потребно је увести још један централни зупчаник као и онемогућити кретање око централне осе једног од елемената.

Планетарни преносници припадају групи механичких преносника чија је примена најпре ексклузивно базирана у неким решењима транспортних и ратних средстава. Касније се њихова примена преноси на алатне машине и инструменте, да би данас била интензивно пренета на широки спектар индустријских производа. Разлози интензивније примене планетарних преносника леже пре свега у предностима које ова врста преносника уноси у машинске системе у које се уграђује а то су:

- велики преносни односи,
- могућност постизања различитих преносних односа,
- могућност поделе снаге на погонском вратилу на више гоњених вратила и обратно,
- могућност примене зупчаника мањих модула,
- компактност и др.

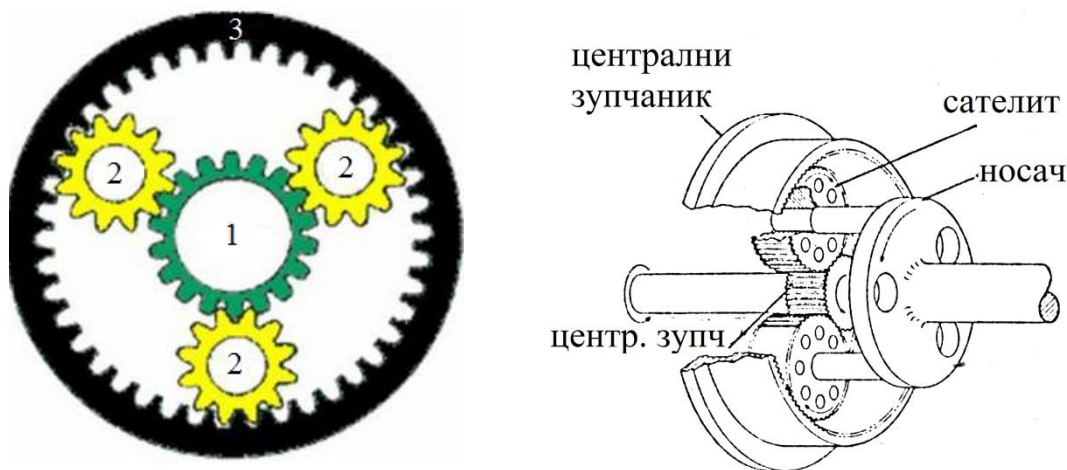
Ови преносници могу постићи огромне преносне односе, али потребно је напоменути и да се тиме и смањује степен корисног дејства. Могућност да се простор између централних зупчаника попуни већим бројем сателита обезбеђује добро искоришћење унутрашњег простора и омогућава компактну конструкцију планетарних преносника. Примена више сателита омогућује да се оптерећење преноси истовремено са већим бројем зуба, што доводи до смањења оптерећења и избора мањих модула.

Захваљујући оваквим особинама планетарни преносници су два до три пута лакши од класичних редуктора исте снаге и преносног односа. Оправданим захтевима снижења маса и габаритних димензија одговарају погони са планетарним преносницима.

Поред низа наведених предности, планетарни преносници имају и битне недостатке:

- компликованији су од класичних преносника,
- сложене су кинематике
- осетљиви су на промену међуосног растојања,
- могућа је појава допунских сила услед недовољне тачности расподеле оптерећења између сателита,
- захтевају високу тачност при изради и монтажи јер то такође може да допринесе појави допунских оптерећења на зупчанике, ...

Оно што разликује планетарне преноснике у односу на остале је постојање члана који се обрће око своје осе а истовремено и заједно са другим члановима око централног члана и централне осе. Кретање је по својим карактеристикама слично кретању планета, па отуд и назив преносника[2].



Слика 1.2. Планетарни механизам (1. централни зупчаник – сунце, 2. сателити (планете), 3. централни зупчаник – ободни зупчаник)[2]

Типичан и широко распрострањени планетарни преносник приказан је на слици 1.1. и често се назива планетарни редуктор.

1.2. Историјски развој планетарних преносника

За сада се зна да су планетарни механизми први пут коришћени пре више од две хиљаде година. Доказ томе су остаци механизма кога су 1901. године пронашли грчки ловци на сунђере у близини острва Антикитера, по коме је и добио свој познати назив „механизам из Антикитере“. Сматра се и првим аналогним рачунаром, јер је уз помоћ

преко 30 зупчаника и разних механизма приказивао положаја сунца, месеца и пет планета око земље.

Налазио се на олупини римског брода који је превозио уметничка дела и драгоцености у Рим. Због промене средине у којој се налазио хиљадама године, остаци су у крхком стању (слика 1.3.) и чувају се у заштићеном простору од спољашњег утицаја у погодној средини у Националном археолошком музеју у Атини.



Слика 1.3. *Остаци механизма који су пронађени [3]*

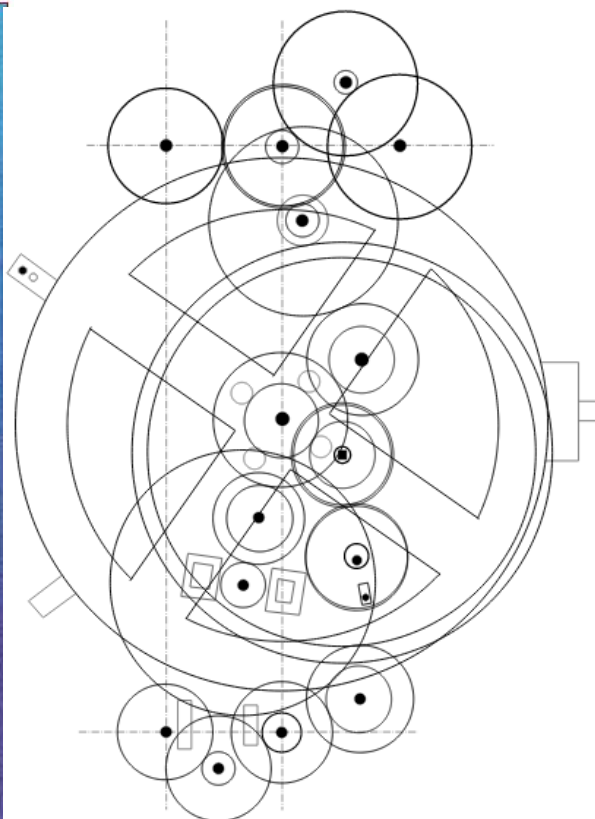
На основу досадашњих истраживања, сматра се да је механизам (слика 1.4.) из Антикитере заправо аналогни рачунар за одређивање кретања планета кроз зодијак по египатском календару. Вероватно је био један од првих аналогних рачунара који су икада направљени. Када би се унео неки датум помоћу ручице, механизам је на бројчаницима показивао положај планета, Сунца и Месеца за тај дан. На предњој страни механизма налази се бројчаник са две угравираних скале. Једна је фиксирана и на њој су нацртани знакови зодијака, док покретни прстен показује месеце у години. Слова угравираниа на скали зодијака одговарају знацима на тањиру са календаром. Употреба за то доба напредних диференцијалних зупчаника у унутрашњости механизма омогућавала је да се положај небеских тела израчунава сабирањем и одузимањем угаоних брзина зупчаника. Синодичко месечево време¹ које се мери у односу на Сунце, добијано је одузимањем ефеката Сунчевог кретања од сидералног² месечевог кретања, које се прати у односу на звезде некретнице (*чланице Зодијака*).

Механизам је заснован на геоцентричним моделима кретања тела у Сунчевом систему који су у то доба били распрострањени и које је у другом веку нове ере систематизовао Клаудије Птоломеј. Према геоцентричним моделима, планете су се кретале око Земље по кружним путањима, али су на тим круговима описивале и мале

¹ Синодичко месечево време је временски период од 29 дана, 12 сати 44 минута и 2,78 секунди и представља временски период потребан да он обиђе пун круг око земље и промени све мене (*реф. систем - Сунце*)

² Сидерално месечево време је временски период од 27 дана, 7 сати 43 минута и 11,47 секунди и представља временски период потребан да он обиђе пун круг око Земље (*реф. систем - Земља*)

кружнице, такозване епицикле. Механизам попут овог из Антикитере могао је прецизно да репродукује кретање Сунца и Месеца на основу епицикличног модела који је развио Хипарх, док су кретања Меркура и Венере могла бити заснована на моделу Аполонија из Пергама [3].



Претпоставља се да је оваквих механизма било доста у тадашње време. Неки су били више а неки и мање тачни. Још један од уређаја за предвиђање положаја планета и звезда је Астролаб.

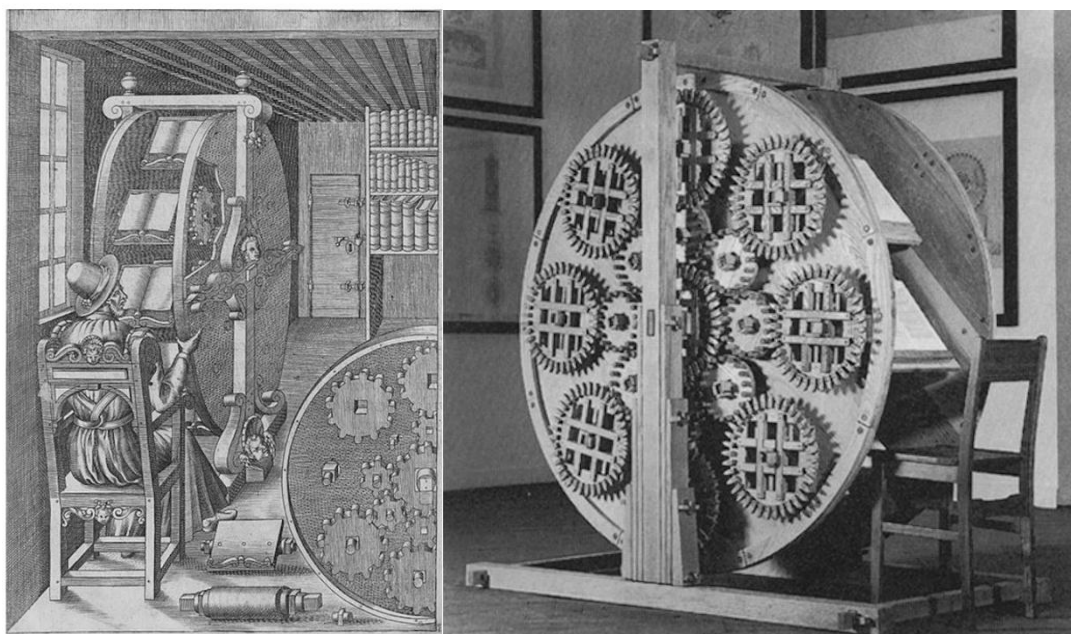
Астролаб (слика 1.5.) се састојао од бронзаног или гвозденог диска са пречником од 8 до 43 центиметара, на кога је пројектована небеска сфера. Покретањем казаљке и њеним постављањем на одређеним датум и време, добијао се изглед неба и положај небеских тела у односу на хоризонт и меридијан. Са вековима, ова основна планисферна конструкција је добијала све сложеније облике.

У сваком случају, овакав и слични инструменти били су засновани на геоцентричним моделима кретања тела у Сунчевом систему, по којима су се планете кретале око Земље по кружним путањама, али су на тим круговима описивале и мале кружнице, такозване епицикле. Поменути Хипарх из Никеје први је развио модел епицикли, а све ове моделе је у другом



веку нове ере систематизовао Клаудије Птоломеј (127-151 *г.н.е.*). Уз помоћ ових модела могло би се репродуковати кретање Сунца, Месеца планета на небеској сфери. Мада се октриће астролоба приписује још Хипарху, овај инструмент почиње да се користи тек у четвртом веку нове ере.

Ричард од Валингфорда (*Richard of Wallingford*), енглески игуман у манастиру светог Албанса заслужан је за коришћење планетарног механизма у сврху прављења астрономског сата у 14. веку. Тек касније 1588. године, италијански војни инжењер Агостино Рамели (*Agostino Ramelli*) измислио је машину (слика 1.6.) која олакшава читање тешких књига, која стоји у вертикалном положају и омогућава кориснику лако обртање великог точка у коме се налазе књиге, а као механизам искоришћен је планетарни механизам.



Слика 1.6. Машина Агостино Рамелија [6]

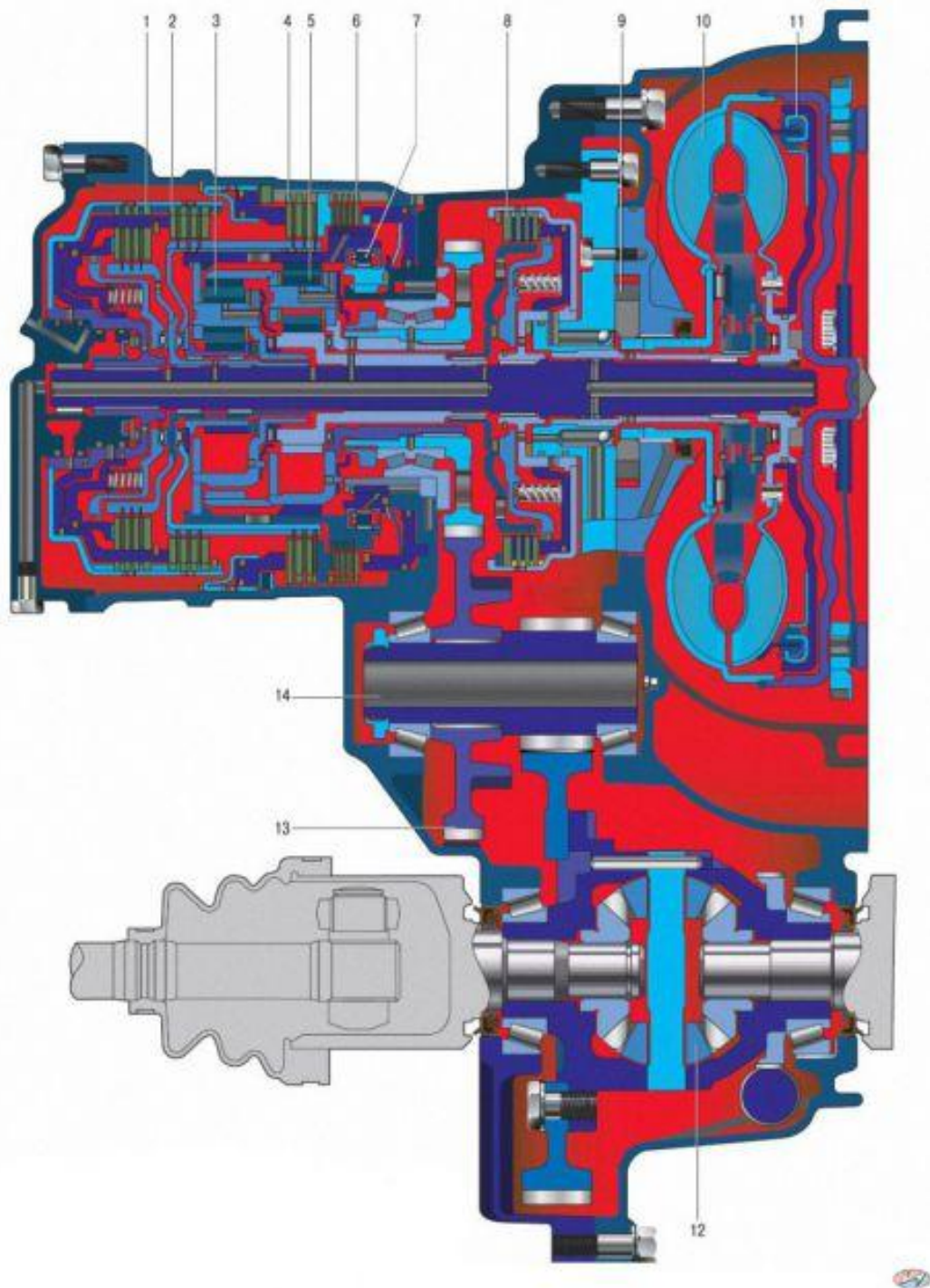
1.3. Примена Равињоновог планетарног преносника

Равињонов планетарни механизам (*Ravigneaux gearset*) је дупли планетарни механизам кога је измислио Пол Равињон (*Pol Ravigneaux*). Овај механизам патентиран је 28. јула 1949. године у Француској. Састоји се од два сунчева зупчаника и једног централног зупчаника са унутрашњим озубљењем, између којих се налазе два сателита повезаних једним носачем.

Настао је као последица унапређивања претходних аутомобилских преносника, као што је Симпсонов, где налази и најширу примену, што ће бити показано у следећем поглављу. Као најскупљи и највећи елемент, коришћењем једног носача сателита постао је лакши за израду, има мању масу и јефтинији је од осталих.

Примена планетарних преносника је отежана због употребе пратећих елемената који омогућују искључивање/укључивање или заустављање појединих елемената преносника, а што усложњава и поскупљује саму конструкцију.

Као пример ће бити дат приказ аутоматског мењача возила Хјундаи Соларис (*Hyundai Solaris*) [7], возила кога покреће мотор од 1,4 или 1,6 литара а који користи четворостепени аутоматски мењач ознаке А4CF1 (слика 1.7.).



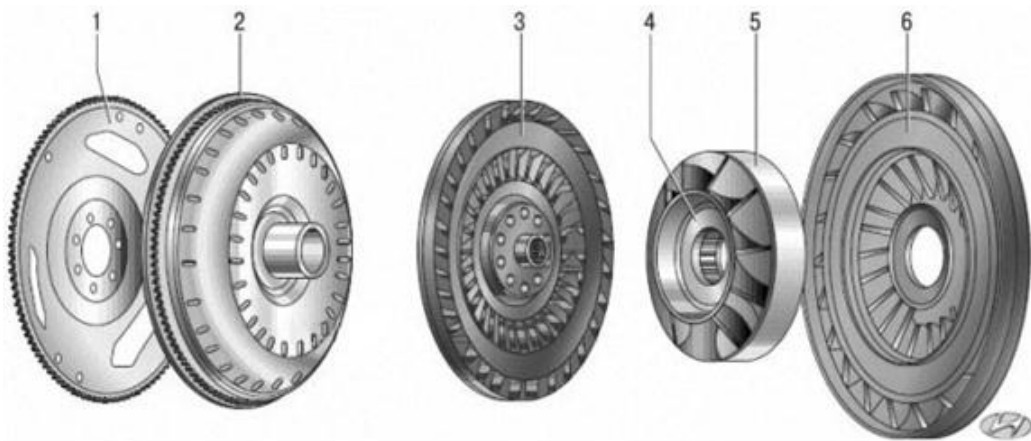
Слика 1.7. Четириворосни аутоматски мењач ознаке A4CF1 [7]

На слици 1.7. бројеви представљају следеће компоненте:

1. спојница за повећање степена преноса,
2. спојница хода уназад (*рикверц*),
3. задњи планетарни преносник,
4. кочница другог преноса,
5. предњи планетарни преносник,
6. кочница првог преноса и преноса хода уназад,
7. везна/прелазна спојница,

8. спојница за снижење степена преноса,
9. пумпа уља,
10. хидротрансформатор,
11. кочница спојнице хидротрансформатора,
12. међуосовински диференцијални преносник,
13. погонски зупчаник и
14. вратило погонског зупчаника.

Аутоматски преносник (слика 1.7.) је састављен по уобичајеној шеми фрикционе спојнице преноса кретања и снаге са коленастог вратила мотора преко хидротрансформатора. Електронски систем управљања аутоматским преносом стално контролише брзину аутомобила и управља оптерећењем мотора, при чему покушава да превазиђе грешке возача коме не дозвољава да преоптерети мотор додавањем гаса преко максималног броја обртаја мотора или да при великој брзини кретања возила вози у нижем степену преноса или да при малој брзини кретања вози у вишем степену преноса. Приликом смањења брзине аутомобила аутоматски мењач самостално пребацује у нижи степен преноса без утицаја возача. Приликом заустављања возила аутоматски мењач сам убацује у прву брзину. Аутоматски преносник се састоји од хидротрансформатора, уљне пумпе, планетарног редуктора, мулти-диск спојнице, мулти-диск кочнице и управљачких вентила.

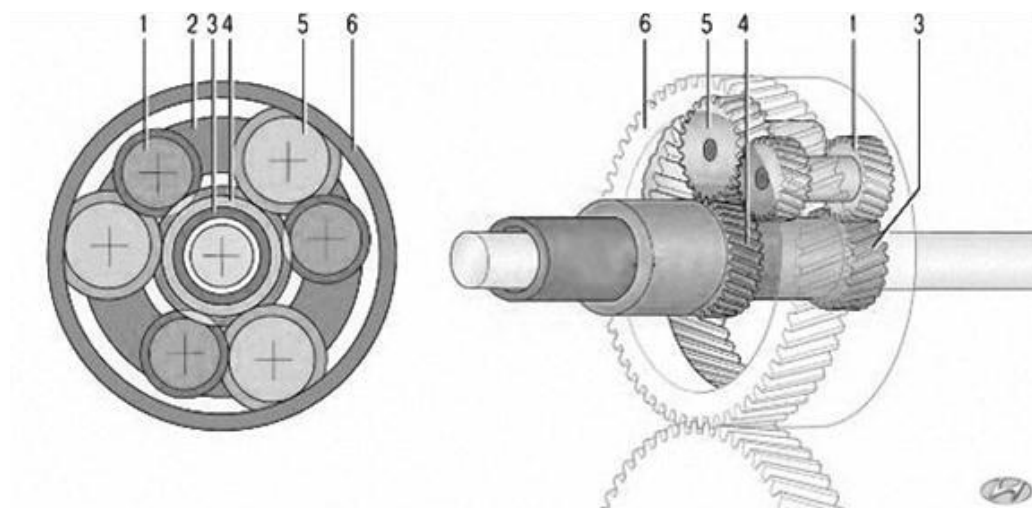


Слика 1.8. Хидротрансформатор (1. водећи диск; 2. кућиште хидротрансформатора, 3. турбина; 4. везна/прелазна спојница; 5. реактор; 6. коло са лопатицама.)

Хидротрансформатор (слика 1.8.) има основну улогу да повеже (споји) мотор са механизмом преносника, повећавајући почетни обртни момент у почетку кретања аутомобила. Кућиште хидротрансформатора је спојено са коленастим вратилом мотора преко водећег диска (1) који се при раду мотора непрестано се окреће. Унутрашњост хидротрансформатора је испуњена хидрауличним радним уљем за аутоматске преноснике. Мотор окреће хидротрансформатор и коло са лопатицама (6), што са своје стране доводи до кретања хидрауличног уља у правцу кретања лопатица.

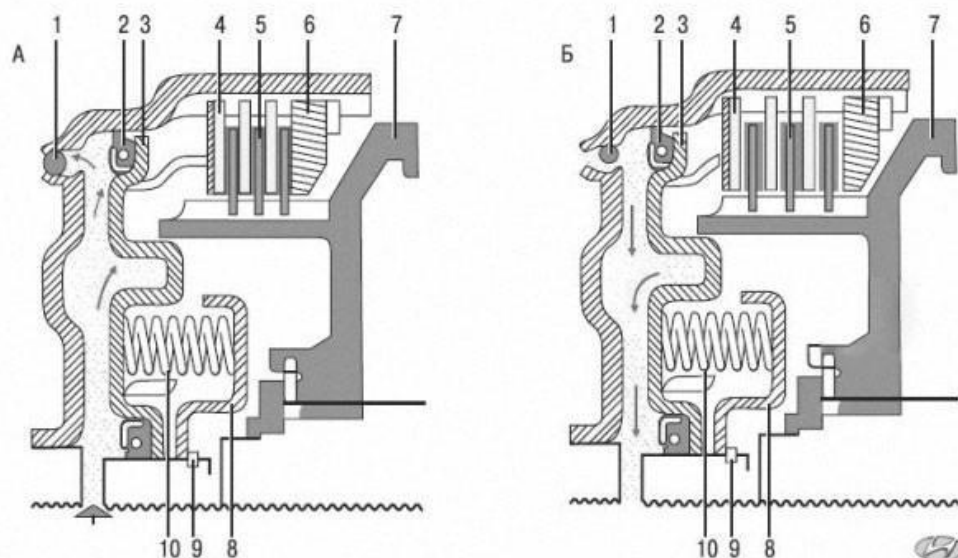
При већим брзинама кола са лопатицама хидраулично уље почиње да гони и остале елементе који су у њега потопљени. Међутим, уколико је разлика брзина окретања кола са лопатицама (6) и турбине (3) превелика коло реактора (5) може променити смер кретања уља што ће довести до повећања обртног момента. Смањењем разлика брзина окретања кола са лопатицама и турбине смањује се и обртни момента до нивоа обртног момента празног хода (лера).

Уљна пумпа је постављена на предњем делу кућишта аутоматског преносника и задатак јој је да снабдева уљем под притиском све системе аутоматског преносника.



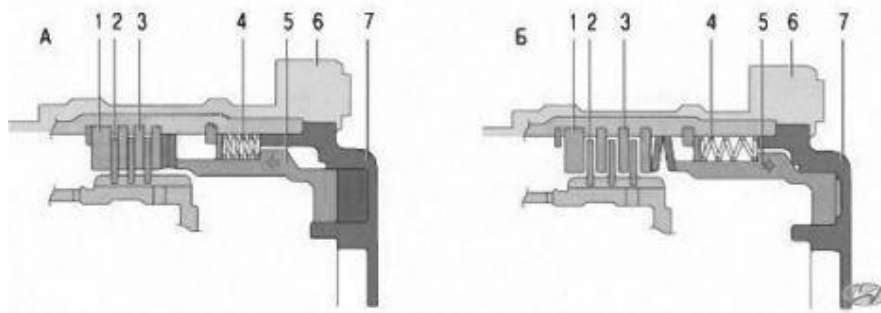
Слика 1.9. Равињонов планетарни преносник (1. двојни сапелити; 2. носач сапелити; 3. мали централни зупчаник; 4. велики централни зупчаник; 5. крајини сапелити; 6. прстенести зупчаник)

Равињонов планетарни преносник (слика 1.9.) је зупчати преносник са спољашњим и унутрашњим озубљењем, која за различите случајеве међусобног кретања елемената обезбеђује различите излазне бројеве обртаја и моменте обртања.



Слика 1.10. Шема мулти-диск спојнице (А – мулти-диск спојница укључена; Б – мулти-диск спојница искључена; 1. кулични зајварач; 2. зајивни прстен; 3. клип; 4. фрикциони диск; 5. фрикциони диск са облојама; 6. ослони диск; 7. конус спојнице; 8. држач ојрује; 9. ослони прстен држача ојрује; 10. повратна ојруја)

Начин рада мулти-диск спојнице (слика 1.10.) и мулти-диск кочнице (слика 1.11.) је сличан. Разлика је у томе што спојница покреће клипове преносника што доводи у спој фрикционе дискове кочница са картером. Радно уље, које под притиском дејствује на клип, што доводи до спајања фрикционих дискова. Звоно блокирано спојницом почиње да се обрће као једна целина.

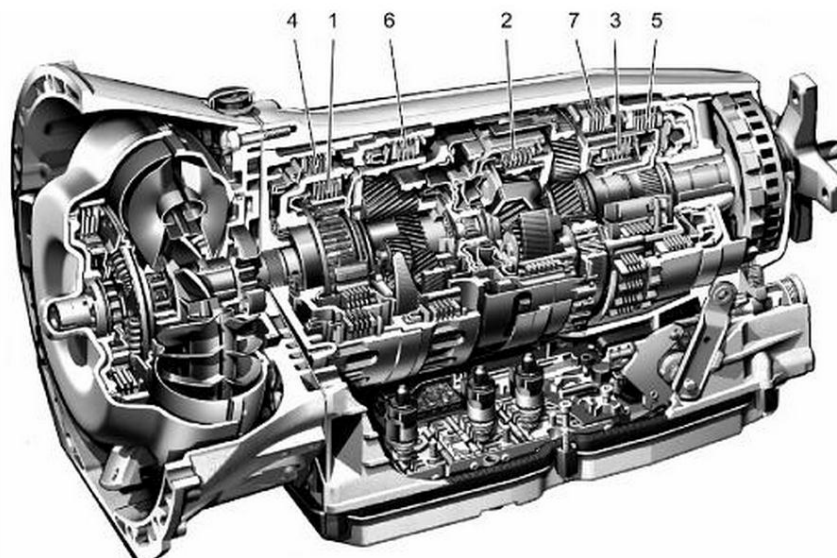


Слика 1.11. Шема рада мулти-диск кочнице (А – мулти-диск кочница укључена; Б – мулти-диск кочница искључена; 1. ослони диск; 2. фрикциони кочни диск са облојама; 3. фрикциони кочни диск; 4. повратна опруга; 5. клип; 6. кућиште преносника; 7. поклопац преносника)

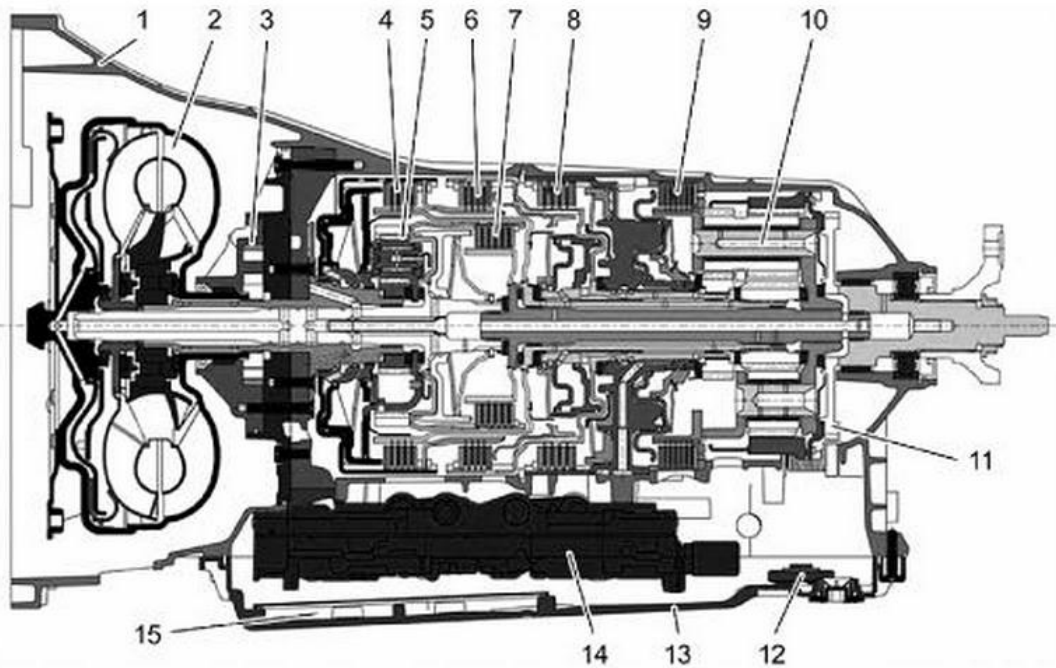
Искључењем фрикционих дискова радно уље престаје да делује на спојницу и клип се, под дејством повратне опруге, враћа у полазни положај.

Карактеристика конструкције мулти-диск спојнице је да се налази у сталном окретању, и под дејством центрифугалне силе (која утиче на радно уље) ствара се притисак који спречава самораздвајање спојнице. Додатно је у спојницу уграђен и куглични затварач који увек тежи да је што даље постављен од центра спојнице (од осе обртања). При повећаном притиску радног уља у комори спојнице куглични затварач покрива преливне отворе, док се при смањеном броју обртаја и сниженом притиску и под дејством центрипеталне силе, куглични затварач се помера отварајући преливне отворе и тада уље истиче и спојница се искључује.

Равињонов планетарни преносник нашао је примену и у оквиру мењача Мерцедес-Бенц (Mercedes-Benz) W7A 700 (слика 1.12) W7A 030.



Слика 1.12. Сегментисани аутоматски мењач Мерцедес-Бенц W7A 700 (1 ÷ 3 спојнице, 4 ÷ 7 Кочнице) [8]



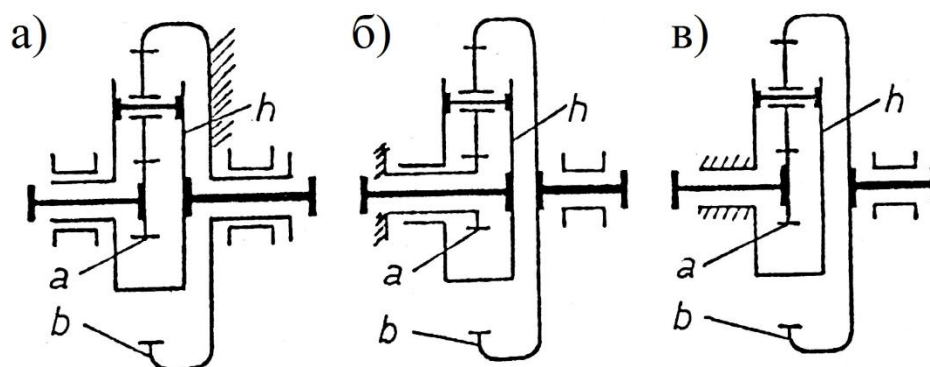
Слика 1.13. Шестостејени аутоматски аутомобилски мењач ZF 6 HP 26 (1. кућиште; 2. дволинијски уредиварач; 3. умма за уље; 4. сјојница А; 5. мењач 1; 6. сјојница Б; 7. сјојница Е; 8. кочница Ц; 9. кочница Д; 10. Равињонов планетарни преносник; 11 паркин кочница; 12. мајетин; 13. илстични поклоац за уље; 14. мехатронички модул; 15. филтер за уље) [7]

Остали примери примене:

- Аутомобил КИА Спектра (*KIA Spectra*) са аутоматским мењачем F4AEL-K [9];
- Аутомобил Форд-О-Матик (*Ford-O-Matic*) са аутоматским мењачем MX; [10]
- Аутомобил Форд Мондео (*Ford Mondeo*) са аутоматским мењачима MMT-6 и MT-66; [11]
- Аутомобил ГАЗ-14 ЧАЈКА (*Чайка*) са аутоматским мењачем; [12]
- Аутомобил Мерцедес-Бенц ЦЛК 500 кабриолет (*Mercedes-Benz CLK 500 Cabriolet*) са аутоматским мењачем GF27.50-P-5100. [13]

1.4. Означавање планетарних преносника

Механизми показани на слици 1.2. састављени су од два члана (a и h) чије се осе обртања поклапају са основном осом и не могу се користити за пренос енергије. Додавањем централног зупчаника (b) са унутрашњим озубљењем, добија се планетарни механизам са три члана (a, b, h) чије се осе обртања поклапају са основном осом (слика 1.14.). Фиксирањем, на пример члана (b), у коме су погонски и гођени елементи чланови (a) и (h) или (h) и (a) (слика 1.14.а)). Заустављањем члана (h) добијамо непланетарни преносник у коме су осе свих зупчаника непокретне. Очигледно да је код планетарних механизма број чланова који се могу користити како а водеће тако и за вођене елементе већи него код класичних, непланетарних механизма. Ова корисна специфичност планетарних механизма пружа значајну слободу конструкторима при коначном уобличавању конструкције [2].



Слика 1.14. Планетарни механизам са три члана (a) A_{ah}^b , б) A_{hb}^a , в) A_{ab}^h)

Управо због особине планетарних преносника да је могуће врло лако променити преносни однос зависно од тога који је елемент закочен, тј. због примене планетарних преносника као мењача настаје потреба за системом означавања. Да би се отклониле недоумице око обележавања преносника и врсте концепције у овом раду пратиће се систем означавања из литературе [2] (слика 1.15).

Концепција^{фикс. члан}
улаз_излаз

Слика 1.15. Означавање планетарних преносника

Дакле, Равињонов планетарни преносник биће обележен латиничним словом R а одговарајуће концепције пратиће пример ознаке са слике 1.15.

2. КИНЕМАТИКА РАВИЊОНОВОГ ПЛАНЕТАРНОГ ПРЕНОСНИКА

Пројектовање планетарних преносника подразумева претходну кинематску анализу усвојене шеме преносника. Основни задаци кинематске анализе су:

- одређивање положаја чланова преносника,
- одређивање брзина и убрзања елемената преносника,
- дефинисање једначина кретања елемената преносника,
- одређивање броја обртаја елемената преносника и
- одређивање преносних односа.

Са аспекта рационалног конструисања посебно су значајни одређивање броја обртаја појединих елемената и дефинисање преносних односа. Тачно дефинисање ових карактеристика може бити отежано, нарочито у случајевима сложених планетарних преносника.

За кинематска испитивања и одређивање кинематских карактеристика планетарних преносника, данас се у техничкој литератури најчешће користе:

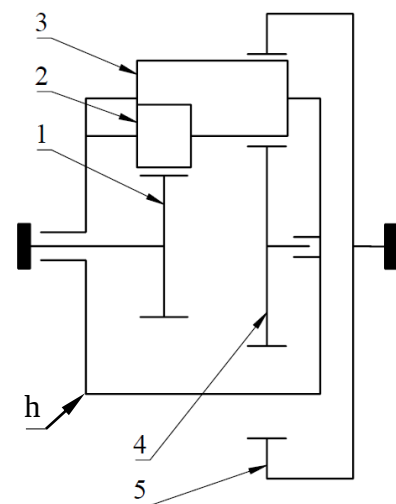
- метода плана брзина и броја обртаја,
- метод заустављања носача сателита – метода Вилиса (*Willis*),
- одређивање преносног односа преко угла обртања,
- метод тренутног пола и
- метод разлагања сложеног кретања – метода Свампа (*Swamp*) [2].

За кинематску анализу, у овом раду, коришћена је комбинована метода, јер се остале методе које се заснивају на графичким методама много компликују у овом случају јер је конструисање плана брзина и плана бројева обртаја прилично дуг и нецелисходан процес.

На слици 2.1. приказана је шема Равињоновог преносника, са којих се могу видети ознаке коришћене у општим једначинама кретања:

$$\begin{aligned} n_{ul} - n_h &= (-1)^m \cdot i_{o1} (n_{cz2} - n_h) \\ n_{cz2} - n_h &= (-1)^m \cdot i_{o2} (n_{izl} - n_h) \end{aligned} \quad (2.1)$$

- n_{ul} – број обртаја улазног централног зупчаника,
- n_{izl} – број обртаја излазног централног зупчаника,
- n_{cz2} – број обртаја централног зупчаника (другог сунчаног зупчаника) који није ни улазни ни излазни елемент,
- n_h – број обртаја носача сателита,
- m – број спољашњих спрега у преноснику од једног до другог централног зупчаника и
- i_{o1}, i_{o2} – кинематски преносни однос одговарајућег класичног механичког преносника.



Слика 2.1. Шема Равињоновог планетарног механизма

За одређивање сопствених бројева обртаја планетних зупчаника коришћена је следећа једнакост:

$$n_s = (-1)^m \cdot i_k \cdot (n_{cz1} - n_h) \quad (2.2)$$

Доказ горе наведених једначина може се видети у литератури [2].

У суштини, Равињонов планетарни преносник спада у групу $3\kappa^3$ преносника, и може се посматрати као комбинација класичног $2\kappa^4$ и обичног преносника. Пошто за спрегу зупчаника у класичним преносницима није потребан никакав специјалан услов сем истог модула, одређивање услова монтаже своди се на концепцију **A** варијанте (*више о A концепцији може се видети у литератури [2]*).

Бројеви од 1 до 4 представљају зупчанике са спољашњим озубљењем, а бројем 5 је представљен зупчаник са унутрашњим озубљењем, који је уједно и излазни члан, при чему су зупчаници 1,4 и 5 су централни, а зупчаници 2 и 3 су сателити.

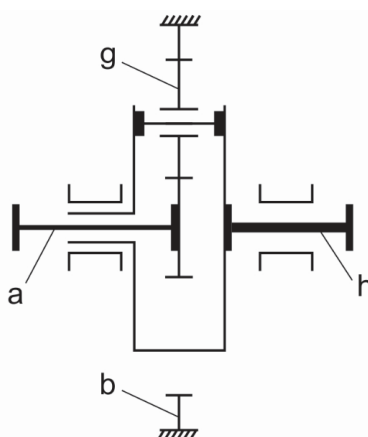
2.1. Услов монтаже и избор броја зубаца зупчаника

Пројектовање планетарних преносника подразумева, као правило, и успешну примену параметарске оптимизације. Један од независно променљивих параметара је и број зубаца зупчаника.

Правилан и исправан избор броја зубаца зупчаника је веома значајан и не тако лак корак у пројектовању планетарних преносника. Неопходно је приметити да се исти или блиски преносни однос може постићи различитим бројевима зубаца.

Да би се осигурало реално извођење било ког планетарног преносника потребно је обратити пажњу на услов суседства, услов саосности, услов спрезања и још неких допунских услова који могу бити наметнути захтевима конструкције. У претходном поглављу речено је да је избор броја зуба сведен на задовољавање потреба **A** концепције (*слика 2.2.*). Очигледно је да је избор броја зубаца зупчаника планетарних преносника резултат бројних компромиса уз уважавање бројних постављених захтева.

Најчешће избор броја зуба зупчаника планетарних преносника започиње успостављањем везе између броја зубаца централног зупчаника и осталих зупчаника, коришћењем већ задатих или усвојених преносних односа.



Слика 2.2. A концепција планетарног преносника

³ Планетарни преносници који имају 3 централна зупчаника

⁴ Планетарни преносници који имају 2 централна зупчаника

2.1.1 Избор броја зуба

Избор броја зуба започиње разматрањем преносног односа по угледу на општу једначину кретања (2.1) која гласи:

$$n_a - n_h = (-1)^m i_o (n_b - n_h)$$

При чему је:

$$n_b = 0; m = 1; i_o = \frac{z_g}{z_a} \cdot \frac{z_b}{z_g} = \frac{z_b}{z_a}$$

Па се увођењем у претходну једначину добија:

$$n_a - n_h = -i_o (-n_h)$$

$$n_h \left(\frac{z_b}{z_a} + 1 \right) = n_a$$

За преносни однос планетарног преносника **A** концепције важи једначина (2.3) која се добија упоређивањем броја обртаја улазног и излазног елемента.

$$\boxed{i_{pp} = \frac{n_a}{n_h} = 1 + \frac{z_b}{z_a}} \quad (2.3)$$

Где су:

- i_{pp} – преносни однос планетарног преносника,
- n_a, n_b – број обртаја централних зупчаника,
- n_h – број обртаја носача сателита и
- z_a, z_b, z_g – број зуба зупчаника планетарног преносника **A** концепције.

Из претходне једначине следи однос бројева зуба централних зупчаника из којих се добија параметарски облик вредности траженог броја зуба централног зупчаника b који је приказан једначином (2.4):

$$\frac{z_b}{z_a} = i_{pp} - 1$$

$$\boxed{z_b = (i_{pp} - 1) \cdot z_a} \quad (2.4)$$

2.1.2 Услов саосносности

Услов саосности обезбеђује једнакост свих осних растојања у спрегнутим зупчастим паровима, односно поклапање оса централних зупчаника са основном осом. Услови саосности се углавном изражавају преко броја зуба.

Полази се од претпоставке да дужине одговарајућих подеоних пречника зупчаника треба да буду једнаке, тј:

$$d_a + d_g = d_b - d_g \quad (2.5)$$

Да би зупчаници били у спрези потребно је да они имају исти модул тј:

$$m_a = m_g = m_b = m = const.$$

Из наведених претпоставки добија се:

$$m \cdot z_a + m \cdot z_g = m \cdot z_b - m \cdot z_g : m$$

$$z_a + z_g = z_b - z_g$$

$$z_g + z_g = z_b - z_a$$

$$2 \cdot z_g = z_b - z_a$$

Параметарски облик броја зуба зупчаника g у односу на вредности броја зуба зупчаника a и b приказан је једначином:

$$z_g = \frac{z_b - z_a}{2} \quad (2.6)$$

2.1.3 Избор броја сателита

Предност у преношењу снаге у односу на друге преноснике, планетарни преносници дугују управо сателитима. Повећавањем броја сателита растеређују се зупчаници јер долази до дељења снаге, па је сваки зуб зупчаника који је у спреси толико пута растеређенији што им омогућава да се користе у тешким режимима рада. Стога је потребно одредити највећи број сателита које је могуће уградити у преносник.

Треба напоменути да се повећањем броја сателита смањују димензије преносника, али према препоруци из литературе [2] уколико се у преноснику користи више од три сателита потребан је механизам за равномерну расподелу оптерећења.

Дакле, према слици 2.3. потребно је да дуж $\overline{AO_g}$ буде већа од $\overline{BO_g}$:

$$\overline{AO_g} > \overline{BO_g} \quad (2.7)$$

При чему је:

$$\overline{AO_g} = \overline{OO_g} \cdot \sin \frac{\Theta}{2} = (r_a + r_g) \cdot \sin \frac{\Theta}{2}$$

Где су:

$$\Theta = \frac{2 \cdot \pi}{N}; \quad r_a = \frac{d_a}{2} = \frac{m \cdot z_a}{2}; \quad r_g = \frac{d_g}{2} = \frac{m \cdot z_g}{2}$$

Односно када се замене вредности добија се:

$$\overline{AO_g} = \frac{m \cdot (z_a + z_g)}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{N} \quad (2.8)$$

При чему су:

- Θ – угао између суседних сателита и
- N – број сателита,
- m – модул зупчаника.

Што се тиче дужи $\overline{BO_g}$ она се може израчунати на следећи начин:

$$\overline{BO_g} = \frac{d_{tg}}{2} = \frac{d_g}{2} + h_g = \frac{m \cdot z_g}{2} + m = \frac{m \cdot z_g + 2 \cdot m}{2}$$

$$\overline{BO_g} = \frac{m \cdot (z_g + 2)}{2} \quad (2.9)$$

При чему су:

- d_{tg} – темени пречник зупчаника g и
- h_g – висина теменог дела зупца.

На основу неједначине (2.7) и једначина (2.8), (2.9) произилази:

$$\begin{aligned} \frac{m \cdot (z_a + z_g)}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{N} &> \frac{m \cdot (z_g + 2)}{2} / : \frac{m}{2} \\ (z_a + z_g) \cdot \sin \frac{\pi}{N} &> z_g + 2 \\ \sin \frac{\pi}{N} &> \frac{z_g + 2}{z_a + z_g} \end{aligned}$$

Дакле број сателита треба да буде као у једначини (2.10):

$$N < \frac{\pi}{\arcsin \left(\frac{z_g + 2}{z_a + z_g} \right)} \quad (2.10)$$

2.1.4 Провера (услов монтаже)

Да би зупчаници могли несметано да се крећу потребно је да се на одговарајућем кружном луку L обима подеоног круга централних зупчаника налази цео број зуба. Овај услов се може записати као:

$$L_a = \frac{O_a}{N}; L_b = \frac{O_b}{N} \quad (2.11)$$

То јест, број зуба C на кружном луку се онда може изразити као:

$$L_a = C_a \cdot t; L_b = C_b \cdot t$$

Када се претходни израз уврсти у једначине (2.11) добија се:

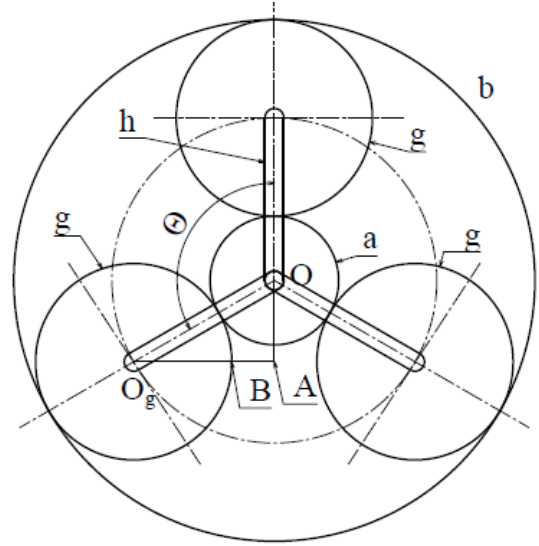
$$\begin{aligned} C_a \cdot t &= \frac{O_a}{N}; C_a = \frac{z_a \cdot t}{N \cdot t}; C_a = \frac{z_a}{N} \\ C_b \cdot t &= \frac{O_b}{N}; C_b = \frac{z_b \cdot t}{N \cdot t}; C_b = \frac{z_b}{N} \end{aligned}$$

Па се коначан параметризован облик услова монтаже може изразити и као:

$$C = C_a + C_b = \frac{z_a + z_b}{N} \quad (2.12)$$

При чему су:

- L – дужина кружног лука између два сателита
- t – корак

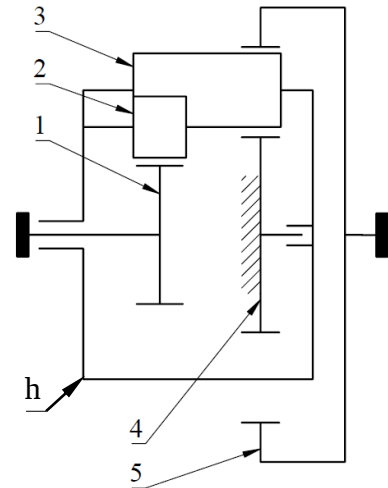


2.2. Концепције Равињоновог механизма

Коришћењем различитих спојница, кочница итд могуће је заочити један од елемената преносника и на тај начин постићи одређен преносни однос, чак и променити смер обртања излазног зупчаника. Управо због ових могућности и релативно малих димензија Равињонов преносник има огромну примену у аутомобилској индустрији. Даље у поглављу биће детаљно објашњен поступак добијања формуле брзина и преносних односа једне концепције.

2.2.1 Концепција R_{15}^4

Ова концепција представља Равињонов преносник у случају кад је заочен централни зупчаник 4 (слика 2.4.). Полази се од опште једначине (2.1) при чему је $n_{ul} = n_1$; $n_{izl} = n_5$; $n_{cz2} = n_4$. Број потребних општих једначина кретања увек је за 1 мања од броја централних зупчаника, тако да их у овом случају има две. Приликом њихових дефинисања препоручује се праћење тока снаге, односно најдужи пут од улаза ка излазу, тј од зупчаника 1 преко зупчаника 4 па тек до излазног зупчаника 5.



$$n_1 - n_h = (-1)^m i_{o1} (n_4 - n_h)$$

Где су:

$$m = 3; i_{o1} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{z_4}{z_1}; n_4 = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 1 до 4 и
- i_{o1} – кинематски преносни однос од зупчаника 1 до 4.

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_1 - n_h = -i_{o1} (-n_h)$$

$$n_1 = (i_{o1} + 1)n_h \Rightarrow n_h = \frac{n_1}{i_{o1} + 1} = \frac{n_1}{\frac{z_4}{z_1} + 1} = \frac{n_1}{\frac{z_4 + z_1}{z_1}}$$

Број обртаја носача сателита:

$$n_h = n_1 \frac{z_1}{z_4 + z_1} \quad (2.13)$$

Друга општа једначина гласи:

$$n_4 - n_h = (-1)^m i_{o2} (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m = 1; i_{o2} = \frac{z_3}{z_4} \cdot \frac{z_5}{z_3} = \frac{z_5}{z_4}; n_4 = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 4 до 5 и

- i_{o2} – кинематски преносни однос од зупчаника 4 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$-n_h = -i_{o2}(n_5 - n_h) = -i_{o2}n_5 + i_{o2}n_h$$

$$i_{o2}n_5 = n_h(i_{o2} + 1)$$

$$n_5 = n_h \frac{i_{o2} + 1}{i_{o2}} = n_1 \frac{z_1}{z_4 + z_1} \cdot \frac{\frac{z_5}{z_4} + 1}{\frac{z_5}{z_4}} = n_1 \frac{z_1}{z_4 + z_1} \cdot \frac{z_5 + z_4}{z_5}$$

Број обртаја излазног зупчаника:
$$n_5 = n_1 \frac{z_1(z_5 + z_4)}{z_5(z_4 + z_1)} \quad (2.14)$$

Препоручује се изражавање особина увек преко једне те исте особине, односно препоручено је изражавање зависних величина од независних.

Преносни однос планетарног преносника:

$$i_{pp} = \frac{n_1}{n_5} = \frac{n_1}{n_1 \frac{z_1(z_5 + z_4)}{z_5(z_4 + z_1)}} = \frac{z_5(z_4 + z_1)}{z_1(z_5 + z_4)} \quad (2.15)$$

За израчунавање сопственог броја обртаја сателита полази се од једначине (2.2), дакле:

$$n_2 = (-1)^m i_1 (n_1 - n_h)$$

Где су:

$$m = 1; i_1 = \frac{z_1}{z_2}$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 2 до 1 и
- i_1 – кинематски преносни однос од зупчаника 2 до 1.

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_2 = -i_1(n_1 - n_h)$$

$$n_2 = -i_1 \left(n_1 - n_1 \frac{z_1}{z_4 + z_1} \right) = -n_1 i_1 \left(1 - \frac{z_1}{z_4 + z_1} \right) = -n_1 i_1 \frac{z_4 + z_1 - z_1}{z_4 + z_1}$$

$$n_2 = -n_1 i_1 \frac{z_4}{z_4 + z_1} = -n_1 \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_4 + z_1}$$

Број обртаја сателита 2:
$$n_2 = -n_1 \frac{z_1 z_4}{z_2(z_4 + z_1)} \quad (2.16)$$

Негативна вредност броја обртаја сателита 2 у ствари говори да се он обрће смером који је супротан од смера обртања зупчаника 1, тј улаза.

Провера:

Да би се успешно исписала једначина која ће проверити добијену вредност броја обртаја, потребно је посматрати систем у супротном смеру. Односно:

$$n_2^p = (-1)^m i_2 (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m = 1; i_2 = \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_5}{z_3} = \frac{z_5}{z_2}$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 2 до 5 и
- i_2 – кинематски преносни однос од зупчаника 2 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$n_2^p = -i_2 (n_5 - n_h) = -i_2 \left(n_1 \frac{z_1 (z_5 + z_4)}{z_5 (z_4 + z_1)} - n_1 \frac{z_1}{z_4 + z_1} \right)$$

$$n_2^p = -i_2 n_1 \left(\frac{z_1 (z_5 + z_4)}{z_5 (z_4 + z_1)} - \frac{z_1}{z_4 + z_1} \right) = -i_2 n_1 \frac{z_1 (z_5 + z_4) - z_1 z_5}{z_5 (z_4 + z_1)}$$

$$n_2^p = -i_2 n_1 \frac{z_1 (z_5 + z_4 - z_5)}{z_5 (z_4 + z_1)} = -i_2 n_1 \frac{z_1 z_4}{z_5 (z_4 + z_1)} = -n_1 \frac{z_5}{z_2} \cdot \frac{z_1 z_4}{z_5 (z_4 + z_1)}$$

$$\boxed{n_2^p = -n_1 \frac{z_1 z_4}{z_2 (z_4 + z_1)}} \text{ Провера пошврђује тачност.}$$

Аналогно упутствима за израчунавање броја обртаја сателита 2, приступа се одређивању броја обртаја другог сателита односно зупчаника 3.

$$n_3 = (-1)^m i_1 (n_1 - n_h)$$

Где су:

$$m = 2; i_1 = \frac{z_2}{z_3} \cdot \frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_3}$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 3 до 1 и
- i_1 – кинематски преносни однос од зупчаника 3 до 1.

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_3 = i_1 (n_1 - n_h)$$

$$n_3 = i_1 \left(n_1 - n_1 \frac{z_1}{z_4 + z_1} \right) = n_1 i_1 \left(1 - \frac{z_1}{z_4 + z_1} \right) = n_1 i_1 \frac{z_4 + z_1 - z_1}{z_4 + z_1}$$

$$n_3 = n_1 i_1 \frac{z_4}{z_4 + z_1} = n_1 \frac{z_1}{z_3} \cdot \frac{z_4}{z_4 + z_1}$$

$$\text{Број обртаја сателита 3: } \boxed{n_3 = n_1 \frac{z_1 z_4}{z_3 (z_4 + z_1)}} \quad (2.17)$$

Провера:

Да би се успешно исписала једначина која ће проверити добијену вредност броја обртаја, потребно је посматрати систем у супротном смеру. Односно:

$$n_3^p = (-1)^m i_2 (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m = 0; \quad i_2 = \frac{Z_5}{Z_3}$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 3 до 5 и
- i_2 – кинематски преносни однос од зупчаника 3 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$\begin{aligned} n_3^p &= i_2(n_5 - n_h) = i_2 \left(n_1 \frac{z_1(z_5 + z_4)}{z_5(z_4 + z_1)} - n_1 \frac{z_1}{z_4 + z_1} \right) \\ n_3^p &= i_2 n_1 \left(\frac{z_1(z_5 + z_4)}{z_5(z_4 + z_1)} - \frac{z_1}{z_4 + z_1} \right) = i_2 n_1 \frac{z_1(z_5 + z_4) - z_1 z_5}{z_5(z_4 + z_1)} \\ n_3^p &= i_2 n_1 \frac{z_1(z_5 + z_4 - z_5)}{z_5(z_4 + z_1)} = i_2 n_1 \frac{z_1 z_4}{z_5(z_4 + z_1)} = n_1 \frac{z_5}{z_3} \cdot \frac{z_1 z_4}{z_5(z_4 + z_1)} \end{aligned}$$

$$\boxed{n_3^p = n_1 \frac{z_1 z_4}{z_3(z_4 + z_1)}} \text{ Провера пошврђује иачносћ.}$$

Добијене једначине сателита лако се могу проверити и довођењем у међусобан однос при чему је опште познато да они морају имати супротне смерове, и да између њих мора да важи кинематски преносни однос као у једначини испод:

$$\frac{n_2}{n_3} = \frac{-n_1 \frac{z_1 z_4}{z_2 (z_4 + z_1)}}{n_1 \frac{z_1 z_4}{z_3 (z_4 + z_1)}} = -\frac{z_3}{z_2} \quad (2.18)$$

2.2.2 Концејиција R_{15}^h

Ова концепција представља Равињонов преносник у случају кад је закочен носач сателита h (слика 2.5.) а погон је први зупчаник. Полази се од опште једначине кретања:

$$n_1 - n_h = (-1)^m i_{o1}(n_4 - n_h)$$

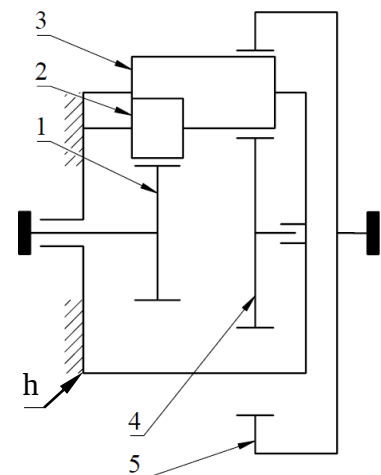
Где су:

$$n_h = 0; \quad m = 3; \quad i_{o1} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{z_4}{z_1}$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 1 до 4 и
- $i_{\rho 1}$ – кинематски преносни однос од зупчаника 1 до 4.

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_1 = -i_{\partial 1} n_4$$



Слика 2.5. Концејџија R_{15}^h

$$n_4 = -\frac{n_1}{i_{o1}}$$

Односно, број обртаја централног зупчаника 4 је:

$$n_4 = -n_1 \frac{z_1}{z_4} \quad (2.19)$$

Друга општа једначина гласи:

$$n_4 - n_h = (-1)^m i_{o2} (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$n_h = 0; \quad m = 1; \quad i_{o2} = \frac{z_3}{z_4} \cdot \frac{z_5}{z_3} = \frac{z_5}{z_4}$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 4 до 5 и
- i_{o2} – кинематски преносни однос од зупчаника 4 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$\begin{aligned} n_4 &= -i_{o2} n_5 \\ -n_1 \frac{z_1}{z_4} &= -i_{o2} n_5 \\ n_5 &= n_1 \cdot \frac{\frac{z_1}{z_4}}{\frac{z_5}{z_4}} \end{aligned}$$

Број обртаја излазног зупчаника: $n_5 = n_1 \frac{z_1}{z_5}$ (2.20)

Преносни однос планетарног преносника:

$$i_{pp} = \frac{n_1}{n_5} = \frac{n_1}{n_1 \frac{z_1}{z_5}} = \frac{z_5}{z_1} \quad (2.21)$$

За израчунавање сопственог броја обртаја сателита полази се од једначине (2.2), дакле:

$$n_2 = (-1)^m i_1 (n_1 - n_h)$$

Где су:

$$m = 1; \quad i_1 = \frac{z_1}{z_2}; \quad n_h = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 2 до 1 и
- i_1 – кинематски преносни однос од зупчаника 2 до 1.

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_2 = -i_1 n_1$$

Односно, број обртаја сателита 2 је:
$$n_2 = -\frac{z_1}{z_2} n_1 \quad (2.22)$$

Провера:

Да би се успешно исписала једначина која ће проверити добијену вредност броја обртаја, потребно је посматрати систем у супротном смеру. Односно:

$$n_2^p = (-1)^m i_2 (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m = 1; i_2 = \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_5}{z_3} = \frac{z_5}{z_2}; n_h = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 2 до 5 и
- i_2 – кинематски преносни однос од зупчаника 2 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$n_2^p = -i_2 n_5 = -\frac{z_5}{z_2} \cdot n_1 \frac{z_1}{z_5}$$

$$\boxed{n_2^p = -\frac{z_1}{z_2} n_1} \text{ Провера пошврђује тачност.}$$

Аналогно упутствима за израчунавање броја обртаја сателита 2, приступа се одређивању броја обртаја другог сателита односно зупчаника 3.

$$n_3 = (-1)^m i_1 (n_1 - n_h)$$

Где су:

$$m = 2; i_1 = \frac{z_2}{z_3} \cdot \frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_3}; n_h = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 3 до 1 и
- i_1 – кинематски преносни однос од зупчаника 3 до 1.

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_3 = i_1 \cdot n_1$$

Број обртаја сателита 3:
$$n_3 = \frac{z_1}{z_3} n_1 \quad (2.23)$$

Провера:

Да би се успешно исписала једначина која ће проверити добијену вредност броја обртаја, потребно је посматрати систем у супротном смеру. Односно:

$$n_3^p = (-1)^m i_2 (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m = 0; i_2 = \frac{z_5}{z_3}; n_h = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 3 до 5 и
- i_2 – кинематски преносни однос од зупчаника 3 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$n_3^p = i_2 n_5 = \frac{z_5}{z_3} \cdot n_1 \frac{z_1}{z_5}$$

$$\boxed{n_3^p = \frac{z_1}{z_3} n_1} \text{ Провера појављује тачности.}$$

Добијене једначине сателита лако се могу проверити и довођењем у међусобан однос при чему је опште познато да они морају имати супротне смерове, и да између њих мора да важи кинематски преносни однос као у једначини испод:

$$\boxed{\frac{n_2}{n_3} = \frac{-\frac{z_1}{z_2} n_1}{\frac{\frac{z_1}{z_3} n_1}{z_2}} = -\frac{z_3}{z_2}} \quad (2.24)$$

2.2.3 Концепција R_{h5}^1

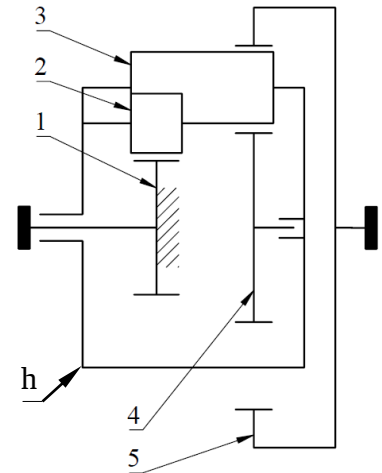
Ова концепција представља Равињонов преносник у случају кад је зачочен централни зупчаник 1 (слика 2.6) а погон је носач сателита. Полази се од опште једначине кретања:

$$n_1 - n_h = (-1)^m i_{o1} (n_4 - n_h)$$

Где су:

$$m = 3; i_{o1} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{z_4}{z_1}; n_1 = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 1 до 4 и
- i_{o1} – кинематски преносни однос од зупчаника 1 до 4.



Слика 2.6. Концепција R_{h5}^1

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$-n_h = -i_{o1} n_4 + i_{o1} n_h$$

$$i_{o1} n_4 = i_{o1} n_h + n_h = n_h (i_{o1} + 1)$$

$$n_4 = n_h \frac{i_{o1} + 1}{i_{o1}} = n_h \frac{\frac{z_4}{z_1} + 1}{\frac{z_4}{z_1}}$$

$$\text{Број обртаја централног зупчаника 4 је: } \boxed{n_4 = n_h \frac{z_4 + z_1}{z_4}} \quad (2.25)$$

Друга општа једначина гласи:

$$n_4 - n_h = (-1)^m i_{o2} (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m=1; i_{o2} = \frac{z_3}{z_4} \cdot \frac{z_5}{z_3} = \frac{z_5}{z_4};$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 4 до 5 и
- i_{o2} – кинематски преносни однос од зупчаника 4 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$\begin{aligned} n_h \frac{z_4 + z_1}{z_4} - n_h &= -i_{o2} n_5 + i_{o2} n_h \\ n_h \left(\frac{z_4 + z_1}{z_4} - 1 \right) &= -i_{o2} n_5 + i_{o2} n_h \\ i_{o2} n_5 &= i_{o2} n_h - n_h \frac{z_1}{z_4} = n_h \left(i_{o2} - \frac{z_1}{z_4} \right) \\ n_5 &= n_h \frac{i_{o2} - \frac{z_1}{z_4}}{i_{o2}} = n_h \frac{\frac{z_5}{z_4} - \frac{z_1}{z_4}}{\frac{z_5}{z_4}} = n_h \frac{z_5 - z_1}{z_5} \end{aligned}$$

Број обртаја излазног зупчаника:
$$n_5 = \frac{z_5 - z_1}{z_5} n_h \quad (2.26)$$

Преносни однос планетарног преносника:

$$i_{pp} = \frac{n_h}{n_5} = \frac{n_h}{\frac{z_5 - z_1}{z_5} n_h} = \frac{z_5}{z_5 - z_1} \quad (2.27)$$

За израчунавање сопственог броја обртаја сателита полази се од једначине (2.2), дакле:

$$n_2 = (-1)^m i_1 (n_1 - n_h)$$

Где су:

$$m=1; i_1 = \frac{z_1}{z_2}; n_1 = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 2 до 1 и
- i_1 – кинематски преносни однос од зупчаника 2 до 1.

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_2 = -i_1 (-n_h)$$

Број обртаја сателита 2:
$$n_2 = \frac{z_1}{z_2} n_h \quad (2.28)$$

Провера:

Да би се успешно исписала једначина која ће проверити добијену вредност броја обртаја, потребно је посматрати систем у супротном смеру. Односно:

$$n_2^p = (-1)^m i_2 (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m = 1; i_2 = \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_5}{z_3} = \frac{z_5}{z_2}$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 2 до 5 и
- i_2 – кинематски преносни однос од зупчаника 2 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$n_2^p = -i_2 \left(\frac{z_5 - z_1}{z_5} n_h - n_h \right) = -i_2 n_h \left(\frac{z_5 - z_1}{z_5} - 1 \right) = -i_2 n_h \frac{z_5 - z_1 - z_5}{z_5}$$

$$n_2^p = -i_2 n_h \left(-\frac{z_1}{z_5} \right) = n_h \frac{z_5}{z_2} \cdot \frac{z_1}{z_5}$$

$$\boxed{n_2^p = n_h \frac{z_1}{z_2}} \text{ Провера пошврђује тачност.}$$

Аналогно упутствима за израчунавање броја обртаја сателита 2, приступа се одређивању броја обртаја другог сателита односно зупчаника 3.

$$n_3 = (-1)^m i_1 (n_1 - n_h)$$

Где су:

$$m = 2; i_1 = \frac{z_2}{z_3} \cdot \frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_3}; n_1 = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 3 до 1 и
- i_1 – кинематски преносни однос од зупчаника 3 до 1.

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_3 = i_1 (-n_h)$$

$$\text{Број обртаја сателита 3: } \boxed{n_3 = -\frac{z_1}{z_3} n_h} \quad (2.29)$$

Провера:

Да би се успешно исписала једначина која ће проверити добијену вредност броја обртаја, потребно је посматрати систем у супротном смеру. Односно:

$$n_3^p = (-1)^m i_2 (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m = 0; i_2 = \frac{z_5}{z_3}$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 3 до 5 и
- i_2 – кинематски преносни однос од зупчаника 3 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$n_3^p = i_2 \left(\frac{z_5 - z_1}{z_5} n_h - n_h \right) = i_2 n_h \left(\frac{z_5 - z_1}{z_5} - 1 \right) = \frac{z_5}{z_3} n_h \left(-\frac{z_1}{z_5} \right)$$

$$\boxed{n_3^p = -\frac{z_1}{z_3} n_h} \text{ Провера појављује тачност.}$$

Добијене једначине сателита лако се могу проверити и довођењем у међусобан однос при чему је опште познато да они морају имати супротне смерове, и да између њих мора да важи кинематски преносни однос као у једначини испод:

$$\boxed{\frac{n_2}{n_3} = \frac{n_h \frac{z_1}{z_2}}{-\frac{z_1}{z_3} n_h} = -\frac{z_3}{z_2}} \quad (2.30)$$

2.2.4 Концепција R_{h5}^4

Ова концепција представља Равињонов преносник у случају кад је закочен централни зупчаник 4 а погон је носач сателита (слика 2.7.). Полази се од опште једначине:

$$n_1 - n_h = (-1)^m i_{o1} (n_4 - n_h)$$

Где су:

$$m = 3; i_{o1} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{z_4}{z_1}; n_4 = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 1 до 4 и
- i_{o1} – кинематски преносни однос од зупчаника 1 до 4.

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_1 - n_h = -i_{o1} \cdot (-n_h)$$

$$n_1 = i_{o1} n_h + n_h = n_h (i_{o1} + 1) = n_h \left(1 + \frac{z_4}{z_1} \right)$$

Број обртаја централног зупчаника 1 је:

$$\boxed{n_1 = n_h \frac{z_4 + z_1}{z_1}} \quad (2.31)$$

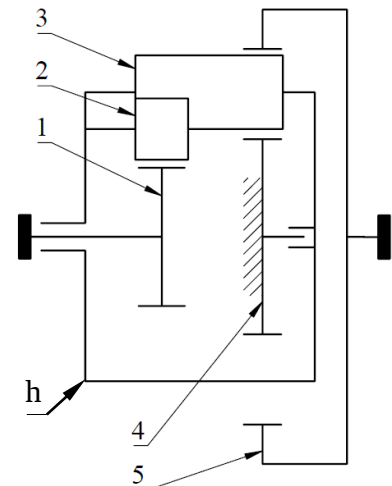
Друга општа једначина гласи:

$$n_4 - n_h = (-1)^m i_{o2} (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m = 1; i_{o2} = \frac{z_3}{z_4} \cdot \frac{z_5}{z_3} = \frac{z_5}{z_4}; n_4 = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 4 до 5 и



Слика 2.7. Концепција R_{h5}^4

- i_{o2} – кинематски преносни однос од зупчаника 4 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$-n_h = -i_{o2}(n_5 - n_h) = -i_{o2}n_5 + i_{o2}n_h$$

$$n_5 i_{o2} = i_{o2}n_h + n_h$$

$$n_5 = n_h \frac{i_{o2} + 1}{i_{o2}} = n_h \frac{\frac{z_5}{z_4} + 1}{\frac{z_5}{z_4}}$$

Број обртаја излазног зупчаника:
$$n_5 = \frac{z_5 + z_4}{z_5} n_h \quad (2.32)$$

Преносни однос планетарног преносника:

$$i_{pp} = \frac{n_h}{n_5} = \frac{n_h}{\frac{z_5 + z_4}{z_5} n_h} = \frac{z_5}{z_5 + z_4} \quad (2.33)$$

За израчунавање сопственог броја обртаја сателита полази се од једначине (2.2), дакле:

$$n_2 = (-1)^m i_1 (n_1 - n_h)$$

Где су:

$$m = 1; i_1 = \frac{z_1}{z_2}$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 2 до 1 и
- i_1 – кинематски преносни однос од зупчаника 2 до 1.

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_2 = -i_1 (n_1 - n_h) = -\frac{z_1}{z_2} \left(n_h \frac{z_4 + z_1}{z_1} - n_h \right) = -\frac{z_1}{z_2} n_h \left(\frac{z_4 + z_1}{z_1} - 1 \right)$$

$$n_2 = -\frac{z_1}{z_2} n_h \frac{z_4 + z_1 - z_1}{z_1}$$

Број обртаја сателита 2:
$$n_2 = -\frac{z_4}{z_2} n_h \quad (2.34)$$

Провера:

Да би се успешно исписала једначина која ће проверити добијену вредност броја обртаја, потребно је посматрати систем у супротном смеру. Односно:

$$n_2^p = (-1)^m i_2 (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m = 1; i_2 = \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_5}{z_3} = \frac{z_5}{z_2}$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 2 до 5 и
- i_2 – кинематски преносни однос од зупчаника 2 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$n_2^p = -i_2 (n_5 - n_h) = -i_2 \left(n_h \frac{z_5 + z_4}{z_5} - n_h \right) = -\frac{z_5}{z_2} n_h \left(\frac{z_5 + z_4}{z_5} - 1 \right)$$

$$n_2^p = -\frac{z_5}{z_2} n_h \frac{z_5 + z_4 - z_5}{z_5}$$

$$\boxed{n_2^p = -\frac{z_4}{z_2} n_h} \text{ Провера пошврђује тачност.}$$

Аналогно упутствима за израчунавање броја обртаја сателита 2, приступа се одређивању броја обртаја другог сателита односно зупчаника 3.

$$n_3 = (-1)^m i_1 (n_1 - n_h)$$

Где су:

$$m = 2; i_1 = \frac{z_2}{z_3} \cdot \frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_3}$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 3 до 1 и
- i_1 – кинематски преносни однос од зупчаника 3 до 1.

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_3 = i_1 (n_1 - n_h) = i_1 \left(n_h \frac{z_4 + z_1}{z_1} - n_h \right) = \frac{z_1}{z_3} n_h \frac{z_4 + z_1 - z_1}{z_1}$$

$$\text{Број обртаја сателита 3: } \boxed{n_3 = \frac{z_4}{z_3} n_h} \quad (2.35)$$

Провера:

Да би се успешно исписала једначина која ће проверити добијену вредност броја обртаја, потребно је посматрати систем у супротном смеру. Односно:

$$n_3^p = (-1)^m i_2 (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m = 0; i_2 = \frac{z_5}{z_3}$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 3 до 5 и
- i_2 – кинематски преносни однос од зупчаника 3 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$n_3^p = i_2 \left(\frac{z_5 + z_4}{z_5} n_h - n_h \right) = i_2 n_h \left(\frac{z_5 + z_4}{z_5} - 1 \right) = \frac{z_5}{z_3} n_h \frac{z_4}{z_5}$$

$$\boxed{n_3^p = \frac{z_4}{z_3} n_h} \text{ Провера пошврђује тачност.}$$

Добијене једначине сателита лако се могу проверити и довођењем у међусобан однос при чему је опште познато да они морају имати супротне смерове, и да између њих мора да важи кинематски преносни однос као у једначини испод:

$$\frac{n_2}{n_3} = \frac{-n_h \frac{z_4}{z_2}}{\frac{z_4}{z_3} n_h} = -\frac{z_3}{z_2} \quad (2.36)$$

2.2.5 Концепција R_{45}^h

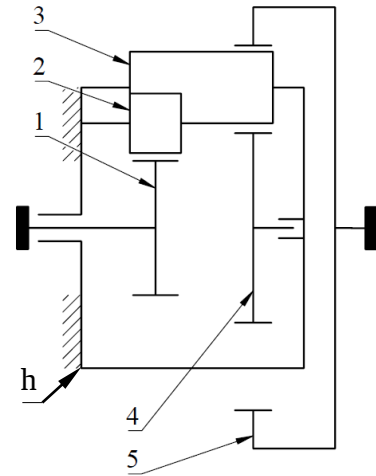
Ова концепција представља Равињонов преносник у случају кад је зачочен носач сателита h (слика 2.5.) а погон је четврти зупчаник. Полази се од опште једначине кретања:

$$n_4 - n_h = (-1)^m i_{o1} (n_1 - n_h)$$

Где су:

$$m = 3; i_{o1} = \frac{z_3}{z_4} \cdot \frac{z_2}{z_3} \cdot \frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_4}; n_h = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 4 до 1 и
- i_{o1} – кинематски преносни однос од зупчаника 4 до 1.



Слика 2.8. Концепција R_{45}^h

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_4 = -i_{o1} n_1$$

Број обртаја зупчаника 1:

$$n_1 = -\frac{z_4}{z_1} n_4 \quad (2.37)$$

Друга општа једначина гласи:

$$n_1 - n_h = (-1)^m i_{o2} (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m = 2; i_{o2} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_5}{z_3} = \frac{z_5}{z_1}; n_h = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 1 до 5 и
- i_{o2} – кинематски преносни однос од зупчаника 1 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$n_1 = i_{o2} n_5$$

$$-n_4 \cdot \frac{z_4}{z_1} = \frac{z_5}{z_1} n_5$$

Број обртаја зупчаника 5:
$$n_5 = -n_4 \frac{z_4}{z_5} \quad (2.38)$$

Преносни однос планетарног преносника:

$$i_{pp} = \frac{n_4}{n_5} = \frac{n_4}{-n_4 \frac{z_4}{z_5}} = -\frac{z_5}{z_4} \quad (2.39)$$

За израчунавање сопственог броја обртаја сателита полази се од једначине (2.2), дакле:

$$n_2 = (-1)^m i_1 (n_4 - n_h)$$

Где су:

$$m = 2; i_1 = \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{z_4}{z_2}; n_h = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 2 до 4 и
- i_1 – кинематски преносни однос од зупчаника 2 до 4.

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_2 = i_1 n_4$$

Број обртаја сателита 2:
$$n_2 = \frac{z_4}{z_2} n_4 \quad (2.40)$$

Провера:

Да би се успешно исписала једначина која ће проверити добијену вредност броја обртаја, потребно је посматрати систем у супротном смеру. Односно:

$$n_2^p = (-1)^m i_2 (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m = 1; i_2 = \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_5}{z_3} = \frac{z_5}{z_2}; n_h = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 2 до 5 и
- i_2 – кинематски преносни однос од зупчаника 2 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$n_2^p = -i_2 n_5 = \frac{z_5}{z_2} \cdot n_1 \frac{z_4}{z_5}$$

$$\boxed{n_2^p = \frac{z_4}{z_2} n_4} \quad \text{Провера пошврћује тачност.}$$

Аналогно упутствима за израчунавање броја обртаја сателита 2, приступа се одређивању броја обртаја другог сателита односно зупчаника 3.

$$n_3 = (-1)^m i_1 (n_4 - n_h)$$

Где су:

$$m=1; i_1 = \frac{z_4}{z_3}; n_h = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 3 до 4 и
- i_1 – кинематски преносни однос од зупчаника 3 до 4.

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_3 = -i_1 \cdot n_4$$

$$\text{Број обртаја сателита 3: } n_3 = -\frac{z_4}{z_3} n_4 \quad (2.41)$$

Провера:

Да би се успешно исписала једначина која ће проверити добијену вредност броја обртаја, потребно је посматрати систем у супротном смеру. Односно:

$$n_3^p = (-1)^m i_2 (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m=0; i_2 = \frac{z_5}{z_3}; n_h = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 3 до 5 и
- i_2 – кинематски преносни однос од зупчаника 3 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$n_3^p = i_2 n_5 = -\frac{z_5}{z_3} \cdot \frac{z_4}{z_5} n_4$$

$$n_3^p = -\frac{z_4}{z_3} n_4 \quad \text{Провера и потврђује тачност.}$$

Добијене једначине сателита лако се могу проверити и довођењем у међусобан однос при чему је опште познато да они морају имати супротне смерове, и да између њих мора да важи кинематски преносни однос као у једначини испод:

$$\frac{n_2}{n_3} = \frac{\frac{z_4}{z_2} n_4}{-\frac{z_4}{z_3} n_4} = -\frac{z_3}{z_2} \quad (2.42)$$

2.2.6 Концепција R_{45}^1

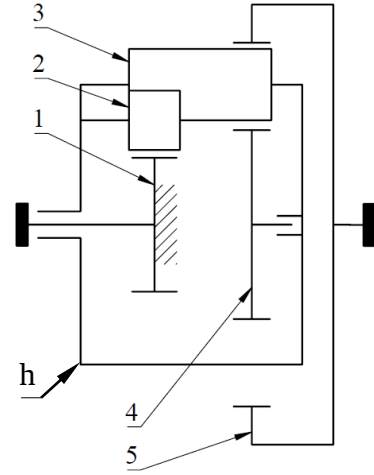
Ова концепција представља Равињонов преносник у случају кад је зачочен централни зупчаник 1 (слика 2.6) а погон је централни зупчаник 4. Полази се од опште једначине кретања:

$$n_4 - n_h = (-1)^m i_{o1} (n_1 - n_h)$$

Где су:

$$m = 3; i_{o1} = \frac{z_3}{z_4} \cdot \frac{z_2}{z_3} \cdot \frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_4}; n_1 = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 1 до 4 и
- i_{o1} – кинематски преносни однос од зупчаника 1 до 4.



Слика 2.9. Концепција R_{45}^1

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_4 - n_h = -i_{o1} (-n_h)$$

$$n_4 = n_h (i_{o1} + 1) \Rightarrow n_h = n_4 \frac{1}{i_{o1} + 1}$$

Број обртаја носача сателита:

$$n_h = \frac{z_4}{z_1 + z_4} n_4 \quad (2.43)$$

Друга општа једначина гласи:

$$n_1 - n_h = (-1)^m i_{o2} (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m = 2; i_{o2} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_5}{z_3} = \frac{z_5}{z_1}; n_1 = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 1 до 5 и
- i_{o2} – кинематски преносни однос од зупчаника 1 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$-n_h = i_{o2} (n_5 - n_h) = i_{o2} n_5 - n_h i_{o2}$$

$$i_{o2} n_5 = i_{o2} n_h - n_h$$

$$n_5 = \frac{i_{o2} - 1}{i_{o2}} n_h = \frac{\frac{z_5}{z_1} - 1}{\frac{z_5}{z_1}} n_h = \frac{z_5 - z_1}{z_5} n_h \frac{z_4}{z_1 + z_4}$$

Број обртаја зупчаника 5:
$$n_5 = n_4 \frac{z_4 (z_5 - z_1)}{z_5 (z_1 + z_4)} \quad (2.44)$$

Преносни однос планетарног преносника:

$$i_{pp} = \frac{n_4}{n_5} = \frac{n_4}{n_4 \frac{z_4(z_5 - z_1)}{z_5(z_1 + z_4)}} = \frac{z_5(z_1 + z_4)}{z_4(z_5 - z_1)} \quad (2.45)$$

За израчунавање сопственог броја обртаја сателита полази се од једначине (2.2), дакле:

$$n_2 = (-1)^m i_1 (n_4 - n_h)$$

Где су:

$$m = 2; i_1 = \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{z_4}{z_2}$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 2 до 4 и
- i_1 – кинематски преносни однос од зупчаника 2 до 4.

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_2 = i_1 \left(n_4 - \frac{z_4}{z_1 + z_4} n_4 \right) = i_1 n_4 \left(1 - \frac{z_4}{z_1 + z_4} \right)$$

$$n_2 = \frac{z_4}{z_2} n_4 \frac{z_1 + z_4 - z_4}{z_1 + z_4}$$

Број обртаја сателита 2:
$$n_2 = \frac{z_4 z_1}{z_2 (z_1 + z_4)} n_4 \quad (2.46)$$

Провера:

Да би се успешно исписала једначина која ће проверити добијену вредност броја обртаја, потребно је посматрати систем у супротном смеру. Односно:

$$n_2^p = (-1)^m i_2 (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m = 1; i_2 = \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_5}{z_3} = \frac{z_5}{z_2}$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 2 до 5 и
- i_2 – кинематски преносни однос од зупчаника 2 до 5.

Па се након сређивања добије:

$$n_2^p = -i_2 \left(n_4 \frac{z_4(z_5 - z_1)}{z_5(z_1 + z_4)} - n_4 \frac{z_4}{z_1 + z_4} \right) = -\frac{z_5}{z_2} n_4 \frac{z_4 z_5 - z_4 z_1 - z_4 z_5}{z_5(z_1 + z_4)}$$

$$n_2^p = \frac{z_4 z_1}{z_2 (z_1 + z_4)} n_4 \quad \text{Провера пошврђује тачност.}$$

Аналогно упутствима за израчунавање броја обртаја сателита 2, приступа се одређивању броја обртаја другог сателита односно зупчаника 3.

$$n_3 = (-1)^m i_1 (n_4 - n_h)$$

Где су:

$$m = 1; i_2 = \frac{z_4}{z_3}; n_1 = 0$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 3 до 4 и
- i_1 – кинематски преносни однос од зупчаника 3 до 4.

После замене датих вредности у претходни израз добија се:

$$n_3 = -i_2 \left(n_4 - \frac{z_4}{z_1 + z_4} n_4 \right) = -i_2 n_4 \left(1 - \frac{z_4}{z_1 + z_4} \right)$$

$$n_3 = -\frac{z_4}{z_3} n_4 \frac{z_1 + z_4 - z_4}{z_1 + z_4}$$

Број обртаја сателита 3:
$$n_3 = -\frac{z_4 z_1}{z_3 (z_1 + z_4)} n_4 \quad (2.47)$$

Провера:

Да би се успешно исписала једначина која ће проверити добијену вредност броја обртаја, потребно је посматрати систем у супротном смеру. Односно:

$$n_3^p = (-1)^m i_2 (n_5 - n_h)$$

Где су:

$$m = 1; i_2 = \frac{z_5}{z_3}$$

- m – број спољашњих спрега у преноснику од зупчаника 3 до 5 и
- i_2 – кинематски преносни однос од зупчаника 3 до 5.

$$n_3^p = i_2 \left(n_4 \frac{z_4 (z_5 - z_1)}{z_5 (z_1 + z_4)} - n_4 \frac{z_4}{z_1 + z_4} \right) = \frac{z_5}{z_3} n_4 \frac{z_4 z_5 - z_4 z_1 - z_4 z_5}{z_5 (z_1 + z_4)}$$

$$n_3^p = -\frac{z_4 z_1}{z_3 (z_1 + z_4)} n_4$$

Провера понављајуће тачности.

Добијене једначине сателита лако се могу проверити и довођењем у међусобан однос при чему је опште познато да они морају имати супротне смерове, и да између њих мора да важи кинематски преносни однос као у једначини испод:

$$\frac{n_2}{n_3} = \frac{\frac{z_4 z_1}{z_2 (z_1 + z_4)} n_4}{-\frac{z_4 z_1}{z_3 (z_1 + z_4)} n_4} = -\frac{z_3}{z_2} \quad (2.48)$$

2.3. Анализа и провера кинематике Равињоновог планетарног преносника коришћењем софтвера

У табели 2.1. приказане су функције броја обртаја појединачних елемената Равињоновог преносника као и преносни односи за концепције анализирани у претходном поглављу у зависности од броја зуба зупчаника. Јасно је да је при одабиру одговарајућих бројева зуба у зависности од потребе, потребно водити рачуна о добијању што разноврснијих вредности преносних односа.

Табела 1. Вредности карактеристичних величина Равињоновог планетарног преносника

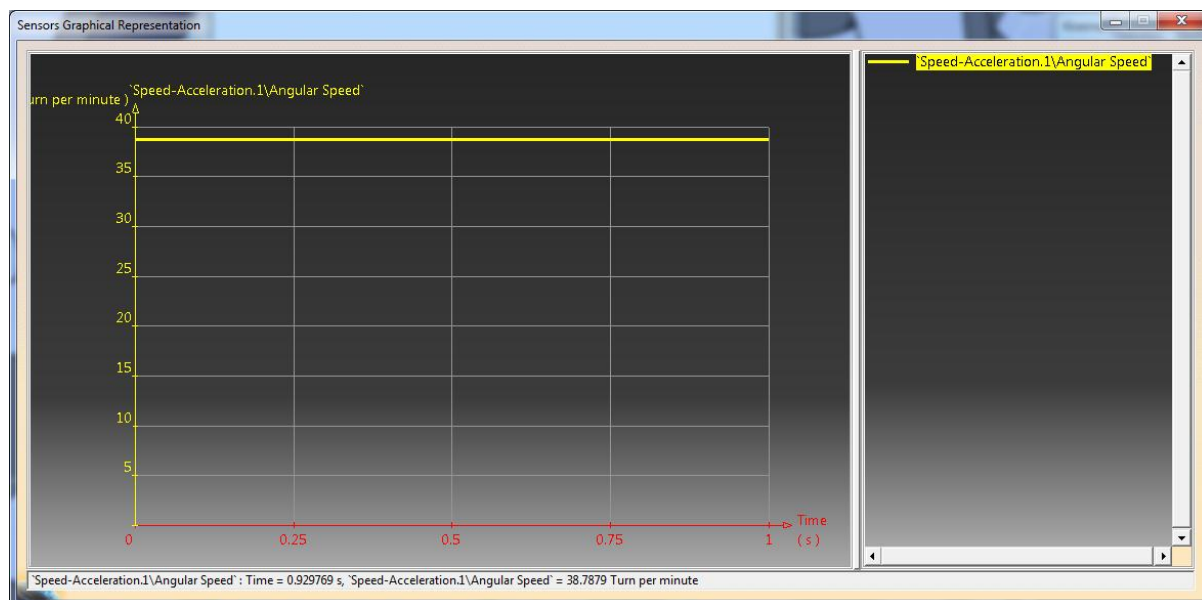
		Концепције					
		R_{15}^4	R_{15}^h	R_{h5}^1	R_{h5}^4	R_{45}^h	R_{45}^1
Бројеви обртаја	n_1	улаз	улаз	непокретан	$n_h \frac{z_4 + z_1}{z_1}$	$n_h \frac{z_4 + z_1}{z_1}$	непокретан
	n_2	$-n_1 \frac{z_1 z_4}{z_2 (z_4 + z_1)}$	$-\frac{z_1}{z_2} n_1$	$\frac{z_1}{z_2} n_h$	$-\frac{z_4}{z_2} n_h$	$\frac{z_4}{z_2} n_4$	$\frac{z_4 z_1}{z_2 (z_1 + z_4)} n_4$
	n_3	$n_1 \frac{z_1 z_4}{z_3 (z_4 + z_1)}$	$\frac{z_1}{z_3} n_1$	$-\frac{z_1}{z_3} n_h$	$\frac{z_4}{z_3} n_h$	$-\frac{z_4}{z_3} n_4$	$-\frac{z_4 z_1}{z_3 (z_1 + z_4)} n_4$
	n_4	непокретан	$-\frac{z_1}{z_4} n_1$	$n_h \frac{z_4 + z_1}{z_4}$	непокретан	улаз	улаз
	n_5	$n_1 \frac{z_1 (z_5 + z_4)}{z_5 (z_4 + z_1)}$	$n_1 \frac{z_1}{z_5}$	$\frac{z_5 - z_1}{z_5} n_h$	$\frac{z_5 + z_4}{z_5} n_h$	$-\frac{z_4}{z_5} n_4$	$n_4 \frac{z_4 (z_5 - z_1)}{z_5 (z_1 + z_4)}$
	n_h	$n_1 \frac{z_1}{z_4 + z_1}$	непокретан	улаз	улаз	непокретан	$\frac{z_4}{z_1 + z_4} n_4$
i_{pp}		$\frac{z_5 (z_4 + z_1)}{z_1 (z_5 + z_4)}$	$\frac{z_5}{z_1}$	$\frac{z_5}{z_5 - z_1}$	$\frac{z_5}{z_5 + z_4}$	$-\frac{z_5}{z_4}$	$\frac{z_5 (z_1 + z_4)}{z_4 (z_5 - z_1)}$

Провера добијених преносних односа извршена је у програмском пакету Catia за следећи број зубаца: $z_1 = 24$; $z_2 = 16$; $z_3 = 18$; $z_4 = 30$; $z_5 = 66$. У табели 2.2. приказани су резултати израчунатих вредности преносних односа на основу табеле 2.1.

Табела 2. Ручно израчунаће вредности преносних односа

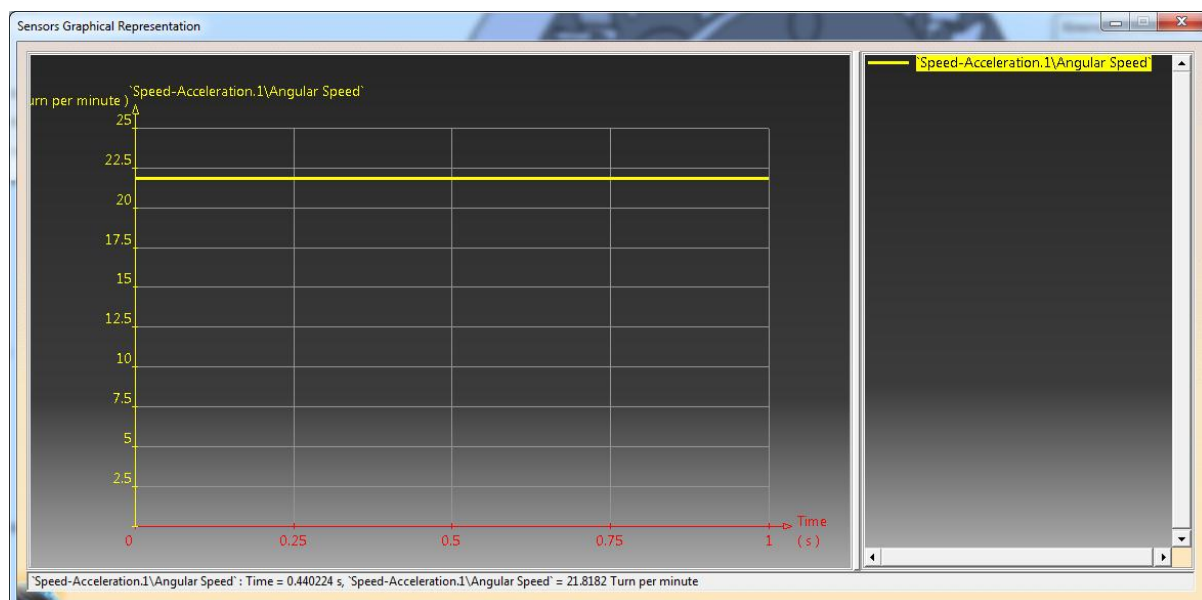
Концепције	R_{15}^4	R_{15}^h	R_{h5}^1	R_{h5}^4	R_{45}^h	R_{45}^1
i_{pp}	1,546875	2,75	1,571429	0,6875	-2,2	2,828571

Величина улазног елемента у доказној симулацији је $1[s^{-1}]$. На 6 следећих слика биће приказане вредности брзина одговарајућих преносних односа различитих концепција.

Слика 2.10. Концепција R_{15}^4

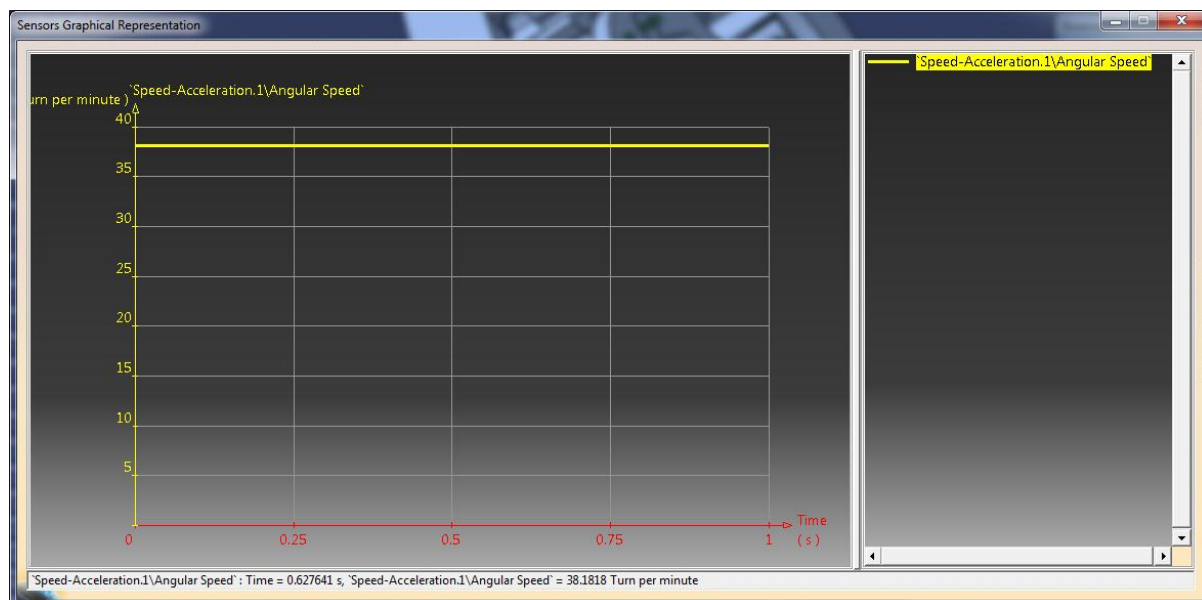
Симулирана вредност преносног односа планетарног преносника R_{15}^4 износи:

$$\frac{1[s^{-1}]}{38,7879/60[s^{-1}]} = 1,546874$$

Слика 2.11. Концепција R_{15}^h

Симулирана вредност преносног односа планетарног преносника R_{15}^h износи:

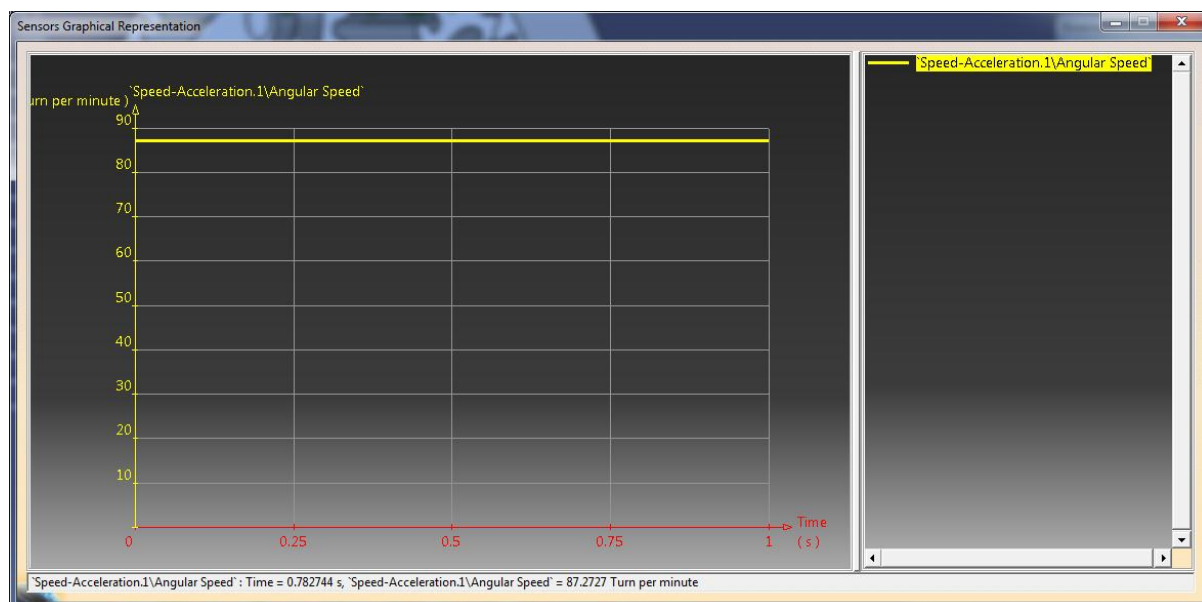
$$\frac{1[s^{-1}]}{21,8182/60[s^{-1}]} = 2,749997$$



Слика 2.12. Концепција R_{h5}^1

Симулирана вредност преносног односа планетарног преносника R_{h5}^1 износи:

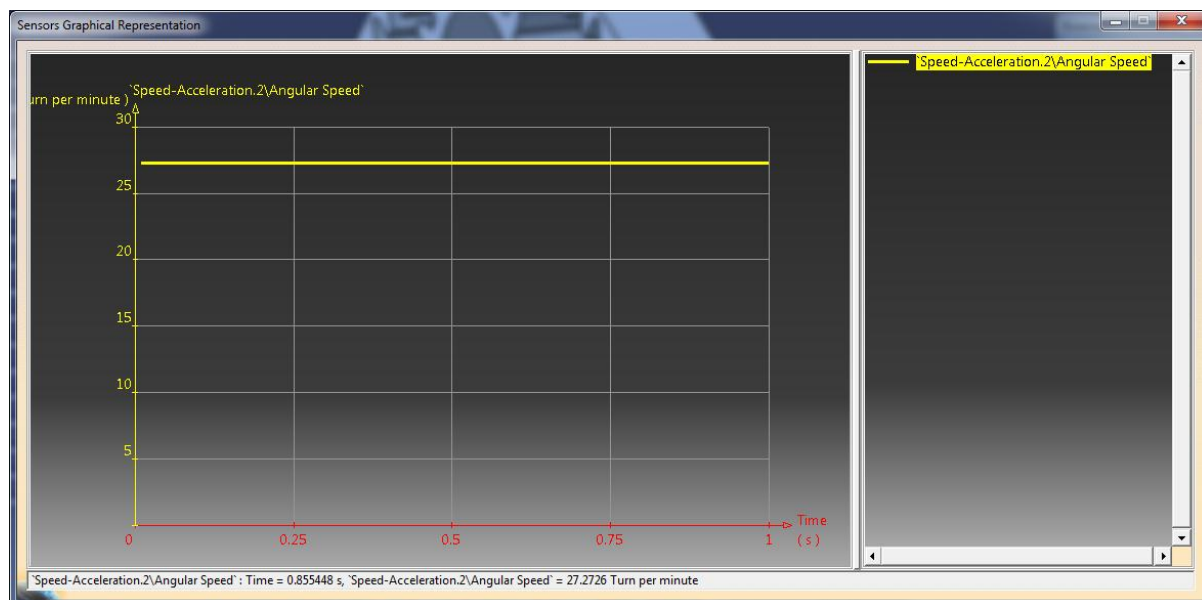
$$\frac{1[s^{-1}]}{38,1818/60[s^{-1}]} = 1,571429$$



Слика 2.13. Концепција R_{h5}^4

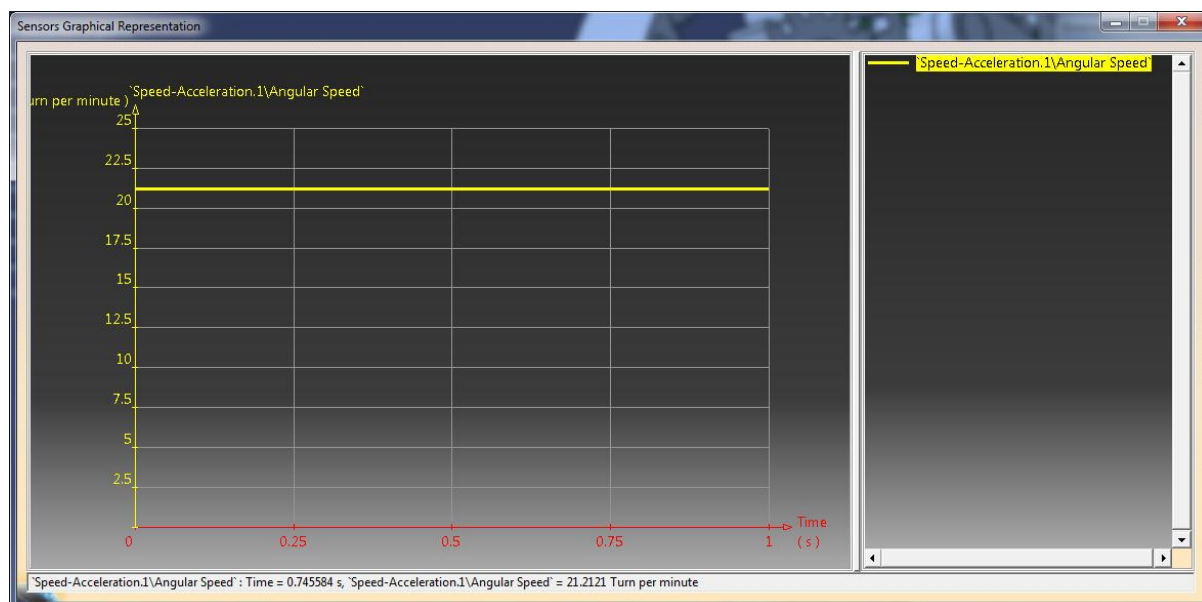
Симулирана вредност преносног односа планетарног преносника R_{h5}^4 износи:

$$\frac{1[s^{-1}]}{87,2727/60[s^{-1}]} = 0,6875$$

Слика 2.14. Концепција R_{45}^h

Симулирана вредност преносног односа планетарног преносника R_{45}^h износи:

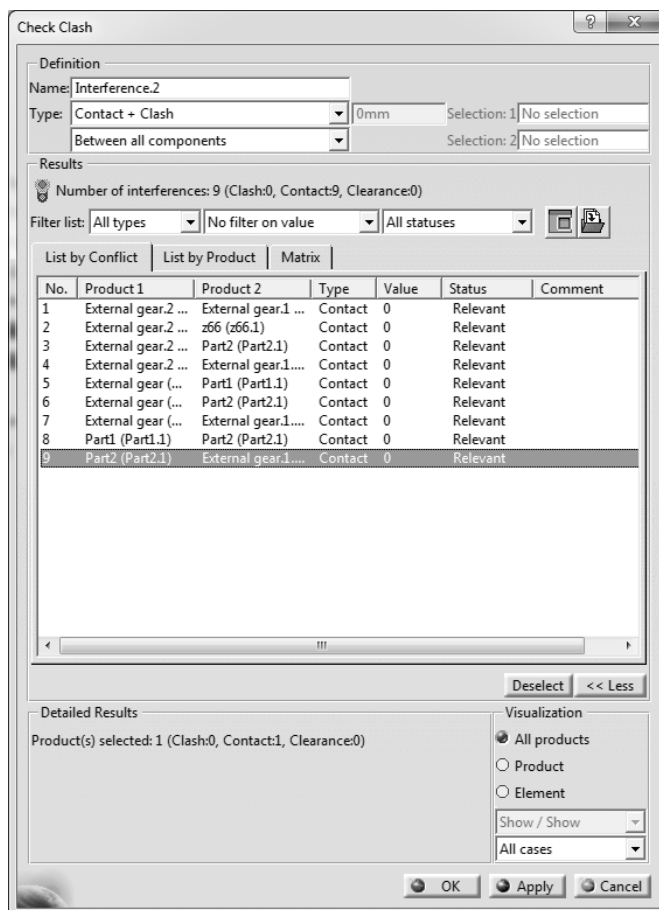
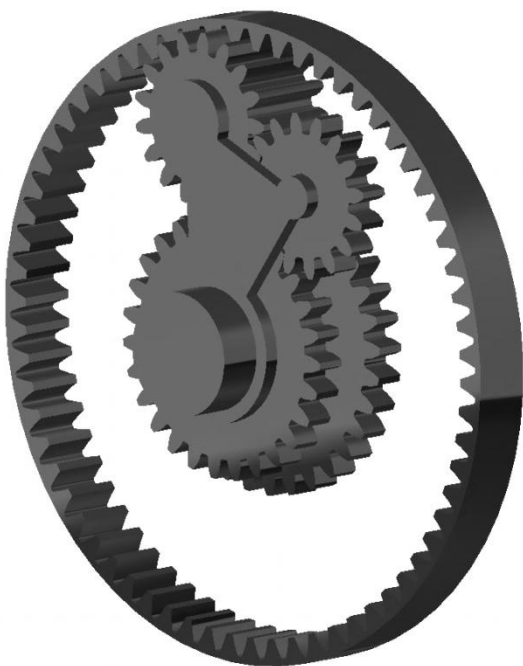
$$\frac{1[s^{-1}]}{27,2727/60[s^{-1}]} = 2,2$$

Слика 2.15. Концепција R_{45}^1

Симулирана вредност преносног односа планетарног преносника R_{45}^1 износи:

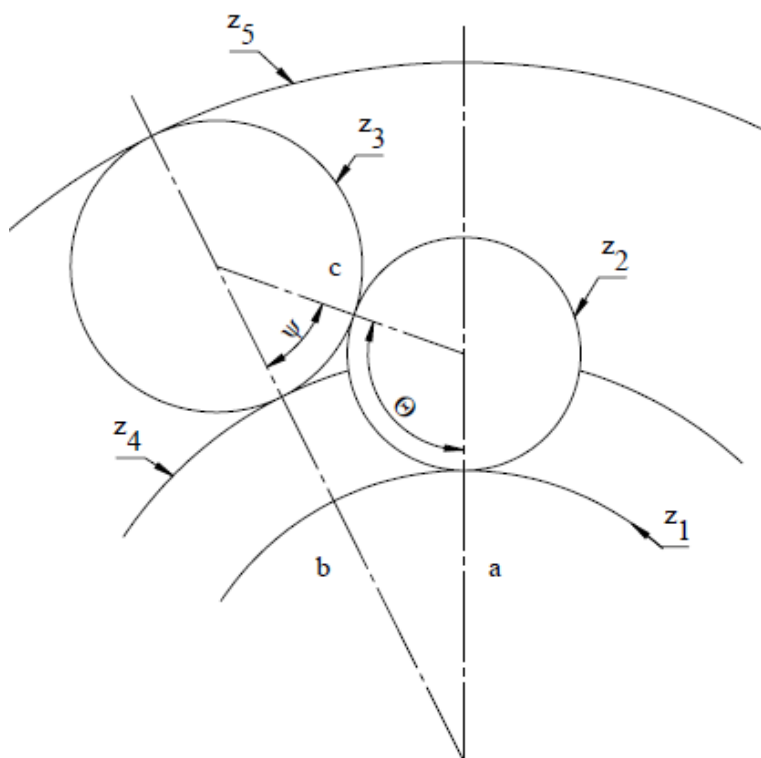
$$\frac{1[s^{-1}]}{21,2121/60[s^{-1}]} = 2,82857$$

Модел који је коришћен за кинематску анализу приказан је на слици 2.17. Ради се о зупчаницима са правим еволвентним зубцима. На слици 2.16. види се да не долази до интерференце у току рада, као и да су хипотезе изнете у поглављима 2.1 и 2.2 које су доказане рачунски још једном доказане и коришћењем виртуелног модела.



3. АНАЛИЗА ОПТЕРЕЋЕЊА РАВИЊОНОВОГ МЕХАНИЗМА

Да би се испратила динамичка анализа Равињоновог преносника, потребно је одредити растојања и одговарајуће углове између појединих елемената као што је приказано на слици 3.1.



Слика 3.1. Положај зупчаника

Дакле, дужине страница троугла Δabc :

$$a = (z_1 + z_2) \cdot \frac{m}{2} \quad (3.1)$$

$$b = (z_4 + z_3) \cdot \frac{m}{2} \quad (3.2)$$

$$c = (z_2 + z_3) \cdot \frac{m}{2} \quad (3.3)$$

На основу косинусне теореме закључујемо да углови троугла имају следеће вредности:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \psi \Rightarrow \psi = \arccos \frac{a^2 - b^2 - c^2}{2bc} \quad (3.4)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \Theta \Rightarrow \Theta = \arccos \frac{b^2 - a^2 - c^2}{2ac} \quad (3.5)$$

Претпоставља се да су познате вредности погонске снаге и бројеви обртаја погонског елемента. Из вредности снаге и броја обртаја погона, израчунавају се вредности угаоне брзине и момента према једначини (3.6).

$$\omega_{EM} = \frac{n_{EM} \cdot \pi}{30} \Rightarrow M_{EM} = \frac{P_{EM}}{\omega_{EM}} \quad (3.6)$$

- ω_{EM} - угаона брзина електромотора,
- M_{EM} - обртни момент електромотора и
- P_{EM} - снага електромотора.

Момент на зупчанику 1 је: $M_1 = M_{EM} \cdot \eta_s$ (3.7)

- η_s - степен корисног дејства спојнице.

Момент на зупчанику 5 је: $M_5 = i_{pp} \cdot M_1$, односно зависно од концепције, а у овом случају R_{15}^4 :

$$M_5 = M_1 \frac{z_5(z_4 + z_1)}{z_1(z_5 + z_4)} \quad (3.8)$$

Број обртаја носача сателита је мањи од броја обртаја погонског зупчаника 1, па се ради о редуктору, тј: $i_h = \frac{n_1}{n_h} = \frac{n_1}{n_1 \frac{z_1}{z_4 + z_1}} = \frac{z_4 + z_1}{z_1}$; па је момент носача сателита:

$$M_h = M_1 \cdot i_h = M_1 \cdot \frac{z_4 + z_1}{z_1} \quad (3.9)$$

Да би се израчунао момент на зупчанику 4, потребно је поћи од услова да је сума свих момената елемената који ротирају само око централне осе механизма једнак нули. То јест:

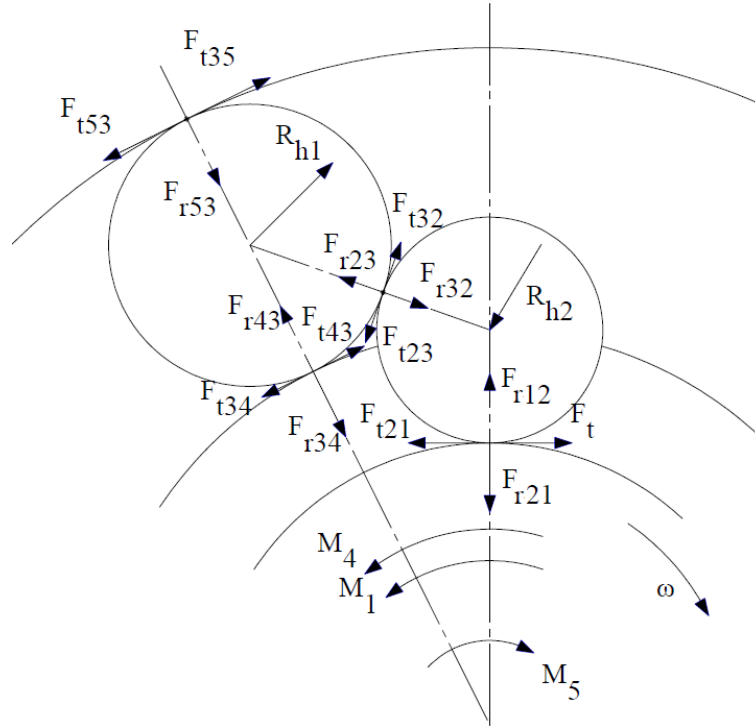
$$\vec{M}_1 + \vec{M}_h + \vec{M}_4 + \vec{M}_5 = 0 \quad (3.10)$$

На слици 3.2. приказане су силе и моменти који оптерећују Равињонов преносник. Пошто се ради о систему са удвојеним сателитима, још увек се не знају смерови ни интензитети вредности отпора ослонаца па самим тим ни смер момента који делује на носач сателита. Вредности силе између зупчаника 3 и 4 одређује се на основу једначине (3.11), али сила која се јавља између зупчаника 2 и 3 представља далеко већи проблем који ће бити решен у наредном поглављу.

Пошто се још увек не зна смер момента $\vec{M}_h$, једначина (3.10) добија следећи облик:

$$M_1 \pm M_h + M_4 - M_5 = 0$$

$$M_4 = M_5 - M_1 \mp M_h \quad (3.11)$$



Слика 3.2. Одрешерења Равињоновој иреносника

$$M_4 = M_1 \frac{z_5(z_4 + z_1)}{z_1(z_5 + z_4)} - M_1 \mp M_1 \frac{z_4 + z_1}{z_4}$$

$$M_4 = M_1 \left(\frac{z_5(z_4 + z_1)}{z_1(z_5 + z_4)} - 1 \mp \frac{z_4 + z_1}{z_4} \right) = M_1 \frac{z_5 z_4 (z_4 + z_1) - z_1 (z_5 + z_4) \mp (z_4 + z_1) z_1 (z_5 + z_4)}{z_1 (z_5 + z_4) z_4}$$

Јасно је да постоје два решења, али само је једна вредност тачна. Дакле уколико се претпостави да је смер момента носача сателита у смеру момента централног зупчаника 1 и добије се негативна вредност момента на зупчанику 4, то значи да је смер супротан од претпостављеног и као такав се одбацује јер не даје исправно решење. Проблем одређивања вредности момента на централном зупчанику 4 је у ствари те природе, да за различите вредности броја зуба формула (3.11) може имати и позитивну и негативну вредност односно негативну и позитивну. У случају броја зуба као у овом раду, а за концепцију R_{15}^4 добија се:

$$M_1 = 1$$

$$M_5 = M_1 \frac{z_5(z_4 + z_1)}{z_1(z_5 + z_4)} = 1 \cdot \frac{66 \cdot (30 + 24)}{27(66 + 30)} = 1,546875$$

$$M_h = M_1 \cdot \frac{z_4 + z_1}{z_4} = 1 \cdot \frac{30 + 24}{30} = 2,25$$

$$M_4 = M_5 - M_1 \mp M_h$$

$$1) M_4 = M_5 - M_1 - M_h = 1,546875 - 1 - 2,25 = -1,70313$$

$$2) M_4 = M_5 - M_1 + M_h = 1,546875 - 1 + 2,25 = 2,796875$$

У рачуну изнад нису узимане вредности јединица у обзир, али се види да уколико се лоше претпостави смер, вредност момента на зупчанику 4 ће бити мањи него у случају када се исправно претпостави смер. Па је због тога од изузетне важности

обратити пажњу на скаларни збир интензитета вектора момената који оптерећују зупчанике.

Познавањем момента и смера на зупчанику 4, сада је могуће одредити радијалну и тангенцијалну компоненту силе између зупчаника 4 и 3. Односно:

$$F_{t43} = F_{t34} = \frac{2M_4}{N \cdot m \cdot z_4} \quad (3.12)$$

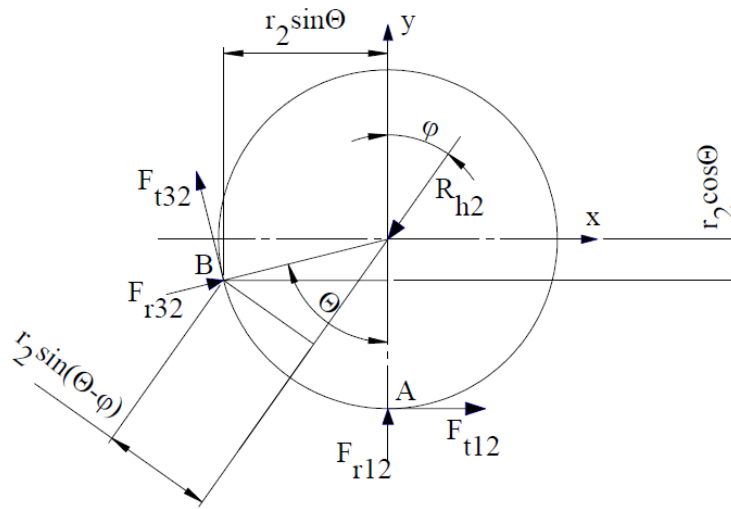
$$F_{r34} = F_{r43} = \frac{2M_4}{N \cdot m \cdot z_4} \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (3.13)$$

Где је:

- N - број парова сателита,
- m - модул,
- α - угао додирнице.

3.1. Одређивање силе између сателита

Сада је остало још само одредити силу реакције између зупчаника 2 и 3. Са R_{h2} је означен отпор ослоња зупчаника чији се смер и интензитет не познаје што се може видети на слици 3.3.



Слика 3.3. Оптерећење зупчаника 2

Решавањем система једначина, добијају се вредности непознатих величина:

$$\Sigma x = F_{t12} + F_{r32} \sin \Theta - F_{t32} \cos \Theta - R_{h2} \sin \varphi = 0$$

$$F_{t12} + F_{t32} \operatorname{tg} \alpha \sin \Theta - F_{t32} \cos \Theta - R_{h2} \sin \varphi = 0$$

$$F_{t12} + F_{t32} (\operatorname{tg} \alpha \sin \Theta - \cos \Theta) - R_{h2} \sin \varphi = 0 \quad (3.14)$$

$$\Sigma y = F_{r12} + F_{r32} \cos \Theta + F_{t32} \sin \Theta - R_{h2} \cos \varphi = 0$$

$$F_{t12} \operatorname{tg} \alpha + F_{t32} \operatorname{tg} \alpha \cos \Theta + F_{t32} \sin \Theta - R_{h2} \cos \varphi = 0$$

$$\boxed{F_{t12}tg\alpha + F_{t32}(tg\alpha \cos \Theta + \sin \Theta) - R_{h2} \cos \varphi = 0} \quad (3.15)$$

$$\Sigma M_b = R_{h2}r_2 \sin(\Theta - \varphi) - F_{t12}r_2 \sin \Theta - F_{t32}(r_2 - r_2 \cos \Theta) = 0$$

$$R_{h2}r_2(\sin \Theta \cos \varphi - \cos \Theta \sin \varphi) - F_{t12}tg\alpha \cdot r_2 \sin \Theta - F_{t32}r_2(1 - \cos \Theta) = 0$$

$$\boxed{R_{h2}r_2(\sin \Theta \cos \varphi - \cos \Theta \sin \varphi) - F_{t12}r_2(tg\alpha \cdot \sin \Theta - 1 + \cos \Theta) = 0} \quad (3.16)$$

Непознате величине су: F_{t32} , R_{h2} и φ . Из једначине (3.15) изражава се вредност тангенцијалне силе F_{t32} као што је приказано у једначини (3.17)

$$\boxed{F_{t32} = \frac{R_{h2} \cos \varphi}{tg\alpha \cos \Theta + \sin \Theta} - \frac{F_{t12}tg\alpha}{tg\alpha \cos \Theta + \sin \Theta}} \quad (3.17)$$

Сада се вредност силе из једначине (3.17) убацује у једначину (3.14) да би могао да се изрази вредност интензитета отпора ослонца R_{h2} .

$$F_{t12} + \left(\frac{R_{h2} \cos \varphi}{tg\alpha \cos \Theta + \sin \Theta} - \frac{F_{t12}tg\alpha}{tg\alpha \cos \Theta + \sin \Theta} \right) (tg\alpha \sin \Theta - \cos \Theta) - R_{h2} \sin \varphi = 0$$

$$F_{t12} + R_{h2} \frac{\cos \varphi (tg\alpha \sin \Theta - \cos \Theta)}{tg\alpha \cos \Theta + \sin \Theta} - F_{t12} \frac{tg\alpha (tg\alpha \sin \Theta - \cos \Theta)}{tg\alpha \cos \Theta + \sin \Theta} - R_{h2} \sin \varphi = 0$$

Да би се олакшало записивање и израчунавање израза, уводи се смена (3.18):

$$\frac{(tg\alpha \sin \Theta - \cos \Theta)}{tg\alpha \cos \Theta + \sin \Theta} = A \quad (3.18)$$

$$F_{t12} + R_{h2} \cos \varphi \cdot A - F_{t12}tg\alpha \cdot A - R_{h2} \sin \varphi = 0$$

$$F_{t12}(1 - Atg\alpha) + R_{h2}(A \cos \varphi - \sin \varphi) = 0$$

$$\boxed{R_{h2} = -F_{t12} \frac{1 - Atg\alpha}{A \cos \varphi - \sin \varphi}} \quad (3.19)$$

На крају, враћа се у једначину (3.16) како би се коначно добила зависност угла φ у односу на угао Θ који је показатељ међусобног положаја зупчаника.

$$-F_{t12}r_2(1 - Atg\alpha) \frac{(\sin \Theta \cos \varphi - \cos \Theta \sin \varphi)}{A \cos \varphi - \sin \varphi} = F_{t12}r_2(tg\alpha \cdot \sin \Theta - 1 + \cos \Theta)$$

$$\frac{\sin \Theta \cos \varphi - \cos \Theta \sin \varphi}{A \cos \varphi - \sin \varphi} \cdot \frac{1}{\cos \varphi} = \frac{tg\alpha \cdot \sin \Theta - 1 + \cos \Theta}{1 - Atg\alpha}$$

Из истих разлога као у смени (3.18) уводи се још једна смена (3.20):

$$\frac{tg\alpha \cdot \sin \Theta - 1 + \cos \Theta}{1 - Atg\alpha} = B \quad (3.20)$$

$$\frac{\sin \Theta - \cos \Theta \operatorname{tg} \varphi}{A - \operatorname{tg} \varphi} = B$$

$$\sin \Theta - \cos \Theta \operatorname{tg} \varphi = AB - B \operatorname{tg} \varphi$$

$$B \operatorname{tg} \varphi - \cos \Theta \operatorname{tg} \varphi = AB - \sin \Theta$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{AB - \sin \Theta}{B - \cos \Theta}$$

$$\boxed{\varphi = \operatorname{arctg} \frac{AB - \sin \Theta}{B - \cos \Theta}} \quad (3.21)$$

3.1.1 Анализа добијених резултата

За различите вредности угла φ добијају се различите вредности тангенцијалне силе F_{t32} и отпора ослонца R_{h2} , што је приказано на графицима 1 и 2.

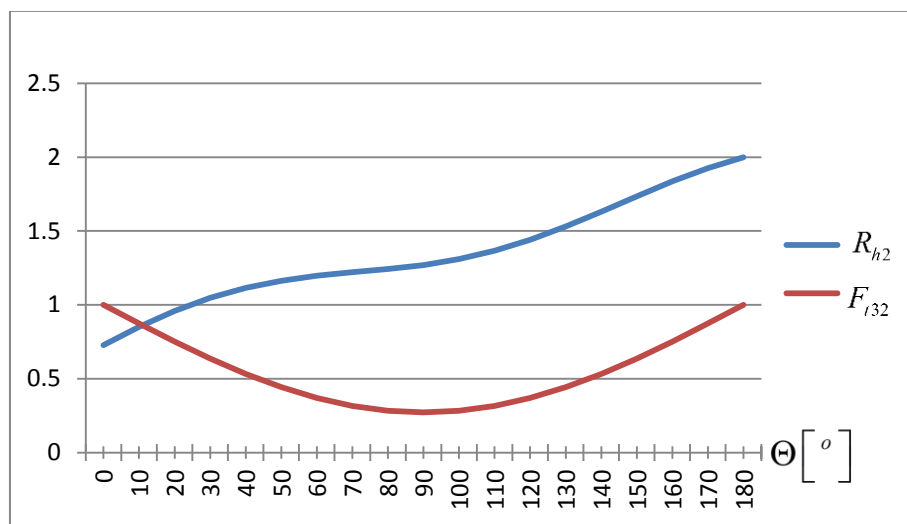


График 1. Однос отпора ослонца и тангенцијалне силе у зависности од угла Θ

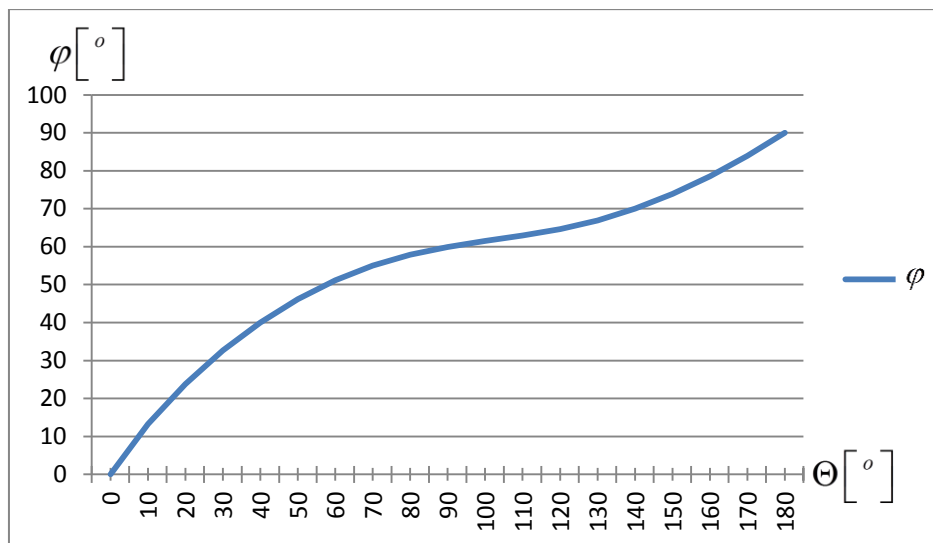


График 2. Промена угла φ у зависности од угла Θ

Са графика 1 се види да међусобни положај сателита знатно утиче на силе које се јављају у преноснику.

3.2. Преносник са косим зубима

Уколико се ради о зупчаницама са косим зубима, радијалне компоненте силе постају $F_r = F_t \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta}$, при чему је β угао нагиба зубаца, па једначине (3.17) ÷ (3.21) постају:

$$F_{t32} = \frac{R_{h2} \cos \varphi}{\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta} \cos \Theta + \sin \Theta} - \frac{F_{t12} \operatorname{tg} \alpha}{\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta} \cos \Theta + \sin \Theta} \quad (3.22)$$

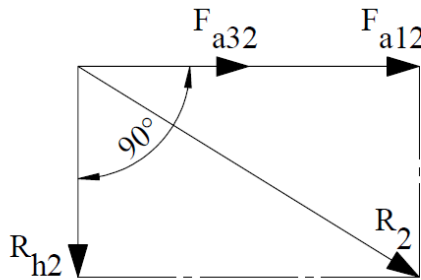
$$\frac{\left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta} \sin \Theta - \cos \Theta \right)}{\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta} \cos \Theta + \sin \Theta} = A \quad (3.23)$$

$$R_{h2} = -F_{t12} \frac{1 - A \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta}}{A \cos \varphi - \sin \varphi} \quad (3.24)$$

$$\frac{\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta} \cdot \sin \Theta - 1 + \cos \Theta}{1 - A \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta}} = B \quad (3.25)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{AB - \sin \Theta}{B - \cos \Theta} \quad (3.26)$$

Пошто се у раду зупчаника са косим зубима јављају и аксијалне силе које теже да раздвоје зупчасте парове, а које се израчунавају као $F_a = F_t \cdot \operatorname{tg} \beta$; оно што је у претходном поглављу био главни отпор ослонца R_{h2} сада постаје једна од компоненти главног отпора што се може видети на слици 3.4.



Слика 3.4. План сила

При чему су:

- $F_{a32} = F_{t32} \cdot \operatorname{tg} \beta$ - аксијална сила у контакту са зупчаником 3,
- $F_{a12} = F_{t12} \cdot \operatorname{tg} \beta$ - аксијална сила у контакту са зупчаником 1,
- $\vec{R}_2 = \vec{R}_{h2} + (\vec{F}_{a32} + \vec{F}_{a12})$ - отпор ослонца.

Потребно је нагласити да аксијалне силе изазивају и спрег који се јавља у осовиници а који је једнак:

$$M_a = M_{a1} + M_{a2} = m \cdot z_2 (F_{a32} + F_{a12})$$

Где је:

- M_a - укупан спрег у ослонцу,
- M_{a1} - спрег изазван услед контакта са зупчаником 1,
- M_{a2} - спрег изазван услед контакта са зупчаником 3.

Вредности карактеристичних сила приказане су на графику 3. а промена угла деловања компоненте R_{h2} види се на графику 4.

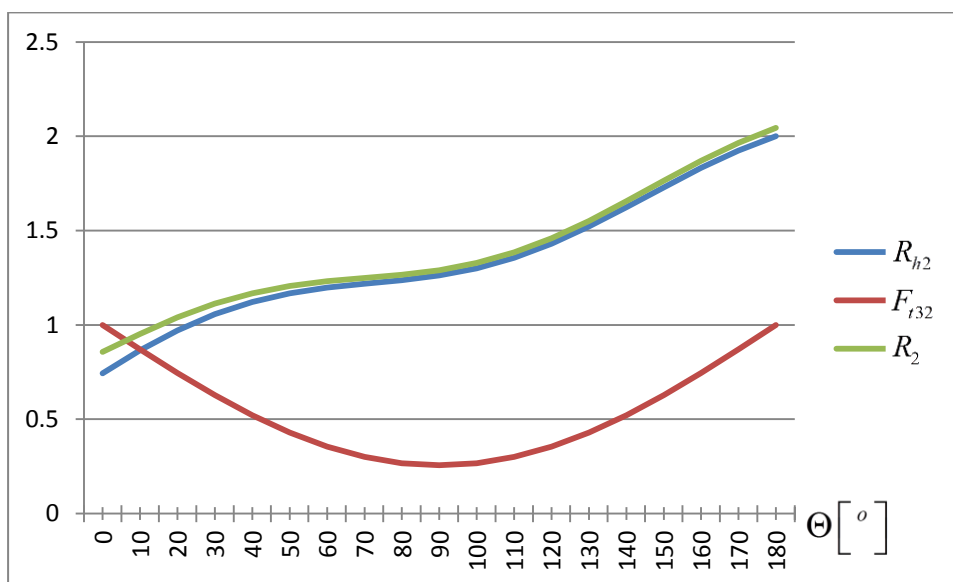


График 3. Однос ослонца и тангенцијалне силе у зависности од угла Θ

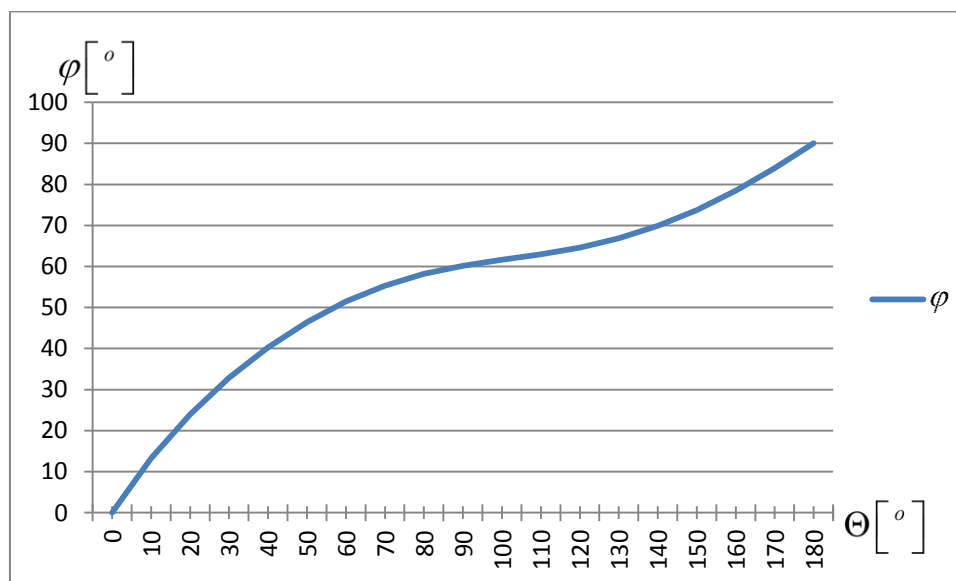


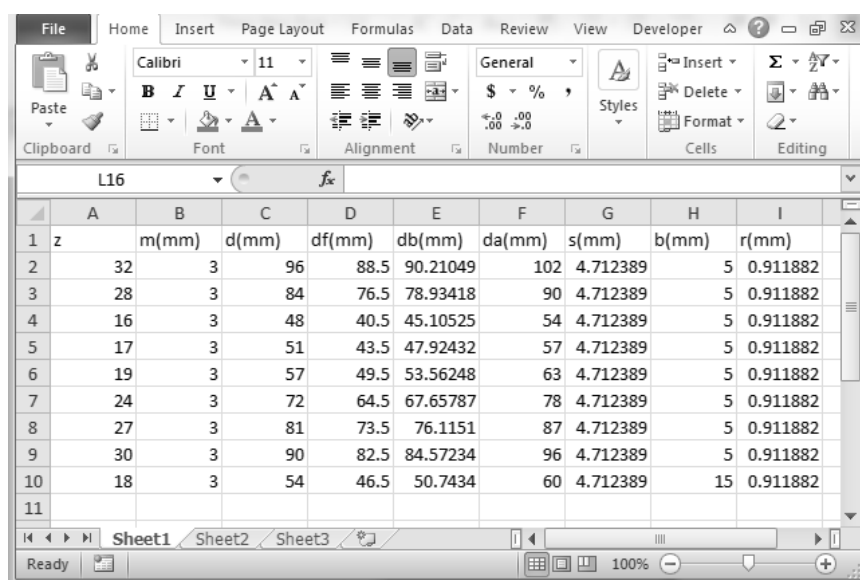
График 4. Промена угла φ у зависности од угла Θ

4. ПРИПРЕМА МОДЕЛА РАВИЊОНОВОГ ПРЕНОСНИКА ЗА 3Д ШТАМПАЊЕ.

Пошто ће одштампани модел бити коришћен у демонстративне сврхе а и за упознавање неких будућих генерација са концептом планетарних преносника, у оквиру овог рада биће дато и упутство за његову израду.

4.1. Припрема документације за фамилију производа

Програмски пакет *Catia* [15] пружа могућност прављења базе података за фамилију производа, а то је могуће направити коришћењем програма „*Excel*“. Потребно је формирати табелу која ће садржати све потребне информације за конструисање еволвенте зубаца зупчаника као на слици



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	z	m(mm)	d(mm)	df(mm)	db(mm)	da(mm)	s(mm)	b(mm)	r(mm)
2	32	3	96	88.5	90.21049	102	4.712389	5	0.911882
3	28	3	84	76.5	78.93418	90	4.712389	5	0.911882
4	16	3	48	40.5	45.10525	54	4.712389	5	0.911882
5	17	3	51	43.5	47.92432	57	4.712389	5	0.911882
6	19	3	57	49.5	53.56248	63	4.712389	5	0.911882
7	24	3	72	64.5	67.65787	78	4.712389	5	0.911882
8	27	3	81	73.5	76.1151	87	4.712389	5	0.911882
9	30	3	90	82.5	84.57234	96	4.712389	5	0.911882
10	18	3	54	46.5	50.7434	60	4.712389	15	0.911882
11									

Слика 4.1. Формирање табеле за фамилију производа

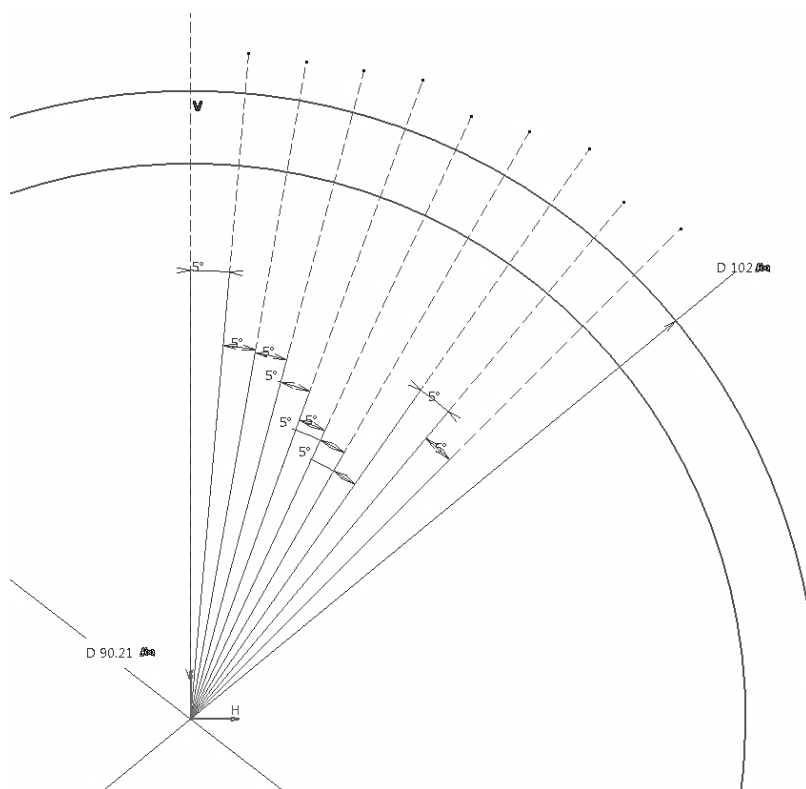
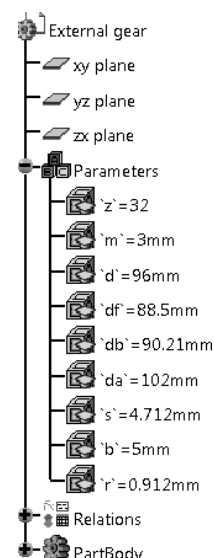
Где су величине израчунате према препорукама из литературе [14], односно:

- z - број зубаца зупчаника,
- m - модул,
- d - пречник подеоног круга,
- df - пречник подножног круга,
- db - пречник основног круга,
- da - пречник теменог круга,
- s - лучна дебљина зупца,
- b - ширина зупчаника,
- r - радијус заобљења.

4.2. Конструисање еволвенте

Претходна табела увежена је у програмски пакет *Catia* у модул „*Part design*“ и стабло модела добија облик као на слици, где се могу видети успешно унети параметри. Сада су коришћењем команде „*Sketch*“ у било којој равни нацртане карактеристичне линије потребне за конструисање еволвенте (*Више информација о цртању може се видети у литератури [14]*).

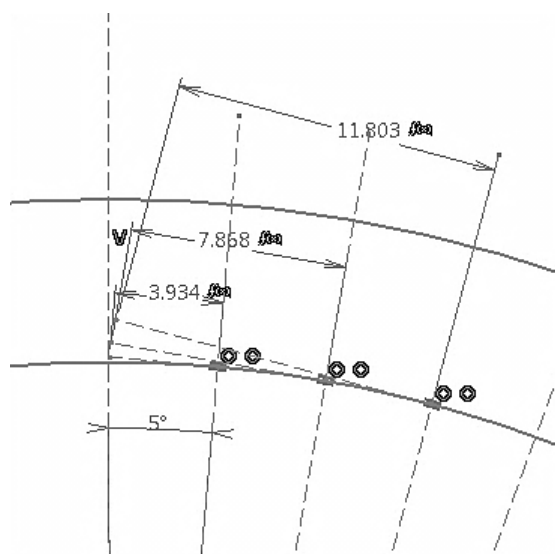
Прво се нацртају основни и темени круг, а затим се он подели на неколико делова, као на слици 4.3. Што већа подела, односно што је мањи угао између њих, то ће и цртање еволвенте бити прецизније



Слика 4.3. Корак 1

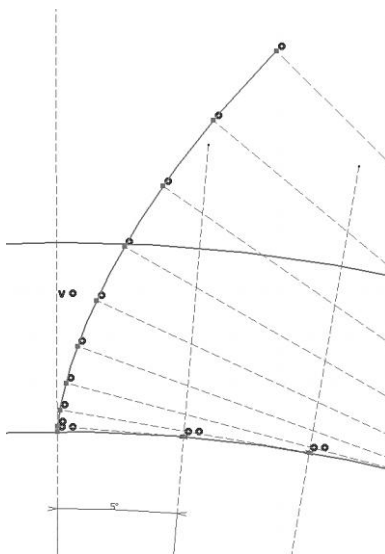
Затим се цртају линије тангентне на основни круг чија је дужина подударна са дужином подељеног кружног лука, односно као што је приказано на слици 4.4. Дужина одговарајућих кружних лукова рачуна се по једначини:

$$l_i = d_b \cdot \pi \cdot \frac{5^\circ \cdot i}{360^\circ}; \quad i = (1,9) \quad (3.27)$$



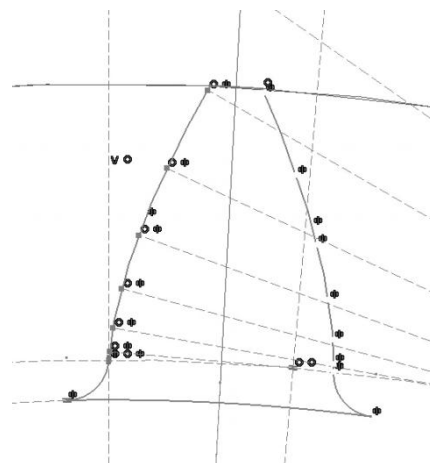
Слика 4.4. Корак 2

Еволвента се добија повезивањем крајева линија као што је приказано на слици 4.5.



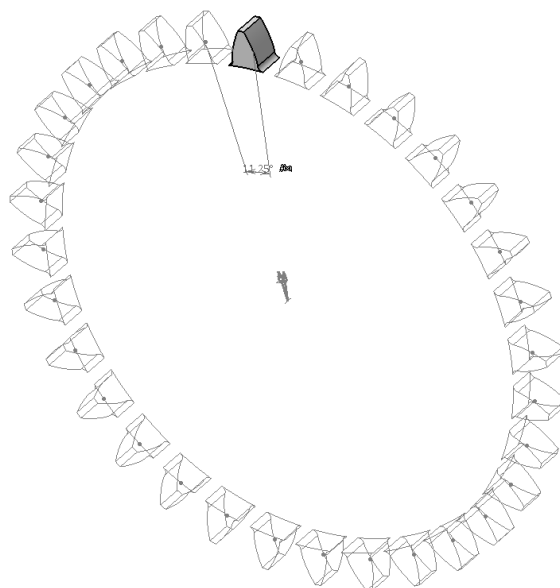
Слика 4.5. Корак 3

Након цртања еволvente, црта се се подножни круг и радијус на подножју зупца, при чему је добијену линију потребно пресликати опцијом „mirror“ око линије која је на половини лучне дебљине зупца. Након мало сређивања добија се профил зупца који је потребно екструдирати као на слици 4.6.



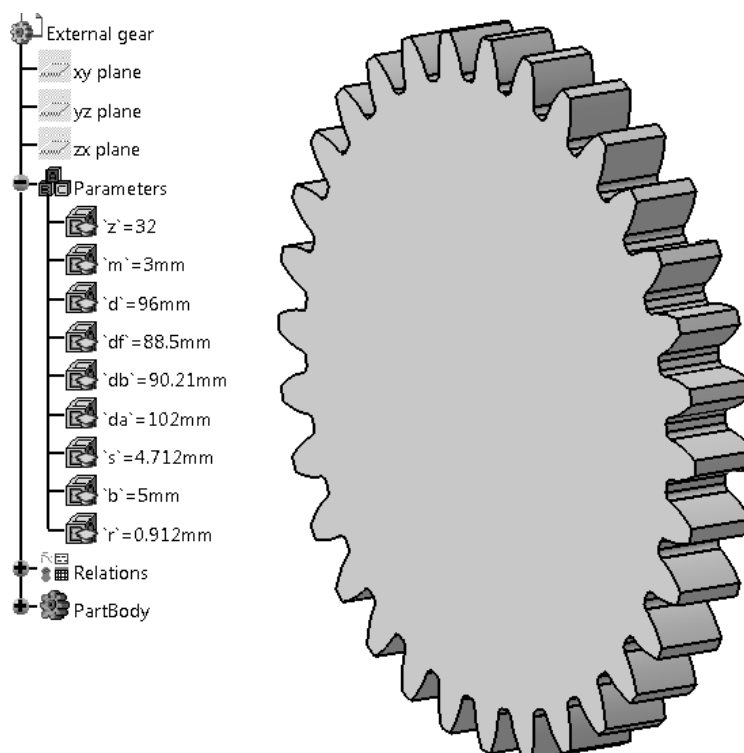
4.3. Моделирање зупчаника и монтажа преносника

Када је добијен профила зуба, коришћењем команде „*pad*“ и „*circular pattern*“ добија се модел као на слици 4.7.



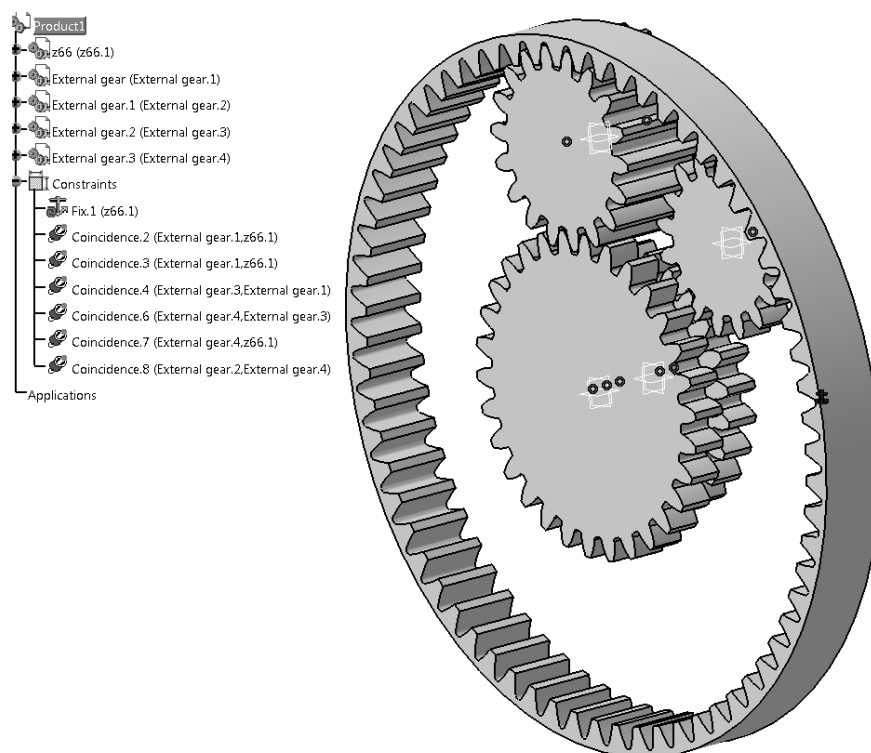
Слика 4.7. Предфиниш модела зупчаника

Сада је потребно још попунити празан простор између зуба и моделирање је готово (слика 4.8.). Све што је сада остало је да се у зависности од броја зуба, према фамилији производа из поглавља 4.1. под другим именом сачувају остали зупчаници преносника.



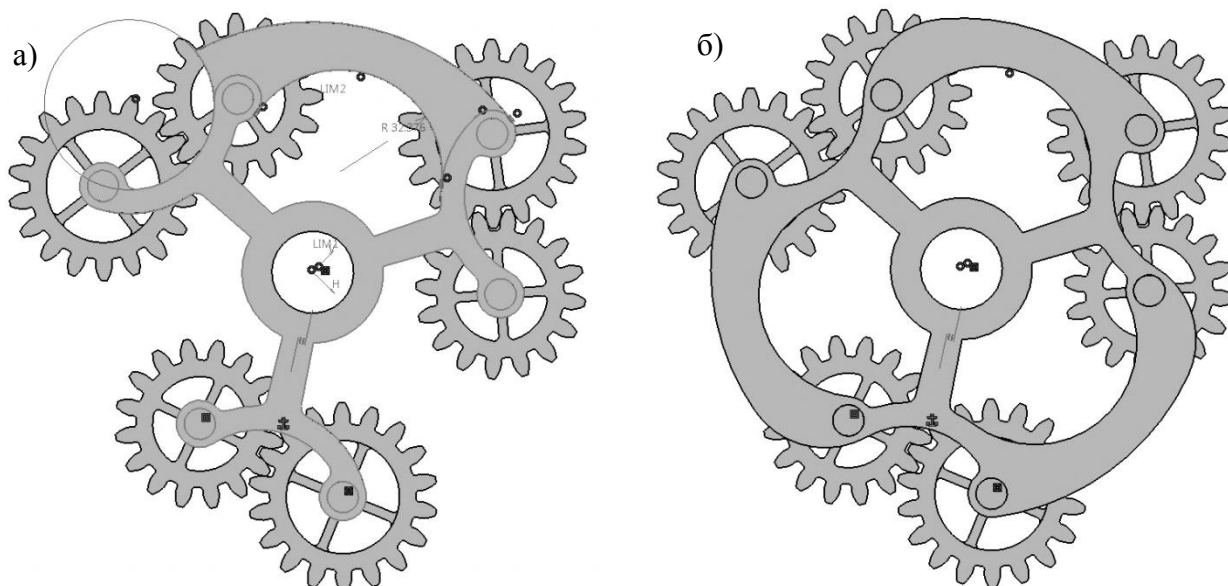
Слика 4.8. Зупчаник са еволвентним зупцима

У окружењу „Assembly“ потребно је склопити дати преносник коришћењем команди „contact“ и „coincidence“ да би касније била могућа кинематска анализа, као на слици 4.9.

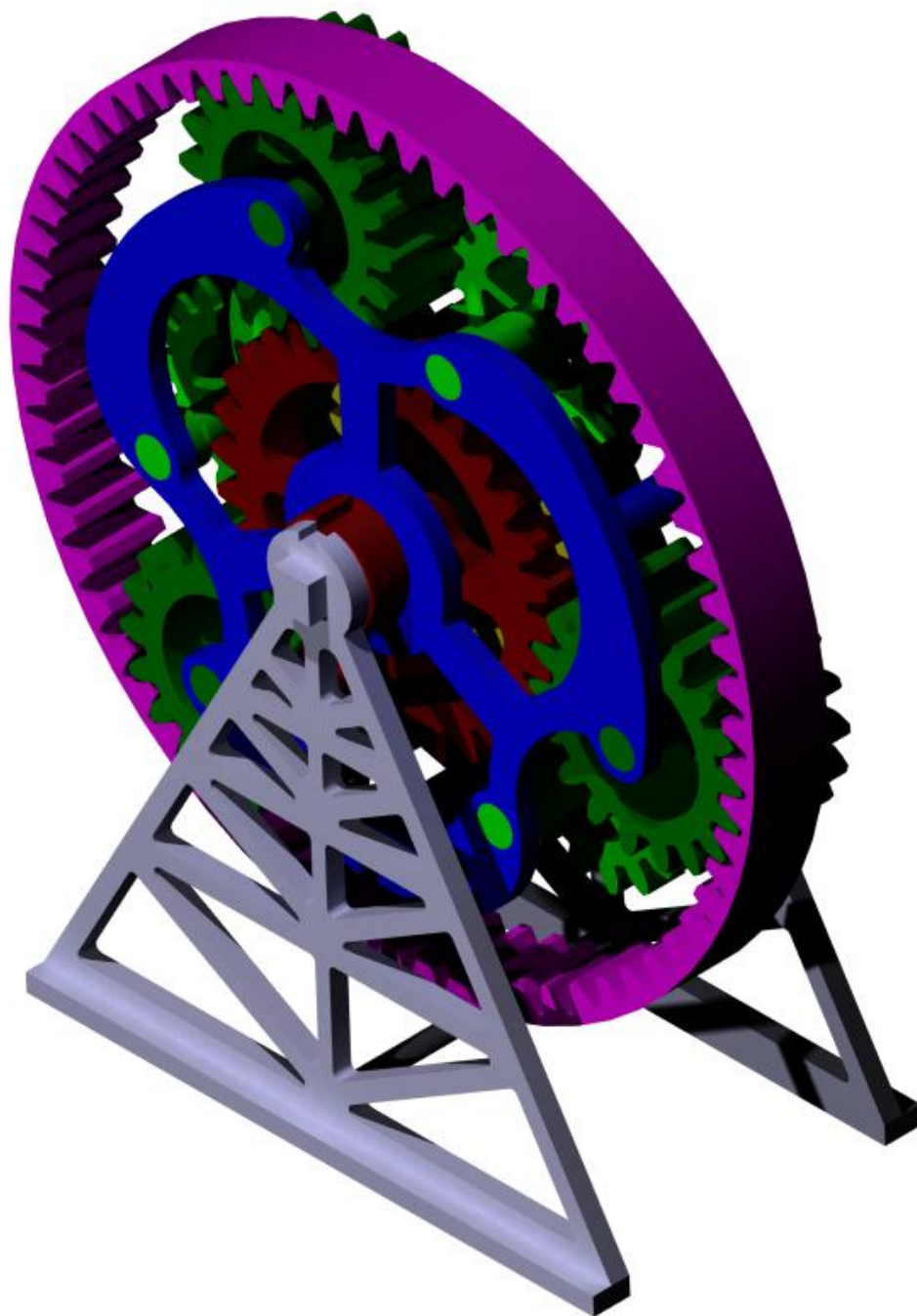


Слика 4.9. Модел који сиреман за кинематску анализу

Када су положаји зупчаника дефинисани, потребно је измоделирати одговарајући носач сателита након чега следи прилагођавање модела за 3д штампање. То укључује прављење одговарајућих олакшања, а пошто сам преносник није изложен великом оптерећењу сам конструктор добија слободу да може да посвети пажњу естетици производа. Слика 4.10. а) представља међукорак до добијања модела као на слици 4.10 б).



Овим је најбитнији део модела завршен. Коначан изглед Равињоновог преносника приказан је на слици 4.11. Као провера, препоручује се коришћење команде „clash“ како би се проверило да ли постоји неко преклапање у моделу.



Слика 4.11. Равињонов планетарни преносник сиреман за 3d илустрације
Извештај о преклапањима и контактима дат је у прилогу.

5. ЗАКЉУЧАК

Преко историјског развоја планетарних преносника до данашње употребе види се да употреба преносника снаге временом све више расте и стога је потребно разумети на који начин они функционишу. Кроз анализу кинематике и оптерећења појединачних елемената овај рад објашњава принцип рада механичких преносника снаге са освртом на Равињонов преносник који је настао као последица унапређивања претходних планетарних механизма.

Сама чињеница да ова врста преносника поседује могућност од седам различитих преносних односа, несумњиво упућује на величину његове употребне вредности. Потребно је напоменути да се правилним избором броја зуба постиже не само уравнотежење оптерећења већ и разноликост преносних односа што показује табела 3. За следеће вредности бројева зуба: $z_1 = 24$; $z_2 = 16$; $z_3 = 18$; $z_4 = 30$; $z_5 = 66$.:

Табела 3. Резултати анализе

	Концепције					
	R_{15}^4	R_{15}^h	R_{h5}^1	R_{h5}^4	R_{45}^h	R_{45}^1
i_{pp}	$\frac{z_5(z_4 + z_1)}{z_1(z_5 + z_4)}$	$\frac{z_5}{z_1}$	$\frac{z_5}{z_5 - z_1}$	$\frac{z_5}{z_5 + z_4}$	$-\frac{z_5}{z_4}$	$\frac{z_5(z_1 + z_4)}{z_4(z_5 - z_1)}$
	1,546875	2,75	1,571429	0,6875	-2,2	2,828571

У оквиру анализе оптерећења дошло се до закључка да тангенцијалне силе у контакту са суседним зупчаницама на сателитима овог планетарног преносника нису исте. Штавише зависно од међусобног положаја сателита то јест угла између њих, јављају се и различите вредности ових сила чија је зависност приказана графиком 5 а што директно утиче на вредност силе у ослоњу која се јавља као њихова реакција.

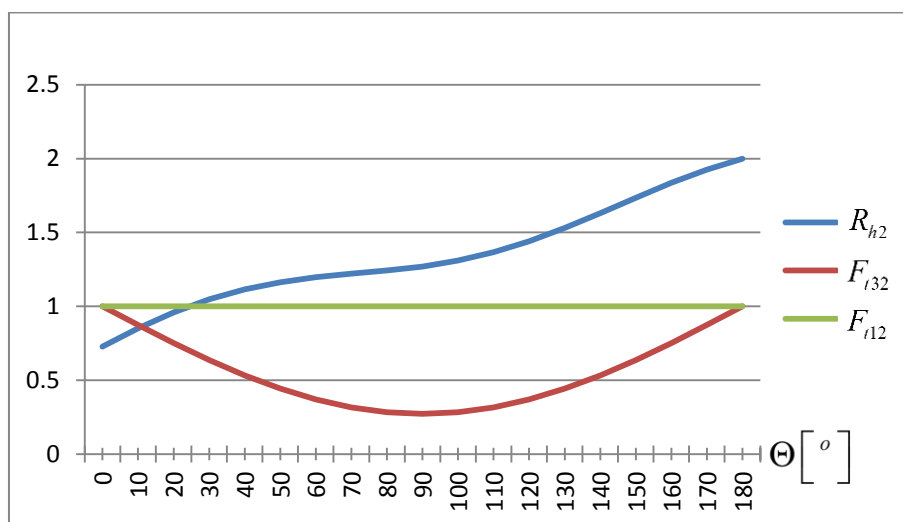


График 5. Вредности сила на другом зупчанику (R_{h2} – оштор ослоња, F_{t32} – вредности тангенцијалне силе у контакту са суседним сателитом, F_{t12} – вредности тангенцијалне силе у контакту са првим зупчаником,)

Будућност овог преносника лежи у томе да уколико се открије начин за мењање излазног елемента снаге, биће могуће добити још већи број брзина. Тиме се отварају поља за нова истраживања која доста могу да допринесу индустрији, а моделом који је дат у раду могу се и приказати ове могућности.

6. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Б. Стојановић, М. Блајковић, Механички преносници, Крагујевац 2015.
- [2] С. Танасијевић, А. Вулић, Механички преносници – планетарни преносници и варијатори, Крагујевац 2006.
- [3] <http://www.virtualtravelog.net/2011/01/virtual-reconstruction-of-the-antikythera-mechanism/> - приступљено 16.06.2015.
- [4] https://sh.wikipedia.org/wiki/Antikitski_mehanizam - приступљено 16.06.2015.
- [5] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Arabic_astrolabe_2.jpg – приступљено 16.06.2015.
- [6] <http://www.theatlantic.com/technology/archive/2013/02/ behold-the-kind-of-the-16th-century/273577/> - приступљено 16.06.2015.
- [7] hyundaisolaris.org/osobennosti-konstruktsii-avtomaticheskoy-korobki-peredach.html – приступљено 13.07.2015.
- [8] Н. Naunheimer, В. Bertsche, Ј. Ryborz, W. Novak, Automotive Transmissions – fundamentals, selection, design and application, 2011.
- [9] www.bestreferat.ru/referat-198308.html - приступљено 28.07.2015.
- [10] www.wikiwand.com/en/Ravigneaux_planetary_gearset - приступљено 28.07.2015.
- [11] www.ouipir.ru/?p=3305 - приступљено 28.07.2015.
- [12] <http://www.wikiwand.com/ru/%D0%93%D0%90%D0%97-14> - приступљено 28.07.2015.
- [13] Mercedes Benz Workshop Manuals, 2006.
- [14] В. Николић, Машински елементи – теорија, прорачун и примери, Крагујевац 2004.
- [15] Г. Девеџић, С. Ђуковић, С. Пејровић, Ј. Максић, 3Д моделирање производа – методичка збирка задатака, Крагујевац 2009.

7. ПРИЛОГ

[Извештај преклапања](#) (потребно је да постоји интернет претраживач инсталисан на рачунару)