

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Индустијско инжењерство

Ниво студија: Мастер студије

Модул: Пословно информациони системи

Предмет: Индустијски рачунарски системи

Број индекса: 401 - 2019

Милан М. Вукомановић

**Модел израчунавања координата падних
тачака пројектила у WGS-84
Мастер рад**

Комисија за преглед и одбрану:

**1. др Милан Матијевић, ред. проф. -
ментор**

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог мастер рада кандидат треба да

прикаже модел израчунавања падних тачака пројектила при испитивању на полигону Никинци. Кандидат треба да крене од од самог осматрања пада пројектила и његовом изражавању у локалном координатном систему, а онда да прикаже цео поступак преласка у WGS 84.

Препоручена литература:

- [1] ТОЦ: Проспект полигона Никинци, Технички опитни центар, Београд, 2011.
- [2] ТОЦ упутство: Израчунавање падних тачака пројектила на полигону Никинци, 1984
- [3] Јовановић, В. (1983.): Математичка картографија, Војногеографски институт, Београд
- [4] Регодић, М. (2012): Војна топографија, Медија центар одбрана, Београд

Крагујевац, 15.03.2020. године

Ментор:

др Милан Матијевић, ред. проф.

ПРЕДГОВОР

Све разноврснија испитивања муниције, ракета и других убојних средстава у Центру за испитивање наоружања и војне опреме у Никинцима који је у саставу Техничког опитног центра Војске Србије, намећу потребу да се процес осматрања падних тачака различитих врста пројектила аутоматизује али и да се подаци добијени осматрањем прикажу преко географске ширине и дужине тј. у WGS 84. Ово је битно ради лакше и брже обраде података који су добијени испитивањем.

Технички опитни центар је започео истраживања у погледу аутоматске детекције падних тачака пројектила користећи сеизмичке детекторе као пријемнике сигнала удара и /или експлозије. Водитељ овог пројекта је пуковник професор др Слободан Илић са сарадницима из Техничког опитног центра, као и пуковник професор Кари Александар који са осталим сарадницима ради на предметима студијског програма Војно индустријско инжењерство.

Сарадња између Техничког опитног центра, Факултета инжењерски наука из Крагујевца и Војне академије допринела је да се у склопу студијског програма војноиндустријско инжењерство у ову проблематику укључе и студенти. У том смислу, у склопу студијско истраживачког рада студената мастер студија, дефинисане су и теме мастер радова које требају да овом интердисциплинарном пројекту дају одговоре на нека питања.

Четврта индустријска револуција последњих година незаобилазна је тема када се прича о напретку и развоју друштва, али и привреде, тако да је и кроз студијско истраживачки рад студената, незаобилазна и примена индустријских рачунарских система у истраживањима, а сами мастер радови су покрили области балистике на циљу, математичког модела прорачуна места падних тачака у локалном и WGS координатном систему, као и прикупљања, преноса и обраде података пре и током испитивања ради израде специфичних протокола гађања.

САДРЖАЈ

1. УВОД.....	2
2. ЦЕНТАР ЗА ИСПИТИВАЊЕ НАОРУЖАЊА И ВОЈНЕ ОПРЕМЕ „НИКИНЦИ“	3
3. КАРТОГРАФСКЕ ПРОЈЕКЦИЈЕ И ЊИХОВА ТРАНСФОРМАЦИЈА	13
3.1 Подела картографских пројекција.....	14
3.1.1 Подела картографских пројекција према карактеру пратећих деформација.....	14
3.1.2 Подела картографских пројекција према облику и положају	15
нормалних мрежа меридијана и паралела	15
3.2 Гаус Кригера пројекција.....	17
3.2.1 Својства Гаус-Кригера пројекције	18
3.2.2 Правоугла координатна мрежа	20
3.3 UTM ПРОЈЕКЦИЈА	22
3.3.1 Својства UTM пројекције	22
3.4. Модели трансформација између два координатна система.....	29
3.4.1. Прелаз из Гаус-Кригера у UTM пројекцију.....	31

3.4.2 Прелазак из UTM у WGS 84	36
4. СПОЉНОБАЛИСТИЧКА ИСПИТИВАЊА	38
4.1.1 Основни појмови и дефиниције.....	38
4.1.2. Циљ спољнобалистичких испитивања (СБИ).....	38
4.1.3. Класификација спољнобалистичких испитивања.....	39
4.1.4. Услови за реализацију спољнобалистичких испитивања.....	42
4.1.5. Припрема ватреног средства	43
4.1.6. Припрема муниције за спољнобалистичка испитивања	44
4.1.7. Припрема опреме за мерење	45
4.1.8. Атмосферски услови за извршење спољнобалистичких испитивања....	46
4.1.10. Муниција за извршење спољнобалистичких испитивања.....	47
4.1.11. Реализација спољнобалистичких испитивања.....	48
4.1.12. Општи поступак обраде резултата спољнобалистичких испитивања .	49
4.2. Оцена резултата спољнобалистичких испитивања	50
4.2.1. Мере прецизности	51
4.3. Међусобна зависност мера прецизности	58

4.3.1 Број опитних гађања и број метака у групи за испитивање међусобне зависности мера прецизности.....	59
5. МОДЕЛ ИЗРАЧУНАВАЊА ПАДНИХ ТАЧАКА ПРОЈЕКТИЛА СА ПОПРАВКАМА У WGS-84.....	64
5.1 Гађање на терен (хоризонтална раван).....	64
5.2 Израчунавање домета и правца	66
5.3 Транслација координатног система	67
5.4 Ротација координатног система	68
5.5 Поправке на табличне услове	71
5.6 Модел израчунавања падних тачака пројектила у WGS 84 са поправкама	72
5.7 Пример израчунавања координата тачке на полигону „Никинци“	72
ЗАКЉУЧАК.....	83
ЛИТЕРАТУРА.....	84

Model for calculating the coordinates of projectile drop points in WGS 84

Abstract: The paper presents a mathematical model for calculating the coordinates of the projectile drop points based on a minimum of two spatial angles. The starting point consists of two positions of known coordinates (observatories) and a known distance between them. Known coordinates of the firing position and measured angles from the observation post, which contain the vertical angle and the angle in relation to the firing direction, allow the calculation of the coordinates of the falling points as well as the distance in relation to the firing position. Subsequent data processing also includes corrections due to wind effects, projectile mass and ambient temperature. The obtained coordinates are displayed in the local and WGS 84 coordinate system.

Keywords: coordinates, falling points, shooting test, coordinate system

Модел израчунавања координата падних тачака пројектила у WGS 84

Абстракт: У раду је приказан математички модел израчунавања координата падних тачака пројектила на основу минимално два просторна угла. Полазну основу чине два положаја познатих координата (осматрачнице) и познатог растојања између њих. Познате координате ватреног положаја и измерени углови са осматрачнице која у себи садрже месни угао и угао у односу на директрису гађања, омогућавају израчунавање координата падних тачака као и удаљеност у односу на ватрени положај. Накнадна обрада података укључује и поправке због уитцаја ветра, масе пројектила и температуре околине. Добијене координате се приказују у локалном и WGS 84 координатном систему.

Кључне речи: координате, падне тачке, испитивање гађањем, координатни систем

1. УВОД

У свим оружаним сукобима, противничке стране материјализују борбена дејства оружјем, преко супротстављених снага. Моћ употребљеног оружја исказује се наношењем губитака или штете другој страни. Основни показатељ моћи оружја у борбеном дејству јесте ватра тј. ватрена моћ.

Посебну улогу у сукобима, представља род копнене војске артиљерија. Почетак употребе артиљерије се обично везује за употребу ватреног оружја, међутим она је постојала и у ранијем периоду у облику различитих направа за испаливање великих пројектила на даљину, најчешће у сврху рушења непријатељских фортификација у тврђавском ратовању. Током XX века артиљерија је стекла такву ватрену моћ, да јој се приписује већина љуских губитака у Првом светском рату. Од Првог светског рата, артиљерија се непрекидно развија [1].

Један од битних чинилаца развоја артиљерије, поред конструкције и самог осмишљавања концепта средства, представља и испитивање артиљеријског средства у полигонским условима, пре увођења у стандардно наоружање војске. Најбитнија тачка испитивања артиљеријског средства су спољнобалистичка испитивања.

Спољнобалистичка (СБ) испитивања представљају сва испитивања ватрених средстава и муниције при којима се врше мерења елемената путање невођеног пројектила или параметара на путањи.

У овом раду ће бити речи о делу спољнобалистичких испитивања гађањем који се односи на одређивања падних тачака пројектила.

Израчунавање падних тачака се врши уз помоћ осматрачких оптичких уређаја које се налазе на познатим координатама, у бетонским осматрачницама, са којих се могу да виде падне тачке пројектила. За израчунавање координата падних тачака пројектила, на основу измерених углова под којим се оне виде са осматрачница, потребно је знати координате ватреног положаја оруђа као и координате најмање две осматрачнице са којих су измерени углови. Познавањем координата две или више осматрачница постиже се прецизније мерење, односно израчунавање координата падних тачака пројектила.

Математичким моделом који ће бити описан у раду се прерачунавају углови добијени мерењем са осматрачница и добијају координате у локалном, односно Гаус-Кригеровој пројекцији, а потом као крајњи циљ се добијају координате падних тачака пројектила у WGS 84.

2. ЦЕНТАР ЗА ИСПИТИВАЊЕ НАОРУЖАЊА И ВОЈНЕ ОПРЕМЕ „НИКИНЦИ“

2.1 Опис полигона за испитивање

Центар за испитивање НВО Никинци (у даљем тексту: Центар) основан је решењем заменика министра одбране 3. маја 1951. године, као Централни полигон Генералне дирекције индустрије муниције. Наредбом савезног секретара за народну одбрану, у децембру 1972. године полигон Никинци постаје саставни део Техничког опитног центра КоВ.

Полигон заузима значајно место у историји научно-истраживачке делатности у области наоружања, пошто су скоро сва истраживања и студије реализовани на основу испитивања обављених на Полигону. Поред тога, на Полигону је извршена валидација највећег дела средстава наоружања која су развијена у последњих педесетак година, као и пријем њихове серијске производње за потребе опремања Војске.

Иако је на самом почетку коришћен само за спољно-балистичка испитивања, пре свега за потребе предузећа војне индустрије, Полигон убрзо постаје најзначајнија лабораторија на отвореном, не само организацијских јединица у чијем саставу је био, већ и комплетног војно-индустријског комплекса. Полигон је дограђиван и опреман упоредо са освајањима нових средстава НВО, у складу са захтевима који су произилазили из потреба испитивања тих средстава. Центар за испитивање НВО Никинци спроводи испитивања средстава НВО у циљу објективног и независног вредновања и оцењивања средстава НВО. Центар за испитивање НВО Никинци је компетентан и модерно уређен регионални центар за испитивање савремених средстава НВО, упоредив са сличним страним полигонима у развијеним државама [2].

Центар за испитивање НВО Никинци се простира на површини од 3060 ха, поседује преко 30 km путне мреже, три правца гађања, уређене пласмане и ватрене положаје, објекте за припрему УбС, објекте за припрему оружја, оруђа и лансера, објекте за климо-механичка испитивања, магацински простор, техничку радионицу, ауто парк, метеоролошку станицу, бензинску станицу и читав низ пропратних објеката, а за потребе обраде резултата гађања има уређен локални геодетски координатни систем.

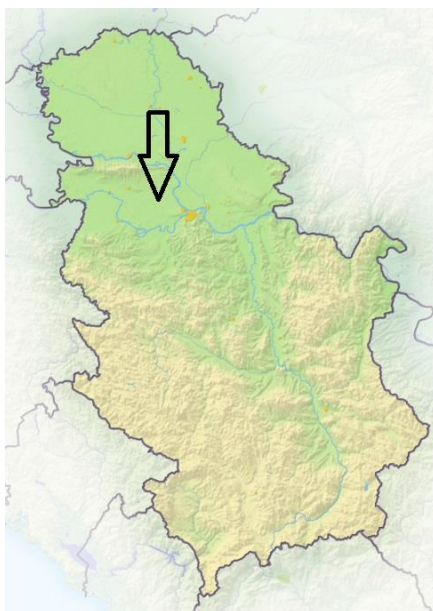
Основне делатности Центра су:

- опитно-експлоатациона испитивања средстава НВО, у склопу завршних и верификационих испитивања у циљу оцењивања усаглашености средстава НВО са постављеним захтевима,
- развојна и истраживачка испитивања гађањем,
- испитивања за потребе оцено квалитета серијске производње средстава НВО,
- контролна техничка гађања,
- одређивање масе барутних пуњења,

- прикази наших средстава НВО страним делегацијама,
- уништавање НУС,
- пружање услуга јединицама ВС и МО

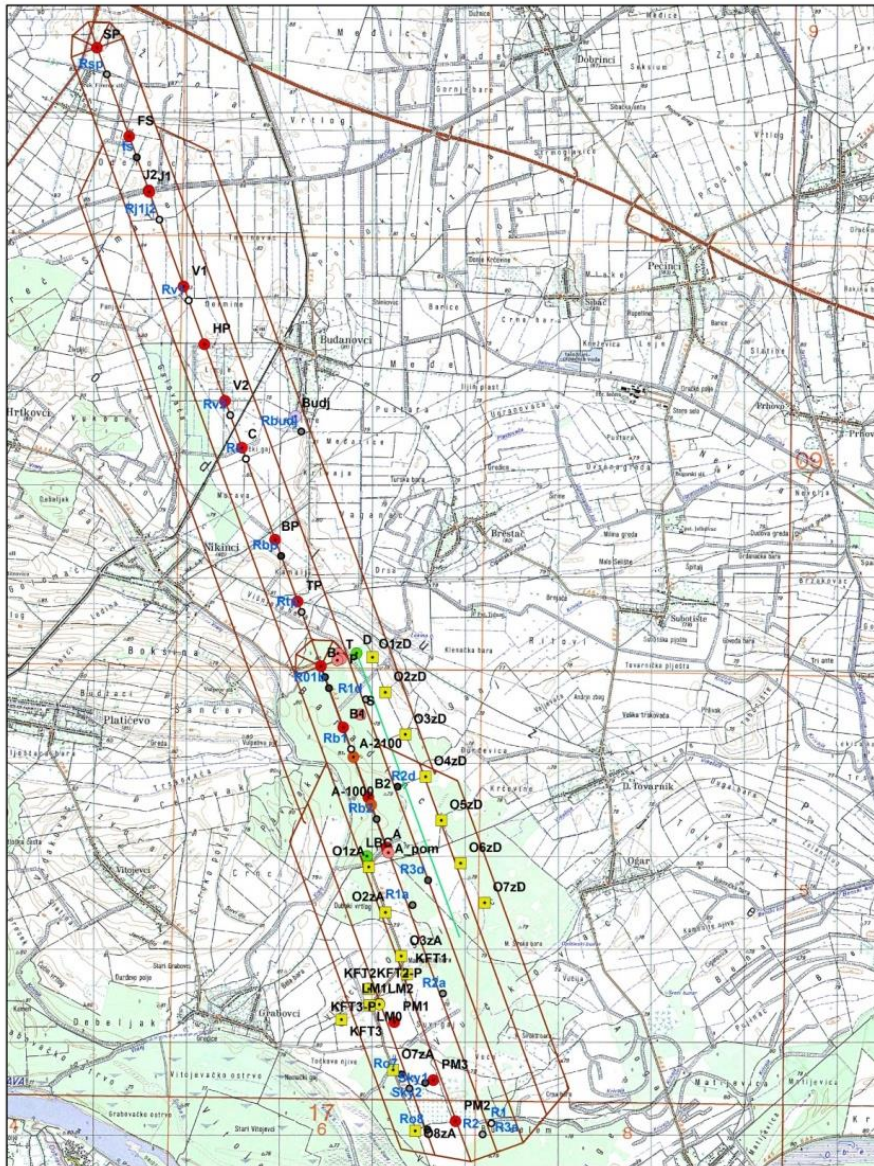
У контролисаним атмосферским условима, са познатим параметрима од утицаја на мерну сигурност, у Центру се мере, односно контролишу следеће карактеристике средстава наоружања:

- безбедност при гађању са повишеним притиском барутних гасова,
- унутрашње балистички параметри (притисак, почетна брзина),
- спољнобалистички параметри (домет, прецизност, тачност),
- управљање вођеним ракетама,
- отпорност на механичке утицаје (пад, трескање, тумбање, вибрирање, имитација транспорта камионима),
- отпорност на климатске утицаје (повишена температура, снижена температура, влага...),
- правилност фрагментације разорних пројектила распрскавањем пројектила у јами,
- радијус убојног дејства распрскавањем у обору/арени,
- режими гађања артиљеријских и минобацачких система,
- ефикасност на циљу (пробојност, осветљеност терена, димни ефекат, дисперзија субпројектила...),
- безбедност и функција упаљача (сигурност испред уста цеви, тренутност, време темпирања, близинско дејство...),
- ниво балистичке заштите оклопних средстава,
- ефикасност система за управљање ватром, нишанских и осматрачких справа [2].



Слика 2.1 Положај полигона у РС [2]

На слици 2.1 види се положај центра (полигона) у Републици Србији. За испитивање гађањем Центар има уређене три директрисе и противтенковски ракетни полигон (слика 2.2)



Слика 2.2 Директрисе Центра за испитивање НВО Никинџи [2]

Директриса "А-Б"

Намењена је за испитивање гађањем из артиљеријског и ракетног наоружања на максималном домету до 12.200 m као и за испитивање упаљача и прецизности на вертикалну мету. На "А-Б" правцу налазе се два пласмана (уређени простори са једним

или више стационарних објеката у чијој се непосредној близини налази ватрени положај) и девет ватрених положаја ван Центра Никинци. На слици 2.3 се налази директриса "А-Б".



Слика 2.3 Директриса "А-Б" [2]

Директриса "С-П"

Намењена за испитивање стрелачког оружја на домет до 1300m, оклопа и противоклопне муниције. На "С-П" налазе се два пласмана, два ватрена положаја, два тунела (хватача) пројектила и простор за испитивање пројектила распрскавањем у обору или арени.

Директриса "Д"

Намењена за испитивање гађањем из минобацача и артиљеријског оруђа калибра до 105 mm, чији домет не прелази 6000 m.

На Директриси "Д" се налази један пласман и један ватрени положај.

Противтенковски ракетни полигон (ПТРП)

Намењен за испитивање противоклопних вођенх ракета на домет до 3000m. На ПТРП-у се налази једно лансирно место, командни објекат, објекат за смештај и проверу ракета, три кинофото теодолитске станице, три противтенковске панцирне мете (на 500, 1000 и 3000m)

Осматрачнице

Центар располаже са осматрачницама (стационарним објектима у којима се за време извођења испитивања налази лице са мерном опремом за мерење, снимање или осматрање пројектила на циљу) и то дуж директрисе "А-Б" укупно девет, а дуж директрисе "Д" укупно седам. На слици 2.4 налази се изглед једне од осматрачница на полигону за испитивање [2].



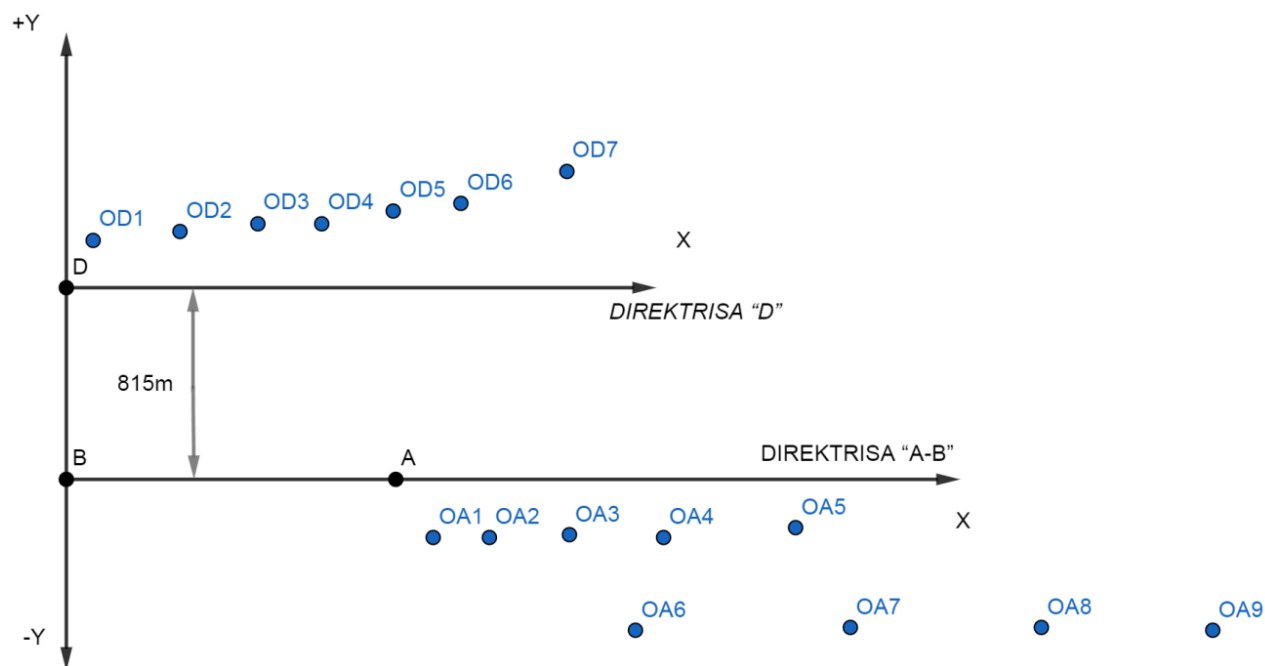
Слика 2.4 Осматрачница [2]

Лица задужена за осматрање дејства оруђа из осматрачнице се зову осматрачи. Осматрачи од мерне опреме за одређивање положаја (угла) дејства пројектила најчешће користе теодолите. Теодолит је геодетски инструмент за мерење хоризонталних праваца и вертикалних углова. Основни делови су му подножје, хоризонтални круг (лимб) и горњи окретно део (алхидада) која се окреће око алхидадне осе теодолита. На слици 2.5 налази се теодолит [5].



Слика 2.5 Теодолит [5]

На слици 2.6 налази се шематски приказ осматрачница "А-В" и "Д".



Слика 2.6 Шематски приказ осматрачница

У табели 2.1 налази се списак локалних координата осматрачница за нулту тачку на пласмну "Б". Битно је навести да за сваку осматрачницу имамо више различитих позиција са којих можемо вршити осматрање. У зависности од саме ситуације приликом осматрања, ради лакшег уочавања дејства пројектила, могуће је вршити осматрање из саме осматрачнице, испред осматрачнице, са крова [3].

Табела 2.1 Списак локалних координата осматрачница (пласман „Б“) [3]

Број	Осматрачница	Даљина	Правац	Надморска висина	Напомена
1	O1A	+4413.34	+501.23	84.56	под осматрачнице
2	O1A (1)	+4413.59	+500.13	79.88	земља испред осматрачнице
3	O2A	+5455.27	+498.35	83.42	под осматрачнице
4	O2A (1)	+5456.07	+497.47	83.42	кров бункера
5	O3A	+6455.37	+497.61	83.45	под осматрачнице
6	O3A (1)	+6456.40	+497.05	83.45	кров бункера
7	O4A	+7405.98	+762.64	83.45	под осматрачнице
8	O5A	+8407.68	+714.51	83.45	под осматрачнице

9	O6A	+7216.80	+1497.98	87.98	под осматрачнице
10	O6A (1)	+7217.02	+1497.26	89.23	носач - унутра
11	O6A (2)	+7217.07	+1497.69	89.23	носач - споља
12	O6A (3)	+7303.73	+1475.29	77.81	сип на путу
13	O7A	+8699.73	+1497.36	88.64	под осматрачнице
14	O7A (1)	+8699.74	+1496.70	89.89	носач - унутра
15	O7A (2)	+8699.75	+1497.10	89.89	носач - споља
16	O7A (3)	+8691.20	+1486.12	78.83	сип на путу
17	O8A	+10094.36	+1498.50	89.51	под осматрачнице
18	O8A (1)	+10094.63	+1496.97	90.76	носач - унутра
19	O8A (2)	+10094.53	+1497.55	90.76	носач - споља
20	O8A (3)	+10082.98	+1491.91	90.76	сип на путу
21	O9A	+11488.91	+1499.82	90.21	под осматрачнице
22	O9A (1)	+11487.32	+1500.44	91.46	носач - унутра
23	O9A (2)	+11487.28	+1500.07	91.46	носач - споља
24	O9A (3)	+11510.87	+1476.24	79.55	шипка испред осматрачнице

У табели 2.2 налази се списак локалних координата осматрачница за нулту тачку на „Д“ пласману.

Табела 2.2 *Списак локалних координата осматрачница (пласман „Д“) [3]*

Број	Осматрачница	Даљина	Правац	Надморска висина	Напомена
1	OD1 (1)	+199.43	-292.69	82.67	кров осматрачнице
2	OD1 (2)	+199.43	-292.69	80.14	под осматрачнице
3	OD1 (3)	+199.23	-290.70	78.36	камен испред осматрачнице
4	OD2 (1)	+1000.31	-293.34	82.95	кров осматрачнице
5	OD2 (2)	+1000.31	-293.34	80.39	под осматрачнице
6	OD2 (3)	+1000.12	-291.35	78.59	камен испред осматрачнице
7	OD3 (1)	+2000.82	-392.53	82.75	кров осматрачнице
8	OD3 (2)	+2000.82	-392.53	80.22	под осматрачнице
9	OD3 (3)	+2000.67	-390.54	78.42	камен испред осматрачнице
10	OD4 (1)	+3001.18	-492.97	83.39	кров осматрачнице
11	OD4 (2)	+3001.18	-492.97	80.83	под осматрачнице
12	OD4 (3)	+3001.03	-490.93	79.03	камен испред осматрачнице
13	OD5 (1)	+4001.43	-492.82	83.64	кров осматрачнице
14	OD5 (2)	+4001.43	-492.82	81.10	под осматрачнице

15	OD5 (3)	+4001.27	-490.83	79.20	камен испред осматрачнице
16	OD6 (1)	+5009.68	-566.79	86.55	кров осматрачнице
17	OD6 (2)	+5009.68	-566.79	83.89	под осматрачнице
18	OD6 (3)	+5009.61	-564.79	78.45	камен испред осматрачнице
19	OD7 (1)	+5985.73	-761.67	87.46	кров осматрачнице
20	OD7 (2)	+5985.73	-761.67	84.86	под осматрачнице
21	OD7 (3)	+5985.54	-759.68	79.38	камен испред осматрачнице

Тачке чија удаљења по правцу имају знак „+“, налазе се десно од смера директрисе и обрнуто.

2.2 Клима изнад полигона

У метеорологији развијена су мерна срдства за мерење параметара атмосфере са висином. За спољну балистику односно испитивање потребно је измерити температуру и влажност ваздуха, интезитет и правац ветра у финкцији висине. На основу закона о вертикалној равнотежи одредиће се остали параметри атмосфере.

Клима изнад полигона је веома битна са становишта испитивања. Ако је клима повољна, мање утиче на сам процес испитивања, тј. скраћује га и олакшава.

Температура ваздуха спада у један од најважнијих климатских показатеља. Читаву Војводину, па и Сремско подручје карактерише умерено континентална клима са јасним смењивањем годишњих доба. Средња температура ваздуха по месецима току године приказана је у табели 2.3 за период од 1982. до 2003. године [5]

Табела 2.3 *Средња температура ваздуха по месецима* [5]

Месец	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Температура (C°)	-0.1	0.8	6.0	11.5	16.7	19.0	21.1	20.5	16.9	11.5	5.0	1.5

Средња максимална и средња минимална вредност температуре ваздуха по месецима приказана је у табели 2.4. за период од 1982. до 2003. године.

Табела 2.4 Средња максимална и минимална температура по месецима [5]

Месец	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Максимална температура (C°)	3.0	5.4	12.0	17.4	22.4	24.9	27.7	27.4	24.5	18.1	9.3	5.3
Минимална температура (C°)	-4.5	-3.1	1.0	5.7	10.5	13.0	14.7	14.3	10.7	5.7	1.5	-1.7

Ветрови на подручју Срема дувају најчешће из правца истока, североистока, запада и северозапада, а знатно ређе са севера, југоистока и југозапада. Средња учесталост ветрова по јачини (Бофор-ова скала $F_m=6$) приказана је у табели 2.5.

Табела 2.5 Средња месечна јачина ветра по Бофоровој скали [5]

Месец	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Степен (Bf)	3.5	4.6	4.7	5.0	4.9	3.9	4.1	3.8	4.0	4.9	4.0	4.3

Најјачи ветрови, мерено према Бофор-овој скали, дувају у пролеће и зими. Најкишовитије годишње доба је пролеће, а најмање атмосферских падавина има у току зиме.

Узимајући у обзир све наведене карактеристике климе изнад полигона, може се рећи да је она умерена и повољна, али и таква представља изузетно велики проблем са становишта испитивања. Ради добијања тачнијих резултата испитивања, уносе се поправке одређених вредности добијених испитивањем којима се неутралишу утицаји атмосфере на резултат испитивања, о чему ће бити више речи у даљем тексту. Спољнобалистичко испитивање се мора вршити када нема падавина и наглог мењања струја атмосфере, ветра који прелази вредност прописану стандардима и када је спољна температура мања од -10° .

Равничарски терен у знатној мери олакшава израчунавање одређених спољнобалистичких карактеристика, зато што је разлика у висини ватреног положаја и места пада пројектила минимална. На равничарском терену нема брда која би могла да праве маске приликом осматрања, и осматрачи чији је задатак да одређују место пада пројектила углавном немају проблем да директно виде тачку пада пројектила.

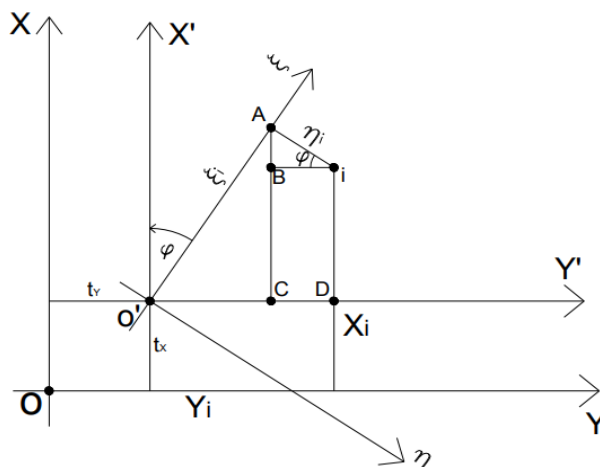
Пошумљеност има битан утицај на квалитет СБ испитивања. Шуме често праве проблем осматрачима, зато што их ометају да виде саму тачку пада, те се доводи у питање тачност самог испитивања. Пошумљеност је такође битна са безбедносног аспекта, због могуће

појаве пожара приликом дејства (експлозије) пројектила на земљи, те је најбоље да се гађа на терен где нема много вегетације.

Земљиште на ветреном положају треба да буде средње тврдоће. Земљиште средње тврдоће на ватреном положају олакшава укопавање лафета артиљеријског средства. На месту пада пројектила земљиште не би требало да буде превише меко, како не би дошло да укопавања пројектила. Уколико дође до отказа пројектила, а дође до укопавања пројектила потребно је много времена да се он откапа и накнадно активира, зато што се то мора радити са великом опрезношћу. Све наведено знатно продужава време испитивања артиљеријског средства.

2.3 Трансформација геодетске мреже посебне намене у државни координатни систем

Да бисмо извршили трансформацију локалног координатног система који је везан за полигон, односно ватрени положај, у државни координатни систем потребно је познавати координате једне тачке у оба координатна система. У нашем случају то је координатни почетак локалног геодетског система, односно ватрени положај оруђа.



Слика 2.7 Трансформација положајних координата тачке [4]

Једначине трансформације би гласиле:

$$X_i = AC - AB + t_x = \xi_i \cos \varphi - \eta_i \sin \varphi + t_x$$

$$Y_i = OC - CD + t_y = \xi_i \sin \varphi - \eta_i \cos \varphi + t_y$$

Где су:

ξ_i, η_i - координате падне тачке у локалном геодетском систему, везаном за полигон

X_i, Y_i - координате падне тачке у државном геодетском систему

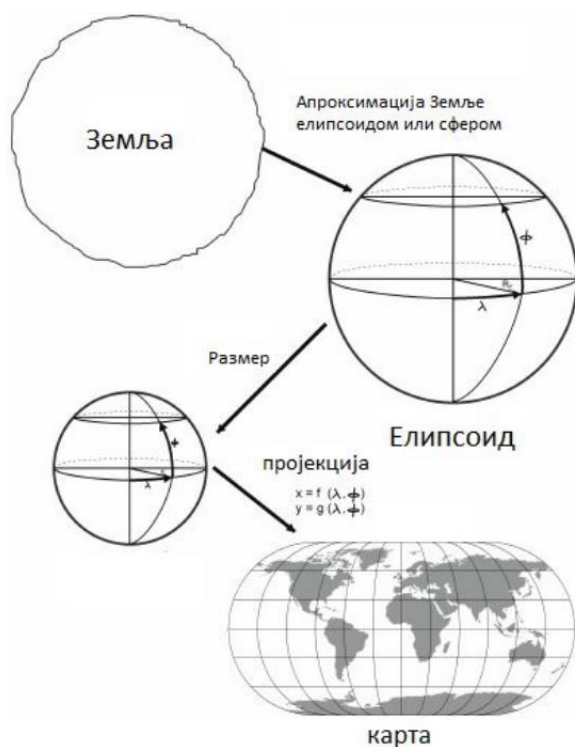
φ - угао ротације координатног система $\xi O' \eta$

t_x - координата ватреног положаја у државном геодетском систему

t_y - координата ватреног положаја у државном геодетском систему [4]

3. КАРТОГРАФСКЕ ПРОЈЕКЦИЈЕ И ЊИХОВА ТРАНСФОРМАЦИЈА

Циљ изучавања картографских пројекција јесте стварање математичке основе за израду карата и решавање теоријских и практичних задатака у геодезији, картографији, географији, астрономији и осталим сродним наукама. Физичка површина Земље је врло сложена и неправилна. Постоје два аспекта апроксимације Земље као небеског тела: физички и математички. Са аспекта физичког модела Земља се може апроксимирати користећи геоид – нулту еквипотенцијалну површ (усвојену договором). Са математичког аспекта Земља се може апроксимирати користећи сферу (лопта) и сфероид (ротациони елипсоид). При изради карата, тачке се са физичке површине Земље најпре преносе на елипсоид, а затим са елипсоида на раван (Слика 3.1). Картографске пројекције служе за пресликавање тачака са елипсоида на раван [8].



Слика 3.1 Представљање земље на карти [8]

Математички гледано, картографска пројекција може се представити као систем функција (једначина):

$$x = F_1(\varphi, \lambda)$$

$$y = F_2(\varphi, \lambda)$$

где: x и y представљају координате у равни, φ и λ су географске координате на елипсоиду док су F_1 и F_2 функције пресликавања са елипсоида на раван. С обзиром да се ради о пресликавању са елипсоида (сфере) на раван, морају постојати одређене деформације. Задатак пројекције је да деформације буду што је могуће мање. Величина деформација зависи од величине и облика обухваћене територије пресликавања, њеног протезања и географског положаја, а карактер (врста и распоред) деформација зависи од изабране пројекције [9]. У математичкој картографији и теорији пресликавања површи оперише се појмом размер пресликавања. Под размером се подразумева однос између међусобно одговарајућих линијских елемената на пројекционој површи и оригиналној површи. Тај однос представљен је једначином:

$$c = \frac{dS}{ds}$$

где су: dS – диференцијални линијски елемент криве на пројекционој површи, а ds – диференцијални линијски елемент криве на оригиналној површи.

3.1 Подела картографских пројекција

3.1.1 Подела картографских пројекција према карактеру пратећих деформација

Према карактеру пратећих деформација картографске пројекције се деле на [10]:

- конформне;
- еквивалентне и
- произвољне.

Конформне (ортоморфне) картографске пројекције су пројекције које чувају сличност бесконачно малих фигура. Код ових пројекција важи следеће:

$$c = a = b = m = n$$

где c представља линијски размер.

Линијски размер дужина у једној тачки је у свим правцима једнак, не зависи од азимута. С обзиром да код конформних пројекција нема деформација углова значи да се меридијани и паралеле секу под правим углом. Према томе, нужен и довољан услов за

постојање ортоморфности јесте да је линијски размер дуж меридијана и паралела међусобно једнак и да се меридијани и паралеле секу под правим углом [8].

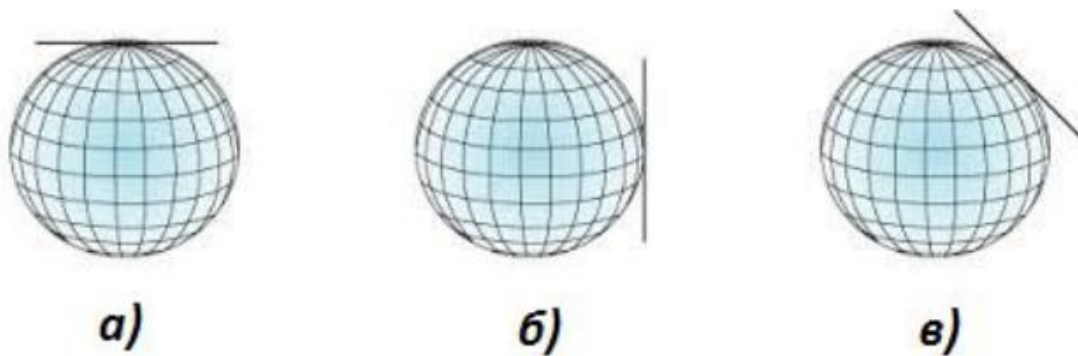
3.1.2 Подела картографских пројекција према облику и положају

нормалних мрежа меридијана и паралела

Према положају пола нормалне картографске мреже пројекције се деле на (слика 3.2) [8]:

- усправне;
- попречне и
- косе.

Код усправних пројекција пол нормалне мреже меридијана и паралела подударе се са географским полом ($\varphi_p = \frac{\pi}{2}$). За попречне картографске пројекције важи да им се пол нормалне мреже налази на екватору ($\varphi_p = 0$). Код косих картографских пројекција пол нормалне мреже меридијана и паралеланалази се у било којој тачки између екватора и географског пола ($0 < \varphi_p < \frac{\pi}{2}$).



Слика 3.2 Приказ усправне, попречне и косе пројекције [12].

Према облику нормалних мрежа меридијана и паралела картографске пројекције деле се на [7]:

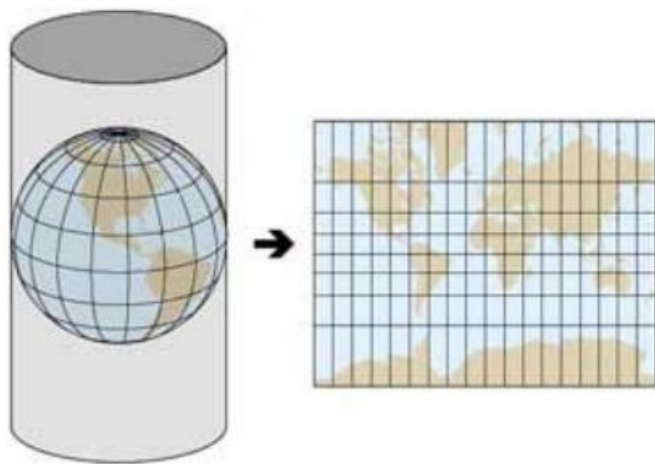
- азимутне пројекције;
- цилиндричне пројекције;
- конусне пројекције;
- псеудоцилиндричне пројекције;
- псеудоконусне пројекције;
- поликонусне пројекције;
- псеудоазимутне пројекције и
- кружне пројекције.

Меридијани се код цилиндричних пројекција пресликавају као паралелне праве. Размаци између меридијана су једнаки и симетрично се распоређују око средњег меридијана (x осе). Паралеле се пресликавају као правци који су под правим углом у односу на меридијане. Размаци између паралела су променљиви и зависе од самог карактера пресликавања; могу да расту са удаљењем од пројекције екватора, да се смањују или да буду једнаки (специјални случај). Изглед меридијана и паралела код цилиндричних пројекција дат је на слици 3.3. Цилиндричне пројекције се најчешће користе приликом представљања карата света. Опште једначине пресликавања су следеће:

$$x = f(\varphi)$$

$$y = k\lambda$$

где k представља константу цилиндричних пројекција.



Слика 3.3 Мрежа меридијана и паралела код цилиндричне пројекције [12]

3.2 Гаус Кригера пројекција

Гаус-Кригера пројекција спада у групу конформних попречно цилиндричних пројекција. Пресликавање се са елипсоида врши на попречно постављени цилиндар, тако да додирује елипсоид дуж меридијана. Основне карактеристике пројекције су [13]:

- пројекција је конформна,
- размер дуж додирног меридијана једнак је јединици и не зависи од географске ширине,
- додирни меридијан пресликава се као права линија и усваја се за X-осу правоуглог координатног система, а екватор се пресликава као права линија управна на додирни меридијан и усваја се за Y-осу правоуглог координатног система; остали меридијани пресликавају се као криве линије симетричне у односу на додирни меридијан; остале паралеле се пресликавају као криве линије симетричне у односу на екватор.

Пројекција се назива Гаус-Кригеровом, јер је њену основну теорију дао, немачки научник и професор, Карл Фридрих Гаус а радне формуле је извео, немачки професор и геодета, Луис Кригер [7].

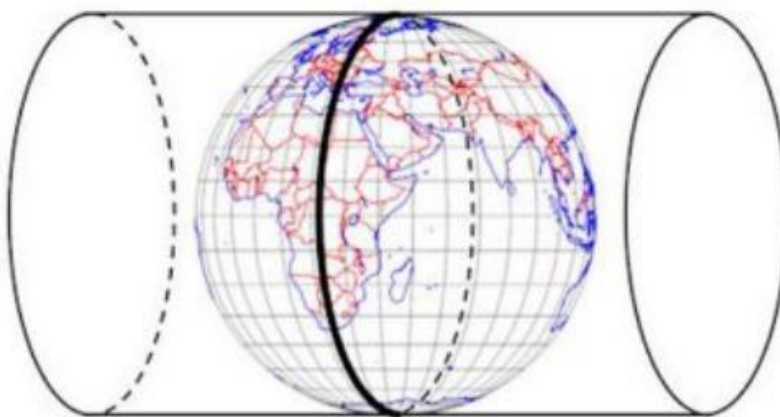
Гаус никада није публиковао своју методу директног пресликавања елипсоида на раван. Први пут је ова метода коришћена за обраду резултата приликом Хановерске триангулације још у периоду 1820-1830. године. Теорију пресликавања Гаус је најпре приказао вишим официрима, слушаоцима курса више геодезије у Гетингему, који су радили на триангулацији града Хановера. Његов асистент Голдшмит тада записује коначне формуле ове теорије пресликавања. Ове формуле се такође помињу у Гаусовим писмима Шумахеру, познатом геодети тог времена, који их објављује у свом астрономском часопису 1825. године. Обраду Гаусових формула за пресликавање елипсоида на раван касније је наставио тадашњи капетан, затим генерал др Оскар Шрајбер, вишегодишњи шеф пруског државног премера. У свом делу „Theorie der Projections methodeder hannoverschen Landesvermessung“ издатом у Хановеру 1866. године, даје се прво потпуно извођење формула које се називају Гаус-Шрајберовим. Овако разрађена пројекција коришћена је у Пруској у сврхе основног премера, при чему је уочено да су на великим удаљењима од средњег 17-ог меридијана одступања знатна и изнад граница дозвољених при изради топографских карата и сл. Након Гаусове смрти, научно друштво из Гетингена поверило је професору др Луису Кригеру да прегледа његову заоставштину, у циљу завршне обраде и каснијег објављивања. Кригер је на основу постојећих рукописа темељно обрадио методу. Своје радове под насловом

„Konformne Abbildung des Erdellipsoids in der Ebne“ објавио је у Потсдаму 1912. године. У овом раду Кригер је извео нове формуле за пресликавање са елипсоида на раван, као и једначине за прерачунавање координата из једне меридијанске зоне у другу. У следећем раду објављеном 1919. године у Берлину под називом „Formeln zur konformen Abbildung der Erdellipsoids in der Ebne“, Кригер је дао збирку формула исте пројекције у циљу практичне употребе. Због великог доприноса Луиса Кригера, који је заправо развио и продубио изворну Гаусову теорију директног пресликавања са елипсоида на раван, сама пројекција добија назив Гаус-Кригера пројекција. На тај начин је дело, које је Гаус оставио без додатних објашњења и извода формула, заокружено у целини и потом нашло широку употребу у геодетској пракси. Ако се узме у обзир да пројекција омогућава израду тачних топографских карата и срачунавање координата тригонометријских и других тачака у правоуглом координатном систему у равни, онда је јасан и значај који ова пројекција има и у војне потребе. Ова употреба испољила се још у првом светском рату, када су тадашња Немачка и Аустро-Угарска донеле одлуку да се за тачке тригонометријских мрежа координате рачунају у Гаус-Кригеровој пројекцији у оквиру меридијанских зона ширине 3° , али се то због распада Аустро-Угарске није спровело до краја. Аустрија је прва држава која је усвојила Гаус-Кригерову пројекцију 1917. године, узимајући за средње меридијане зона меридијане чија је источна географска дужина 28° , 31° и 34° рачунајући од Фера. Након Аустрије, 1922. године на конференцији одржаној у Берлину и 1923. године на конференцији одржаној у Каселу, Гаус-Кригерову пројекцију дефинитивно усваја и Немачка. Ова пројекција се од 1924. године користи у нашој земљи (тада Краљевина Срба, Хрвата и Словенаца) као основа државног премера. За разматрање проблема приликом избора државне пројекције ангажована је тада посебна комисија састављена од представника Војногеографског института и Генералне дирекције катастра. На челу ове комисије био је геодетски ђенерал и академик Стеван Бошковић и генерални директор катастра инжењер Станоје Недељковић. Од 1928. године Гаус-Кригера пројекција се користи и у СССР-у. Ради унификације геодетских радова, од 1952. године у свим социјалистичким земљама источне Европе, користила се Гаус-Кригера пројекција са 6° меридијанским зонама [7].

3.2.1 Својства Гаус-Кригера пројекције

Суштина пресликавања тачака са обртне површине елипсоида на раван у Гаус-Кригеровој пројекцији састоји се у срачунавању правоуглих координата тих тачака на основу њихових географских координата. Једначине по којима се врши ово прерачунавање изведене су под следећим условима [14]:

- на Земљин елипсоид замишљено је навучен цилиндар тако да обртна оса тог цилиндра лежи у равни екватора, а цилиндар додирује елипсоид по једном меридијану што је приказано на слици 3.4,
- тачке са површине елипсоида треба да се пресликају непосредно на површину цилиндра тако да се, након развијања цилиндра у раван пресецањем по једној изводници са равни која садржи екватор, добија конформна пројекција пресликаних тачака.



Слика 3.4 Пресликавање са обртног елипсоида на цилиндар [12]

Приликом усвајања пројекције постављен је услов да деформације дужина не смеју бити веће од 0.0001, односно да највећа деформација на дужини од једног километра може бити један дециметар. Након постављања овог услова одређено је колика може бити ширина меридијанске зоне, а да деформације остану у границама постављеног услова. Рачунањем се дошло до податка да би за постављени услов максимална ширина зоне могла бити $2^{\circ} 31'$, а на крајевима зоне фактор размера износио би $m=+0.0001$. Ако се цилиндар постави тако да сече елипсоид симетрично у односу на средњи меридијан зоне, онда би фактор размера на средњем меридијану износио $m_0 = -0.0001$. Удаљавањем од средњег меридијана зоне фактор мере расте, тако што прво постаје једнак јединици на додирним меридијанима, а на крајевима зоне пресликавања износи $m = 1+0.0001$. Након овако постављеног услова, државе северно од 40. паралеле могу имати ширину зоне од 3° . С обзиром на то да се држава Србија налази између 42. и 46. северне паралеле, усвојено је да се пресликавање врши на секући цилиндар, а да ширина зоне износи 3° [13]. Како се територија Србије налази између $18^{\circ}30'$ и 23° источне географске дужине, то значи да се пресликава на два цилиндра (две зоне), чији су средњи меридијани зоне 18° и 21° источне

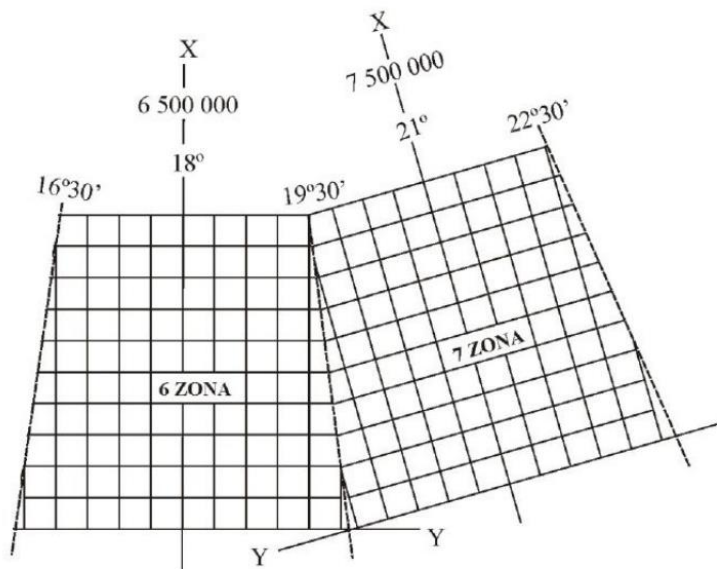
дужине мерено од Гринича. Како је ширина зоне 3° , оне су добиле редне бројеве 6 и 7. У 6. зони пресликава се само уски појас западног дела Србије, док се у 7. зони Србија пројектује готово у целини. На слици број 3.4 приказана је правоугла координатна мрежа у оквиру 6. и 7. зоне. На слици се може приметити и да се само средњи меридијан зоне пресликава као права линија, док су остали меридијани криве линије симетричне у односу на средњи меридијан зоне [13].

3.2.2 Правоугла координатна мрежа

Правоугле координате рачунају се по методи Баумгарта, односно:

- апсцисе се рачунају од екватора и
- ординате се рачунају у односу на средњи меридијан зоне, и то ка истоку као позитивне, а ка западу као негативне.

Да би се избегле негативне координате, усвојено је да средњи меридијан зоне има вредност 500 000 m. Ширина полузоне на територији Србије је око 120 km, тако да ординате никад неће бити негативне. Како постоје два координатна система (6. и 7. зона), први број ординате односи се на број зоне како би свака тачка била једнозначно одређена [13].



Слика 3.5 Правоугли координатни систем 6. и 7. зоне пресликавања [13]

Пример читавања координате:

$X = 4\,150\,875\text{ m}$

$Y = 7\,483\,687\text{ m}$

X координата показује да се тачка налази на 4 150 875 m северно од екватора. Прва цифра у оквиру Y координате говори да се тачка налази у 7. зони, а преосталих 6 цифара показује да се тачка налази 16 313 m ($483\,687\text{m} - 500\,000\text{m} = -16\,313\text{m}$) западно од средњег меридијана зоне (допуна до 500 000 m).

Да би се успоставила веза између суседних зона, свим тачкама које се налазе 30' источно или западно од граничног меридијана координате се рачунају у обе зоне. На топографским картама у оваквим граничним подручјима, поред основне мреже, назначена је и мрежа суседне проширене зоне [13].

Само решавање практичних задатака на основу географске координатне мреже веома је отежано на карти, јер истим степенским вредностима меридијана и паралела, одговарају различите вредности дужина у линијској размери. Осим тога, пројекције меридијана и паралела на карти обично се не секу под правим углом, што још више компликује рачунске операције са географским координатама. Због тога се на топографским картама не наноси детаљна подела географске мреже, већ се она поправили назначава само између унутрашњег и спољашњег оквира карте [14]. Да би се рад са картом упростио, на све топографске карте, поред основне картографске мреже, наноси се и правоугла мрежа. Правоугла мрежа на топографским картама омогућава [14]:

- једноставно одређивање правоуглих координата сваке тачке на карти, у границама графичке тачности;
- једноставно наношење на карту сваке тачке на основу задатих правоуглих координата;
- лаку и једнозначну идентификацију површина и тачака, као и упрошћено рачунање углова на карти и
- упрошћено оцењивање и мерење растојања на карти, јер правоугла мрежа представља погодан размерни ослонац унутар површине листа карте.

Правоугла мрежа се по правилу конструише истовремено са основном географском мрежом, на основу координата темена оквира карте. Оријентација правоугле у односу на географску мрежу, зависи од положаја листа у оквиру зоне пресликавања. Угао закошења између те две мреже одговара углу зближавања меридијана. Правац закошења зависи од тога да ли се лист карте налази источно или западно у односу на средњи меридијан зоне [14].

3.3 UTM ПРОЈЕКЦИЈА

UTM (Universal Transverse Mercator) - трансферзална Меркаторова пројекција, адаптација Меркаторове пројекције, је пројекција у којој се елипсоид пресликава на цилиндар чија оса лежи у равни екватора. Иако је ова пројекција под овим називом, она је у суштини Гаус-Кригера примењена на посебан начин. Меридијани и паралеле код трансферзалне Меркаторове пројекције нису праве линије, као што је то случај код Меркаторове пројекције, осим екватора и централног меридијана зоне, као и сваког меридијана који је од централног удаљен 90° . Источно и западно од централног меридијана расту деформације. Да би се повећала површина у којој се деформације могу толерисати, примењује се секући цилиндар. При томе добијамо два меридијана на којима је фактор размера једнак јединици [15].

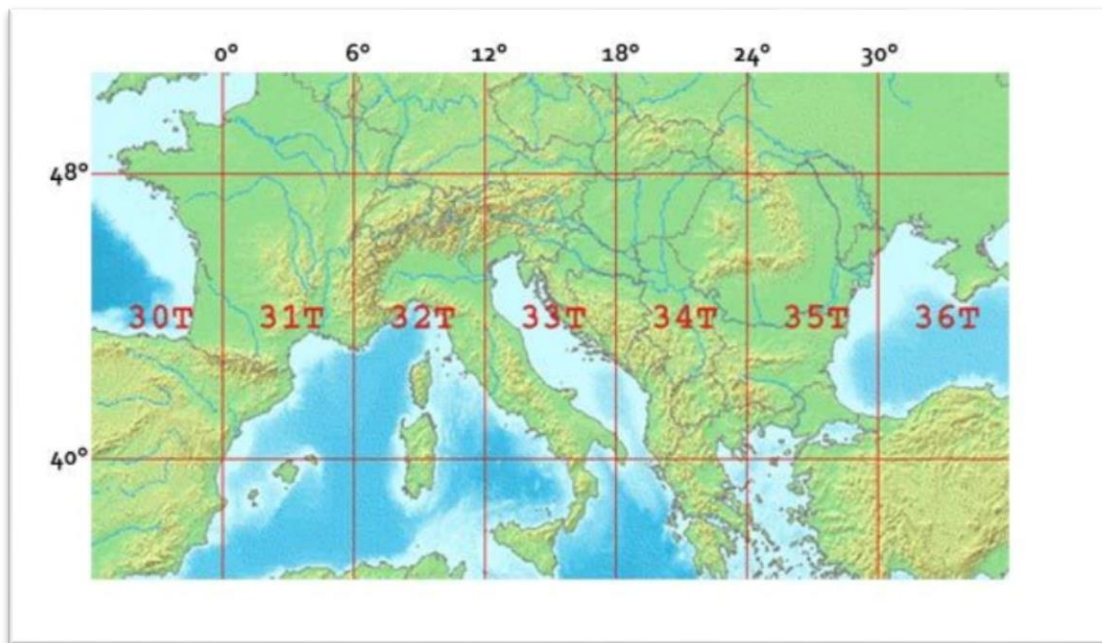
Због непостојања картографског континуитета савезници су током другог светског рата имали великих проблема. САД због овога избацује из употребе поликонусну пројекцију и за читаву Северну Америку усваја трансферзалну Меркаторову пројекцију. Након тога, ову пројекцију проширили су на читав свет и тиме себи олакшали извођење ратних операција у било ком делу света. Ову пројекцију прихватиле су и све земље НАТО-а. Трансферзалну Меркаторову пројекцију препоручује и Међународна геодетска и геофизичка унија. Ради осигурања картографске компатабилности са другим земљама, неопходно је прихватити нове картографске стандарде. С тим у вези, Влада Републике Србије донела је одлуку о утврђивању службених геодетских датума и картографских пројекција у октобру 2009. године, где се усваја пројекциони координатни систем универзалне попречне Меркаторове пројекције [14].

3.3.1 Својства UTM пројекције

UTM пројекција је конформна пројекција, односно, приликом пресликавања са обртног елипсоида на раван задржава се сличност фигура. Из тог разлога, површине и дужине пресликавају се са одређеном деформацијом. Приликом усвајања пројекције постављен је услов да деформације дужина не смеју бити веће од 0.0004, односно да највећа деформација на дужини од једног километра може бити четири дециметра. Након постављања овог услова одређено је колика може бити ширина меридијанске зоне, а да деформације остану у границама постављеног услова. Ако се цилиндар постави тако да сече елипсоид симетрично у односу на средњи меридијан зоне, онда фактор размере на средњем меридијану зоне износи $m_0 = 1 - 0.0004$. Удаљавањем од средњег меридијана зоне фактор размере расте, тако што прво постаје једнак

јединици на додирним меридијанима, а на крајевима зоне пресликавања износи $m = 1 + 0.0004$ [13].

Услед нагле конвергенције ова пројекција се не примењује у поларним областима. Карте поларних зона се раде у универзалној поларној стереографској пројекцији. Како се територија Републике Србије налази између: $18^{\circ}30'$ и 23° источне географске дужине, то значи да се прсликава на само један цилиндар, чији је средњи меридијан 21° источне дужине мерено од Гринича и 42° и 46° северне паралеле, прсликава се само у један ред који обухвата простор између 40° и 48° северне паралеле, долазимо до тога да се цела територија Републике Србије прсликава у 34Т UTM зону, што се може видети на слици 3.6 [13].



Слика 3.6 UTM зона 34Т [17]

3.3.2 Координатна мрежа UTM пројекције

За потребе НАТО савеза користи се UTM правоугла координатна мрежа. Карактеристике UTM мреже су следеће [15]:

- 1) UTM мрежа користи се за целу површину Земље између 80° паралеле јужно и 84° паралеле северно.

2) Подељена је на 60 зона од по 6° лонгитудинално, зоне су нумерисане од 1 до 60, почевши од зоне између меридијана 180° западно и 174° западно. Подељена је и по редовима по географској ширини, где сваки ред обухвата 8° географске ширине. Редови су нумерисани словима енглеског алфавета, почевши од 80° јужне географске ширине који се обележава словом „С“ и завршава се словом „Х“ на 84° северној географској ширини. Словa „I“ и „O“ се не користе да се не би помешала са цифрама 1 и 0. Словa „А“, „В“, „Y“ и „Z“ се такође не користе јер се користе приликом обележавања северног и јужног поларног прстена.

3) Апсцисна оса је екватор, а ординатну осу представља средњи меридијан зоне. Од апсцисе се мери северна удаљеност (обележава се латиничним словом N), а од ординате источна удаљеност (обележава се латиничним словом E).

4) Мерна јединица у координатном систему је метар.

5) Размер дуж централног меридијана зоне је 0,9996.

6) Негативне координате су избегнуте тако што се за централни меридијан усваја координата 500 000 m источно. За северну Земљину хемисферу усваја се вредност екватора 0 m, а када се рачунају координате на јужној Земљиној хемисфери, екватор има вредност 10 000 000 m. Координате расту у правцу истока и севера.

7) Формуле за трансформацију између различитих зона су униформне.

8) Јединствено обележавање у целом координатном систему на карти.

9) Меридијанска конвергенција у пројекцији је мања од 5° .

10) Грешка у размери у оквиру зона је мања од 1:2 500.

За ова правила постоје изузеци, и то следећи [9]:

1) Зона 32 између 56° и 64° паралеле северно је модификована и обухвата 9° (обухвата простор између 3° и 12° источног меридијана), што узрокује да зона 31 обухвата само 3° ширине (од нултог меридијана до 3° источног меридијана)

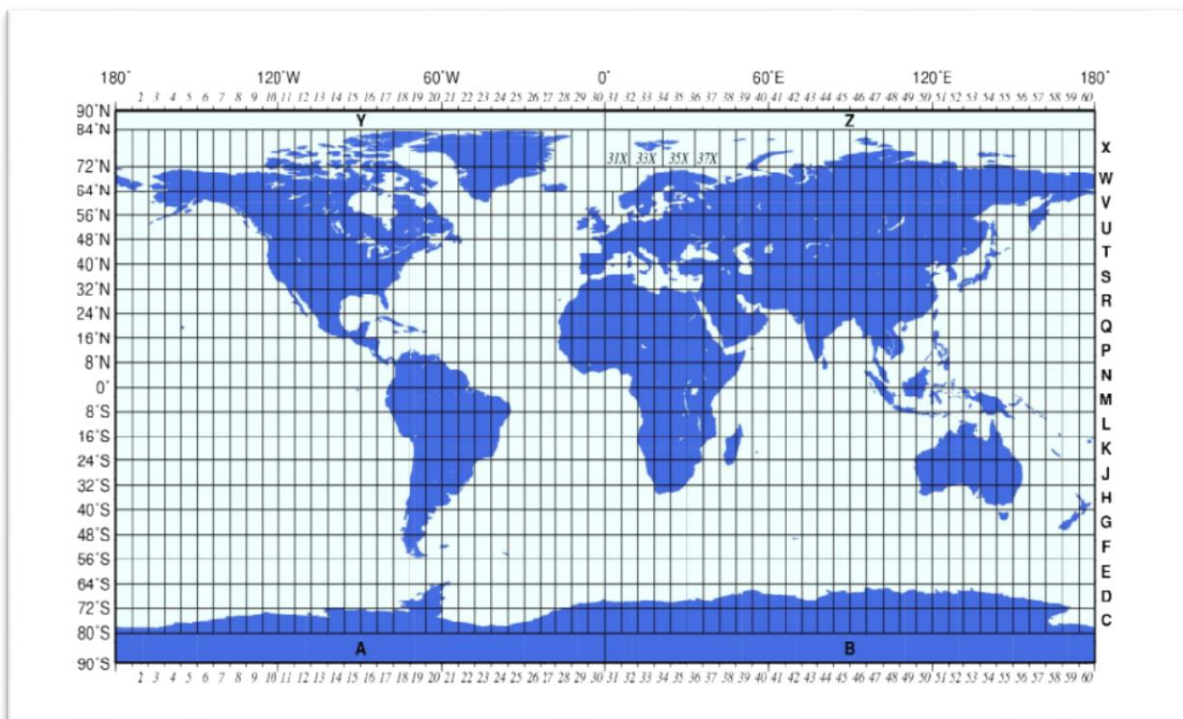
2) Простор и паралеле северно у зонама од 31 закључно са 37 између 72° и 84° па је модификован по следећем:

– зона 31 је проширена од 0° до 9° меридијана источно,

– зона 32 је елиминисана,

– зона 33 је проширена и обухвата простор од 9° до 21° меридијана источно,

- зона 34 је елиминисана,
- зона 35 је проширена и обухвата простор од 21° до 33° меридија на источно,
- зона 36 је елиминисана и
- зона 37 је проширена и обухвата простор од 33° до 42° меридијана источно.



Слика 3.7 Подела UTM мреже са наведеним изузецима [15]

Пројекциони координатни систем UTM садржи три степена обележавања: први и други означавају површи, док трећи означава локацију унутар тих површи. Први степен обележавања представља подела која је приказана на слици 15. У другом степену обележавања свака зона величине 6° X 8° дели се на квадрате чија је величина стране 100 километра. Ова подела представља такозвану војну правоуглу координатну мрежу (MGRS – Military Grid Reference System) [16].

Почевши од екватора ка северу и југу, као и од средњег меридијана зоне на запад и исток, исцртана је мрежа квадрата величине 100X100 километара. Шема обележавања квадрата дефинише се преко две словне ознаке. Ове ознаке се не понављају у оквиру

зоне од 18° лонгитудинално и 2 000 000 метара северно и јужно. Ознаке се генеришу на следећи начин:

- 1) По географској дужини означавање почиње од 180° западног меридијана и наставља се дуж екватора источно обухватајући 3 од 34 зоне, укупно 18°. Обележава се свим алфабетним словима редом, изузимајући слова „I“ и „O“, да не би дошло до њиховог мешања са цифрама 1 и 0. Ова шема слова понавља се на сваких 18° географске дужине.
- 2) Обележавање дуж правца север-југ разликује се за северну и јужну хемисферу:

I. Северна хемисфера:

1. Код непарних редова UTM зона квадрати се обележавају словима алфабета од „A“ до „V“, изузимајући слова „I“ и „O“, да не би дошло до њиховог мешања са цифрама 1 и 0. Ова шема се од екватора ка северу понавља на сваких 2 000 000 метара.
2. Код парних редова UTM зона квадрати се обележавају словима од „F“ до „V“, изузимајући слова „I“ и „O“, да не би дошло до њиховог мешања са цифрама 1 и 0, идући северно од екватора првих 1 500 000 метара. Након тога квадрати се обележавају алфабетним словима од „A“ до „V“, изузимајући слова „I“ и „O“, да не би дошло до њиховог мешања са цифрама 1 и 0, понављајући ову шему на сваких 2 000 000 метара.

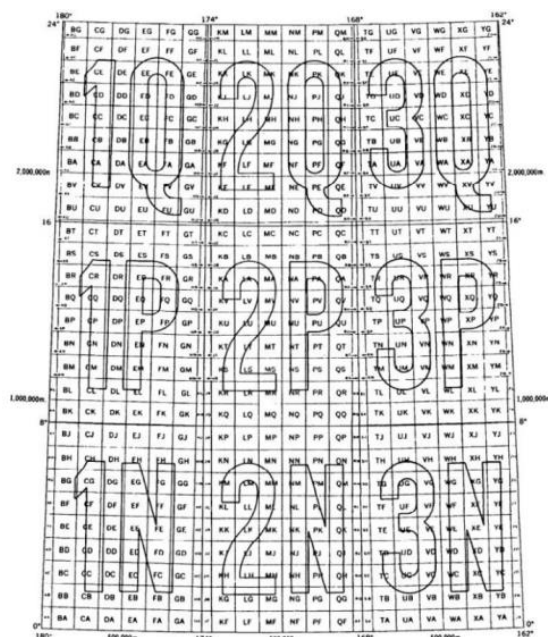
II Јужна хемисфера:

1. Код непарних редова UTM зона квадрати се обележавају алфабетним словима од „V“ до „A“ у обрнутом редоследу, изузимајући слова „I“ и „O“, да не би дошло до њиховог мешања са цифрама 1 и 0. Обележавање се врши почевши од екватора ка јужном полу. Ова шема се понавља на сваких 2 000 000 метара, с тим да екватор има вредност 10 000 000 метара.
2. Код парних редова UTM зона квадрати се обележавају почевши од слова „E“ до „A“, идући од екватора ка југу првих 500 000 метара. Након тога квадрати се обележавају почевши од слова „V“ до „A“ у обрнутом редоследу, изузимајући слова „I“ и „O“, да не би дошло до њиховог мешања са цифрама 1 и 0. Обележавање се врши почевши од екватора ка јужном полу. Ова шема се понавља на сваких 2 000 000 метара.

Целокупна шема означавања војне правоугле координатне мреже приказана је на слици 3.8. Пример обележавања квадрата унутар UTM зона дат је на слици 3.9 [15].

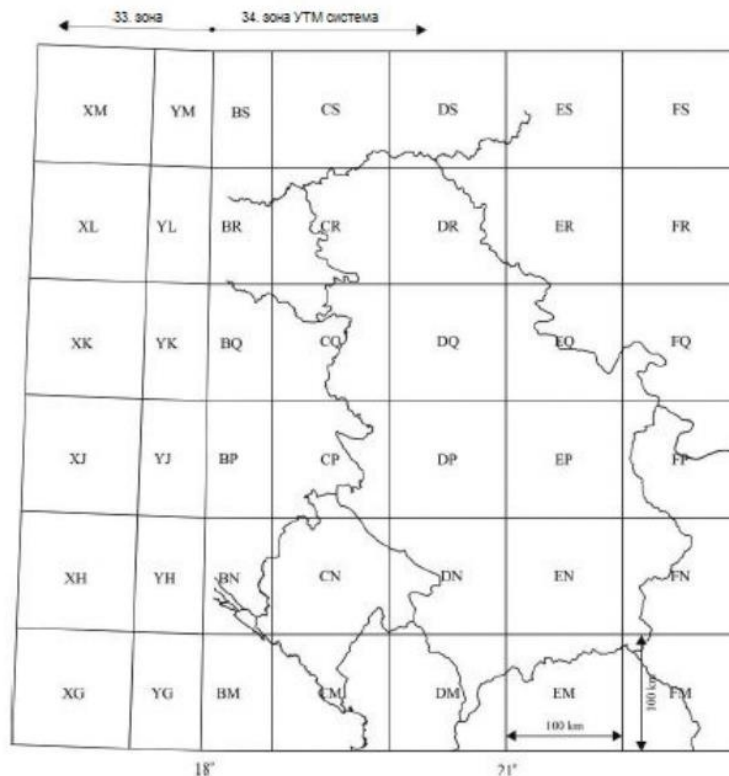
зоне	1, 7, 13, 19, 25, 31, 37, 43, 49, 55	2, 8, 14, 20, 26, 32, 38, 44, 50, 56	3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51, 57	4, 10, 16, 22, 28, 34, 40, 46, 52, 58	5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59	6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60
2,000,000 m	AV BV CV DV EV FV GV HV AU BU CU DU EU FU GU HU AT BT CT DT ET FT GT HT	JE KE LE ME NE PE QE RE JD KD LD MD ND OD QD RD AC KC LC MC NC PC QC QC	SV TV UV VV WV XV YV ZV TU UU VU WU XU YU ZU TT UT VT WT XT YT ZT	AE BE CE DE EE FE GE HE AD BD CD DD ED FD GD AC KC CC CC EC FC GC HC	IV KV LV MV NV PV QV RV JU KU LU MU NU PU QU RU IT KT LT MT NT OT PT QT	SE TE UE VE WE HE YE ZE SD TD UD VD WD XD YD ZD ST TT UT VT WT XT YT ZT
1,500,000 m	AS BS CS DS ES FS GS HS AR BR CR DR ER FR GR HR AP BP CP DP EP FP GP HP	JB KB LB MB NB OB PB JA KA LA MA NA PA QA RA AJ KU LU MU NU PU QU RU	XS YS ZS AS BS CS DS ES XU YU ZU AU BU CU DU EU XP YP ZP AU BU CU DU EU	AV BV CV DV EV FV GV HV AJ KJ LJ MJ NJ OJ PJ QJ XQ YQ ZQ AU BU CU DU EU	IS JS LS MS NS OS PS IR KR LR MR NR OR PR XU YU ZU AU BU CU DU EU	SV TV UV VV WV XV YV ZV IT KT LT MT NT OT PT QT XU YU ZU AU BU CU DU EU
1,000,000 m	AK BK CK DK EK FK GK HK AJ BJ CJ DJ EJ FJ GJ HJ AI BI CI DI EI FI GI HI	JS KS LS MS NS OS PS JL KL ML NL OL PL QL AK BK CK DK EK FK GK HK	SK TK UK VK WK XK YK AJ BJ CJ DJ EJ FJ GJ HJ XQ YQ ZQ AU BU CU DU EU	AV BV CV DV EV FV GV HV AJ KJ LJ MJ NJ OJ PJ QJ XQ YQ ZQ AU BU CU DU EU	IS JS LS MS NS OS PS IR KR LR MR NR OR PR XU YU ZU AU BU CU DU EU	SV TV UV VV WV XV YV ZV IT KT LT MT NT OT PT QT XU YU ZU AU BU CU DU EU
500,000 m	AF BF CF DF EF FF GF HF AE BE CE DE EE FE GE HE AD BD CD DD ED FD GD	AL BL CL DL EL FL GL HL AJ BJ CJ DJ EJ FJ GJ HJ AI BI CI DI EI FI GI HI	SL TL UL VL WL XL YL AJ BJ CJ DJ EJ FJ GJ HJ XQ YQ ZQ AU BU CU DU EU	AV BV CV DV EV FV GV HV AJ KJ LJ MJ NJ OJ PJ QJ XQ YQ ZQ AU BU CU DU EU	IS JS LS MS NS OS PS IR KR LR MR NR OR PR XU YU ZU AU BU CU DU EU	SV TV UV VV WV XV YV ZV IT KT LT MT NT OT PT QT XU YU ZU AU BU CU DU EU
0 m	AA BA CA DA EA FA GA HA AF BF CF DF EF FF GF HF AE BE CE DE EE FE GE HE	IA JA KA LA MA NA PA QA AF BF CF DF EF FF GF HF AE BE CE DE EE FE GE HE	SA TA UA VA WA XA YA ZA AF BF CF DF EF FF GF HF AE BE CE DE EE FE GE HE	AA BA CA DA EA FA GA HA AF BF CF DF EF FF GF HF AE BE CE DE EE FE GE HE	IA JA KA LA MA NA PA QA AF BF CF DF EF FF GF HF AE BE CE DE EE FE GE HE	SA TA UA VA WA XA YA ZA AF BF CF DF EF FF GF HF AE BE CE DE EE FE GE HE

Слика 3.8 Шема означавања војне правоугле координатне мреже (MGRS) [15]



Слика 3.9 Пример обележавања квадрата унутар UTM зона [15]

Целокупна територија Републике Србије је обухваћена 34Т УТМ зоном. Средишњи меридијан ове зоне је 21^0 источни меридијан. На слици 18 приказана је подела и означавање квадрата војне правоугле координатне мреже на УТМ подлози.



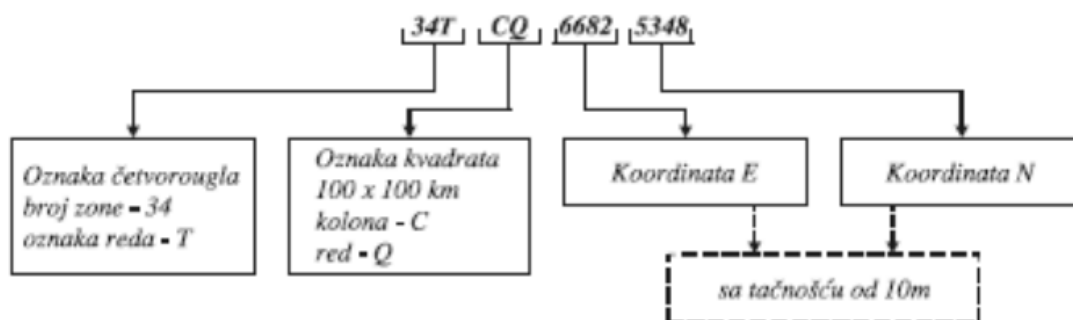
Слика 3.10 Подела и означавање квадрата 100 x 100 километара MGRS мреже на територији Републике Србије [16]

Пример тростепеног обележавања координата дат је на слици 3.11. Нумерички део ознаке правоуглих координата увек има паран број цифара. Прва половина цифара односи се на ординату, односно на удаљење од средишњег меридијана зоне, док се друга половина цифара односи на апсису дате тачке, односно на њено северно удаљење од екватора. Број цифара иза словног дела у директној је вези са тачношћу.

Уколико се иза словног дела налази [16]:

- шест цифара, координата је одређена са тачношћу од 100 метара,
- осам цифара, координата је одређена са тачношћу од 10 метара и

- десет цифара, координата је одређена са тачношћу од 1 метра.



Слика 3.11 Пример тростепеног обележавања у UTM обележавања [16]

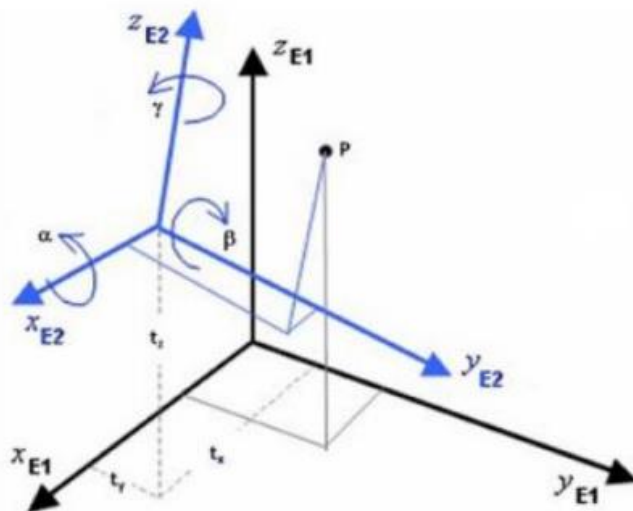
3.4. Модели трансформација између два координатна система

Координатни систем представља скуп параметара помоћу којих се једнозначно описује положај неке тачке у датом координатном систему. Трансформација координата из једног у други координатни систем је уобичајена активност. Неки од модела трансформација координата између два дводимензионална координатна система су: дводимензионална конформна трансформација, дводимензионална афина трансформација и дводимензионална пројективна трансформација. Дводимензионална конформна трансформација јесте четворопараметарска трансформација сличности (обезбеђује сличност фигура и након трансформације). Четири параметра овог модела су: два параметра транслације, параметар ротације и параметар размере. Дводимензионална афина трансформација спада у шестопараметарске трансформационе моделе. Параметри афине трансформације су: два параметра транслације, два параметра размере, параметар ротације и параметар неортогоналне поправке између оса два координатна система. Дводимензионална пројективна трансформација јесте осмопараметарска трансформација. Користи се приликом трансформације тачака између два непаралелна система [18].

Једна од основних карактеристика свих просторних података јесте њихова просторна веза. Уколико је потребно да се тачка из једног координатног система представи у другом координатном систему потребно је извршити датумску трансформацију. Геодетски датум дефинише величину и облик Земљиног елипсоида, координатни почетак и оријентацију система у односу на Земљу.

Параметри који дефинишу датумску трансформацију називају се трансформациони параметри. За датумску трансформацију потребно је познавати седам параметара: 3 параметра транслације, 3 параметра ротације и параметар размере (слика 3.12). Оваква

трансформација назива се седмопараметарска датумска трансформација или Хелмертова трансформација [19].



Слика 3.12 Седмопараметарска датумска трансформација [19]

За две тачке из два различита координатна система могуће је заједничко коришћење података ако координатни системи имају придружену просторну референцу, односно ако су познате пројекције са својим параметрима, елипсоид на који се пројектује и однос према референтном координатном систему. У Гаус-Кригеровој пројекцији координате тачке добијају се пројекцијом Bessel-овог елипсоида на секући попречни цилиндар, док се координате у UTM пројекцији добијају пројекцијом елипсоида WGS84 на секући попречни цилиндар. Поред тога што се параметри ова два елипсоида разликују, разликују се и координатни системи у који су ова два елипсоида смештени [19].

Bessel-ов елипсоид саставио је 1841. године немац Wilhelm Bessel. Овај елипсоид је веома прецизан за територију Европе и Евроазије, упркос чињеници да су му осе за око 700 метара краће од оса елипсоида WGS84, које су израчунате на основу мерења сателита. У Србији је представљао званичан датум све до октобра 2009. године када то постаје елипсоид WGS84. WGS84 (World Geodetic System 1984) је реализација конвенционалног терестричког референтног система и као такав представља званични терестрички референтни оквир америчког Министарства одбране, како за позиционирање и навигацију, тако и за све картографске и геодетске делатности. Појава глобалног позиционог система (GPS) значајно је допринела промоцији елипсоида WGS84 као глобалног датумског стандарда. WGS84 садржи геоцентрични правоугли координатни систем, кога имплицитно дефинишу координате станица контролног GPS сегмента [20].

3.4.1. Прелаз из Гаус-Кригерове у УТМ пројекцију

Потпун прелазак из равни Гаус-Кригерове пројекције у раван УТМ пројекције

приказан је на следећој шеми:

$$(y, x)_{GK} \rightarrow (B, L)_{Bessel} \rightarrow (X, Y, Z)_{Bessel} \rightarrow (X, Y, Z)_{WGS84} \rightarrow (B, L)_{WGS84} \rightarrow (E, N)_{UTM}$$

Овај алгоритам подразумева да се трансформација геодетских датума врши на основу Хелмертове седмопараметарске конформне трансформације и да је позната елипсоидна висина (h) тачке чије се координате трансформишу [21].

Ток саме трансформације на основу дате шеме је следећи [21, 22]:

- 1) правоугле координате y и x неке тачке у равни у Гаус-Кригеровој пројекцији конвертују се у одговарајуће геодетске координате B и L (латитуда и лонгитуда) на елипсоиду Bessel-a;
- 2) координате B и L уз придружену елипсоидну висину h конвертују се у просторне правоугле координате X , Y и Z које се односе на елипсоид Bessel-a; 3) затим се просторне правоугле координате X , Y и Z на елипсоиду Bessel-a трансформишу у просторне правоугле координате X , Y и Z које се односе на елипсоид WGS84;
- 4) координате X , Y и Z које се односе на елипсоид WGS84 конвертују се у геодетске координате B , L и h на елипсоиду WGS84 и
- 5) координате B и L конвертују се у координате E и N у равни УТМ пројекције. У првом кораку трансформишу се правоугле координате y и x неке тачке у равни у Гаус-Кригеровој пројекцији у одговарајуће геодетске координате B и L (латитуда и лонгитуда) на елипсоиду Bessel-a. У овом кораку важи следеће:
 - $a = 6377397,155$ - велика полуоса Bessel-овог елипсоида,
 - $b = 6356078,96325$ - мала полуоса Bessel-овог елипсоида,
 - $m_0 = 0.99999$ - линијски размер дуж средишњег меридијана зоне код Гаус-Кригерове пројекције,
 - $y = 6500000$ и $L_0 = 18^\circ$ за тачке 6. Зони Гаус-Кригерове пројекције, односно
 - $y = 7500000$ и $L_0 = 21^\circ$ за тачке 7. Зони Гаус-Кригерове пројекције.

Прво се речунају немодулисане координате по следећим формулама:

$$y' = \frac{y - y_0}{m_0}$$

$$x' = \frac{x}{m_0}$$

Након тога се рачунају помоћне величине:

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} ; e' = \sqrt{\frac{b^2}{a^2} - 1}$$

$$\mu_1 = \frac{x'}{a \left(1 - \frac{e^2}{4} - \frac{3e^4}{64} - \frac{5e^6}{256} \right)}$$

$$e_1 = \frac{1 - (1 - e^2)^{1/2}}{1 + (1 - e^2)^{1/2}}$$

$$B_1 = \mu' + \left(\frac{3}{2} e_1 - \frac{27}{32} e_1^3 \right) \sin 2\mu_1 + \left(\frac{21}{16} e_1^2 - \frac{55}{32} e_1^4 \right) \sin 4\mu_1 + \frac{151}{96} e_1^3 \sin 6\mu_1 + \frac{1097}{512} e_1^3 \sin 8\mu_1$$

$$V_1 = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 B_1)^{1/2}}$$

$$M_1 = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 B_1)^{3/2}}$$

$$T = \tan^2 B_1$$

$$C_1 = e'^2 \cos^2 B_1$$

$$D = \frac{y'}{V_1}$$

Употребом датих помоћних величина, до тражених координата долазимо кориштењем следећих формула:

$$B = B_1 - \frac{V_1 \tan B_1}{M_1} \left[\frac{D^2}{2} - \left(\frac{5 + 3T_1 + 10C_1 - 4C_1^2 - 9e'^2}{24} \frac{D^4}{24} + \frac{(61 + 90T_1 + 298C_1 + 45T_1^2 - 252e'^2 - 3C_1^2)}{720} \frac{D^6}{720} \right) \right]$$

$$L = L_0 = \frac{1}{\cos B_1} \left[\frac{D - (1 + 2T_1 + C_1) \frac{D^3}{6} + (5 - 2C_1 + 28T_1 - 3C_1^2 + 8e'^2 + 24T_1^2) \frac{D^4}{120} \right]$$

У другом кораку координате В и L, добијене из предходног корака, уз придружену елипсоидну висину h конвертују се у просторне правоугле координате X, Y и Z које се односе на Bessel-a. Поступак је следећи:

$$V = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 B)^{1/2}}$$

$$X = (V + h) \cos B \cos L$$

$$Y = (V + h) \cos B \sin L$$

$$Z = [V(1 - e^2) + h] \sin B$$

Трећи корак представља трансформацију правоуглих координата X, Y и Z које се односе на елипсоид Bessel-a у X, Y и Z координате које се односе на елипсоид WGS84. За саму трансформацију између два геодетска датума потребно је познавати параметре трансформације, о којима је било речи у претходном делу текста. До ових параметара долази се на основу тачака чије су координате познате у оба система. Већи број и бољи распоред тачака на посматраној територији значи да ће оцена параметара бити боља. Параметре може да одреди сам корисник или да их преузме од националне геодетске или картографске агенције или неке друге одговарајуће институције. Војним корисницима у Србији ове параметре обезбеђује Војногеографски институт [21, 22].

Од срачунатих координата из претходног корака формира се вектор r_{Bessel} , од параметара translације вектор $t = [t_x, t_y, t_z]$, а од три параметра ротације око координатних оса X, Y и Z за углове α , β и γ респективно, формира се матрица ротације R. Фактор размере између два координатна система обележен је са dm.

Вектор правоуглих координата које се односе на елипсоид WGS84 рачуна се на основу следећег израза:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{WGS84} = (1+k) \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{Bessel} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

Где су ε_x , ε_y и ε_z параметри ротације око одговарајућих оса.

Четврти корак представља конверзију правоуглих координата на елипсоиду WGS84 у геодетске координате B, L и h на елипсоиду WGS84. Приликом конверзије користе се следећи параметри елипсоида WGS84:

-a=6378137 - велика полуоса елипсоида WGS84 и

-b=6356752,31425 - мала полуоса елипсоида WGS84.

Помоћне величине које се користе у овом кораку су следеће:

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad e' = \sqrt{\frac{a^2}{b^2} - 1}$$

$$p = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad \text{и} \quad \theta = \arctan \frac{Za}{pb}$$

Геодатске координате тачака на елипсоиду WGS 84 рачунају се на основу следећих формула:

$$B = \arctan \frac{Z + e'^2 b \sin^3 \theta}{p - e^2 a \cos^3 \theta}$$

$$L = \arctan \frac{Y}{X}$$

$$h = \frac{p}{\cos B} - N$$

Где је N полупречник пресека по првом вертикалу и израчунава се по формули:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$$

Геодетска латитуда B и елипсоидна висина h обично се рачунају сложенијим итеративним поступком. Међутим, решења која се добијају наведеним формулама, за нашу територију су у сагласности са итеративним поступком. [23].

Пети корак огледа се у конверзији геодетских координата B и L на елипсоиду WGS84 у правоугле координате E и N у равни UTM пројекције. У овом кораку важе следећи параметри:

- $m_0 = 0.9996$ - линисјки размер дуж средишњег меридијана зоне код UTM пројекције и

- $L_0 = 21^\circ$ за тачке у 24. UTM зони.

Помоћне величине које се користе приликом рачунања координата E и N су:

$$A = (L - L_0) \cos B$$

$$T = \tan^2 B$$

$$C = e'^2 \cos^2 B$$

$$V = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 B)^{1/2}}$$

$$M = a \left[\left(1 - \frac{1}{4}e^2 - \frac{3}{64}e^4 - \frac{5}{256}e^6 \right) B - \left(\frac{3}{8}e^2 + \frac{3}{32}e^4 + \frac{45}{1024}e^6 \sin 2B \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{15}{256}e^4 + \frac{45}{1024}e^6 \sin 2B \right) - \frac{35}{3072}e^6 \sin 6B \right]$$

$$y' = V \left[A + (1 - T + C) \frac{A^3}{6} + (5 - 18T + T^2 72C - 58e'^2) \frac{A^5}{120} \right]$$

$$x' = M + V \sin B \left[\frac{A^2}{2} + (5 - T + 9C + 4C^2) \frac{A^4}{24} + (61 - 58T + T^2 + 600C - 330e'^2) \frac{A^6}{720} \right]$$

И на крају:

$$E = y' m_0 + 500000$$

$$N = x' m_0$$

3.4.2 Прелазак из UTM у WGS 84

Трансформација из UTM пројекције која је у суштини дводимензионална у WGS 84, који помоћу географске дужине и ширине одређује положај тачке на земљиним сфероиду:

Ове формуле су скраћена верзија Трансверзалног меркатора: спљоштене серије који је изворно извео Јохан Кригер 1912. Године. Прецизне су на око 1 mm на 3000 km од централног меридијана. Дати су сажети коментари за њихово извођење.

Просторони референтни систем описује земљу као облатни сфероид дуж осе север-југ са екваторијалним пречником од $a = 6378.137 \text{ km}$ и инверзним спљоштењем $1/f = 298.257223563$. Узмимо неку тачку која има координате у UTM пројекцији (E, N), где је позната зона, као и хемисфера. Узимамо константе:

По конвенцији N_0 у северној хемисфери је 0, а у јужној 10000 km , $k_0 = 0.9996$ и $E_0 = 500 \text{ km}$ [25].

$$n = \frac{f}{2-f}, \quad A = \frac{a}{1+n} \left(1 + \frac{n^2}{4} + \frac{n^4}{64} + \dots \right),$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}n - \frac{2}{3}n^2 + \frac{5}{16}n^3, \quad \alpha_2 = \frac{13}{48}n^2 - \frac{3}{5}n^3, \quad \alpha_3 = \frac{61}{240}n^3,$$

$$\beta_1 = \frac{1}{2}n - \frac{2}{3}n^2 + \frac{37}{96}n^3, \quad \beta_2 = \frac{1}{48}n^2 + \frac{1}{15}n^3, \quad \beta_3 = \frac{17}{480}n^3,$$

$$\delta_1 = 2n - \frac{2}{3}n^2 + 2n^3, \quad \delta_2 = \frac{7}{3}n^2 - \frac{8}{5}n^3, \quad \delta_3 = \frac{56}{15}n^3.$$

$$\xi = \frac{N - N_0}{k_0 A}, \quad \eta = \frac{E - E_0}{k_0 A}$$

$$\xi^{\cdot}=\xi-\sum_{j=1}^3\beta_j\sin(2j\xi)\cosh(2j\eta),\quad \eta^{\cdot}=\eta-\sum_{j=1}^3\beta_j\cos(2j\xi)\sinh(2j\eta),$$

$$\sigma^{\cdot}=1-\sum_{j=1}^32\beta_j\cos(2j\xi)\cosh(2j\eta),\quad \tau^{\cdot}=\sum_{j=1}^32j\beta_j\sin(2j\xi)\cosh(2j\eta),$$

$$\chi=\sin^{-1}\left(\frac{\sin\xi^{\cdot}}{\cosh\eta^{\cdot}}\right)$$

$$\varphi=\chi+\sum_{j=1}^3\delta_j\sin(2j\chi)$$

$$\lambda_0=30na\times6^{\circ}-182^{\circ}$$

$$\lambda=\lambda_0+\tan^{-1}\left(\frac{\sinh\eta^{\cdot}}{\cos\xi^{\cdot}}\right)\quad [25]$$

4. СПОЉНОБАЛИСТИЧКА ИСПИТИВАЊА

4.1.1 Основни појмови и дефиниције

Спољнобалистичка (СБ) испитивања представљају сва испитивања ватрених средстава и муниције при којима се врше мерења елемената путање невођеног пројектила или параметара на путањи. У почетном периоду свог развитка спољна балистика се ослањала на испитивања (експерименте) јер се нису познавале појаве и закони на основу којих се могао поставити добар математички модел. Ни са развојем теоријских метода и рачунске технике, а због неопходности потврде теоријских знања у пракси, експеримент није изгубио на свом значају. Усавршене мерне методе и средства смањила су потребан број пројектила за СБ испитивања, а тиме и трошкове. Циљ СБ испитивања је да се прикупе, провере и ускладе подаци неопходни за састављање таблица гађања.

Полигони су специјално уређени терени, намењени за рсализацију СБ испитивања.

Полигонска оруђа (оружја, лансери ракета) намењени су за реализацију испитивања. Режим оруђа мора да буде познат у односу на сталон. Оруђа морају да испуњавају услове који се постављају за поједине врсте опита.

Еталон оруђе служи за упоређење оруђа и оно мора да испуњава услове који се постављају за сваки калибар посебно. Режим еталон цеви у односу на табличне вредности мора да буде нула.

Кондицирање је гађање намењено да се оруђе, као систем, доведе у стање при коме се добијају уједначени резултати.

Прецизност оружја и муниције карактерише се величином слике погодака, тј. величином површине на којој су распоређени погоди у односу на средњи погодак, добијени гађањем у истим условима.

Вероватно скретање је мерило растурања које има највећу практичну примену при решавању различитих задатака у вези са гађањем, јер оно најочигледније карактерише нормалан закон коме се покорава растурање погодака [24].

4.1.2. Циљ спољнобалистичких испитивања (СБИ)

Спољнобалистичка испитивања ватрених средстава и муниције врше се ради:

- одређивања балистичких карактеристика пројектила и барутних пуњења неопходних за израду таблица гађања,
- провера СБ карактеристика новоконструисаног пројектила,
- пријема серијске производње муниције,
- упоређивања СБ карактеристика са муницијом познатог прописаног квалитета,
- провера поклапања путање и одређивања одскочног угла [24].

4.1.3. Класификација сиољнобалистичких испитивања

У току СБИ, зависно од врсте пројектила и облика путање, могу се мерити следећи параметри на путањи:

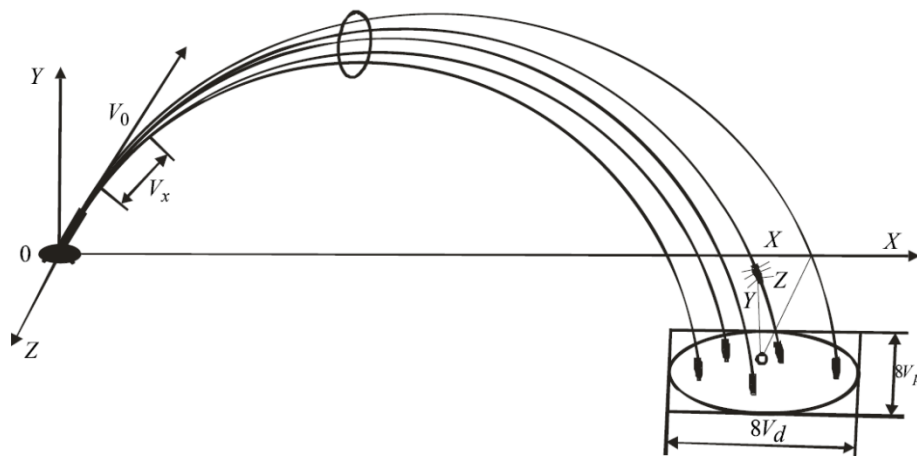
- координате падне тачке,
- координате тачке деловања (даљине и правца) при гађању са близинским, темпирним, осветљавајућим или обележавајућим пројектиlima,
- координате путање у вертикалној равни на одређеном одстојању од ватреног средства,
- брзина пројектила и време лета при пролазу кроз вертикалну раван на одређеном растојању од оруђа,
- координате положаја пројектила у зависности од времена или за одређено време,
- брзине у функцији времена, и
- угловни положај пројектила на одређеном растојању од ватреног средства.

Зависно од врсте ватрених средстава и циља испитивања, разликују се следећа СБ гађања:

- гађање на домет,
- гађање на вертикалну мету,
- гађање са темпирном муницијом, и
- гађање са посебно припремљеним мерењем [24].

Гађање на домет се изводи тренутним пројектиlima који при паду делују и могу се осматрати са одређеног растојања. При томе се на основу података о положају осматрача

могу одредити координате падне тачке (X, Z) , а затим на основу положаја ватреног средства и заузетог правца гађања, скретање пројектила по даљини и правцу (V_d, V_p) .



Слика 4.1 Гађање на домет [24]

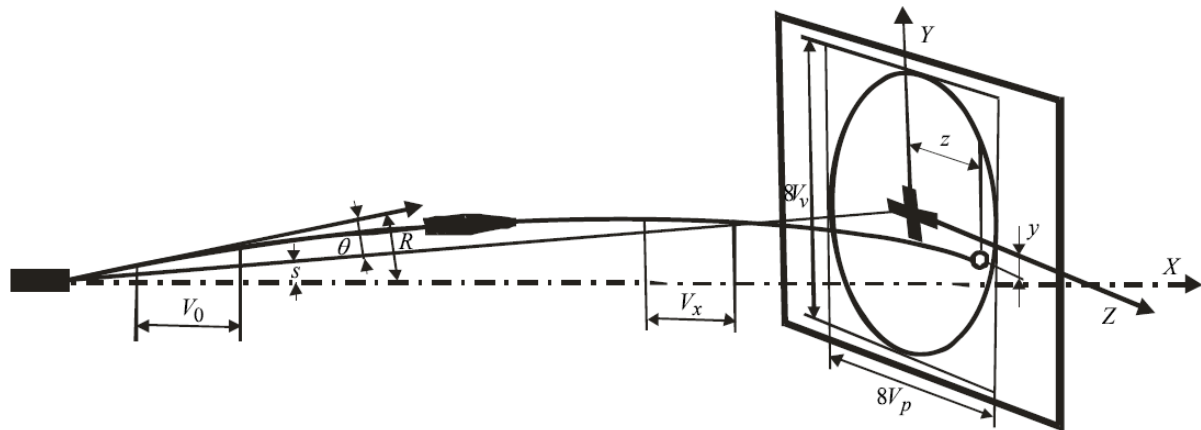
Приликом овог испитивања, које се изводи са датом елевацијом, на одређеном одстојању од уста цеви мери се почетна брзина. Након тога се брзина своди на уста цеви. Код оруђа која гађају под елевацијом, уместо соленоидних рамова, користи се уређај за мерење брзине који ради на принципу Доплеровог ефекта (промена фреквенције електромагнетних таласа ако се одбијају од тела које се креће одређеном брзином).

При овом гађању елевациони углови се одређују у зависности од вертикалног поља дејства:

- за топове ($E = 0^\circ$ до 45°) $\theta_0 = 5^\circ, 10^\circ, 25^\circ, 45^\circ$,
- за хаубице ($E = 0^\circ$ до 75°) $\theta_0 = 5^\circ, 15^\circ, 25^\circ, 45^\circ, 75^\circ$,
- за минобацаче ($E = 45^\circ$ до 85°) $\theta_0 = 45^\circ, 65^\circ, 75^\circ, 85^\circ$

При гађању на домет обавезно се мере: почетна брзина, температура и притисак ваздуха, маса пројектила и брзина ветра. Метеоролошко–балистички подаци узимају се пола сата пре почетка мерења, и то како приземни тако и у функцији ординате, и дају се у облику метеоролошког билтена бар сваког сата у току мерења, а изузетно могу да важе за два сата (ако се гађа са више група).

Гађање на мету се изводи ради одређивања тачности и прецизности система оруђа пројектил. Намењено је за одређивање балистичких карактеристика противоклопне и стрељачке муниције и остале муниције на малим растојањима. При овом гађању мете се постављају на познатом растојању од ватреног средства. У току гађања одређују се: координате (X, Y, Z) , брзине (V_0, V_x) , растурања (V_v, V_p) , време лета пројектила, полазног угла и приземних метеоролошких услова у време гађања.



Слика 4.2. Гађање на мету [24]

Даљине до мете су на 500 до 2500 m, у зависности од калибра оруђа и почетне брзине. Мете су најчешће платнене, димензија 6x6 m до 8x8 m (по висини и правцу). Подаци се региструју по редоследу осматрања, а обележавају после испаљене групе. Гађање се изводи најмање у три групе по десет пројектила. При овом гађању битно је одредити месни угао центра мете S . За стрељачко наоружање праве се специјални оптички инструменти којим се врши ректификација и може се оса цеви усмерити према центру мете. За мерење брзине пројектила се као детектор најчешће користи фотобаријера. Ради на принципу фотоелемената који реагују на промену светлосног флукса, услед проласка пројектила. Укупно видно поље оптичког система је до 105° . Ради одређивања аеродинамичког коефицијента $C_D(M)$, неопходно је познавати брзине на путањи $V(t)$ или $V(X)$. У новије време, за мерење брзине користе се доплер-радар (Доплеров принцип). Ови радар омогућују мерење брзине са учестаношћу (10, 25, 50 или 100 мерења у секунди) од 70 до 2000m/s до даљине од 10 000 калибара.

Гађање на време се изводи темпирним упаљачема ради мерења времена лета пројектила од уста цеви до експлозије. У току гађања одређују се координате деловања пројектила са темпирним и близинским упаљачем и отварање бакље осветљавајућих пројектила. Гађање се изводи по поступку као и гађање на домет.

Специјална СБ испитивања обухватају сва испитивања са посебним мерењем угловних положаја пројектила на путањи, угаоних брзина и растојања пројектила. [24]

4.1.4. Услови за реализацију сиољнобалистичких испитивања

Балистичка гађања се изводе на специјално уређеним равним теренима—полигонима.

Да би се вршило СБ гађање на неком простору, потребно је да он буде организован тако да обезбеђује следеће захтеве:

- место за постављање оруђа (укопавање кракова лафета, минобацачке подлоге),
- земљиште средње тврдоће,
- топографско уређење земљишта дуж директрисе (координате X , Y , Z) за ватрене положаје и осматрачнице,
- материјализирање директрисе на земљишту (пикет);
- метеоролошка мерења (приземни подаци и подаци до темена путање)

Места за постављање инструмената за осматрање погодака треба да буду урађена тако да обезбеђују повољне услове за осматрање и да су довољно удаљена од места пада пројектила. Инструменти за осматрање погодака морају да буду постављени на чврсте ослонце како у току рада, односно трајања гађања, не би долазило до померања инструмената, поремећаја оријентације и нивелације. Пре гађања сви инструменти за осматрање морају се проверити и ректифицирати. Неисправни инструменти се не смеју употребљавати. Правац гађања, који се назива директриса, има неколико унапред предвиђених положаја за оруђа са којих се могу изводити сложена гађања. На тим положајима су израђени објекти у које се уграђују прикључци за инструменте, склониште за људе, просторије за лабораторију барутних пуњења и темпирање муниције и телефонске везе. Пре почетка СБ испитивања, морају се одредити координате оруђа, циља, осматрачница и репера.

У току извршења СБ испитивања морају се мерити метеоролошки подаци, и то у време вршења опита или близу том времену, што зависи од врсте грађења и начина мерења метеоролошких података.

Мерење метеоролошких података обухвата мерење приземних података и мерење промена метеоролошких података до којих долази са променом висине. Приликом СБ испитивања, ако је ордината темена путање до 800m и 1500m базично осматрање (БО), а преко 1500 m врши се радио—сондажно осматрање (РСО).

За сва СБ гађања обавља се мерење приземних података, а то су: температура ваздуха, притисак, влажност ваздуха, интензитет и правац ветра.

Приземни подаци се мере на метеоролошкој станици удаљеној највише 2 km од ватреног положаја, и то на сваких пола сата.

Ако се изводи гађање на мету или гађање са реактивним пројектилима, приземни ветар се мери на ватреном положају (ВП), и тоу току гађања или највише 15 минута пре или после испаливања.

Пилот—балонско осматрање (ПБО) врши се за сва гађања где ордината путање прелази 100m и служи за одређивање промене ветра и правца ветра са висином. Обавља се на сваки сат на метеоролошкој станици удаљеној највише 5km од ВП или путање пројектила.

Ако се гађа ракетним пројектилима чија висина краја активне фазе прелази 300m, станица за ПБО треба да буде удаљена од ВП мање од 500m.

Радио—сондажно осматрање (РСО) врши се за сва СБ гађања где висина путање прелази 1500m и служи за одређивање промене температуре, интензитета и правца ветра са висином. Обавља се на свака два сата на метеоролошкој станици удаљеној највише 10 km од путање пројектила. Врши се и ако је путања мања од 1500 m, а већа од 800m, ако је промена температуре у току дана до почетка гађања већа од 12°. [24]

4.1.5. Припрема ватреног средства

Цеви за балистичка испитивања и пријем муниције бирају се и одређују по посебном упутству. Ове цеви се не могу употребљавати за друге сврхе. Пре почетка и после извршеног балистичког испитивања премерава се дубина залажења уређајем ПЗК (КДЗ), или дубиномером са основним пројектилом, а вредности се уносе у оруђну књижицу и протокол гађања. За сваку балистичку цев, мора постојати оруђна књижица и листа мерења, у коју се уносе следећи подаци:

– резултати мерења пречника цеви, а код артиљеријских оруђа и пречник барутне коморе на сваких 100mm у две међусобно управне равни. Пречници ожлебљених цеви мере се од поља до поља и од жлеба до жлеба. Мерења се могу вршити и на другим растојањима ако је то прописано у техничким условима за муницију;

– резултати мерења дужине барутне коморе уређајем ПЗК, дубине залажења пројектила дубиномером или пречника цеви на одређеном одстојању (најчешће на почетку жлебова), у зависности од начина одређивања истрошености цеви, односно пада почетне брзине за дати систем. Мерење за одређивање истрошености цеви врши се, по правилу, пре почетка сваког балистичког гађања, а обавезно после испалиених 50 до 60 метака;

– подаци о извршеним гађањима из цеви (датум, врста пројектила и барута, број барутних пуњења, број испалиених метака), и

– балистичке карактеристике за свако гађање са еталон муницијом.

Нишанска линија се проверава пред свако балистичко гађање. Цев артиљеријског оруђа поставља се у хоризонтални положај помоћу провереног квадранта, па се помоћу табле за ректификацију изврши ректификација нишанских справа по правцу и висини.

Оруђе за балистичко гађање мора да буде на чврстој хоризонталној подлози. Хоризонталност рамена цеви проверава се квадрантом при елевацији од 0° , мерењем нагиба рамена цеви, било на клизачима колевке, било на самој цеви, уколико квадрантска раван то дозвољава.

При балистичком гађању, за заузимање елевације користе се само проверени квадранти. [24]

4.1.6. Припрема муниције за спољнобалистичка испитивања

Узроке муниције при пријему муниције за балистичко испитивање издваја војна контрола предузећа, после завршене лабораторије серије, односно рате. Муниција се на полигон допрема у пломбираним сандуцима.

Муницију треба сортирати тако да се за балистичко испитивање употребе пројектили једног знака масе, који се међусобно разликују само за један знак масе. Темпирање муниције се врши на пласманима, у специјално уређеним просторијама. За време темпирања муниција остаје у сандуцима, подигнута од пода за најмање 0,5m, или се вади из сандука на дрвене сталаже. Мора бити удаљена од топлотних извора и прозора за више од 0,5 m.

Муниција се темперира на једној температури од $+10^\circ\text{C}$ до $+25^\circ\text{C}$. Увек треба тежити, ако постоје полигонске могућности, да то буде таблична температура за дату врсту муниције. У току читавог времена темпирања, температура ваздуха просторије не сме се мењати за више од 4°C . Температура ваздуха просторије у којој се темперира муниција мора се контролисати термографом или термометром, са тачношћу поделе од 1°C . Термограф или термометар се мора налазити у висини муниције удаљен од топлотних извора и прозора најмање 1m. Ако се температура просторије контролише термометром, онда се она мора регистровати свака 2–3 сата у току читавог времена темпирања. Ако се пријем муниције врши уз употребу еталона, онда се морају обезбедити исти услови темпирања за серију и за еталон.

Темпирање муниције пре гађања траје најмање 44 сата, под условом да је температура где се муниција чувала или транспортовала већа од 0°C .

Ако је температура просторије где се муниција чувала или температура спољњег ваздуха, ако муниција долази транспортом, мања од 0°C , темпирање траје најмање 68 сати. Ако се температура просторије где се муниција чувала, или температура спољњег ваздуха, ако је муниција транспортована, разликује за мање од 4°C у односу на температуру темпирања, онда се време темпирања може скратити на минимум 24 часа. У случају

када се спољна температура ваздуха разликује за више од 10°C , у односу на температуру просторије у којој је темперирана муниција, онда се муниција мора носити до оруђа у припремљеним врећама, које су изнутра обложене ватом или филцом.

Балистички пријем муниције гађањем са положаја, на којем нема услова за темперирање, може се вршити само у случају када се спољна температура не разликује за више од 15°C од температуре на којој је муниција темперирана. Муниција се превози у сандуцима обложеним изолујућим материјалом, који су темперирани заједно са муницијом најмање шест сати. Муниција у овим сандуцима може да остане напољу најдуже два сата [24].

4.1.7. Припрема опреме за мерење

Сви апарати за мерење и контролу морају се повремено баждарити, тј. мора им се проверити тачност помоћу државног еталон апарата. Ово баждање мора да буде уведено у књижицу дотичног мерног апарата и оверено од лица које га баждари. Мерење може да се врши тек када руководица апарата извести да је апарат проверен. Контрола апарата је обавезна сваког дана пре почетка мерења, а треба да се врши и у току гађања, када из групе метака одскочи макар један метак.

При мерењу одређених величина мерни уређаји морају да обезбеде одређену тачност мерења (σ). Тачност мерења за одређене величине је дата у табели 4.1.

Табела 4.1 *Тачност мерења* [24]

Мерена величина	Тачност мерења (σ)
Почетна брзина (V_0)	0,1%
Домет и одступање по правцу (при гађању на домет)	5m
Одступање по висини	2m
Угао гађања (θ_0)	0,1 хиљ.
Маса пројектила (m)	0,1%
Моменат инерције пројектила (I_x, I_y)	0,2%
Положај тежишта	0,5m
Азимут гађања	(0,5 и 0,2) mrad
Температура барута (t_b)	1°C
Интезитет приземног ветра	2m/s
Правац приземног ветра	10 хиљ.
Температура ваздуха	1°C
Притисак ваздуха	1%
Време лета	0,05s

4.1.8. Атмосферски услови за извршење спољнобалистичких испитивања

Спољнобалистичко гађање се мора вршити кад нема падавина и наглог мењања струја атмосфере, ветра који прелази вредност прописану стандардима и када је спољна температура ваздуха мања од -10°C .

Прихватљиве вредности ветра за СБ гађања су:

- У случају када висина путање прелази 1500m, приземни ветар не сме да пређе вредност од 10m/s, а балистички ветар 20m/s, док узастопна промена мерења у току дана (на 1–2сата) не прелази 10m/s.
- У случају да је ордината путање мања од 1500m, приземни ветар не сме да буде већи од 7m/s, а балистички 12m/s.
- За случај да је ордината путање мања од 1500m, а почетна брзина пројектила мања од 300m/s ветар не сме да буде већи од 5m/s. [24]

4.1.9. Ватрена средства за извршење спољнобалистичких испитивања

Балистичка испитивања се врше гађањем из балистичких дефинисаних цеви оруђа и минобацача, који морају испуњавати захтеве предвиђене стандардом. Балистичка цев се бира међу новим или мало истрошеним цевима и мора да задовољава захтеве и ПКП. Почетне балистичке карактеристике сталон цеви не смеју одступати, при њиховом избору, од карактеристика сталон барутних пуњења утврђених за дато оруђе, више него што је дато у табели 4.2.

У току трошења балистичких цеви, одступања њихових карактеристика од карактеристика утврђених за сталон барутно пуњење морају остати у границама:

– код ожлебљених цеви:

$\pm 2,0\%$ за брзину,

$\pm 8,0\%$ за притисак.

– код цеви минобацача и бестрзајних оруђа:

$\pm 1,0\%$ и 2% за брзину,

$\pm 3,0\%$ и 8% за притисак.

Табела 4.2. Дозвољена одступања [24]

Почетна брзина m/s	Дозвољено одступање	
	Почетна брзине %	Средњег притиска %
до 600 m	$\pm 1,00$	$\pm 4,00$
од 600 до 1000 m	$\pm 0,85$	$\pm 3,00$
више од 1000	$\pm 0,75$	$\pm 3,00$

Ватрено средство које се користи за СБ испитивања мора да се контролише и могу се применити само средства којима је остало још 2/3 балистичког живота у погледу тачности (а најмање још 1/2).

4.1.10. Муниција за извршење спољнобалистичких испитивања

Није дозвољена употреба пројектила који имају следеће недостатке:

- корозију на центрирајућем прстену;
- непотпун спој водећег прстена са кошуљицом и таква оштећења која могу да утичу на његову нормалну функцију (засечен прстен, улубљен, откинуто парче и др.).

Чауре које се употребљавају за балистичка испитивања морају да одговарају цртежу и да задовољавају захтеве прописане у ПКП. При балистичким испитивањима која користе једноделни метак могу се употребљавати, поред нових, и до три пута рекалибриране чауре. Када су у питању оруђа која користе дводелни метак (са чауром), поред нових, дозвољена је употреба до 10 пута рекалибрираних чаура. При гађању групе пројектила, рекалибриране чауре у истој групи, могу се разликовати највише за једно рекалибрирање. Није дозвољена употреба чаура са прскотинама, наборима и другим манама.

За СБ испитивања гађањем на мету користе се инертни пројектили и упаљачи који задовољавају цртеже и ПКП. Маса пројектила лабораторисаних инертном масом са инертним упаљачем одговора табличној маси, са тачношћу која је дата на цртежу. Ако цртежом није одређена толеранција масе, дозвољава се одступање од нормалне масе за $+0,1\%$. Довођење пројектила на табличну масу врши се пуњењем шупљина кошуљице инертном масом, при чему инертна маса мора заузимати исту запремину кошуљице пројектила као експлозивно пуњење у бојевом пројектилу. За балистичка испитивања могу се употребити и бојеви пројектили са инертним упаљачем. У овом случају пројектили морају бити табличне масе. Овде се подразумева пројектил са знаком масе "Н". Бојсве минс се мерењем масе бирају тако да им се маса налази око табличне масе са одступањем $\pm 1/3\%$ масе мине. По

посебном одобрењу се могу користити пројектили са одступањем од табличне масе за један знак масе „+“ или „-“ [24].

4.1.11. Реализација спољнобалистичких испитивања

Поступак извођења гађања зависи од циља опита, мерних апаратура, типа ватреног средства и спољних услова гађања. Гађање почиње пошто се изврше све припреме, провери мерна апаратура, прегледају оруђе и муниција и забележе сви услови гађања и карактеристике оруђа и муниције са којима ће се вршити опити.

Пре почетка СБ испитивања испаљују се пројектили за загревање. Број пројектила за загревање се узима у зависности од спољне температуре, и то:

- за температуру 0°C и вишу један пројектил;
- за температуру од -10°C до 0°C , два пројектила.

При гађању минобацачем испаљују се два пројектила са истим или већим пуњењем који служе поред загревања цеви и за стабилизацију подлоге бацача. При гађању аутоматским топом првом паљбом, рафалном паљбом или вишецевним ракетним бацачима, пре испаливања рафала потребно је испалити један до два пројектила ради контроле правца и могућности осматрања.

После испаливања пројектила ради загревања прелази се на испаливање пројектила за испитивања. Број пројектила у групи зависи од калибра и треба да износи:

- 10 пројектила до калибра 40mm;
- 7 пројектила до калибра 125mm и
- 5 пројектила за калибре веће од 125mm.

Приликом гађања групе пројектила при мањим елевацијама (испод 20°), где је осетљивост, као и за гађање пројектилима који имају очекивано одступање, домета већег од 0,8%, број пројектила се може повећати на минимум седам. Пре почетка кондицирања минобацача, са средњим пуњењем се испаљују две mine, ради загревања цеви и стабилизације подлоге оруђа. Приликом гађања оруђима са више делимичних пуњења, морају се при прелазу са једног на друго пуњење испалити 2–3 метка (mine), ради кондицирања цеви и довођења групе у повољно стање за испаливање. Брзина гађања треба да је у границама 1–2 метка у минути. Размак опаљивања између два метка у групи не сме да износи више од пет минута.

Ако у току испаливања групе пројектила настане прекид краћи од пола часа, при спољној температури већој од $+10^{\circ}\text{C}$ и при устаљеном времену, претходно испалиени пројектили се

рачунају у групу испитиваних метака. Ако је прекид дужи од пола сата, или ако је прекид у границама 5—30 минута при променљивом времену, претходно испаљени пројектили се не рачунају у групу. Код прекида гађања дужег од пола сата мора се вршити поновно кондицирање оруђа и испаливање нове групе пројектила.

Када се обавља пријем серије муниције применом еталона, онда група гађа наизменично, метак по метак (серија–сталон, или обратно). За обрачун се узимају сви испаљени пројектили у групи. Искључују се само погоци, код којих је утврђена група грешака (грешка у слементима, пуњењу, апаратима и сл.). На место искљученог поготка, испаљује се следећи метак, како би група имала предвиђен број пуноважних погодака. Елевација цеви оруђа се контролише исправним и провереним квадрантом. После сваког опаљења мора се прегледати унутрашњост цеви, да би се отклонили евентуални остаци картона или других додатака у барутном пуњењу. За време гађања дужина трзања оруђа мора да остане у прописаним границама [24].

4.1.12. Општи поступак обраде резултата спољнобалистичких испитивања

Обрада резултата СБ гађања обухвата:

- примарну обраду резултата мерења;
- статистичку обраду;
- поправке на табличне услове и
- одређивање СБ параметара.

Примарном обрадом се на основу регистрованих података на уређајима за мерење одређују потребне величине:

- почетна брзина на основу снимљених података мерења доплер-радаром или на бази измереног времена између два положаја;
- координате тачака деловања пројектила на основу углова пресецања са два осматрача топогеодетским поступком пресецања напред са две тачке.

Измерена брзина на одређеном растојању од уста цеви поправља се на уста цеви СБ прорачуном. Координате поготка се приказују координатном систему са почетком на устима цеви и осом везаном за азимут гађања. Ако је средње одступање поготка по правцу веће од 100mrad , координате се свде на линију средњег поготка.

Статистичком обрадом СБ гађања за све мерне величине (брзина, координате, време лета) и сваку групу одређују се статистичке величине: средња вредност, минимална и максимална вредност, распон, вероватно одступање. Пре статистичке обраде, уколико су

се у току испаливања групе метака мењали параметри гађања (знак масе пројектила, елевација, темпирање, висина мете, правац гађања, положај сензора за мерење брзине и времена лета) у границама које дозвољавају да се сматра испаленом групом, врши се поправка измерених величина на исте параметре гађања.

Ради упоређивања СБ парамстара са одговарајућим вредностима у таблицама гађања, условима датим у ПКП за одговарајућу муницију или ради одређивања СБ парамстара за израду таблица гађања, измерене величине се поправљају на табличне услове. Поправка на табличне услове (који су у таблицама дефинисани) врше се по поступку који подразумева да је почетна брзина мерена и са подацима датим у таблицама гађања за дато ватрено средство и одговарајућу муницију. Ако се сумња у вредност измерене почетне брзине или се жели њена контрола, информативно се може поправити на табличне услове по поступку из артиљеријског правила гађања, али само ако је познато стање цеви и правилно измерена температура барута.

После свођења на нормалне услове, одређују се спољнобалистички параметри, тежишно балистички коефицијент, посебним поступком обраде. У модел путање се улази са измереним вредностима за елементе путање и условима гађања (промена температуре и ветра са висином). Прва путања се рачуна са претпостављеним балистичким коефицијентом, који се коригује све до поклапања рачунских и експерименталних елемената путање. Путању треба даље рачунати у нормалним условима (стандардна атмосфера, нормална маса пројектила, таблична почетна брзина) [24].

4.2. Оцена резултата спољнобалистичких испитивања

Резултати СБ гађања на домет оцењују се на основу различитих критеријума, зависно од величина у односу на које се упоређују. Када се поправљени домет серије (X_C) упоређује са табличним дометом (X_T), онда се мора налазити у овим границама:

$$X_C = X_T \pm 2,6\%X_T$$

Ако $2,6\%X_T$ за артиљеријска оруђа износи више од $6Vd_t$, онда се поправљени домет серије ограничава на:

$$X_C = X_T \pm 6Vd_t$$

Ако $2,6\%X_T$ за артиљеријска оруђа износи мање од $4Vd_t$, онда се поправљени домет серије ограничава на:

$$X_C = X_T \pm 4Vd_t$$

Када се поправљени домет серије упоређује са поправљеним домстом сталон серијс (Xe_t), онда мора бити у следећим границама:

$$X_C = Xe_t \pm 1,3\%Ve_t$$

Ако $1,3\%Xe_t$, за артиљеријска оруђа, износи више од $3Vd_t$, онда се поправљени домет серије ограничава на:

$$X_C = Xe_t \pm 3Vd_t$$

Ако $1,3\%Xe_t$, за артиљеријска оруђа, износи мање од $2Vd_t$, онда се поправљени домет серије ограничава на:

$$X_C = Xe_t \pm 2Vd_t$$

Ако $1,3\%Xe_t$, за минобацаче износи више од $2Vd_t$, онда се поправљени домет серије ограничава на:

$$X_C = Xe_t \pm 2Vd_t$$

Ако се серија по домету не уклопи у наведене услове, врши се понављање дуплим бројем (испаљују се још две групе). После понављања опита услов је да се средња вредност домета из све три групе уклопи у наведене границе [24].

4.2.1. Мере прецизности

За оцену прецизности користе се мерила:

- распон слике података,
- средње радијално скретање,
- полупречник круга боље половинс података,
- вероватно скретањеи
- појас језгра.

При испитивању прецизности стрељачког наоружања, растурање података се редовно разматра у два правца: по висини и правцу.

Распон слике података је растојање између средишта међусобно најудаљенијих погодака. Усвојено је да се распон слике погодака по висини обележава са H , а распон по правцу са L . Поред 100% распона слике погодака којим су обухваћени сви погоци, може се користити и распон 80% и 50% растурања.

Приликом регистровања резултата у протоколу гађања обавезно се уписује распон 100% растурања и у случајевима када је за оверу прецизности усвојен распон слике са мањим процентом погодака. При гађању из стрељачког оружја на малим даљинама, висина слике погодака је практично једнака њеној ширини. У таквим случајевима се као мерило прецизности може користити полупериметар $(H+L)$, тј. збир димензија слике погодака.

Ако су четвороугаоником, чије су странице H и L , обухваћени сви погоци, збир $(H+L)$ чини полупериметар 100% растурања. Може се користити $(H+L)$ 80% и 50% слике погодака, али уз обавезно регистровање полупериметра 100% растурања.

Распон (према томе, и полупериметар) у знатној је зависности од броја испалених метака. Подаци о распону или полупериметри могу се користити за оцену и анализу резултата прецизности само када се зна величина узорка, односно број погодака обухваћених овим мерилем. Ово нарочито важи за оцену прецизности неког средства на бази упоређења са већ постојећим чији је распон (полупериметар) познат. Начелно се распон (полупериметар) користи као мерило прецизности за групу од 10 метака.

Средње радијално скретање је аритметичка средина радијалних одступања појединих погодака од средњег поготка (збир радијалних одступања погодака од средњег поготка подељен са бројем погодака). Усвојено је да се средње радијално скретање обележава са K_5 .

Средњи погодак је тачка која се добија пресеком ординате и апцисе средњег одступања свих погодака у групи. Ордината средњег поготка је аритметичка средина одступања свих погодака по висини. Апциса средњег поготка је аритметичка средина одступања свих погодака по правцу.

Из претходне дефиниције произилази да се средњи погодак не мора поклапати са једним стварним поготком. Теоријски, сваки погодак има извесно одступање од средњег поготка. Средњи погодак се одређује на следећи начин:

- повући кроз седиште најнижег поготка на мети хоризонталну праву АВ тако да њена дужина буде равна или већа од хоризонталне пројекције групе погодака;
- кроз средиште крајњег левог поготка провући вертикалну праву СР толике дужине да се на њу могу пројектовати сви погоци који се налазе на мети;

– измерити ординате свих погодака у односу на праву АВ. Ординате се мере до средишта сваког поготка. Збир свих овако добијених ордината подељен бројем погодака п даје ординату средњег поготка, тј.:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

– На исти начин се добија и апсциса средњег поготка:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Поступак одређивања средњег поготка показан је на примеру за десет погодака, из којег се види да је:

$$\bar{x} = \frac{0 + 4 + 7 + 11 + 13 + 18 + 19 + 21 + 25 + 32}{10} = 15cm$$

$$\bar{y} = \frac{21 + 5 + 30 + 25 + 11 + 0 + 35 + 22 + 14 + 27}{10} = 19cm$$

Када се група састоји од најмање 20 погодака, одређивање средњег поготка је једноставније ако се врши на бази закона симетрије: на мету се наносе координате тако да са обе стране апсцисе, односно ординате, буде подједнак број погодака. Удаљење најближих погодака до координата мора бити једнако. Пресек координата је средњи погодак.

Коришћењем измерених координата погодака, средње радијално скретање R_s израчунава се по обрасцу:

$$R_s = \frac{\sum_{i=1}^n r_i}{n}$$

Прорачун R_s показан је у табели 4.3.

Табела 4.3 Прорачун R_s [24]

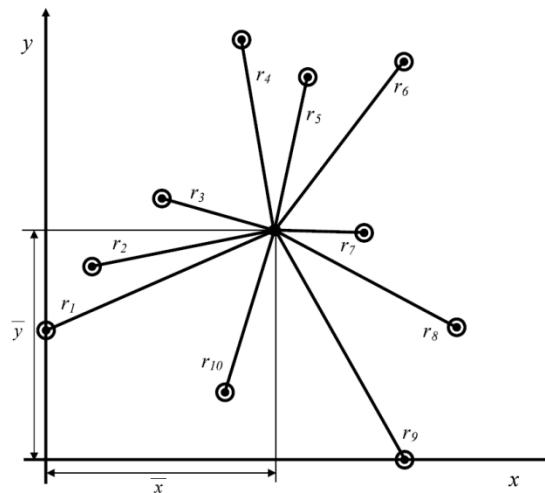
ред. бр. поготка	X_i	$\bar{X} - X_i$	$(\bar{X} - X_i)^2$	Y_i	$\bar{Y} - Y_i$	$(\bar{Y} - Y_i)^2$	$r_i = \sqrt{(\bar{X} - X_i)^2 + (\bar{Y} - Y_i)^2}$
1	2	3	4	5	6	7	8
1.	0	15	225	21	2	4	15,1
2.	4	11	121	5	14	196	17,8
3.	7	8	64	30	11	121	13,6
4.	11	4	16	25	8	36	7,2
5.	13	2	4	11	16	64	8,2
6.	18	3	9	0	19	361	19,2
7.	19	4	16	35	16	256	16,5
8.	21	6	36	22	3	9	6,7
9.	35	10	100	14	5	25	11,2
10.	32	17	289	27	8	64	18,8
Средња вреднос т	$X_i = 15$			$Y_i = 15$			$R_s = 13,43$

Израчунавање средњег радијалног скретања R_s примењује се у случајевима када се располаже само координатама групе погодака. Одређивање R_s је једноставније и брже ако се радијална одступања сваког поготка (r_i) од средњег поготка мере директно на мети, што је у пракси редован случај. Поступак мерења ($r_1, r_2, r_3, r_4, \dots, r_n$) приказан је на слици 4.3

Из измерених вредности средње радијално скретање R_s израчунава се према обрасцу из тачке тј. R_s се добија када се измерене вредности саберу и поделе са бројем погодака. Средње радијално скретање R_s користи се као мерило прецизности у случајевима када се слика погодака може апроксимирати кругом, тј. када је висина слике погодака приближно једнака њеној ширини.

Због једноставног поступка у одређивању R_s , као и због облика површинс растурања погодака, за оцену прецизности при испитивању стрељачке муниције у серијској производњи неопходно је користити мерило R_s увек када група није већа од 10 метака.

На даљинама до 300 метара слика погодака је релативно малих димензија, па се код група већих од 10 метака погоци међусобно преклапају. У оваквим случајевима, када је тачност одређивања R_s углавном незадовољавајућа, ово мерило се не користи, осим ако се то због посебних разлога не захтева.

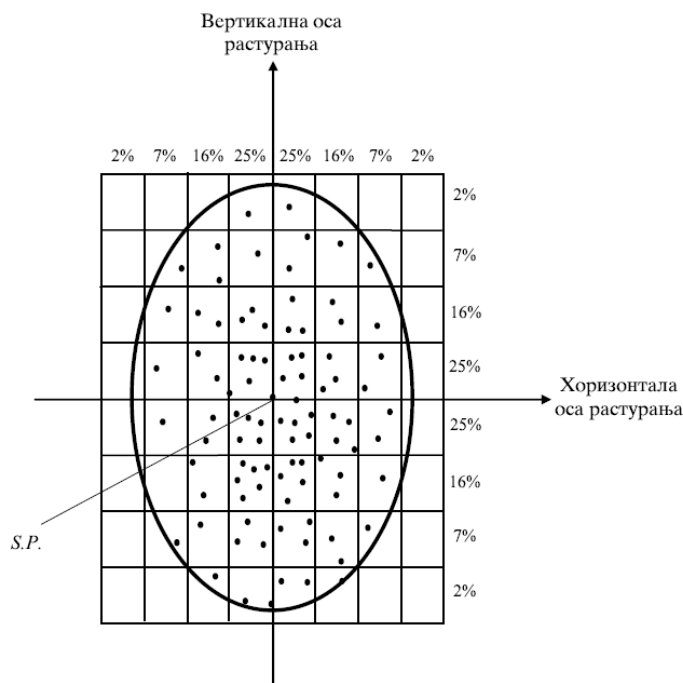


Слика 4.3. Мерење растурања [24]

Полупречник круга боље половине погодака (R_{50}) користи се као мерило прецизности у случајевима када је површина растурања блиска облику круга и ако се опит изводи групама већим од 10 метака.

Полупречник R_{50} одређује се на следећи начин: узме се средњи погодак за центар површине растурања, уцртава се круг тако да обухвати половину погодака најближих средњем поготку, с тим да кружница пролази између најудаљенијих погодака ближе половине и најближег поготка даље половине поготка и, на пример, између десетог и једанасстог поготка ако површина растурања има 20 погодака.

Осим радијуса боље половине погодака, редовно треба одређивати и највеће одступање погодака од средњег поготка, тј. описати круг који обухвата 100% слику погодака R_{100} . Када се као мерило користи полупречник круга боље половине погодака R_{100} , осим његове величине, у протоколе гађања треба уносити вредност радијуса 100% растурања R_{100} .



Слика 4.4. Вероватна скретања [24]

Вероватно скретање је мерило растурања које има највећу практичну примену при решавању различитих задатака у вези са гађањем, јер оно најочигледније карактерише нормалан закон коме се покорава растурање погодака.

Вероватно скретање (V_s) је величина која је по својој апсолутној вредности већа од било ког скретања од средњег поготка једне тзв. бољс половине погодака, а мања од било ког скретања друге половине свих погодака. Дакле, према дефиницији, половина свих погодака пада у границе од $+V_s$ до $-V_s$.

Вероватним скретањем као мерилем растурања карактерише се како величина површине растурања тако и процентуални распоред на тој површини (слика 9.4).

Према нормалном закону растурања, осам вероватних скретања $\pm 4V_s$ садржи (теоријски) 99,3% погодака. У пракси је усвојено да су те границе и 100% сликс погодака (слика 9.4). У изузетним случајевима, при анализи присутности може се рачунати са 10 ($\pm 5V_s$) до 12 ($\pm 6V_s$) вероватних скретања, којима се теоријски обухвата 99,9% погодака.

За означавање вероватних скретања по висини и правцу користе се симболи V_v , односно V_p . Вероватно скретање израчунава се по обрасцу:

$$V_i = 0,6745 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \lambda^2}{n-1}}$$

где је $\lambda_x = (\bar{x} - x_i)$, а $\lambda_y = (\bar{y} - y_i)$. У табели 4.4 приказан је прорачун V_v и V_p .

Табела 4.4 Прорачун V_v и V_p [24]

ред. бр. погодка	X_I	λ_x	λ_x^2	Y_I	λ_y	λ_y^2
1	2	3	4	5	6	7
1.	0	15	225	21	2	4
2.	4	11	121	5	14	196
3.	7	8	64	30	11	121
4.	11	4	16	25	8	36
5.	13	2	4	11	16	64
6.	18	3	9	0	19	361
7.	19	4	16	35	16	256
8.	21	6	36	22	3	9
9.	35	10	100	14	5	25
10.	32	17	289	27	8	64
Збир	150	-	880	190	-	1136
Средња вредност	$X_i = 15$			$Y_i = 15$		

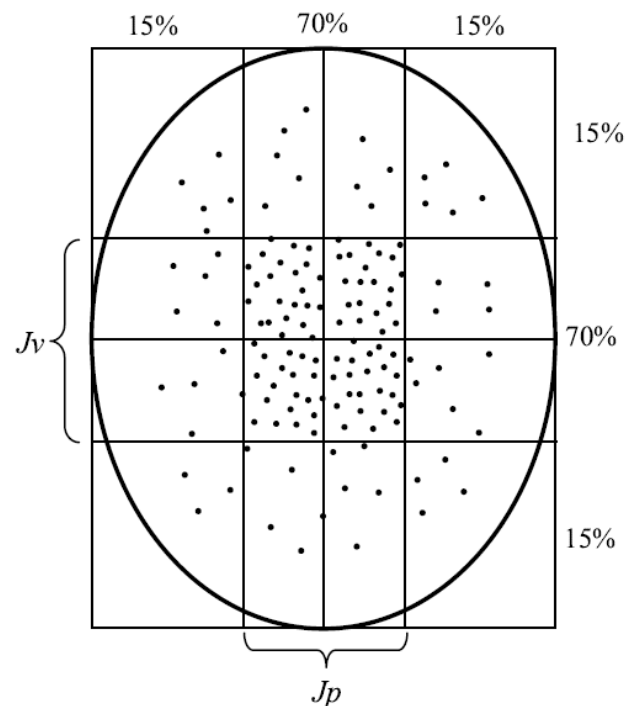
$$V_p = 0,6745 \sqrt{\frac{880}{10-1}} = 6,7cm, V_v = 0,6745 \sqrt{\frac{1136}{10-1}} = 7,6cm$$

Појас језгра је мера растурања која се због своје специфичности, користи искључиво за оцену прецизности стрељачког оружја.

Појас језгра је у основи део слике погодака ограничен са једне и друге стране осе

растурања квадратним скретањем $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \lambda^2}{n-1}}$. Појас језгра обухвата 68% свих погодака.

По дефиницији усвојеној у теорији растурања, појас језгра садржи укупно 70% погодака, тј. нешто је већи од два квадратна скретања. Означавање појаса језгра је по висини



Слика 4.5. Појас језгра [24]

Специфичност овог мерила огледа се у томе што се преском двају појасева (J_v, J_p) добија четвороугаоник (језгро слике погодака) који садржи бољу, тј. око средњег поготка најгруписанију половину (50%) свих погодака (слика 4.5).

Практично се узима да су у језгру погоци приближно равномерно распоређени и да ће циљ бити подједнако успешно тучен, ма где се налазио у језгру површине растурања којим је циљ покривен.

4.3. Међусобна зависност мера прецизности

При испитивању прецизности оружја или муниције у току освајања нових или усавршавања постојећих модела, редовно се, ради давања поузданијих закључака, врши упоређење добијених резултата са подацима о сличном оружју домаћег или страног порекла. У таквим случајевима расположиви подаци о прецизности постојећих оружја могу бити, а најчешћи и јесу, представљени другачијим мерилима од предвиђених тактичко-техничких захтева или ПКП.

Прецизност више оружја може се упоређивати само онда када су величине слика погодака изражене истим мерама. Када то није случај, треба извршити одговарајуће трансформације, користећи се следећом међусобном зависношћу. Статистички је утврђено да између вероватног скретања и распона постоји зависност $V_v = H \cdot k$ и $V_k = L \cdot k$, где је вредност коефицијента k , као што се види из табеле 4.5, зависна од броја погодака n .

Табела 4.5 Зависност коефицијента k од броја погодака [24]

n	k	n	k
1	-	11	0,2126
2	0,5978	12	0,2070
3	0,3885	13	0,2022
4	0,3276	14	0,1980
5	0,2900	15	0,1943
6	0,2661	16	0,1910
7	0,2494	17	0,1880
8	0,2363	18	0,1853
9	0,2271	19	0,1818
10	0,2192	20	0,1806

Ако се неки погодак из групе видно издваја од осталих, израчуната вредност вероватног скретања помоћу распона ($H + L$) може се код појединих група знатно разликовати.

Зависност $V_v = H \cdot k$ и $V_p = L \cdot k$ утолико је тачнија уколико је распон одређен на бази већег броја група.

Када је V_v приближно једнако V_p , између вероватног скретања и средњег радијалног скретања постоји однос $R_s = 1,8733 \cdot V_s$, где је $V_s = \sqrt{V_v \cdot V_p}$. Веза између полупречника круга боље половине погодака R_{50} , и вероватног скретања V_s дата је релацијом $R_{50} = 1,8733 \cdot V_s$. Међусобна зависност појаса језгра J и вероватног скретања V_s изражена је једначином $J = 3,0144 \cdot V_s$ ($J_p = 3 \cdot V_p$, $J_v = 3 \cdot V_v$) [24].

4.3.1 Број опитних гађања и број метака у групи за испитивање међусобне зависности мера прецизности

Одређивање броја група и броја метака у групи зависи од:

- тачности, која се жели постићи у резултату,
- начина извођења опита и

– тачности коју уређај обезбеђује.

Прецизност ће бити утолико тачније оцењена уколико је тачније одређена величина мерила растурања. Међусобне зависности мерила прецизности дате су у табели 4.6.

Табела 4.6 *Међусобне зависности мерења* [24]

Симбол и назив мерила	V_s	J	R_{50}	R_s	H и L
Вероватно скретање (V_s)	V_s	0,3317J	$0,5682 R_{50}$	$0,5338 R_s$	H-k (L-k)
Појас језгра (J)	$3,0144V_s$	J	$1,7310 R_{50}$	$0,5338 R_s$	3,0144 (H-k)
Полупречник боље половине погодака (R_{50})	$1,7627V_s$	0,5847J	R_{50}	$0,9395 R_s$	1,7627 (H-k)
Средње радијално скретање (R_s)	$1,8733V_s$	0,6214J	$1,6214 R_{50}$	R_s	1,8733 (H-k)
Распон слике погодака (H или L)	$\frac{1}{k} V_s$	$\frac{1}{k} 0,3317J$	$\frac{1}{k} 0,5682 R_{50}$	$\frac{1}{k} 0,5338 R_s$	H(L)

Вероватна грешка у одређивању величине вероватног скретања, која показује колико се добијена вредност V_s може разликовати од стварне је: $E = \frac{0,4769}{\sqrt{n}}$,

где су:

V_s - вероватно скретање појединих погодака

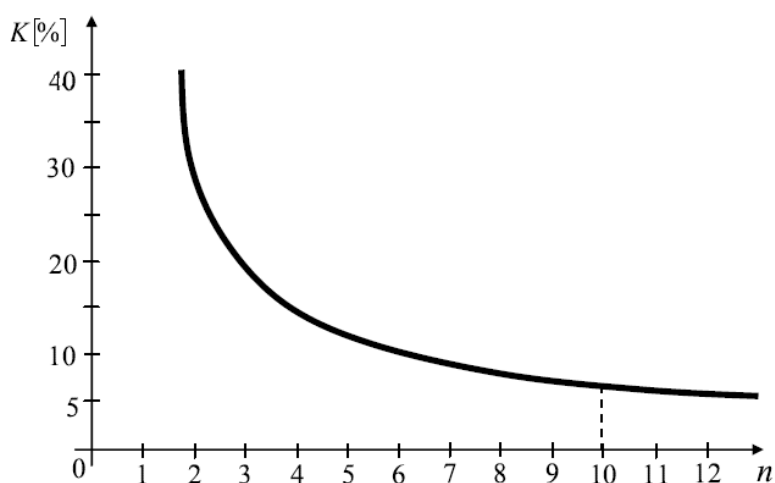
n-број испљених пројектила.

У табели 4.7 приказана је прецизност за практично задовољавајући број пројектила.

Табела 4.7 Прецизност у зависности од броја погодака [24]

n	$k = \sqrt{n}$	$\Delta k [\%]$
1	1,00	-
2	1,41	41,0
3	1,73	22,7
4	2,00	15,6
5	2,24	12,0
6	2,45	9,4
7	2,65	8,2
8	2,83	6,8
9	3,00	6,0
10	3,16	5,3
11	3,31	4,7
12	3,46	4,5

Из графичког приказа табеле 9.7. види се да се тачност незнатно повећава после првих 4–5 пројектила. Закључујемо да се прецизност не сме проверавати са мање од четири пројектила. Оцена прецизности ће бити довољно поуздана на основу слике од 10 погодака. Због тога, прецизност треба испитивати са групама од по 10 пројектила. Испитивање прецизности не сме да буде са мање од три групе. Начелно се прецизност испитује са пет група, а када се захтева већа поузданост – 10 пројектила. У табели 4.8. дат је број група и број метака у групи.



Слика 4.6 Зависност прецизности од броја испалених пројектила [24]

Табела 4.8. Зависност прецизности од броја пројектила

Муниција	Број група	Број метака у групи
Стрељачка	5	10
Калибар од 20 до 25 mm	3	10
Калибар већи од 25 до 57 mm	1	10
Калибар већи од 57 до 105 mm	1	7
Калибар већи од 105 mm	1	5

У серијској производњи муниције вредност вероватног скретања мора бити у границама:

$$V_{VS} = V_{VT} k ,$$

$$V_{PS} = V_{PT} k .$$

где је:

V_{VS} – средње вероватно скретање по висини,

V_{PS} – средње вероватно скретање по правцу,

V_{VT} – таблично вероватно скретање по висини,

V_{PT} – таблично вероватно скретање по правцу.

Вредност коефицијента k дата је у табели 4.9. и односи се на гађање из формацијских оружја.

Табела 4.9. Вредност k у зависности од броја метака [24]

Група	Број метака		
	5	7	10
1	1,54	1,45	1,38
2	1,37	1,31	1,26
3	1,30	1,26	1,21
4	1,26	1,22	1,18
5	1,23	1,19	1,16
6	1,21	1,17	1,14
10	1,16	1,12	1,10

Приликом испитивања оруђа–оружја у серијској производњи захтев може бити дат преко V_s, RS, H и L , као и за муницију, а може бити дат и пречником слике погодака D .

$$D = 5V_{ST}$$

$$V_{ST} = \sqrt{V_{PT}^2 + V_{VT}^2}$$

Када је у питању гађање аутоматском паљбом захтев је блажи до три пута него у случају јединичне паљбе.

5. МОДЕЛ ИЗРАЧУНАВАЊА ПАДНИХ ТАЧАКА ПРОЈЕКТИЛА СА ПОПРАВКАМА У WGS-84

5.1 Гађање на терен (хоризонтална раван)

Код одређивања домета и одступања по правцу тачке дејства пројектила при гађањима на терен, потребно је поћи од следећих претпоставки:

-Оруђе и тачка дејства пројектила су приближно на истом нивоу (хоризонтална раван)

-Дефинисан је основни координатни систем:

1. Одређен је координатни почетак (нулти или основни ватрени положај)
2. Одређен је основни правац гађања (апциса), односно директриса у односу на правац севера
3. Према основном координатном систему дефинисане су координате осматрачница за осматрање и одређивање тачке дејства пројектила.

За израчунавање координата тачке дејства пројектила, поред горе наведених услова потребно је осматрање, односно мерење углова према тачки дејства са две или више осматрачница.

Осматрање подразумева мерење углова у хоризонталној равни (и вертикалној равни код дејства пројектила у ваздуху) и остала запажања о пројектилу у тренутку дејства.

Мерење углова врши се оптичким инструментима (теодолитима) за осматрање који се претходно нивелишу и оријентишу унапред задатим угловима према најближем постављеном реперу за оријентацију.

Сврха оријентације инструмента на репер је да када се инструмент по азимуту закрене за положај 0-00 0/00, оптика инструмента гледа паралелно са директрисом у смеру гађања, а све у односу на основни координатни систем.

Оријентација инструмента у вертикалној равни (по висини) врши се усмеравањем крста кончица оптике на крст репера, због корекције висинског угла при каснијем израчунавању дејства пројектила у ваздуху.

При гађањима на терен често је потребно одступити од нултог ватреног положаја, тј. поставити одруђе напред или назад, лево или десно. То се најчешће дешава при гађањима

са већим дометом пројектила, те се оруђе поставља уназад од нултог ватреног положаја за толико да тачка дејства пројектила буде у сектору осматрања.

Пошто терен није чист и прегледан на свим местима, где при према очекиваном домету требало осмтрати, то се тачка дејства може померити у видну зону осматрања закретањем правца гађања (цеви оруђа) улево или удесно од основног правца гађања (апцисе – директрисе).

Осматрачнице за осматрање дејства пројектила постављене су дуж директрисе и удаљене су лево или десно од директрисе на растојање које гарантује безбедност људства при осматрању.

Избор осматрачница за осматрање дејства врши се према очекиваном домету пројектила. Најповољнија комбинација осматрачница је када се очекивана тачка дејства налази на подједнакој удаљености између две осматрачнице

Осматрање се због веће тачности и контроле осматрања може вршити и са три или више осматрачница. Избор осматрачница према тачки дејства такође је условљен и видним пољем сваке од њих, обзиром да отвори за осматрање (прозори) имају ограничен сектор осматрања (око 90°).

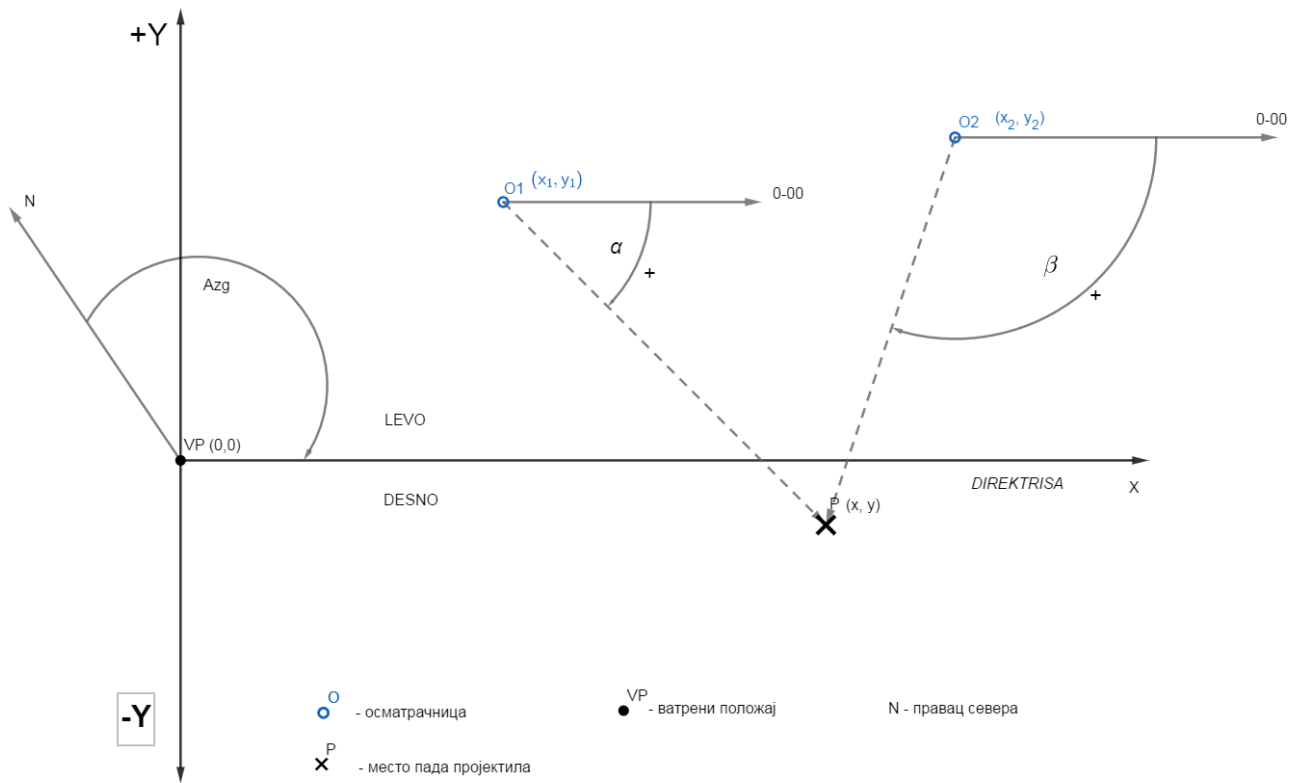
Осматрачнице су изграђени објекти код којих је соба за осматрање знатно издигнута изнад земље ради што бољег прегледа терена.

Осматрање се може вршити из унутрашњости осматрачнице, са крова или са земље поред осматрачнице. Свака од ових тачака на коју се поставља инструмент, тачно је геодетски одређена према основном координатном систему, те се при израчунавању домета и правца мора водити рачуна на којој је од ових тачака инструмент постављен. За све три тачке код којих се може осмтрати, на свим осматрачницама дате су и надморске висине, због израчунавања висине дејства пројектила у ваздуху, као и надморске висине репера за оријентацију инструмента.

Из раније наведеног, да се оруђе може поставити у било који положај ван нултог и да се може одсупити од основног правца гађања (директрисе), при израчунавању координата погодака врши се транслација и ротација основног новог координатног система, који почиње у тачки постављења оруђа а нова апциса (директриса) има заузети правац гађања (правац цеви оруђа). При транслацији и ротацији координатног система, неопходно је и прерачунавање стандардних координата изабраних осматрачница у координате према новом координатном систему [3].

5.2 Израчунавање домета и правца

Ако је оруђе постављено у нулти положај основног координатног система и гађање вршимо у правцу и смеру основне директрисе према слици 5.1, начин прорачуна биће следећи:



Слика 5.1 Положај директрисе, ВП и осматрачница [3]

Ближи осматрач O_1 и даљи осматрач O_2 измере према тачки дејства P углове α , односно β .

Постављањем једначина правих линије кроз тачке O_1 и O_2 и њиховим решавањем добију се координате тачке P , односно домет пројектила и одступање пројектила по правцу.

$$y = (x - x_1) \cdot \operatorname{tg} \alpha + y_1, \text{ једначина праве кроз тачку } O_1$$

$$y = (x - x_2) \cdot \operatorname{tg} \beta + y_2, \text{ једначина праве кроз тачку } O_2$$

Решавањем ових једначина се добију крајњи обрасци:

$$x = \frac{x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha - x_2 \cdot \operatorname{tg} \beta - y_1 + y_2}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}, \text{ домет пројектила}$$

Удаљењем поготка од директрисе добија се заменом израчунате вредности x у једној од једначина кроз тачке O_1 и O_2 :

$$y = (x - x_1) \cdot \operatorname{tg} \alpha + y_1, \text{ одступање поготка по правцу}$$

Пошто је устаљено да погодак десно од правца гађања има знак “+” и обратно, потребно је вредности y променити предзнак

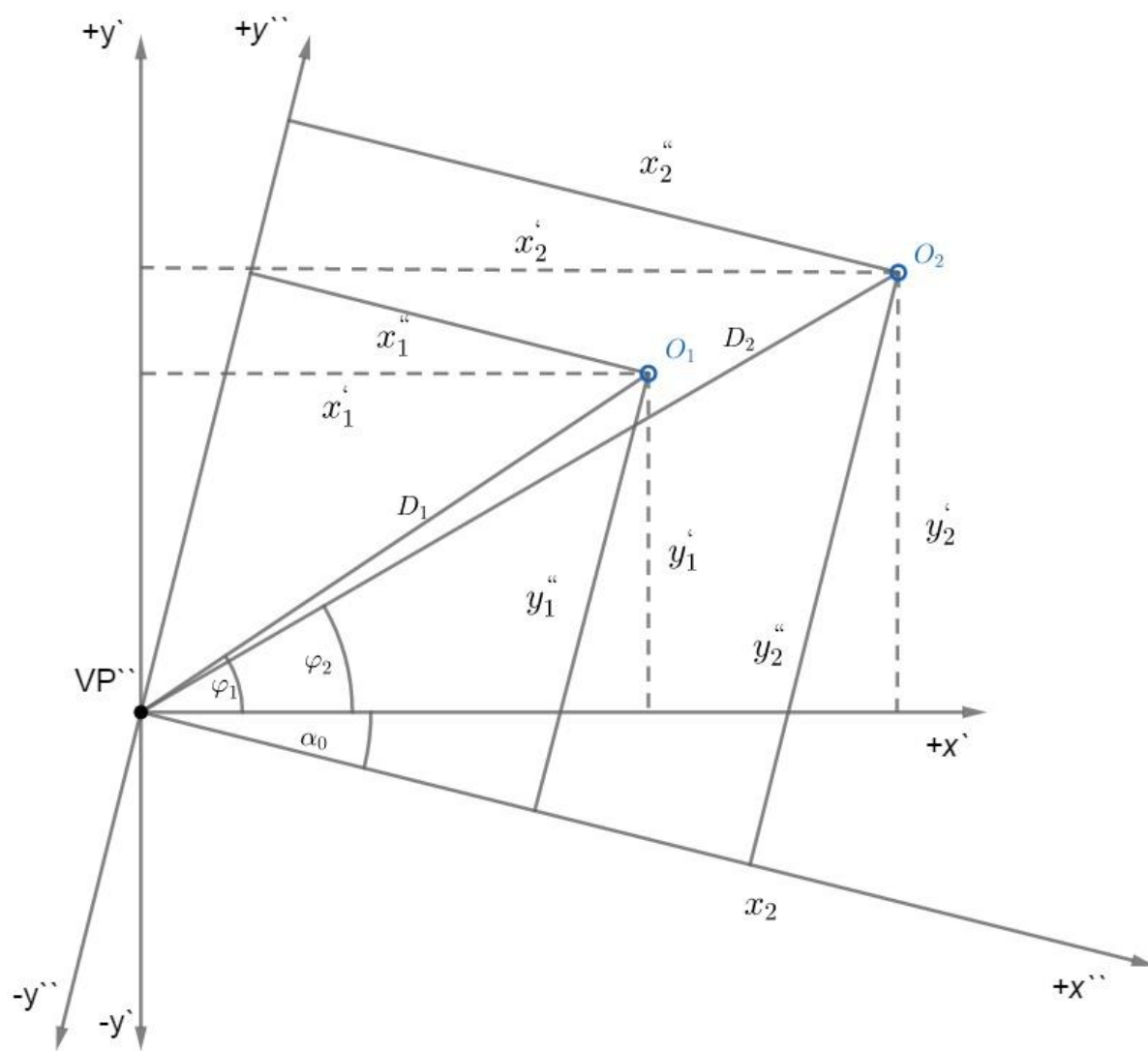
$$y = -y$$

На исти начин врши се израчунавање координата погодака са више осматрачница с тим да се једначине правих постављају кроз сваку од њих и решавају се у комбинацијама паровима (свака са сваком) [3].

5.3 Транслација координатног система

Ако је оруђе померено од нулте тачке а у смеру гађања, вредност ватреног положаја по даљини узима се у метрима са знаком „+“ и обрнуто.

Ако је оруђе померено удесно од директрисе вредност ватреног положаја по правцу узима се са знаком „+“ и обрнуто. Због померености оруђа од координатног почетка врши се транслација система у нови координатни систем са почетком у тачки где је постављено оруђе, те је потребно прерачунати координате изабраних осматрачница.



Слика 5.3 Ротација координатног система [3]

Мерење угла (правца гађања и угла осматрачница-погодак) може се вршити у степенима, подели 1/6000 или подели 1/6400. Најчешће се користи подела 1/6400 те се при прорачуну, за претварање угла у степене, користи коефицијент:

$$K = \frac{360}{6400} = 0.05625$$

$$\alpha_0 = -\alpha_0$$

$$\alpha = \alpha_0 \cdot K$$

$$D_1 = \sqrt{(x_1'^2 + y_1'^2)}$$

$$D_2 = \sqrt{(x_2'^2 + y_2'^2)}$$

$$\varphi_1 = \arctg(\frac{y_1'}{x_1'})$$

$$\varphi_2 = \arctg(\frac{y_2'}{x_2'})$$

Координате осматрачница у заротираном координатном систему за угао A_0 су:

$$x_1'' = D_1 \cdot \cos(\varphi_1 - A)$$

$$y_1'' = D_1 \cdot \sin(\varphi_1 - A)$$

$$x_2'' = D_2 \cdot \cos(\varphi_2 - A)$$

$$y_2'' = D_2 \cdot \sin(\varphi_2 - A)$$

У току израчунавања домета одступања поготка по правцу, измерени углови са осматрачница према тачки поготка, поправљају се за угао заокретања система од стандардног правца гађања (28-46 о/оо) од севера:

$$\alpha_1 = (\alpha + \alpha_0) \cdot K, \text{ поправљен угао ближег осматрача у степенима}$$

$$\beta_1 = (\beta + \alpha_0) \cdot K, \text{ поправљен угао даљег осматрача у степенима}$$

$$\alpha_1 = \operatorname{tg}(180 - \alpha_1)$$

$$\beta_1 = \operatorname{tg}(180 - \beta_1),$$

па су координате поготка у заротираном координатном систему:

$$x = \frac{(x_1'' \cdot \alpha_1 - x_2'' \cdot \beta_1 - y_1'' + y_2'')}{(\alpha_1 - \beta_1)}$$

$$y = (x - x_1'') \cdot \alpha_1 + y_1''$$

$y = -y$, одређење правца поготка (лево или десно од директрисе) [3]

5.5 Поправке на табличне услове

Ради упоређивања СБ параметара са одговарајућим вредностима датим у таблицама гађања, ради упоређивања са условима датим у захтевима ПКП за одговарајућу муницију или ради одређивања СБ параметара за израду нових таблица гађања измерене величине се поправљају (своде) на стандардне табличне услове.

У пракси на полигону Центра за испитивање наоружања и војне опреме „Никинци“ се не врше поправке по правцу него само по даљини односно домету.

Поправке даљине које се врше су:

- Поправке даљине због уздужног ветра dW_x ,
- Поправке даљине због одступања температура ваздуха dt_v ,
- Поправке даљине због одступања притиска ваздуха dH ,
- Поправке даљине због одступања температуре барута dtb и
- Поправке даљине због одступања масе пројектила dq .

Наведене поправке се односе само на класичну муницију. Код ракетних пројектила постоје још неке поправке које се врше у зависности од фазе лета пројектила. [3]

5.6 Модел израчунавања падних тачака пројектила у WGS 84 са поправкама

Поступак израчунавања падних тачака пројектила у WGS 84 са поправкама би изгледао овако:

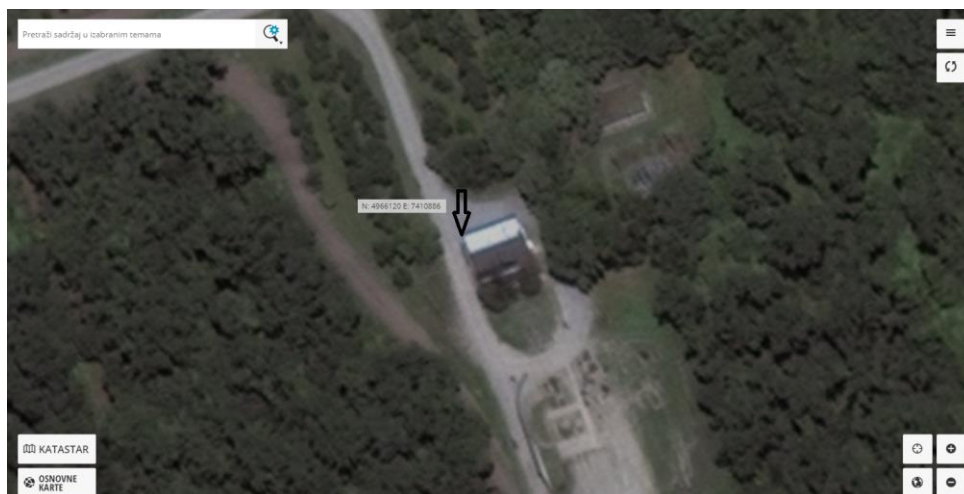
1. Од осматрача се добију подаци (x,y) о падној тачки пројектила у основном координатном системом, чији се координатни почетак налази на ватреном положају (глава 5).
2. Врше се поправке домета (глава 4)
3. Потребно је извршити трансформацију основне геодетске мреже у државни координатни систем - Гаус-Кригерову пројекцију (поглавље 2)
4. Врши се трансформација из Гаус-Кригерове пројекције у UTM (глава 4)
5. Врши се трансформација из UTM пројекције у WGS 84 (глава 4)

5.7 Пример израчунавања координата тачке на полигону „Никинци“

У следећим изразима биће приказан пример израчунавања тачке са полигона чије су координате познате у Гаус-Кригеровој пројекцији. На интернет страници Геосрбије, званичне апликације Републичког геодетског завода, за ту тачку измерене су координате:

У Гаус-Кригеровој пројекцији (Слика 5.4):

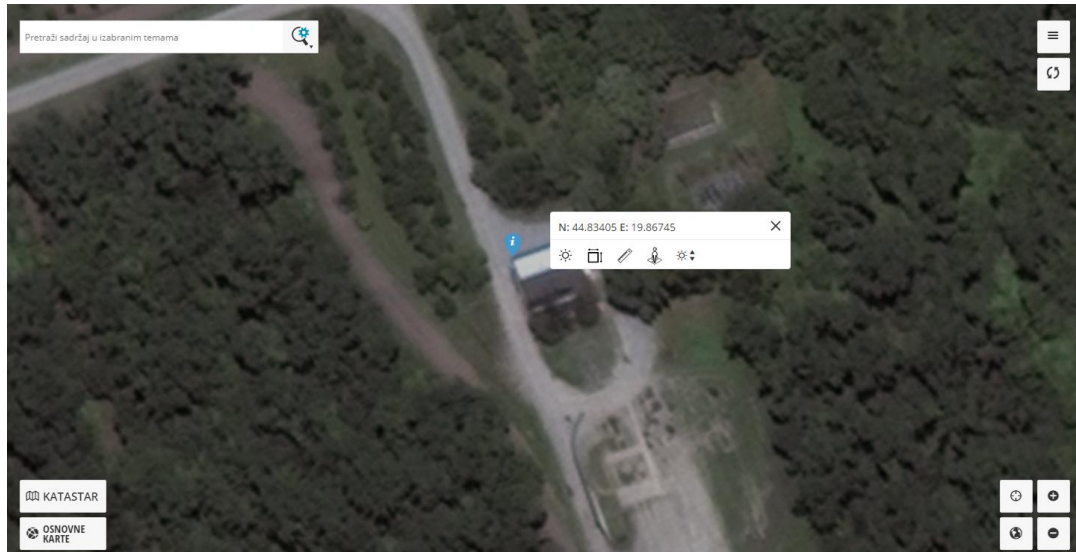
X: 4966120 Y: 7410886 Зона 7



Слика 5.4 Приказ координата у Гаус-Кригеровој пројекцији на сајту „Геосрбија“ [26]

У WGS-84 (слика 5.5):

$$\varphi = 44.834050 \lambda = 19.86745$$



Слика 5.4 Приказ координата у WGS-84 на сајту „Геосрбија“ [26]

- $a = 6377397,155$ - велика полуоса Bessel-овог елипсоида,
- $b = 6356078,96325$ - мала полуоса Bessel-овог елипсоида,
- $m_0 = 0.99999$ - линијски размер дуж средишњег меридијана зоне код Гаус-Кригерове пројекције,
- $y = 6500000$ и $L_0 = 18^\circ$ за тачке 6. Зони Гаус-Кригерове пројекције, односно
- $y = 7500000$ и $L_0 = 21^\circ$ за тачке 7. Зони Гаус-Кригерове пројекције.
- $L_0 = 21^\circ = 0,36651943rad$

Прво се речунају немодулисане координате по следећим формулама:

$$y' = \frac{y - y_0}{m_0}$$

$$y' = \frac{y - y_0}{m_0} = \frac{7410886 - 7500000}{0,9999} = -89114,08911$$

$$x' = \frac{x}{m_0}$$

$$x' = \frac{4966120}{0,9999} = 4966169,662$$

Након тога се рачунају помоћне величине:

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} ; \quad e = \sqrt{1 - \frac{6356078,963^2}{6377397,155^2}} = 0,0816983$$

$$e' = \sqrt{\frac{a^2}{b^2} - 1} \quad e' = \sqrt{\frac{6377397,155^2}{6356078,963^2} - 1} = 0,08197084$$

$$\mu_1 = \frac{x'}{a \left(1 - \frac{e^2}{4} - \frac{3e^4}{64} - \frac{5e^6}{256} \right)}$$

$$\mu_1 = \frac{4966169,662}{6377397,155 \left(1 - \frac{0,08197084^2}{4} - \frac{3 \cdot 0,08197084^4}{64} - \frac{5 \cdot 0,08197084^6}{256} \right)} = 0,780017355$$

$$e_1 = \frac{1 - (1 - e^2)^{1/2}}{1 + (1 - e^2)^{1/2}} \quad \boxed{e_1 = \frac{1 - (1 - 0,0816983^2)^{1/2}}{1 + (1 - 0,0816983^2)^{1/2}} = 0,001674185}$$

$$B_1 = \mu_1 + \left(\frac{3}{2} e_1 - \frac{27}{32} e_1^3 \right) \sin 2\mu_1 + \left(\frac{21}{16} e_1^2 - \frac{55}{32} e_1^4 \right) \sin 4\mu_1 + \frac{151}{96} e_1^3 \sin 6\mu_1 + \frac{1097}{512} e_1^3 \sin 8\mu_1$$

$$\begin{aligned} B_1 &= 0,780017355 + \left(\frac{3}{2} \cdot 0,001674185 - \frac{27}{32} \cdot 0,001674185 \right) \sin(2 \cdot 0,780017355) \\ &+ \left(\frac{21}{16} \cdot 0,001674185 - \frac{55}{32} \cdot 0,001674185 \right) \sin(4 \cdot 0,780017355) \\ &+ \frac{151}{96} \cdot 0,001674185 \cdot \sin(6 \cdot 0,780017355) + \frac{1097}{512} \cdot 0,001674185 \cdot \sin(8 \cdot 0,780017355) = 0,782528555 \end{aligned}$$

$$V_1 = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 B_1)^{1/2}}$$

$$V_1 = \frac{6377397,155}{(1 - 0,08169683^2 \cdot \sin^2 0,782528555)^{1/2}} = 6388003,765$$

$$M_1 = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 B_1)^{3/2}}$$

$$M_1 = \frac{6377397,155 \cdot (1 - 0,08169683^2)}{(1 - 0,08169683^2 \sin^2 0,782528555)^{3/2}} = \boxed{6366492,084}$$

$$T_1 = \tan^2 B_1$$

$$T_1 = \tan^2 (0,782528555) = \boxed{0,988587129}$$

$$C_1 = e'^2 \cos^2 B_1$$

$$C_1 = 0,08169683^2 \cos^2 0,782528555 = \boxed{0,003378891}$$

$$D = \frac{y'}{V_1} \quad D = \frac{-89114,08911}{6388003,765} = \boxed{-0,013950225}$$

Употребом датих помоћних величина, до тражених координата долазимо коришћењем следећих формула:

$$B = B_1 - \frac{V_1 \tan B_1}{M_1} \left[\frac{D^2}{2} - \left(\frac{5 + 3T_1 + 10C_1 - 4C_1^2 - 9e'^2}{24} \frac{D^4}{24} + \frac{(61 + 90T_1 + 298C_1 + 45T_1^2 - 252e'^2 - 3C_1^2)}{720} \frac{D^6}{720} \right) \right] = \boxed{0,782431493}$$

$$L = L_0 = \frac{1}{\cos B_1} \left[\frac{D - (1 + 2T_1 + C_1) \frac{D^3}{6} + (5 - 2C_1 + 28T_1 - 3C_1^2 + 8e'^2 + 24T_1^2) \frac{D^4}{120}}{120} \right] = 0,3468487$$

У другом кораку координате В и L, добијене из предходног корака, уз придружену елипсоидну висину h конвертују се у просторне правоугле координате X, Y и Z које се односе на Bessel-a. Поступак је следећи:

$$V = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 B)^{1/2}} = \frac{6377397,155}{(1 - 0,8169683^2 \sin^2(0,782431493))^{1/2}} = \boxed{6388001,689}$$

$$X = (V + h) \cos B \cos L = (6388001,52 + 84) \cdot \cos 0,782431493 \cdot \cos 0,3468487 = \boxed{4260645,52}$$

$$Y = (V + h) \cos B \sin L = (6388001,52 + 84) \cdot \cos 0,782431493 \cdot \sin 0,3468487 = \boxed{1540058,847}$$

$$Z = [V(1 - e^2) + h] \sin B = [6388001,689 \cdot (1 - 0,08169683^2) + 84] \sin 0,782431493 = \boxed{4473579,664}$$

Трећи корак представља трансформацију правоуглих координата X, Y и Z које се односе на елипсоид Bessel-a у X, Y и Z координате које се односе на елипсоид WGS84. За саму трансформацију између два геодетска датума потребно је познавати параметре трансформације, о којима је било речи у претходном делу текста. До ових параметара долази се на основу тачака чије су координате познате у оба система. Већи број и бољи распоред тачака на посматраној територији значи да ће оцена параметара бити боља. Параметре може да одреди сам корисник или да их преузме од националне геодетске или картографске агенције или неке друге одговарајуће институције. Војним корисницима у Србији ове параметре обезбеђује Војногеографски институт [21, 22].

Од сачунаних координата из претходног корака формира се вектор r_{Bessel} , од параметара translације вектор $t = [t_x, t_y, t_z]$, а од три параметра ротације око координатних оса X, Y и Z за углове α , β и γ респективно, формира се матрица ротације R. Фактор размере између два координатна система обележен је са k.

Вектор правоуглих координата које се односе на елипсоид WGS84 рачуна се на основу следећег израза:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{WGS84} = (1 + k) \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{Bessel} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

Где су ε_x , ε_y и ε_z параметри ротације око одговарајућих оса.

Табела 5.1 Параметри трансформације:

	Параметри трансформације
Транслација по X оси	$t_x = 574,040907m$
Транслација по Y оси	$t_y = 170,129711m$
Транслација по Z оси	$t_z = 401,553949m$
Ротација око X осе	$\varepsilon_x = -4,88790271'' = -0,0002369722105rad$
Ротација око Y осе	$\varepsilon_y = 0,066492609'' = 0,00000322365265rad$
Ротација око Z осе	$\varepsilon_z = 13,24674576'' = 0,000064222035746rad$
Фактор размере	$k = 6,88937746ppm = 0,00000688937746m$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{WGS84} = (1 + 0.00000688937746) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0,000064222035746 & -0,00000322365265 \\ -0,000064222035746 & 1 & -0,00002369722105 \\ 0,000064222035746 & 0,00002369722105 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4260645,52 \\ 1540058,847 \\ 4473579,664 \end{bmatrix}_{Bessel} + \begin{bmatrix} 574,040907 \\ 170,129711 \\ 401,553949 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4621333,04 \\ 1539859,95 \\ 4474061,60 \end{bmatrix}$$

Четврти корак представља конверзију правоуглих координата на елипсоиду WGS84 у геодетске координате B, L и h на елипсоиду WGS84. Приликом конверзије користе се следећи параметри елипсоида WGS84:

-a=6378137 - велика полуоса елипсоида WGS84 и

-b=6356752,31425 - мала полуоса елипсоида WGS84.

Помоћне величине које се користе у овом кораку су следеће:

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad e = \sqrt{1 - \frac{6356752,31425^2}{6378137^2}} = 0,081819191$$

$$e' = \sqrt{\frac{a^2}{b^2} - 1} \quad e' = \sqrt{\frac{6356752,31425^2}{6356752,31425^2} - 1} = 0,082094438$$

$$p = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{4261333,04^2 + 1539859,95^2} = 4531018,422$$

$$\theta = \arctan \frac{Za}{pb} = \arctan \frac{4474061,60 \cdot 6378137}{4531018,422 \cdot 6356752,314} = 0,780752402$$

Геодатске координате тачака на елипсоиду WGS 84 рачунају се на основу следећих формула:

$$B = \arctan \frac{Z + e'^2 b \sin^3 \theta}{p - e'^2 a \cos^3 \theta}$$

$$= \arctan \frac{4474061,60 + 0,081819191^2 \cdot 6356752,314 \cdot \sin^3 0,780752402}{4531018,422 - 0,081819191^2 \cdot 6378137 \cdot \cos^3 0,780752402}$$

$$= 0,782431507$$

$$L = \arctan \frac{Y}{X} = \arctan \frac{1539859,95}{4261333,04} = 0,346755837$$

$$h = \frac{p}{\cos B} - N = \frac{4531018,422}{\cos 0,782431507} - 6388774,637$$

Где је N полупречник пресека по првом вертикалу и израчунава се по формули:

$$N \frac{a}{\sqrt{1 - e'^2 \sin^2 B}} = \frac{6378137}{\sqrt{1 - 0,081819191^2 \cdot \sin^2 0,782431507}} = 6388774,637$$

Геодетска латитуда B и елипсоидна висина h обично се рачунају сложенијим итеративним поступком. Међутим, решења која се добијају наведеним формулама, за нашу територију су у сагласности са итеративним поступком. [23].

Пети корак огледа се у конверзији геодетских координата B и L на елипсоиду WGS84 у правоугле координате E и N у равни UTM пројекције. У овом кораку важе следећи параметри:

- $m_0 = 0.9996$ - линисјки размер дуж средишњег меридијана зоне код UTM пројекције и

- $L_0 = 21^\circ = 0,366519143rad$ за тачке у 24. UTM зони.

Помоћне величине које се користе приликом рачунања координата Е и N су:

$$A = (L - L_0) \cos B = (0,346755837 - 0,366519143) \cdot \cos 0,782431507 = -0,014016063$$

$$T = \tan^2 B = \tan^2 0,782431507 = 0,988203438$$

$$C = e'^2 \cos^2 B = 0,081819191^2 \cos^2 0,782431507 = 0,003389742$$

$$V = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 B)^{1/2}} = 6388774,637$$

$$M = a \left[\left(1 - \frac{1}{4}e^2 - \frac{3}{64}e^4 - \frac{5}{256}e^6 \right) B - \left(\frac{3}{8}e^2 + \frac{3}{32}e^4 + \frac{45}{1024}e^6 \sin 2B \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{15}{256}e^4 + \frac{45}{1024}e^6 \sin 2B \right) - \frac{35}{3072}e^6 \sin 6B \right] = 4966071,096$$

$$y' = V \left[A + (1 - T + C) \frac{A^3}{6} + (5 - 18T + T^2 + 72C - 58e'^2) \frac{A^5}{120} \right] = -89545,51337$$

$$x' = M + V \sin B \left[\frac{A^2}{2} + (5 - T + 9C + 4C^2) \frac{A^4}{24} + (61 - 58T + T^2 + 600C - 330e'^2) \frac{A^6}{720} \right] = 4966513,543$$

И на крају:

$$E = y' m_0 + 500000 = -89545,51337 \cdot 0,9996 + 500000 = 410454,68$$

$$N = x' m_0 = 4966513,543 = 4966493,68$$

Трансформација из UTM пројекције која је у суштини дводимензионална у WGS 84, који помоћу географске дужине и ширине одређује положај тачке на земљиним сфероиду:

Ове формуле су скраћена верзија Трансверзалног меркатора: спљоштене серије који је изворно извео Јохан Кригер 1912. Године. Прецизне су на око 1 mm на 3000 km од централног меридијана. Дати су сажети коментари за њихово извођење.

Просторони референтни систем описује земљу као облатни сфероид дуж осе север-југ са екваторијалним пречником од $a = 6378.137 \text{ km}$ и инверзним спљоштењем

$1/f = 298.257223563$. Узмимо неку тачку која има координате у UTM пројекцији (E, N), где је позната зона, као и хемисфера. Узимамо константе:

По конвенцији N_0 у северној хемисфери је 0, а у јужној $10000km$, $k_0 = 0.9996$ и $E_0 = 500km$ [25].

$$n = \frac{f}{2-f} = 0,001679$$

$$A = \frac{a}{1+n} \left(1 + \frac{n^2}{4} + \frac{n^4}{64} + \dots\right) = 6367449 ,$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}n - \frac{2}{3}n^2 + \frac{5}{16}n^3 = 0,000841$$

$$\alpha_2 = \frac{13}{48}n^2 - \frac{3}{5}n^3 = 0,0000007605$$

$$\alpha_3 = \frac{61}{240}n^3 = 0.000000001203349 ,$$

$$\beta_1 = \frac{1}{2}n - \frac{2}{3}n^2 + \frac{37}{96}n^3 = 0.000838$$

$$\beta_2 = \frac{1}{48}n^2 + \frac{1}{15}n^3 = 0.0000000590611$$

$$\beta_3 = \frac{17}{480}n^3 = 0.00000000167699 ,$$

$$\delta_1 = 2n - \frac{2}{3}n^2 + 2n^3 = 0.003357$$

$$\delta_2 = \frac{7}{3}n^2 - \frac{8}{5}n^3 = 0.00000657191$$

$$\delta_3 = \frac{56}{15} n^3 = 0.0000000176775.$$

$$\xi = \frac{N - N_0}{k_0 A} = 0.780294$$

$$\eta = \frac{E - E_0}{k_0 A} = -0.0140687017118$$

$$\xi' = \xi - \sum_{j=1}^3 \beta_j \sin(2j\xi) \cosh(2j\eta) = 0.779456$$

$$\eta' = \eta - \sum_{j=1}^3 \beta_j \cos(2j\xi) \sinh(2j\eta) = -0.0140684643731,$$

$$\sigma' = 1 - \sum_{j=1}^3 2\beta_j \cos(2j\xi) \cosh(2j\eta) = 0.999983$$

$$\tau' = \sum_{j=1}^3 2j\beta_j \sin(2j\xi) \cosh(2j\eta) = -0.0000471464,$$

$$\chi = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \xi'}{\cosh \eta'} \right) = 0.7793358$$

$$\varphi = \chi + \sum_{j=1}^3 \delta_j \sin(2j\chi) = 0,782502rad = 44.834051^\circ$$

$$\lambda_0 = \angle \text{она} \times 6^\circ - 182^\circ = 21^\circ = 0.366519rad$$

$$\lambda = \lambda_0 + \tan^{-1} \left(\frac{\sinh \eta'}{\cos \xi'} \right) = 0.346752rad = 19,867442^\circ$$

Може се закључити да се координате у WGS-84, узетих са сајта Републичког геодетског завода, као и резултати који су добијени директим мерењем GPS уређајем на самом полигону разликују у петој децимали, што би представљало дужину од 1 до 2 м. Ова грешка је прихватљива приликом испитивања. Поређење координата се може видети у табели 5.2

Табела 5.2 Координате тачке на полигону

	Координате са апликације Републичког геодетског завода	Координате са GPS уређаја на полигону Никинци	Координате добијене прорачуном
λ	19,86745°	19,867447°	19,867442°
φ	44,83405°	44,834053°	44,83404°

ЗАКЉУЧАК

Досадашњи начин испитивања гађањем је текао тако што се гађало унапред задатим параметрима. Поправке су се уносиле накнадно на основу података добијених од група задужених за мерење параметара атмосфере као и на основу података у вези масе пројектила (масених ознака). Резултати би се изражавали у координатама које су везане за локални (полигонски) координатни систем чији је центар у ватреном положају.

Имајући у виду оно што је речено у предговору, односно да је у плану да се полигон аутоматизује, и да се осматрачи на осматрачницама замене сеизмо сензорима, садашњи поступци приликом испитивања би требали да претрпе неколико измена.

Наиме, поправке даљине због горе наведених утицаја би требало уносити раније, и мерити координате реалних падних тачака. Ово би омогућило реалније резултате, али и смањило могућност уношења грешке накнадном обрадом података тј. повећало објективност мерења.

Сеизмосензори би се увезали у локални координатни систем, као што је до сада био случај са осматрачницама, односно осматрачима.

Првобитни подаци (координате) у локалном координатном систему, у метрима би се користили за првобитно статистичку обраду података, о којој је детаљније било речи у поглављу 4 - спољнобалистичка испитивања.

Циљ овог рада био је да се прикаже модел израчунавања координата падних тачака пројектила у систему WGS 84, као и цео поступак од самог осматрања дејства пројектила, до уношења вредности у протокол испитивања. Приказано је уношење вредности поправки у локалном координатном систему, прелазак из локалног у државни координатни систем у Гаус-Кригеровој пројекцији, затим порелазак из државне Гаус-Кригерове пројекције у UTM пројекцију и најзад прелазак у WGS 84.

Још један битан аспект целог рада је тај што омућава упаривање самог испитивања са модерним GPS уређајима који се заснивају на WGS 84, нарочито због проверљивости тачности мерења осматрача или сензора.

У даљем периоду би било пожељно направити апликацију која би аутоматски (у случају коришћења сеизмосензора) локалне координате у Гаус-Кригеровој пројекцији претварала у географску дужину и ширину тј. WGS-84, погодну за коришћење на модерним GPS уређајима. Такође, потребно је да апликација има могућност мануелног уношења наведених локалних координата, ако су координате добијене помоћу осматрача.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] ЕРД: <https://sr.wikipedia.org/sr-ec/Артљилијерија> 15:00 30.05.2020.
- [2] ТОЦ: Проспект полигона Никинци, Технички опитни центар, Београд, 2011.
- [3] ТОЦ упутство: Израчунавање падних тачака пројектила на полигону Никинци, 1984.
- [4] Предавање број 9, Грађевински факултет, инжењерска геодезија, Подгорица
- [5] Ласић З. (2008): Практични рад са геодетским инструментима, Геодетски Факултет Загреб
- [6] Бабић В. (2008.): Климатске карактеристике сремског шумског подручја, Шумарски факултет, Београд
- [7] Јовановић, В. (1983.): Математичка картографија, Војногеографски институт, Београд
- [8] Франчула, Н. (2004.): Картографске пројекције, Геодетски факултет, Загреб.
- [9] Шобић, Д. (1955.): Математичка картографија, Географски институт Југословенске народне армије, Београд.
- [10] Борчић, Б. (1955.): Математичка картографија (Картографске пројекције), Техничка књига, Загреб
- [11] GiS by ESRI, (2004): Understanding Map Projections, ESRI, New York
- [12] Суљић, А. (2017.): Математичка картографија (картографске пројекције), Универзитет у Тузли, Тузла
- [13] Регодић, М. (2012): Војна топографија, Медија центар одбрана, Београд
- [14] Чоловић, Г. (1969): Војна топографија, Војногеографски институт, Београд
- [15] STANAG 2211
- [16] Борисов, М. (2011.): Нова службена картографска пројекција Србије, Војнотехнички гласник, Београд
- [17] ЕРД: <https://pedja.supurovic.net/utm-projekcija-za-karte-srbije/> (18:00 01.07.2019.)
- [18] Божић, Б. (2013.): Рачун изравнања, Грађевински факултет, Београд

- [19] Вушовић, Н. (2012.): Просторни референтни системи, Институт за рударство и металургију Бор, Бор
- [20] Благојевић, Д. (2014.): Увод у сателитску геодезију, Грађевински факултет универзитета у Београду
- [21] Радојчић, С. (2008.): Трансформација координата између Гаус-Кригерове и светске попречне Меркаторове пројекције за територију Србије, Војнотехнички гласник, Београд
- [22] Гојковић, З. (2017.): Апликација за трансформацију координата између Гаус Кригерове пројекције – елипсоид Bessela и UTM пројекције – WGS84 елипсоид, Универзитет у Београду, Рударско геолошки факултет, Београд
- [23] Гарић, И. (2019.): Завршни рад: Матемаички модел за трансформацију између различитих координатних система и пројекција у андроид окружењу, Универзитет одбране, Војна академија, Београд
- [24] Регодић, Д. (2006.): Спољна Балистика, Војна академија, Београд
- [25] https://en.wikipedia.org/wiki/Universal_Transverse_Mercator_coordinate_system 15:00 20.08.2020.
- [26] <https://a3.geosrbija.rs/> 12:00 08.09.2020.