

Факултет инжењерских наука

Универзитета у Крагујевцу

Борис Костадиновић

**Прорачун и конструкционо извођење
цилиндричних зупчаника са правим зупцима**

завршни рад

Крагујевац, 2016.

Факултет инжењерских наука

Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Машинске конструкције и механизација

Предмет: Машински елементи 2

Број индекса: 2016/2015

Борис Костадиновић

**Прорачун и конструкционо извођење
цилиндричних зупчаника са правим зупцима
завршни рад**

Комисија за преглед и одбрану:

1. Др Зорица Ђорђевић, ванр.проф

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завршног рада кандидат треба да обради следеће области:

1. Увод,
2. Цилиндрични еволвентни зупчаници са правим зупцима,
3. Прорачун геометријских мера цилиндричних еволвентних зупчаника са правим зупцима,
4. Конструкциони облици цилиндричних зупчаника,
5. Пример прорачуна и конструкције цилиндричних зупчаника са правим зупцима,
6. Закључак.

Препоручена литература:

- [1] Николић В., Машински елементи - теорија, прорачун, примери, Машински факултет у Крагујевцу, 2004.
- [2] Милчић Д., Банић М., Милтеновић А., Милчић М., Машински елементи, Машински факултет Ниш, 2015.
- [3] Огњановић М., Машински елементи, Машински факултет у Београду, 2001.

Крагујевац, 2016. Ментор:

Др Зорица Ђорђевић, ванр. проф

Резиме:

Циљ овог завршног рада је оптимално представљање информација везаних за прорачун цилиндричних зупчаника са правим зупцима, кроз преглед теорије, потребних образаца и табела, и конструкционих облика.

У раду је стављен акценат на прорачун цилиндричних зупчаника са правим зупцима, али је осим тога обрађено и њихово конструкционо извођење, као и неке од главних карактеристика цилиндричних зупчастих парова.

Теоријски део рада је додатно појашњен конкретним примером прорачуна и израдом техничког цртежа.

Кључне речи: цилиндрични зупчаници са правим зупцима, прорачун, конструкциони облици.

Summary

The aim of this final work is the optimal presentation of information related to the calculation of cylindrical gears with straight teeth, through a review of the theory, needed forms and tables, and construction shapes.

Emphasis has been put on calculation of cylindrical gears with straight teeth, but their constructional performance, as well as some of the main features of cylindrical gear pairs has also been processed.

The theoretical part of the work has been further clarified by specific example of the calculation and by production of technical drawings.

Keywords: cylindrical gears with straight teeth, calculation, construction shapes.

САДРЖАЈ

1. УВОД	1
2. ЦИЛИНДРИЧНИ ЗУПЧАНИЦИ СА ПРАВИМ ЗУПЦИМА.....	3
2.1. Основне величине и делови цилиндричних зупчаника	3
2.2. Особине зупчастих парова.....	4
2.3. Материјали за израду зупчаника	5
2.3.1. Метали.....	5
2.3.2. Синтеровани материјали	6
2.3.3. Пластичне масе	6
2.4. Подмазивање зупчастих преносника	6
2.5. Израда зупчаника.....	8
3. ПРОРАЧУН ГЕОМЕТРИЈСКИХ МЕРА И НОСИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧНИХ ЗУПЧАНИКА СА ПРАВИМ ЗУПЦИМА	12
3.1. Прорачун геометријских мера.....	12
3.1.1. НУЛТИ зупчасти парови.....	12
3.1.2. V-НУЛТИ зупчасти парови	12
3.1.3. V зупчасти парови.....	13
3.2. Оптерећење зупчаника	16
3.3. Силе код цилиндричних зупчаника са правим зупцима	16
3.4. Носивост цилиндричних зупчаника са правим зупцима	18
3.4.1. Прорачун носивости по критеријуму чврстоће бокова зубаца	18
3.4.1.1. Радни напон	18
3.4.1.2. Критични напон.....	19
3.4.1.3. Степен сигурности против разарања бокова зубаца	19
3.4.2. Прорачун носивости по критеријуму чврстоће подножја зубаца	20
3.4.2.1. Радни напон у подножју зупца.....	20
3.4.2.2. Критични напон у подножју зупца	20
3.4.2.3. Степен сигурности подножја зубаца	20
3.4.2.4. Дозвољени напон	20
4. КОНСТРУКЦИОНИ ОБЛИЦИ ЦИЛИНДРИЧНИХ ЗУПЧАНИКА СА ПРАВИМ ЗУПЦИМА	21
5. ПРИМЕР ПРОРАЧУНА И КОНСТРУКЦИЈЕ ЦИЛИНДРИЧНОГ ЗУПЧАНИКА СА ПРАВИМ ЗУПЦИМА.....	25
5.1 Основни параметри.....	26

5.2 Геометријске мере зупчаника	27
5.3 Прорачун носивости по критеријуму чврстоће бокова зубаца	29
6. ЗАКЉУЧАК	33
ЛИТЕРАТУРА.....	34

1. УВОД

Зупчасти преносници снаге су витални део машина, па је неопходан њихов поуздан рад. Они представљају најважнију и најраспрострањенију групу механичких преносника и област примене им је веома широка. Користе се од механизма код часовника па све до трансмисије код хеликоптера и осталих механичких система. Зупчасти преносници врше пренос и трансформацију снаге од погонске до радне машине, преко зупчастих парова. Зупчасти пар се састоји од два зупчаника у спречи од којих је један погонски, а други гоњени зупчаник. Погонски зупчаник преноси кретање и обртни момент на гоњени зупчаник.

Подела зупчастих преносника могућа је: према положају оса вратила погонског и гоњеног зупчаника, према облику зупца, према страни озубљења и слично.

Према положају оса вратила разликују се [1], [2]:

- Цилиндрични зупчасти парови - осе вратила су паралелне,
- Конични зупчасти парови - осе вратила се секу,
- Хиперболоидни зупчасти парови - осе вратила се мимоилазе.

Према облику зупца зупчаника [1], [2]:

- Зупчаници са правим зупцима,
- Зупчаници са косим зупцима,
- Зупчаници са стреластим зупцима,
- Зупчаници са завојним зупцима.

Према страни озубљења [1], [2]:

- Са спољашњим озубљењем,
- Са унутрашњим озубљењем.

Цилиндрични зупчаници имају кинематске површине у облику цилиндра, а осе обртања су им паралелне. Према облику зубаца зупчаника могу бити са правим (слика 1.1а), косим (слика 1.1б) и стреластим (слика 1.1в) зупцима.



а)



б)



в)

Слика 1.1 Цилиндрични зупчаници: а) са правим зупцима, б) са косим зупцима, в) са стреластим зупцима.

Конични зупчасти парови се користе за пренос и трансформацију снаге када се осе погонског и гоњеног вратила секу. Знатно су сложенији од цилиндричних у погледу кинематике, монтаже, геометрије и израде. Могу бити са правим (слика 1.2а), косим (слика 1.2б) и завојним (слика 1.2в) зупцима.



Слика 1.2 Конични зупчасти парови: а) са правим зупцима, б) са косим зупцима, в) са завојним зупцима.

Хиперболоидни зупчасти парови се користе када се осе вратила, на којима се зупчаници налазе, мимоилазе под неким углом. Кинематске површине хиперболоидних зупчастих парова су хиперболоиди који се котрљају један по другоме и константно додирују по заједничкој изводници. Разликују се цилиндрични зупчаници са завојним зупцима (слика 1.3а), пужни хиперболоидни пар (слика 1.3б) и хипоидни зупчасти пар (слика 1.3в).



Слика 1.3 Хиперболоидни зупчасти парови: а) са завојним зупцима, б) пужни хиперболоидни пар, в) хипоидни зупчасти пар.

2. ЦИЛИНДРИЧНИ ЗУПЧАНИЦИ СА ПРАВИМ ЗУПЦИМА

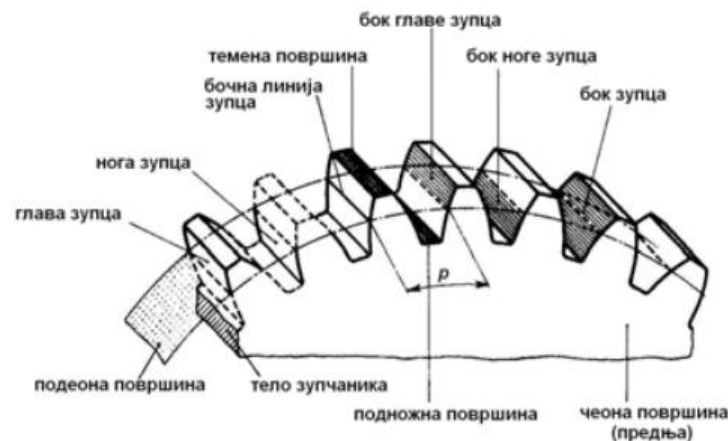
Цилиндрични зупчасти преносници преносе снагу и обртни момент са једног зупчаника на други, и врше претварање једног обртног кретања у друго или обртног кретања у праволинијско. Код ових преносника су осе вратила зупчаника у спрези међусобно паралелне. Најчешће се примењују:

- Цилиндрични зупчасти преносници са спољашњим озубљењем,
- Унутрашњи зупчасти парови,
- Равни цилиндрични зупчасти парови.

2.1. Основне величине и делови цилиндричних зупчаника

Зупци су делови зупчаника преко којих се преноси кретање са погонског на гоњени зупчаник. По висини, зупчаници су ограничени теменим површинама, а по ширини предњом и задњом чеоним површином.

Међузубље је простор између два зупца зупчаника. Оно је по дубини ограничено подножном површином.



Слика 2.1 Делови зупчаника

Бок зупца је део зупца који се налази између темене и подножне површине зупца.

Подеона површина је замишљена површина, налази се између темене и подножне површине и дели зубац на главу зупца и ногу зупца.

Глава зупца се налази између темене и подеоне површине, а **нога зупца** између подеоне и подножне површине.

Бочна линија зупца се налази у пресеку бока зупца и подеоне површине.

Ширина зупчаника (b) је најкраће растојање између предње и задње чеоне површине.

Корак зубаца зупчаника (p) је лучно растојање између истоимених профила (леви-леви или десни-десни) два суседна зупца, мерено на подеоном кругу.

Нога зупца је део зупца између подеоне и подножне површине.

Прелазни део бока зупца је део бока ноге зупца који спаја бок зупца са подножном површином.

Број зубаца зупчаника (z) је збир зубаца који је обухваћен подеоном површином.

2.2. Особине зупчастих парова

Зупчасти преносници имају своје добре и лоше особине [1], [2].

При спрезању два зупчаника остварује се крута кинематска веза улазног и излазног вратила, а самим тим и **тачан кинематски преносни однос**, што представља основну предност зупчастих преносника. Поред тога њихове предности су и мале димензије у односу на оптерећење које преносе, висок степен искоришћења (изузев хиперболоидних), велика издржљивост, трајност у раду, мали трошкови одржавања и слично.

Карактеристични су и по томе што су им зупци паралелни са изводницом основног цилиндра. То значи да им је угао између праваца зубаца и изводнице основног круга цилиндра једнак нули.

Једна од особина зупчаника је и **неосетљивост на промену осног растојања** (нетачност међусобног растојања). До малих промена осног растојања може доћи приликом монтаже зупчаника, тако што се неки од зупчаника мало помери од теоријски исправног положаја. При промени осног растојања долази и до промене пречника кинематских кругова, док пречници основних и подеоних кругова остају исти. Пошто се не мењају пречници основних кругова, еволвенте остају исте у оба случаја. Ова особина је карактеристична само за еволвентне зупчанике.

Предност примене зупчаника је и у њиховој **разменљивости**. Разменљиви зупчаници - овако се називају зупчаници који имају исти модул, а различит пречник, односно различит број зубаца. За њихову израду се користи један алат. Веома важну улогу игра додирница међусобно разменљивих зупчаника пошто за профил зупца и пречник додирног круга постоји само једна додирница. Разменљиви зупчаници су карактеристични по томе што имају основне мере зубаца исте, исти им је модул, симетричне додирнице у односу на централну тачку зупчастог система и симетричан облик зубаца.

Недостаци зупчастих преносника односе се на **буку и вибрације у раду** (изузев пужних преносника), хабање и трошење у раду, висока цена израде, а захтева се и висока тачност израде. При раду зупчастих парова долази до повећане температуре, а самим тим и до хабања зубаца зупчаника, што је још једна њихова лоша особина.

2.3. Материјали за израду зупчаника

За израду зупчаника избор материјала зависи од низа фактора као што су: начин израде, цена, квалитет, оптерећење, бука и вибрације у раду. Најчешће се употребљавају [3]:

- ❖ Метали,
- ❖ Синтеровани материјали,
- ❖ Пластичне масе.

2.3.1. Метали

У метале се убрајају: челик, челични лив, сиви лив, нодуларни лив, црни темпер лив.

Челик се најчешће примењује, зато што се различитим поступцима механичке и термичке израде најлакше постижу потребне карактеристике материјала. Због тога се челици користе код средње и високо оптерећених зупчаника. Пожељно је да погонски зупчаник који је више оптерећен, има већу чврстоћу од гоњеног зупчаника. Код зупчаника опште намене најчешће се примењују:

- *Конструкциони челици*: E295 (Č0545), E335 (Č0645) и E360 (Č0745) - имају малу тврдоћу, чврстоћу и издржљивост у односу на друге челике, али се често користе јер су јефтини и погодни за израду.
- *Челици за побољшање* - веће су издржљивости, чврстоће, тврдоће. Користе се за израду високо оптерећених зупчаника, најчешће се примењују: C22 (Č1330), 42CrMo4 (Č4732), 34Cr4 (Č4130). Често се примењују у отвореном стању, када се захтева висока тврдоћа бокова зуба, и у побољшаном стању када се постиже велика жилавост.
- *Челици за цементацију* се примењују код високо оптерећених зупчаника. То су нелегирани и ниско легирани челици (елементи који се користе за легирање су Mn, Cr, Mo, Ni).

Мање димензије зупчаника се обезбеђују применом легираних челика: 17Cr3 (Č4120), 16MnCr5 (Č4320), 18CrNiMo7-6 (Č5420), који су знатно бољих карактеристика од нелегираних.

Челични лив је намењен за израду зупчаника коначног облика, односно за израду зупчаника који се накнадно не обрађују неким од поступака пластичне обраде. Може бити:

- *Нелегиран (угљенични) челични лив*, који се може поделити на ниско угљенични (мање од 0,2%C), средње угљенични (0,2 - 0,5%C) и високо угљенични челични лив (више од 0,5%C).
- *Легирани челични лив*, који може бити нисколегирани (мање од 0,5% легираних елемената) и високо легирани челични лив (више од 0,5% легираних елемената).

Сиви лив се користи за израду зупчаника мањих оптерећења и ниских обимних брзина.

Нодуларни лив има структуру сличну сивом ливу. Овај лив има добра деформациона својства.

Црни темпер лив је материјал високе чврстоће, али и прилично еластичан у односу на сиви лив. Најчешће се користи за израду зупчаника отпорних на заривање.

2.3.2. Синтеровани материјали

Ови материјали се користе у пракси због високе економичности. Израда синтеравањем је металуршки поступак обликовања делова од прахова која се одвија у више радних корака. Резултат тога је добијање делова са различитим карактеристикама материјала.

2.3.3. Пластичне масе

Ради ублажавања буке у раду, један од зупчаника у спрези може се изградити од неметалног материјала. Правилно је да већи зупчаник буде неметалан, а мањи металан; ипак, има и супротних примера. Неметални зупчаници нису погодни ни за јака оптерећења, ни за веће периферне брзине.

За неметалне зупчанике се обично користе разне врсте пластичних маса. Пошто се разне врсте ових материјала знатно разликују по особинама и саставу, треба се при избору користити оригиналним фабричким подацима о особинама поменутих материјала. Одлике оваквих зупчаника су углавном постојаност према: топлоти, уљу, влаги, киселинама и способношћу пригушивања удара, осим тога одликују се и малом тежином.

2.4. Подмазивање зупчастих преносника

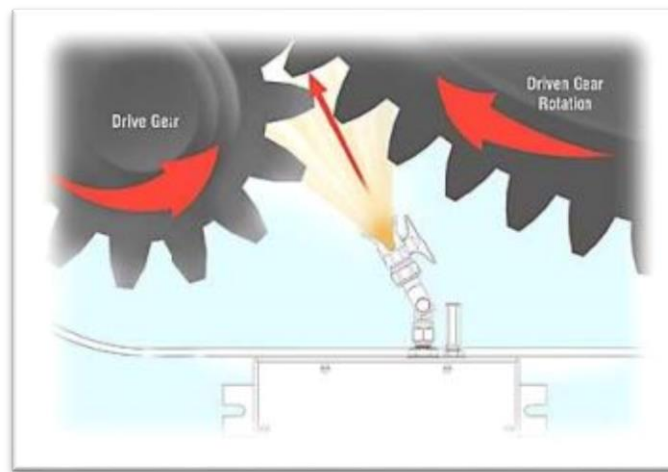
Циљ подмазивања цилиндричних зупчаника је у томе да се што више смањи сила трења на боковима зубаца, као и смањење буке, вибрација и ударних оптерећења при раду, али и да би расподела притиска била равномернија. Због утицаја разних фактора (материјал зупчаника, величина зубаца зупчаника, брзина клизања, врста средства и начин подмазивања и др.) подмазивање цилиндричних зупчаника се одвија између хидродинамичког пливања и мешовитог трења. Улога мазива није само да ублажи дејства трења као нежељене последице већ и у хлађењу зупчаника. Хлађење се изводи обилним довођењем мазива у зону подмазивања.

Подмазивање цилиндричних зупчаника се углавном врши помоћу минералних или синтетичких уља или ређе помоћу масти. Подмазивање може бити **ручно, централно и подмазивање потапањем** [4].

Ручно подмазивање се врши код мањих обимних брзина (до 2,5 m/s). То је застарео вид подмазивања који се ретко употребљава. Мазиво се наноси четком, лопатицом или ручном пумпом, обично непосредно после рада како би се, док су зупчаници још увек топли, много лакше разлило и распоредило по боковима зубаца.

Подмазивање потапањем се примењује код затворених преносника и код малих бројева обртаја. Приликом ове врсте подмазивања доњи део (обично већег) зупчаника се урања у уљно купатило на дубини од 1 до 5 вредности модула [4]. Са повећањем брзине долазило би до већих губитака услед бућкања, уље би у том случају због већег дејства центрифугалне силе брже одлазило са бокова зубаца, а самим тим и позитивни ефекти подмазивања били би поништени. Због тога се подмазивање уроњавањем примењује за брзине до 10 m/s.

Централно подмазивање је најсавременији вид подмазивања. Користи се код преносника већих брзина где се подмазивање потапањем не може применити. Код овог типа подмазивања лако се могу контролисати сви потребни параметри: проток, количина и притисак. Овде се уље под притиском убризгава помоћу млазнице на бокове зубаца пре уласка у спрегу.



Слика 2.2 Убризгавање средства за подмазивање

Предност централног подмазивања је у сталној циркулацији једног те истог уља кроз систем за подмазивање јер се тиме смањује потреба сталне замене уља.

Систем централног подмазивања садржи пумпу, филтер, вентил, хладњак, цеви са цевном арматуром, термометар и манометар [4].

Постоје одређене карактеристике које мазиво мора да поседује како би процес подмазивања био оптималан [5]:

- Да има добра вискозно - температурна својства да би се пружила довољна дебљина уљног филма и тиме обезбедила заштита зупчаника од хабања ,
- Да има добра мазивна својства,
- Да има добру топлотну проводљивост,
- Да је отпорно на појаву пене и стварања емулзије (мешање са водом) и да има малу промену вискозности са променом температуре,
- Да пружи добру заштиту од корозије свим елементима зупчастог склопа,
- Да не садржи чврсте примесе.

2.5. Израда зупчаника

Методе израде зупчаника се зависно од потребног квалитета израде деле у две групе [6]:

- ❖ Претходна обрада,
- ❖ Завршна обрада.

Претходна обрада – оваквом обрадом зупчаника формира се облик зубаца резањем из пуног материјала. У методе претходне обраде спадају: глодање, рендисање, провлачење и слично.

Завршна обрада – на овај начин се обезбеђује висока тачност и квалитет површина. То се постиже због тога што се овом врстом обраде уклањају дефектни слој и топлотне деформације које настају као последица претходне обраде. У методе завршне обраде спадају: љуштење, брушење, глачање - полирање и слично.



Слика 2.3 Израда цилиндричног зупчаника

Осим ове поделе, може се направити и класификација према основним поступцима израде. Методе израде зупчаника се деле на:

- ❖ Израда зупчаника глодањем,
- ❖ Израда зупчаника рендисањем,
- ❖ Израда зупчаника провлачењем,
- ❖ Завршна израда зупчаника

Израда цилиндричних зупчаника глодањем

За ову врсту обраде користе се две методе израде и то:

- Појединачно резање (зубац по зубац),
- Релативно котрљање.

Израда зупчаника појединачним резањем

Ова врста обраде се користи само у недостатку специјалних машина и могућа је на универзалним, вертикалним или хоризонталним глодалицама уз примену подеоног апарата који може бити прост или универзални. Алати који се користе код израде зупчаника појединачним резањем могу бити модулна вретенаста или котураста глодала. Профил алата одговара профилу међузубља зупчаника. Након што се заврши израда једног међузубља предмет обраде се помоћу подеоног апарата окреће за један корак.

Израда зупчаника релативним котрљањем

Ово је врста израде зупчаника код које се користе специјалне врсте машина које раде на принципу релативног котрљања између алата и предмета обраде. Принципом релативног котрљања се добија висока тачност, бољи квалитет и знатно виши ниво продуктивности. Остварује се на машинама типа ПФАУЕР коришћењем одвалног глодала као резног алата који је облика пужа испресецаног завојним жлебовима нормалним на завојницу – спиралу пужа.

У процесу израде зупчаника одвално глодало изводи лагано главно обртно кретање уз истовремено праволинијско помоћно кретање паралелно оси зупчаника који се израђује. Предмет обраде изводи помоћно обртно кретање које је у функцији главног кретања како би се добио жељени број зубаца зупчаника.

Одвална глодала се израђују од брзорезног челика или са уметнутим сегментима са зубима од брзорезног челика.



Слика 2.4 Модулно одвално глодало

За израду зупчаника глодањем користи се глодалица типа ПФАУЕР. Носач алата са алатом се вертикално помера дуж стуба и закреће око хоризонталне осе у циљу заокретања одвалног алата. Алат изводи главно обртно и помоћно аксијално праволинијско кретање. Предмет обраде се поставља на стожер и утврђује носачем. Предмет обраде изводи помоћно обртно, допунско обртно и помоћно праволинијско радијално кретање, које може бити периодично или континуално.

Израда цилиндричних зупчаника рендисањем

Израда цилиндричних зупчаника рендисањем представља поступак који одликује већа тачност израде у односу на глодање, али и мања продуктивност.

У серијској и масовној производњи се углавном користе **Фелоуз** и **Маг** методе.

Фелоуз метода је метода израде цилиндричних зупчаника са правим зупцима применом кружног зупчастог ножа. Алат изводи главно праволинијско кретање у вертикалном правцу уз истовремено помоћно обртно кретање.

Предмет обраде изводи помоћно обртно кретање уз периодично праволинијско кретање са циљем примицања предмета обраде и остваривања одговарајуће дубине резања.

Маг метода је метода израде цилиндричних зупчаника са правим зупцима применом правог зупчастог ножа у облику зупчасте летве као алата. Алат изводи вертикално главно праволинијско кретање, док предмет обраде изводи помоћно обртно и праволинијско кретање.

Израда цилиндричних зупчаника провлачењем

Провлачење је ређе примењивани поступак израде зупчаника, због сложености алата који немају универзалну примену, и користи се евентуално код великих серија. Међузубље представља отворену контуру, па се при изради зупчаника примењују поступци спољашњег провлачења коришћењем алата чија контура одговара половини обима зупчаника.

Завршна обрада цилиндричних зупчаника

Завршна обрада зупчаника се изводи након претходне израде глодањем, рендисањем или провлачењем као и после термичке обраде. Завршном обрадом се обезбеђује отклањање термичких деформација, повећање тачности израде и квалитета бочних површина зубаца зупчаника. За завршну обраду зупчаника се примењују различите методе као што су [6]:

- метода брушења,
- метода љуштења,
- метода глачања.

Обрада зупчаника брушењем

Брушење се углавном користи као метода завршне обраде цилиндричних зупчаника са правим зупцима. Методе брушења зупчаника се разврставају у две групе и то на методе **копирања** и **релативног котрљања**.

Методe копирања се заснивају на примени двострано или једнострано профилисаних тоцила.

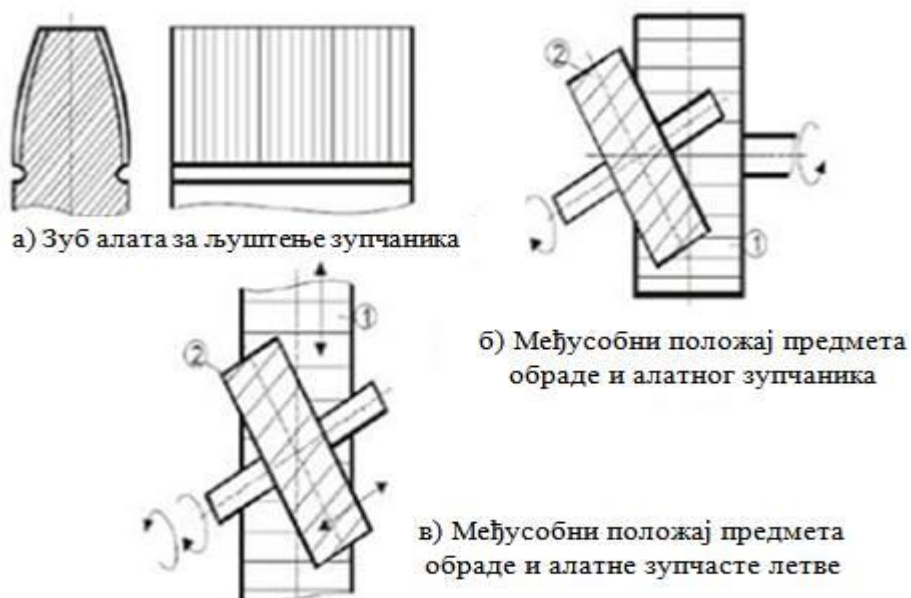
Методe релативног котрљања се заснивају на основу примене двостраног коничног тоцила, једностраног коничног тоцила или пужног тоцила .

Обрада зупчаника глачањем

Глачање је поступак завршне обраде зупчаника који се не обрађују брушењем након термичке обраде или брушених зупчаника у циљу високог квалитета бочних површина зубаца зупчаника. Изводи се релативним котрљањем два спрегнута зупчаника уз неопходна допунска кретања и додатак средства за глачање (користе се течности са абразивом). Овако упарени зупчаници се уграђују заједно у склоп преносника.

Обрада зупчаника љуштењем

Љуштење зупчаника је високопродуктивни метод завршне обраде зупчаника пре термичке обраде. При завршној обради љуштењем предмет обраде се спреже са алатним зупчаником или алатном зупчастом летвом. Бочне површине алата су ожлебљене ради добијања резних ивица. Релативним кретањем предмета обраде и алата уклањају се танки слојеви материјала дебљине око 0,1mm.



Слика 2.5 Обрада зупчаника

3. ПРОРАЧУН ГЕОМЕТРИЈСКИХ МЕРА И НОСИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧНИХ ЗУПЧАНИКА СА ПРАВИМ ЗУПЦИМА

3.1. Прорачун геометријских мера

Полазни подаци потребни за прорачун и израду зупчаника су: спољашњи модул m , угао додирнице α_w , преносни однос u , бројеви зубаца зупчаника z_1 и z_2 .

На основу усвојених података, могу се израчунати све мере које су потребне за конструисање, израду и склапање цилиндричних зупчаника са правим зупцима.

3.1.1. НУЛТИ зупчасти парови

Зупчаници се упарују као НУЛТИ пар ако су бројеви зубаца оба зупчаника једнаки или већи од граничног броја зубаца. Код њих се подеони кругови додирују у кинематском полу C , тј. кинематски и подеони кругови се поклапају [1]. Изрази за израчунавање геометријских мера и кинематских величина су дати у табели 3.1.

Предности ових зупчастих парова се огледају у једноставности прорачуна.

3.1.2. V-НУЛТИ зупчасти парови

V-НУЛТИ зупчасти парови се бирају:

- Да би се спречило подсецање зубаца погонског зупчаника ако је $z_1 \leq z_g$; $z_2 \geq z_g$ уз услов да је

$$z_1 + z_2 \geq 2z_g,$$
 где су:
 - z_1, z_2 - бројеви зубаца погонског и гоњеног зупчаника,
 - z_g - гранични број зубаца.

Најмањи број зубаца код којих је могућа примена овог типа зупчаника је 28.

- Ако су $z_1 \leq z_g$; $z_2 \geq z_g$ коефицијенти померања профила се бирају узимајући у обзир следеће критеријуме:
 - Дебљина зупца на темену,
 - Дебљина зупца у корену,
 - Повољнији услови клизања,
 - Већи степен спрезања профила,
 - Ниже оптерећење зубаца и друго.

Предности V-НУЛТИХ зупчастих парова су следеће:

- Осно растојање је једнако збиру полупречника подеоних кругова као код НУЛТИХ зупчастих парова,
- Угао додирнице је једнак углу стандардног профила,
- Брзине клизања на теменима зубаца погонског и гоњеног зупчаника могу да се изједначе.

Недостаци V-НУЛТИХ зупчастих парова се огледају у томе што се не могу израдити као разменљиви зупчаници. Величина померања профила зависи од броја зубаца зупчаника. Ако се примене стандардни модули немогуће је остварити прописано осно растојање.

Димензије V-НУЛТИХ зупчастих парова су дате у табели 3.1.

3.1.3. V зупчasti парови

Код овог типа зупчастих парова, зупчаници у спрези имају различита померања и при томе је $x_1 + x_2 \neq 0$. Подеони пречници спрегнутих зупчаника се не додирују, а подеони и кинематски пречници су међусобно различити. Осно растојање је различито од збира полупречника подеоних кругова ($a \neq a_d$). Ако је померање код зупчаника позитивно онда је то V- плус зупчаник, а ако је померање профила негативно онда је то V-минус зупчаник.

Примена V зупчастих парова:

- Ради избегавања подсечености зубаца ако је $z_1 < z_g$ и $z_2 < z_g$ или ако је $z_1 < z_g$; $z_2 > z_g$ и $z_1 + z_2 < 2z_g$,
- При спаривању V - плус и НУЛТОГ зупчаника,
- Због одржавања осног растојања,
- Ради побољшања услова клизања, смањења буке, повећања носивости и др.

У табели 3.1 су дати изрази за израчунавање геометријских мера и кинематских величина V зупчастих парова [1].

Табела 3.1: Основни изрази за прорачун геометријских мера и других величина зупчаника

Ред. бр.	Назив величине	Спољашње озубљење	Напомена
1	Стандардни модул	m_n	SRPS M.C1.015
2	Стандардни профил	$\alpha_p = 20^\circ$; $u_p = 1$; $c_p = (0,2 - 0,3) m_n$ (према ISO стандарду $c_p = 0,25m_n$) $h_{fp} = m_n + c_p$; $h_{ap} = m_n$; $h_p = h_{fp} + h_{ap}$	SRPS M.C1.016 $c_p = (0,1 \dots 0,3)m_n$
3	Угао нагиба профила алата	$\alpha = \alpha_n = 20^\circ$	
4	Модул	$m = m_n$	
5	Бројеви зубаца зупчаника	z_1 ; z_2	
6	Кинематски преносни однос	$u = z_2 / z_1$	
7	Корак на подеоном кругу	$p = m\pi$	
8	Корак на основном кругу	$p_b = p \cos \alpha = m\pi \cos \alpha = p_e$	p_e - спрежни корак
9	Пречници подеоних кругова	$d_1 = mz_1$; $d_2 = mz_2$	
10	Ширина зупчаника	$b = \varphi d_1$	
11	Пречници основних кругова	$d_{b1} = d_1 \cos \alpha$; $d_{b2} = d_2 \cos \alpha$	
12	Нулто осно растојање	$ad = \frac{d_1 + d_2}{2} = m \frac{z_1 + z_2}{2}$	Заокружити на једну децималу
13	Коефицијент померања алата	x_1 ; x_2	
14	Померање профила	$v_1 = x_1 m$; $v_2 = x_2 m$	
15	Угао додирнице	$inv \alpha_w = 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \operatorname{tg} \alpha + inv \alpha$	
16	Осно растојање	$a = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} = ad \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$	
17	Пречници кинематских кругова	$d_{w1} = \frac{2a}{u+1} = d_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$ $d_{w2} = u d_{w1} = d_2 \cos \alpha / \cos \alpha_w$	
18	Пречници подножних кругова	$d_{f1} = d_1 - 2h_{fp} + 2x_1 m$ $d_{f2} = d_2 - 2h_{fp} + 2x_2 m$	
19	Пречници темених кругова	$d_{a1} = 2a - d_{f2} - 2c$ $d_{a2} = 2a - d_{f1} - 2c$	$c = c_p = (0,2 - 0,3) m_n$

Табела 3.2: Основни изрази за прорачун геометријских мера и других величина зупчаника (Наставак)

20	Збир (разлика) коефицијената померања профила	$x_1 + x_2 = (inv\alpha_w - inv\alpha) \frac{z_1 + z_2}{2tg\alpha}$	
21	Скраћење главе зупца	$km = a_d + m_n (x_1 + x_2) - a$	
22	Лучна дебљина зупца на подеоном кругу	$s_1 = m(\frac{\pi}{2} + 2x_1tg\alpha)$ $s_2 = m(\frac{\pi}{2} + 2x_2tg\alpha)$	
23	Лучна ширина међузубља	$e_1 = p - s_1$; $e_2 = p - s_2$	
24	Темени зазор	$c = a - \frac{d_{a1} + d_{f2}}{2} = a - \frac{d_{a2} + d_{f1}}{2} \geq c_{min}$	$\geq c_{min} (0,12m)$
25	Парцијалне дужине додирнице	$g_a = \frac{1}{2} \sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2 - r_{w1} sin\alpha_w}$ $g_f = \frac{1}{2} \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2 - r_{w2} sin\alpha_w}$	
26	Дужина активног дела додирнице	$g_\alpha = g_a + g_f$	
27	Парцијални степени спрезања	$\epsilon_a = \frac{g_a}{p_b}$; $\epsilon_f = \frac{g_f}{p_b}$	
28	Степен спрезања профила	$\epsilon_\alpha = \epsilon_a + \epsilon_f = g_\alpha / p_b$	
29	Провера интерференце при спрезању	$CT_1 > CA$; $r_{w1} sin\alpha_w > g_f$ $CT_2 > CE$; $r_{w2} sin\alpha_w > g_a$	

3.2. Оптерећење зупчаника

Прорачун геометријских мера и носивости зупчаника се врши да би се обезбедило да зупчасти пар пренесе оптерећење у нормалним условима. Овде је врло битно да напони не пређу граничне вредности у критичним пресецима. Дозвољени напон зависи углавном од врсте материјала, врсте напрезања, карактера промене оптерећења, али и од геометријског облика делова и осталих утицаја у експлоатационим условима. Максимална вредност оптерећења зупчаника се добија множењем номиналног оптерећења са свим утицајним факторима. Уопштени изрази су [1]:

- Номинална вредност обртног момента:

$$T = P / \omega, \text{ Nm} \quad (3.1)$$

где је P , W - снага на посматраном зупчанику; $\omega = 2\pi n$, угаона брзина; n , s^{-1} број обртаја зупчаника (или $\omega = 2\pi n / 60$, s^{-1} , где је n, min^{-1})

- Номинална снага може да се изрази и преко номиналне вредности обимне силе F_t , N и обимне брзине v_t , m/s на зупчанику:

$$P = F_t \cdot v_t = T \cdot \omega, W \quad (3.2)$$

- Максимална вредност обимне силе меродавне за прорачун носивости зупчаника:

- за прорачун носивости бокова

$$F_{t\max} = F_t K_A K_V K_{H\alpha} K_{H\beta} \quad (3.3)$$

- за прорачун носивости подножја

$$F_{t\max} = F_t K_A K_V K_{F\alpha} K_{F\beta} \quad (3.4)$$

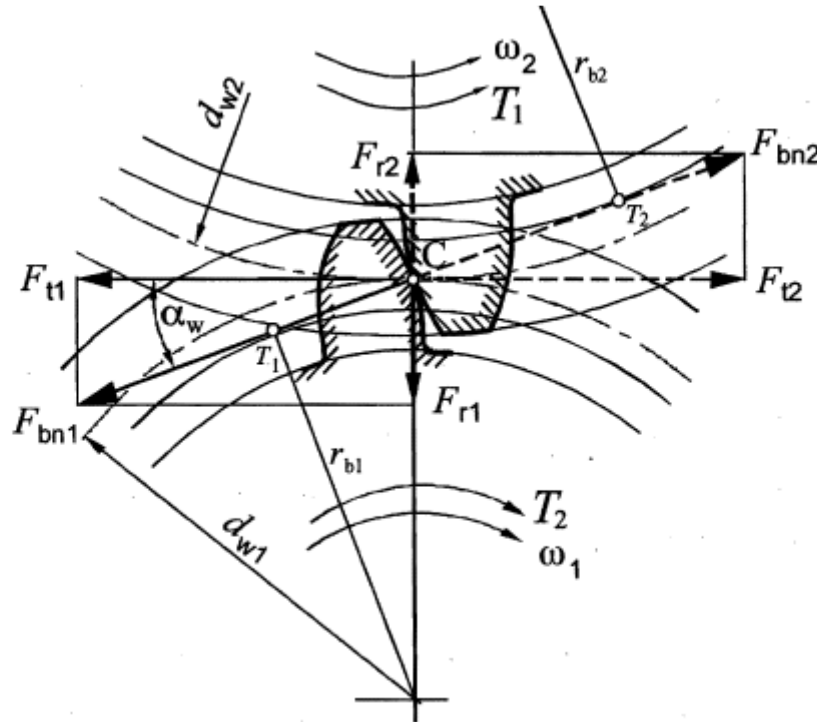
где су:

- K_A - фактор радних услова,
- K_V - фактор унутрашњих динамичких сила,
- $K_{F\alpha}$, $K_{F\beta}$ - фактори расподеле оптерећења дуж бочне линије,
- $K_{H\alpha}$, $K_{H\beta}$ - фактори расподеле оптерећења на истовремено спрегнуте парове зубаца.

3.3. Силе код цилиндричних зупчаника са правим зупцима

У тренутној тачки додира два зупчаника у спрези дејствује нормална сила (F_{bn}). Ако зупци погонског зупчаника делују на зупце гоњеног нормалном силом (F_{bn1}), гоњени зупчаник делује силом истог правца и интензитета, а супротног смера ($F_{bn1} = - F_{bn2}$) на зупце погонског, на основу „закона акције и реакције“. Нормална сила делује нормално на бок зубаца и њена нападна линија увек тангира основне кругове зупчаника. Разлагањем нормалне силе у кинематском полу S , добијају се радијална сила (F_r), у правцу радијуса зупчаника, и обимна сила (F_t), у правцу тангенте на додирне кругове [1].

Обимне и радијалне силе погонског и гоњеног зупчаника су истог правца, а супротних смерова. Обимна сила код погонског зупчаника је већег интензитета од обимне силе гоњеног зупчаника, због трења на боковима зубаца, сагласно степену искоришћења. Та разлика се обично занемарује приликом практичних прорачуна.



Слика 3.2 Силе код цилиндричних зупчаника са правим зупцима

- Нормалне силе на боку зупца

$$F_{bn1} = F_{bn2} = F_{bn} = \frac{2T_1}{d_{b1}} = \frac{2T_2}{d_{b2}} = \frac{F_t}{\cos \alpha_w} \quad (3.5)$$

- Радијалне силе

$$F_{r1} = F_{r2} = F_t \tan \alpha_w = F_{bn} \sin \alpha_w \quad (3.6)$$

- Номиналне вредности обимних сила

Ако се занемаре губици снаге у преноснику, обимне силе на погонском и гоњеном зупчанику су једнаке по правцу и интензитету, а супротних су смерова.

$$F_{t1} = F_{t2} = \frac{2T_1}{d_{w1}} = \frac{2T_2}{d_{w2}} = F_{bn} \cos \alpha_w \quad (3.7)$$

Смер обимне силе код погонског зупчаника је супротног смера од обртања зупчаника, а код гоњеног зупчаника се поклапа са смером обртања.

Код НУЛТИХ зупчастих парова (зупчаника са непомереним профилом) $x_1 + x_2 = 0$, односно $mx_1 + mx_2 = 0$, због тога је $\alpha_w = \alpha$ и $d_w = d$, па су вредности обимних и радијалних сила:

- **Обимна сила**

$$F_t = 2T/d \quad (3.8)$$

- **Радијалне силе**

$$F_{r1} = F_{r2} = F_t \tan \alpha = F_{bn} \sin \alpha \quad (3.9)$$

3.4. Носивост цилиндричних зупчаника са правим зупцима

Прорачун носивости цилиндричних зупчаника са правим зупцима се одређује на основу четири критеријума који су добијени теоријски и експериментално. То су [3]:

- Прорачун носивости по критеријуму чврстоће бокова зубаца,
- Прорачун носивости по критеријуму чврстоће подножја зубаца,
- Прорачун носивости у односу на заривавање,
- Прорачун носивости у односу на хабање.

3.4.1. Прорачун носивости по критеријуму чврстоће бокова зубаца

3.4.1.1. Радни напон

Радни напон на боковима зубаца је површински притисак у правцу заједничке нормале на додир – додирнице.

Изрази помоћу којих се одређује радни напон на боковима зубаца, узимајући у обзир све факторе оптерећења и факторе озубљења, су:

- вредност радног напона за додир зубаца у кинематском полу С

$$\sigma_{HO} = Z_H Z_E Z_\epsilon \sqrt{\frac{F_t}{d_1 b} \frac{u+1}{u}} K_A K_V K_{H\alpha} K_{H\beta} \quad (3.10)$$

- вредност радног напона за додир зубаца у унутрашњој тачки В

$$\sigma_{HB} = Z_H Z_E Z_\epsilon Z_B \sqrt{\frac{F_t}{d_1 b} \frac{u+1}{u}} K_A K_V K_{H\alpha} K_{H\beta} \quad (3.11)$$

Величине које фигуришу у изразима (3.10) и (3.11) су [7]:

- ширина зупчаника b ,
- обимна сила F_t ,
- стварни преносни однос u ,
- пречник подеоног круга d_1 ,
- фактор облика бока зупца Z_H ,
- фактор еластичности материјала Z_E ,
- фактор степена спрезања бока зупца Z_ϵ ,
- фактор једноструке спреге Z_B ,
- фактори расподеле оптерећења дуж бочне линије $K_{H\alpha}$, $K_{H\beta}$,

- фактори расподеле оптерећења на парове зубаца у спрези K_{Fa} , $K_{F\beta}$,
- фактор унутрашњих динамичких сила K_v ,
- фактор радних услова K_A .

3.4.1.2. Критични напон

У току спрезања бокови зубаца су оптерећени, а затим све до поновног уласка у спрегу су растерећени. Код зупчастих парова, критични напон је једнак трајној динамичкој издржљивости бокова зубаца σ_{Hlim} која зависи од материјала од ког је израђен зупчаник.

Израз за изачунавање критичног напона бокова зубаца у радним условима:

$$[\sigma_H] = \sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_L Z_R Z_V Z_W Z_X \quad (3.12)$$

Величине које фигуришу у изразу (3.12) су [7]:

- фактор радног века Z_{NT} ,
- фактор подмазивања Z_L ,
- фактор храпавости Z_R ,
- фактор обимне брзине Z_V ,
- фактор утицаја разлике тврдоћа спрегнутих бокова Z_W ,
- фактор величине зубаца Z_X ,
- трајна динамичка издржљивост бокова зубаца σ_{Hlim} .

3.4.1.3. Степен сигурности против разарања бокова зубаца

Степен сигурности је једнак односу критичног напона из израза (3.12) и радног напона (израз (3.10) или (3.11)):

$$S_H = \frac{[\sigma_H]}{\sigma_H} \geq S_{Hmin} \quad ; \quad S_{Hmin} = 1...1,2 \quad (3.13)$$

Стварни степен сигурности треба да је већи од минимално препоручене вредности, док радни напон мора бити мањи или једнак дозвољеном.

Ако се зупчаници израђују од различитих материјала или различитом механичком и термичком обрадом, степен сигурности и радни напон се рачунају за оба зупчаника, а ако се зупчаници израђују од истог материјала вредности напона и степена сигурности се рачунају само за погонски зупчаник, због тога што је он више оптерећен од гоњеног зупчаника.

3.4.1.4. Дозвољени напон

Дозвољени напон зависи од материјала, термичке обраде, технологије израде, века трајања, степена сигурности, услова подмазивања и материјала спрегнутог зупчаника. Дозвољени напон се прорачунава за оба спрегнута зупчаника. Ако је унапред прописана вредност минималног степена сигурности против разарања бокова зубаца (S_{Hmin}) дозвољени напон се одређује:

$$\sigma_{Hd} = \frac{\sigma_H}{S_{Hmin}} \quad (3.14)$$

3.4.2. Прорачун носивости по критеријуму чврстоће подножја зубаца

3.4.2.1. Радни напон у подножју зупца

Радни напон у подножју зубаца се одређује:

$$\sigma_F = Y_{Fa} Y_{Sa} Y_{\epsilon} \frac{F_t}{b m_n} K_A K_V K_{F\alpha} K_{F\beta} \quad (3.15)$$

Корекциони фактори у изразу (3.15) су [3]:

- фактор облика зупца Y_{Fa} ,
- фактор концентracије напона Y_{Sa} ,
- фактор степена спрезања Y_{ϵ} .

Остале величине у изразу за израчунавање радног напона су раније објашњене.

3.4.2.2. Критични напон у подножју зупца

Лом зупца представља основни вид разарања подножја зупца. Лом се јавља као последица замора материјала или услед наглог преоптерећења.

Критични напон подножја зубаца у радним условима:

$$[\sigma_F] = \sigma_{Flim} Y_{NT} Y_{ST} Y_{\delta rel T} Y_{Rrel T} Y_x \quad (3.16)$$

Величине које фигуришу у изразу (3.16) су [7]:

- фактор радног века Y_{NT} ,
- фактор концентracије напона опитног зупчаника Y_{ST} ,
- релативни фактор осетљивости материјала на концентracију напона $Y_{\delta rel T}$,
- релативни фактор храпавости $Y_{Rrel T}$,
- фактор величине пресека Y_x ,
- трајна динамичка издржљивост подножја зубаца σ_{Flim} .

3.4.2.3. Степен сигурности подножја зубаца

Степен сигурности подножја зупца или степен сигурности против заморног лома се одређује и за погонски и за гоњени зупчаник, а представља однос критичног и радног напона у подножју зупца:

$$S_F = \frac{[\sigma_F]}{\sigma_F}; \quad S_{Fmin} = 1,25 \dots 2,5 \quad (3.17)$$

3.4.2.4. Дозвољени напон

Добија се на основу критичног напона и унапред усвојеног степена сигурности за посматрани зупчаник:

$$\sigma_{FSd} = \frac{[\sigma_F]}{S_{Fmin}} \quad (3.18)$$

Стварни радни напон у подножју зупца зупчаника мора бити мањи или једнак дозвољеном напону, односно $\sigma_F \leq \sigma_{FSd}$.

4. КОНСТРУКЦИОНИ ОБЛИЦИ ЦИЛИНДРИЧНИХ ЗУПЧАНИКА СА ПРАВИМ ЗУПЦИМА

Зупчаник се састоји од озубљеног венца и тела зупчаника. На облик тела зупчаника утиче много параметара као што су: пречник, материјал, начин израде, величина серије, захтевана тачност, и тако даље. Тело зупчаника се израђује резањем, ковањем, ливењем и заваривањем [1].

Положај главчине у односу на зупчасти венац може бити:

- Симетричан,
- Асиметричан,
- Једностран.

У зависности од везе зупчастог венца са главчином, разликују се следеће конструкције зупчаника:

- Једноделне,
- Монтажне конструкције (растављиве и нерастављиве).

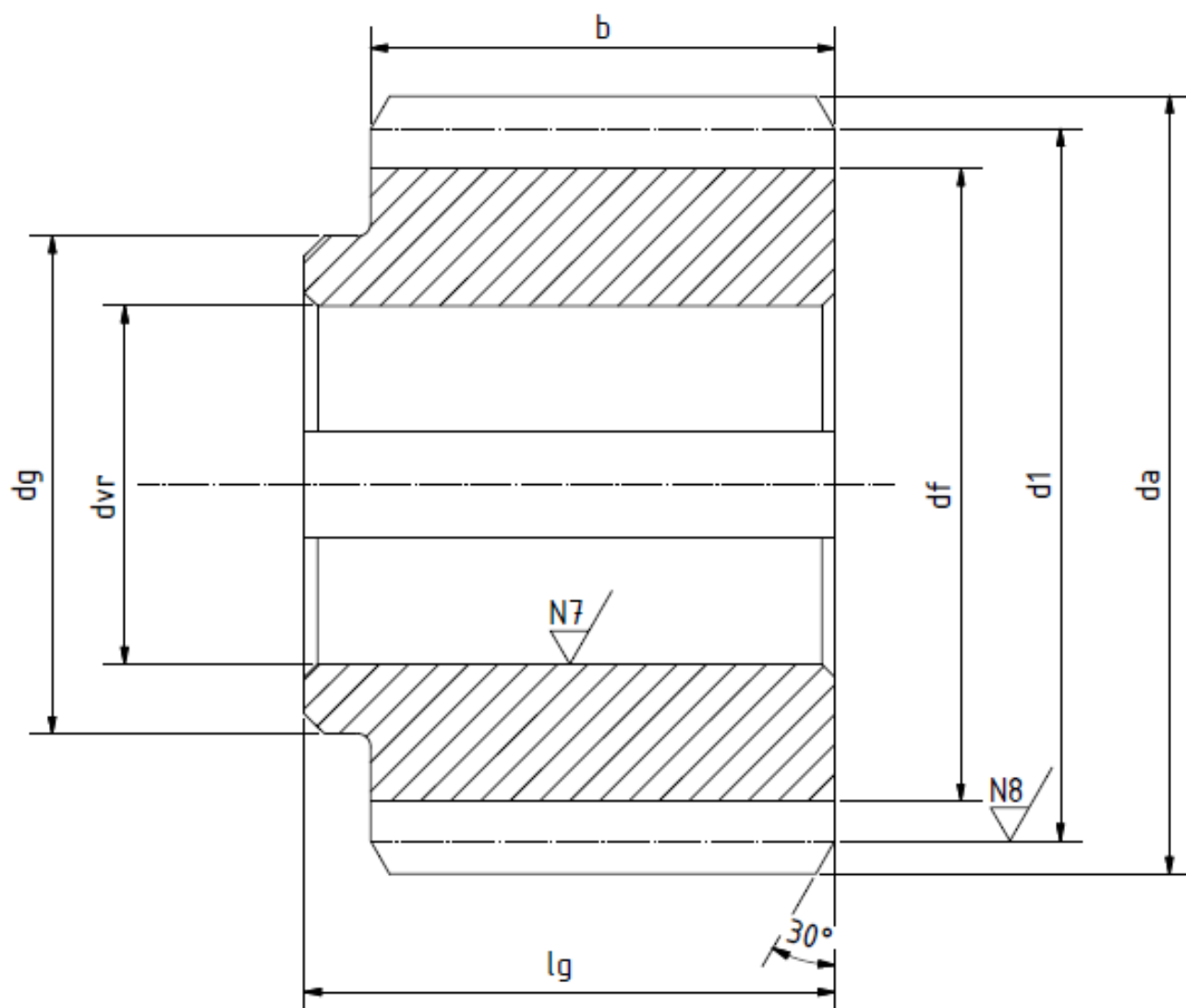
Зупчаници мањих димензија израђују се из пуне плоче, и имају облик диска. Код ове врсте зупчаника пречник подеоног круга је мањи од 500 mm.

Зупчаници већих димензија ($d_a > 700$ mm) се најчешће израђују заваривањем. За израду заваривањем могу се употребити и легирани челици са тврдоћом до 300HB (чак и 340HB) уз специјални поступак жарења и контроле.

Зупчаници чији је пречник подеоног круга $d \approx (6...8) d_{sh}$, где је d_{sh} пречник вратила, су зупчаници великих димензија и најчешће се израђују ковањем и ливењем. Ливењем се могу радити зупчаници свих димензија, али се првенствено на овај начин раде зупчаници великих пречника. За израду се користе сиви лив, нодуларни лив, челични лив, црни темпер лив.

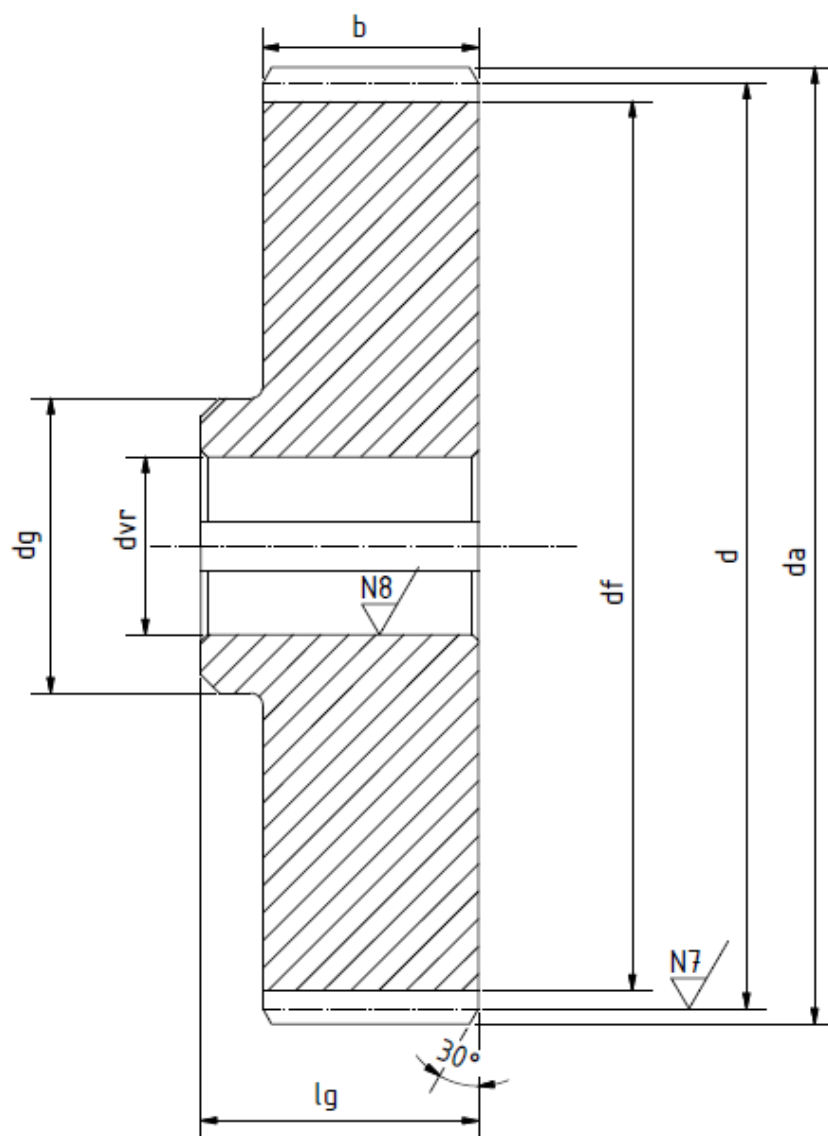
Везивање зупчаника са вратилом врши се помоћу клинова без нагиба, помоћу прстенова или, ако се ради о мањим зупчаницима, помоћу чивија које пролазе кроз продужену главчину. Спој се може остварити и без посредника применом пресованог склопа, ожлебљеним вратилом, навлачењем под притиском на коничан завршетак вратила помоћу навртке за притезање. Да би се избегле деформације и поремећај центричности због сабијања, треба избегавати клинове са нагибом.

Цилиндрични зупчаник мањих димензија израђен ливењем, без олакшања:



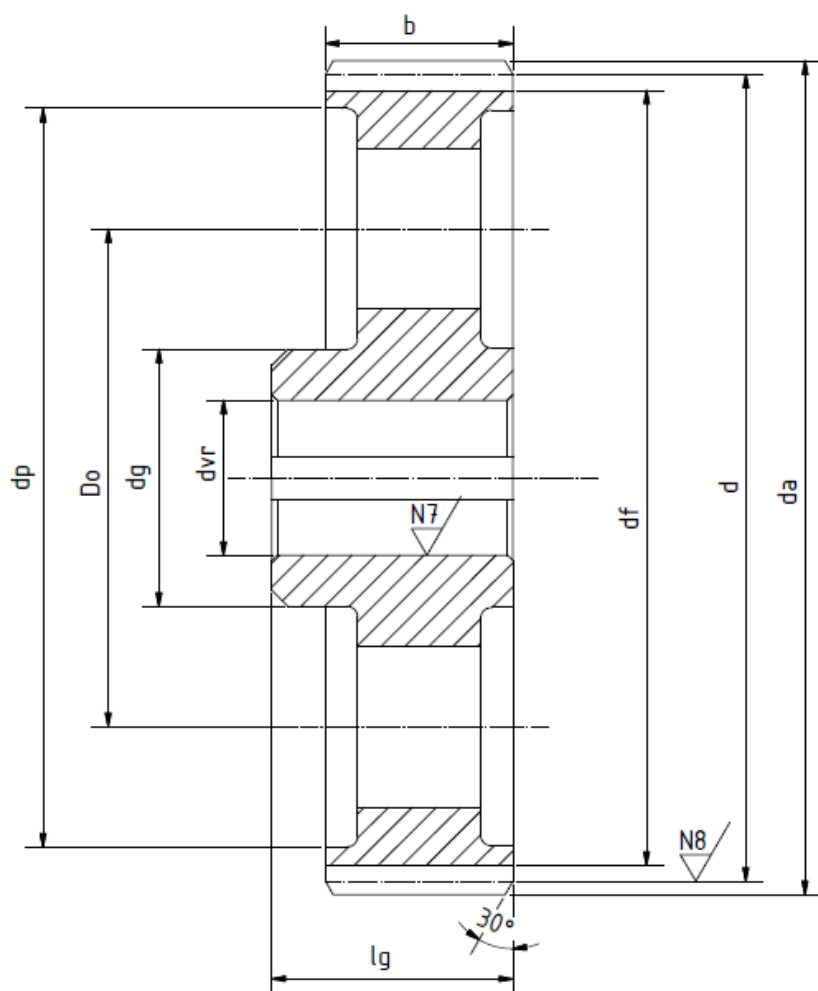
Ако је $d_a > 300 \text{ mm}$, важе следеће величине:	Израчунавање величина:	Напомене:
d_{vr} - пречник вратила, mm	Прорачунски добијена вредност	
d_g - пречник главчине, mm	$(1,2 - 1,6) d_{vr}$	за челични лив
	$1,8 d_{vr}$	за сиви лив
l_g - ширина главчине, mm	$(1,2 - 1,5) d_{vr}$	
Напомена: Све остале величине које се налазе на цртежу, као основне геометријске мере цилиндричних зупчаника, се прорачунавају применом литературе [1]		

Цилиндрични зупчаник већих димензија израђен ливењем, без олакшања:



Ако је $d_a > 500$ mm, важе следеће величине:	Израчунавање величина:	Напомене:
d_{vr} - пречник вратила, mm	Прорачунски добијена вредност	
d_g - пречник главчине, mm	$(1,2 - 1,6) d_{vr}$	за челични лив
	$1,8d_{vr}$	за сиви лив
l_g - ширина главчине, mm	$(1,2 - 1,5)d_{vr}$	
Напомена: Све остале величине које се налазе на цртежу, као основне геометријске мере цилиндричних зупчаника, се прорачунавају применом литературе [1]		

Цилиндрични зупчаник већих димензија израђен ковањем, са олакшањем:



Ако је $d_a > 500 \text{ mm}$, важе следеће величине:	Израчунавање величина:	Напомене:
d_{vr} - пречник вратила, mm	Прорачунски добијена вредност	
d_g - пречник главчине, mm	$(1,2 - 1,6) d_{vr}$	за челични лив
	$(1,2 - 1,5) d_{vr}$	за сиви лив
l_g - ширина главчине, mm	$(1,2 - 1,5) d_{vr}$	
D_0 - пречник по коме су распоређени отвори за олакшање	$D_0 = 0,5 (d_g + d_p)$	
d_0 - пречник отвора за олакшање	$(0,1 - 0,2) d_a$	
b - ширина клина (жлеба за клин)	Прорачунски добијена вредност	
m - модул зупчаника	Прорачунски добијена вредност	
Напомена: Све остале величине које се налазе на цртежу, као основне геометријске мере цилиндричних зупчаника, се прорачунавају применом литературе [1]		

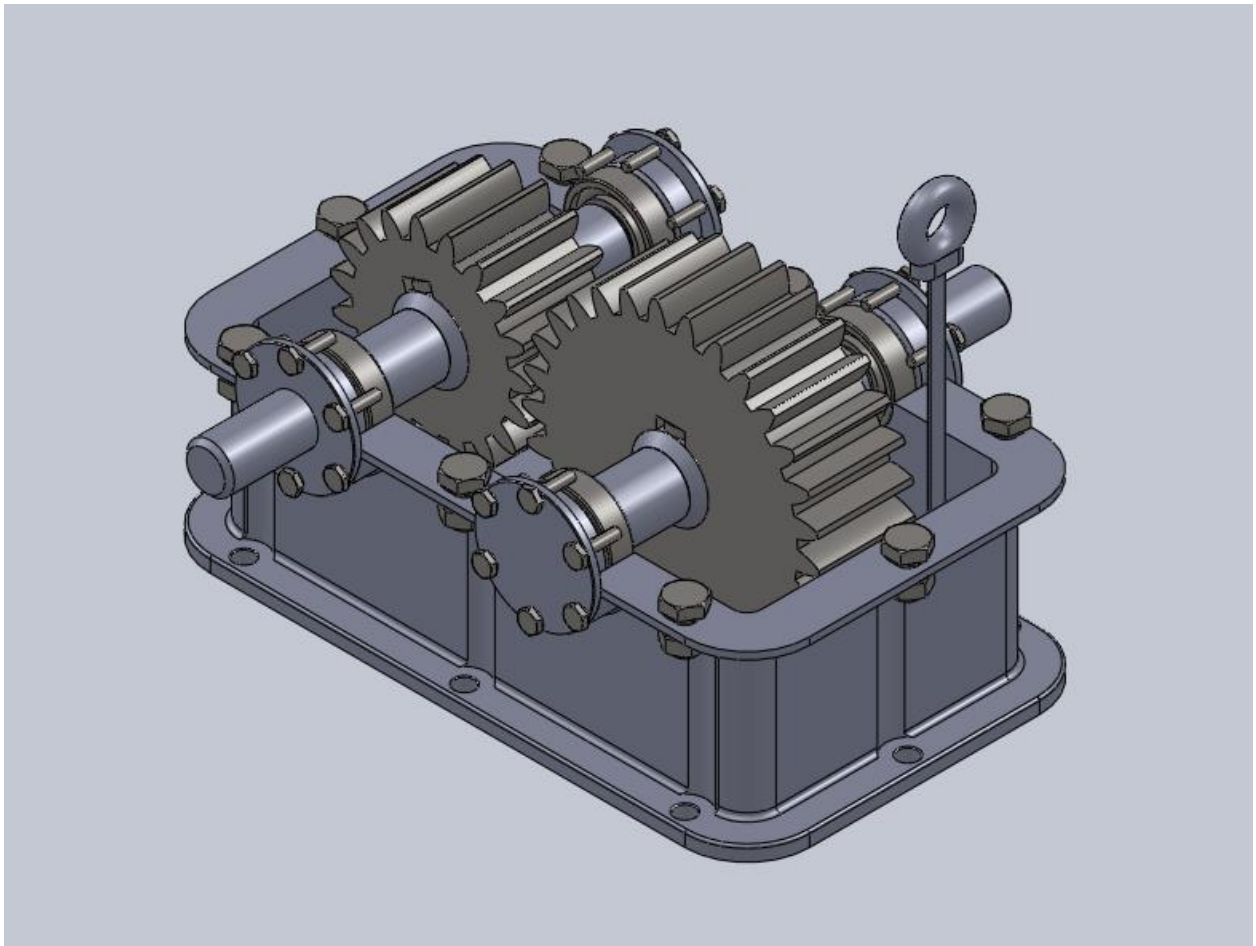
5. ПРИМЕР ПРОРАЧУНА И КОНСТРУКЦИЈЕ ЦИЛИНДРИЧНОГ ЗУПЧАНИКА СА ПРАВИМ ЗУПЦИМА

Пример:

За зупчасти пар 1,2 цилиндричних зупчаника са правим зупцима потребно је:

- 1) Одредити геометријске мере зупчаника,
- 2) Проверити степен сигурности против разарања бокова зубаца и степен сигурности против лома зубаца у подножју,
- 3) Нацртати радионички цртеж гоњеног зупчаника.

Подаци су: $P_1 = 5 \text{ kW}$, $n_1 = 1200 \text{ min}^{-1}$, $n_2 = 430 \text{ min}^{-1}$, погонска машина: електромотор, радна машина: лака дизалица.



5.1 Основни параметри

- **Полазни подаци**

- Погонска снага $P_1 = 5 \text{ kW}$
- Број обртаја погонског зупчаника $n_1 = 1200 \text{ min}^{-1}$
- Број обртаја гоњеног зупчаника $n_2 = 430 \text{ min}^{-1}$

- **Усвојени подаци**

Фактор радних услова

$$K_A = 1,1 \text{ [1]}$$

Материјал за израду зупчаника

20MoCr4

К - фактор

$$K = 0,53 \text{ [1]}$$

Однос ширине и подеоног круга малог зупчаника

$$\psi_{bd1} = 1,4 \text{ [1]}$$

Угаона брзина малог зупчаника

$$\omega_1 = \pi \frac{n_1}{30} = 125,66 \text{ s}^{-1}$$

Обртни момент малог зупчаника

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = 39,7899 \text{ Nm} \quad ; \quad T_2 = T_1 \eta_1 u_{1,2} = 107,68 \text{ Nm}$$

$$\eta_1 = 0,97 \text{ [1]}$$

Кинематски преносни однос

$$u_{1,2} = \frac{n_1}{n_2} = 2,79$$

Бројеви зубаца зупчаника

$$z_1 = 40 \text{ [1]}$$

$$z_2 = u_{1,2} z_1 = 111,6 \quad \text{усваја се: } z_2 = 112$$

Пречник подеоног круга малог зупчаника

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{2000 T_1 K_A u + 1}{K \psi_{bd1} u}} \quad d_1 \geq 54,32 \text{ mm}$$

Модул

$$m_n = \frac{d_1}{z_1} = 1,358 \text{ mm} \quad \text{усваја се: } m_n = 1,375 \text{ mm [1]}$$

Пречници подеоних кругова зупчаника

$$d_1 = m z_1 = 55 \text{ mm}$$

$$d_2 = m z_2 = 154 \text{ mm}$$

5.2 Геометријске мере зупчаникаСтандардни модул

$$m_n = 1,375 \text{ mm}$$

Стандардни профил

$$\alpha_p = 20^\circ \quad u_p = 1 c_p = (0,2 \div 0,3) m_n = 0,34 \text{ mm} \quad h_{fp} = m_n + c_p = 1,715 \text{ mm}$$

$$h_{ap} = m_n = 1,375 \text{ mm} \quad h_p = h_{fp} + h_{ap} = 3,09 \text{ mm}$$

Угао нагиба профила алата

$$\alpha = \alpha_n = \alpha_p = 20^\circ$$

Кинематски преносни однос

$$u = \frac{z_2}{z_1} = 2,8$$

Корак на подеоном кругу

$$p = m\pi = 4,31 \text{ mm}$$

Корак на основном кругу

$$p_b = p \cos \alpha = 4,05 \text{ mm}$$

Ширина зупчаника

$$b = d_1 \psi_{bd1} \quad b = 77 \text{ mm}$$

Пречници основних кругова

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha = 51,68 \text{ mm} \quad ; \quad d_{b2} = d_2 \cos \alpha = 144,71 \text{ mm}$$

Нулто осно растојање

$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = 104,5 \text{ mm}$$

Коефицијенти померања профила

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 0$$

Угао додирнице

$$\alpha_w = \alpha = 20^\circ \quad (\text{Код НУЛТИХ и V - НУЛТИХ зупчастих парова})$$

Осно растојање

$$a = a_d = a_d \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 104,5 \text{ mm}$$

Пречници кинематских кругова

$$d_{w1} = \frac{2a}{u+1} = 55 \text{ mm}$$

$$d_{w2} = u d_{w1} = 153,45 \text{ mm}$$

Пречници подножних кругова

$$d_{f1} = d_1 - 2h_{fp} + 2x_1m = 51,57 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2h_{fp} + 2x_2m = 150,57 \text{ mm}$$

Пречници темених кругова

$$d_{a1} = 2a - d_{f2} - 2c = 57,75 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = 2a - d_{f1} - 2c = 156,75 \text{ mm} \quad c = c_p$$

Лучна дебљина зупца на подеоном кругу

$$s_1 = s_2 = \frac{m\pi}{2} = 2,16 \text{ mm}$$

Лучна ширина међузубља

$$e_1 = p - s_1 = 2,15 \text{ mm} \quad ; \quad e_2 = p - s_2 = 2,15 \text{ mm}$$

Парцијалне дужине додирнице

$$g_a = \frac{1}{2} \sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} - \frac{d_{w1}}{2} \sin \alpha_w = 3,48 \text{ mm}$$

$$g_f = \frac{1}{2} \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} - \frac{d_{w2}}{2} \sin \alpha_w = 3,88 \text{ mm}$$

Дужина активног дела додирнице

$$g_a = g_a + g_f = 7,36 \text{ mm}$$

Парцијални степени спрезања

$$\varepsilon_a = \frac{g_a}{p_b} = 0,86$$

$$\varepsilon_f = \frac{g_f}{p_b} = 0,96$$

Степен спрезања профила

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_a + \varepsilon_f = 1,82$$

Обимна брзина зупчаника

$$v_t = \pi d_{w1} n_1 = 3,768 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Обимна сила погонског зупчаника

$$F_{t1} = \frac{T_1}{\frac{d_1}{2}} = 1446,91 \text{ N} \quad ; \quad F_{t2} = \frac{T_2}{\frac{d_2}{2}} = 1398,44 \text{ N}$$

5.3 Прорачун носивости по критеријуму чврстоће бокова зубаца**Радни напон бокова зубаца**

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\varepsilon Z_B^2 \sqrt{\frac{F_t}{d_1 b} \frac{u+1}{u}} K_A K_V K_{H\alpha} K_{H\beta}$$

- $Z_H = \frac{1}{\cos \alpha_t} \sqrt{\frac{2}{\text{tg} \alpha_w}} = 2,4912$
- $Z_E = 189,8 \sqrt{\text{N/mm}^2}$
- $Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}} = 1,501$
- $Z_B = 1$ за $z_1 > 20$

Фактори расподеле оптерећења

- $K_A = 1,1$
- $K_V = f_F K_{350N} + 1 = 1,7644$

$$K_A \frac{F_t}{b} = 17,368 ; \quad \text{за} \quad K_A \frac{F_t}{b} < 100 \text{ и квалитет N7} \Rightarrow f_F = 2,94 [1]$$

$$K_{350N} = 0,26 [1]$$

$$\bullet \quad K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = \frac{\varepsilon_{\gamma}}{2} \left[0.9 + 0.4 \frac{C_{\gamma}(A_{tb} - y_{\alpha})}{\left(K_A \frac{F_t}{b}\right) K_V K_{H\beta}} \right] = 3,441$$

$\varepsilon_{\gamma} = \varepsilon_{\alpha} = 1,82$ - Код зупчаника са правим зупцима

$$C_{\gamma} = 20 \cdot K_A \frac{F_t}{100 b} \text{ N / (mm} \cdot \mu\text{m)} [1]$$

$$y_{\alpha} = 3,924 \mu\text{m} [1]$$

$$A_{tb} = A_{t0} \cos\beta = 13 \mu\text{m} [1]$$

$$\bullet \quad K_{F\beta} = 1 + (K_{\beta} - 1) f_w f_p = 1,256$$

$$K_{\beta} = 1,16 [1]$$

$$f_w = 1,6 [1]$$

$$f_p = 1$$

$$\bullet \quad K_{H\beta} = K_{F\beta}^{1,39} = 1,3728$$

$$\sigma_H = 809,24 \text{ MPa}$$

Критични напон бокова зубаца

$$[\sigma_H] = \sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_L Z_R Z_V Z_W Z_X$$

Избор материјала и његове карактеристике

$$20\text{MoCr4}[1] \Rightarrow \sigma_{Hlim} = 1470 \text{ MPa} ; \quad \sigma_{Flim} = 385 \text{ MPa}$$

$$\bullet \quad Z_{NT} = 1$$

$$\bullet \quad Z_L = 1 [1]$$

$$\bullet \quad Z_V = 0,94 [1]$$

$$\bullet \quad Z_R = \left(\frac{3}{R_{Z100}} \right)^{C_{ZR}} = 0,98$$

$$C_{ZR} = 0,15$$

$$R_{Z100} = \frac{R_{Z1} + R_{Z2}}{2} \sqrt[3]{\frac{100}{a}} = 3,5456$$

$$\bullet \quad Z_W = 1,2 - \frac{HB - 130}{1700} = 1,118$$

Тврдоћа за 20MoCr4 по Викерсу (*Vickers*) је HV 270. На основу тога, усваја се да је тврдоћа по Бринелу (*Brinell*) HB269 [1]

$$\bullet \quad Z_X = 1 [1]$$

$$[\sigma_H] = \sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_L Z_R Z_V Z_W Z_X = 1513,96 \text{ MPa}$$

Степен сигурности против разарања бокова зубаца

$$S_H = \frac{[\sigma_H]}{\sigma_H} = 1,87 \geq S_{Hmin} = 1 \dots 1,2$$

Радни напон у подножју зубаца

$$\sigma_F = Y_{Fa} Y_{Sa} Y_{\varepsilon} \frac{F_t}{b m} K_A K_V K_{F\alpha} K_{F\beta}$$

Погонски зупчаник:

- $Y_{Fa1} = 2,45$
- $Y_{Sa1} = 1,75$
- $Y_{\varepsilon} = 0,25 + \frac{0,75}{\varepsilon_{\alpha}} = 0,679$
- $K_{F\alpha} = 3,441$
- $K_{F\beta} = 1,256$

$$\sigma_{F1} = Y_{Fa1} Y_{Sa1} Y_{\varepsilon} \frac{F_{t1}}{b m} K_A K_V K_{F\alpha} K_{F\beta} = 483,95 \text{ MPa}$$

Гоњени зупчаник:

- $Y_{Fa2} = 2,20$
- $Y_{Sa2} = 2$
- $Y_{\varepsilon} = 0,25 + \frac{0,75}{\varepsilon_{\alpha}} = 0,679$
- $K_{F\alpha} = 3,441$
- $K_{F\beta} = 1,256$

$$\sigma_{F2} = Y_{Fa2} Y_{Sa2} Y_{\varepsilon} \frac{F_{t2}}{b m_n} K_A K_V K_{F\alpha} K_{F\beta} = 496,65 \text{ MPa}$$

Критични напон у подножју зубаца

$$[\sigma_F] = \sigma_{Flim} Y_{NT} Y_{ST} Y_{\delta relT} Y_{RrelT} Y_X$$

Погонски зупчаник:

- $\sigma_{Flim} = 385 \text{ MPa}$
- $Y_{NT} = 1$
- $Y_{ST} = 2$
- $Y_{\delta relT} = 0,99$ за $Y_{Sa1} = 1,75$ [1]
- $Y_{RrelT} = 1,05$ за $R_Z = 4$ [1]
- $Y_X = 1$ за $m_n = 1,375 \text{ mm}$ [1]

$$[\sigma_{F1}] = \sigma_{Flim} Y_{NT} Y_{ST} Y_{\delta rel T1} Y_{RrelT} Y_x = 800,415 \text{ MPa}$$

Гоњени зупчаник:

- $\sigma_{Flim} = 385 \text{ MPa}$
- $Y_{NT} = 1$
- $Y_{ST} = 2$
- $Y_{\delta rel T2} = 0,99$ за $Y_{Sa2} = 2$ [1]
- $Y_{RrelT} = 1,05$ за $R_Z = 4$ [1]
- $Y_x = 1$ за $m_n = 1,375 \text{ mm}$ [1]

$$[\sigma_{F2}] = \sigma_{Flim} Y_{NT} Y_{ST} Y_{\delta rel T2} Y_{RrelT} Y_x = 832,755 \text{ MPa}$$

Степен сигурности подножја зубаца:

Погонски зупчаник: $S_{F1} = \frac{[\sigma_{F1}]}{\sigma_{F1}} = 1,654$ $S_{F1} = 1,654 \geq S_{Fmin} = 1,25 \div 2,5$

Гоњени зупчаник: $S_{F2} = \frac{[\sigma_{F2}]}{\sigma_{F2}} = 1,68$ $S_{F2} = 1,68 \geq S_{Fmin} = 1,25 \div 2,5$

6. ЗАКЉУЧАК

На основу свега изложеног, може се закључити да се пред конструкторе постављају све већи захтеви у погледу усавршавања конструкција, брзине прорачуна и израде технолошке документације, па се због тога тежи коришћењу рачунарских програма ради добијања што прецизнијег и бржег прорачуна.

Постоји више типова прорачуна, а на конструктору је да одабере који ће тип прорачуна користити како би добио што оптималније резултате у погледу чврстоће и тачности.

Фактори које треба узети у обзир су, пре свега: избор материјала зупчаника (јер зупчаници морају бити довољно јаки да поднесу оптерећење), цена израде зупчаника, век трајања, начин израде зупчаника, завршна механичка и термичка обрада зупчаника, начин монтаже, величина серије, маса зупчаника, али и бука и вибрације у току рада.

При избору основних величина полази се од ограничења која су постављена пред конструкторе, а то су најчешће брзина обртања зупчаника, величина малог зупчаника, међуосно растојање, врста погонске машине и тако даље.

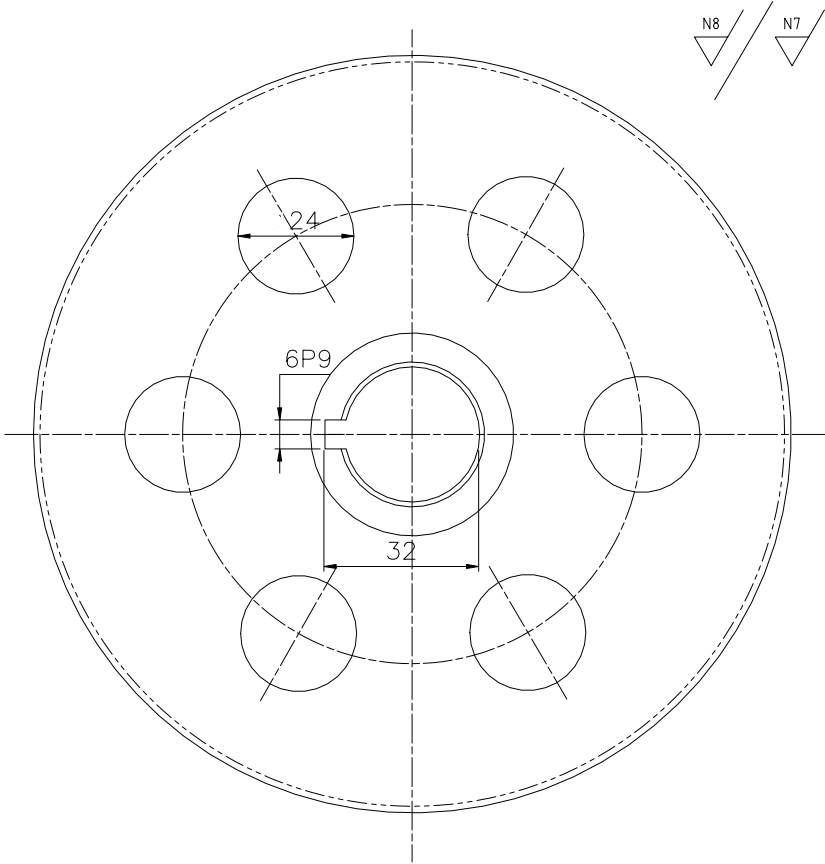
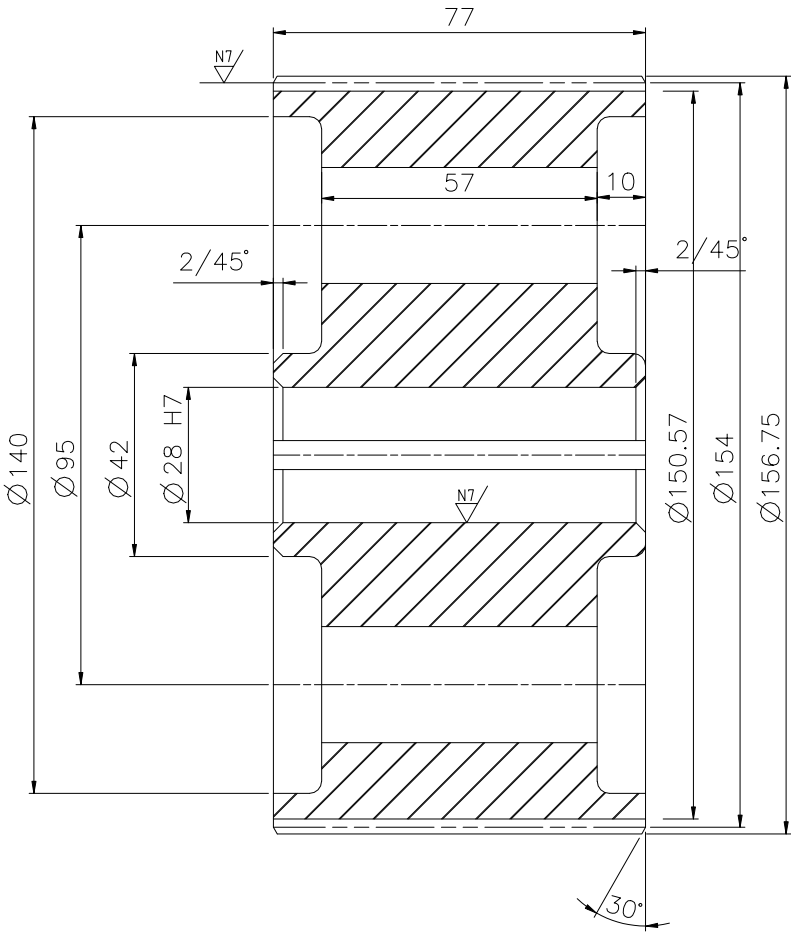
Такође треба напоменути да се чврстоћа бокова зубаца, под условом да су зупчаници израђени од истог материјала, рачуна само за погонски (мањи) зупчаник. Анализом односа напона у подножју зубаца, може се постићи што већа чврстоћа подножја зубаца.

За даљу анализу зупчаника било би неопходно употребити неки напреднији софтвер за добијање бржег и прецизнијег прорачуна, као и извршити нумеричку анализу напонско деформационог стања зупчаника.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Николић В., *Машински елементи теорија, прорачун, примери*, Машински факултет Крагујевац, Крагујевац, 2004.
- [2] Огњановић М., *Машински елементи*, Машински факултет у Београду, 2001.
- [3] Милчић Д., Банић М., Милтеновић А., Милчић М., *Машински елементи*, Машински факултет Ниш, 2015.
- [4] Адамовић Ж., Стефановић С., Јосимовић Љ., Момчиловић О., Јевтић Н., Јованов Г., *Подмазивање машина, ОМО*, Београд, 2003.
- [5] Шикуљак Д., Ковач О., Дамјановић Н., *Утјецај базних уља и побољшивача вискозности на нискотемпературна својства уља за зупчанике пријеноснике*, 2016.
- [6] Недић Б., Лазић М., *Производне технологије, обрада метала резањем*, Крагујевац, 2007.
- [7] Кузмановић С., *Машински елементи, Обликовање, прорачун и примена*, Факултет техничких наука, Нови Сад, 2014.

Ø28 H7	0.021
	0
6P9	-0.015
	-0.045



Napomena: Zaobljene ivice na zupčaniku su svuda istih dimenzija r=2 mm

Broj zubaca	Z _a	112
Standardni modul	m _n	1,375 mm
Modul	m	1,358 mm
Standradni profil	SRPS. M. C1. 016	
Prečnik podeonog kruga	d	154 mm
Prečnik osnovnog kruga	db	144,71 mm
Prečnik podnožnog kruga	df	150,57 mm
Prečnik temenog kruga	da	156,75 mm
Oсно растојanje	a	104,5 mm
Pomeranje profila	v	0
Broj obrtaja	n ₂	430 min ⁻¹
Podeoni korak	p	4,31 mm

Tolerancija slobodnih mera:				Površinska hrapavost:				Površinska zaštita:					
Materijal:								Termička obrada:					
								Format:		Masa:		Razmera: 1:1	
					Datum			Gonjeni zupčanik					
					Obradio	Boris Kostadinović							
					Odobrio								
					Standard								
								Fakultet Inženjerskih Nauka Kragujevac					
					Fakultet Inženjerskih Nauka Kragujevac							1	
												A3	
St.i.	Izmene	Datum	Ime										