

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Машинске конструкције и механизација

Предмет: Машински елементи

Број индекса: 4/2014

Милица Б. Сарафимовић

Прорачун носивости вратила и осовина према стандарду DIN 743

завршни рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. Др Зорица Ђорђевић, ванр.проф.

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завршног рада кандидат треба да обради следећа поглавља:

- Вратила и осовине, основни појмови, подела, примена,
- Прорачуна вратила и осовина по критеријуму чврстоће,
- Критеријуми прорачуна вратила према стандарду DIN 743,
- Пример прорачуна.

Препоручена литература:

[1] НИКОЛИЋ В.: *Машински елементи, теорија, прорачун, примери*, Крагујевац, 2004.

[2] МИЛЧИЋ Д., БАНИЋ М., МИЛТЕНОВИЋ А., МИЛЧИЋ М.: *Машински елементи*, Ниш, 2015.

[3] ОГЊЕНОВИЋ М.: *Машински елементи*, Београд, 2016.

Крагујевац, 2018.

Ментор:

Др Зорица Ђорђевић, ванр. проф.

Садржај

1. Увод.....	1
2. Вратила и осовине, основни појмови, подела, примена	2
2.1. Вратила.....	2
2.1.1. Примена и подела вратила.....	3
2.2. Осовине и осовинице	8
2.2.1. Примена и подела осовина и осовиница	9
2.3. Материјали за израду вратила и осовина.....	10
3. Прорачун вратила и осовина по критеријуму чврстоће.....	11
3.1. Радни напони	11
3.2. Критични напони.....	12
3.3. Дозвољени напон	12
3.4. Провера степена сигурности вратила и осовина.....	13
4. Критеријуми прорачуна вратила према стандарду DIN 743	18
4.1. Статички степен сигурности	18
4.2. Динамички степен сигурности.....	20
5. Пример	29
5.1. Прорачун отпора ослонаца вратила I	30
5.2. Прорачун момента савијања	31
5.3. Момент увијања.....	32
5.4. Димензионисање вратила	32
5. Закључак	39
6. Литература.....	40

Резиме

Вратила су носачи обрних машинских делова, који у оквиру једног машинског система врше преношење кретања и оптерећења и служе за спајање делова у функционалну целину. У раду су укратко описани улога вратила и осовина, њихова подела и примена. Приказ прорачуна вратила и осовина по критеријуму чврстоће применом стандарда DIN 743 је дат према два критеријума: прорачун степена сигурности у односу на пластичне деформације дела (статички степен сигурности) и прорачун степена сигурности у односу на динамичку издржљивост материјала (динамички степен сигурности). У датом примеру је димензионисано вратило једног редуктора па је за исто вратило израчунат статички степен сигурности према стандарду DIN 743 на местима зупчаника и спојнице, како би се проверило да ли вредности задовољавају.

Кључне речи: вратила, осовине, носивост, стандард DIN 743.

Summary

Shafts are pillars of rotory machine parts, which within one machinery sistem are due to transfer movement and burden. Their purpose is to connect piecese into a functional whole. This work has short explanations about shafts and axis, about their classification and applications. The description of the calculation of shafts and axis by the criteria of hardness, applying standard DIN 743 is shown by two criterias: the calculation of degree of safety according to plastic deformations of the pieces (static degree of safety) and calculation of degree od safety according to dynamic endurance of the material (dynamic degree of safety). In the given example, there is a dimensional shaft of one reductor and calculation of a static degree of safety for it, according to thu standard DIN 743, on the positionos of cad-wheels and links, in order to check if the values are satisfyng.

Key words: shaft, axis, capacity, standard DIN 743.

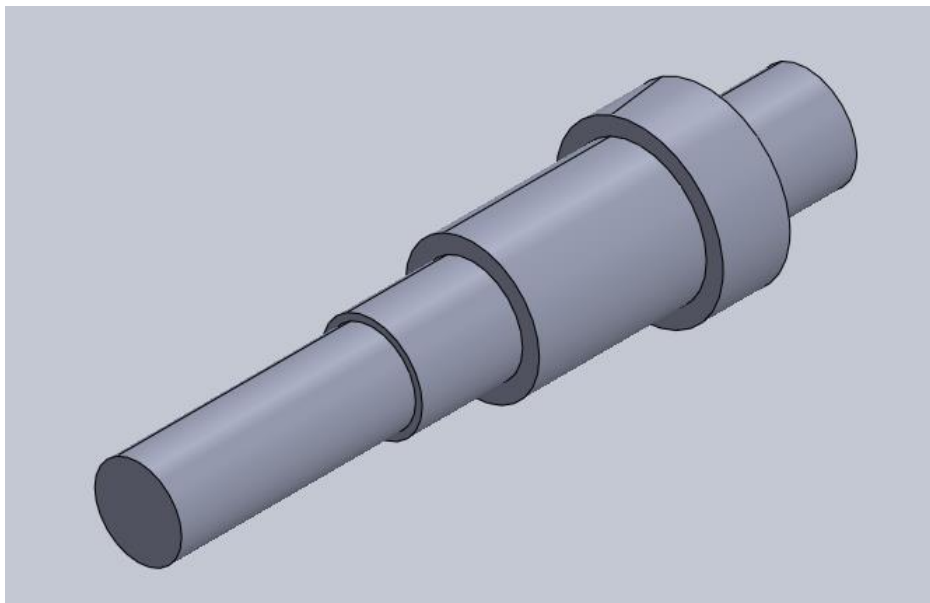
1. Увод

Широм света најчешћи проблем инжењера и техничара у конструсању јесте одређивање степена сигурности за одређене конструкције. Суштина прорачуна је која оптерећења конструкција може поднети у одређеним условима, а да не дође до њеног деформисања. За инжењере који се баве конструсањем и обликовањем вратила, основни задатак је да након пројектног прорачуна одреде степен сигурности на одређеним местима где долази до великог пораста напрезања.

Стандард DIN 743 обухвата изразе и једначине за одређивање степена сигурности у критичним пресецима вратила и осовина и то према два критеријума:

- сигурност у односу на пластичне деформације дела (статички степен сигурности),
- сигурност у односу на динамичку издржљивост материјала (динамички степен сигурности).

Циљ овог рада јесте прорачун чврстоће вратила и осовине према стандарду DIN 743. Прорачун разматра оптерећења на затезање/притисак, савијање и увијање. Резултати добијени применом стандарда DIN 743, отклањају недоумице по питању сигурности на критичним местима осовина и вратила те тиме омогућују инжењерима прецизније димензионисање вратила и осовина. Описана је и основна подела вратила и осовина, као и основна намена. Материјали од којих се углавном израђују вратила и осовине су конструктивни челици, челици за побољшање и челици за цементацију.



Слика 1.1.- Степенасто вратило

2. Вратила и осовине, основни појмови, подела, примена

Обртно кретање постоји скоро код свих врста машина. Код свих погонских машина основно кретање је обртање. Сва транспортна средства базирају се на обртном кретању, због тога обртни елементи имају врло важну улогу. Елементи обртног кретања су вратила, осовине, лежајеви и спојнице. Вратила и осовине су носачи обрних машинских делова, који у оквиру једног машинског система врше:

- преношење кретања и оптерећења,
- спајање делова у функционалну целину.

Као основни елементи обртног кретања, вратила морају увек бити преко клизних или котрљајних лежаја ослоњени на носећу конструкцију. Два вратила међусобно се спајају спојницом. Осовине и вратила најчешће се изводе са два ослоња, односно са два рукавца. Дугачка вратила могу бити и са већим бројем рукаваца.

2.1. Вратила

Вратила (слика 2.1.) представљају носаче обрних машинских делова (зупчаника, каишника, ланчаника, фрикционих точкова, спојница и др.), такође служе и за преношење обрних момената дуж осе обртња. Вратила се најчешће обрћу, а ретко осцилују. Омогућавају обртање делова који се налазе на њима, спајање у функционалну целину и преношење оптерећења. Обртни делови на вратилу морају бити тако учвршћени да омогуће преношење обртног момента са вратила на вратило. За разлику од осовина, вратила, поред уздужних и поречних сила, преносе и снагу, односно обртни момент, па су изложена сложенем напрезању (савијање и увијање)[1].



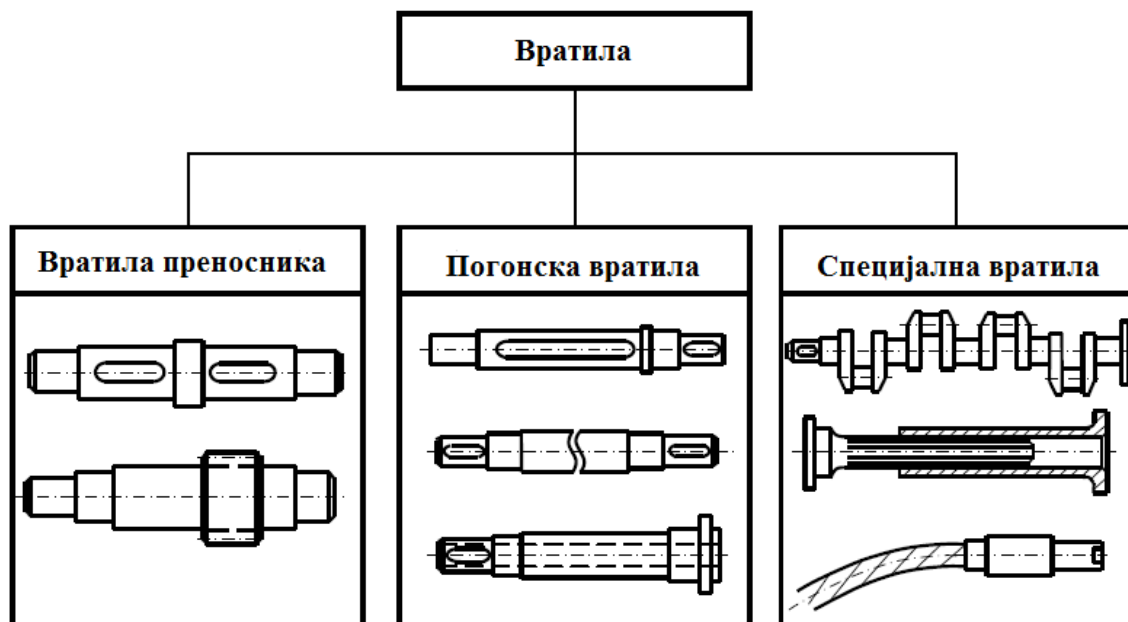
Слика 2.1.-Степанаста вратила

2.1.1. Примена и подела вратила

Вратила се употребљавају код машина алатки, електромотора са унутрашњим сагоревањем и диференцијала, друмских и шинских возила, клипних мотора, авиона, бродова, турбина, ексцентар преса и друго.

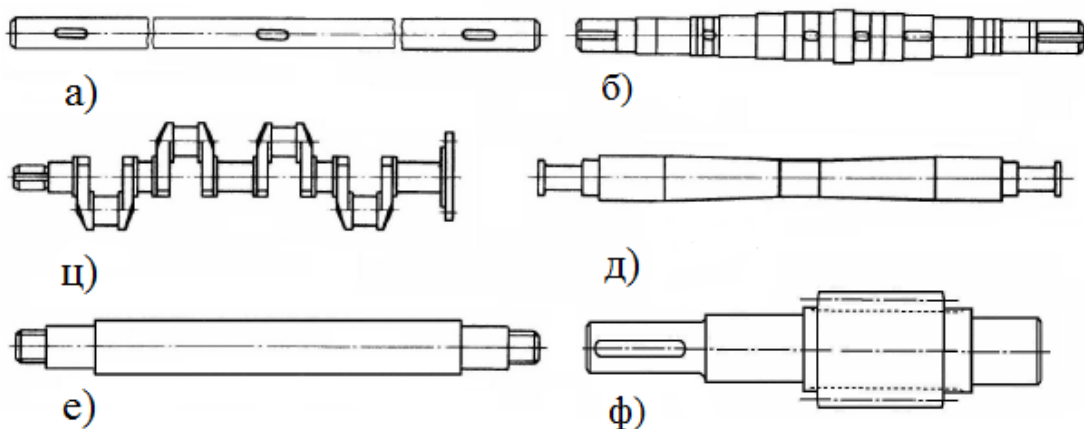
Према примени (слика 2.2.), вратила се деле у три групе [2]:

1. **Вратила преносника снаге** су најчешће носачи зупчаника, ланчаника, ременица, фриксионих точкова, спојница итд. Израђују се засебно или изједна са обртним делом, на пример са зупчаником.
2. **Погонска вратила** ротора енергетских машина се користе за преношење обртног момента. То су вратила погонских точкова мобилних машина, вратила турбо машина, вратила мешалица, транспортера и слично.
3. **Специјална вратила** се користе за остваривење специјалних функција у машинским системима. У ову групу спадају **коленаста вратила** мотора са унутрашњим сагоревањем, затим **телескопска вратила** чија се дужина може мењати, као и **савитљива - гипка вратила** чија се оса може деформисати по потреби.



Слика 2.2.-Подела вратила према примени

Вратила се деле према облику подужне осе и могу бити **права** (са правом подужном осом (слика 2.3. а,б,д,е,ф)) и **коленаста** (са испрекиданом-изломљеном подужном осом (слика 2.3. ц)).



Слика 2.3.-Конструкциони облици вратила

Вратила се деле и на [1]:

1. Чврста,
2. Савитљива.

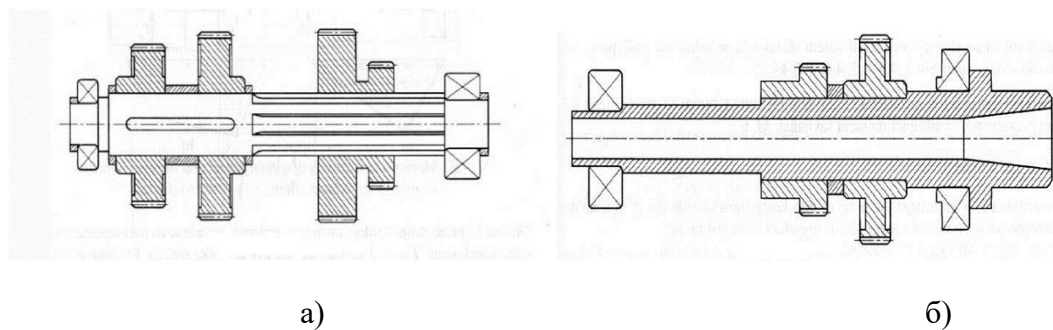
Чврста вратила према полоажју геометриске осе деле се на:

- права и
- коленаста.

Савитљива вратила деле се на:

- гипка и
- зглавкаста.

Правна вратила (слика 2.4.) су вратила код којих је геометријска оса права линија. Примењују се код електромотора, редуктора, а попречни пресеци су кружног облика. Могу бити: **глатка, степенаста и израђена изједна са зупчаником.**



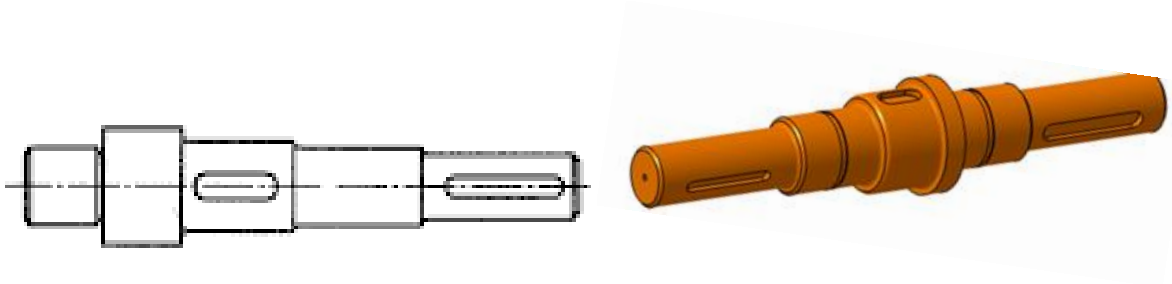
Слика 2.4.-Примери правих вратила

- **Глатка вратила** (слика 2.5.) су вратила чији је попречни пресек по целој дужини константан. Примењује се при трансмисијама и разноврсним машинама.



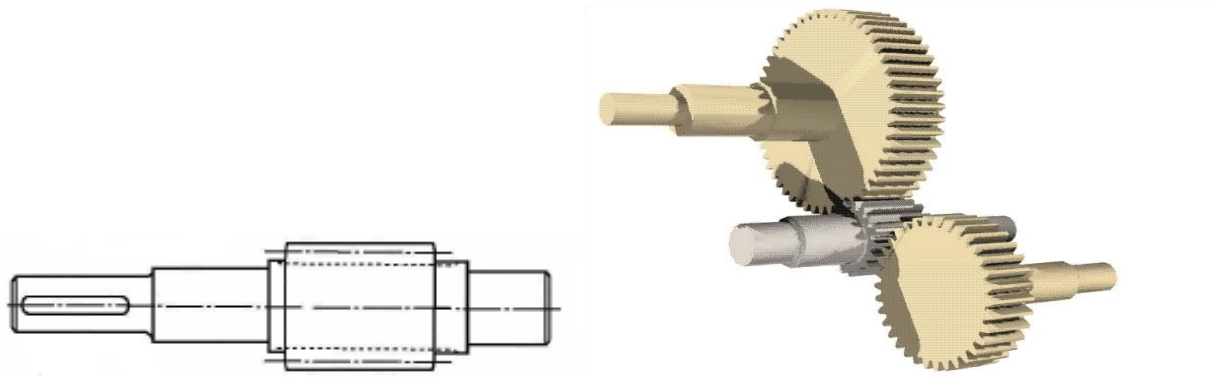
Слика 2.5.-Глатко вратило

- **Степенаста вратила** (слика 2.6.) су цилиндричног облика са промењивим пресеком по дужини. Примењује се код редуктора, тешких машина, а понекад и као главно трансмисијско вратило.



Слика 2.6.-Степенасто вратило

- **Вратила израђена изједна са зупчаником** (слика 2.7.)



Слика 2.7.-Вратило израђено изједна са зупчаником

Коленаста вратила (слика 2.8.) имају испрекидану-изломљену геометријску осу. Употребљавају се за претварање праволинијског кретања у кружно и обрнуто.

Могу бити:

- проста (једно колена) и
- сложена (више колена).



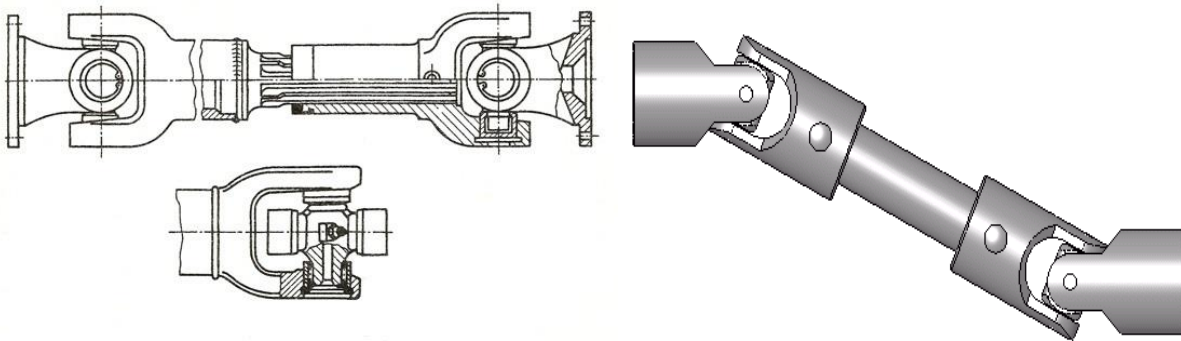
а)

б)

Слика 2.8.-Коленаста вратила, а) просто (једно колена), б)сложено (више колена)

Примењују се код клипних мотора (парних, гасних и бензинских), као главно вратило. Оно је једно од најодговорнијих, најоптерећенијих, најсложенијих и најскупљих делова мотора.

Карданска вратила (слика 2.9.) се примењују за пренос великих обртних момената. Употребљава се за преношење обртног кретања од мотора до диференцијала. Карданова вратила могу бити изведена као телескопска (телескопско међувратило). Примењује се код транспортних средстава, на пример, код теретних и шинских возила. Међувратило може бити и веће дужине када има могућност пригушења вибрација.



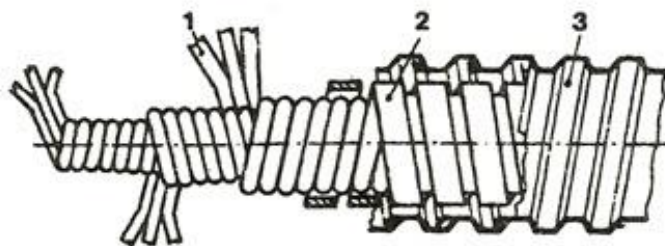
Слика 2.9.-Карданово вратило

Брегаста вратила (слика 2.10.) представљају један од најважнијих елемената мотора аутомобила. Од њиховог рада зависи буквално све – снага мотора, потрошња горива, количина издувних гасова, трајност мотора и др. Она контролишу рад усисних и издувних вентила и то чине преко специјалних „брегова“ који се налазе дуж њих.



Слика 2.10.-Брегасто вратило

Савитљива (гипка) вратила (слика 2.11.) служе за преношење обртних момената када геометријска оса вратила мења свој просторни положај. Употребљавају се за преношење мањих обртних момената. Састоје се од једне или више жица увијених у виду цилиндричних завијених опруга чији се завојци додирују.

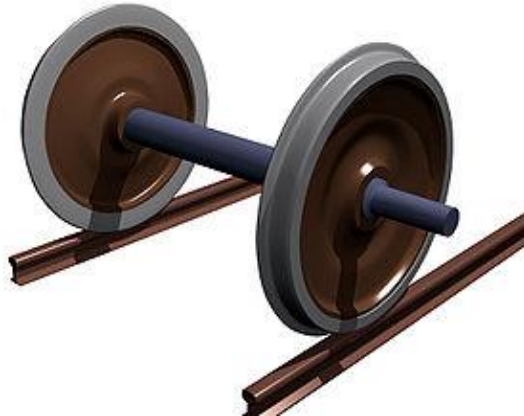


Слика 2.11.-Савитљиво вратило (1- намотана жица, 2- челична трака, 3- заштитни омотач)

Поред кружног попречног пресека вратила могу бити: **ожлебљена, троугаоног попречног пресека** или другог профилског облика. **Ожлебљена вратила** се примењују у градњи машина алатки, локомотива, трактора, аутомобилских и авионских мотора и уређаја. Користе се за већа оптерећења и аксијално померање дуж вратила. Применом вратила **троугластог профила**, ублажава се концентрација напона присутна код вратила. Таква вратила се примењују, такође, код машина алатки. Вратила могу бити пуна или са центричним уздужним отвором - шупља вратила. Шупља вратила се употребљавају за смањење тежине и где су растојања између тежишта велика [1].

2.2. Осовине и осовинице

Осовине су машински елементи који служе као носачи мирујућих осцилаторних или мирујућих машинских делова. Осовине преносе само уздужне и попречне силе и изложене су напону на савијање и затезање-притисак. Осовине не преносе снагу односно обртни момент.



Слика 2.12.-Осовина

Осовинице су кратке осовине и примењују се за оставривање зглобних веза. Осовинице или осцилију у ослонцима или мирују па други елементи осцилују око њих.



Слика 2.13.-Осовиница

2.2.1. Примена и подела осовина и осовиница

Осовине представљају носаче обртних машинских делова и налазе примену код точкова на вагонима, вагонетима, локомотивама, транспортним колицима, приколицама, код друмских возила, добоша за намотавање ужета или ланца при дизању терета, итд.

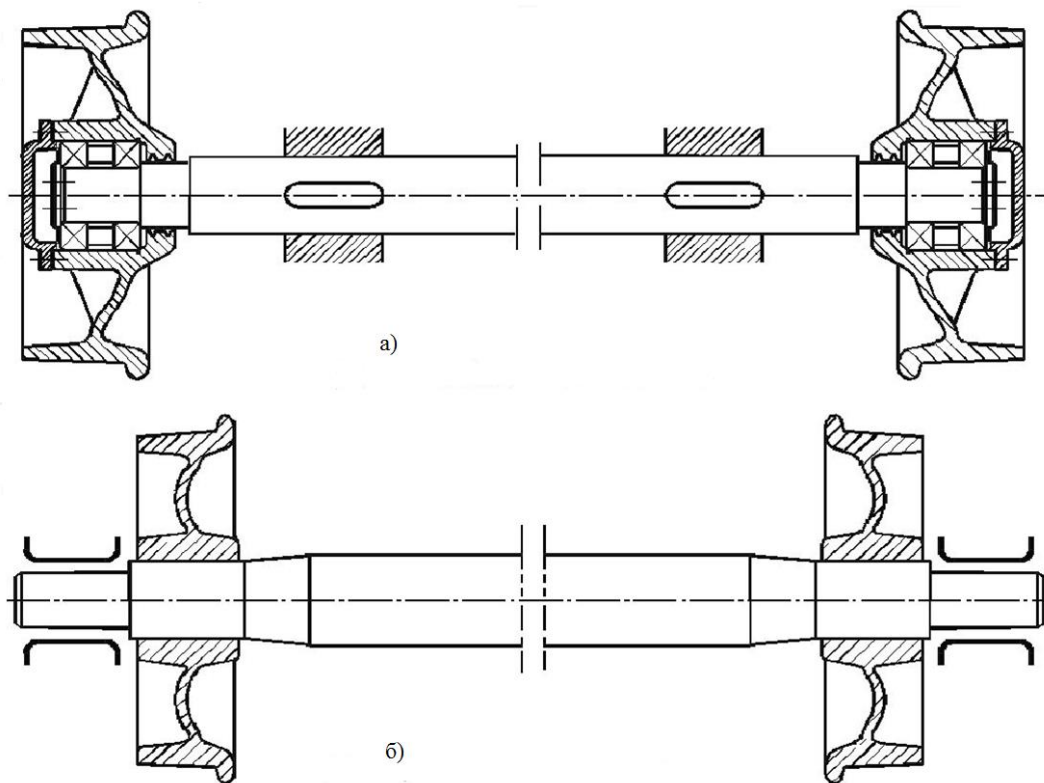
Значајна примена **осовиница** је код парних машина, за везу укрсне главе са полугом, као и код мотора СУС, за везу клипа и полуге. Такође, примењују се за вођење и центрирање машинских делова, осигурање од преоптерећења, итд.

Подела осовина:

- **Покретне** – обрћу се или осцилују заједно са причвршћеним деловима (вагонска осовина, осовине вагонета и локомотива),
- **Непокретне** – не обрћу се (осовине код друмских возила, код ручних колица, осовине на дизалицама).

Могу се поделити и на:

- Шупље и
- Пуне.



Слика 2.14.-Примери осовина, а) непокретна пуна осовина, б) покретна пуна осовина

Осовинице могу бити: пуне и шупље, круте и еластичне, без главе, са цилиндричном или шестоугаоном главом и сл.

Прве две групе осовиница се најчешће користе за остваривање зглобних веза. Осовинице са шестоугаоном главом предвиђене су за остваривање чврстих веза спојених делова.

2.3. Материјали за израду вратила и осовина

Материјал за вратило или осовину мора задовољити економске и техничке услове. Најважнији технички услов је услов радне способности. Вратила и осовине морају бити конструисани тако да прописану функцију обављају исправно и поуздано, што значи да имају довољну чврстоћу и крутост, да би у току рада издржали сва оптерећења без штетних деформација, разарања и опасних осцилација. Као материјали за вратила и осовине најчешће се користе обични конструкциони челици, челици за побољшање и челици за цементацију [1, 2,...].

Нормално оптерећена вратила и осовина најчешће се израђује од челика S275 (Ћ 0445) и E295 (Ћ 0545), а за јача оптерећења користи се и E335 (Ћ 0645). Издржљивост, чврстоћа и тврдоћа ових челика је мања у односу на друге челике, али им је зато обрадљивост резањем добра, а цена нижа. При томе се добијају нешто веће димензије вратила што повећава њихову крутост, односно смањује еластичне деформације при истом спољашњем оптерећењу.

Високо оптерећена вратила и осовине, која се примењују код возила, мотора, тешких машина, преносника, турбина итд., израђују се од челика за побољшање. Ови челици су веће чврстоће и издржљивости, а уз одговарајућу термичку обраду и велике тврдоће. Овде се најчешће користе угљенични челици C35 (Ћ 1430) и C45 (Ћ 1530), који су предвиђени за израду осовина шинских возила. Од легираних челика примењују се 34Cr4 (Ћ 3230), 41Cr4 (Ћ 4131), 34CrMo4 (Ћ 4731) и 42CrMo4 (Ћ 4732).

Брзоходна вратила улежиштена у клизне лежаје захтевају велику тврдоћу рукавца да би коефицијент трења (клизања) био мањи, па се ова вратила израђују од челика за цементацију. Исто важи и за вратила која су израђена изједна са другим деловима (цементирани зупчаници). Овде се користе цементирани и каљени угљенични челици C10E (Ћ 1121), C15E (Ћ 1221), као и легирани челици 16MnCr5 (Ћ 4320), 20MnCr5 (Ћ 4321), 17CrNi6-6 (Ћ 5421) и 20MoCr4 (Ћ 4721).

3. Прорачун вратила и осовина по критеријуму чврстоће

3.1. Радни напони

Под дејством спољашњег оптерећења, односно момената и сила, у појединим пресецима вратила и осовина долази до појаве радних напона. Нападни момент савјања доводи до нормалног напона услед савијања, аксијалне силе доводе до нормалних напона услед затезања односно притиска, трансверзалне силе до тангентних напона услед смицања, а нападни момент увијања доводи до тангентних напона услед увијања. Номинални напони за напред наведена напрезања могу се одредити према следећим изразима [1]:

$$\text{Напон на савијање:} \quad \sigma_s = \frac{M}{W} \quad \text{за вратила и осовине} \quad (1)$$

$$\text{Напон на затезање – притисак:} \quad \sigma_z = \frac{F_a}{A_z} \quad \text{за вратила и осовине} \quad (2)$$

$$\text{Напон на смицање:} \quad \tau_s = \frac{F_T}{A_s} \quad \text{за вратила и осовине} \quad (3)$$

$$\text{Напон на увијање:} \quad \tau_t = \frac{T_t}{W_p} \quad \text{за вратила} \quad (4)$$

Величине у изразима (1) – (4) су:

- M – нападни момент савијања у Nmm ;
- F_a – аксијална сила у N ;
- F_T – трансверзална сила у N ;
- T_t – нападни момент увијања у Nmm ;
- W – аксијални отпорни момент пресека вратила у mm^3 ;
- W_p – поларни отпорни момент пресека вратила у mm^3 ;
- A – попречни пресек вратила у mm^2 .

Израз за прорачун отпорних момената W и W_p , за неке карактеристичне облике попречних пресека вратила, дати су у Табели 3.1.

Еквивалентни напон према хипотези о највећем деформационом раду при промени облика, дат је изразом:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma^2 + (\alpha\tau)^2} \quad ; \quad \alpha = \frac{\sigma_{Ds(-1)}}{\tau_{Dt(0)}} \quad (5)$$

где је $\sigma_{Ds(-1)}$ трајна динамичка чврстоћа при чисто наизменично променљивом савијању и $\tau_{Dt(0)}$ трајна динамичка чврстоћа при чисто једносмерно променљивом увијању. Фактором α , отерећење вратила се своди на оптерећење на савијање тј. прилагођава се торзионо напрезање наизменично променљивом напрезању на савијање.

3.2. Критични напони

Критични напони при савијању, сходно промени радних напона код вратила и обртних осовина, једнаки су динамичкој издржљивости при чисто наизменично променљивом напрезању $\sigma_{Ds(-1)}$, код непокретних осовина напон је једнак трајној динамичкој издржљивости при једносмерно променљивом напрезању на савијање $\sigma_{Ds(0)}$. Узимајући у обзир величину пресека (фактор ξ_1), храпавост (фактор ξ_2), ојачање површинског слоја (фактор ξ_3) и концентрацију напона (фактор β_k), меродавни критични напони се одређују према следећим изразима:

- При савијању
$$[\sigma_s] = \frac{\xi_1 \xi_2 \xi_3 \sigma_{Ds}}{\beta_k} \quad (6)$$

- При затезању или притиску
$$[\sigma_z] = \frac{\xi_1 \xi_2 \xi_3 \sigma_{Dz}}{\beta_k} \quad (7)$$

- При увијању
$$[\tau_t] = \frac{\xi_1 \xi_2 \xi_3 \tau_{Dt}}{\beta_k} \quad (8)$$

- При смицању
$$[\tau_s] = \frac{\xi_1 \xi_2 \xi_3 \tau_{Ds}}{\beta_k} \quad (9)$$

Величине ξ_1, ξ_2, ξ_3 и β_k су:

ξ_1 - фактор који узима у обзир величину попречног пресека вратила/осовине (Табела 3.2.),

ξ_2 - фактор који узима у обзир стање површине (Табела 3.3.),

ξ_3 - фактор ојачања површинског слоја (Табела 3.4.),

β_k - ефективни фактор концентрације напона (Табела 3.5.).

Фактори ξ_1, ξ_2 и β_k зависе од врсте напрезања (ознаке су: $\xi_{1z}, \xi_{1s}, \xi_{1t}, \xi_{2z}, \dots, \beta_{kt}$).

3.3. Дозвољени напон

За вратило и покретне осовине дозвољен напон на савијање одређује се према $\sigma_{Ds(-1)}$ (трајна динамичка издржљивост при наизменично променљивом напрезању на савијање), а код непокретних осовина према $\sigma_{Ds(0)}$ (трајна динамичка издржљивост при једносмерно променљивом напрезању на савијање), па је:

$$\sigma_{doz} = \frac{[\sigma_s]}{S} = \frac{\sigma_{Ds} \xi_1 \xi_2 \xi_3}{\beta_k S} = \frac{\sigma_{Ds}}{K S}; \quad K = \frac{\beta_k}{\xi_1 \xi_2 \xi_3} \quad (10)$$

где је: $S = 1,5 \dots 2,5$ степен сигурности, а K фактор који узима у обзир концентрацију напона и др. За приближне прорачуне, вредност фактора K узима се из Табеле 3.6.

3.4. Провера степена сигурности вратила и осовина

Степен сигурности се проверава у свим пресецима вратила у којима постоји могућност да дође до лома. Ломови вратила настају на местима највеће концентрације напона тј. у подножју радијуса прелазних заобљења где се мења величина пресека, у корену жлеба и слично. Степен сигурности осовина, зависно од врсте напрезања која се код њих могу јавити, се одређују према једначинама (11) и (14). Препоручене вредности за степен сигурности вратила су $S=1,5 \dots 2,5$. **Степени сигурности** против лома вратила услед замора су:

- При савијању
$$S_s = \frac{[\sigma_s]}{\sigma_s} = \frac{\xi_1 \xi_2 \xi_3 \sigma_{Ds}}{\beta_k \sigma_s} \quad (11)$$

- При увијању
$$S_s = \frac{[\tau_t]}{\tau_t} = \frac{\xi_1 \xi_2 \xi_3 \tau_{Dt}}{\beta_k \tau_t} \quad (12)$$

- При смицању
$$S_{st} = \frac{[\tau_s]}{\tau_s} = \frac{\xi_1 \xi_2 \xi_3 \tau_{Ds}}{\beta_k \tau_s} \quad (13)$$

- При затезању или притиску
$$S_{z(p)} = \frac{[\sigma_z]}{\sigma_z} = \frac{\xi_1 \xi_2 \xi_3 \sigma_{Dz}}{\beta_k \sigma_z} \quad (14)$$

Вредности $[\sigma_s], [\tau_t], [\tau_s]$ и $[\sigma_z]$ су одговарајући критични напони материјала вратила при савијању, увијању, затезању (притиску) и смицању узимајући у обзир и карактер промене оптерећења (наизменично променљиво, једносмерно променљиво, итд.). Усваја се:

$[\sigma_s] = \sigma_{Ds} = \sigma_{Ds(-1)}$ - за вратила и покретне осовине, односно $\sigma_s = \sigma_{Ds(0)}$ за непокретне осовине,

$[\tau_t] = \tau_{Dt} = \tau_{Dt(0)}$ - трајна динамичка издржљивост при једносмерно променљивом напрезању на увијање,

$[\sigma_z] = \sigma_{Dz} = \sigma_{Dz(-1)}$ - трајна динамичка издржљивост при наизменично променљивом напрезању на затезање/притисак.

За приближне прорачуне степен сигурности је (фактор К је дефинисан једначином (10)):

$$S_s = \frac{[\sigma_s]}{K\sigma_s}; S_t = \frac{[\tau_t]}{K\tau_t}; S_{z(p)} = \frac{[\sigma_z]}{K\sigma_{z(p)}}; S_{st} = \frac{[\tau_s]}{K\tau_s} \quad (15)$$

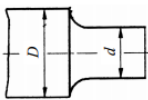
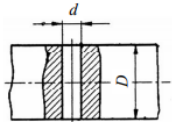
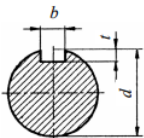
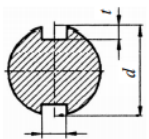
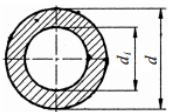
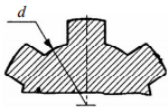
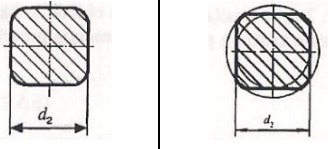
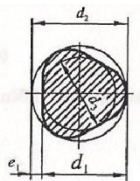
Укупан степен сигурности при нормалним, односно тангенцијалним напонима је:

$$S_\sigma = \frac{S_s S_{z(p)}}{S_s + S_{z(p)}}; S_\tau = \frac{S_t S_{st}}{S_t + S_{st}} \quad (16)$$

При **сложеном напрезању**, укупни степен сигурности вратила дат је изразом:

$$S = \frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} \quad (17)$$

Табела 3.1. Отпорни моменти за различите пресеке [1]

Слика	Отпорни моменти пресека	
	W, mm^3	W_p, mm^3
	$\frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{\pi d^3}{16}$
	$\frac{\pi D^3}{32} \left(1 - 1,54 \frac{d}{D}\right)$	$\frac{\pi D^3}{16} \left(1 - \frac{d}{D}\right)$
	$\frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d}$	$\frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d}$
	$\frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{d}$	$\frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{d}$
	$\frac{\pi D^3}{32} (1 - \psi^4)$ $\Psi = d_i / d$	$\frac{\pi D^3}{16} (1 - \psi^4)$ $\Psi = d_i / d$
	$\approx \xi \frac{\pi d^3}{32}$	$\approx \xi \frac{\pi d^3}{16}$
	Лака израда $\xi = 1,1$;	Средња израда $\xi = 1,15$
	$0,15 d_2^3$	$0,2 d_2^3$
	$0,1 = \frac{d_1^2}{d_2} (d_1^2 - 24e_1^2)$	$0,162 d_1^3$

Табела 3.2. Вредности фактора мере ξ_1 [1]

Најмањи пречник на месту концентрације напона d , mm	За савијање		За увијање	За затезање
	угљенични челик	легирани челик	угљенични и легирани челик	угљенични и легирани челик
10	1,00	1,00	1,00	1,0
20	0,91	0,83	0,89	
30	0,88	0,77	0,81	
40	0,84	0,73	0,78	0,90
50	0,81	0,70	0,76	
60	0,78	0,68	0,74	0,82
70	0,75	0,66	0,73	0,77
80	0,73	0,64	0,72	
100	0,70	0,62	0,70	
120	0,68	0,60	0,68	0,75
150	0,60	0,54	0,60	

Табела 3.3. Фактори стања површине ξ_2 при савијању и увијању [1]

Обрада површина	Затезна чврстоћа R_m , N/mm ²		
	400	800	1200
Брушена	1	1	1
Фино стругана	0,95-0,98	0,90-0,95	0,80-0,90
Грубо стругана	0,84-0,90	0,80-0,90	0,70-0,80
Необрађена	0,76-0,85	0,55-0,75	0,40-0,60

Доње вредности треба узимати без концентрације напона, а горње за пресеке са ефективним фактором концентрације напона око 2; међувредности треба усвајати сразмерно овом фактору.

Табела 3.4. Утицај ојачања површинског слоја на издржљивост вратила ξ_3 [1]

Врста обраде	R_m , N/mm ²	Глатка вратила	Вратила са концентрацијом напона	
			$\beta_k \leq 1,5$	$\beta_k > 1,8$
Обрада ваљцима	-	1,2 ÷ 1,3	1,5 ÷ 1,6	1,8 ÷ 2,0
Обрада сачмом ^{а)}	600 ÷ 1400	1,1 ÷ 1,25	1,5 ÷ 1,6	1,7 ÷ 2,1
Индукционо каљење ^{б)}	800 ÷ 1000	1,3 ÷ 1,5	1,6 ÷ 1,7	2,4 ÷ 2,8
Нитрирање ^{б), ц)}	900 ÷ 1200	1,1 ÷ 1,25	1,5 ÷ 1,7	1,7 ÷ 2,1
Цементација ^{б)}	900 ÷ 1300	1,1 ÷ 1,25	1,4 ÷ 1,5	1,5 ÷ 1,6

а) Вредности добијене испитивањем епрувета пречника 8 ÷ 40 mm.
б) Подаци су дати у односу на издржљивост термички необрађеног материјала.
ц) Мање вредности за дубину нитрираног слоја од 0,01 d , а веће за дубину од 0,3 ÷ 0,04 d .

Табела 3.5. Ефективни фактор концентрације напона β_k на местима жлебова за клинове, за жлебна вратила и навојне делове [1]

R_m N/mm^2	Жлебови за клинове			Жлебна вратила			Троугласти ISO навој	
	при савијању за клинове		при увијању	при савијању	при увијању		При савијању	При увијању
	тип А	тип В			са правим боковима	са еволвентним боковима		
400	1,30	1,51	1,20	1,35	2,10	1,40	1,45	1,20
500	1,38	1,64	1,37	1,45	2,25	1,43	1,78	1,37
600	1,46	1,76	1,54	1,55	2,36	1,46	1,96	1,54
700	1,54	1,89	1,71	1,60	2,45	1,49	2,20	1,71
800	1,62	2,08	1,88	1,65	2,55	1,52	2,32	1,88
900	1,77	2,26	2,22	1,72	2,70	1,58	2,61	2,22
1000	1,92	2,39	2,39	1,75	2,80	1,60	2,90	2,39

Табела 3.6. Вредности фактора К [1]

Облик вратила и пресека	Затезна чврстоћа $R_m, N/mm^2$	
	<700	>700
Глатко	1	1,25
На местима промене пречника	1,5 – 2,1	1,8 – 2,6
Са жлебом по обиму вратила	2,0 – 2,2	2,0 – 2,6
Са попречним отвором кружног пречника	2,0 – 2,2	2,0 – 2,6
Са жлебом за клин	1,6 – 2,0	1,8 – 2,2
Ожлебљено вратило са правим боковима	2,0 – 2,4	2,2 – 2,6
Ожлебљено вратило са еволвентним боковима	1,6 – 1,8	1,8 – 2,0
На местима са навојем	1,5 – 1,9	1,8 – 2,2
Спој са обртним деловима са чврстим налегнућем	2,4 – 3,0	2,8 – 3,6
Спој са обртним деловима са неизвесним налегнућем	1,8 – 2,4	2,0 – 2,6
Спој са деловима са лабавим налегањем	1,2 – 1,8	1,6 – 2,0
Веће вредности К треба узимати за веће и наглије промене пресека, за веће преклопе, за веће пречнике вратила, за материјале са већом чврстоћом и грубље обрађене површине.		

Табела 3.7. Стандардни пречници вратила d , mm [1]

1	4,5	17	38	85	190	420	950
1,1	5	18	40	90	200	450	1000
1,2	5,5	19	42	95	210	480	1060
1,4	6	20	45	100	220	500	1120
1,5	7	21	48	105	240	530	1180
1,6	8	22	50	110	250	560	1250
1,8	9	24	52	120	260	600	1320
2	10	25	56	125	280	630	1400
2,2	11	26	60	130	300	670	1500
2,5	12	28	63	140	315	710	1600
2,8	13	30	68	150	330	750	1700
3	14	32	70	160	355	800	1800
3,5	15	34	75	170	380	850	1900
4	16	36	80	180	400	900	2000

4. Критеријуми прорачуна вратила према стандарду DIN 743

Стандард DIN 743 обухвата изразе и једначине за одређивање степена сигурности у критичним пресецима вратила и осовина и то према два критеријума [4]:

- сигурност у односу на пластичне деформације дела (статички степен сигурности),
- сигурност у односу на динамичку издржљивост материјала (динамички степен сигурности).

Прорачун применом стандарда DIN 743 разматра оптерећење на затезање/притисак, савијање и увијање. Добијени резултати прорачуна применом стандарда DIN 743, отклањају недоумице по питањима сигурности на критичним местима осовина и вратила те тиме омогућују инжењерима прецизније димензионисање вратила и осовина.

4.1. Статички степен сигурности

Контрола на пластичну деформацију израчунава се при максималном оптерећењу вратила. Та оптерећења су ретка и углавном се јављају приликом покретања или заустављања вратила. Најчешће су за два или три пута већа од оних оптерећења којима је вратило изложено у усталном погону. Ова ретка оптерећења, али врло висока, изазивају максимална напрезања у критичним пресецима вратила и осовина.

Рачуната вредност статичког степена сигурности треба бити већа или једнака минималној вредности степена сигурности S_{min} ($S \geq S_{min} = 1,2$).

У случају истовременог оптерећења вратила и осовина на савијање и увијање и затезање/притисак, израз за одређивање статичког степена сигурности је (18):

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zpmax}}{\sigma_{zpFM}} + \frac{\sigma_{fmax}}{\sigma_{fFM}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{tmax}}{\tau_{tFM}}\right)^2}}, \quad (18)$$

σ_{zpmax} — максимални нормални напон при оптерећењу на затезање/притисак,

σ_{fmax} — максимални нормални напон при оптерећењу на савијање,

σ_{zpFM} — граница течења машинског дела при оптерећењу на затезање/притисак,

σ_{fFM} — граница течења машинског дела при оптерећењу на савијање,

τ_{tmax} — максимални тангенционални напон при оптерећењу на увијање,

τ_{tFM} — граница течења машинског дела при оптерећењу на увијање.

За случај оптерећења на затезање/притисак граница течења одређује се према изразу (19), за случај оптерећења на савијање према изразу (19а) и за случај оптерећења на увијање одређује се према изразу (20).

$$\sigma_{zpFM} = K_1(d_{eff}) \cdot K_{2F} \cdot \gamma_F \cdot R_{p0,2N} \quad (19)$$

$$\sigma_{fFM} = K_1(d_{eff}) \cdot K_{2F} \cdot \gamma_F \cdot R_{p0,2N} \quad (19a)$$

$$\tau_{tFM} = K_t(d_{eff}) \cdot K_{2F} \cdot \gamma_F \cdot R_{p0,2N} / \sqrt{3} \quad (20)$$

$K_1(d_{eff})$ – технолошки фактор величине (Табела 4.3),

K_{2F} – фактор статичке издржљивости (Табела 4.1.),

γ_F – фактор повећања границе течења (Табела 4.2.),

$R_{p0,2N}$ – граница течења материјала (пробне епрувете), одређује се према изразу:

$$R_{p0,2N} = K_t \cdot R_{pN} \quad (21)$$

K_t - технолошки фактор утицаја величине пресека на статичку чврстоћу, односно границу течења [4],

R_{pN} - номиналне вредности статичке чврстоће, односно границе течења у N/mm² [4],

$\alpha_{k\sigma}$ и α_{kt} - геометријски фактор концентрације напона (слике 4.1 и 4.2).

Табела 4.1. Фактор статичке издржљивости K_{2F} [4]

Материјал	Врсте напрезања	Пуно вратило	Шупље вратило
Без тврдог граничног слоја	Затезање/притисак	1,0	1,0
Без тврдог граничног слоја	Савијање	1,2	1,1
Без тврдог граничног слоја	Увијање	1,2	1,0
Са тврдим граничним слојем	Затезање/притисак	1,0	1,0
Са тврдим граничним слојем	Савијање	1,1	1,0
Са тврдим граничним слојем	Увијање	1,1	1,0

Табела 4.2. Фактор повећања границе течења γ_F [4]

Врста напрезања	$\alpha_{k\sigma}$ или $\beta_{k\sigma}$	γ_F
Затезање/притисак или савијање	до 1,5	1,00
Затезање/притисак или савијање	1,5...2,0	1,05
Затезање/притисак или савијање	2,0...3,0	1,10
Затезање/притисак или савијање	преко 3,0	1,15
Увијање	било која вредност	1,00

Према стандарду DIN 743 фактор статичке издржљивости K_{2F} има вредност од 1 до 1,2, док фактор повећања границе течења γ_F има вредност од 1 до 1,15. Ове вредности могу повећати статички степен сигурности за 10 до 20%. Важно је напоменути да технолошки фактор величине $K_1(d_{eff})$ битно утиче на статички степен сигурности.

4.2. Динамички степен сигурности

Контрола на динамичку издржљивост одређује се из односа амплитуда динамичких издржљивости и амплитудног напона у критичним пресецима вратила. Као и у случају контроле на течење материјала (статичког степена сигурности), потребно је тачно одредити која напрезања делују у критичним пресецима као и њихове средње и амплитудне вредности. При напрезању на затезање/притисак или савијање је:

$$S = \frac{\sigma_{zp, fADM}}{\sigma_{zp, fa}}. \quad (22)$$

Рачунате вредности динамичког степена сигурности требају бити веће или једнаке минималној вредности степена сигурности $S \geq S_{min} = 1,2$.

У случају истовременог оптерећења вратила и осовина на савијање и увијање, затезање/притисак, израз за одређивање динамичког степена сигурности је:

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zpa}}{\sigma_{zpADM}} + \frac{\sigma_{fa}}{\sigma_{fADM}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ta}}{\tau_{tADM}}\right)^2}}, \quad (23)$$

σ_{zpa} — амплитудни напон при оптерећењу на затезање/притисак,

σ_{fa} — амплитудни напон при оптерећењу на савијање,

σ_{zpADM} — амплитудна динамичка издржљивост при оптерећењу на затезање/притисак,

σ_{fADM} — амплитудна динамичка издржљивост при оптерећењу на савијање,

τ_{ta} — амплитудни напон при оптерећењу на увијање,

τ_{tADM} — амплитудна динамичка издржљивост при оптерећењу на увијање.

Када важи услов:

$$\begin{aligned}\sigma_{mv} &\leq \frac{\sigma_{zpFM} - \sigma_{zp(-1)M}}{1 - \psi_{zp\sigma M}} \quad \text{односно} \\ \sigma_{mv} &\leq \frac{\sigma_{fFM} - \sigma_{f(-1)M}}{1 - \psi_{f\sigma M}} \quad \text{односно} \\ \sigma_{mv} &\leq \frac{\tau_{tFM} - \tau_{t(-1)M}}{1 - \psi_{\tau M}}\end{aligned}\tag{24}$$

онда је:

$$\begin{aligned}\sigma_{zpADM} &= \sigma_{zo(-1)M} - \psi_{zp\sigma M} \cdot \sigma_{mv} \\ \sigma_{fADM} &= \sigma_{f(-1)M} - \psi_{f\sigma M} \cdot \sigma_{mv} \\ \tau_{tADM} &= \tau_{t(-1)M} - \psi_{\tau M} \cdot \tau_{mv}\end{aligned}\tag{25}$$

иначе:

$$\begin{aligned}\sigma_{zpADM} &= \sigma_{zpFM} - \sigma_{mv} \\ \sigma_{fADM} &= \sigma_{fFM} - \sigma_{mv} \\ \tau_{tADM} &= \tau_{tFM} - \tau_{mv}\end{aligned}\tag{26}$$

За случај оптерећења затезање/притисак, савијање и увијање амплитудни напони су:

$$\begin{aligned}\sigma_{zpa} &= \frac{F_{zpa}}{A} \quad \text{са} \quad A = \frac{\pi(d^2 - d_i^2)}{4} \\ \sigma_{fa} &= \frac{M_{fa}}{W} \quad \text{са} \quad A = \frac{\pi(d^4 - d_i^4)}{32 \cdot d} \\ \tau_{ta} &= \frac{T_a}{W_0} \quad \text{са} \quad W_0 = \frac{\pi(d^4 - d_i^4)}{16 \cdot d}\end{aligned}\tag{27}$$

d – пречник конструкционог дела са извором концентрације напона,

d_i – унутрашњи пречник.

При чисто наизменично променљивом оптерећењу на затезање/притисак, односно савијање или увијање конструкционог дела, трајна динамичка издржљивост је:

$$\sigma_{zp(-1)M} = \frac{\sigma_{zp(-1)N} \cdot K_1(d_{eff})}{K_\sigma}$$

$$\sigma_{f(-1)M} = \frac{\sigma_{f(-1)N} \cdot K_1(d_{eff})}{K_\sigma}$$

$$\tau_{t(-1)M} = \frac{\tau_{t(-1)N} \cdot K_1(d_{eff})}{K_\tau}$$
(28)

Табела 4.3. Технолошки фактор величине $K_1(d_{eff})$ [4]

1	Челици за нитрирање (R_e, R_m), конструкциони челици (R_m), не побољшани	$d_{eff} \leq 100 \text{ mm}$ $K_1(d_{eff})=1$	$100 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 300 \text{ mm}$ $K_1(d_{eff})=1 - 0,23 \cdot \lg(\frac{d_{eff}}{100})$	$300 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 500 \text{ mm}$ $K_1(d_{eff})=0,89$
2	Конструкциони челици (R_e)	$d_{eff} \leq 32 \text{ mm}$ $K_1(d_{eff})=1$	$32 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 300 \text{ mm}$, $d_B=16 \text{ mm}$ $K_1(d_{eff})=1 - 0,26 \cdot \lg(\frac{d_{eff}}{2 \cdot d_B})$	$300 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 500 \text{ mm}$ $K_1(d_{eff})=0,75$
3	Челици за побољшање (R_m) и CrNiMo челици за цементацију	$d_{eff} \leq 16 \text{ mm}$ $K_1(d_{eff})=1$	$16 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 300 \text{ mm}$, $d_B=16 \text{ mm}$ $K_1(d_{eff})=1 - 0,26 \cdot \lg(\frac{d_{eff}}{d_B})$	$300 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 500 \text{ mm}$ $K_1(d_{eff})=0,67$
4	Челици за побољшање (R_e)	$d_{eff} \leq 16 \text{ mm}$ $K_1(d_{eff})=1$	$16 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 300 \text{ mm}$, $d_B=16 \text{ mm}$ $K_1(d_{eff})=1 - 0,34 \cdot \lg(\frac{d_{eff}}{d_B})$	$300 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 500 \text{ mm}$ $K_1(d_{eff})=0,57$
5	Други челици за цементацију	$d_{eff} \leq 16 \text{ mm}$ $K_1(d_{eff})=1$	$16 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 300 \text{ mm}$, $d_B=16 \text{ mm}$ $K_1(d_{eff})=1 - 0,41 \cdot \lg(\frac{d_{eff}}{d_B})$	$300 \text{ mm} \leq d_{eff} \leq 500 \text{ mm}$ $K_1(d_{eff})=0,6$
$K_1(d_{eff})$ – технолошки фактор величине се рачуна на основу меродавног пречника за термичку обраду d_{eff} , који је значајан за хлађење код термичких обрада (нитрирање, цементација, каљење, побољшање). На пример за вратила и осовине $d_{eff}=\max(d,D)=D$.				

$\sigma_{zp(-1)M}$ - трајна динамичка издржљивост при чистом наизменично променљивом оптерећењу на затезање/притисак конструкционог дела у MPa ,

$\sigma_{f(-1)M}$ - трајна динамичка издржљивост при чистом наизменично променљивом оптерећењу на савијање конструкционог дела у MPa ,

$\tau_{t(-1)M}$ - трајна динамичка издржљивост при чистом наизменично променљивом оптерећењу на увијање конструкционог дела у MPa ,

$\sigma_{zp(-1)N}$ - трајна динамичка издржљивост при чистом наизменично променљивом оптерећењу на затезање/притисак за пробну епрувету у MPa ,

$\sigma_{f(-1)N}$ - трајна динамичка издржљивост при чистом наизменично променљивом оптерећењу на савијање за пробну епрувету у МПа,

$\tau_{t(-1)N}$ - трајна динамичка издржљивост при чистом наизменично променљивом оптерећењу на увијање за пробну епрувету у МПа,

$K_1(d_{eff})$ - технолошки фактор величине,

K_σ - укупан утицајни фактор за нормални напон (затезање/притисак и савијање),

K_τ - укупан утицајни фактор за тангенцијални напон (увијање),

d_{eff} - меродавни пречник код термичке обраде.

За нормални напон (затезање/притисак и савијање) и тангенцијални напон (увијање), укупни утицајни фактор је:

$$K_\sigma = \left(\frac{\beta_{k\sigma}}{K_2(d)} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_V} \quad (29)$$

$$K_\tau = \left(\frac{\beta_{k\tau}}{K_2(d)} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_V} \quad (30)$$

$\beta_{k\sigma}$ - ефективни фактор концентрације напона у односу на затезање/притисак/савијање,

$\beta_{k\tau}$ - ефективни фактор концентрације напона у односу на увијање,

$K_2(d)$ - геометријски фактор утицаја величине,

$K_{F\sigma}$ - фактор утицаја храпавости површине код нормалних напрезања (затезање/притисак/савијање),

$K_{F\tau}$ - фактор утицаја храпавости површине код тангенцијалних напрезања (увијање),

K_V - фактор ојачања површинског слоја.

Табела 4.4. Геометријски фактор утицаја величине $K_2(d)$ [4]

Затезање/притисак	$K_2 = 1,0$	
Свијање и увијање	$7,5 \text{ mm} \leq d \leq 150 \text{ mm}$	$d \geq 150 \text{ mm}$
	$K_2 = 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg(\frac{d}{7,5 \text{ mm}})}{\lg 20}$	$K_2 = 0,8$

Табела 4.5. Фактор утицаја храпавости K_F за ваљани челик са средњом храпавошћу R_z у μm и $R_m \leq 2000 \text{ N/mm}^2$ [4]

Затезање/притисак и савијање	$K_{F\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \lg R_z \cdot (\lg \frac{R_m}{20} - 1)$
Увијање	$K_{F\tau} = 0,575 \cdot K_{F\sigma} + 0,425$
Приближне вредности храпавости R_z	
Ливене, коване и ваљане површине	$R_z \approx 200 \mu\text{m}$
Груба обрада	$R_z = 100 \dots 160 \mu\text{m}$
Осредње брушење	$R_z = 6 \dots 16 \mu\text{m}$
Фино брушење	$R_z = 2,5 \dots 6 \mu\text{m}$
Средње полирање	$R_z = 1,5 \dots 2 \mu\text{m}$
Фино полирање	$R_z = 0,1 \dots 1 \mu\text{m}$

Табела 4.6. Фактор ојачања површинског слоја K_V [4]

Поступак	$7 \dots 8 \text{ mm} \leq d \leq 25 \text{ mm}$	$25 \text{ mm} \leq d \leq 40 \text{ mm}$
Нитрирање	1,15...1,25	1,10...1,15
Цементација	1,20...2,10	1,10...1,50
Карбонитрирање	1,10...1,90	1,00...1,40
Обрада ваљцима	1,20...1,40	1,10...1,25
Обрада снопом куглица	1,10...1,30	1,10...1,20
Индукционо и пламено каљење	1,20...1,60	1,10...1,40
За вратила без зареза код напрезања на затезање/притисак $K_V = 1$		

$$\beta_{k\sigma} = \frac{\alpha_{k\sigma}}{n}, \quad \beta_{k\tau} = \frac{\alpha_{k\tau}}{n} \quad (31)$$

$\beta_{k\sigma}$ и $\beta_{k\tau}$ - ефективни фактор концентрације напона,

$\alpha_{k\sigma}$ и $\alpha_{k\tau}$ - геометријски фактор концентрације напона,

n - степен осетљивости материјала на концентрацију напона.

Код нормализованог и побољшаног вратила:

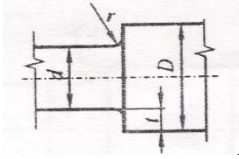
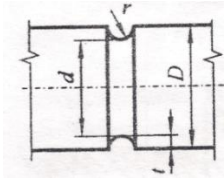
$$n = 1 + \sqrt{G'} \cdot 10^{-(0,33 + \frac{R_{p0,2}}{712})} \quad (32)$$

$$R_{p0,2} = K_1(d_{eff}) \cdot R_{p0,2N}$$

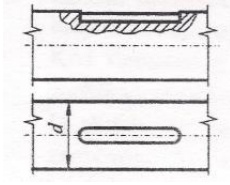
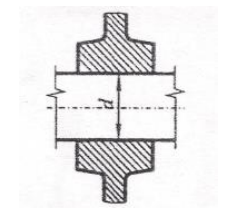
За отврднута вратила:

$$n = 1 + \sqrt{G'} \cdot 10^{-0,7} \quad (33)$$

Табела 4.7. Вредност фактора пада напона G' и геометријског фактора концентрације напона $\alpha_{k\sigma}$ и $\alpha_{k\tau}$ [4]

 $r/t \geq 0,03 \text{ и } d/D \leq 0,98 \text{ и } \alpha_{k\sigma}(\alpha_{k\tau}) \leq 6$		
Затезање/притисак	$G' = \frac{2,3 \cdot (1 + \varphi)}{r}$	$\alpha_{k\sigma} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \cdot \frac{r}{t} + 7 \cdot \frac{r}{d} \cdot (1 + 2 \cdot \frac{r}{d})^2}}$
Савијање	$G' = \frac{2,3 \cdot (1 + \varphi)}{r}$	$\alpha_{k\sigma} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \cdot \frac{r}{t} + 11,6 \cdot \frac{r}{d} \cdot (1 + 2 \cdot \frac{r}{d})^2 + (\frac{r}{t})^3 \cdot \frac{d}{D}}}$
Увијање	$G' = \frac{1,15}{r}$	$\alpha_{k\tau} = 1 + \frac{1}{\sqrt{3,4 \cdot \frac{r}{t} + 38 \cdot \frac{r}{d} \cdot (1 + 2 \cdot \frac{r}{d})^2 + (\frac{r}{t})^2 \cdot \frac{d}{D}}}$
 $r/t \geq 0,03 \text{ и } d/D \leq 0,98 \text{ и } \alpha_{k\sigma}(\alpha_{k\tau}) \leq 6$		
Затезање/притисак	$G' = \frac{2 \cdot (1 + \varphi)}{r}$	$\alpha_{k\sigma} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,22 \cdot \frac{r}{t} + 2,74 \cdot \frac{r}{d} \cdot (1 + 2 \cdot \frac{r}{d})^2}}$
Савијање	$G' = \frac{2 \cdot (1 + \varphi)}{r}$	$\alpha_{k\sigma} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,2 \cdot \frac{r}{t} + 5,5 \cdot \frac{r}{d} \cdot (1 + 2 \cdot \frac{r}{d})^2}}$
Увијање	$G' = \frac{1}{r}$	$\alpha_{k\sigma} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,7 \cdot \frac{r}{t} + 20,6 \cdot \frac{r}{d} \cdot (1 + 2 \cdot \frac{r}{d})^2}}$
За $d/D > 0,67$ и $r > 0; t = \frac{D-d}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{1}{4 \cdot \sqrt{\frac{t}{r} + 2}}$ иначе $\varphi = 0$		

Табела 4.8. Експериментално одређен ефективни фактор концентрације напона $\beta_{k\sigma,\tau}(d_{BK})$ за везе вратило-главчина [4]

Облик везе вратило-главчина	$\beta_{k\sigma,\tau}(d_{BK})$
	$\beta_{k\sigma}(d_{BK}) = 3 \cdot \left(\frac{R_m}{1000}\right)^{0,38}$ $\beta_{k\tau}(d_{BK}) = 0,56 \cdot \beta_{k\sigma}(d_{BK}) + 0,1$ $R_m = R_{mN} \cdot K_t$ $d_{BK} = 40 \text{ mm}$
	$\beta_{k\sigma}(d_{BK}) = 2,7 \cdot \left(\frac{R_m}{1000}\right)^{0,43}$ $\beta_{k\tau}(d_{BK}) = 0,65 \cdot \beta_{k\sigma}(d_{BK}) + 0,1$ $R_m = R_{mN} \cdot K_t$ $d_{BK} = 40 \text{ mm}$

Геометријски фактор величине $K_3(d)$

У случају када димензије конструкционог дела одступају од пробне епрувете тада геометријски фактор величине $K_3(d)$ узима у обзир утицај зареза. Када експериментално одређени ефективни фактори концентрације напона $\beta_{k\sigma,\tau}(d_{BK})$ и пречник пробне епрувете d_B , одступају од пречника конструкционог дела d , у том случају мора да се узима у обзир фактор величине $K_3(d)$.

Табела 4.9. Геометријски фактор величине $K_3(d)$ [4]

$7,5 \text{ mm} \leq d \leq 150 \text{ mm}$	$d \geq 150 \text{ mm}$
$K_3(d) = 1 - 0,2 \cdot \lg \alpha_{k\sigma} \cdot \frac{\lg(\frac{d}{7,5\text{mm}})}{\lg 20}$	$K_3(d) = 1 - 0,2 \cdot \lg \alpha_{k\sigma}$
За случај увијања користити $\alpha_{k\tau}$	
Ови изрази могу да се користе код експериментално одређених ефективних фактора концентрације напона $\beta_{k\sigma,\tau}(d_{BK})$	

Ефективни фактор концентрације напона:

$$\beta_{k\sigma} = \beta_{k\sigma}(d_{BK}) \cdot \frac{K_3(d_{BK})}{K_3(d)} \quad (34)$$

Утицајни фактор осетљивости средњег напона:

$$\psi_{zpsM} = \frac{\sigma_{zp(-1)M}}{2 \cdot K_t \cdot R_{mN} - \sigma_{zp(-1)M}}$$

$$\psi_{fsM} = \frac{\sigma_{f(-1)M}}{2 \cdot K_t \cdot R_{mN} - \sigma_{zf(-1)M}} \quad (35)$$

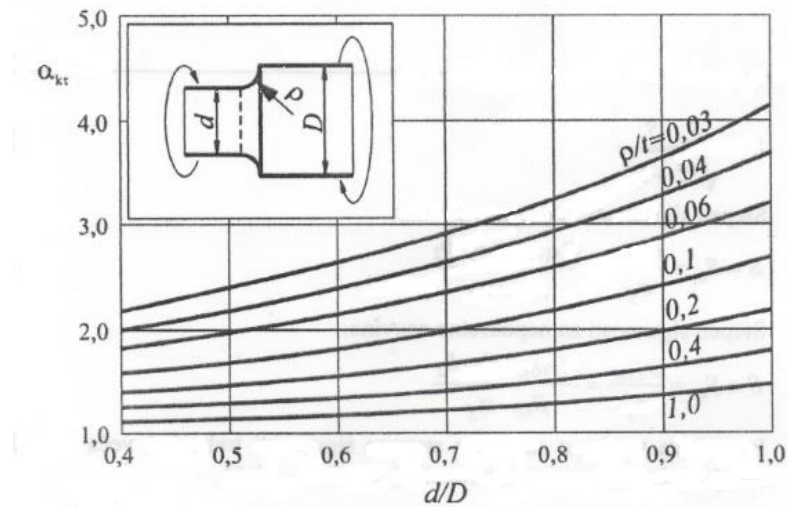
$$\psi_{\tau M} = \frac{\tau_{t(-1)M}}{2 \cdot K_t \cdot R_{mN} - \tau_{t(-1)M}}$$

R_{mN} – затезна чврстоћа пробне епрувете.

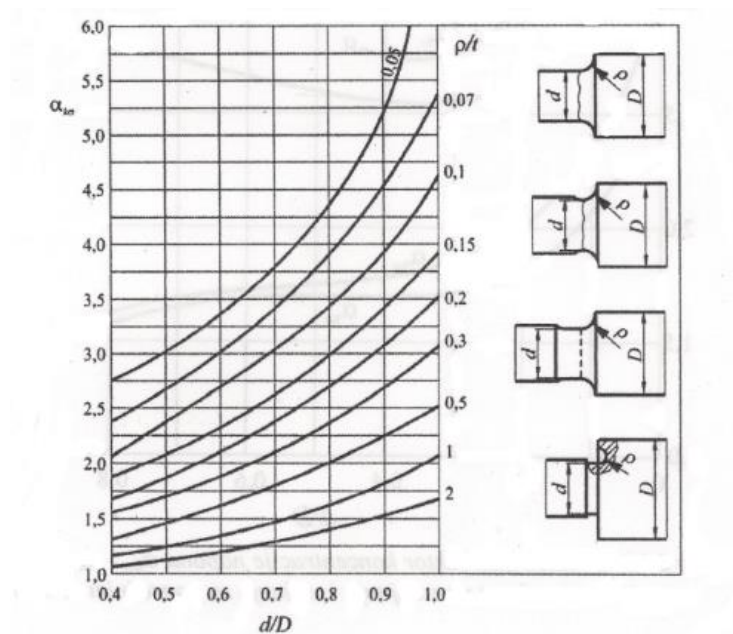
Еквивалентни средњи напон:

$$\sigma_{mv} = \sqrt{(\sigma_{zpm} + \sigma_{fm})^2 + 3 \cdot \tau_{tm}^2} \quad (36)$$

$$\tau_{mv} = \frac{\sigma_{mv}}{\sqrt{3}} \quad (37)$$



Слика 4.1.- Геометриски фактор концентрације напона α_{kt} за вратила и осовине оптерећена на увијање са наслоном



Слика 4.2.- Геометриски фактор концентрације напона $\alpha_{k\sigma}$ за вратила и осовине оптерећена на савијање са наслоном

5. Пример

За преносник, приказан на слици 5.1, потребно је димензионисати вратило I, а затим за исто вратило применом стандарда DIN 743 проверити вредности степена сигурности у карактеристичним пресецима вратила.

Подаци су:

Обимна сила на зупчанику 1: $F_{t1} = 199,87 \text{ N}$,

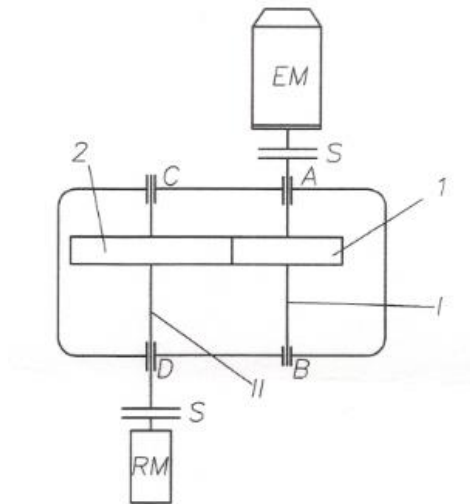
Радијална сила на зупчанику 1: $F_{r1} = 74,95 \text{ N}$,

Аксијална сила на зупчанику 1: $F_{a1} = 49,83 \text{ N}$,

Растојање између зучаника 1 и лежаја: $l = 50 \text{ mm}$,

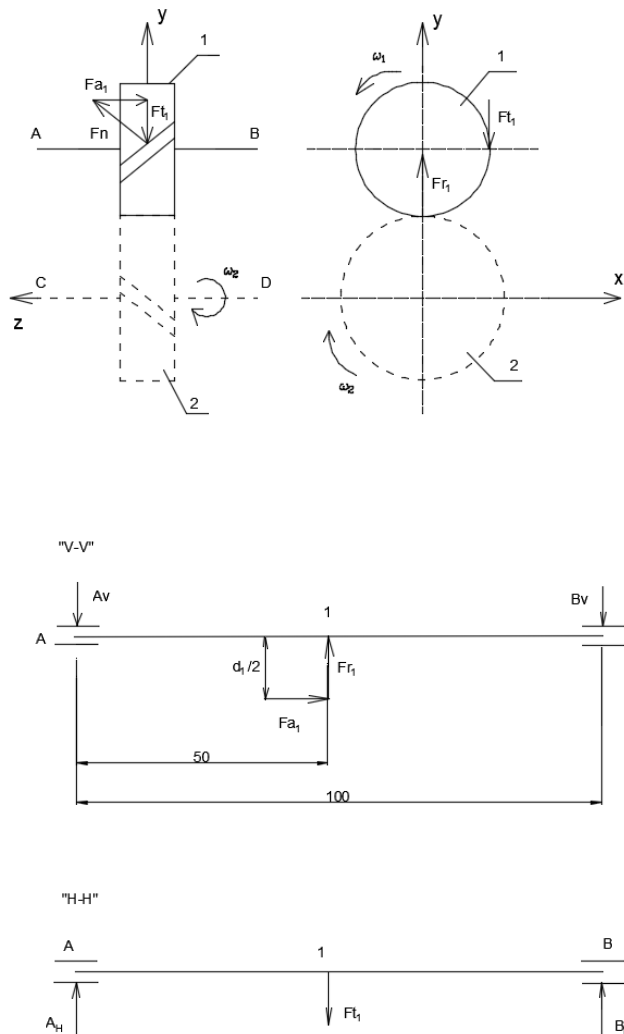
Дужина вратила: $l_1 = 100 \text{ mm}$,

Подеони пречник зупчаника 1: $d_1 = 24,73 \text{ mm}$.



Слика 5.1.-Зупчасти преносник (редуктор)

5.1. Прорачун отпора ослонаца вратила I



Слика 5.2.-Пројекција сила на вратило I

- Вертикална равн

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -F_{r1} \cdot l - F_{a1} \cdot \frac{d_1}{2} + B_v \cdot l_1 = 0$$

$$B_v = \frac{F_{r1} \cdot l + F_{a1} \cdot \frac{d_1}{2}}{l_1} = \frac{74,95 \cdot 50 + 49,83 \cdot \frac{24,73}{2}}{100} = 43,636 \text{ N}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow F_{r1} \cdot l - F_{a1} \cdot \frac{d_1}{2} - A_v \cdot l_1 = 0$$

$$A_V = \frac{F_{r1} \cdot l - F_{a1} \cdot \frac{d_1}{2}}{l_1} = \frac{74,95 \cdot 50 - 49,83 \cdot \frac{24,73}{2}}{100} = 31,313 \text{ N}$$

- **Хоризонтална равн**

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F_{t1} \cdot l - B_H \cdot l_1 = 0$$

$$B_H = \frac{F_{t1} \cdot l}{l_1} = \frac{199,87 \cdot 50}{100} = 99,935 \text{ N}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow -F_{t1} \cdot l + A_H \cdot l_1 = 0$$

$$A_H = \frac{F_{t1} \cdot l}{l_1} = \frac{199,87 \cdot 50}{100} = 99,935 \text{ N}$$

$$F_{aI} = F_{aA} = F_{a1} = 49,83 \text{ N}$$

- **Резултујући отпори ослонаца**

$$F_A = \sqrt{(A_H)^2 + (A_V)^2} = \sqrt{(99,935)^2 + (31,313)^2} = 104,72 \text{ N}$$

$$F_B = \sqrt{(B_H)^2 + (B_V)^2} = \sqrt{(99,935)^2 + (43,636)^2} = 109,04 \text{ N}$$

5.2. Прорачун момента савијања

- **Момент савијања у хоризонталној равани**

$$M_{1H}^L = B_H \cdot l = 99,935 \cdot 50 = 4996,75 \text{ Nmm} = M_{1H}^D$$

- **Момент савијања у вертикалној равни**

$$M_{1V}^L = A_V \cdot l = 31,313 \cdot 50 = 1565,65 \text{ Nmm}$$

$$M_{1V}^D = B_V \cdot l = 43,636 \cdot 50 = 2181,8 \text{ Nmm}$$

Провера:

$$|M_{1V}^L - M_{1V}^D| = F_{a1} \cdot \frac{d_{w1}}{2}$$

$$|1565,65 - 2181,8| = 49,83 \cdot \frac{24,73}{2}$$

$$|-616,15| = 616,147$$

$$616,15 \approx 616,147$$

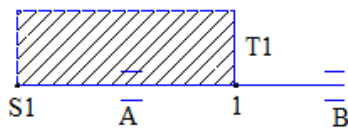
- **Резултујући момент савијања**

$$M_1^D = \sqrt{(M_{1V}^D)^2 + (M_{1H}^D)^2} = \sqrt{(2181,8)^2 + (4996,75)^2} = 5452,31 \text{ Nmm}$$

$$M_1^L = \sqrt{(M_{1V}^L)^2 + (M_{1H}^L)^2} = \sqrt{(1565,65)^2 + (4996,75)^2} = 5236,29 \text{ Nmm}$$

Место		M_H, Nmm	M_V, Nmm	M, Nmm
S_1		0	0	0
A		0	0	0
1	L	4996,75	1565,65	5236,29
	D	4996,45	2181,8	5452,31
B		0	0	0

5.3. Момент увијања



$$T_1 = T_{S1} = 2,472 \text{ Nm}$$

5.4. Димензионисање вратила

- **Материјал:** C22E

$$\tau_{D(0)} = (200 \div 240) \Rightarrow \tau_{D(0)} = 220 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{D(-1)} = (160 \div 190) \Rightarrow \sigma_{D(-1)} = 175 \text{ MPa}$$

$$R_m = (500 \div 650) \Rightarrow R_m = 575 \text{ MPa}$$

- **Степен сигурности**

Степен сигурности се бира из интервала: $S = (1,5 \div 2,5) \Rightarrow S = 2$

- **Фактор К**

На местима А и В облик вратила је спој са обртним деловима са чврстим налегањем или са неизвесним налегањем које тежи чврстом, а на местима зупчаника 1 и спојнице S_1 облик вратила је са жлебом за клин. За назначена места фактор К се усваја на основу Табеле 3.6.

- **Дозвољени напон**

$$\sigma_{\text{doz}} = \frac{\sigma_{D(-1)}}{K \cdot S}, \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{dozs1}} = \frac{\sigma_{D(-1)}}{K \cdot S} = \frac{175}{1,6 \cdot 2} = 54,67 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{dozA}} = \frac{\sigma_{D(-1)}}{K \cdot S} = \frac{175}{2 \cdot 2} = 43,75 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{doz1}} = \frac{\sigma_{D(-1)}}{K \cdot S} = \frac{175}{1,8 \cdot 2} = 48,61 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{dozB}} = \frac{\sigma_{D(-1)}}{K \cdot S} = \frac{175}{2 \cdot 2} = 43,75 \text{ MPa}$$

Место	K	$\sigma_{\text{doz}}, \text{ MPa}$
S ₁	2	54,67
A	2	43,75
1	1,8	48,61
B	2	43,75

- **Еквивалентни момент**

$$M_i = \sqrt{M^2 + \left(\frac{\sigma_{D(-1)}}{\tau_{D(0)}} \cdot \frac{K_A \cdot T_t}{2} \right)^2}, \text{ Nmm}$$

$$M_{\text{IS1}} = \sqrt{(M_{S1})^2 + \left(\frac{\sigma_{D(-1)}}{\tau_{D(0)}} \cdot \frac{K_A \cdot T_t}{2} \right)^2} = \sqrt{0^2 + \left(\frac{175}{220} \cdot \frac{1,10 \cdot 2472}{2} \right)^2} = 1081,42 \text{ Nmm}$$

$$M_{i1}^L = \sqrt{(M_1^L)^2 + \left(\frac{\sigma_{D(-1)}}{\tau_{D(0)}} \cdot \frac{K_A \cdot T_t}{2} \right)^2} = \sqrt{5236,29^2 + \left(\frac{175}{220} \cdot \frac{1,10 \cdot 2472}{2} \right)^2} = 5346,79 \text{ Nmm}$$

$$M_{i1}^D = \sqrt{(M_1^D)^2 + \left(\frac{\sigma_{D(-1)}}{\tau_{D(0)}} \cdot \frac{K_A \cdot T_t}{2} \right)^2} = \sqrt{5452,31^2 + \left(\frac{175}{220} \cdot \frac{1,10 \cdot 0}{2} \right)^2} = 5452,31 \text{ Nmm}$$

$$M_{iA} = \sqrt{(M_A)^2 + \left(\frac{\sigma_{D(-1)}}{\tau_{D(0)}} \cdot \frac{K_A \cdot T_t}{2} \right)^2} = \sqrt{0^2 + \left(\frac{175}{220} \cdot \frac{1,10 \cdot 2472}{2} \right)^2} = 1081,42 \text{ Nmm}$$

Место	M, Nmm	T _t , Nmm	M _i , Nmm
S ₁	0	2472	1081,42
A	0	2472	1081,42
1	L	5236,29	2472
	D	5452,31	0
B	0	0	0

$$M_{i1} = \max(M_{i1}^L; M_{i1}^D) = 5452,31 \text{ Nmm}$$

- **Идеални пречник вратила**

$$d_i = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_i}{\pi \cdot \sigma_{doz}}}, \text{ Nmm}$$

$$d_{iS1} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_i}{\pi \cdot \sigma_{doz}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1081,42}{\pi \cdot 54,67}} = 5,862 \text{ mm}$$

$$d_{i1} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_i}{\pi \cdot \sigma_{doz}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 5452,31}{\pi \cdot 48,61}} = 10,454 \text{ mm}$$

$$d_{iA} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_i}{\pi \cdot \sigma_{doz}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1081,42}{\pi \cdot 43,75}} = 6,314 \text{ mm}$$

Место	M _i , Nmm	σ _{doz} , Мра	d _i , mm
S ₁	1081,42	54,67	5,862
A	1081,42	43,75	6,314
1	5452,31	48,61	10,454
B	0	43,75	0

- **Рачунски и стандардни пречници вратила**

$$d_{vr} = d_i + t, \text{ mm}$$

t – дубина жлеба за клин [1].

Стандардни пречници вратила се бирају из Табеле 3.7, тако што се за одговарајуће место узима прва већа стандардна вредност у односу на рачунски пречник.

$$d_{vr1} = d_{i1} + t = 10,454 + 2,4 = 12,854 \text{ mm}$$

$$d_{i1} = 10,454 \text{ mm} \rightarrow t = 2,4 \text{ mm}$$

$$d_{st1} = 20 \text{ mm} - \text{стандардни пречник на месту зупчаника 1.}$$

$$d_{vrS1} = d_{iS1} + t = 5,862 + 1,1 = 6,962 \text{ mm}$$

$$d_{iS1} = 5,862 \text{ mm} \rightarrow t = 1,1 \text{ mm}$$

$$d_{stS1} = 13 \text{ mm} - \text{стандардни пречник вратила на месту спојнице } S_1.$$

Место	$d_i, \text{ mm}$	$t, \text{ mm}$	$d_{vr}, \text{ mm}$	$d_{st}, \text{ mm}$
S_1	5,862	1,1	6,962	13
A	6,314	-	-	15
1	10,454	2,4	12,854	20
B	0	-	-	15

- **Статички степен сигурности вратила према стандарду DIN 743**

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zpmax}}{\sigma_{zpFM}} + \frac{\sigma_{fmax}}{\sigma_{fFM}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{tmax}}{\tau_{tFM}}\right)^2}}$$

- **Степен сигурности на месту зупчаника 1**

Отпорни момент попречног пресека вратила (Табела 3.1.):

$$W = \frac{\pi \cdot (d_{vrs1})^3}{32} = \frac{\pi \cdot (17,6)^3}{32} = 535,226 \text{ mm}^3$$

$$d_{vrs1} = d_{st1} - t = 20 - 2,4 = 17,6 \text{ mm}$$

Еквивалентни напон вратила:

$$\sigma_{i1} = \frac{M_i}{W} = \frac{5452,31}{535,226} = 10,186 \text{ MPa}$$

Максимални напон:

$$\sigma_{imax1} = \sigma_{i1} \cdot K_1 = 10,186 \cdot 1,8 = 18,334 \text{ MPa}$$

Тангенцијални напон вратила:

$$\tau_{t1} = \frac{T_t}{W_o} = \frac{2472}{1070,453} = 2,309 \text{ MPa}$$

Поларни отпорни момент попречног пресека вратила (Табела 3.1.):

$$W_o = \frac{\pi(d_{vrs1})^3}{16} = \frac{\pi \cdot (17,6)^3}{16} = 1070,453 \text{ mm}^3$$

Максимални тангенцијални напон:

$$\tau_{tmax1} = \tau_{t1} \cdot K_1 = 2,3093 \cdot 1,8 = 4,156 \text{ MPa}$$

Граница течења машинског дела при оптерећењу на савијање:

$$\sigma_{fFM} = K_1(d_{eff}) \cdot K_{2F} \cdot \gamma_F \cdot R_{p0,2N} = 0,57 \cdot 1,2 \cdot 1,15 \cdot 323 = 254,071 \text{ MPa}$$

$$K_1(d_{eff}) = 0,57$$

$$K_{2F} = 1,2$$

$$\frac{d}{D} = \frac{13}{20} = 0,65 ; \frac{r}{t} = \frac{0,2}{2,4} = 0,08 \Rightarrow \alpha_{k\sigma} = 3,2 \Rightarrow \gamma_F = 1,15$$

$$R_P = K_t \cdot R_{pN} = 0,95 \cdot 340 = 323 \text{ N/mm}^2$$

$$K_t = 0,95$$

$$R_{pN} = 340 \text{ MPa}$$

Граница течења машинског дела при оптерећењу на увијање:

$$\tau_{tFM} = K_1(d_{eff}) \cdot K_{2F} \cdot \gamma_F \cdot \frac{R_{p0,2N}}{\sqrt{3}} = 0,57 \cdot 1,2 \cdot 1,00 \cdot \frac{323}{\sqrt{3}} = 127,555 \text{ MPa}$$

$$K_1(d_{eff}) = 0,57$$

$$K_{2F} = 1,2$$

$$\alpha_{k\tau} = 2,1 \Rightarrow \gamma_F = 1,00$$

$$R_P = K_t \cdot R_{pN} = 0,95 \cdot 340 = 323 \text{ N/mm}^2$$

$$K_t = 0,95.$$

$$R_{pN} = 340 \text{ MPa}$$

Степен сигурности:

$\frac{\sigma_{zpmax}}{\sigma_{zpfM}}$ - у прорачуну нема нормалног напона при оптерећењу на затезање/притисак, па самим тим он је једнак нули.

$$S_1 = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{fmax}}{\sigma_{fFM}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{tmax}}{\tau_{tFM}}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{18,334}{254,071}\right)^2 + \left(\frac{4,156}{127,555}\right)^2}} = \frac{1}{0,0787} = 12,706$$

$$S_1 = 12,706 \geq S_{\min} = 1,2$$

- **Степен сигурности на месту спојнице S_1**

Отпорни момент попречног пресека вратила (Табела 3.1.):

$$W = \frac{\pi \cdot (d_{vrs1})^3}{32} = \frac{\pi \cdot (11,9)^3}{32} = 165,440 \text{ mm}^3$$

$$d_{vrs1} = d_{st1} - t = 13 - 1,1 = 11,9 \text{ mm}$$

Еквивалентни напон вратила:

$$\sigma_{iS1} = \frac{M_i}{W} = \frac{1081,42}{165,440} = 6,536 \text{ MPa}$$

Максимални напон:

$$\sigma_{\max S1} = \sigma_{iS1} \cdot K_{S1} = 6,536 \cdot 1,6 = 10,457 \text{ MPa}$$

Тангенцијални напон вратила:

$$\tau_{tS1} = \frac{T_t}{W_o} = \frac{2472}{330,880} = 7,470 \text{ MPa}$$

Поларни оторни момент попречног пресека вратила (Табела 3.1):

$$W_o = \frac{\pi(d_{vrs1})^3}{16} = \frac{\pi \cdot (11,9)^3}{16} = 330,880 \text{ mm}^3$$

Максимални тангенцијални напон:

$$\tau_{\max S1} = \tau_{t1} \cdot K_1 = 7,4709 \cdot 1,6 = 11,953 \text{ MPa}$$

Граница течења машинског дела при оптерећењу на савијање:

$$\sigma_{FFM} = K_1(d_{\text{eff}}) \cdot K_{2F} \cdot \gamma_F \cdot R_{p0,2N} = 0,57 \cdot 1,2 \cdot 1,10 \cdot 323 = 243,025 \text{ MPa}$$

$$K_1(d_{\text{eff}}) = 0,57$$

$$K_{2F} = 1,2$$

$$\frac{d}{D} = \frac{13}{20} = 0,65; \frac{r}{t} = \frac{0,2}{1,1} = 0,18 \Rightarrow \alpha_{k\sigma} = 2,3 \Rightarrow \gamma_F = 1,10$$

$$R_p = K_t \cdot R_{pN} = 0,95 \cdot 340 = 323 \text{ N/mm}^2$$

$$K_t = 0,95$$

$$R_{pN} = 340 \text{ MPa}$$

Граница течења машинског дела при оптерећењу на увијање:

$$\tau_{tFM} = K_1(d_{eff}) \cdot K_{2F} \cdot \gamma_F \cdot \frac{R_{p0,2N}}{\sqrt{3}} = 0,57 \cdot 1,2 \cdot 1,00 \cdot \frac{323}{\sqrt{3}} = 127,555 \text{ MPa}$$

$$K_1(d_{eff}) = 0,57$$

$$K_{2F} = 1,2$$

$$\alpha_{k\tau} = 1,8 \Rightarrow \gamma_F = 1,00$$

$$R_p = K_t \cdot R_{pN} = 0,95 \cdot 340 = 323 \text{ N/mm}^2$$

$$K_t = 0,95.$$

$$R_{pN} = 340 \text{ MPa}$$

Степен сигурности:

$\frac{\sigma_{zpm\max}}{\sigma_{zpm}}$ - у прорачуну нема нормалног напона при оптерећењу на затезање/притисак, па самим тим он је једнак нули.

$$S_{S1} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{f\max}}{\sigma_{fFM}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{t\max}}{\tau_{tFM}}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{10,457}{243,025}\right)^2 + \left(\frac{11,953}{127,555}\right)^2}} = \frac{1}{0,1024} = 9,765$$

$$S_{S1} = 9,765 \geq S_{\min} = 1,2$$

5. Закључак

Кроз рад је приказано да постоје различити облици вратила и осовина која се примењују код различитих машина нпр. редуктора, електромотора, клипних мотора (парних, гасних и бензинских), код мотора СУС, теретних и шинских возила и др. Пре свега вратила и осовине су носачи обртних машинских делова, који у једном машинском систему врше преношење кретања и оптерећења и спајање делова у функционалну целину.

Према примени вратила се деле у три групе: вратила преносника снаге, погонска вратила и специјална вратила. Могу се поделити и по облику подужне осе на права (са правом подужном осом) и коленаста (са испрекиданом - изломљеном подужном осом). Такође се деле на чврста и савитљива вратила.

Осовине су машински елементи који служе као носачи мирујућих осцилаторних или мирујућих машинских делова. Преносе само уздужне и попречне силе и изложене су напону на савијање и затезање/притисак. Могу се поделити на покретне и непокретне, као и на шупље и пуне осовине. Осовинице су кратке осовине, могу бити: пуне и шупље, круте и еластичне, без главе, са цилиндричном главом или шестоугаоном главом. Користе се за остваривање зглобних веза. Оне или осцилију у ослоњцима или мирују па други елементи осцилују око њих.

Материјали који се користи за израду вратила и осовина обично су конструкциони челици, челици за побољшање и челици за цементацију. Пре свега материјали морају да задовољавају економске и техничке услове. Најважнији технички услов јесте услов радне способности.

Прорачун чврстоће вратила и осовина се ради тако што се рачунају радни, критични и дозвољени напони у појединим пресецима вратила и осовина тј. напони на савијање, затезање/притисак, смицање и увијање. Такође, врши се и провера степена сигурности вратила и осовина у карактеристичним пресецима. Прорачун носивости вратила и осовина према стандарду DIN 743 дат је према два критеријума прорачуна, а то су: статички степен сигурности и динамички степен сигурности. У датом примеру главни задатак био је димензионисање вратила редуктора, а потом применом стандарда DIN 743 провера статичког степена сигурности у карактеристичним пресецима вратила. Добијене вредности статичког степена сигурности су биле веће од минимално прописаних вредности, што значи да степени сигурности, прорачунати применом стандарда DIN 743, задовољавају.

6. Литература

- [1] НИКОЛИЋ В.: *Машински елементи, теорија, прорачун, примери*, Крагујевац, 2004.
- [2] ОГЊЕНОВИЋ М.: *Машински елементи*, Београд, 2016.
- [3] БУЛТОВИЋ Б. Р.: *Машински елементи 1, изводи из теорије, решени задаци, таблице и дијаграми, Друго издање*, Подгорица, 2016.
- [4] МИЛЧИЋ Д., БАНИЋ М., МИЛТЕНОВИЋ А., МИЛЧИЋ М.: *Машински елементи*, Ниш, 2015.
- [5] <mailto:https://www.slideshare.net/pukipb/podela-vratila-i-osovina>, приступљено 25.06.2018.
- [6] <mailto:https://vdocuments.net/masinski-fakultet-univerziteta-u-beogradu-masinski-omkmasbgacrsfileselementi1smena3v.html>, приступљено 26.06.2018.
- [7] [m lto:aihttp://electricbrushcarbon.com.mk/documents/doc_download/88-osovine-vratila-osovini-tehnocki-karateristiki-za-motori-i-rotori.html](mailto:aihttp://electricbrushcarbon.com.mk/documents/doc_download/88-osovine-vratila-osovini-tehnocki-karateristiki-za-motori-i-rotori.html), приступљено 26.06.2018.
- [8] mailto:https://www.fsb.unizg.hr/atlantis/web/sites/fsbonline/newsboard/372/9601/06_10_2008_9601_S_Habus_Zavrsni_pdf.pdf, приступљено 28.06.2018.