

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Машинске конструкције и механизација

Предмет: Металне конструкције

Број индекса: 108/2012

Станко М. Маринковић

**Прорачун и конструкција притиснутог стуба са
спојним лимовима као испуном
завршни рад**

Комисија за преглед и одбрану:

1. **Др Весна Марјановић - ментор**
2. _____
3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

Факултет инжењерских наука
Универзитет у Крагујевцу
Модул за машинске конструкције и механизацију

Предмет: Металне конструкције

Оквирни садржај завршног рада:

- Увод
- Прорачун центрично притиснутих стубова простог и сложеног попречног пресека
- Начини извођења притиснутих стубова у Металним конструкцијама
- Пример прорачуна и конструкција једног притиснутог стуба са спојним лимовима као испуном
- Закључак

Препоручена литература:

- [1]. Буђевац Д.,Марковић З. и др.,Металне конструкције, Грађевинска књига, Београд,2007.
конструкција,Грађевинска књига ,Београд,1986.
- [2]. Бабин Н.,Бркљач Н.,Шостаков Р.,Металне конструкције, ФТН Издаваштво, Нови Сад,2006.
- [3]. Милосављевић М.,Рadoјковић М., и Кузмановић Б.: Основи челичних конструкција, Грађевинска књига, Београд,1984.
Машински факултет, Крагујевац,1998.
- [4]. Николић Р., Вељковић Ј. ,Марјановић В.,Металне конструкције –збирка решених задатака, Машински факултет, Крагујевац,2013.

Крагујевац, датум

ментор:

Септембар, 2015

Др Весна Марјановић, ванредни професор

Резиме

У самом раду укратко је описана примена металних конструкција као и материјали од којих се конструкције израђују. Посебан осврт посвећен је притисутим штаповима, као и проблему извијања. Такође пажња је дата савременим европским стандардима-еурокодима који су заменили старе прописе за прорачун челичних конструкција. Приказан је пример прорачуна притиснутог стуба са спојним лимовима као испуном.

Кључне речи: притиснути стуб, штап, извијање

Summary

In this labour shortly is described method of use metal constructions and materials of which constructions are produced. Special emphasis is devoted to the press sticks, as well as the problem of buckling. Also, big attention is on contemporary European standards-eurocodes. Those standards are replaced the old regulations for estimate steel constructions. There is shown an example of estimate pressed pillar with connected sheet metals as infill.

Key words: press column, rod, deflection

Садржај:

Увод.....	1
2.Прорачун центрично притиснутих стубова простог и сложеног попречног пресека.....	4
2.1 Линеарна теорија еластичног извијањ.....	5
2.2 Извијање у пластичној области.....	7
2.3 Криве извијања.....	9
2.4 Прорачун стабилности аксијално притиснутих штапова једноделног попречног пресека према JUS U.E7.081/1986.....	9
2.5 Дужине извијања.....	14
2.6 Одређивање дужине извијања према JUS U.E7.086/1986.....	15
2.6.1 Одрђивањем дужине извијања штапова (стубова).....	15
2.6.1.1 Штапови са константним моментом инерције и константном нормалном силом.....	15
2.6.1.2 Штапови константног попречног пресека са континуално променљивом нормалном силом.....	16
2.6.1.3 Штапови константног попречног пресека са скоковито променљивом нормалном силом.....	18
2.6.1.4 Штапови са променљивим моментом инерције и константном нормалном силом.....	19
2.6.1.5 Штапови са степенасто променљивом нормалном силом и моментом инерције.....	21
2.7 Угаони штапови решеткастих стубова.....	22
2.8 Моносиметрични танкозидни штапови отвореног попречног пресека.....	23
3. Савремени европски стандарди-еврокодови.....	26
3.1 Развој метода прорачуна.....	26
3.2 Стабилност линеарних елемената.....	27
3.3 Извијање.....	28
4. Пример прорачуна и конструкција једног притиснутог стуба са спојеним лимовима као испуном.....	29
Закључак.....	34

Увод

Металне конструкције су добиле назив од материјала од кога су израђене. Конструкције су израђене из више различитих делова, који заједно чине функционалну целину.

Конструкције се деле на :

- Зграде
- Мостови (железнички, пешачки, друмски, ...)
- Конструкције индустријских постројења (транспортери, дизалице)
- Средства за транспорт (бродови, возови)
- Машиноградњи

Од материјала при изради металних конструкција највише се примењује челик, а затим алуминијум који се примењује код конструкција код којих тежина има веома важну улогу. При изради конструкција треба водити рачуна о максималном искоришћењу материјала, а да при томе конструкција задовољи своју намену и пренесе потребно оптерећење.



Слика 1.1 - Ејфелова кула у Паризу

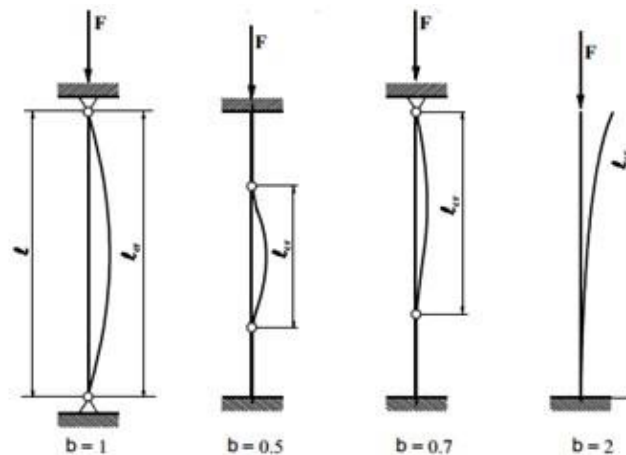
У металним конструкцијама велики број елемената је изложен напону притиска, стубови, притиснути штапови решеткастих носача изложени су напону притиска по целој површини попречног пресека, док су стубови оквира и остали елементи опретећени напонам притиска у појединим деловима попречног пресека. Због тога можемо рећи да напони притиска изазива одређене нестабилности конструкције, било да је елемент изложен напону притиска по целој и делимичној површини попречног пресека.

Под појмом штапа подразумевају се елементи конструкције, чије су димензије попречног пресека занемарљиве у односу да саму дужину елемента конструкције, а оптерећења се јављају у правцу њихове тежишне осе. Оптерећења које се јављају у штапу могу бити изазвана затезним или притисним силама.

Притиснути штапови имају велико поље примене у конструкцијама. Код притиснутих штапова разликујемо центрично притиснуте штапове код којих се линија притискајуће силе поклапа са тежишном осом штапа и ексцентрично притиснуте штапове код којих нападна линија силе одступа од осе штапа.

Ко великог броја притиснутих штапова гранична носивост није условљена критеријумом носивости већ критеријумом стабилности. Појам стабилности можемо дефинисати као проблем провереног лома конструкције. При нестабилности конструкције долази до пада носивости попречног пресека пре достизања допуштених напона.

Димензионисање притиснутих штапова се врши на основу решавања проблема еластичне стабилности штапа. Проблем еластичне стабилности штапа се састоји од налажења границе до које још постоји стабилна равнотежа између спољашњих и унутрашњих сила. Ово је проблем при извијању притиснутих штапова.



Слика 1.2 - Коefицијент извијања притиснутих штапова за различите случајеве ослањања [9].

Код центрично притиснутих штапова највећи проблем стабилности представља извијање. [7]

Извијање може да буде:

- Флексионо (јавља се код уобичајних попречних пресека као што су стандардни профили I и H као и слични заварени пресеци)
- Торзионо (јавља се код крстастих централно симетричних отворених попречних пресека који имају значајну крутост)
- Флексионо-торзионо (је комбинација претходна два и карактеристично је за моносиметричне отворене попречне пресеке)

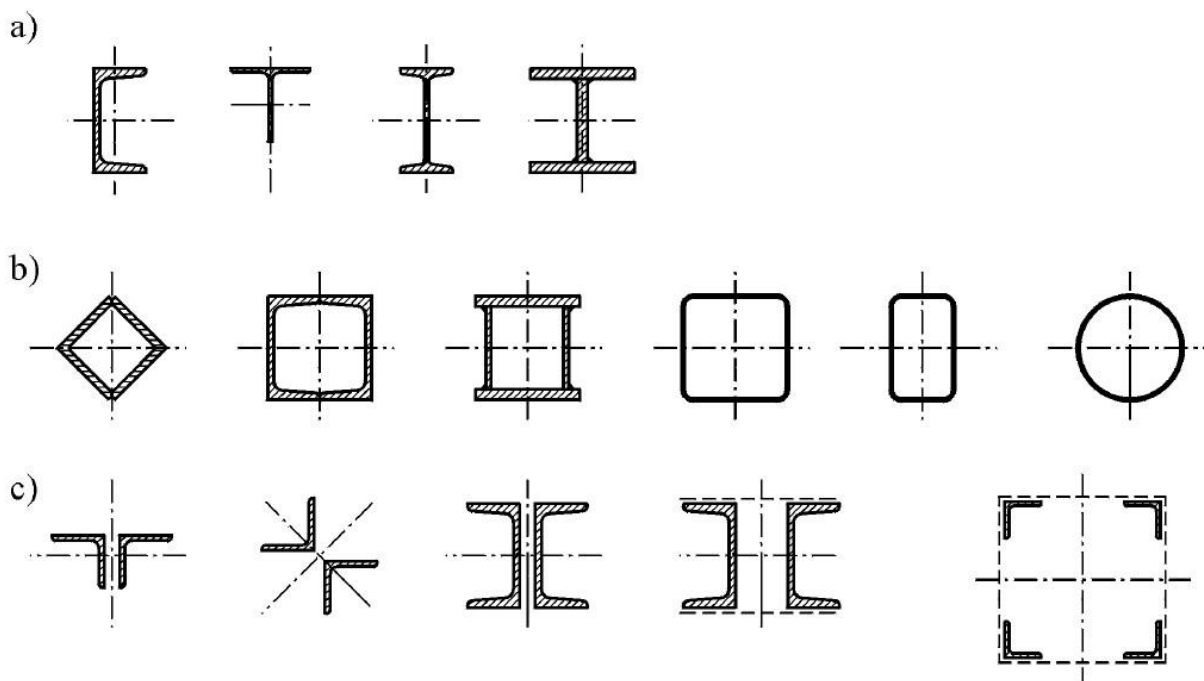
Које од наведених извијања ће се јавити највише, зависи искључиво од попречног пресека.

2. Прорачун центрично притиснутих стубова простог и сложеног попречног пресека

Попречни пресеци аксијално притиснутих штапова могу се поделити на:

- Једноделне попречне пресеке (састављени од једног дела)
- Вишеделне попречне пресеке (састављени од више међусобно повезаних делова)

Ова подела нам је важна јер се начин прорачуна једноделних и вишеделних пресека аксијално притиснутих штапова битно разликују. Што се тиче једноделних попречних пресека користе се заварени и ваљани профили отвореног попречног пресека (слика 2.1 а). Због уједначених геометријских карактеристика за главне осе инерције, шупљи профили су изузетно рационални, пре свега цеви, исто тако се често користе и сандучасти профили добијени заваривањем профила и лимова (слика 2.1 б). Вишеделни попречни пресеци различитог облика имају такође широку примену и често се користе у зградарству и мостоградњи (слика 2.1 ц). [1]



Слика 2.1.- Попречни пресеци аксијално притиснутих штапова [1]

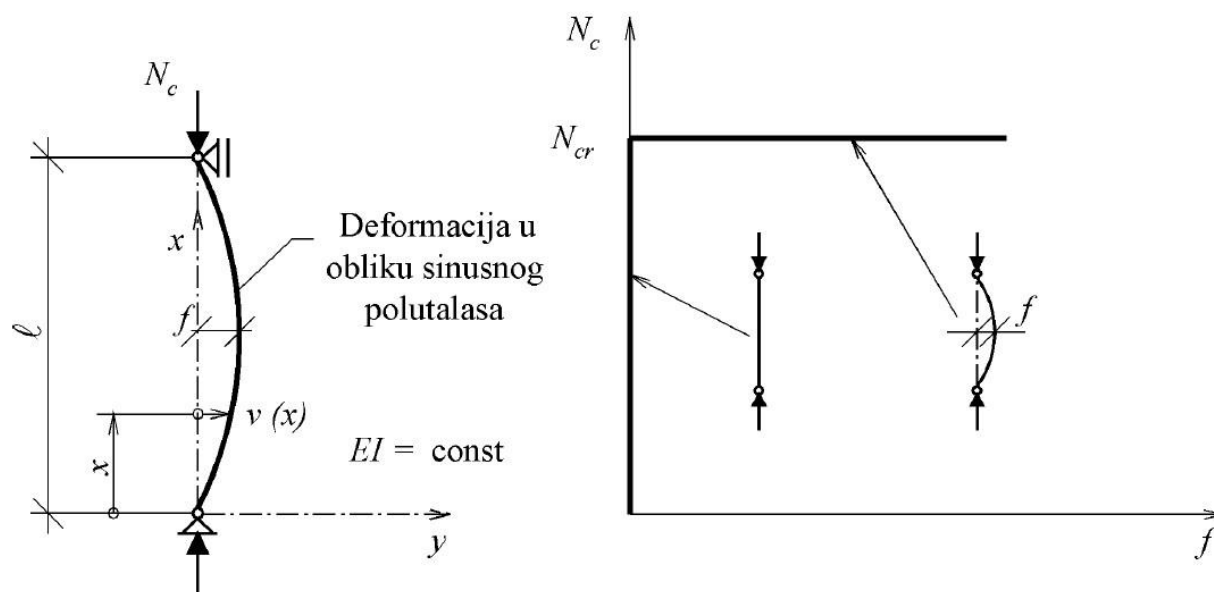
2.1 Линеарна теорија еластичног извијања

Први који је обрадио проблем извијања аксијалног притиснутог штапа у области еластичности био је Ојлер (Еулер) 1744. године. Ојлер је разматрао извијање идеалног аксијалног притиснутог штапа. [1]

Основне претпоставке на којима се заснива ова теорија су:

- Штап је идеално прав
- Штап је зглобно ослоњен на оба краја
- Попречни пресек је константан и једноделан
- Спречене су торзионе деформације
- Материјал је хомоген, изотропан и линеарно еластичан

Осим ових претпоставки, сматра се да је крива која дефинише зависност између аксијалне силе и угиба билинеарна (слика 2.2). За силе $N < N_{cr}$ не постоје бочна померања, што значи да нема ни извијања све док се не достигне $N = N_{cr}$.



Слика 2.2.- Извијање аксијалног притиснутог штапа [1]

Ако желимо да одредимо вредност критичног оптерећења морамо посматрати деформационо стање штапа. Момент савијања услед нормалне силе у произвољном пресеку:

$$M = N_c \cdot v(x) \quad (2.1)$$

Ако се у диференцијалну једначину савијања штапа:

$$v''(x) = -M/EI \quad (2.2)$$

уврстити момент у функцији померања v , добијамо једначину:

$$v'' + k^2 v(x) = 0 \quad (2.3)$$

где је:

$$k^2 = N_c / EI \quad (2.4)$$

Једначина (2.4) је диференцијална једначина другог реда, чије се решење може претпоставити у следећем облику:

$$v(x) = A \cdot \sin kx + B \cdot \cos kx \quad (2.5)$$

Када уведемо граничне услове:

$$v(0) = 0 \text{ и } v(l) = 0 \quad (2.6)$$

добијамо решење:

$$N_{cr} \equiv N_E = \pi^2 \frac{EI}{l^2} \quad (2.7)$$

где су:

E - модул еластичности

I - момент инерције попречног пресека у равни извијања

l - дужина извијања

Извијање обострано зглобно ослобођеног штапа основни је случај извијања. Критичну силу за штапове са другачијим условима ослањања могуће је одредити увођењем појма дужина извијања l_1 . На слици 2.3 приказане су дужине извијања штапова са различитим условима ослањања.

Када је позната критична сила критични напон извијања може се лако одредити:

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{l_i^2 A} = \pi^2 \frac{E}{\lambda_i^2} \quad (2.8)$$

где су:

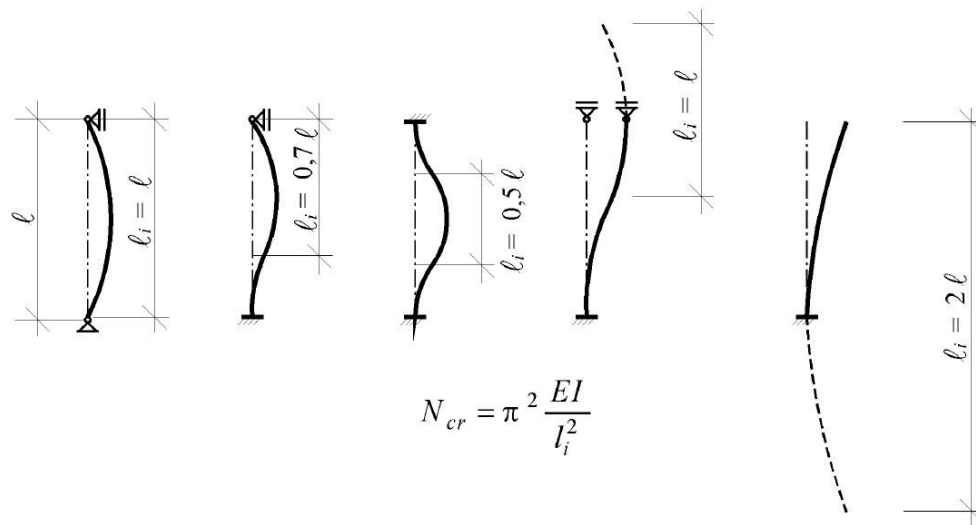
A - површина попречног пресека

$i = \sqrt{I/A}$ - полупречник елипсе инерције

λ_i - виткост штапа

У линеарно еластичној области модула еластичности $E = const$ због тога критички напон извијања зависи само од виткости елемената. Критични напон се мења у функцији виткости λ_i по закону хиперболе

Челик поседују еластичне особине само у одређеним нивоима напрезања ($\sigma < f_p$), а при вишим напонима долази до пластичне деформације. Претпоставка о линеарно еластичној вези напона и деформације не важи у области пластичности, па је област примене Ојлерове хиперболе ограничена.



Слика 2.3.- Дужина извијања штапова у функцији ослањања [1]

2.2 Извијање у пластичној области

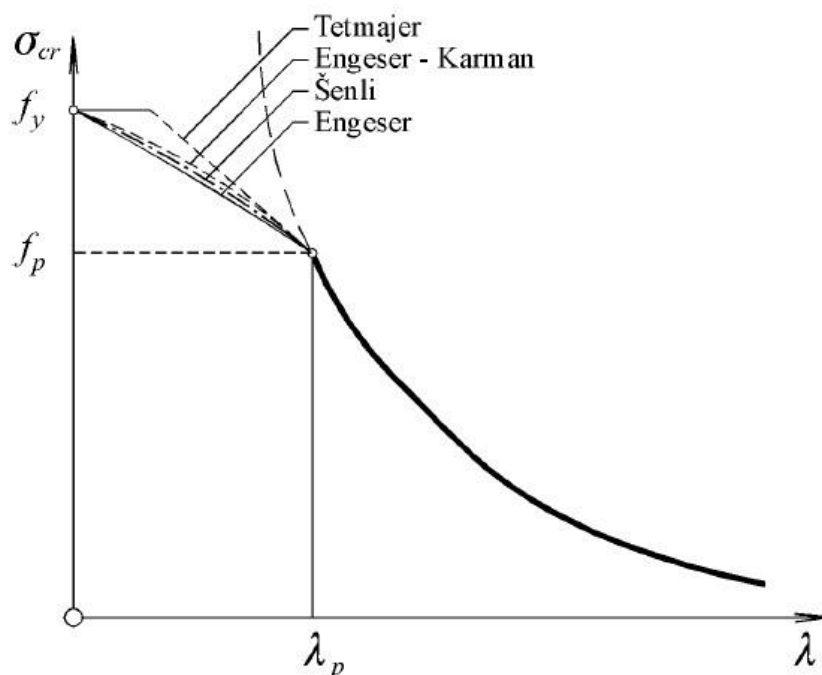
Пошто је примена Ојлерове линеарне теорије еластичног извијања ограничена на напоне који су мањи од границе пропорционалности ($\sigma < f_p = 0,8 \cdot f_y$), потребно је да се у области нелинеарног понашања материјала дефинише закон примене критичног напона извијања σ_{cr} . У овој области прве експерименте вршио је Баушингер (Баусхингер), док је Тетмајер (Тетмауер) дао прве изразе за везу напона и виткости у области еластичности. [1]

$$\sigma_{cr} = f_y \quad \text{за} \quad 0 < \lambda < 60$$

$$\sigma_{cr} = C_1 - C_2 \cdot \lambda \quad \text{за} \quad 60 < \lambda < \lambda_p$$

где је $\lambda_p = \pi \sqrt{E/f_p}$ виткост на граници пластичности

Док је Енгесер (Енгесер) при истраживању обухватио промену модула еластичности у пластичној области и увео тангентни модул еластичности ($E_T = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$) у познате Ојлерове изразе за количине силе и напона. Модификацију Енгесерове криве извршили су Карман (Карман) и Шенли (Сханлеу).



Слика 2.4.- Крива измицања у пластичној области [1]

До сада смо разматрали претпоставке засноване на идеалном правом штапу, центричном оптерећењу и идеалном хомогеном материјалу. Међутим осе штапова никад не могу бити идеално праве, а и оптерећење не може бити идеално центрично унесено.

Несавршености које се јављају код релативних штапова су:

- Сопствени напони

Настају услед пластификације, неких влакана у попречном пресеку, пре него сто средњи напон не достигне границу развлачења f_y . Због тога долази до смањења крутости пресека.

- Иницијалне деформације

Као што је већ речено у претходном делу релативни штапови су израђени са одређеним геометриским имперфекцијама. Осе штапова нису идеално праве и образују одређене криве. Несавршености морају бити мање од дозвољених вредности које су прописане одговарајућим стандардом.

Поред поменутих имперфекција, које највише утичу на носивост аксијално притиснутих штапова, постоје и друге, које нису толико значајне, а то су:

- промена границе развлачења по попречном пресеку,
- промена модула еластичности
- ексцентричност оптерећења.

2.3 Криве извијања

Реална крива извијања представља модификацију теоријских кривих извијања, то јест њено прилагођавање стварним условима при томе водити рачуна о поменутим имперференцијама. Није могуће извршити проверу носивости притиснутих елемената помоћу једне криве извијања. Већ је потребно узети у обзир одговарајуће параметре као што су: ниво сопствених напона, величина почетне деформације, облик попречног пресека, начин израде и дебљина делова елемента. За сваки од ових случајева може се одредити крива извијања и на основу ње извршити провера носивости. Најширу примену данас имају Европске криве извијања, које су настале као резултат дугогодишњих истраживања у развијеним земљама Европе. Оне дефинишу везу између релативне виткости и коефицијента извијања. [1]

За добијање европских кривих извијања највише су допринели истраживачи Ајртон (*Ауртон*) и Пери (*Перру*), као и Макуа (*Макуои*) и Рондал (*Рондал*) са Универзитета у Лијежу. Европске криве извијања су нашле примену у стандардима готово свих европских земаља и Еврокоду 3. Оне, такође, представљају основу JUS-а за центрично притиснуте штапове.

2.4 Прорачун стабилности аксијално притиснутих штапова једноделног попречног пресека према JUS U.E7.081/1986

Југословенски стандарди за прорачун центрично притиснутих једноделних штапова настали су 1986. године на основу сопствених искустава као и препорука развијених земаља Европе. Овим стандардом, такође, обухваћен и прорачун вишеделних центрично притиснутих штапова, ако су самостални елементи међусобно повезани на растојању не већем од $15 \cdot i_{min}$, где је i_{min} минимални полупречник инерције самосталног елемента. [1]

Провера носивости центрично притиснутих штапова може се обавити на два начина:

$$\sigma_N = \frac{N_c}{A} \leq \sigma_{idop} = \chi \cdot \sigma_{dop} = \chi \frac{f_y}{v} \text{ или у бездимензионалном облику} \quad (2.9)$$

$$\sigma_N = \frac{1}{\chi} \cdot \frac{\gamma \cdot N_c}{N_{pl}} \leq 1 \quad (2.10)$$

где су:

N_c	- нормална сила притиска
A	- површина попречног пресека
σ_N	- нормални напон услед аксијалне силе притиска
σ_{dop}	- допуштени нормални напон
f_y	- граница развлачења челика
$N_{pl} = f_y \cdot A$	- пластична отпорност попречног пресека
$\chi = \sigma_{cr,i}/f_y$	- бездимензионални коефицијент извијања

- $\sigma_{cr,i}$ - критичан напон извијања
 ν - коефицијент сигурности
 γ - фактор сигурности
 $\gamma = \nu^I = 1,50$ - за основно оптерећење
 $\gamma = \nu^{II} = 1,33$ - за основно + допунско оптерећење
 $\gamma = \nu^{III} = 1,20$ - за основно + изузето оптерећење

Веза између критичног напона затезања $\sigma_{cr,i}$ и виткост штапа може се написати у бездимензионом облику увођењем коефицијента извијања χ и релативне виткости $\bar{\lambda}$. Када се критични напон подели са напонам на граници развлачења добија се коефицијент извијања χ . Виткост λ треба поделити са виткости на граници развлачења λ_y да би се очувала законитост. Сада је веза између бездимензионих коефицијената χ и $\bar{\lambda}$ иста као између критичног напона и виткости. Виткост на граници развлачења добија се из Ојлеровог израза за критични напон:

$$f_y = \pi^2 \frac{E}{\lambda_1^2} \Rightarrow \lambda_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2.11)$$

Можемо приметити из претходног израза да λ_1 зависи од f_y то јест од врсте челика ($E = const.$), али треба водити рачуна код дебелозидних ($t > 40 \text{ mm}$) јер је напон на граници развлачења смањен па се за овакве пресеке уводи редукована граница развлачења $f_{y,R} = 0,9 \cdot f_y$. У табели 2.1. дате су вредности виткости на граници развлачења зачелике Č 0361 и Č 0561.

Табела 2.1 - Вредности виткости λ_1 за различите врсте челика и дебљине лима [1]

Kvalitet čelika	$t \leq 40 \text{ mm}$		$t > 40 \text{ mm}$	
	$f_y \text{ [kN/cm}^2\text{]}$	λ_1	$f_y \text{ [kN/cm}^2\text{]}$	λ_1
Č 0361	24	92,9	21,6	98,0
Č 0561	36	75,9	32,4	80,0

Релативна виткост:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{N_{pl}/N_{cr}} \quad (2.12)$$

Али бездимензионални коефицијент извијања χ не зависи само од релативне виткости $\bar{\lambda}$. Бездимензионални коефицијент извијања χ се одређује на основу одговарајуће криве извијања, у зависности од облика попречног пресека и степена еквивалентних геометријских имперфекција, а у функцији параметра $\bar{\lambda}$. ЈУС стандард предвиђа пет кривих извијања (A_0, A, B, C и D) од којих су три криве извијања основне (A, B и C). Крива А обухвата пресеке у чијим се ивичним влакнима јављају заостали напони затезања, док кривој С припадају пресеци са заосталим напонима притиска. Крива В је између ова два крајња случаја. Криве извијања (A_0, A и B) се примењују уместо кривих (A, B и C) ако су у

питању елементима израђеним од челика бољег квалитета са $f_y \geq 43 \text{ kN/cm}^2$. Крива D се примењује код пресека код којих је дебљина веча $t > 40 \text{ mm}$. Са дијаграма (слика 2.5.) могу се очитати вредности коефицијента извијања χ у зависности од криве извијања и релативне виткости штапа, или се могу добити аналитички на основу математичке интерпретације кривих извијања, и то на следећи начин:

$$\chi = \begin{cases} 1 & \text{за } \bar{\lambda} \leq 0,2 \\ \frac{2}{\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\bar{\lambda}^2}} & \text{за } \bar{\lambda} > 0,2 \end{cases} \quad (2.13)$$

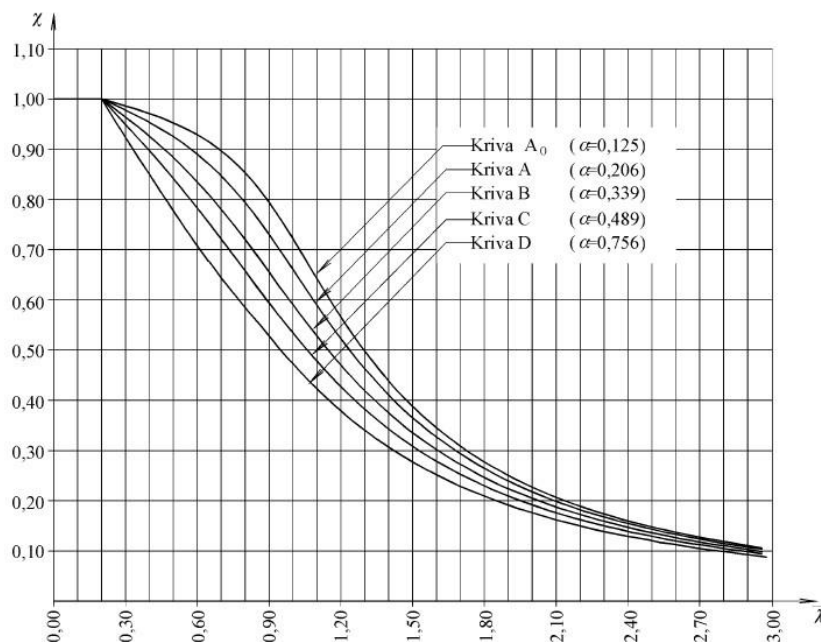
где је:

$$\beta = 1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \quad (2.14)$$

α преставља степен еквивалентних геометријских имперфекција и има вредности у зависности од криве извијања. У табели 2.2 дате су вредности α у функцији криве извијања.

Табела 2.2 Вредности коефицијента геометријске несавршености α за различите криве извијања [1]

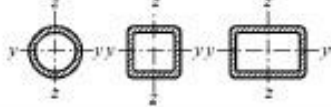
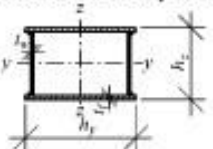
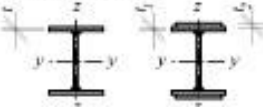
Крива извијања	A ₀	A	B	C	D
α	0,125	0,206	0,339	0,489	0,756



Слика 2.5.- Крива извијања [1]

Класификација појединих врста попречног пресека према припадајућим кривама извијања приказана је у табели 2.3

Табела 2.3- Избор криве извијања за различите облике попречних пресека и осе извијања [1]

Тип попречног пресека ¹⁾		Извијање управно на осу	Крива ^{2) 3)} извијања
Šuplji profili 		y-y z-z	A
Zavareni sandačasti presecci 	Konstrukcioni šavovi	y-y z-z	B
	Debeli šavovi (puni provar)	y-y z-z	C
Valjani I - presecci 	$h/b > 1,2$ $t \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	A(A ₀) B(A)
	$h/b \leq 1,2$ $t \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	B(A) C(B)
	$t > 40 \text{ mm}$	y-y z-z	D
Zavareni I - presecci 	$t \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	B C
	$t > 40 \text{ mm}$	y-y z-z	C D
U - L - T - HOP - I puni presecci 		y-y z-z	C
¹⁾ Presecci koji nisu zastupljeni u ovoj tabeli klasifikuju se prema t.2.4 i 2.5. U slučaju nedoumnice za preseke sa $t < 40 \text{ mm}$ primeniti krivu извијања C. ²⁾ Krive извијања date u zagradama primenjuju se za čelike sa $f_y > 430 \text{ MPa}$ i $t < 40 \text{ mm}$. ³⁾ Na bazi eksperimentalno i numerički verifikovanih podataka za pojedine tipove попречних пресека могу се alternativno primeniti za druge krive извијања.			

Да би спречили локално избочењ мора бити задовољен следећи услов:

$$\sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,D}}} \leq 0,7 \quad (2.15)$$

где је $\sigma_{cr,D}$ критичан напон линеарног избочавања дефинисан изразом :

$$\sigma_{cr,D} = k_\sigma \cdot \sigma_E = k_\sigma \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1-\nu^2)} \left(\frac{t}{\bar{b}}\right)^2 = k_\sigma \cdot 1,898 \cdot \left(\frac{100 \cdot t}{\bar{b}}\right)^2 \left[\frac{kN}{cm^2}\right] \quad (2.16)$$

$\bar{b}$ - Мерадна елемента

k_σ - Коефицијент избочавања

σ_E - Ојлеров критични напон избочавања

Када се у једначину (2.15) уврсти критични напон према претходном изразу уз $E = 21000 \text{ kN/cm}^2$ и $\nu = 0,3$ добија се следећи облик:

$$b/t \leq 0,665 \sqrt{k_\sigma \cdot \frac{E}{f_y}} \quad (2.17)$$

где је $\bar{b}/t$ виткост посматраног дела попречног пресека штапа. Видимо да гранична виткост зависи од коефицијента избочавања (k_σ) и врсте челика (f_y), док коефицијент избочавања k_σ зависи од услова ослањања и начина напрезања. Граничне вредности виткости у функцији од начина ослањања и врсте челика дате су у табели 2.4.

Табела 2.4 -Граничне вредности виткости елемената попречног пресека $(\bar{b}/t)_{\max}$ [1]

Uslovi oslanjanja	k_σ	Granična vitkost	$(\bar{b}/t)_{\max}$		Karakteristični primeri
			Č0361	Č0561	
	0,426	$\frac{\bar{b}}{t} \leq 0,434 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	13	11	
	4,00	$\frac{\bar{b}}{t} \leq 1,33 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	39	32	

Ако услов стабилности (2.15) није задовољен у изразима (2.9) и (2.10) онда је замењује граница развлачења f_y са граничним напонам избочавања σ_{ux} , који је дефинисан према стандарду за избочавање JUS U.E7.121.

Локална нестабилност притиснутих елемената изазвана избочавањем делова пресека може се увести у мрорачун и помоћу редукције делова попречног пресека. Уводи се појам ефективне ширине:

$$b_{eff} = x_D \cdot \bar{b} \quad (2.18)$$

$$x_D = \frac{0,6}{\sqrt{\lambda_D^2 - 0,13}} \leq 1 \quad (2.19)$$

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,D}}} \quad (2.20)$$

За $\bar{\lambda}_D \leq 0,7$ коефицијент $x_D < 1,0$ односно цела ширина елемената попречног пресека је активна. Међутим за $\bar{\lambda}_D > 0,7$ је $x_D = 1,0$, па се редукује ширина елемената попречног пресека ($b_{eff} < \bar{b}$).

2.5 Дужине извијања

До сад дужина извијања се везивала за услове ослањања штапа, а разматрања су се заснивала на претпоставци о константном моменту инерције и константној нормалној сили N . Док се у пракси јављају штапови променљивог попречног пресека који су такође оптерећени променљивом нормалном силом. Услови самог ослањања могу бити знатно компликованији (еластично бочно ослањање, еластично укљештење, бочно промерљив систем, ...). Прорачуном по теорији II реда све ово се може обухватити, узимајући у обзир почетне геометриске и структурне имперфекције. Међутим овај прорачун може бити знатно једноставнији помоћу одговарајуће дужине извијања. Па стога можемо закључити да дужина извијања не зависи само од услова ослањања већ и од расподеле нормалних сила, промене момента инерције дуж штапа. [1]

Можемо рећи да је дужина извијања физички гледано дужина замењујућег обострано зглобног ослоњеног штапа константног пресека оптерећеног константном нормалном силом чија је критична сила $N_{cr} = \pi^2 \cdot EI/l^2$ једнака критичној сили посматраног штапа произвољних карактеристика. Док математички посматрано, дужина извијања је растојање између суседних реалних или фиктивних превојних тачака извијеног штапа. Дужину извијања одређујемо помоћу коефицијента дужине извијања β и дужине штапа:

$$l_i = \beta \cdot l \quad (2.21)$$

Низ случајева који се најчешће јављају у пракси за одређивање дужине извијања обухваћено је стандардом JUS. За све оне случајеве који нису обухваћени, провера стабилности врши се помоћу теорије II реда.

2.6 Одређивање дужине извијања према JUS U.E7.086/1986

Предмет овог стандарда је одређивање дужине извијања штапова константног или променљивог попречног пресека, оптерећени произвољно распоређеном нормалном силом, а у функцију различитих услова ослањања. Постоје четири карактеристичне групе :

- Штапови (стубови)
- Штапови решеткастих носача
- Угаони Штапови решеткастих стубова
- Моносиметрични танкозидни штапови отвореног попречног пресека

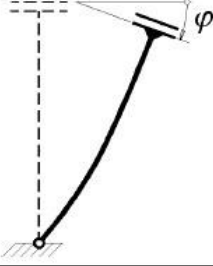
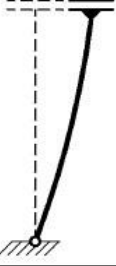
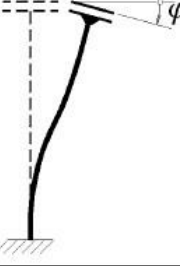
У наредном делу текста бавићемо се одрђивањем дужине извијања штапова (стубова).

2.6.1 Одрђивањем дужине извијања штапова (стубова).

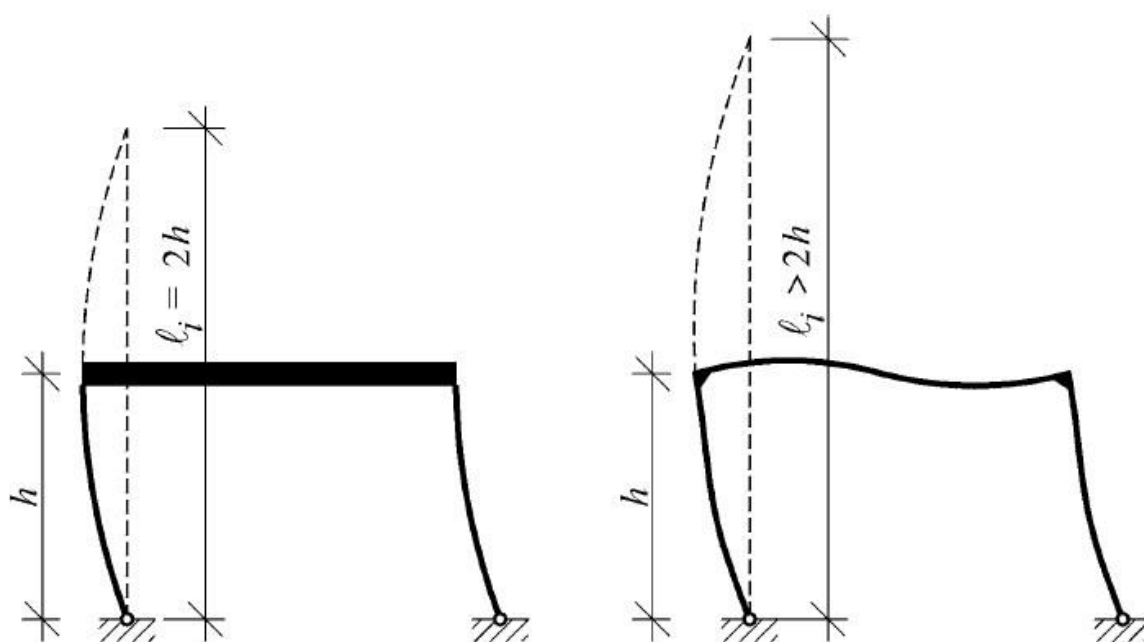
2.6.1.1 Штапови са константним моментом инерције и константном нормалном силом

Дужина извијања код оваквих елемената зависи од начина ослањања. Вредност коефицијента дужине извијања β у функцији услова ослањања приказано је у табели 2.5. [1]

Табела 2.5- Коефицијент дужине извијања β у функцији услова ослањања [1]

a	b	c	d
			
$\beta = 2$	$\beta = 1$	$\beta = 0,7$	$\beta = 0,5$
e	f	g	h
			
$2 < \beta < \infty$	$\beta = 2$	$1 < \beta < 2$	$\beta = 1$

(а-б) - Ојлерови случајеви извијања. На овај начин можемо одредити дужине извијања за изоловане штапове, односно стубове. Осим услова ослања дужина извијања стубова који су у склопу оквирних носача зависе и од крутости греда (EI_b/l) и стубова (EI_c/h). Ако је крутост греде много већа од крутости стуба такав случај је приказан на слици 2.4а, нема обртања на месту њихове везе, онда дужину извијања стуба можемо одредити једноставно на основу табеле 2.5 (случајеви f и h). У случајевима (е или g) када је гред еластична случај приказан на слици 2.4б обртање чвора (φ) утиче на дужину извијања стуба, па се онда мора прецизном анализом одредити. Код оваквих носача са непомерљивим или померљивим чворовима дужина извијања може одредити према U.E7.111/1986. Ако случајеви нису обухваћени овим стандардом, дужину извијања треба одредити помоћу теорије II реда.



а) Крута гред

б) Еластична гред

Слика 2.4. - Дужина извијања оквирних носача

2.6.1.2 Штапови константног попречног пресека са континуално променљивом нормалном силом

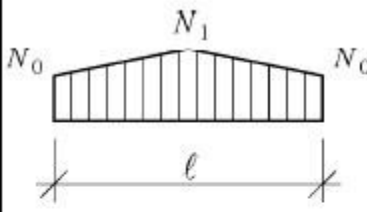
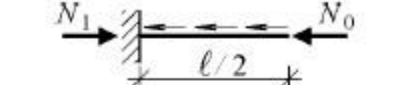
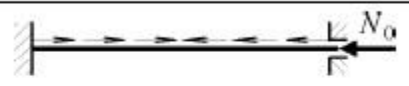
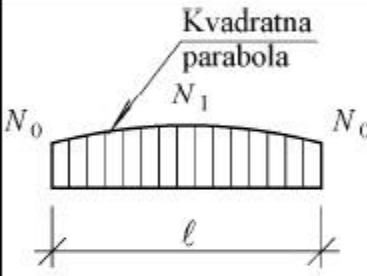
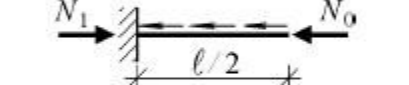
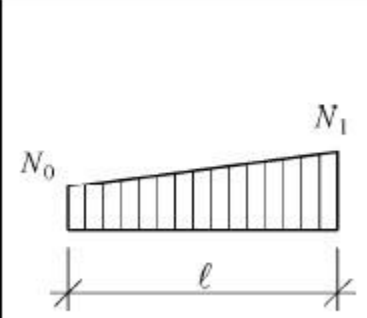
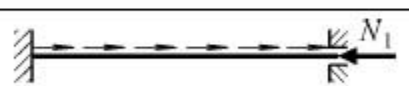
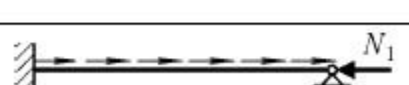
Нормалне силе притиска се мењају дуж штапа у реалним конструкцијама. Нормална сила у колико није скоковита, најчешће је линеарна, а ређе параболична. Стандард је обухватио и један и други случај, односно и линеарна и параболична промена. Нормална сила мења се од $N_{c,0}$ до $N_{c,1} = N_{c,max}$ уз одговарајући коефицијент дужине извијања β према табели 2.6. [1]

Изрази, даке важе само за :

$$-0,2 \leq N_{c,0}/N_{c,1} \leq 1 \quad (2.22)$$

Нормално за $N_{c,0}/N_{c,1} = 1$ вредност коефицијента β израчунате помоћу формула из табеле 2.6 поклапају се са вредностима из табеле 2.5 за штап са константном нормалном силом.

Табела 2.6 - Одређивање коефицијента дужине извијања β код штапова са континуално променљивом нормалном силом [1]

Dijagram normalnih sila	Uslovi oslanjanja i opterećenje štapa	Koeficijent dužine izvijanja β
		$\beta = \sqrt{\frac{1 + 2,18 \cdot N_0 / N_1}{3,18}}$
		
		$\beta = \sqrt{\frac{1 + 0,93 \cdot N_0 / N_1}{7,72}}$
		$\beta = \sqrt{\frac{1 + 1,09 \cdot N_0 / N_1}{2,09}}$
		
		$\beta = \sqrt{\frac{1 + 0,35 \cdot N_0 / N_1}{5,40}}$
		$\beta = \sqrt{\frac{1 + 0,88 \cdot N_0 / N_1}{1,88}}$
		$\beta = \sqrt{\frac{1 + 0,93 \cdot N_0 / N_1}{7,72}}$
		$\beta = \sqrt{\frac{1 + 0,51 \cdot N_0 / N_1}{3,09}}$
		$\beta = \sqrt{\frac{1 + 1,65 \cdot N_0 / N_1}{5,42}}$

2.6.1.3 Штапови константног попречног пресека са скоковито променљивом нормалном силом

У пракси се често јавља скоковита промена нормалне силе дуж стубова. Код овако оптерећених штапова прорачун се врши помоћу редуковане силе:

$$N_{c,red} = \sum_{i=1}^n N_{c,i} \cdot \alpha_i \quad (2.23)$$

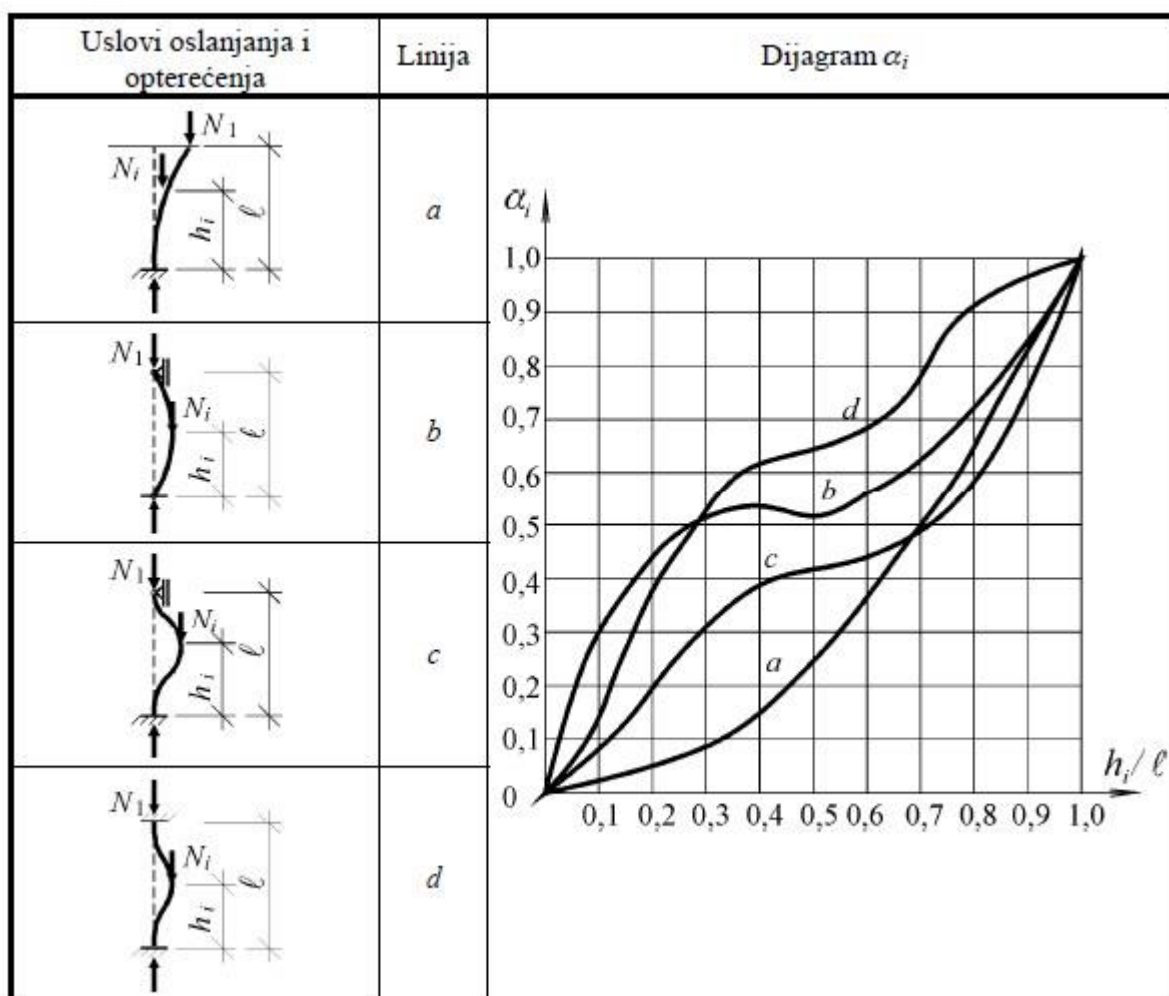
$N_{c,i}$ - Спољашња нормална сила притиска која делује у тачки i

α_i - Фактор редукије који зависи од услова ослањања и односа h_i/l

h_i - Растојање између места деловања силе и непокретног ослоња

l - Дужина стуба

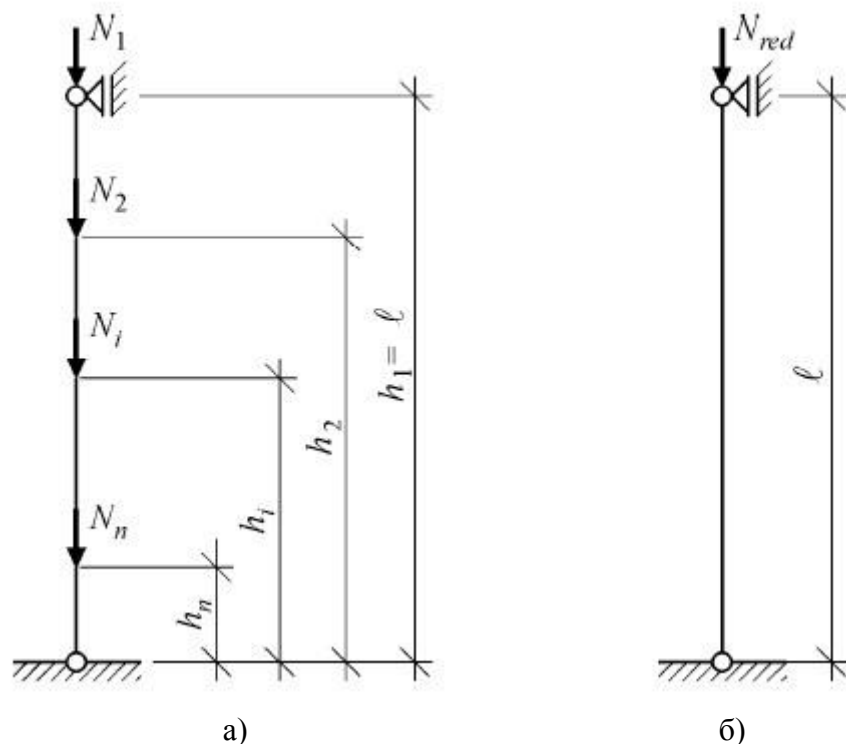
Табела 2.7 - Одређивање коефицијента дужине извијања β код штапова са скоковито променљивом нормалном силом [1]



α_i - Очитава се са дијаграма датог у табели 2.7 у зависности од услова ослањања штапа и односа h_i/l . На основу услова ослањања дужина извијања се одређује према стандарду за одређивање дужине извијања штапова константног попречног пресека са константном нормалном силом. [1]

Осим провере стабилности, потребно је извршити и проверу напона, узимајући стварне вредности нормалне силе према следећем изразу :

$$\sigma = \sum_{i=1}^n N_{c,i}/A \leq \sigma_{dop} \quad (2.24)$$



Слика 2.5 - а) Штап оптерећен концентрисаним силама у n тачака б) Прорачунски модел (редукованом нормалном силом)

2.6.1.4 Штапови са променљивим моментом инерције и константном нормалном силом

Прорачунавање стабилности штапова, код штапова код којих се момент инерције мења дуж пресека од I_0 до $I_1 = I_{max}$, оптерећеним константним силама на крајевима, спроводи се као за штап са константним попречним пресеком $I = I_{max}$, али ако се повећа дужина извијања која је добијена помоћу коефицијента дужине извијања β из табеле 2.8. [1]

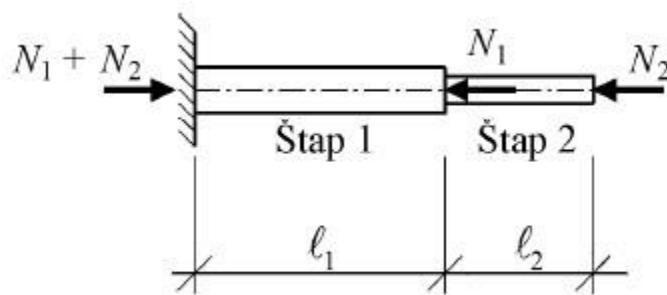
Вредност коефицијента β зависи од закона промене момента инерције, врсте попречног пресека и односа $I_0 = I_1$.

Табела 2.8 - Одређивање коефицијента дужине извијања β код штапова са променљивим моментом инерције и константном нормалном силом [1]

Kontura štapa				Oblik preseka									
A		1											
B		2											
C		3											
D		4											
I_0/I_1	Oblik preseka	Kontura štapa											
		A	B				C				D		
		φ											
		-	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,2	0,4	0,6	0,8	-	
		β											
0,01	1	1,11	1,30	1,18	1,08	1,02	1,00					1,61	
	2	1,25	1,89	1,44	1,22	1,07	1,01	8,03	6,04	4,06	2,09	2,40	
	3	1,38	1,97	1,64	1,35	1,11	1,01					2,86	
	4	1,46	2,14	1,78	1,43	1,14	1,02					3,16	
0,1	1	1,09	1,23	1,14	1,07	1,02						1,45	
	2	1,14	1,36	1,22	1,11	1,03	1,00	2,69	2,02	1,48	1,07	1,66	
	3	1,16	1,41	1,25	1,12	1,04						1,75	
	4	1,18	1,44	1,27	1,13	1,04						1,78	
0,2	1	1,07	1,18	1,10	1,05							1,35	
	2	1,09	1,24	1,14	1,07	1,02	1,00	1,88	1,53	1,24	1,03	1,44	
	3	1,10	1,26	1,16	1,07							1,48	
	4	1,11	1,27	1,17	1,08							1,49	
0,4	1	1,05	1,12	1,07								1,21	
	2	1,06	1,14	1,08	1,04	1,01	1,00	1,39	1,22	1,08	1,01	1,24	
	3	1,06	1,15	1,09								1,25	
	4	1,06	1,15	1,09								1,26	
0,6	1		1,07									1,13	
	2	1,03	1,08	1,04	1,02	1,01	1,00	1,19	1,10	1,03	1,00	1,13	
	3		1,08									1,14	
	4		1,08									1,14	
0,8	1												
	2	1,01	1,03	1,02	1,01	1,01	1,00	1,07	1,03	1,01	1,00	1,06	
	3												
	4												

2.6.1.5 Штапови са степенасто променљивом нормалном силом и моментом инерције

У пракси се често јављају штапови са степенасто променљивом нормалном силом и моментом инерције (стубови хала са крановима). Овакав сложен штап у општем случају, састоји се од више елементарних штапова константног попречног пресека. Стандардом су обухваћени само двостепени штапови. [1]



Слика 2.6 Двостепени штап са оптерећењем

Провера стабилности се врши одвојено за сваки штап и то за штап 2 са силом $N_{c,2}$ и дужином извијања $l_{1i} = \beta_1 \cdot l_1$. Коefицијент дужине извијања β_1 и β_2 зависе од односа l_2/l_1 , I_2/I_1 и услова ослањања приказаних у табели 2.9.

Табела 2.9 - Одређивање коefицијента дужине извијања β код штапова са скоковито променљивом нормалном силом и моментом инерције [1]

	Uslovi oslanjanja štapa	β_1		β_2
		$0,05 \leq l_2/l_1 < 0,1$	$0,1 \leq l_2/l_1 < 0,3$	
1	 Konzolni štap	3,0	2,5	3,0
2	 Štap uklješten na oba kraja sa horizontalno pomerljivim gornjim krajem	2,0	2,0	3,0
3	 Dole uklješten i gore zgloбно vezan štap sa sprečenim horizontalnim pomeranjem krajeva	2,0	1,6	2,5
4	 Štap uklješten na dva kraja sa sprečenim horizontalnim pomeranjem krajeva	1,5	1,2	2,0

Према коефицијенту дужине извијања β_1 и β_2 из претходне табеле дозвољена је ако су испоштовани следећи услови :

$$l_2/l_1 \leq 0,6 \quad N_{c,1}/N_{c,2} \geq 3 \quad \text{и} \quad 0,05 \leq I_2/I_1 \leq 0,3 \quad (2.25)$$

Ове услове задовољавају готово сви реални штапови па се прорачун може извршити помоћу приближних коефицијената β_1 и β_2 .

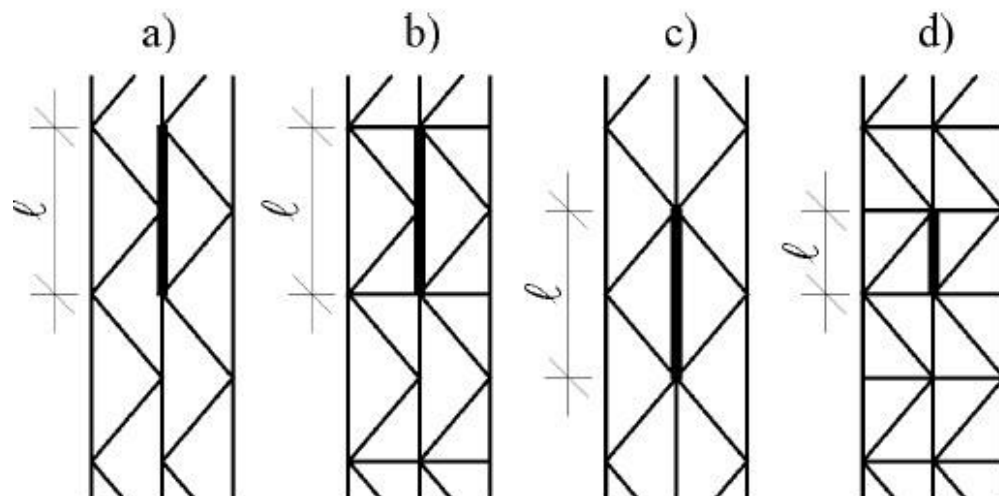
Код штапова са сложенеом геометријом, штапова са специфичним условима ослањања или штапове који не задовољавају услове ограничења, провера стабилности врши се применом теорије II реда или коришћењем готових израза из литературе.

2.7 Угаони штапови решеткастих стубова

Дужине извијања штапова решеткастих стубова зависе од начина напрезања, облика попречних пресека штапова и система испуне стуба. У табели 2.10 дате су коефицијента дужине извијања β . Вредности дате у загради односе се на извијање у равни $n_1 - n_2$ за стуб са типом испуне b) [1]

Табела 2.10 - Коефицијент дужине извијања β за угаоне штапове решеткастих стубова [1]

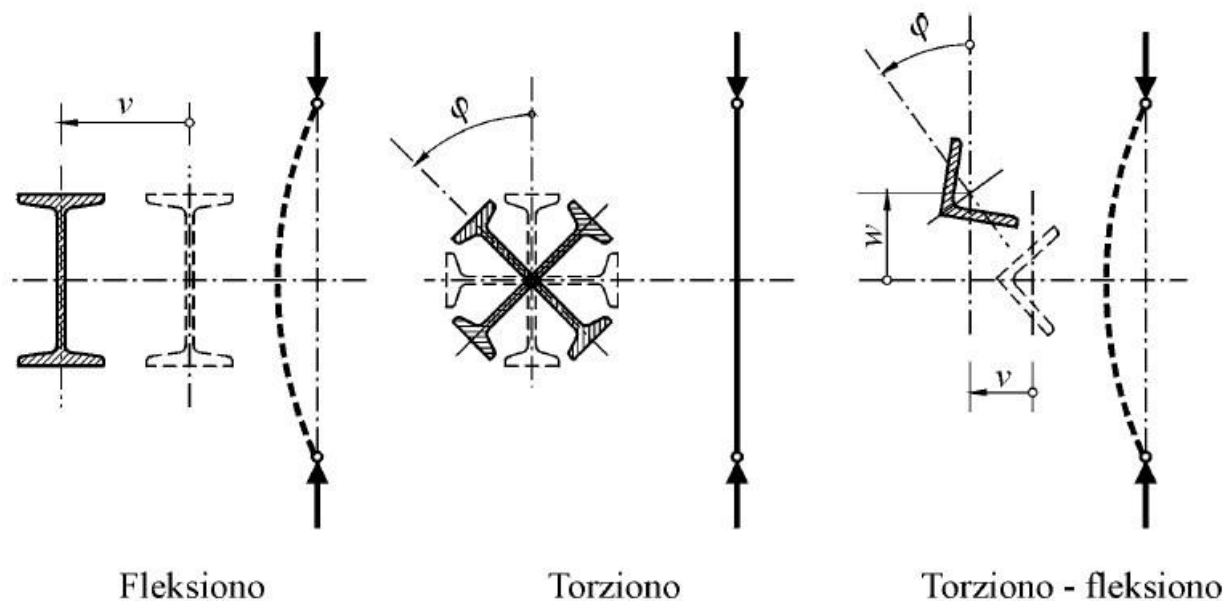
Način opterećenja	Presek	Koefficijент β		
		a)	b)	c), d)
Pretežno savijanje		0,7	0,6	
		0,85	0,8	1,0
		1,0	1,0 (0,5)*	
Pretežno pritisak		0,8	0,7	
		0,9	0,85	1,0
		1,0	1,0(0,5)*	



Слика 2.7 - Различити типови испуне решеткастих стубова

2.8 Моносиметрични танкозидни штапови отвореног попречног пресека

До губитка стабилности притиснутог елемента долази због повећања момента савијања другог реда уз деформацију савијања. Код торзионо крутих штапова и штапова код којих се поклапају тежиште и центар смицања меродавно је флексионо извијање. Код пресека код којих се не поклапају тежишта оса и центар смицања, извијање се јавља услед заједничког деловања торзионог момента и момента савијања. [1]



Слика 2.8 - Различити начини извијања [1]

На претходној слици приказано је извијање савијањем (*флексионо извијање*), чисто торзионо извијање и сложено извијање савијањем и торзијом (*флексионо-торзионо извијање*). Критична сила N_{cr} штапа, једнака је минималној од три следеће вредности.

$$N_{cr} = \min \begin{cases} N_{cr,y} = \pi^2 \frac{EI_y}{l_{i,y}^2} & \text{Извијање око } y - y \text{ осе} \\ N_{cr,z} = \pi^2 \frac{EI_z}{l_{i,z}^2} & \text{Извијање око } z - z \text{ осе} \\ N_{cr,\varphi} = \frac{1}{i_R^2} \left(GI_t + \pi^2 \frac{EI_\omega}{l_\varphi^2} \right) & \text{Тотално извијање} \end{cases} \quad (2.26)$$

где је :

$$i_R^2 = y_R^2 + z_R^2 + \frac{I_y + I_z}{A} \quad (2.27)$$

I_t - торзиони момент инерције [m^4]

I_ω - секторски момент инерције [m^6]

G - модул смицања [kN/m^2]

y_R, z_R - пројекција растојања између центра смицања и тежишта на $y - y$ и $z - z$ осу попречног пресека

Провера носивости штапова врши се по JUS U.E7.081, а проблем сложеног извијања се уводи у прорачун преко идеалне виткости λ_w , која се одерђује на основу следећег израза:

$$\lambda_w = \frac{\varepsilon \cdot l}{i_z} \sqrt{\frac{c^2 + i_D^2}{2c^2} \left\{ 1 + \sqrt{1 - \frac{4c^2 \left[i_p^2 + 0,039 \left(\frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_T^2} - 1 \right) z_D^2 \right]}{(c^2 + i_D^2)^2}} \right\}} \quad (2.28)$$

где су:

$$i_p^2 = i_y^2 + i_z^2 \quad (2.29)$$

$$i_D^2 = i_p^2 + z_D^2 \quad (2.30)$$

$$c^2 = \frac{1}{i_z} \left[I_\omega \left(\frac{\varepsilon \cdot l}{\varepsilon_T \cdot l_T} \right)^2 + 0,0039 \cdot (\varepsilon \cdot l)^2 \cdot I_t \right] \quad (2.31)$$

z_D - растојање између центра смицања и тежишта

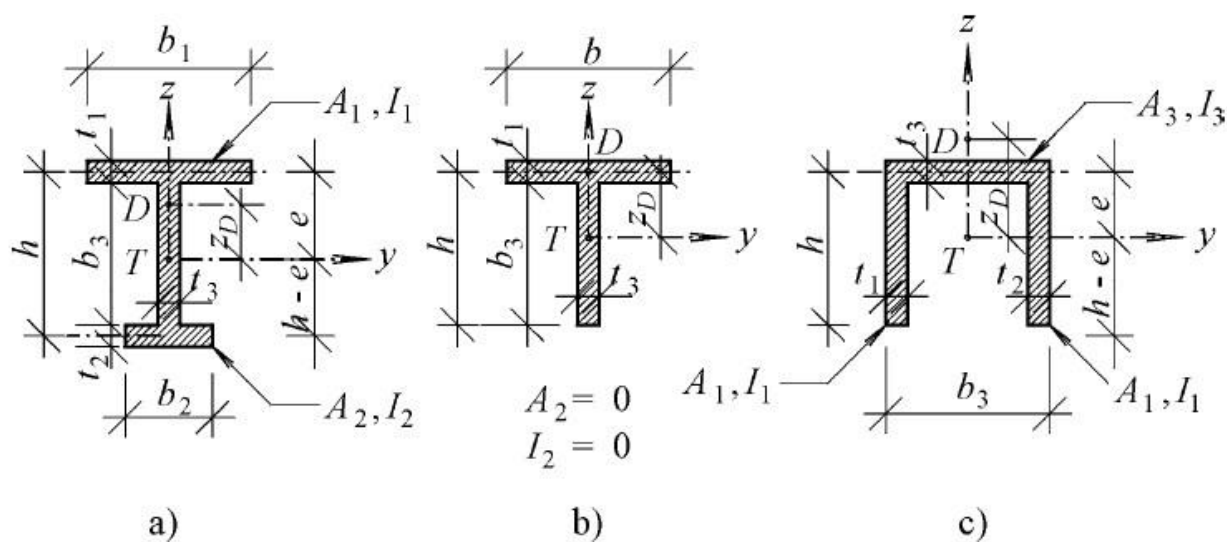
l - дужина штапа (растојање ослонаца)

l_T - растојање тачака торзионог ослањања

$\varepsilon, \varepsilon_T$ - коефицијент који зависе од услова ослањања на следећи начин:

- за зглобно ослоњени штап $\varepsilon = \varepsilon_T = 1,0$

- за круто укљештен штап $\varepsilon = \varepsilon_T = 0,5$



Слика 2.9 - Различити типови попречних пресека моносиметричних штапова [1]

Израчунавање идеалне виткости λ_w неопходно је за прорачун геометриских карактеристика (I_t, I_ω, z_D).

$$z_D = \frac{1}{I_z} [e \cdot I_1 - (h - e) \cdot I_2] \quad (2.32)$$

$$I_\omega = \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot h^2}{I_1 + I_2} \quad (2.33)$$

$$I_t = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 b_i \cdot t_i^3 \quad (2.34)$$

пресек за торзионо-флексионо:

$$z_D = e + \frac{I_1}{I_z} h \quad (2.35)$$

$$I_\omega = \frac{h^2}{3} \cdot \frac{I_1^2 + 2 \cdot I_1 \cdot I_3}{I_y} \quad (2.36)$$

Када је $i_p > c$ идеална виткост се рачуна по следећем изразу

$$\lambda_w = \frac{\varepsilon \cdot l}{i_z} \cdot \frac{i_z}{c} \quad (2.37)$$

Ако је $i_p < c$ стабилност испуњује JUS U.E7.081 са виткошћу λ_z .

3. Савремени европски стандарди-еврокодови

Савремени европски стандарди-еврокодови, утемељени на теорији граничних стања, након тридесет година заменили су старе прописе за прорачун челичних конструкција, који су били засновани на концепту допуштених напона. Суштина граничних стања носивости челичних конструкција презентована је кроз анализу носивости попречних пресека, стабилности линијских елемената и избочавању површинских елемената челичних конструкција. Гранична стања носивости попречних пресека су анализирана за све карактеристичне врсте напрезања: затезање, притисак, савијање, смицање, торзију и комбиновано напрезање. [7]

3.1 Развој метода прорачуна

Математички аспект за моделирање понашања челичних конструкција у домену линеарно-еластичног понашања успостављен је крајем XIX века. Челик се до достизања границе развлачења понаша по Хуковом закону као идеално еластичан материјал, достизање напона на граници развлачења (f_y) означено је као почетак лома конструкције, односно као критеријум за њено димензионисање. На основу ове претпоставке заснована је теорија допуштених напона која је уз одређена прилагођавања деценијама била незамењив ослонац свим конструкторима и окосница већине прописа за прорачун челичних конструкција. Суштина концепта допуштених напона заснива се на ограничењу максималних напона која се услед реалних оптерећења јављају у елементима конструкције на домен еластичног понашања. Допуштени напон се одређује $\sigma_{dop} = f_y / \nu$. Овакав приступ се назива детерминистички из разлога што су вредности допуштених напона унапред дефинисане, односно детерминисане. На основу дугогодишњих искустава у изградњи објеката одређене су вредности коефицијента сигурности, а самим тим и допуштених напона. [7]

Постоје три случаја оптерећења:

- I случај - основно оптерећење
- II случај - основно + допунско оптерећење
- III случај - основно + допунско + изузетно оптерећење

Вредност коефицијента сигурности највећа је за основно оптерећење (I случај) чије је деловање готово извесно или веома вероватно током дужег временског периода. Најмање оптерећење је за III случај у који спадају изузетна оптерећења која се могу а и не морају јавити током животног века једног објекта, односно конструкције.

У стандардима за прорачун носећих челичних конструкција у нашој земљи до недавно је био присутан концепт допуштених напона. Услед дугогодишње праксе у пројектовању челичних конструкција у читавном свету концепт допуштених напона је почео да се напушта. Али ако се има у виду напредак у теоријским дисциплинама, али и

бројна експериментала испитивања која су спровођена широм света, онда је врло разумљиво што је већ тридесетак година у најразвијенијим земљама Европе и света концепт допуштених напона напуштен. Концепт допуштених напона замењен је европским стандардима-еврокодovima који се примењују у свим земљама чланицама Европске уније, а од недавно и у нашој земљи. Еврокодovi представљају фамилију европских стандарда за прорачун грађевинских конструкција, којима су обухваћена дејства на конструкције, као и прорачун конструкција од различитих материјала.

Еврокодovi су подељени на десет делова:

- Еврокод 0 (SRPS EN 1990): Основе пројектовања конструкције
- Еврокод 1 (SRPS EN 1991): Дејства на конструкције
- Еврокод 2 (SRPS EN 1992): Пројектовање бетонских конструкција
- Еврокод 3 (SRPS EN 1993): Пројектовање челичних конструкција
- Еврокод 4 (SRPS EN 1994): Пројектовање спрегнутих конструкција од челика и бетона
- Еврокод 5 (SRPS EN 1995): Пројектовање дрвених конструкција
- Еврокод 6 (SRPS EN 1996): Пројектовање зиданих конструкција
- Еврокод 7 (SRPS EN 1997): Геотехничко пројектовање
- Еврокод 8 (SRPS EN 1998): Пројектовање сеизметички отпорних конструкција
- Еврокод 9 (SRPS EN 1999): Пројектовање алуминијумских конструкција

3.2 Стабилност линеарних елемената

Осим контроле носивости попречног пресека неопходно је да се изврши и контрола стабилности елемената челичних конструкција, то јест да се одреди њихова носивост на одређен вид извијања. Код свих елемената чији попречни пресеци потпуно или делимично притиснути, присутан је проблем стабилности елемената и по правилу је меродаван за њихово конструисање. [7]

У зависности од начина напрезања разликују се следећи проблеми стабилности линеарних елемената:

- Извијање центрично притиснутих елемената ($N_{c,Ed}$) једноделног или вишеделног попречног пресека
- Бочно-торзионо извијање елемената оптерећених на савијање-носача ($M_{y,Ed}$)
- Извијање ексцентрично притиснутих елемената односно елемената који су истовремено оптерећени аксијалном силом притиска и моментом савијања око једне ($N_{c,Ed} + M_{y,Ed}$) или обе главне осе инерције ($N_{c,Ed} + M_{y,Ed} + M_{z,Ed}$) са или без утицаја бочног-торзионог извијања

3.3 Извијање

Извијање је проблем стабилности централно притиснутих елемената. Услед силе притисака долази до деформација елемената управо на његову подужну осу и до губитака стабилности и пре достизања границе развлачења у попречном пресеку. [7]

Извијање може бити:

- Флексионо (јавља се код уобичајних попречних пресека као што су стандардни профили I и H као и слични заварени пресеци)
- Торзионо (јавља се код крстастих централно симетричних отворених попречних пресека који имају значајну крутост)
- Флексионо-торзионо (је комбинација претходна два и карактеристично је за моносиметричне отворене попречне пресеке)

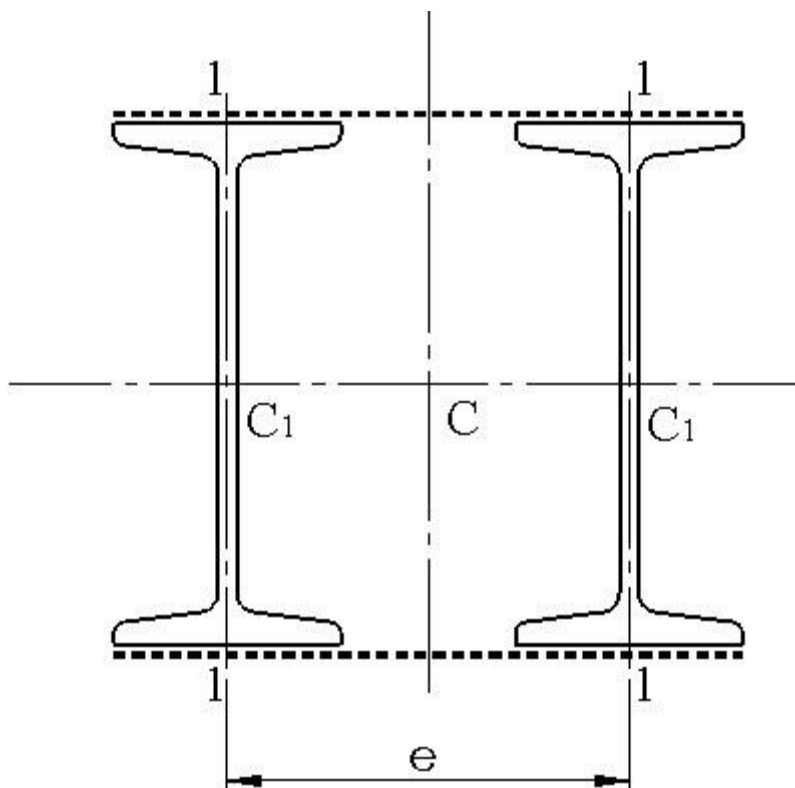
4. Пример прорачуна и конструкција једног притиснутог стуба са спојеним лимовима као испуном

Стуб висине $h = 8 \text{ m}$ прима притисак од $F = 700 \text{ kN}$ (I случај оптерећења)

а) Димензионисати попречни пресек стуба ако се он састоји од два ваљана I профила на међусобном растојању e .

б) Прорачунати спојне лимове и њихове заковане везе за појасеве стуба.

Основни материјал Č 0361, допуштени напони за закивке $\sigma_{bdop} = 320 \text{ MPa}$, $\tau_{dop} = 130 \text{ MPa}$.



Слика 4.1- Попречни пресек стуба

- Димензионисање попречног пресека стуба

Усваја се за прву пробу IPN 260 са подацима :

$$I_{x1} = 5740 \text{ cm}^4 \quad I_{y1} = 288 \text{ cm}^4$$

$$A_1 = 53,3 \text{ cm}^2$$

$$i_{y1} = i_1 = 2,32 \text{ cm} \quad i_{x1} = 10,40 \text{ cm}$$

За пресек стуба 2IPN 260 је: $I_x = 2 \cdot I_{x1} = 2 \cdot 5740 = 11480 \text{ cm}^4$

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{2 \cdot I_{x1}}{2 \cdot A_1}} = \sqrt{\frac{I_{x1}}{A_1}} = i_{x1} = 10,40 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{h}{i_x} = \frac{800}{10,40} = 76,923 \rightarrow \lambda_x = 77 \rightarrow \omega_x = 1,82$$

$$\sigma_{\omega x} = \frac{F}{2 \cdot A_1} \cdot \omega_x = \frac{700}{2 \cdot 53,3} \cdot 1,82 = 11,951 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 119,51 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\omega x} = 119,51 \text{ MPa} < \sigma_{dop} = 160 \text{ MPa}$$

Пресек IPN 260 је добро изабран што се тиче стабилности на извијање око $x - x$ осе. Потребно је испитати да ли пресек задовољава критеријум стабилности и око осе $y - y$ осе. Размак e је непознат, па се одређује из услова да је материјал искоришћен на извијање око осе до $\sigma_{dop} = 160 \text{ MPa}$.

$$\sigma_{\omega y} = \frac{F}{A} \cdot \omega_{yi} = \sigma_{dop}$$

$$\omega_{yi} = \frac{2 \cdot A_1 \cdot \sigma_{dop}}{F} = \frac{2 \cdot 53,3 \cdot 16}{700} = 2,44 \rightarrow \lambda_{yi} = 90$$

$$\lambda_1 = \frac{c}{i_1} = \frac{90}{2,32} = 38,79 \approx 39 - (\text{За размак спојених лимова с усвојена је вредност } c = 90 \text{ cm})$$

$$\lambda_{yi} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2} \rightarrow \lambda_y = \sqrt{\lambda_{yi}^2 - \lambda_1^2} = \sqrt{90^2 - 39^2} = 81,111$$

$$\lambda_y = \frac{l_{ky}}{i_y} = \frac{h}{i_y}$$

$$i_y = \frac{h}{\lambda_y} = \frac{800}{81,111} = 9,863 \text{ cm}$$

$$I_y = i_y^2 \cdot A = 9,863^2 \cdot 2 \cdot 53,3 = 10369,917 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 2 \cdot (I_{y1} + x_{c1}^2 \cdot A_1) = 2 \cdot (I_{y1} + \frac{e^2}{4} \cdot A_1)$$

$$I_y = 2 \cdot I_{y1} + \frac{e^2}{2} \cdot A_1 \rightarrow e^2 \cdot \frac{A_1}{2} = I_y - 2 \cdot I_{y1} \rightarrow e = \sqrt{\frac{2 \cdot (I_y - 2 \cdot I_{y1})}{A_1}}$$

$$e = \sqrt{\frac{2 \cdot (10369,917 - 2 \cdot 288)}{53,3}} = 19,17 \text{ cm}$$

Усваја се: $e = 20 \text{ cm}$

$$\text{за } e = 20 \text{ cm} \rightarrow I_y = 2 \cdot \left(288 + \frac{20^2}{4} \cdot 53,3 \right) = 11236 \text{ cm}^4$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{11236}{2 \cdot 53,3}} = 10,267 \text{ cm}$$

$$\lambda_y = \frac{h}{i_y} = \frac{800}{10,267} = 77,919$$

- Контрола стабилности на извијање око $y - y$ осе

$$\lambda_{yi} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2} = \sqrt{77,919^2 + 39^2} = 87,134$$

$$\lambda_{yi} = 88 \rightarrow \omega_{yi} = 2,33$$

$$\sigma_{\omega y} = \frac{F}{A} \cdot \omega_{yi} = \frac{700}{2 \cdot 53,3} \cdot 2,33 = 15,3002 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 153,002 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\omega y} = 153,002 \text{ MPa} < \sigma_{dop} = 160 \text{ MPa}$$

- Контрола размака спојених лимова

$$\lambda_1 = \frac{c}{i_1} \leq 50 \cdot \left(4 - 3 \cdot \frac{\sigma_{\omega}}{\sigma_{dop}} \right) = 50 \cdot \left(4 - 3 \cdot \frac{153,002}{160} \right) = 56,561$$

$$\lambda_1 = 39 < 56,561$$

Усваја се попречни пресек 2IPN 260 са размаком $e = 20 \text{ cm}$

- Прорачун спојених лимова и њихове заковане везе за појасеве стуба

Трансферзална сила у стубу меродавна за димензионисање спојених лимова према прописима је:

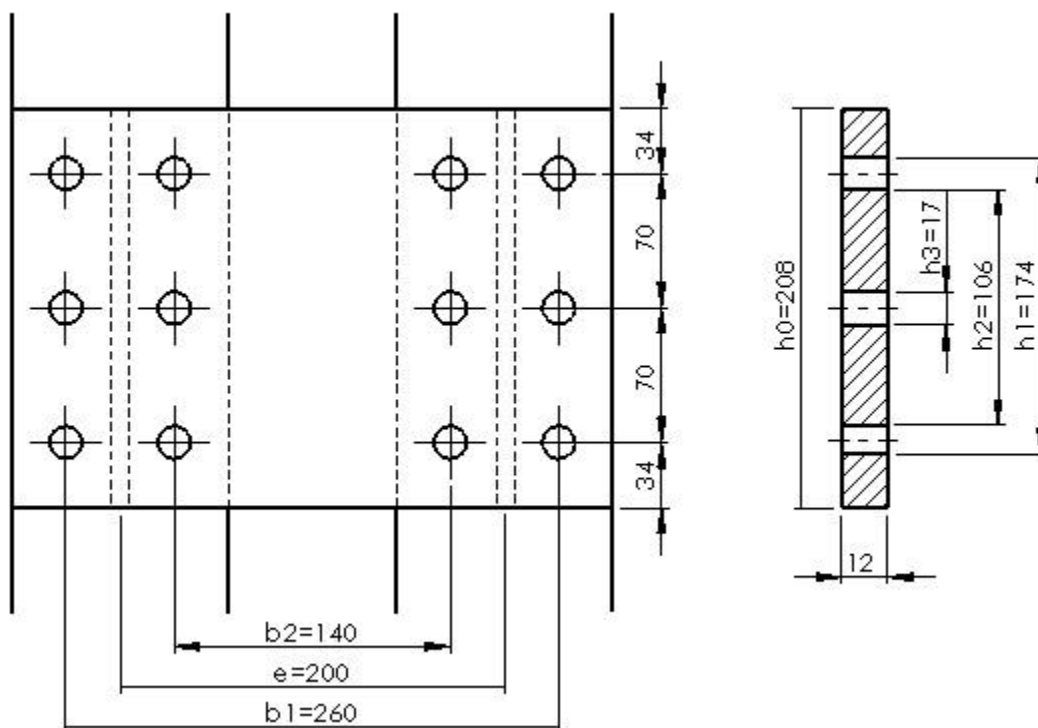
$$Q = \frac{A \cdot \sigma_{dop}}{80} = \frac{2 \cdot 53,3 \cdot 16}{80} = 21,32 \text{ kN}$$

Смичућа сила у средини спојеног лима је:

$$T = Q \cdot \frac{c}{e} = 21,32 \cdot \frac{100}{20} = 106,6 \text{ kN}$$

Момент савијања у пресеку спојеног лима на месту спољашњег закивка је:

$$M = \frac{T}{2} \cdot \frac{b_1}{2} = \frac{106,6}{2} \cdot \frac{26}{2} = 692,9 \text{ Ncm}$$



Слика.4.2 - Димензије спојних лимова и распоред отвора за задатке

$$W_n = \frac{I_n}{\frac{h_0}{2}} = \frac{2 \cdot I_n}{h_0}$$

$$I_n = \frac{\delta \cdot (h_0^3 - h_1^3 + h_2^3 - h_3^3)}{12}$$

$$I_n = \frac{1,2 \cdot (20,8^3 - 17,4^3 + 10,6^3 - 1,7^3)}{12} = 491,699 \text{ cm}^3$$

$$W_n = \frac{2 \cdot 491,699}{20,8} = 47,279 \text{ cm}^3$$

$$\sigma = \frac{M}{W_n} = \frac{692,9}{47,279} = 14,65 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < \sigma_{dop} = 16 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 160 \text{ MPa}$$

- Прорачун закивака

$$Q = \frac{T}{2} = \frac{106,6}{2} = 53,3 \text{ kN}$$

- Оптерећење једног закивка :
део од трансверзалне силе:

$$N_Q = \frac{Q}{m \cdot n} = \frac{T}{2 \cdot m \cdot n} = \frac{106,6}{2 \cdot 3 \cdot 2} = 8,88 \text{ kN}$$

део од момента савијања:

$$N_M = M \cdot \frac{l_n}{m \cdot \sum_{i=1}^n l_i^2} = 692,9 \cdot \frac{14}{2 \cdot 14^2} = 24,746 \text{ kN}$$

$$N_R = \sqrt{N_Q^2 + N_M^2} = \sqrt{8,88^2 + 24,746^2} = 26,29 \text{ kN}$$

- Контрола напона

$$\tau = \frac{4 \cdot N_R}{d_1^2 \cdot \pi} = \frac{4 \cdot 26,29}{1,7^2 \cdot \pi} = 11,58 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 115,8 \text{ MPa} < \tau_{dop} = 160 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = \frac{N_R}{d_1 \cdot \delta} = \frac{26,29}{1,7 \cdot 1,2} = 12,887 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 128,87 \text{ MPa} < \sigma_{b \text{ dop}} = 320 \text{ MPa}$$

Закључак

У самом уводу укратко је описана примена металних конструкција, као и материјали од кога се конструкције израђују. Пажња је посвећена елементима конструкције који су изложени притиску. Фокус је усмерен на притиснуте штапове и највеће проблеме стабилности центрично притиснутих штапова.

У даљем делу рада акценат је стављен на проблем извијања, тако да је прича усмерена на Ојлерову теорију која говори о еластичном извијању штапа, и на претпоставке на којима се теорија заснива. Прича је усмерена на извијање у пластичној области, пошто је Ојлерова теорија ограничена на напоне који су мањи од границе пропорционалности.

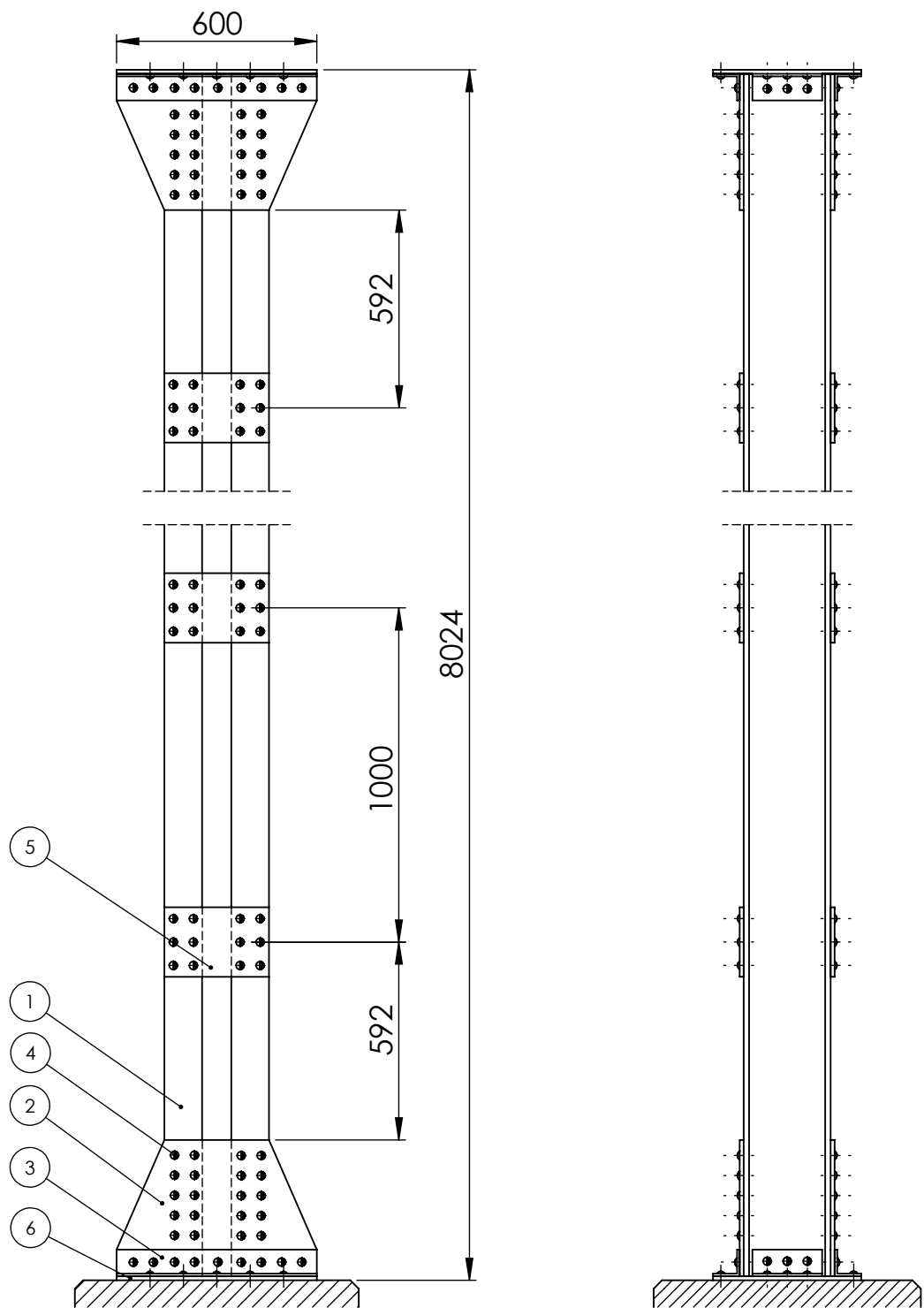
Посебан акценат стављен је на прорачун стабилности аксијално притиснутих штапова једноделног попречног пресека, одређивање дужине извијања штапа константног или променљивог попречног пресека и њихове четири карактеристичне групе.

У следећем делу рада су поменути савремени европски стандарди-еврокодрави, утемељени на теорији граничних стања, који су након тридесет година заменили старе прописе за прорачун челичних конструкција који су били заступљени на концепту допуштених напона.

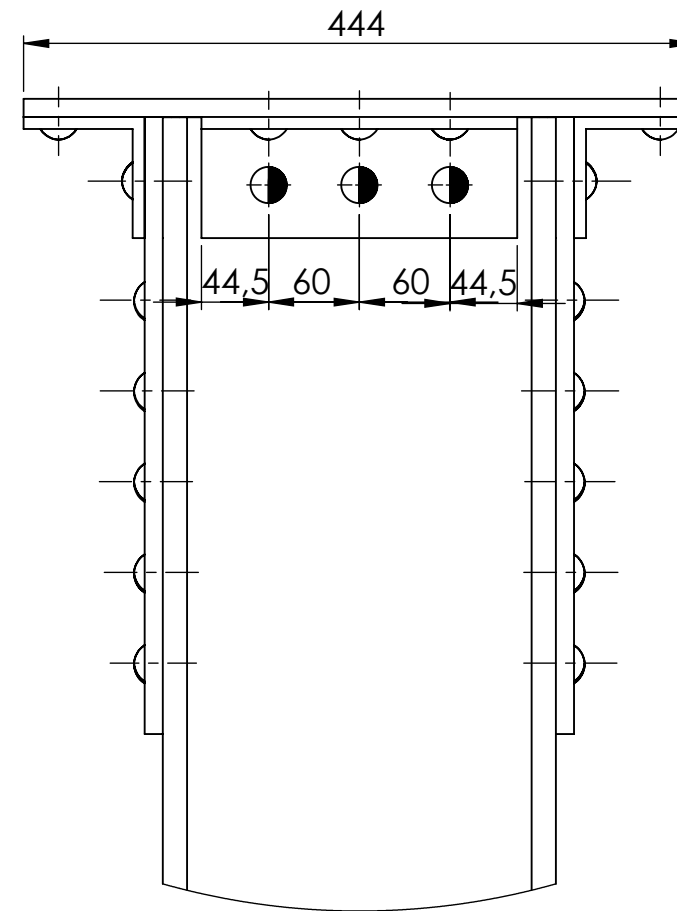
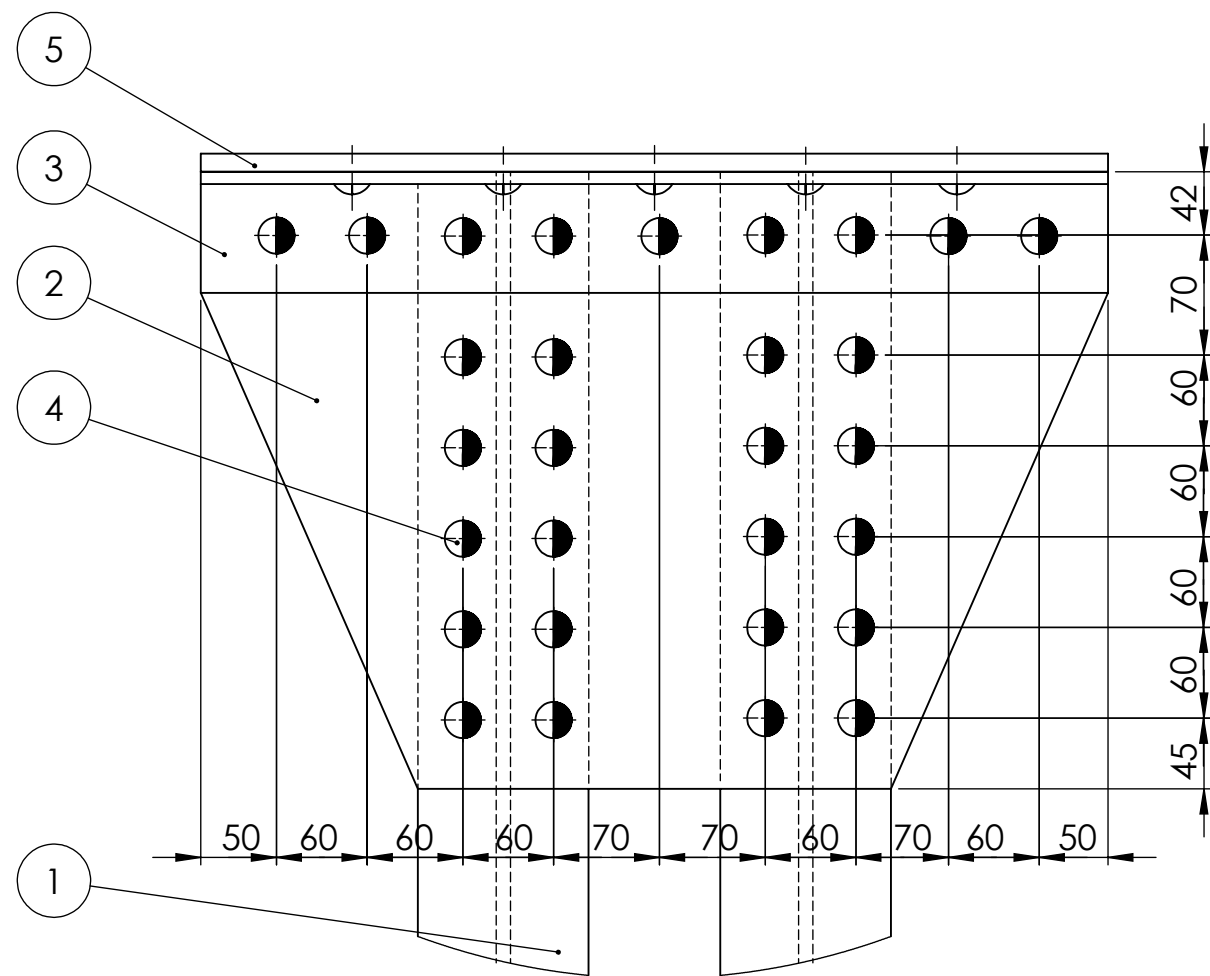
У последњем делу овог рада дат је пример прорачуна и конструкције једног притиснутог стуба са спојеним лимовима као испуном. У примеру прорачуна дата је висина стуба као и сила притиска. Приложена је и техничка документација овог примера са детаљима главе и ножице стуба.

Литература

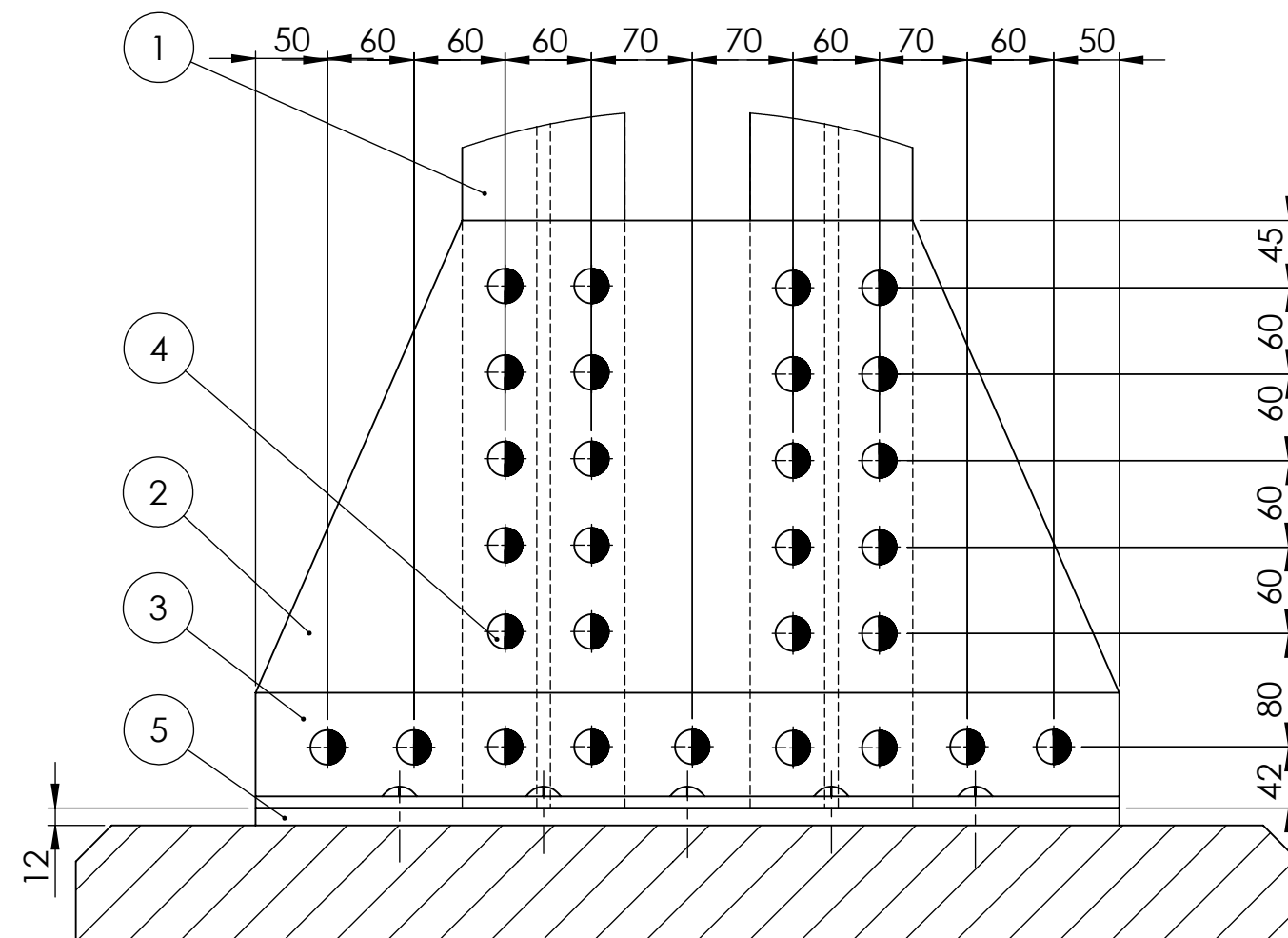
- [1]. Буђевац Д., Марковић З. и др., Металне конструкције, Грађевинска књига, Београд, 2007. конструкција, Грађевинска књига, Београд, 1986.
- [2]. Бабин Н., Бркљач Н., Шостаков Р., Металне конструкције, ФТН Издаваштво, Нови Сад, 2006.
- [3]. Милосављевић М., Радојковић М., и Кузмановић Б., Основи челичних конструкција, Грађевинска књига, Београд, 1984.
- [4]. Петковић З., Острић Д., Металне конструкције у машиноградњи, Институт за механизацију Машинског факултета у Београду, Београд, 1996.
- [5]. Николић Р., Марјановић В., Металне конструкције – Приручник за прорачуне, Машински факултет, Крагујевац, 1998.
- [6]. Николић Р., Вељковић Ј., Марјановић В., Металне конструкције – збирка решених задатака, Машински факултет, Крагујевац, 2013.
- [7]. Марковић З., Гранична стања челичних конструкција према еврокоду, Београд, 2014.
- [8]. Зарић Б., Стипанић Б., Будјевац Д., Челичне конструкције у грађевинарству, Грађевинска књига, Београд, 1990.
- [9]. <http://moodle.mfkg.rs/mod/resource/view.php?id=7552>, preuzeto 25.07.2015.



6	2		Ležišna ploča	600x444x12	
5	14		Spojni lim	313x208x12	
4	333		Zakivak Ø 17		
3	8		L profil	L 80x80x8	
2	4		Čvorni lim	600x408x12	
1	2		I profil	IPN 260	
Poz.	Kom.	J.m.	Naziv	Standard-izabrane karakteristike	Primedba
Tolerancije slobodnih mera			Površinska zaštita		Površinska zaštita
Materijal S 235			Termička obrada		
					Masa
					Razmera 1:20
			Datum		Naziv Pritisnuti stub
			Obrad	S.Marinković	
			Stand		
			Odobr		
					Oznaka
					L
					3
St. i	Izmene	Datum	Ime	Fakultet inženjerskih nauka Kragujevac	
					Izv pod
					Zamena za



5	1		Ležišna ploča	600x444x12	
4	80		Zakivak Ø 17		
3	4		L profil	L 80x80x8	
2	2		Čvorni lim	600x408x12	
1	2		I profil	IPN 260	
Poz.	Kom.	J.m.	Naziv	Standard-izabrane karakteristike	Primedba
Tolerancije slobodnih mera			Površinska zaštita		Površinska zaštita
Materijal S 235			Termička obrada		
			Masa		Razmera 1:5
			Naziv		
			Datum		
			Obrad S.Marinkovic		
			Stand		
			Odobr		
			Fakultet inženjerskih nauka Kragujevac		
St. i			Izmene		Oznaka
Datum			Ime		L
					2/3
					3
					Izv pod
					Zamena za



5	1		Ležišna ploča	600x444x12	
4	80		Zakivak $\varnothing 17$		
3	4		L profil	L 80x80x8	
2	2		Čvorni lim	600x408x12	
1	2		I profil	IPN 260	
Poz.	Kom.	J.m.	Naziv	Standard-izabrane karakteristike	Primedba
Tolerancije slobodnih mera			Površinska zaštita		Površinska zaštita
Materijal S 235					Termička obrada
					Masa
					Razmera 1:5
			Datum		Naziv Nožica stuba
			Obrad	S.Marinkovic	
			Stand		
			Odobr		
					Oznaka
					L
St. i	Izmene	Datum	Ime	Fakultet inženjerskih nauka Kragujevac	
					Izv pod
					Zamena za