

Факултет инжењерских наука

Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Машинске конструкције и механизација

Предмет: Машински елементи 2

Број индекса: 152/2008

Данијел З. Димитријевић

**Прорачун и конструкционо извођење
цилиндричних зупчаника са косим зупцима
завршни рад**

Комисија за преглед и одбрану:

1. Др Зорица Ђорђевић, доцент

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завршног рада кандидат треба да уради:

1. Увод
2. Цилиндрични еволвентни зупчаници са косим зупцима
3. Прорачун геометријских мера цилиндричних еволвентних зупчаника са косим зупцима
4. Конструкциони облици цилиндричних зупчаника
5. Пример прорачуна и конструкције цилиндричних зупчаника са косим зупцима
6. Закључак

Препоручена литература:

- [1] Николоћ В. , Машински елементи - теорија, прорачун ,примери, Машински факултет у Крагујевцу , 2004.
- [2] Милтеновић В., Машински елементи – облици, прорачун, примери Машински факултет у Нишу, 2009.
- [3] Огњановић М., Машински елементи, Машински факултет у Београду, 2001.

Крагујевац, 2012.

Ментор:

Др Зорица Ђорђевић, доцент

Резиме:

У овом раду је представљен прорачун цилиндричних зупчаника са косим зупцима по критеријуму чврстоће. Такође је дат преглед теорије, потребних образаца и табела као и препоруке за конструкционо извођење и израду цилиндричних зупчаника са косим зупцима.

Све ово је обрађено кроз конкретан пример прорачуна цилиндричних зупчаника са косим зупцима и кроз израду техничког цртежа.

Кључне речи: цилиндрични зупчаници са косим зупцима, прорачун, конструкциони облици

Summary of work:

In the work is presented calculation according to the criterion of hardness as well as calculation. It also gives an overview the theory, the necessary forms and tables as well as recommendations for structural performance and production cylindrical gears with slanted teeth. All this is processed though a concrete example of calculation cylindrical gears with slanted teeth and through production of technical drawings.

Keywords: cylindrical gears with slanted teeth, calculation, construction shapes

САДРЖАЈ

1.УВОД.....	6
2.ЦИЛИНДРИЧНИ ЗУПЧАНИЦИ СА КОСИМ ЗУПЦИМА	9
2.1 Основни делови и величине цилиндричних зупчаника	9
2.2 Профили зубаца цилиндричних зупчаника са косим зупцима	11
2.3 Материјали за израду зупчаника	13
2.4 Израда зупчаника	14
3. ПРОРАЧУН ГЕОМЕТРИЈСКИХ МЕРА И НОСИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧНИХ ЗУПЧАНИКА СА КОСИМ ЗУПЦИМА	19
3.1. Силе код цилиндричних зупчаника са косим зупцима	19
3.2. Прорачун носивости цилиндричних еволвентних зупчаника са косим зупцима	21
3.2.1. Прорачун носивости по критеријуму чврстоће бокова зубаца	22
3.2.1.1. Радни напон	22
3.2.1.2. Критични напон	23
3.2.1.3. Степен сигурности против разарања бокова зубаца	23
3.2.2. Прорачун носивости по критеријуму чврстоће подножја зубаца	23
3.2.2.1. Радни напон	23
3.2.2.2. Критични напон	24
3.2.2.3. Степен сигурности подножја зубаца	24
3.2.2.4. Дозвољени напон	24
3.3. Геометријске мере	25
4. КОНСТРУКЦИОНИ ОБЛИЦИ ЦИЛИНДРИЧНИХ ЗУПЧАНИКА СА КОСИМ ЗУПЦИМА.....	27
5. ПРИМЕР ПРОРАЧУНА И КОНСТРУКЦИЈЕ ЦИЛИНДРИЧНОГ ЗУПЧАНИКА СА КОСИМ ЗУПЦИМА	31
5.1 Прорачун модула	32
5.2.Зупчасти пар- геометријске величине	32
5.3 Прорачун носивости по критеријуму зврстоће бокова зубаца	34
6. ЗАКЉУЧАК.....	38
7. ЛИТЕРАТУРА	39

1.УВОД

Свака машина састоји се од више делова – машинских елемената у чију групу спадају и зупчасти преносници.

Зупчасти преносници снаге су непосредни принудни преносници који врше пренос и трансформацију снаге од погонске до радне машине посредством зупчастих парова. Пренос и трансформација снаге помоћу **зупчастих преносника** остварује се спрезањем зуба. Тиме је обезбеђено ваљање кинематских површина без клизања. Преносни однос је сигуран, а носивост је висока у поређењу са другим преносним паровима. Зупчаници се најчешће повезују са другим зупчаницима, али било који уређај са истим зупцима се може повезати, као на пример зупчаста летва. Зупчасти преносни парови се одликују малим габаритом у односу на оптерећење које преносе, високим степеном искоришћења, високом издржљивошћу и трајношћу.

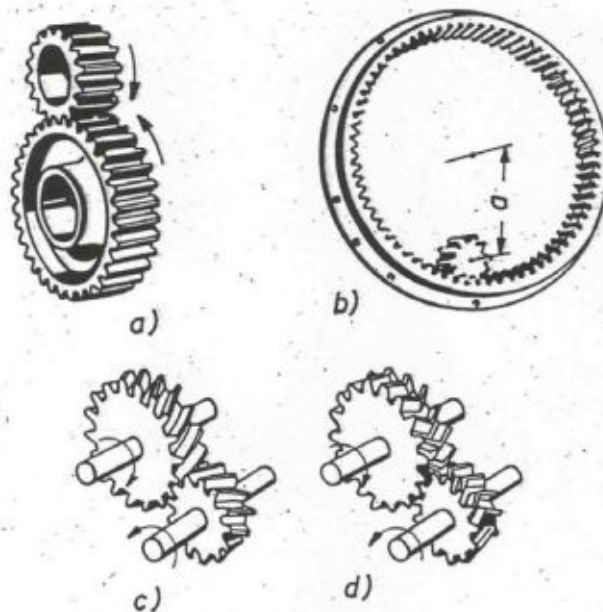
Примењују се за врло широко подручје снага и преносних односа, од малих до веома великих вредности. Вибрације и бука зупчастих преносника могу бити појачани ако су израђени са већим одступањима геометријских мера или ако се ова одступања увећавају убрзаним трошењем (хабањем). Подизањем нивоа конструкцијских и технолошких својстава одржава се висок степен квалитета рада зупчастих преносника снаге и кретања.

У зависности од облика, преносног односа, и начина употребе, могу се користити за повећање и смањење обртног момента, брзине ротације, промену смера обртања и тако даље.

Подела зупчастих преносника могућа је: према положају осе вратила погонског и гоњеног зупчаника, према правцу зуба, према облику профила зуба, према принципу спрезања и слично [1], [2], [4]...

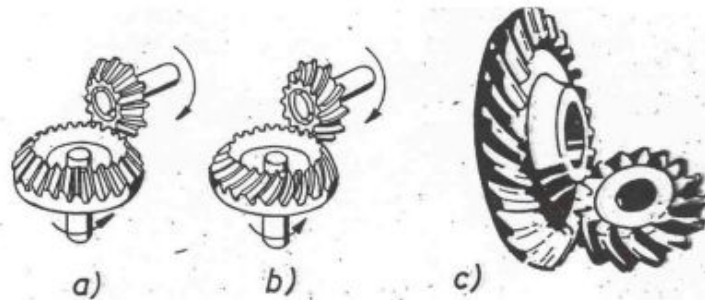
Према положају осе вратила погонског и гоњеног зупчаника, разликују се:

- **Цилиндрични зупчасти парови** имају кинематске површине у облику цилиндра, а осе обртања су паралелне.. (сл. 1). Према облику зубаца разликујемо, са правим (сл.1а и сл.1б), са косим (сл.1с) и са стреластим(сл.1д)



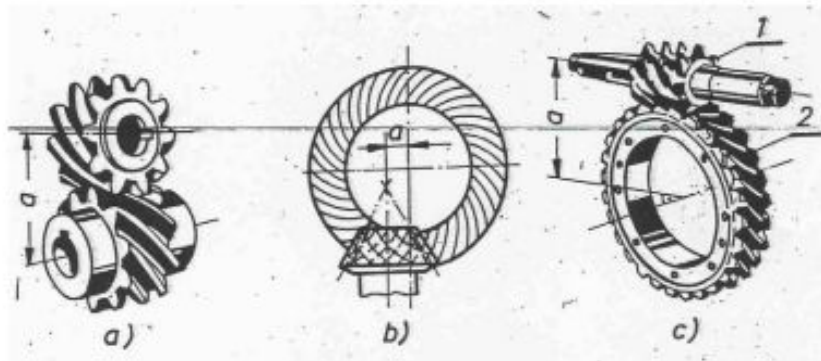
Сл.1 Цилиндрични зупчасти парови

- **Конусни зупчасти парови** имају кинематске површине у облику конуса. Осе обртања се секу, па је осно растојање $a=0$. (сл. 2). Конични зупчаници могу бити са правим (сл.2а), косим (сл.2б) и криволинијским (сл.2с) зупцима.



Сл.2 Конусни зупчасти парови

- **Хиперболоидни зупчасти парови** имају кинематске површине у облику једнограних хиперболида. Средина (грла) хиперболида налази се на месту најкраћег (нормалног) растојања, оса обртања.(сл.3). Могу бити: цилиндрични зупчаници са завојнимзупцима (сл.3а), хипоидни зупчаници (сл.3б) и пужни пар (сл.3с)



Сл.3 Хиперболоидни зупчасти парови

Основне карактеристике зупчастих парова:

Основне карактеристике зупчастих парова односе се на њихове предности и недостатке [1], [2], [5]....

Предности зупчастих парова:

- Тачан преносни однос
- Мале димензије
- Висок степен искоришћења (изузев хиперболоидних з.п.)
- Велика издржљивост и трајност у раду
- Примена у широком дијапазону снага, бројева обртаја, преносних односа,...

Недостаци зупчастих парова:

- Висока тачност израде
- Хабање и трошење у раду
- Велика крутост
- Присуство буке и вибрација при раду

2.ЦИЛИНДРИЧНИ ЗУПЧАНИЦИ СА КОСИМ ЗУПЦИМА

Цилиндрични зупчасти парови са косим зупцима зависно од величине осног угла Σ могу бити: **спољашњи, унутрашњи и равни** [1], [2], [4]....

Спољашњи цилиндрични пар- спрегнути зупчаници имају различите смерове обртања, а осни угао је $\Sigma=0$.

Унутрашњи цилиндрични пар- спрегнути зупчаници имају исти смер обртања, а осни угао је $\Sigma=180$

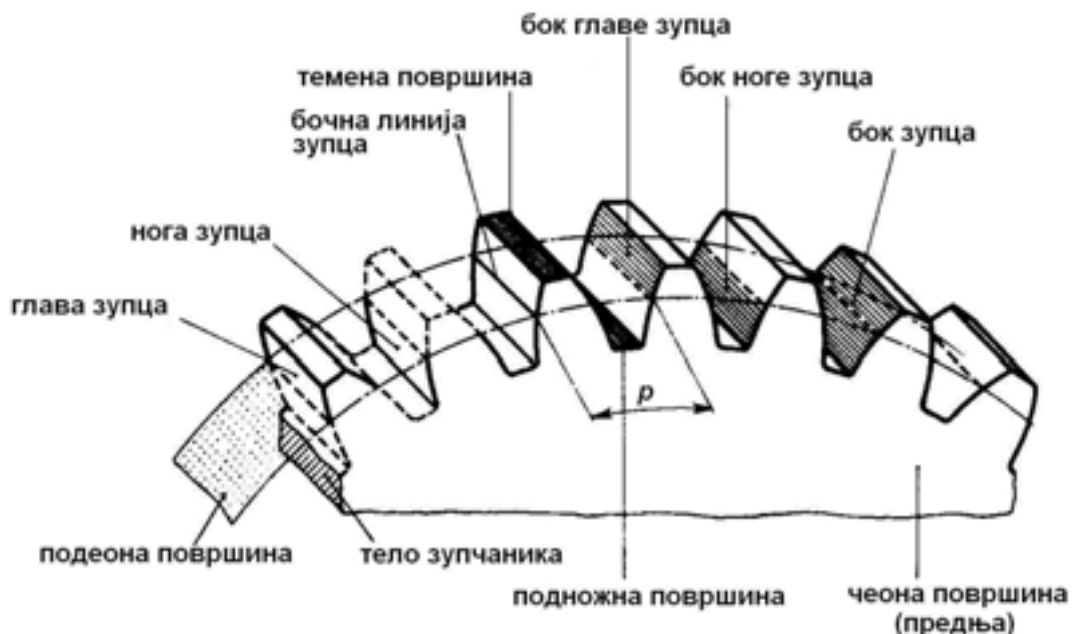
Раван цилиндрични пар служи за трансформацију кружног кретања у праволинијско или праволинијског кретања у кружно. Површине које остварују кретање без клизања су кинематски цилиндар и кинематска раван.



Сл.4 Зупчасти пар са косим зупцима

2.1 Основни делови и величине цилиндричних зупчаника

Зупци су делови зупчаника помоћу којих се непосредно преноси кретање и оптерећење са једног зупчаника на други. Они су по висини ограничени теменом површином, а по дужини су ограничени чеоним површинама: предњом и задњом.



Сл.5 Основни делови зупчаника

Међузубље је простор формиран између два суседна зупца зупчаника. Оно је по дубини ограничено подножном површином зупчаника.

Бок зупца је површина зубца која се налази између темене и подножне површине. Посматрано у односу на предњу чеону површину, разликује се леви и десни бок зупца.

Подеона површина (цилиндар) је замишљена површина која се налази између темене и подножне површине. Она дели зубац на два дела: главу зупца и ногу зупца.

Глава зупца је део зупца између подеоне и темене површине.

Нога зупца је део зупца између подеоне и подножне површине.

Прелазни део бока зупца је део бока ноге зупца који спаја бок зупца са подножном површином.

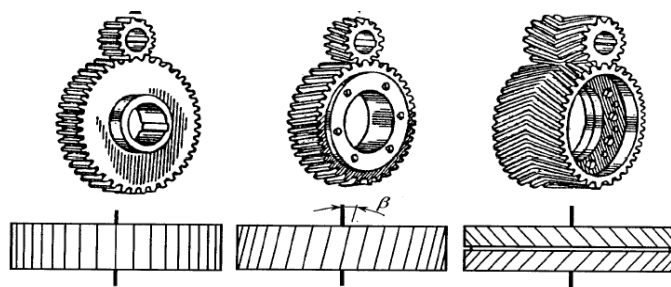
Број зубаца зупчаника (z) је збир зубаца који је обухваћен подеоном површином. Ако подеона површина није затворена (подеона раван), број зубаца је бесконачно велики.

Ширина зупчаника (b) је најкраће растојање између предње и задње чеоне површине.

Корак зубаца зупчаника (p) је лучно растојање између истоимених профила (леви-леви или десни-десни) два суседна зупца, мерено на подеоном кругу. Он обухвата једну дебљину зупца и једну ширину међузубља.

Бочна линија зупца је линија пресека бока зупца и подеоне површине.

На основу положаја бочне линије зупца у односу на осу обртања зупчаника, цилиндрични зупчаници се деле на зупчанике са правим, косим и стреластим зупцима.



Сл.6 Цилиндрични зупчаници са правим, косим и стреластим зупцима

Положај бочне линије зупца у односу на осу обртања зупчаника одређен је углом нагиба бочне линије зупца β .

Код цилиндричних зупчаника са правим зупцима бочне линије зупца су паралелне оси обртања зупчаника ($\beta=0$). Услед тога су профили зубаца у чеоној равни, равни управној на осу обртања зупчаника и профили зубаца у нормалној равни, равни нормалној на бочну линију зупца, подударни:

$$\beta = 0 ; p = p_n \quad (2.1)$$

Бочна линија зупца цилиндричних зупчаника са косим зупцима је нагнута у односу на бочну линију зупца цилиндричних зупчаника са правим зупцима за тзв. угао нагиба бочне линије зупца ($0 < \beta \leq 45^\circ$). Услед тога геометријске карактеристике профила зубаца у чеоној и нормалној равни се не подударају. Између њих постоји функционална зависност:

$$\beta > 0 : p = \frac{p_n}{\cos \beta} \quad (2.2)$$

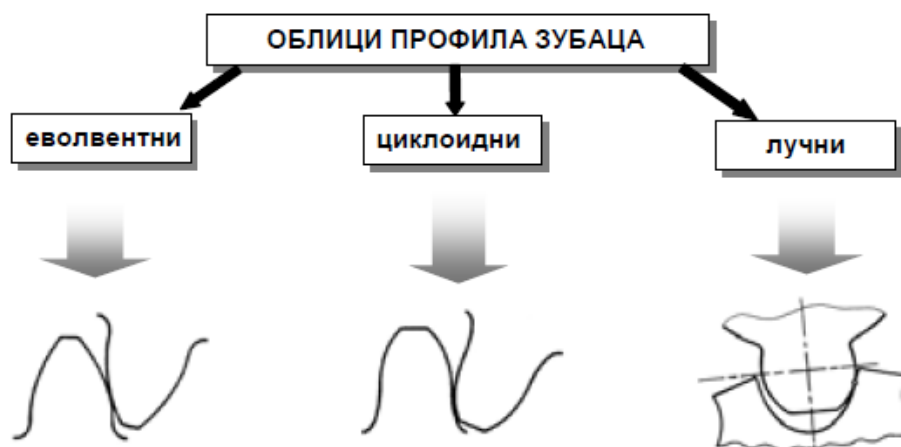
2.2 Профили зубаца цилиндричних зупчаника са косим зупцима

Профили зубаца спрегнутих зупчаника могу имати различите облике. У том случају, за израду зубаца спрегнутих зупчаника потребно је обезбедити два различита алата. Са економског аспекта ово је веома неповољно.

Изабрани облик профила зубаца спрегнутих зупчаника треба да омогући:

- унификацију алата за израду зубаца спрегнутих зупчаника
- добијање што једноставнијег алата за израду зубаца
- једноставну контролу облика и димензија зубаца
- да исправан рад, спрезање спрегнутих зупчаника не буде осетљиво на промену основног растојања.

Геометријска крива која испуњава све ове захтеве је **еволвента круга**. Поред ове криве, за облик профила зубаца користи се **циклоида** и **кружни лук** (Новиков профили зубаца).



Сл.7 Облици профила спрегнутих зупчаника

Еволвента круга је крива линија коју описује свака тачка тангенте на круг, при њеном котрљању без клизања по кругу. Круг по коме се тангента котрља без клизања назива се **основни круг**, пречника d_b .



Сл. 8 Еволвента круга

Тангента основног круга истовремено је и нормала на еволвенту. У правцу нормале, оптерећење зупчастог пара делује, напада, профиле зубаца. Сагласно овоме, та линија се назива **нападна линија еволвенте**.

Правац нападне линије еволвенте одређен је **нападним углом еволвенте**. Нападни угао еволвенте у некој тачки на круг пречника d_y је угао α_y између нападне линије еволвенте и тангенте на посматрани круг. Овај угао се може одредити на основу израза:

$$\cos \alpha_y = \frac{d_b}{d_y} \quad (2.3)$$

Нападни угао еволвенте на подеоном кругу (α):

$$\cos \alpha = \frac{d_b}{d} \rightarrow d_b = d \cos \alpha \rightarrow p_b = p \cos \alpha \quad (2.4)$$

где је p_b – корак на основном кругу.

Нападни угао еволвенте на основном кругу: $\alpha_b = 0^\circ$

Еволвентни угао (θ_y) је угао између вектора положаја почетне тачке еволвенте на основном кругу пречника d_b и вектора положаја посматране тачке на кругу пречника d_y .

Из услова котрљања тангенте по основном кругу без клизања следи једнакост:

$$AB = EB$$

На основу ове једнакости следи израз за одређивање еволвентног угла:

$$\theta_y = \text{inv } \alpha_y = \text{tg} \alpha_y - \alpha_y \quad (2.5)$$

Еволвентни угао θ_y представља еволвентну функцију нападног угла еволвенте α_y , и означава се са $\text{inv} \alpha_y$.

2.3 Материјали за израду зупчаника

Избор материјала за израду зупчаника се врши на основу захтева у погледу чврстоће, издржљивости, тврдоће, осетљивости на неравномерну расподелу оптерећења, обрадљивости, трошкова израде и др.

Челик је најчешће коришћени материјал за израду машинских делова. То је легура гвожђа са мање од 1,7% угљеника. У поређењу са другим материјалима челик има изваредне механичке карактеристике, које могу да задовоље скоро све конструкционе захтеве. Зато се челик користи код средње и високо оптерећених материјала.

Узимајући све ово у обзир цилиндрични зупчаници се најчешће израђују од конструкционих челика, челика за побољшање или челика за цементацију. Такође се користе зупчаници израђени од нодуларног лива, црни темпер лив, челични лив... Код једноставнијих уређаја, за израду зупчаника користи се пластика.

Зупци зупчаника треба да имају велику тврдоћу како би издржали велике контактне напоне и велику жилавост да би били отпорни на велика динамичка оптерећења. Да би се ови услови обезбедили примењује се термичка и термохемијска обрада зупчаника, најчешће каљење, цементирање и нитрирање.

Конструкциони челици (Č0460, Č0545, Č0645 и Č0745) често се користе, без обзира на мању издржљивост, чврстоћу и тврдоћу у одосу на друге челике, јер су јефтинији и погодни за обраду.

Челици за побољшање (легирани и нелегирани) су веће издржљивости, чврстоће, тврдоће. Користе се за израду високо оптерећених зупчаника и то Č1430, Č1530 јер имају изванредне особине. Често се примењују у отврдутом стању, када се захтева висока тврдоћа бокова зуба, и у побољшаном стању када се постиже велика жилавост. Челици за побољшање могу да се кале (индукционо или пламено).

Челици за цементацију се примењују код високо оптерећених зупчаника. То су нелегирани и ниско легирани челици (легирајући елементи су Mn, Cr, Mo, Ni).

Применом *легираних челика*, Č3230, Č4131, Č4730, Č4731, Č4732, Č4734 и др., знатно бољих карактеристика од *нелегираних*, обезбеђују се мање димензије зупчаника.

Сиви лив се примењује за израду ниско оптерећених зупчаника и при обимним брзинама до 2 m/s.

Нодуларни лив има боље особине у односу на сиви лив, па се примењује за израду зупчаника при већим оптерећењима.

Црни темпер лив се примењује за израду зупчаника малих димензија, а има и боље карактеристике (чврстоћу и жилавост) у односу на сиви лив.

Челични лив се користи за израду ваљаних и кованих зупчаника: могу и термички да се обрађују.

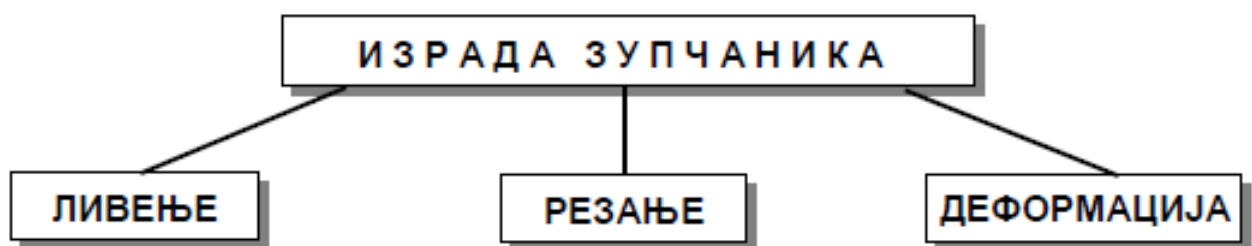
Синтеровани материјали се користе у пракси због високе економичности. Израда синтеровањем је металуршки поступак обликовања делова од прахова која се одвија у више радних корака. Резултат тога је добијање делова са различитим карактеристикама материјала.

При избору материјала зупчастог пара треба имати у виду да су зупци малог зупчаника, због већег броја обртаја (већег броја промена оптерећења) у неповољнијем положају са аспекта запреминског и површинског разарања у односу на зупце великог (спрегнутог) зупчаника. Због тога се за израду малог зупчаника обично користи квалитетнији материјал.

Карактеристике материјала који се користе за израду зупчаника и препоруке за њихов избор, дате су литератури [1]

2.4 Израда зупчаника

Зупчаници нису стандардни елементи као лежаји и завртњеве, па се не могу набавити – купити на тржишту као готови производи. Свакој изради зупчаника претходи израда техничке и технолошке документације.



Сл.9 Поступци израде зуба зупчаника

У зависности од захтеваног квалитета израде зупчаника методе израде се деле на две групе [7] и то на:

- Методе предходне обраде,
- Методе завршне обраде

Методе предходне обраде су обрада рендисањем, глодањем и провлачењем и формира се облик зуба зупчаника резањем из пуног материјала.

Методе завршне обраде су методе израде брушењем, глечањем и сл. Код ове методе се отклања дефектни слој и топлотне деформације настале предходном обрадом и обезбеђује се висока тачност и квалитет обрађене површине.

Методе израде и обраде зупчаника се могу разврстати и према врсти зупчаника који се израђују и основним поступцима обраде:

- израда зупчаника глодањем
- израда зупчаника рендисањем
- израда зупчаника провлачењем
- завршна обрада зупчаника

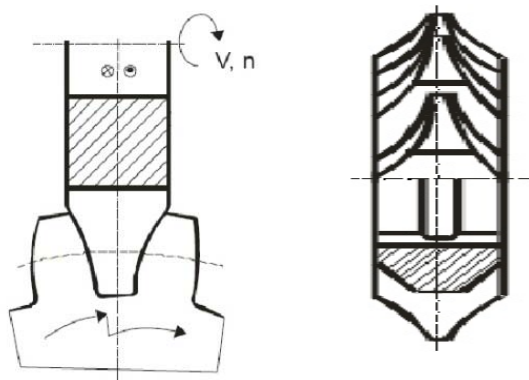
Израда цилиндричних зупчаника глодањем

За израду цилиндричних зупчаника глодањем користе се две методе израде [7]:

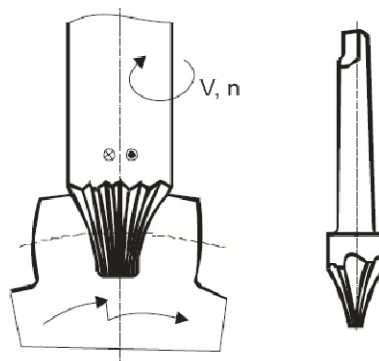
- метода појединачним резањем (зуб по зуб)
- метода релативним котрљањем

Израда зупчаника појединачним резањем

Методе појединачне израде зупчаника користе се само у недостатку специјалних машина. Израда цилиндричних зупчаника појединачним резањем је могућа на универзалним, хоризонталним или вертикалним глодалима уз примену подеоног апарата, који може бити прост или универзалан.



Сл.10 *Израда зубаца зупчаника котурастим модулним глодалима*



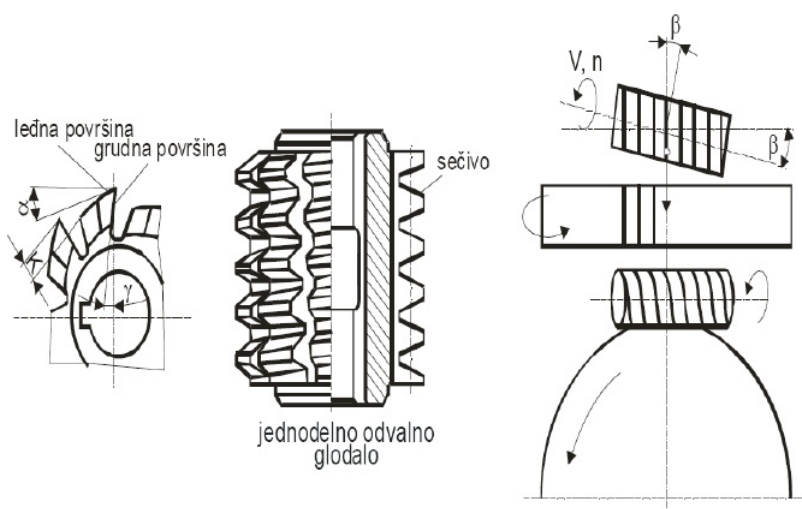
Сл.11 Израда зубаца зупчаника вретенастим модулним глодалима

Као алат користе се модуларна вретенаста и катураста глодала. Профил алата одговара профили међузубља зуба зупчаника. Након израде једног међузубља предмет обраде се, помоћу подеоног апарата заокреће за један корак.

Како се при истој вредности модула зупчаника профил међузубља мења са бројем зуба зупчаника, теоријски би био потребан посебан алат за сваки модул и број зуба. Међутим у пракси се за одређени дијапазон бројева зуба зупчаника при истој вредности модула користи само једно глодало. То значи да за сваку вредност модула зупчаника постоји одређена гарнитура глодала, при чему се једно глодало из гарнитуре користи за одређени дијапазон броја зуба зупчаника.

Израда зупчаника релативним котрљањем

За серијску и масовну производњу користе се специјалне машине, које раде на принципу релативног котрљања између алата и предмета обраде. Принцип релативног котрљања обезбеђује већу тачност израде, бољи квалитет и виши ниво продуктивности израде зупчаника. Остварује се на машинама типа Пфауер коришћењем одвалног глодала као резног алата. Одвално глодало је облика пужа испресецаног завојним жљебовима нормалним на завојницу – спиралу пужа.



Сл.12 Одвална глодала

У процесу израде зупчаника одвално глодало изводи лагано главно обртно кретање (слика 12) уз истовремено праволинијско помоћно кретање паралелно оси зупчаника који се израђује. Предмет обраде изводи помоћно обртно кретање које је у функцији главног кретања како би се добио жељени број зубаца зупчаника.

Одвална глодала се израђују од брзорезног челика или са уметнутим сегментима са зубима од брзорезног челика. Наношењем тврдих тин превлака постиже се вишеструко повећање постојаности алата.

За израду зупчаника глодањем користи се глодалица типа ПФАУЕР. Носач алата са алатом се вертикално помера дуж стуба и заокреће око хоризонталне осе у циљу заокретања одвалног алата. Алат изводи главно обртно и помоћно аксијално праволинијско кретање. Предмет обраде се поставља на стожер и утврђује носачем. Предмет обраде изводи помоћно обртно, допунско обртно и помоћно праволинијско радијално кретање, које може бити периодично или континуално.

Израда цилиндричних зупчаника рендисањем

Израда цилиндричних зупчаника рендисањем представља поступак који одликује већа тачност израде у односу на глодање, али и мања продуктивност.

Израда зупчаника провлачењем

Провлачење је ређе примењивани поступак израде зупчаника, због сложености алата који немају универзалну примену, и користи се евентуално код великих серија. Пошто међузубље представља отворену контуру па се при изради зупчаника примењују поступци спољашњег провлачења, коришћењем алата чија контура одговара половини обима зупчаника.

Завршна обрада зупчаника

Завршна обрада зупчаника се изводи након израде глодањем, рендисањем или провлачењем као и после термичке обраде. Завршном обрадом се обезбеђује отклањање термичких деформација, повећање тачности израде и квалитета бочних површина зуба зупчаника. За завршну обраду зупчаника се примењују различите методе као што су:

- метода брушења
- метода љуштења (бријања)
- метода глачања (полирања)

Обрада зупчаника брушењем

Брушење се углавном користи као метод завршне обраде цилиндричних зупчаника са косим зупцима [2], [7],... Методе брушења зупчаника се разврставају у две групе и то на методе копирања и релативног котрљања.

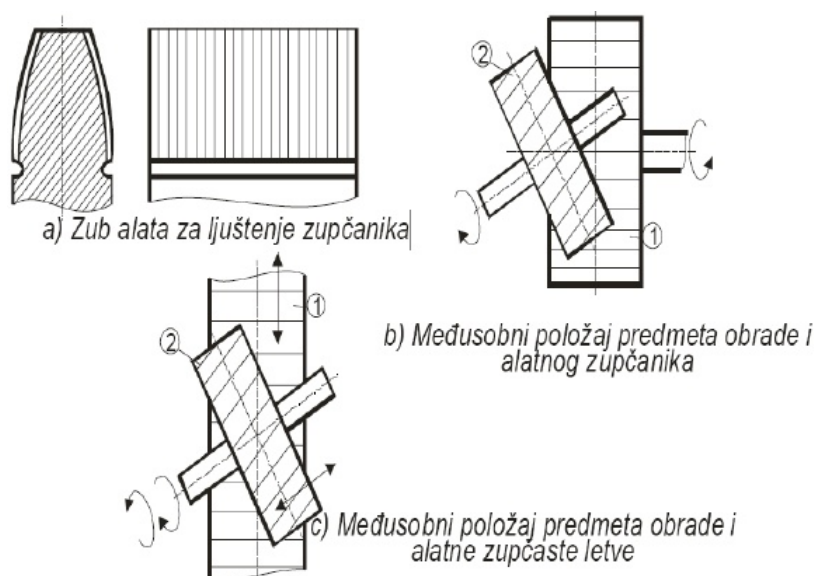
Методе копирања се заснивају на примени двострано (метода Оркут) или једнострано профилисаних тоцила (метода Минерва). Методе релативног котрљања се заснивају на основу примене двостраног коничног тоцила (метод Ниелс), једностраног коничног тоцила (метод Мааг) или пужног тоцила (метод Рајсхауер).

Обрада зупчаника глачањем

Глачање је поступак завршне обраде зупчаника који се не обрађују брушењем након термичке обраде или брушених зупчаника у циљу високог квалитета бочних површина зуба зупчаника. Изводи се релативним котрљањем два спрегнута зупчаника, уз неопходна допунска кретања и додатак средства за глачање. Узимају се течности са абразивом. Овако упарени зупчаници се уграђују заједно у склоп преносника (мењач возила, преносника алатних машина и сл.).

Обрада зупчаника љуштењем

Љуштење зупчаника је високопродуктивни метод завршне обраде зупчаника пре термичке обраде. При завршној обради љуштењем предмет обраде се спреже са алатним зупчаником или алатном зупчастом летвом. Бочне површине алата су ожљебљене ради добијања резних ивица. Релативним кретањем предмета обраде и алата уклањају се танки слојеви материјала дебљине око 0.1mm.



Сл.13 обрада зупчаника љуштењем

3. ПРОРАЧУН ГЕОМЕТРИЈСКИХ МЕРА И НОСИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧНИХ ЗУПЧАНИКА СА КОСИМ ЗУПЦИМА

Код прорачуна и избора димензија мора бити обезбеђено да машински део може да пренесе оптерећења у експлоатационим условима без појаве граничних стања. То ће бити обезбеђено уколико у критичним пресецима радни напони не прекораче дозвољене вредности. Дозвољени напон зависи углавном од врсте материјала, врсте напрезања, карактера промене оптерећења, али и од геометријског облика делова и осталих утицаја у експлоатационим условима.

Димензионисање делова врши се према врсти граничног стања, односно када део није више у стању да врши задату функцију. Најчешћа гранична стања су:

- велике деформације,
- насилни лом,
- заморни лом,
- ширење прслина,
- нестабилност,
- механичка оптерећења (хабање, итд.),
- хемијска оптерећења (корозија).

Некада се у пракси јавља већи број граничних стања али се могу избећи конструкционим мерама. Елементи морају бити тако димензионисани да без појаве граничних стања могу да пренесу задата оптерећења у експлоатационим условима.

3.1. Силе код цилиндричних зупчаника са косим зупцима

На сл. 14 приказан је **НУЛТИ** пар зупчаника са косим зупцима и силе које дејствују у тачки додира зубаца. Сила F_{bn} дејствује у равни "N-N", равни управну на бочну линију зупца. Њена нападна линија тангира основни цилиндар.

Сила F_{bn} са осом обртања заклапа угао $(90^\circ - \beta)$, јер се линије додира налазе под углом β у односу на уздужну осу. То је просторна сила и разлаже се на три међусобно управне компоненте: обимну, радијалну и аксијалну [1], [2], [3],.... Поступак разлагања дат је на (**Сл.14**).

Вредности сила на кинематском цилиндру су:

- **Номинална вредност обимне силе у чеоном пресеку**

$$F_{t1} = \frac{2T_1}{d_{w1}} = \frac{T_1}{r_{w1}} = \frac{P_1}{v_{w1}} \quad (3.1)$$

где је v_{w1} обимна брзина на кинематском кругу зупчаника 1.

- **Радијална сила**

$$F_{r1} = F_{t1} \frac{\operatorname{tg} \alpha_{wn}}{\cos \beta_w} = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha_{wt} \quad (3.2)$$

- **Аксијална сила**

$$F_{a1} = F_{t1} \operatorname{tg} \beta_w \quad (3.3)$$

Обимне, аксијалне и радијалне силе на погонском и гоњеном зупчанику, ако се занемари трење, су истог интензитета и правца а супротног смера.

- **Нормална сила**

$$F_{bn1} = \frac{F_{t1}}{\cos \alpha_{wn} \cos \beta_w} = \frac{F_{t1}}{\cos \alpha_{w1} \cos \beta_b} \quad (3.4)$$

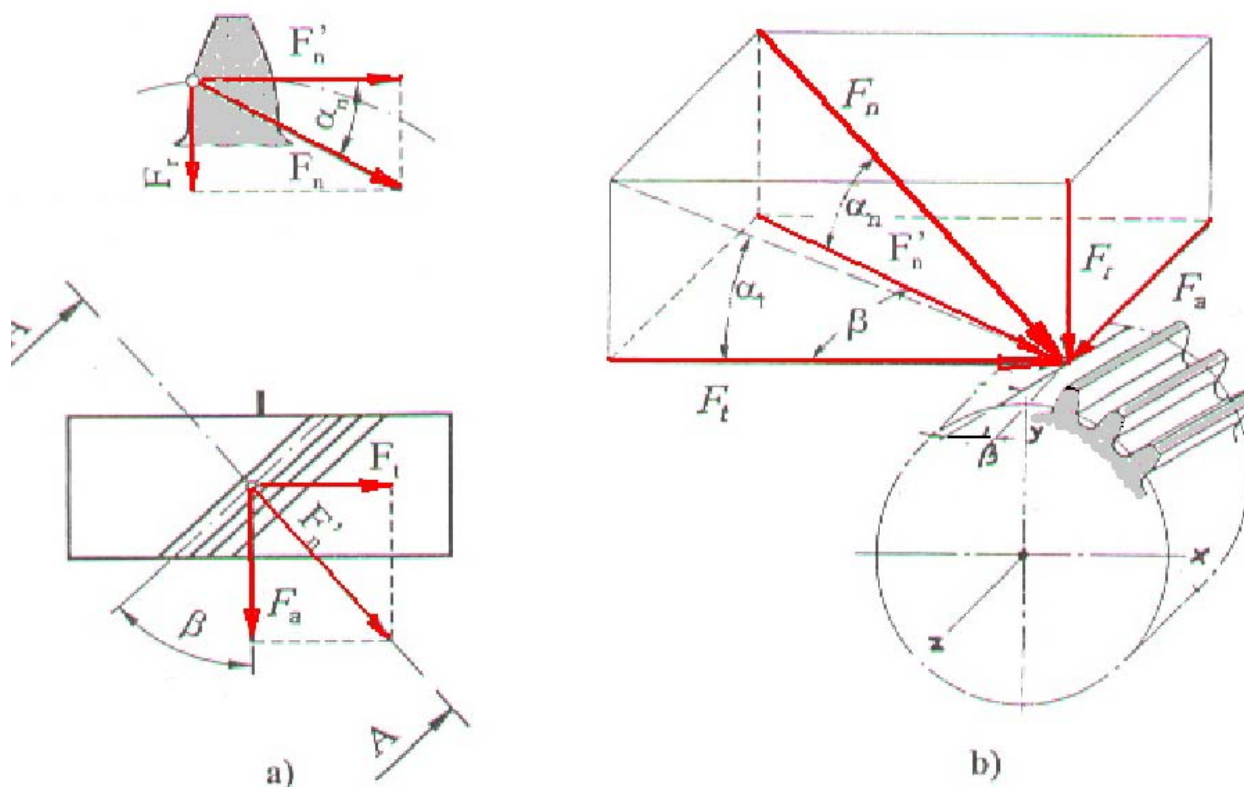
За **НУЛТЕ** и **V-НУЛТЕ** зупчасте парове $d_w = d$, $\alpha_{wn} = \alpha_n$, $\beta_w = \beta$, $\alpha_{wt} = \alpha_t$ (овај случај је приказан на сл. 14)

- **Обимна сила**

$$F_t = 2T/d \quad (3.5)$$

- **Радијална и аксијална сила су:**

$$F_{r1} = F_{t1} \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha_t; F_{a1} = F_{t1} \operatorname{tg} \beta \quad (3.6)$$



Сл.14 Силе на зупчанику са косим зупцима

3.2. Прорачун носивости цилиндричних еволвентних зупчаника са косим зупцима

Прорачун носивости зупчаника, провера напона на боковима и у подножју зубаца, врши се према максималном оптерећењу зупчаника које се добија множењем номиналног оптерећења са утицајним факторима. Уопштени изрази су:

-Номинална вредност обртног момента:

$$T = P / \omega, Nm \quad (3.7)$$

где је P , W - снага на посматраном зупчанику; $\omega = 2\pi n$, угаона брзина; n, s^{-1} број обртаја зупчаника (или ; $\omega = 2\pi n / 60, rad/s$, где је n, min^{-1})

-Номинална снага може да се изрази и преко номиналне вредности обимне силе F_t , N и обимне брзине $v_t, m/s$ на зупчанику:

$$P = F_t \cdot v_t = T \cdot \omega, W \quad (3.8)$$

-Максимална вредност обимне силе меродавне за прорачун носивости зупчаника за прорачун носивости бокова

$$F_{tmax} = F_t K_A K_V K_{H\alpha} K_{H\beta} \quad (3.9)$$

за прорачун носивости подножја

$$F_{tmax} = F_t K_A K_V K_{F\alpha} K_{F\beta} \quad (3.10)$$

где су: K_A - фактор радних услова

K_V - фактор унутрашњих динамичких сила

$K_{F\beta} K_{F\alpha}$ - фактор расподеле оптерећења дуж бочне линије

$K_{H\alpha} K_{H\beta}$ - фактор расподеле оптерећења на истовремено спрегнуте парове зубаца

Теоријски и експериментално добијена су и потврђена четири критеријума прорачуна носивости зупчаника:

- Прорачун носивости по критеријуму чврстоће бокова зубаца.
- Прорачун носивости по критеријуму чврстоће подножја зубаца.
- Прорачун носивости у односу на заривавање
- Прорачун носивости у односу на хабање

У даљем раду биће приказана прва два критеријума прорачуна носивости.

3.2.1. Прорачун носивости по критеријуму чврстоће бокова зубаца

Дозвољени напон зависи од материјала, термичке обраде, технологије израде, жељеног века трајања и потребне сигурности. Услови подмазивања и материјал спрегнутог зупчаника, такође утичу на вредност дозвољеног напона. Дозвољени напон се одређује за оба два спрегнута зупчаника. Ако је унапред прописана (усвојена) вредност минималног степена сигурности против разарања бокова дозвољени напон се одређује:

$$\sigma_{Hd} = \frac{\sigma_H}{s_{Hmin}} \quad (3.11)$$

Стварни радни напон σ_H треба да је мањи или једнак дозвољеном напону, $\sigma_H \leq \sigma_{Hd}$

3.2.1.1. Радни напон

Радни напон на боковима зубаца је површински притисак у правцу заједничке нормале на додир – додирнице.

Изрази преко којег се одређује радни напон на боковима зубаца узимајући у обзир све факторе оптерећења и факторе озубљења:

- за додир зуба у кинематском полу С

$$\sigma_{HO} = Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t}{d_1 b} \frac{u+1}{u}} K_A K_V K_{H\alpha} K_{H\beta} \quad (3.12)$$

- за додир у унутрашњој тачки једноструке спреге малог зупчаника

$$\sigma_{HB} = Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta Z_B \sqrt{\frac{F_t}{d_1 b} \frac{u+1}{u}} K_A K_V K_{H\alpha} K_{H\beta} \quad (3.13)$$

Величине које фигуришу у изразима (3.12) и (3.13) су:

- ширина зупчаника b
- обимна сила F_t
- стварни преносни однос u
- пречник подеоног круга d_1
- фактор облика зупца Z_H
- фактор еластичног материјала Z_E
- фактор степена слободе Z_ϵ
- фактор једноструке спреге Z_B
- фактор угла нагиба зубаца Z_β
- фактори расподеле оптерећења дуж бочне линије $K_{H\alpha} K_{H\beta}$
- фактори расподеле оптерећења на парове зубаца у спрези $K_{F\alpha} K_{F\beta}$
- фактор унутрашњих динамичких сила K_V
- фактор радних услова K_A

3.2.1.2. Критични напон

У току спрезања бокови зубаца су оптерећени, а затим све до поновног уласка у спрегу су растерећени. Код зупчастих парова, критични напон је једнак трајној динамичкој издржљивости бокова зубаца σ_{Hlim} који зависи од материјала од ког је израђен зупчаник.

Израз за израчунавање критичног напона бокова зубаца у радним условима:

$$[\sigma_H] = \sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_L Z_R Z_V Z_W Z_X \quad (3.14)$$

Величине које фигуришу у предходном изразу (3.14) су:

- фактор радног века Z_{NT}
- фактор подмазивања Z_L
- фактор храпавости Z_R
- фактор обимне брзине Z_V
- фактор разлике тврдоћа спрегнутих бокова Z_W
- фактор величине зубаца Z_X
- трајна динамичка издржљивост бокова зубаца σ_{Hlim}

3.2.1.3. Степен сигурности против разарања бокова зубаца

Однос критичног напона $[\sigma_H]$ израз (3.14), и радног напона σ_H одређеног према изразу (3.12) или (3.13), представља степен сигурности против разарања бокова зубаца услед питинга. Степен сигурности се означава са S_H и једнак је:

$$S_H = \frac{[\sigma_H]}{\sigma_H} \geq S_{Hlim} \quad : \quad S_{Hmin} = 1.25 \dots (1,3) \quad 1,4 \quad (3.15)$$

3.2.2. Прорачун носивости по критеријуму чврстоће подножја зубаца

3.2.2.1. Радни напон

Радни напон у подножју зубаца се одређује:

$$\sigma_F = Y_{Fa} Y_{Sa} Y_{\varepsilon} Y_{\beta} \frac{F_t}{b m_n} K_A K_V K_{F\alpha} K_{F\beta} \quad (3.16)$$

Величине које фигуришу у изразу (3.16):

- фактор облика зупца Y_{Fa}
- фактор концентracије напона Y_{Sa}
- фактор степена спрезања Y_{ε}
- фактор угла нагиба косих зубаца Y_{β}
- стандардни модул m_n

3.2.2.2. Критични напон

Критични напон подножја зубаца у радним условима:

$$\sigma_F = \sigma_{Flim} Y_{NT} Y_{ST} Y_{\delta relT} Y_{RrelT} Y_x \quad (3.17)$$

Величине које фигуришу у предходном изразу (3.17) су:

- фактор радног века Y_{NT}
- фактор концентracије напона опитног зупчаника Y_{ST}
- релативни фактор осетљивости материјала на концентracију напона $Y_{\delta relT}$
- релативни фактор храпавости Y_{RrelT}
- фактор величине пресека Y_x
- трајна динамичка издржљивост подножја зубаца σ_{Flim}

3.2.2.3. Степен сигурности подножја зубаца

Однос критичног напона и радног напона представља степен сигурности против заморног лома зупца у подножју:

$$S_F = \frac{[\sigma_F]}{\sigma_F} : S_{Fmin} = 1.25 \dots \dots \dots 2.5 \quad (3.18)$$

3.2.2.4. Дозвољени напон

Добија се на основу критичног напона и унапред усвојеног степена сигурности за посматрани зупчаник:

$$\sigma_{FSd} = \frac{[\sigma_F]}{S_{Fmin}} \quad (3.19)$$

Стварни радни напон у подножју зупца зупчаника мора бити мањи или једнак дозвољеном напону, односно $\sigma_F \leq \sigma_{FSd}$.

3.3. Геометријске мере

Табела 3.1 : Основни изрази за прорачун геометријских мера и других величина

Ред. Бр.	Назив величине	Спољашње озубљење	Напомена
1	Стандардни модул	m_n	JUS M.C1.015
2	Стандардни профил	$\alpha_p = 20^\circ$; $u_p = 1$; $c_p = (0.2 - 0.3)m_n$ (према ISO стандарду $c_p = 0.25m_n$) $h_{fp} = m_n + c_p$; $h_{ap} = m_n$; $h_p = h_{fp} + h_{ap}$	JUS M.C1.016 $c_p = (0.1 \dots 0.3)m_n$
3	Угао наг. бочне лин.	β	На под. цилиндру
4	Смерови нагиба бочних линија	Зупчаник1: леви (десни) Зупчаник2: десни (леви)	
5	Угао наг. проф. алата	$tg\alpha_t = tg\alpha_n / \cos\beta$	
6	Модул	$m_t = m_n / \cos\beta$	
7	Бројеви зубаца зуп.	z_1 ; z_2	
8	Кинемат. прен. однос	$u = z_2 / z_1$	
9	Корак на под. кругу	$p_t = m_t \pi = m_n \pi / \cos\beta$	
10	Корак на осн. кругу	$p_{bt} = p_t \cos\alpha_t = p_{et}$	p_{et} - спрежни корак
11	Пречници под. кругова	$d_1 = m_t z_1 = \frac{m_n z_1}{\cos\beta}$; $d_2 = m_t z_2 = m_n z_2 / \cos\beta$	
12	Ширина зупчаника	$b = \varphi d_1$	
13	Пречници осн. кругова	$d_{b1} = d_1 \cos\alpha_t$; $d_{b2} = d_2 \cos\alpha_t$	
14	Угао нагиба зубаца	$\sin\beta_b = \sin\beta \cos\alpha_n$; $\cos\beta_b = \sin\alpha_n / \sin\alpha_t$	
15	Нулто осно растојање	$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = m_t \frac{z_1 + z_2}{2}$	
16	Коеф. пом. алата	x_1 ; x_2	
17	Померање профила	$v_1 = x_1 m_n$; $v_2 = x_2 m_n$	

Табела 3.1 - наставак

18	Угао додирнице	$\text{inv}\alpha_{wt} = 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \text{tg}\alpha_n + \text{inv}\alpha_t$	
19	Осно растојање	$a = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} = a_d \frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{wt}}$	
20	Пречници кинематских кругова	$d_{w1} = \frac{2a}{u+1} = d_1 \frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{wt}}$ $d_{w2} = u d_{w1} = d_2 \cos\alpha_t / \cos\alpha_{wt}$	
21	Пречници подножних кругова	$d_{f1} = d_1 - 2h_{fp} + 2x_1 m_n$ $d_{f2} = d_2 - 2h_{fp} + 2x_2 m_n$	
22	Пречници темених кругова	$d_{a1} = 2a - d_{f2} - 2c$ $d_{a2} = 2a - d_{f1} - 2c$	
23	Збир (разлика) коефицијената померања профила	$x_1 + x_2 = (\text{inv}\alpha_{wt} - \text{inv}\alpha_t) \frac{z_1 + z_2}{2 \text{tg}\alpha_n}$	
24	Скраћење главе	$km = a_d + m_n(x_1 + x_2) - a$	
25	Лучна дебљина зупца у подеоном кругу (у чеоном пресеку)	$s_1 = m_t \left(\frac{\pi}{2} 2x_1 \text{tg}\alpha_n \right)$ $s_2 = m_t \left(\frac{\pi}{2} 2x_2 \text{tg}\alpha_n \right)$	
26	Лучна ширина међузубља	$e_{t1} = p_t - s_{t1} ; e_{t2} = p_t - s_{t2}$	
27	Темени зазор	$c = a - \frac{d_{a1} + d_{f2}}{2} = a - \frac{d_{a2} + d_{f1}}{2} \geq c_{\min}$	
28	Парцијалне дужине додирнице	$g_a = \frac{1}{2} \sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2 - r_1 \sin\alpha_{wt}}$ $g_f = \frac{1}{2} \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2 - r_2 \sin\alpha_{wt}}$	
29	Дужина активног дела додирнице	$g_\alpha = g_a + g_f$	
30	Парцијални сте. спрез.	$\varepsilon_a = \frac{g_a}{p_{bt}} ; \varepsilon_f = \frac{g_f}{p_{bt}}$	
31	Степен спрез. профила	$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_a + \varepsilon_f = g_\alpha / p_{bt}$	
32	Степен спрез. бочних лин.	$\varepsilon_\beta = b \frac{\text{tg}\beta}{p_t} = b \frac{\sin\beta}{m_n \pi}$	
33	Степен спрез. бокова	$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$	
34	Провера интерф. при спрезању	$CT_1 > CA \quad r_{w1} \sin\alpha_{wt} > g_f$ $CT_2 > CE \quad r_{w2} \sin\alpha_{wt} > g_a$	

4. КОНСТРУКЦИОНИ ОБЛИЦИ ЦИЛИНДРИЧНИХ ЗУПЧАНИКА СА КОСИМ ЗУПЦИМА

Зупчаник се, у најопштијем облику, састоји од озубљеног венца и тела зупчаника. На облик тела зупчаника утиче много параметара као су: пречник, материјал, начин израде, величина серије, захтевна тачност... Тело зупчаника се израђује резањем, ковањем, ливењем и заваривањем.

Положај главчине у односу на зупчасти венац може бити:

- симетричан
- асиметричан
- једностран

У зависности од везе зупчастог венца са главчином, разликујемо следеће конструкције зупчаника:

- једноделне
- монтажне конструкције: растављиве и нерастављиве

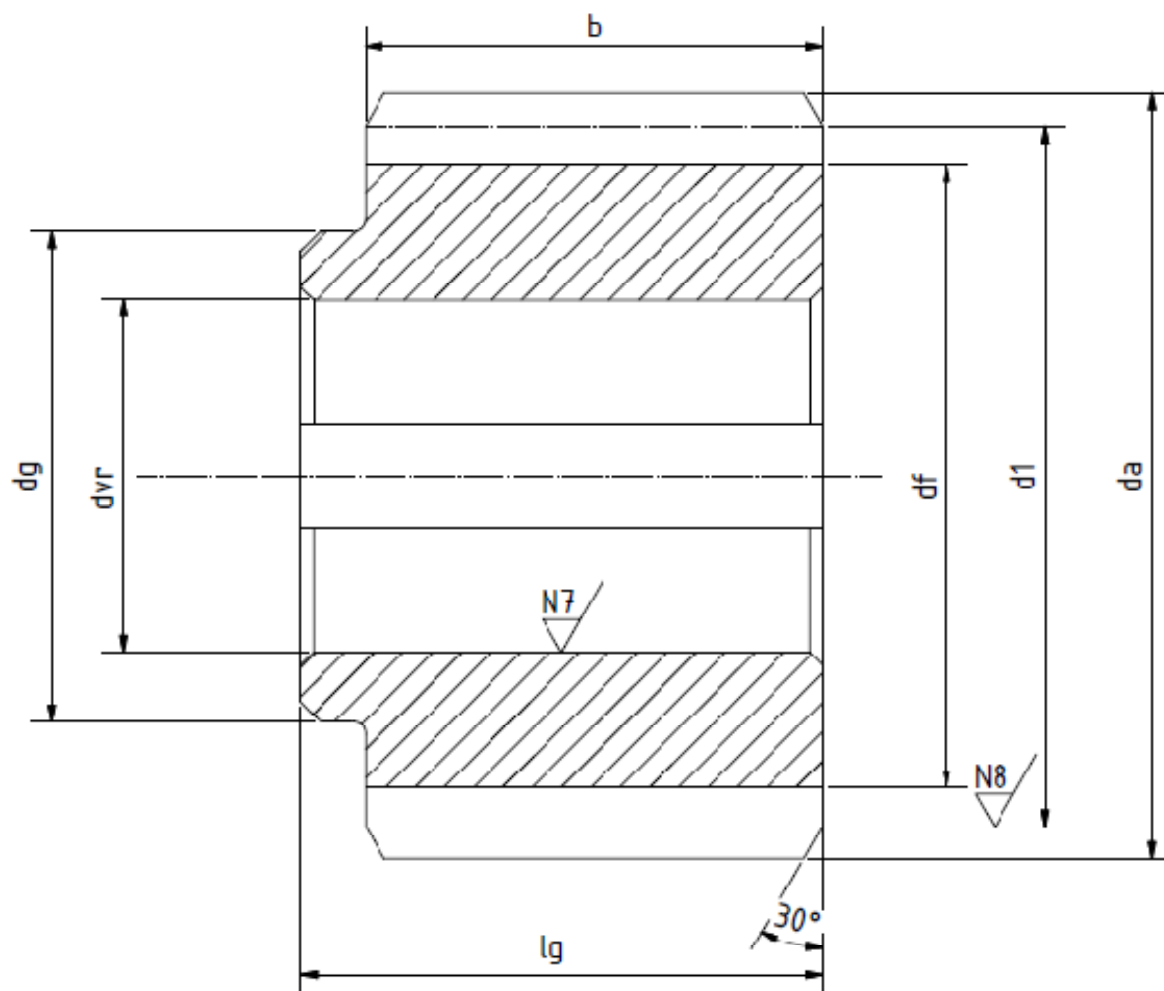
Конструктивно извођење из пуне или евентуално издубљене плоче примењују се за мање и средње величине зупчаника. Код високо напрегнутих зупчаника и зупчаника посебне сигурности у раду, овај облик конструкције примењује се и код већих димензија.

Заварена конструкција примењује се махом за зупчанике великих димензија. За израду заваривањем могу се употребити и легирани челици са тврдоћом до 300НВ (чак и 340НВ) уз специјални поступак жарења и контроле. Ради ојачања конструкције користе се бочна ребра или пак две плоче спојене цевима.

Ливени зупчаници махом се примењују за мања напрезања, и могу имати тело сложеног облика. Ливењем се могу радити зупчаници свих димензија, али се првенствено на овај начин раде зупчаници великих пречника. За израду се користе сиви лив, нодуларни лив, челични лив, црни темпер лив [2].

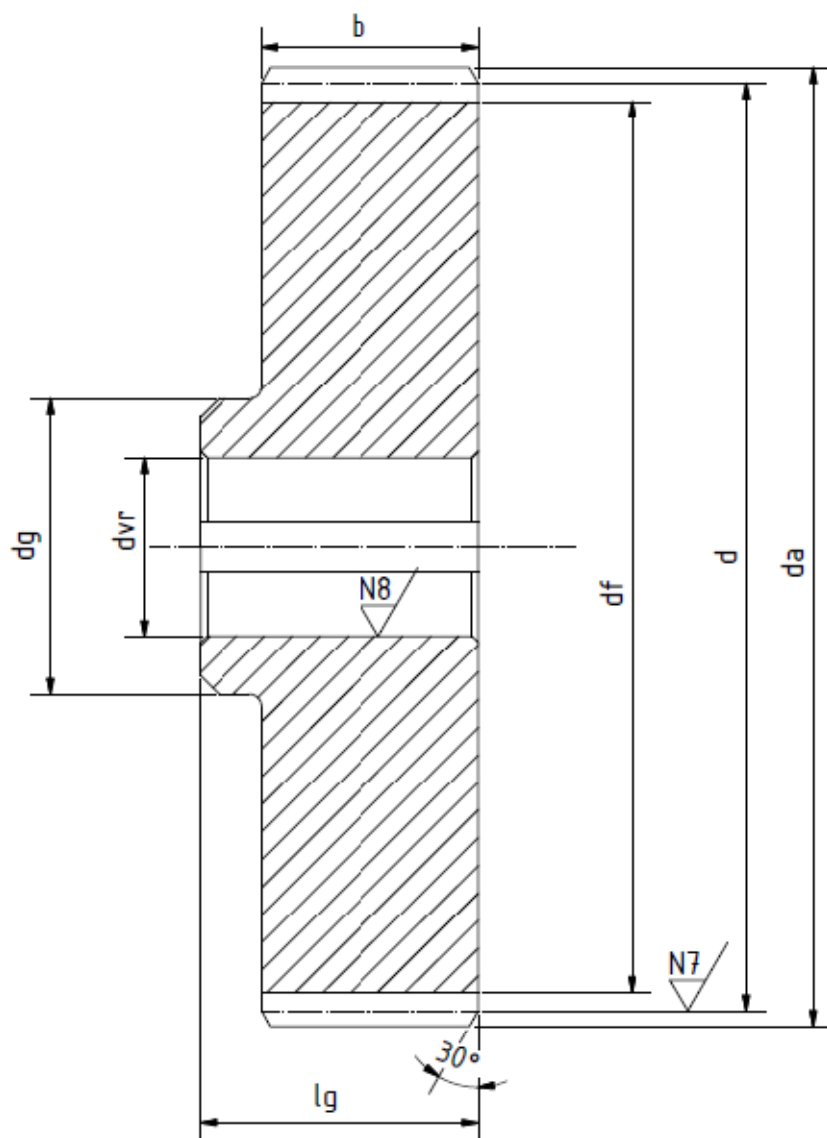
Зупчаници се везују са вратилом помоћу клинова без нагиба, помоћу прстенова или ако се ради о мањим зупчаницима везивање се врши помоћу чивија које пролазе кроз продужену главчину. Спој је могуће остварити и без посредника применом пресованог склопа, ожлебљеним вратилом, навлачењем под притиском на коничан завршетак вратила помоћу навртке за притезање. Да би се избегле деформације и поремећај центричности због сабијања, треба избегавати клинове са нагибом.

Цилиндрични зупчаник мањих димензија израђен ливењем, без олакшања:



Ако је $d_a > 300 \text{ mm}$, важе следеће величине:	Израчунавање величина:	Напомене:
d_{vr} – пречник вратила, mm	Прорачунски добијена вредност	
d_g – пречник главчине, mm	$(1.2 - 1.6)d_{vr}$	за челични лив
	$1.8d_{vr}$	за сиви лив
l_g – ширина главчине, mm	$(1.2-1.5)d_{vr}$	
Напомена: Све остале величине које се налазе на цртежу, као основне геометријске мере цилиндричних зупчаника, се прорачунавају [1]		

Цилиндрични зупчаник већих димензија израђен ливењем, без олакшања:



Ако је $d_a > 500 \text{ mm}$, важе следеће величине:	Израчунавање величина:	Напомене:
d_{vr} – пречник вратила, mm	Прорачунски добијена вредност	
d_g – пречник главчине, mm	$(1.2 - 1.6)d_{vr}$	за челични лив
	$1.8d_{vr}$	за сиви лив
l_g – ширина главчине, mm	$(1.2-1.5)d_{vr}$	
Напомена: Све остале величине које се налазе на цртежу, као основне геометријске мере цилиндричних зупчаника, се прорачунавају [1]		

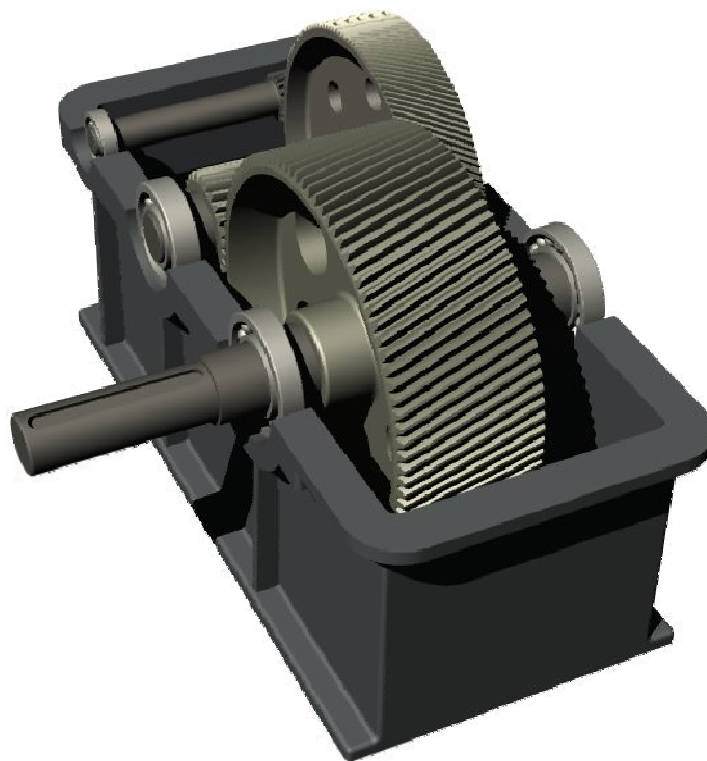
5. ПРИМЕР ПРОРАЧУНА И КОНСТРУКЦИЈЕ ЦИЛИНДРИЧНОГ ЗУПЧАНИКА СА КОСИМ ЗУПЦИМА

Пример:

За зупчасти пар 1,2 цилиндричних зупчаника са косим зупцима потребно је:

- Одредити феометријске мере зупчаника
- Проверити степен сигурности против разарања бока зубаца и степен сигурности против лома зубаца у подножју,
- Нацртати радионичке цртеже погонског и гоњеног зупчаника

Подаци су: $P_1 = 25 \text{ kW}$, $n_1 = 700 \text{ min}^{-1}$, $n_2 = 250 \text{ min}^{-1}$, погонска машина: електромотор, радна машина: тешка дизалица.



5.1 Прорачун модула

$$P_1 = 25000 \text{ N} \frac{m}{s}$$

$$n_1 = 700 \text{ min}^{-1}$$

$$n_2 = 250 \text{ min}^{-1}$$

$$K_A = 1.1$$

$$\phi = 0.9$$

$$\eta_1 = 0.97$$

$$\omega_1 = \pi \frac{n_1}{30} = 73.3038 \text{ s}^{-1}$$

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = 341.0463 \text{ Nm}$$

$$T_2 = T_1 \eta_1 u_{1,2} = 926.2817 \text{ Nm}$$

$$d_{e1} = \sqrt[3]{(2000 T_1 K_A \frac{u+1}{K \phi u})} = 107.3458 \text{ mm}$$

$$m = \frac{d_{e1}}{z_1} = 4.9619 \text{ mm}$$

Стандардни модул

$$m_n = 5 \text{ mm}$$

5.2.3упчасти пар- геометријске величине

Избор зубаца зупчаника

$$z_1 = 21 \quad \text{таб. 2.9.2} \dots \text{стр. 290} \dots [1]$$

$$z_2 = u_{1,2} z_1 = 58.8 \quad \text{усвајамо} \quad z_2 = 59$$

Модул у нормалној равни

$$m = \frac{d_{e1}}{z_1} = 4.9619 \text{ mm}$$

Угао нагиба профила алата

$$\alpha_t = 19.6^\circ$$

Угао нагиба бокова зубаца

$$\beta = 12^\circ$$

Модул у чеоној равни

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} = 5.1117$$

Преносни однос

$$u_{1,2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = 2.8$$

Корак на основном кругу

$$p_{bt} = \frac{m_n \pi}{\cos \beta} \cos \alpha_t = 15.0509mm$$

Пречници подеоних кругова

$$d_1 = m_t z_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} = 107.3458mm$$

$$d_2 = m_t z_2 = \frac{m_n z_2}{\cos \beta} = 301.5905mm$$

Ширина зупчаника

$$b = 70mm$$

Пречници основних кругова

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha_t = 100.6065mm$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha_t = 282.6564mm$$

Осно растојање

$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = m_t \frac{z_1 + z_2}{2} = 204.4681mm$$

Пречници подножних кругова

$$d_{f1} = d_1 - 2h_{fp} + 2x_1 m_n = 95.3458mm$$

$$d_{f2} = d_2 - 2h_{fp} + 2x_2 m_n = 289.5905mm$$

Пречници темених кругова

$$d_{a1} = 2a - d_{f2} - 2c = 117.3458mm$$

$$d_{a2} = 2a - d_{f1} - 2c = 311.5905mm$$

Дужина активног дела додирнице

$$g_{\alpha} = g_a + g_f = 24.4574 \text{ mm}$$

Степен спрезања профила

$$\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_a + \varepsilon_f = \frac{g_{\alpha}}{p_{bt}} = 1.652$$

Степен спрезања бокова

$$\varepsilon_{\beta} = b \frac{\operatorname{tg} \beta}{p_t} = b \frac{\sin \beta}{m_n \pi} = 1.2707$$

Укупни степен спрезања

$$\varepsilon_{\gamma} = \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta} = 2.8957$$

Обимне силе на зупчаницима

$$F_{t1} = \frac{T_1}{\frac{d_1}{2}} = 6354.1643 \text{ N} \quad ; \quad F_2 = \frac{2000T_2}{d_2} = 6142.6452 \text{ N}$$

Брзина

$$v_1 = 3.9344 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5.3 Прорачун носивости по критеријуму зврстоће бокова зубаца

➤ Радни напон бокова зубаца

$$\sigma_{HO} = Z_H Z_E Z_{\varepsilon} Z_{\beta} \sqrt{\frac{F_t}{d_1 b} \frac{u+1}{u} K_A K_V K_{H\alpha} K_{H\beta}}$$

- $Z_H = \frac{1}{\cos \alpha_t} \sqrt{\frac{2 \cos \beta_b}{\operatorname{tg} \alpha_t}} = 2.4912$
- $Z_E = 189.7 \sqrt{N/\text{mm}^2}$
- $Z_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{\alpha}}} = 0.778$
- $Z_{\beta} = \sqrt{\cos \beta} = 0.9889$

Фактори расподеле оптерећења

- $K_A = 1.1$
- $K_V = f_F K_{350N} + 1 = 1.1605$

$$f_F = K_A \frac{F_t}{b} = 65 < 100 \quad \text{квалитет N7} \quad f_F = 3,21 \text{ из таб. 2.8.2 стр. 222 [1]}$$

$$K_{350N} = 0.05 \quad - \quad \text{сл. 2.8.6 стр.223 [1]}$$

$$\bullet \quad K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = \frac{\varepsilon_Y}{2} \left[0.9 + 0.4 \frac{C_Y(A_{tb} - y_\alpha)}{\left(K_A \frac{F_t}{b}\right) K_A K_{H\beta}} \right] = 2.496$$

$$C_Y = 20 \text{ N/(mm} \cdot \mu\text{m)} \quad \text{стр.234} \dots\dots\dots [1]$$

$$y_\alpha = 1.3205 \mu\text{m} \quad \text{таб. 2.8.5} \dots\dots\dots \text{стр.224} \dots\dots\dots [1]$$

$$A_{tb} = A_{t0} \cos \beta = 17,606 \mu\text{m} \quad A_{t0} - \text{таб. 2.7.1} \dots\dots \text{стр.206} \dots\dots\dots [1]$$

$$\bullet \quad K_{F\beta} = 1 + (K_\beta - 1) f_w f_p f_1 = 1.3016$$

$$K_\beta = 1.16 \quad \text{таб.2.8.6} \dots\dots\dots \text{стр.225} \dots\dots\dots [1]$$

$$f_w = 1.6 \quad \text{таб.2.8.7} \dots\dots\dots \text{стр.225} \dots\dots\dots [1]$$

$$f_p = 1$$

$$f_1 = 1.3$$

$$\bullet \quad K_{H\beta} = K_{F\beta}^{1.39} = 1.4425$$

$$\sigma_{HO} = Z_H Z_E Z_\varepsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t}{d_1 b} \frac{u+1}{u} K_A K_V K_{H\alpha} K_{H\beta}} = 844.7162 \text{ MPa}$$

➤ Критични напон бокова зубаца

$$[\sigma_H] = \sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_L Z_R Z_V Z_W Z_X$$

- Избор материјала и његове карактеристике

$$\check{C}4320 \quad \text{таб.2.8.24} \dots\dots\dots \text{стр.275} \dots\dots\dots [1]$$

$$\sigma_{Hlim} = 1470 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Flim} = 430 \text{ MPa}$$

- $Z_{NT} = 1$
- $Z_L = 1 \quad \text{сл.2.8.18} \dots\dots\dots \text{стр.245} \dots\dots\dots [1]$
- $Z_V = 0.97 \quad \text{сл.2.8.19} \dots\dots\dots \text{стр.246} \dots\dots\dots [1]$
- $Z_R = \left(\frac{1}{R_{Z100}}\right)^{C_{ZR}} = 0.98$

$$C_{ZR} = 0.08$$

$$R_{Z100} = \frac{R_{Z1} + R_{Z2}}{2} \sqrt[3]{\frac{100}{a}} = 3.5456$$

- $Z_W = 1.2 - \frac{HB-130}{1700} = 1$

Тврдоћа за Č4320: таб.2.8.24.....стр.275.....HV 270/720 на основу ове тврдоће поVickers-у усвајамо по Brinell-у из таб.2.8.17 стр249 HB477.....[1]

За HB<130 усваја се $Z_W = 1.2$; односно за HB>470 узима се $Z_W = 1$

- $Z_X = 1$ таб.2.8.18.....стр.247.....[1]

$$[\sigma_H] = \sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_L Z_R Z_V Z_W Z_X = 1382.976 \text{ MPa}$$

➤ Степен сигурности против разарања бокова зубаца

$$S_H = \frac{[\sigma_H]}{\sigma_H} = 1.64$$

➤ Радни напон у подножју зубаца

$$\sigma_F = Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\varepsilon Y_\beta \frac{F_t}{b m_n} K_A K_V K_{F\alpha} K_{F\beta}$$

Погонски зупчаник:

$$Z_{n1} = \frac{Z_1}{\cos^3 \beta} = 22.44$$

- $Y_{Fa1} = 2.81$
- $Y_{Sa1} = 1.63$
- $Y_\beta = 1 - \varepsilon_\beta \frac{\beta}{120} = 0.9$
- $Y_\varepsilon = 0.25 + \frac{0.75}{\varepsilon_\alpha} = 0.704$
- $K_{F\alpha} = 2.496$
- $K_{F\beta} = 1.3016$

$$\sigma_{F1} = Y_{Fa1} Y_{Sa1} Y_\varepsilon Y_\beta \frac{F_t}{b m_n} K_A K_V K_{F\alpha} K_{F\beta} = 218.4886 \text{ MPa}$$

Гоњени зупчаник:

$$Z_{n2} = \frac{Z_2}{\cos^3 \beta} = 55.22$$

- $Y_{Fa2} = 2.34$
- $Y_{Sa2} = 1.84$
- $Y_{\beta} = 1 - \varepsilon_{\beta} \frac{\beta}{120} = 0.9$
- $Y_{\varepsilon} = 0.25 + \frac{0.75}{\varepsilon_{\alpha}} = 0.704$
- $K_{F\alpha} = 2.496$
- $K_{F\beta} = 1.3016$

$$\sigma_{F2} = Y_{Fa2} Y_{Sa2} Y_{\varepsilon} Y_{\beta} \frac{F_{t2}}{b m_n} K_A K_V K_{F\alpha} K_{F\beta} = 198.3013 \text{ MPa}$$

➤ Критични напон у подножју зубаца

$$\sigma_F = \sigma_{Flim} Y_{NT} Y_{ST} Y_{\delta relT} Y_{RrelT} Y_x$$

Погонски зупчаник:

- $\sigma_{Flim} = 430 \text{ MPa}$
- $Y_{NT} = 1$
- $Y_{ST} = 2$
- $Y_{\delta relT1} = 0.99$ за $Y_{Fs1} = 1.63$ стр.261.....[1]
- $Y_{RrelT} = 1.05$ за $R_Z = 4$ сл.2.8.29 стр.262.....[1]
- $Y_x = 1$ за $m_n = 5$ стр.262.....[1]

$$\sigma_{F1} = \sigma_{Flim} Y_{NT} Y_{ST} Y_{\delta relT1} Y_{RrelT} Y_x = 893.97 \text{ MPa}$$

Гоњени зупчаник:

- $\sigma_{Flim} = 430 \text{ MPa}$
- $Y_{NT} = 1$
- $Y_{ST} = 2$
- $Y_{\delta relT2} = 1.01$ за $Y_{Fs1} = 1.84$ стр.261.....[1]
- $Y_{RrelT} = 1.05$ за $R_Z = 4$ сл.2.8.29 стр.262.....[1]
- $Y_x = 1$ за $m_n = 5$ стр.262.....[1]

$$\sigma_{F2} = \sigma_{Flim} Y_{NT} Y_{ST} Y_{\delta relT2} Y_{RrelT} Y_x = 912.03 \text{ MPa}$$

➤ Степен сигурности подножја зубаца:

Погонски зупчаник:

$$S_{F1} = \frac{[\sigma_{F1}]}{\sigma_{F1}} = 4.09$$

Гоњени зупчаник:

$$S_{F2} = \frac{[\sigma_{F2}]}{\sigma_{F2}} = 4.59$$

6. ЗАКЉУЧАК

Постоје више типова прорачуна носивости зупчаника, а на конструктору је да изабере који прорачун даје оптималне резултате у погледу чврстоће и тачности.

Битна ставка сваког прорачуна је избор материјала јер зупчаници морају бити довољно јаки да поднесу оптерећење, а од њиховог рада може зависити рад многих машинских система.

Избор материјала за израду зупчаника се врши на основу захтева у погледу чврстоће, издржљивости, тврдоће, итд. Потребно је изабрати материјал који може да задовољи скоро све конструкционе захтеве. Уопштено, применом квалитетнијих материјала добијају се мање димензије зупчаника, али је њихова израда скупља. У примени се могу наћи и неке нове врсте материјала које треба узети у обзир.

Пред конструкторе се постављају све већи захтеви како у погледу усавршавања конструкција тако и у погледу брзине прорачуна, израде технолошке документације па се и због тога тежи ка примени рачунарских програма и софтвера. Коришћењем софтвера *AutoCad Mechanical* урађени су технички цртежи зупчаника.

Како је последњих година дошло до драстичнијег развоја науке све више се користе рачунарски програми и модерне нумеричке методе за добијање што тачнијег прорачуна.

За даљу анализу зупчаника била би неопходна употреба напреднијих софтвера који би омогућили израду модела за нумеричку анализу напонско-деформационог стања зупчаника.

7. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Вера Николић, *Машински елементи теорија, прорачун, примери*, Машински факултет Крагујевац, Крагујевац, 2004.
- [2] Војислав Милтеновић, *Машински елементи облици, прорачун, примена* -[3. издање], Универзитет у Нишу – Машински факултет, Ниш, 2001.
- [3] Еуген Обершмит, *Озубљења и зупчаници*, SNL, Загреб, 1982.
- [4] Душан Ј. Витас, Милан Д. Трбојевић, *Машински елементи III* -[4. издање], Научна књига, Београд, 1978.
- [5] Огњановић М., *Машински елементи*, Машински факултет у Београду, 2001.
- [6] Јевтић Н. Јован, *Редуктори прорачуни и конструкције* -[2. Допуњено издање], издавач Привредни Преглед, Београд, 1976.
- [7] Богдан Недић, Миодраг Лазић, *Производне технологије обрада метала резањем*- скрипта, Крагујевац, 2007.
- [8] Спасоје Драпић, *Машински елементи II за III разред машинске школе* - [7. издање], Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 2000.

Technical drawing of a gear (Pogonski zupčanik) showing a cross-section and a top view.

Dimensions and Tolerances:

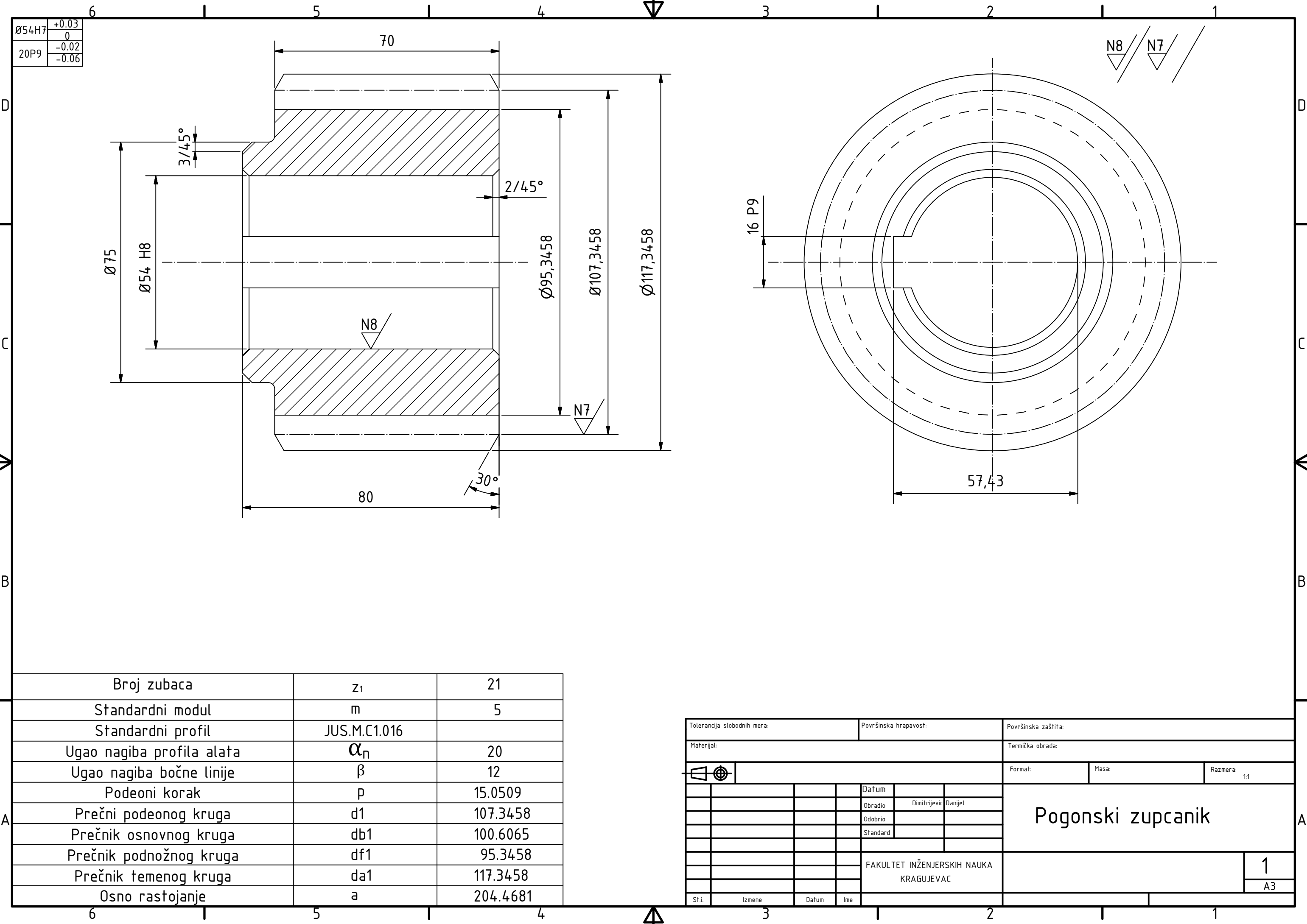
- Outer diameter: $\varnothing 117,3458$
- Pitch diameter: $\varnothing 107,3458$
- Addendum diameter: $\varnothing 95,3458$
- Base diameter: $\varnothing 54$ H8
- Inner diameter: $\varnothing 75$
- Face width: 70
- Root fillet radius: 30°
- Surface finish: N8, N7
- Material: 20P9
- Heat treatment: N8, N7

Table 1: Gear Parameters

Parameter	Symbol	Value
Broj zubaca	z_1	21
Standardni modul	m	5
Standardni profil		JUS.M.C1.016
Ugao nagiba profila alata	α_n	20
Ugao nagiba bočne linije	β	12
Podeoni korak	p	15.0509
Prečni podeonog kruga	d_1	107.3458
Prečnik osnovnog kruga	d_{b1}	100.6065
Prečnik podnožnog kruga	d_{f1}	95.3458
Prečnik temenog kruga	d_{a1}	117.3458
Osno rastojanje	a	204.4681

Table 2: Manufacturing and Identification Data

Tolerancija slobodnih mera:		Površinska hrapavost:		Površinska zaštita:	
Materijal:				Termička obrada:	
Format:		Masa:		Razmera: 1:1	
Datum				Dimitrijevic Danijel	
Obradio				Danijel	
Odobrio					
Standard					
FAKULTET INŽENJERSKIH NAUKA				1	
Kragujevac				A3	
St.i.	Izmene	Datum	Ime		



Technical drawing of a gear (Pogonski zupčanik) showing a cross-section and a top view.

Dimensions and Tolerances:

- Outer diameter: $\varnothing 117,3458$
- Pitch diameter: $\varnothing 107,3458$
- Addendum diameter: $\varnothing 95,3458$
- Base diameter: $\varnothing 54$ H8
- Root diameter: $\varnothing 75$
- Face width: 70
- Root fillet radius: 3/45°
- Base fillet radius: 2/45°
- Root fillet radius: 30°
- Surface finish: N8, N7
- Material: 20P9
- Surface tolerance: 0.03, 0, -0.02, -0.06

Table 1: Gear Parameters

Parameter	Symbol	Value
Broj zubaca	z_1	21
Standardni modul	m	5
Standardni profil		JUS.M.C1.016
Ugao nagiba profila alata	α_n	20
Ugao nagiba bočne linije	β	12
Podeoni korak	p	15.0509
Prečni podeonog kruga	d_1	107.3458
Prečnik osnovnog kruga	d_{b1}	100.6065
Prečnik podnožnog kruga	d_{f1}	95.3458
Prečnik temenog kruga	d_{a1}	117.3458
Osno rastojanje	a	204.4681

Table 2: Manufacturing and Identification Data

Tolerancija slobodnih mera:		Površinska hrapavost:		Površinska zaštita:	
Materijal:				Termička obrada:	
Format:		Masa:		Razmera: 1:1	
Datum				Dimitrijevic Danijel	
Obradio				Danijel	
Odobrio					
Standard					
FAKULTET INŽENJERSKIH NAUKA				1	
Kragujevac				A3	
St.i.	Izmene	Datum	Ime		

Technical drawing of a gear (Pogonski zupčanik) showing a cross-section and a top view.

Dimensions and Tolerances:

- Outer diameter: $\varnothing 117,3458$
- Pitch diameter: $\varnothing 107,3458$
- Addendum diameter: $\varnothing 95,3458$
- Base diameter: $\varnothing 54$ H8
- Root diameter: $\varnothing 75$
- Face width: 70
- Root fillet radius: 3/45°
- Pressure angle: 2/45°
- Root fillet radius: 30°
- Surface finish: N8, N7
- Material: 20P9
- Surface tolerance: 0.03, 0, -0.02, -0.06

Table 1: Gear Parameters

Parameter	Symbol	Value
Broj zubaca	z_1	21
Standardni modul	m	5
Standardni profil		JUS.M.C1.016
Ugao nagiba profila alata	α_n	20
Ugao nagiba bočne linije	β	12
Podeoni korak	p	15.0509
Prečni podeonog kruga	d_1	107.3458
Prečnik osnovnog kruga	d_{b1}	100.6065
Prečnik podnožnog kruga	d_{f1}	95.3458
Prečnik temenog kruga	d_{a1}	117.3458
Osno rastojanje	a	204.4681

Table 2: Manufacturing and Identification Data

Tolerancija slobodnih mera:		Površinska hrapavost:		Površinska zaštita:	
Materijal:				Termička obrada:	
Format:		Masa:		Razmera: 1:1	
Datum				Dimitrijevic Danijel	
Obradio				Danijel	
Odobrio					
Standard					
FAKULTET INŽENJERSKIH NAUKA				1	
Kragujevac				A3	
St.i.	Izmene	Datum	Ime		

