

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Мастер академске студије

Модул: Енергетика и процесна техника

Предмет: Технологије и постројења за пречишћавање воде и ваздуха

Број индекса: 332/2013

Лазар З. Анић

Моделирање и пројектовање брзих филтера мастер рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. Др Вања Шуштершич - ментор

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог мастер рада кандидат треба да опише процес филтрирања са благим освртом на остале третмане воде. Кандидат треба да се фокусира на брзе филтере, механизам њиховог рада, прање филтера и да уради математички модел са примером прорачуна и 3Д модел.

Препоручена литература:

- [1] Шуштершич В., *Технологије и постројења у припреми воде за пиће и третману отпадних вода*, Факултет инжењерских наука, Универзитет у Крагујевцу, 2014.
- [2] Љубисављевић Д., Ђукић А., Бабић Б., *Пречишћавање отпадних вода*, Грађевински факултет, Универзитет у Београду, 2004.
- [3] Keinath T., Wanielista M: *Mathematical modeling for water pollution control processes*, Ann Arbor Science Publishers, 1975.

Крагујевац, 2015.

Ментор:

Др Вања Шуштершич, ванр. проф

Резиме:

Филтрирање је један од основних поступака пречишћавања воде и користи се за уклањање нерастворених материја. Неизоставан је део третмана воде и користи се најчешће у комбинацији са осталим типовима третмана воде.

У овом мастер раду акценат је на брзим пешчаним филтерима, који се данас најчешће примењују. Проучен је принцип њиховог рада, урађен је математички модел са примером прорачуна и на самом крају одрађен је 3Д модел у софтверском пакету CATIA, V5R20.

Кључне речи: филтрација, брзи филтер, математички модел.

Abstract:

Filtration is one of the main methods of water purification and is used to remove undissolved materials. It is an essential part of the treatment water and is used most often in combination with other types of water treatment.

In this MA thesis the emphasis is on the rapid sand filters , which are most commonly applied. It has been analyzed the way they work, a mathematical model has been done with an example of the budget and in the end 3D model in the software package CATIA , V5R20 was made

Key words: Filtration, rapid filter, mathematical model.

Садржај

1. Увод.....	6
2. Основне напомене о третману вода	7
2.1. Филтрирање.....	8
3. Врсте филтера.....	9
3.1. Спори филтри.....	9
3.2. Брзи филтри.....	11
3.2.1. Подела брзих филтера	13
3.2.1.2. Филтери са током воде нагоре.....	15
3.3. Мембранска филтрација.....	17
3.3.1. Микрофилтрација.....	17
3.3.2. Ултрафилтрација.....	18
3.3.3. Нанофилтрација	18
3.3.4. Реверзна осмоза.....	18
4. Механизам филтрације воде	21
4.1. Механичко задржавање честица.....	21
4.2. Пресретање	22
4.3. Инерција.....	22
4.4. Таложeње	23
4.5. Адсорпција.....	24
4.6. Дифузионо пресретање.....	25
5. Филтерски материјали	26
6. Прање филтера	28
7. Математички модел и прорачун	33
7.1 Математички модел филтера код којег је квалитет ефлуента константан	34
7.2 Математички модел филтера код којег коефицијент филтрације (λ) опада током времена.....	38
8. Пример пројектовања	40
8.1 Први математички модел	41
8.2 Други математички модел.....	42
9. 3Д модел	46
10. Закључак	48
11. Литература.....	49

1. Увод

Вода је најраспрострањенија материја у природи. Она представља хемијско једињење кисеоника и водоника и супстанца је без укуса, мириса и боје. Може имати неке нијансе зелене или плаве боје што је последица растворених органских и неорганских материја у њој. Налази се у атмосфери, хидросфери, биосфери, криосфери и литосфери. Њен значај за људе је непроцењив, зато што је она услов живота на Земљи и најважнија је материја у природи јер је неопходна за одржавање биљног, животињског па самим тим и људског живота.

За нормално функционисање човека потребно је од 2 l до 3 l и то за одржавање потребног хидростатичког, осмотског и онкостатичког притиска и за метаболизам. Уколико би се човек изложио тоталном одсуству воде то би довело до престанка рада организма у року од неколико дана.

Што се човека тиче вода има многобројну примену: служи за пиће, припрему хране, одржавање хигијене, користи се у пољопривреди, индустрији, саобраћају, енергетици итд.

Квалитет воде за пиће у Србији варира од места до места, а одређен је разним законима и правилницима. Показатељи квалитета воде могу бити физички, хемијски и санитарни.

Основна физичка својства воде су:

- Боја,
- Мирис,
- Укус,
- Мутноћа,
- Температура,
- Резидуалне чврсте материје и
- Проводљивост.

Основна хемијска својства воде су:

- рН вредност,
- Тврдоћа и
- Оксидативност.

Микробиолошким испитивањима воде се мери садржај бактерија у води. [1]

2. Основне напомене о третману вода

Вода за пиће мора испуњавати низ захтева. На првом месту она мора бити хигијенски исправна односно не сме да садржи било какве штетне суспендоване и растворене материје ван законом дозвољених граница. Она такође мора бити бистра, безбојна и без мириса и укуса, односно да не садржи органске материје које распадањем стварају хранљиву подлогу за микроорганизме. У води се могу појавити и соли гвожђа и мангана које су непожељне јер дају води непријатан мирис а при прању овом водом стварају се мрље. Добре питке воде могу да се разликују по укусу што зависи од количине и природе растворене супстанце. Најбоља вода за пиће је изворска вода која је обично бистра и без мириса.

Како се исправна вода за пиће у природи тешко налази, јер је мало има прибегава се кондиционирању воде како би се довела у такво стање да се може користити као вода за пиће. Кад се каже кондиционирање мисли се на коришћење различитих процеса и операција којима се уклања неки недостатак сирове воде, понекад и читав комплекс недостатака, односно вода се доводи до неких стандарда који су прописани као критеријуми квалитета воде за пиће.

Основне операције у третману вода су:

- Аерација,
- Коагулација,
- Флокулација,
- Таложeње,
- Филтрирање и
- Дезинфекција.

Допунске операције су:

- Флотација,
- Оскидација,
- Адсорпција,
- Омекшавањe,
- Стабилизација итд.

Ако је квалитет сирове воде јако добар може се користити само дезинфекција, али ако је квалитет воде лошији најчешће се користе комбинације ових операција као на пример:

- Флокулација, филтрирање, дезинфекција,
- Флокулација, таложење, филтрирање, дезинфекција,
- Флокулација, флотација, филтрирање, дезинфекција,

а уколико је изузетно лош квалитет сирове воде уз ове комбинације се још прикључују и аерација, оксидација и адсорпција. [1]

2.1. Филтрирање

Филтрирање је један од основних поступака пречишћавања воде и користи се за уклањање нерастворених материја. Грубе нечистоће се уклањају механичким таложењем или грубом филтрацијом кроз нерђајућу металну или полиестерску мрежицу. Честице пречника од 0.1 mm и мање морају се одстранити специјално израђеним филтерима испуном од ситног гранулисаног материјала.

Током процеса филтрације вода, која се третира, пролази кроз слој гранулисаног материјала постављеног на перфорирану подлогу. Током проласка воде кроз филтерски материјал уклањају се суспендоване и колоидне материје, бактерије и други организми чиме се побољшава квалитет воде. [2]

Као филтерски материјал најчешће се користи: кварцни песак, дробљени камен, стакло, антрацит, пластика итд. Највећу примену има кварцни песак, пре свега због ниске цене и зато што је показао задовољавајући степен филтрације. Ако се користе други материјали они се комбинују са песком не би ли се добила вишеслојна филтерска испуна са већим капацитетом за акумулацију нечистоћа. Те комбинације су различите и зависе од нечистоћа у води које желе да се уклоне. Не постоји нека универзална комбинација већ се, у зависности од типа воде, сваки случај посебно анализира и након хемијских анализа се утврђује најбоља комбинација.

Док вода пролази кроз филтер нечистоће се уклањају тако што се акумулирају на зрнима и у порама филтерског материјала. Тиме долази до смањења запремине пора и повећавања хидрауличког отпора у филтерској испуни, односно вода ће све теже и теже да пролази кроз филтер док се не достигне нека вредност отпора, при којој је капацитет филтрирања знатно смањен и онда је потребно да се изврши прање филтра.

Филтрација се користи како за пијаћу воду тако и у постројењима за пречишћавање отпадних вода, јер понекад постоје строжији захтеви односно параметри квалитета отпадне воде па је потребно појачати степен пречишћавања увођењем филтрације у процес третирања исте. Када је у питању пречишћавање отпадне воде морају се предвидети поступци (који се једним именом зову терцијарни поступци пречишћавања) за додатно уклањање појединих материја. У технолошкој шеми филтрација се налази после накнадног таложења, односно после завршног биолошког пречишћавања. [4]

3. Врсте филтера

У односу на брзину филтрације воде, интервал између два прања и начин регенерације филтерске испуне може се извршити подела на споре и брзе филтре.

3.1. Спори филтри

Спори филтри су најстарији типови филтера који служе за пречишћавање, углавном, површинских вода као и за бистрење воде која није хемијски третирана. Оно што је карактеристично за овај тип филтера је то да вода кроз њих пролази гравитационо, па је брзина мала и креће се од 0.1-0.5 m/h. Како је брзина мала следи да је интервал између 2 прања, односно регенерације, релативно дуг и креће се од неколико недеља до неколико месеци. Уколико степен загађености воде није велики у том случају су спори филтри доста ефикасни у погледу уклањања суспендованих и колоидних материја, као и супстанци које дају води мирис и укус. Филтерска испуна, која се може састојати од песка и шљунка, је ситнија од испуне брзих филтера. Простор изнад те испуне је тако димензионисан да обезбеђује задржавање воде од 3 h до 15 h. На дневном светлу се развијају алге које троше угљен-диоксид, нитрате и фосфате из воде, и обогаћују је кисеоником. Временом ствара се слој од органског материјала који потпомаже кондиционирање воде. Са водом малог загађења спори филтер може да ради и до неколико месеци а да му степен ефикасности и капацитет знатно не опадну.

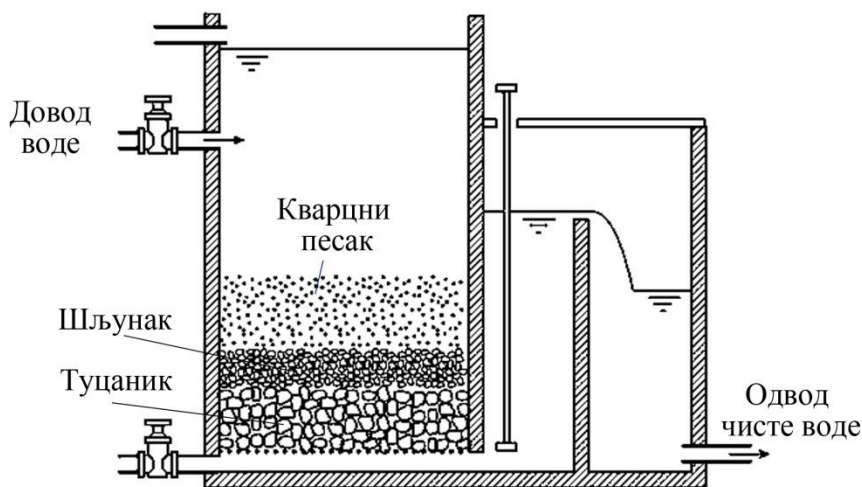
Такође због мале брзине спори филтри захтевају већу површину, па су инвестициони трошкови и два пута већи него код брзих филтера, па када је у питању кондиционирање воде они се све мање граде. Иако се све мање користе то не мења чињеницу да их данас и велики европски градови као што су Ротердам и Лондон још увек користе, али и то да се све чешће примењују брзи филтри. Спори филтри се данас користе најчешће као предфилтрирање испред брзе филтрације, или као завршна фаза, после коагулације, флокулације и таложења.

Како су филтерска зрна релативно ситна (у односу на брзе филтере) сва нечистоћа се издваја у првих неколико центиметара. Сама регенерација се обавља тако што ће се тих неколико центиметара уклонити или пак опрати. Прање филтера се обавља тако што се горњи слој скида помоћу лопата ручно или пак може механичким путем. Испуна филтера не сме у себи да садржи прашину, глину или друге нечистоће већ мора бити чврста.

Како би се постигао правилан однос између ефикасности филтрирања и хидрауличких карактеристика филтера крупноћа песка и његова униформност морају бити унутар извесних граница. [5]

Ефекти спорог филтрирања су:

- Ефекат сита – механичко задржавање честица које су крупније од међуразмака зрна филтерске испуне,
- Ефекат таложника-таложење честица у међупросторима филтерске испуне
- Електростатички ефекат – електростатичке промене услед контакта супротно наелектрисаних јона, што доводи до хемијских реакција у третираној води
- Биолошки ефекат – активност микроорганизама у филтерској испуни

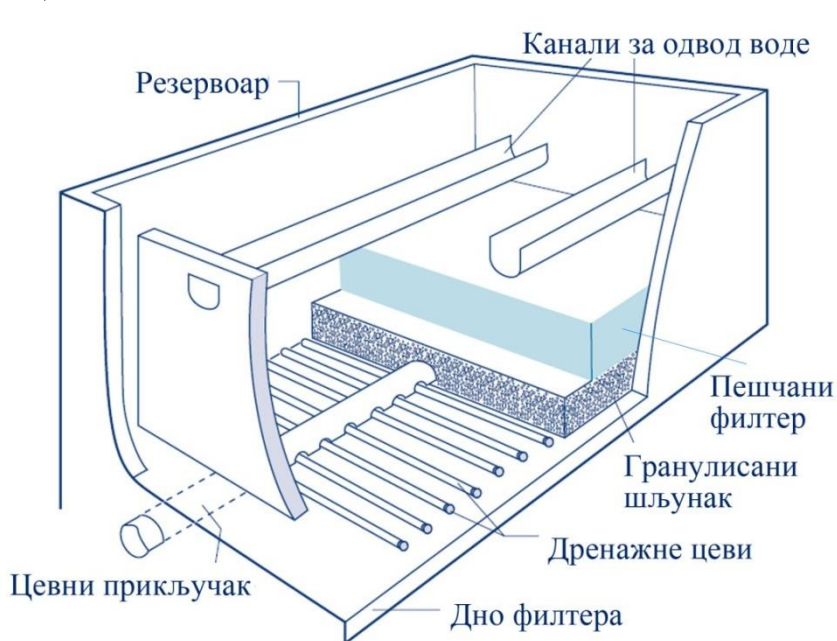


Слика 1- Спорни нешчани филтер

3.2. Брзи филтри

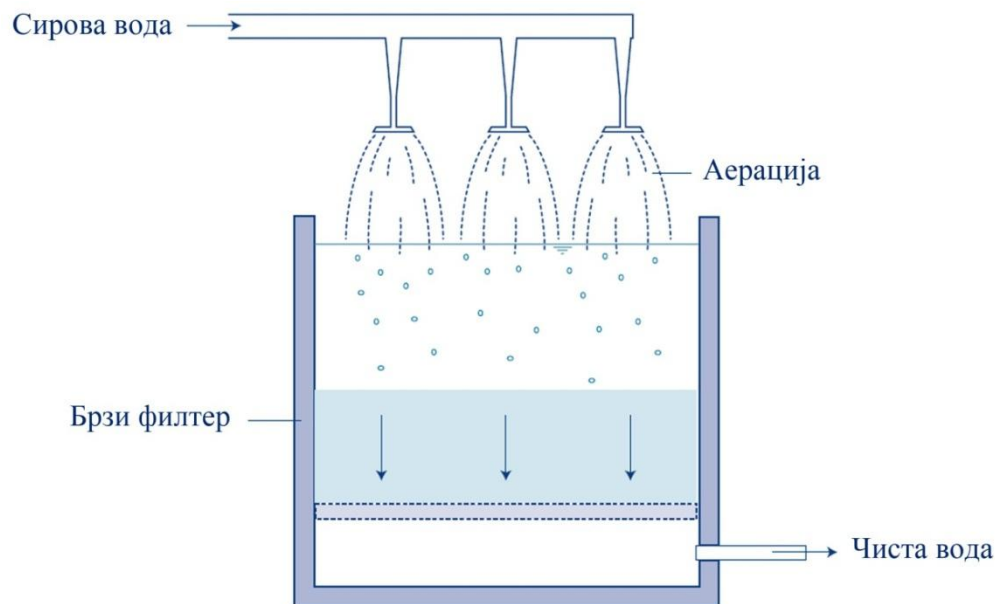
Брзи филтри су конципирани у Северној Америци као алтернатива спорим филтерима па се зато још зову и амерички филтери. Спори филтери концентришу уклоњене материје у горњим слојевима филтера, а брзи филтер је дизајниран тако да искористи читаву дубину филтера и на тај начин постигне већи проток воде за дату површину. Разлика у односу на споре филтере се огледа у томе што су биолошки процеси надомештени процесима коагулације и флокулације. За разлику од спорих филтера вода код брзих пролази кроз крупнији филтерски материјал и струји већим брзинама. Песак је гранулације од 0.5-2.0 mm, док се брзина филтрације (за неку средњу дневну производњу воде) креће у интервалу од 4-15 m/h. Што је већа брзина филтрирања потребно је чешће прати филтер. Прање се врши супротно од смера филтрације односно одоздо на горе.

Код процеса брзог филтрирања вода се задржава изнад испуне 10 до 20 min а у самој испуни од 5 до 10 min, па се из тог разлога мора добро хемијски припремити пре филтрирања, управо зато што код брзих филтера доминира процес механичког задржавања нерасторених честица. Пример класичног брзог филтера гравитационог типа је приказан на Слици 2



Слика 2 – Брзи филтер гравитационог типа

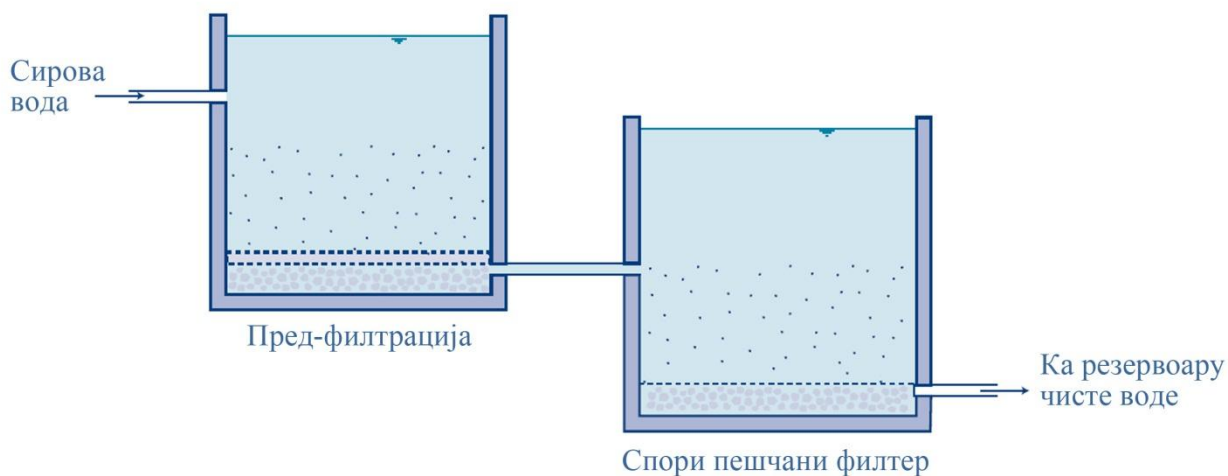
Брзи филтри могу да се користе у третману подземне воде у сврху снабдевања воде за пиће. У том случају брза филтрација се користи како би се отклонили гвожђе и манган. Да би се филтрирање олакшало често се користи и аерација као пред-третман како би се сјединиле нерастворљиве материје гвожђа и мангана (Слика 3).



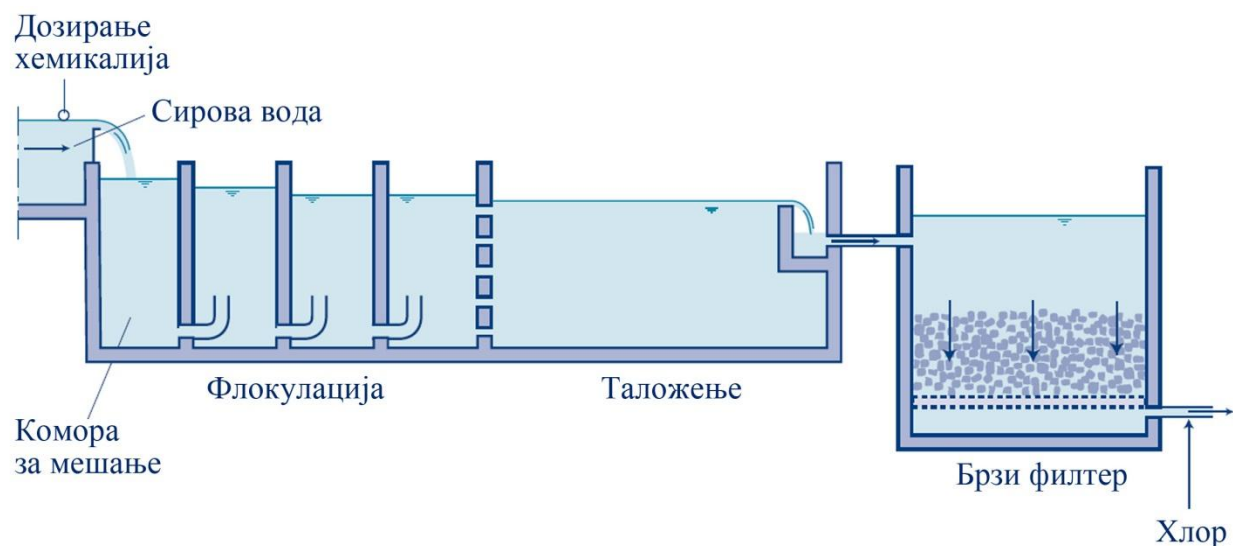
Слика 3 – Брзи филтер са аерацијом

При филтрирању слабо замућене воде, каква је најчешће у језерима и рекама, брзи филтер углавном производи чисту воду, али она опет може садржати патогене микроорганизме. Зато се као завршна фаза, после филтрирања, најчешће врши хлоринисање.

Када су упитању водеса великом замућеношћу, брзи филтери се могу користити и као пред-третман испред спорог пешчаног филтера (Слика 4) или се пак постављају након процеса коагулације, флокулације и седиментације, након чега опет на крају иде хлорисање.(Слика 5) [5]



Слика 4 –Брза филтрација као пред-третман



Слика 5– Брза филтрација након коагулације, флокулације и седиментације

3.2.1. Подела брзих филтера

Брзи филтери су углавном отвореног типа и код њих вода тече гравитационо. Три основне поделе би биле:

1. Према начину рада:
 - Гравитациони
 - Под притиском
2. Према смеру тока воде:
 - Надоле
 - Нагоре,
3. Према начину рада:
 - Константни,
 - Опадајући .

3.2.1.1. Брзи филтери под притиском

Брзи филтери под притиском су готово исте конструкције као филтери гравитационог типа с тим што је филтерска испуна заједно са дном филтера унутар водо-непропусног челичног суда под притиском. Обично су такви судови од нерђајућег челика и цилиндричног облика са плитким дном где је постављен дренажни систем изнад којег је равномерно распоређен кварцни песак. Дакле оно што је карактеристично за овај тип филтера је то да се вода кроз филтерску испуну креће под дејством притиска, чијим се подешавањем контролише проток воде, односно производња чисте воде. Углавном се примњују за мање количине воде где је цена брзих гравитационих филтера висока, па њихова употреба није оправдана. Такође се користи у комбинацији са другим типовима филтера у циљу одстрањивања гвожђа или мангана.

Помоћу ових филтера најчешће се уклања мутноћа, гвожђе, манган, уље, боја, бактерије и органске материје, мада ако би се користио и неки адсорбент, типа активни угаљ, може се одстранити и непријатан мирис и укус.

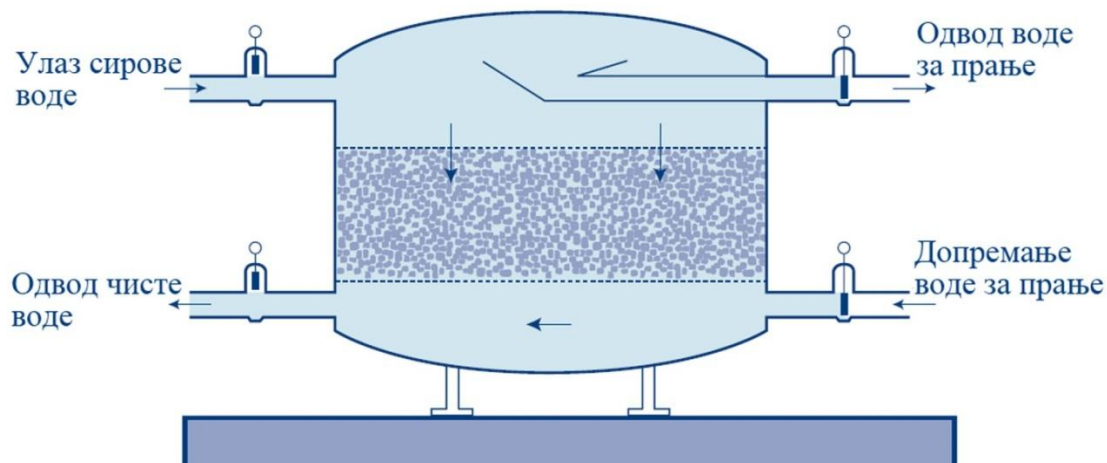
Притисци у оваквим филтерима су најчешће у опсегу од 1.5 до 4 bar мада могу да иду и до 10 bar. Подешавањем притиска контролише се и брзина која се најчешће креће од 100 до 120 m/dan.

Деле се на:

- Вертикалне (пречник од 0.3 до 3 m, најчешће коришћени) и
- Хоризонталне (пречник од 3 до 7 m и више, за веће капацитете, неекономични)

Што се вертикалних филтера (Слика 6) тиче вода улази у горњи део цилиндра, пролази кроз филтерски слој наниже, и преко дренажног система чиста вода се одводи из филтера. Принцип рада оваквог филтера је готово као код гравитационих филтера с тим што се коагулисана вода на филтерску испуну најчешће доводи без претходног мешања, флокулације и таложења, док је губитак притиска кроз сам филтер готово исти као и код гравитационих. Овим филтерима се уклањају тзв. механичке нечистоће, односно честице величине од 30 до 60 μm .

Прање оваквих филтера може бити као и код гравитационих-одоздо, али постоји и конструктивно решење помоћу специјалних ротирајућих брызгалки које под притиском чисте наталожени материјал, а постоји и решење где се прање филтера врши удубавањем ваздуха одоздо под притиском од 2 bar-а.

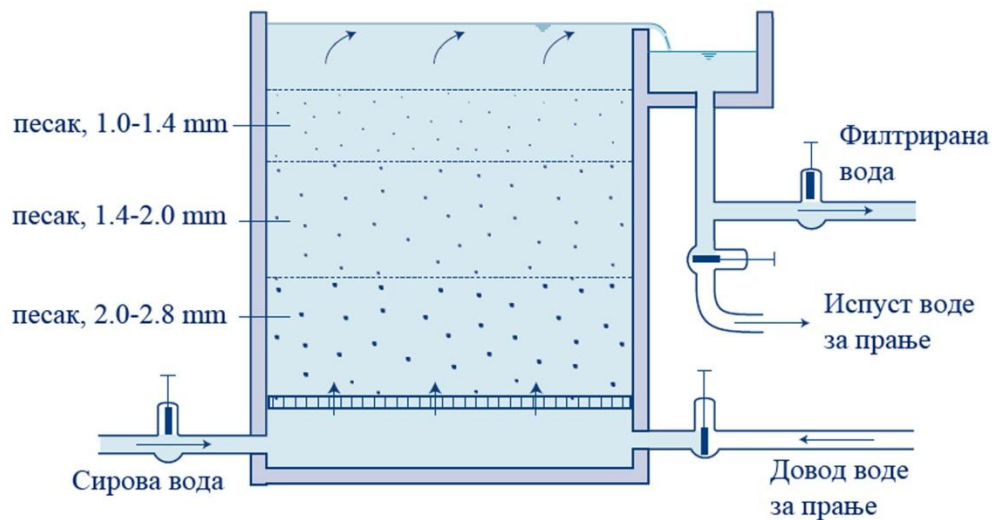


Слика 6 – Скица филтера под притиском вертикалног типа

3.2.1.2. Филтери са током воде нагоре

Овакви филтери се користе како би се обезбедило довођење воде од грубе до fine фазе. Груби доњи слој издваја из филтера велики део нечистоћа, чак и из мутних сирових вода, са незнатним повећањем отпора, односно притиска због великих пора. Ситнији слојеви имају мање поре, али се овде отпорност филтера повећава спорије, зато што не постоји толико нечистоћа које треба филтрирати. У узводним филтерима, песак се користи као једини медијум. Међутим, постоје хигијенске препреке за коришћење зато што у финалној фази вода треба да буде спремна за пиће. Прва од ових препрека је да је највиши слој подложен контаминацији од птица или инсеката који константно пливају на површини или од летеће прашине. Покривајући површину, или да филтери раде у зградама могу бити одговори на ове препреке, али цене таквих филтера су знатно више. Следећа препрека је прање филтера, чиме се генерише веома прљава вода, зарази се исти део филтера који се користи за испоручивање чисте филтриране воде. Специјални рад цеви, као што је перфорирана цев која се налази укопана у горњем делу песка, може да смањи опасност. Ово такође изискује велики трошак. Узводни филтери се често користе за пред-третман воде која се касније пречишћава брзим филтерима или спорим пешчаним филтерима. У тим случајима, они могу да дају одличне резултате и могу бити одговарајући за мала постројења за третман вода.

Једина мана је што пад притиска код узводних филтера не би требало да буде већи од тежине потопљене испуне. Са песком као материјалом, доступна отпорност је једнака дебљини испуне. Зато су дужина филтера и дозвољени степен филтрације за сваку мутну речну воду ограничени.



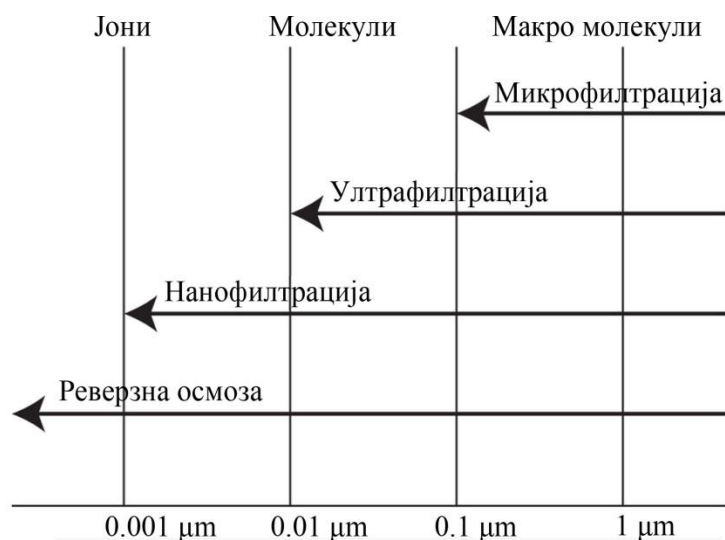
Слика 7- *Узводни филтер*

Оно што је карактеристично и за једну и другу врсту филтера односно и за оне код којих вода иде нагоре и за оне код који вода тече гравитационо надоле, је да се она излаже коагулацији, флокулаацији или неком предфилтрирању. Код воде са малом мутноћом овакви филтери битребало да произведу чисту воду. Али већ са неким озбиљнијим нивоом мутноће потребно је да се изврши дупла филтрација како би се добио добар квалитет воде. Дупла филтрација може да се састоји од узводне директне филтрације праћене гравитационим брзим филтером. Дупли филтер такође може бити конструисан и као једна целина. У сваком случају завршни третман, хлоринизација, је потребна како би вода била бактериолошки исправна. [5]

3.3. Мембранска филтрација

Када се помене мембранска филтрација обично се мисли на потискивање раствора кроз полупропустљиву мембрану под притиском. Током овог процеса, ситнији молекули пролазе кроз мембрану док се већи молекули задржавају и концентришу на истој. Да би се теоријски објаснила пропустљивост различитих мембранских типова филтера користи се појам **граница пропустљивости** (Слика 8). Она се односи на молекулску масу најмањих молекула који се задржавају на полеђини мембране. Мембранска филтрација је подељена на различите типове филтрације у зависности од параметра границе пропустљивости као и од тога да ли се процес покреће притиском или електричним погоном. Процеси који се покрећу притиском су:

- Микрофилтрација,
- Ултрафилтрација,
- Нанофилтрација и
- Реверзна осмоза.



Слика 8 – Граница пропустљивости

3.3.1. Микрофилтрација

Микрофилтрацијом се одвајају једињења чије су честице мање од 0.2 μm, а притисак који се најчешће примењује је у опсегу од 0.1 – 0.5 МПа. Користе се за уклањање мутноће и бактерија, као и фаза у третману отпадних вода итд.

3.3.2. Ультрафилтрација

Ультрафилтрацијом се одвајају једињења чије су честице у опсегу од 0.001 – 0.1 μm , а радни притисак се креће од 0.2 – 1.5 МПа. Ультрафилтрација се користи:

- за уклањање протеина, пирогена, вируса, колоидних материја
- као пред-третман и накнадни третман код других процеса припреме воде
- у фармацеутској индустрији
- у прехранбеној индустрији.

3.3.3. Нанофилтрација

Нанофилтрација представља процес одвајања помоћу мембрана које су по карактеристикама између ультрафилтрације и реверзне осмозе. Радни притисак је између 2 и 4 МПа и дају већи проток него мембране реверзне осмозе, али је способност одвајања мања него код реверзне осмозе. Нанофилтрацијом се могу уклонити растворене соли у опсегу 20-98%. Она се користи:

- за редукцију тоталног угљеника,
- за парцијалну деминерализацију,
- за третман вода за пиће,
- за редукцију укупних растворених соли,
- у припреми вода за пиће.

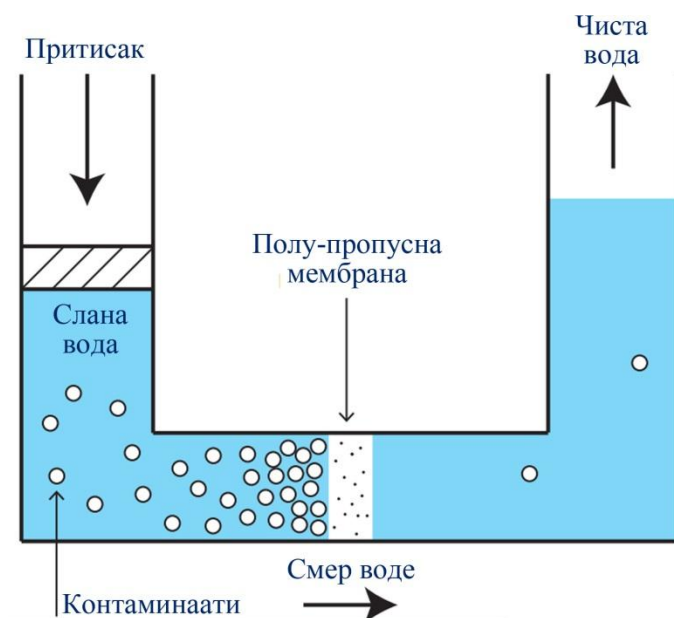
3.3.4. Реверзна осмоза

Принцип функционисања може да се пронађе у природи где биљке, које из средине са мањим унутрашњим притиском, као што је земља, црпе хранљиве материје и преносе их полупропусним мембранама и до задњег листа на њиховом врху.

У осмотској мембрани се догађа обрнут процес. Отвори на полупропусној осмотској мембрани су толико ситни да задржавају највећи део нечистоћа из воде, чак и молекуларне спојеве. Најмања позната бактерија је величине 0,2 μm , најмањи вирус 0,002 μm , а отвор на полупропусној мембрани величине је 0,0005 μm . На основу овога јасно је да ни вирус ни бактерија не могу проћи кроз мембрану.

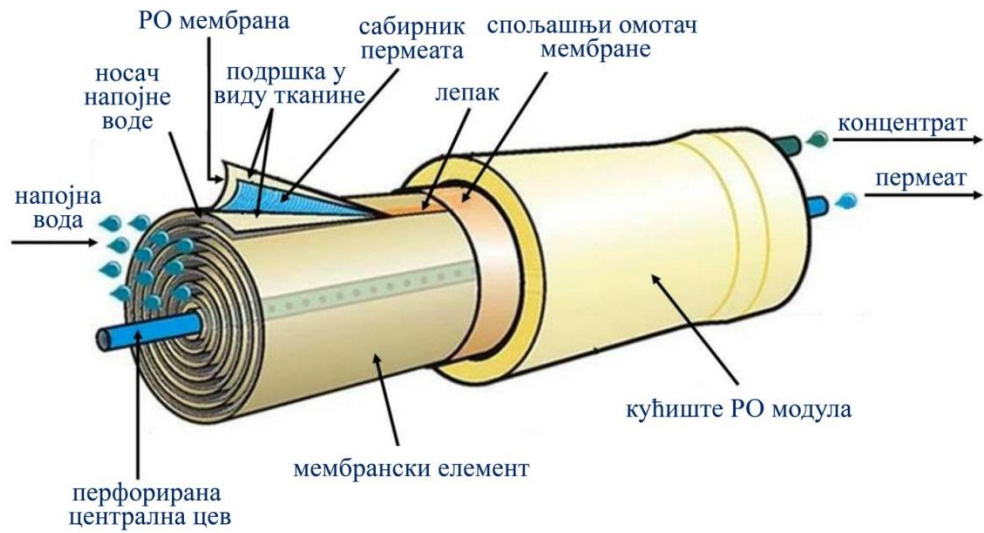
Под дејством високог притиска, који је највећи од свих процеса и који се креће између 2 и 8 МПа, кроз мембрану пролази чиста вода, а концентровани раствор

компонената смеше остаје (Слика 9). Граница пропустљивости ове мембране је најмања од свих типова, па је управо то и разлог што су притисци највећи. Оваква мембрана је у стању да издвоји јоне и молекуле мање од $0.001 \mu\text{m}$.



Слика 9- Шематски приказ процеса реверзне осмозе

Основни елемент уређаја за реверзну осмозу је РО модул. Његов главни део је наравно РО мембрана која је смештена у кућишту. Направљена је од специјалних материјала кроз које могу да прођу само мали молекули. Најчешће коришћени тип модула је спирално намотана мембрана (Слика 10). Кроз цело кућиште, које је под високим притиском, струји вода по површини мембране. Кроз саму мембрану пролазе молекули воде који се сакупљају у сакупљачу пермеата. Тај сакупљач раздваја две мембране и молекули кроз колектор стижу до перфориране централне цеви којом напуштају РО модул. Тај део чисте воде се управо зове пермеат, а молекули растворених соли који струје по површини мембране се зове концентрат, који се такође изводи из модула и одбацује. [1] [2] [5]



Слика 10- Спирални РО модул

РО се користи:

- за дејонизацију воде
- за фармацевтску воду
- за воде за котлове
- као предтретман и финални третман код других процеса припреме воде
- за припрему воде за пиће
- за производњу воде у прехранбеној индустрији
- за воду у микро-електронској индустрији.

4. Механизам филтрације воде

Процес одвајања честица из воде помоћу филтера је, када се мало дубље погледа, доста сложенији процес, који зависи од физичких и хемијских карактеристика воде, честица које су присутне у води и саме испуне филтера. Тако су се јавиле физичке и хемијске теорије филтрирања. Физичке теорије се заснивају на посматрању физичких карактеристика, а хемијске узимају у обзир хемијске карактеристике.

Сам процес уклањања честица из воде филтрацијом се састоји из више различитих процеса, помоћу којих је филтер у стању да одстрани и честице које су мање од пора филтера. Када не би постојали ти механизми филтера честице мање од пора филтерске испуне би пратили ток воде и вода не би била пречишћена. Али захваљујући механизму спајања честице када дотакну површину зрна песка остају на њој. Ако се сакупљене честице опет суспендују у ток воде онда се механизам одвајања укључује.

Пре него што зрна песка својим привлачним силама доведу на своју површину честице у суспензији прво мора да се транспортују односно доведу близу зрна филтерске испуне. Како би се честице што ближе довеле површини зрна укључени су разни транспортни механизми о којим ће бити реч у овом поглављу. [3]

4.1. Механичко задржавање честица

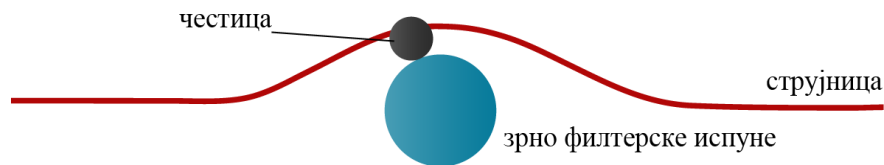
У сировој води су присутне суспендоване и колоидне материје у великој количини и када се доведу до филтера оне се у највећем делу издвајају у горњем слоју филтерске испуне. Честице у води некад могу бити довољно крупне да једноставно не могу да прођу и не могу да наставе са кретањем кроз испуну, задржавају се на површини. До задржавања на површини може да дође и ако је концентрација честица јако велика. Колоидне честице које су ситније од пора продиру дубље у филтерску испуну где се једним делом услед секундарне флокулације укрупњују и задржавају у порама са крупнијом филтерском испуном.

4.2. Пресретање

Уколико се деси да честице остану у струјници, која наилази на зрно филтерске испуне и која је пречника те честице она ће додирнути површину тог зрна, па је однос пречника честице (d_{c}) и пречника зрна (d_{g}) .

$$N_R = \frac{d_{\text{c}}}{d_{\text{g}}}$$

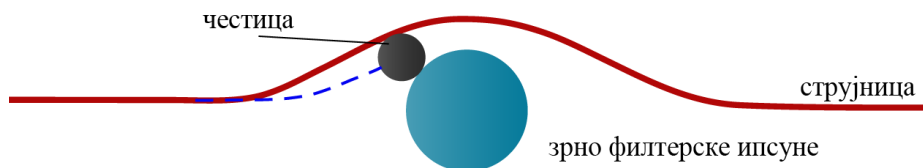
Механизам је приказан на Слици 11.



Слика 11 - Пресретање

4.3. Инерција

Када се струјница приближава зрну филтерске испуне она мора да се подели, односно струјница обилази зрно. Ако се деси да честице поседују довољно енергије, оне ће под дејством инерцијалних сила да наставе своју путању што ће довести до судара са филтерским зрном што је приказано на следећој Слици 12.



Слика 12 – Инерцијални судар

Тај процес је описан следећом једначином:

$$N_R = \rho_{\text{c}} \frac{1}{18} \frac{d_{\text{c}}}{d_{\text{g}}} \frac{U}{\mu}$$

где је:

ρ_{c} – густина честице

U – брзина струјнице, односно течности

μ – динамичка вискозност течности

4.4. Таложење

Ако су честице довољно велике и ако имају густину знатно већу од густине воде оне константном брзином падају у правцу силе земљине теже, односно оне се таложе. Таложењем се уклањају честице које су ситније од пора филтерске испуне. Таложење је слично таложењу у таложници с тим што се у таложници муљ таложи на дну а у филтерској испуни на располагању је површина свих гранула испуне. [3]

Површина 1m^3 сферних гранула може да се израчуна као

$$\frac{6}{d} \cdot 1 - p \quad \text{m}^2 ,$$

где је d пречник честица

У 1m^3 песка, порозности од 40%, чије су грануле пречника 0,5 mm стане око $9,15 \cdot 10^{15}$ зрна са површином око 7.200 m^2 . За сам процес таложења корисна површина од укупне површине је око 400 m^2 . Како ефикасност таложења зависи од односа површинског оптерећења и брзине таложења утицај овог механизма на процес филтрације је веома значајан. Ефикасност таложења за ламинарно струјање је описана Стоуксовом (Stokes) једначином:

$$s = \frac{1}{18} \frac{g}{\nu} \frac{\rho_{\text{c}} - \rho}{\rho} d_{\text{c}}$$

где је:

ν – кинематска вискозност течности

ρ – густина воде

Честице малог пречника и мале специфичне тежине се само делимично одстрањују, а колоидне материје не могу бити одстрањене на овај начин, већ се одстрањују адсорпцијом.

4.5. Адсорпција

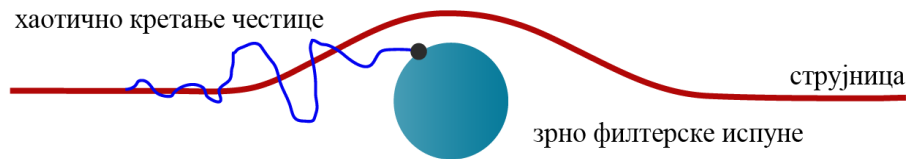
Овим процесом се побољшава укус и мирис, уклањају се органске материје и уклањају се и најситније колоидне честице и молекули растворених једињења у води. Адсорпционе силе најбоље дејство имају на растојању до 0,01-1,00 μm . Међутим филм воде који окружује честице има много већу дебљину који је око 70 μm у зависности од пречника филтерске испуне, порозности и површине. За пречник филтерског материјала од 0,8 mm, порозности 40%, са површином око 4.500 m² дебљина филма је већа од 90 μm . Самим тим адсорпција није довољна већ се и други процеси морају укључити како би довели честице у поље дејства адсорпционих сила. То су силе гравитације, инерције (о којој је било речи), дифузије и хидродинамичке силе. [3]

Фактори који утичу на процес адсорпције су:

- Температура,
- рН,
- Природа адсорбента:
 - текстура, величина зрна, садржај NH, COOH, OH и других функционалних група, расподела величине пора,
- Природа адсорбата
 - Молекулска маса, поларност, облик молекула, валентно стање.

4.6. Дифузионо пресретање

Мале суспендоване честице које се налазе у течности која се филтрира могу вршити одређено неправилно кретање у односу на струјну линију познато као Брауново кретање. За честице мање од $1\mu\text{m}$ ово кретање је све битније како се величина честица смањује. Као последица таквог кретања може доћи до заустављања тих честица на филтерском медијуму, што се назива дифузиони контакт. Процес је приказан на Слици 13.



Слика 13 - Дифузионо пресретање

Овакав механизам филтрације има велику улогу у филтрацији течности, али значајну улогу у филтрацији гасова.

$$P_e = d_c \frac{U}{D}$$

где је:

d_c - карактеристична дужина сакупљајућег медија

U - просечна брзина течности

D – Стоукс-Ајнштајнов дифузиони коефицијент

5. Филтерски материјали

Познавање и разумевање ових механизма је омогућило стручњацима за третман воде оптимизацију процеса филтрације. Филтрациони системи уклањају жељене нечистоће, а у самим филтрационим системима главну улогу играју филтерска испуна односно филтерски материјали који су се знатно развили од свог настанка. Истина је да је песак материјал који се највише користи, али није једини. Неки од материјала који се данас користе приказани су у Табели 1. [6]

Табела 1 – Материјали филтерске испуне

	Кварцни песак је најраспрострањенији и најупотребљивији филтрациони материјал. Филтерска испуна се састоји од више слојева кварцног песка који се разликују по величини честица. За квалитет филтрацијског процеса врло је битна гранулометријска исправност филтра. На тај начин постижу се већи учинци одвајања суспендованих честица, дужи радни период између два прања, већи капацитет филтра и мањи пад притиска.
	Бирм је гранулисани филтерски материјал који се користи за уклањање гвожђа и мангана суспендованог у води. У води се гвожђе обично налази у облику гвожђа бикарбоната и не може се изфилтрирати. Бирм се понаша као катализатор који убрзава реакцију између суспендованог кисеоника и гвожђа. При томе настаје гвожђе хидроксид који се лако може изфилтрирати. Бирм је одличан филтерски материјал и лако се чисти повратним прањем.
	Калцит је по саставу калцијум карбонат који се користи за неутрализацију воде с ниским рН. Кисела вода лагано отапа калцијум карбонат при чему расте рН вредност и спречава се отапање бакра, олова и других метала у цевоводу. Калцит такође подиже тврдоћу воде.
	Зелени песак је филтерски материјал који се користи за уклањање гвожђа, мангана, водоник-сулфида, арсена и радијума из воде. Језгро материјала је од силицијум оксида, а површина материјала је од манган диоксида који делује као катализатор за оксидацију – редукцију гвожђа и мангана. Може се користити на два различита начина рада, континуална регенерација и дисконтинуална регенерација.

	Crystal right је зеолит који се користи за уклањање гвожђа, мангана, тврдоће и амонијака из воде. Такође подиже рН вредност киселих вода и тако смањује њихова корозивна својства. Crystal right има изврсне филтрацијске карактеристике.
	ГФХ (granular ferric hydroxide) је адсорбент за селективно уклањање арсена, фосфата и осталих тешких метала из воде. Предоксидација није потребна за уклањање арсенaпарo. Након засићења адсорпционог капацитета, маса се мора заменити новом.
	Филтер Ag је силицијум диоксид који се користи као високо ефективни филтерски материјал за уклањање суспендованих честица. Неправилна површина и оштре ивице стварају велику површину за успешну филтрацију. Мала густина захтева мање брзине повратног прања од осталих филтерских материјала.
	Активни угаљ налази низ примена: од уклањања хлора до уклањања органских материја у води. Користи се како за воду за пиће, тако и за индустријску воду. Могу бити на бази минералних и органских материја. При тачно контролисаној температури добија се површина и структура пора која омогућава апсорпцију било мале или велике молекуларне масе. Активни угаљ има велику густину и отпорност и захтева периодично повратно прање накупљених суспендованих материја.
	Гранулисани антрацит се бира по величини честица, тврдоћи и чистоћи за филтрацију индустријске и питке воде. Антрацит има високу филтерску ефикасност која омогућава велике брзине филтрације и дужи рад филтера. Антрацит се може користити сам или у вишеслојним филтерима.
	Турбидекс је филтрациони материјал који доста добро уклања мутноћу воде. Он је по хемијском саставу зеолит с високом филтрационом ефикасношћу од 3-5 μm, за разлику од класичних испуна чија је ефикасност 25-30 μm. Значајне су и његове брзине филтрације, које резултују значајним уштедама у трошковима опреме те осигурава дужи рад с мање повратних прања и данас важну, уштеду воде.

6. Прање филтера

Током процеса филтрације долази до повећања хидрауличног отпора. Када хидраулички отпор достигне своју максималну вредност или када квалитет воде више није добар односно не задовољава прописане вредности потребно је очистити филтер. Прањем филтера капацитет филтрације се враћа и квалитет филтриране воде се побољшава.

Филтрација се успоставља провођењем воде кроз гранулирани материјал који је постављен на перфорирану подлогу и чије су врсте објашњене у претходном поглављу. Током филтрације одигравају се разни процеси, као што су биолошка оксидација амонијака, каталитичко уклањање мангана, сорпција тешких метала и растворених органских материја, али исто тако и задржавање бактерија и вируса. Њиховим гомилањем озбиљно се угрожава квалитет филтрације и прањем филтера се то уклања.

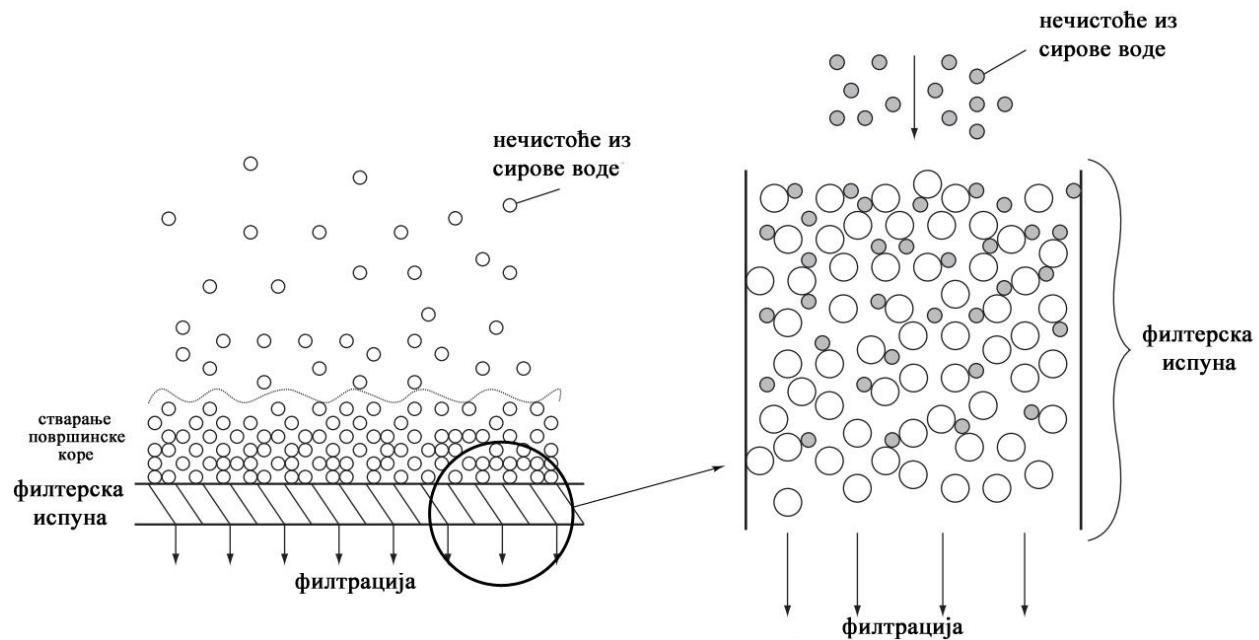
У случају брзе филтрације, зрна филтерске испуне су крупнија него код споре филтрације, па је самим тим и увлачење и продирање нечистоћа веће него код спорих филтера. Код брзих филтера, пенетрирање нечистоћа је знатно дубље, поготово код вишеслојних испуна, чиме се подиже ефикасност филтрације, али је одржавање и прање у том случају знатно теже него код спорих филтера.

Са дубоком пенетрацијом нечистоћа из сирове воде у филтерску испуну, ручно прање, које користи тешке и гломазне шмркове за воду, чине овај начин прања физички јако тешким радом, посебно ако је време између два прања мало.

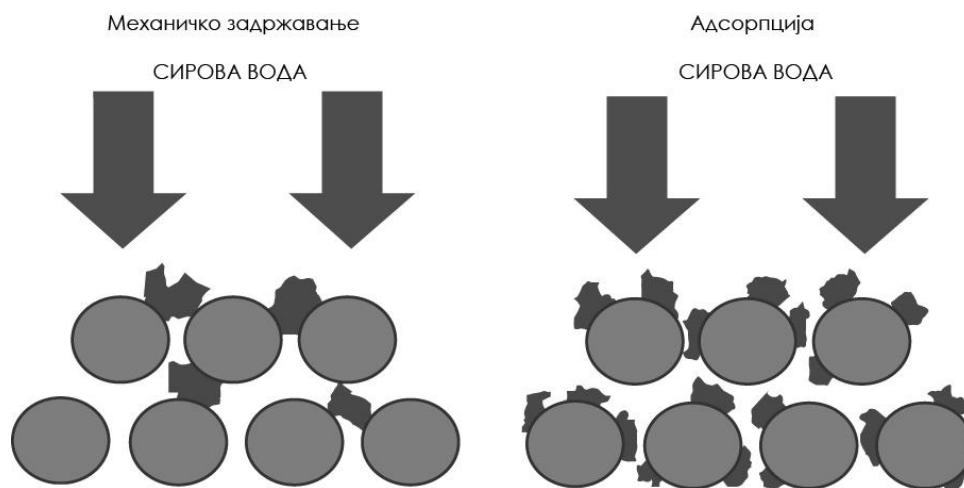
Из тих разлог осмишљен је начин прања који се дешава у смеру супротном од смера филтрације. Код овог начина прања, проток воде која служи за прање је неколико пута већи него проток при филтрацији. Крећући се навише, вода за прање са собом носи нечистоће акумулисане у филтру у одводне канале који одводе воду ван филтерског поља. Честице које се налазе на самим зрнима испуне се прво морају одвојити од њих да би их вода за прање могла однети у одводне канале и даће ван филтрационог поља.

Исправно прање филтера је веома значајна фаза функционисања филтера. Уколико филтер није у потпуности испран, временом ће доћи до проблема у самом раду филтера, а ако желимо да филтер ради ефикасно он мора бити очишћен пре следећег рада. За прање филтера најчешће се користи третирана вода, која се пумпама доводи из резервоара или се испумпава из бунара.

Током филтрације, филтерска испуна се прља тако што се честице гомилају на површини стварајући површинску кору, такозвани колачић. Такође честице се лепе за зрна филтерске испуне и тако што попуњавају простор међу истим. (Слика 14 и 15) [1] [2]

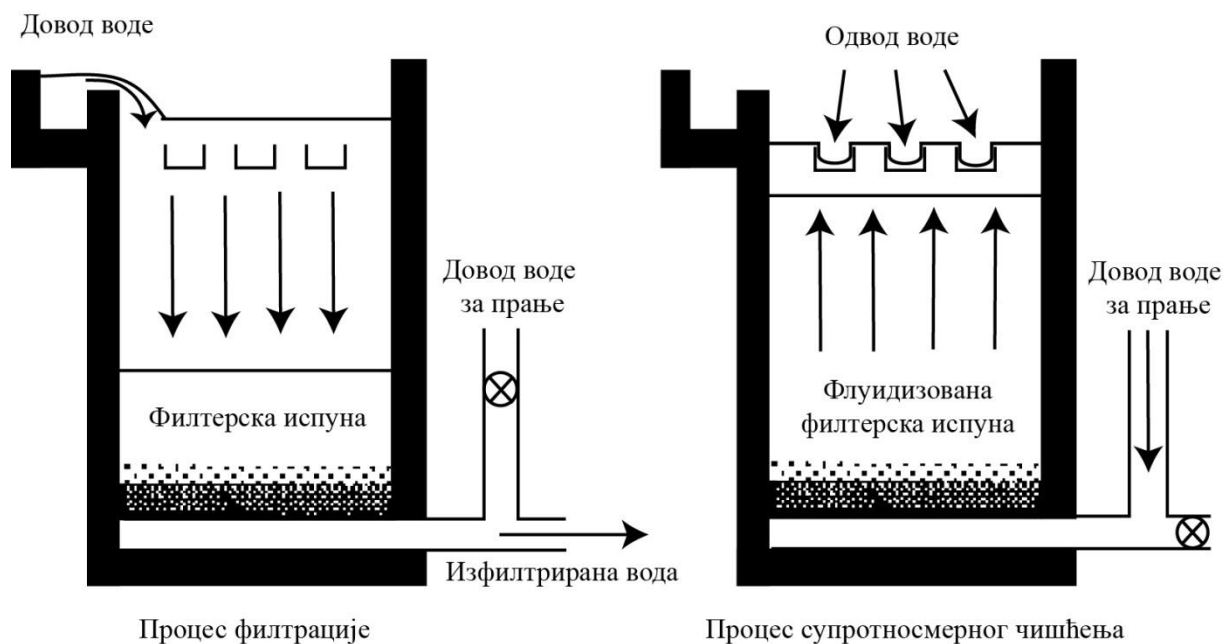


Слика 14 – Прљање филтера



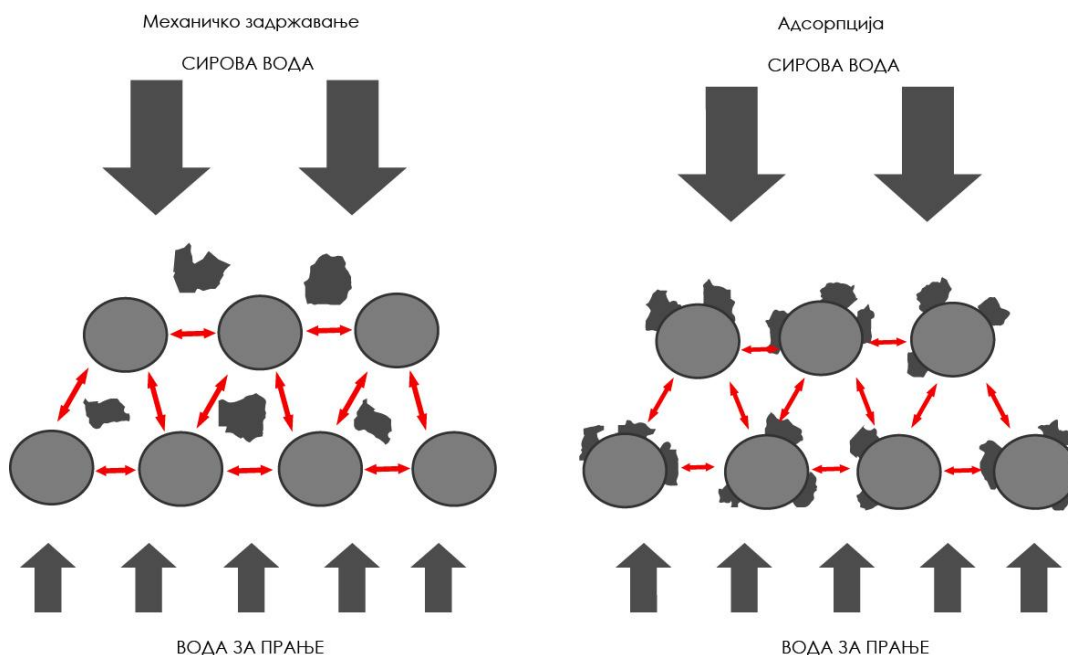
Слика 15 - Задржавање честица у филтеру

Упрошћени процес супротносмерног прања приказана је на Слици 16.



Слика 16 - Супротносмерно прање брзог филтера (*backwashing*)

Прва фаза супротносмерног прања је исушивање филтера, односно ниво воде изнад филтера се доводи на висину од само 1.5cm. Следећа фаза је скидање честица са горње површине филтера, која траје неколико минута у зависности од тога које је дебљине кора од накупљених честица. Након ове фазе се пушта млаз воде са доње стране филтера која улази у филтер и носи суспендовану материју из филтера. Млаз воде прогресивно расте и после неколико минута достиже своју максималну вредност. Да би се очистила испуна она мора да се прошири односно да се изврши њена експанзија, тј њена запремина да се повећа што је приказано на следећој слици (Слика 17)



Слика 17 - *Експанзија филтерске испуне приликом супротносмерног прања*

Механизам одвајања адсорбованих нечистоћа са зрна филтерске испуне може се поделити у два главна механизма:

- Механички - Зрна испуне се сударају у току прања и тако се механичким трењем стварају силе које су потребне за одвајање честица;
- Хидраулички - Потребне силе за одвајање честица од зрна испуне се остварују хидродинамичким дејством воде за прање.

Када се заврши фаза одвајања онда следи фаза изношења честица при чему честице лебде у воденој струји. При томе опада раст хидрауличног спирања а механичко готово да више не постоји. Приликом прања хидраулички отпор опада, а порозност филтера и његова запремина се повећавају. Приликом повећавања запремине односно експанзије филтера ефекат спирања се повећава. Што је већа експанзија већи је и ефекат испирања али може доћи до сегрегације зрна односно теже и крупније падају а лакше и ситније иду на површину, што је неповољно јер се тако добијају кратки циклуси између два прања.

У зависности од количине чврстих и суспендованих материја у филтеру супротносмерно прање траје између 10 и 15 минута. Да би се одредила потребна дужина трајања прања потребно је пре прања одредити мутноћу воде. То је јако битан део јер уколико се филтер подвргне дужем прању него што је потребно може доћи до оштећења филтера. До оштећења такође може доћи и ако се вода за прање нагло пусти, јер као што је малопре речено, вода се прогресивно пушта и тек после неколико минута треба да достигне своју максималну вредност.

Важно је напоменути и да вода која је коришћена за прање филтера не може директно да се испусти у околину већ се одводи у посебне резервоаре одакле се одводи на третирање.

Прање филтера се такође може обавити и изношењем целе испуне ван филтерског поља мада се то ретко примењује јер је то изузетно тежак поступак. Примењује се једино кад је потребно заменити испуну или када се врши санација филтерског дна.

Ефикасност прања се може повећати применом неког додатног поступка као што су:

- механичко мешање испуне грабуљама
- довођење ваздуха под притиском
- млазевима воде упереним у површину испуне

У принципу прање филтера је релативно једноставан процес али у случајевима када проток воде за прање и сам процес испирања и одношења зависи од материја које се јављају у филтру мора се бити јако обазрив. Зато што ако се употребе брзине при прању веће од потребних дошло би до уклањања корисних материја као што су нитрификационе бактерије (врше оксидацију амонијака у нитрате), манган хидроксид (којим се врши каталичко уклањање мангана).

Филтер треба да се подвргне прању када се стекну следећи услови:

- Када је пад притиска толико велики да филтер не може више да производи жељену количину чисте воде;
- Када честице које филтер одваја почињу да пролазе кроз њега и кад почиње мутноћа воде да расте;
- Када филтер почиње да производи мање количине чисте воде од задате;
- Када је филтер ван функције из неког разлога, па мора да се изврши прање пре следећег пуштања у рад.

У зависности од квалитета сирове воде, филтер може да ради и дуже од једне недеље (ако је квалитет сирове воде добар), а да се не подвргне прању. Али то није препоручљиво јер што је веће време између два прања то је теже да се изврши експанзија филтера током супротносмерног прања.

Када се филтер пусти у рад први пут после прања вода ће у почетку бити мутна, што је нормално јер у филтеру и после прања остане мало суспендованих материја, па кад се филтер пушта у рад потребно га је полако пустити у рад и након 2 до 20 минута вода се избистри. [1] [2] [3]

7. Математички модел и прорачун

Када процес филтрације почне да се сагледава са математичке стране он и није тако једноставан како се чини. Математички модел омогућава бољи увид и помаже да се боље схвати процес филтрације. У пракси се најчешће неке вредности предвиђају или грубо одређују али математички модел даје тачну слику целог процеса и егзактне бројке које се тичу гранулације, времена рада филтра и тако даље. Математичка теорија се најчешће користи приликом вршења тестова на пилот постројењу, што указује како експериментални модел треба да се користи под неким важећим условима, каква запажања треба да буду, у ком правцу истраживања могу применити на дате резултате од практичне вредност и тако даље. [9]

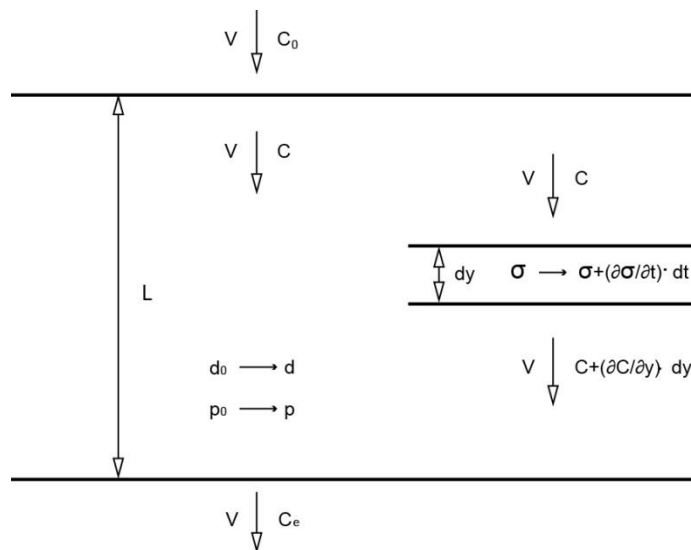
Као што је већ поменуто у претходним поглављима, током процеса филтрације се уклањају нечистоће из воде која протиче кроз филтер. Тиме се са једне стране побољшава квалитет воде, а са друге стране долази до запушавања пора у филтерској испуни чиме се повећава отпор филтра.

У овом поглављу ће бити речи о:

1. математичком моделу филтера код којег је квалитет ефлуента константан (теорија) и
2. математичком моделу филтера код којег коефицијент филтрације (λ) опада током времена (реалност)

7.1 Математички модел филтера код којег је квалитет ефлуента константан

Математички опис филтрације је приказан на Слици 18.



Слика 18 – Математички опис филтрације

Где је:

L – дебљина филтерског слоја

d_0 – пречник округлих зрна (ако је филтерска испуна састављена од зрна кружног попречног пресека)

p_0 - порозност

C_0 – концентрација састојака у сировој води

c – концентрација нечистоћа на дубини y

C_e – концентрација нечистоћа на излазу из филтера, где је $C_0 > c > C_e$, односно концентрација нечистоћа се смањује дубином

$d_0 < d$ – како се нечистоће лепе за зрна филтерске испуне тако се и сам пречник зрна повећава

$p_0 > p$ – како се зрна повећавају тако се запремина пора смањује

$\frac{v}{p_0} < \frac{v}{p}$ - из последња два следи да се стварна брзина између пора смањује

Смањење концентрације нечистоћа у води која пролази кроз филтер је пропорционално концентрацији присутних нечистоћа у води и то је приказано следећом једначином:

$$-\frac{\partial c}{\partial y} = \lambda \cdot c \quad (1)$$

Ако је коефицијент филтрације константан могућа је директна интеграција. Ако су гранични услови $y=0$ и $c=C_0$ добија се:

$$c = c_0 \cdot e^{-\lambda_0 \cdot y} \quad (2)$$

Према овој једначини, концентрација нечистоћа које су још увек присутне у води која струји кроз филтер логаритамски опада са дубином, мада се највећи део нечистоћа задржава у горњем делу филтерске испуне, док се у доњим релативно мало задржава. Квалитет ефлуента је приказан следећом једначином:

$$c_e = c_0 \cdot e^{-\lambda_0 \cdot y} \quad (3)$$

Уколико посматрамо један сегмент филтерске испуне дебљине dy на дубини филтера y може се одредити проценат акумулисаних нечистоћа на и између филтерских зрна, односно проценат уклоњених нечистоћа. За време t , нечистоће из сирове воде се акумулишу при концентрацији σ , а за неки следећи период dt , та концентрација расте у износу од:

$$d\sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial t} dt \quad (4)$$

Према једначини континуитета, масени проток на улазу и излазу мора бити исто. Овде оно што уђе у филтер је једнако ономе што се акумулише плус оно што изађе. Одатле следи:

$$\text{Акумулисано} = \text{Улаз} - \text{Израз},$$

што је приказано једначином (5):

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} \cdot dt \cdot dy = v \cdot c \cdot dt - v \cdot (c + \frac{\partial c}{\partial y} dy) \cdot dt, \quad (5)$$

односно

$$-\frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{v} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (6)$$

Ако је коефицијент филтрације константан и једнак λ_0 концентрација нечистоћа у води је:

$$c = c_0 \cdot e^{-\lambda_0 \cdot y}, \quad (7)$$

односно

$$\frac{\partial c}{\partial y} = -\lambda_0 \cdot c_0 \cdot e^{-\lambda_0 \cdot y} \quad (8)$$

Када се последња једначина 8 убаци у једначину 6, добија се:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = v \cdot \lambda_0 \cdot c_0 \cdot e^{-\lambda_0 \cdot y} \quad (9)$$

Ако се узму у обзир гранични услови $t=0$ и $\sigma=0$ онда се интеграцијом претходне једначине добија да је акумулисана концентрација једнака:

$$\sigma = v \cdot \lambda_0 \cdot c_0 \cdot e^{-\lambda_0 \cdot y} \cdot t, \quad (10)$$

из које се види да акумулисана концентрација логаритамски опада са дубином y , а линеарно расте временом t .

Као што је већ напоменуто, акумулациојм нечистоћа долази до пораста отпора у филтеру, који може да се одреди применом Кармен-Козенијеве (енгл. Carman-Kozeny) једначине за ламинарни ток по којој се добија да је губитак енергије:

$$H = I_0 \cdot L, \quad (11)$$

где је I_0 пад пијезометарског нивоа и добија се као:

$$I_0 = \frac{dz}{dy}_0 = \frac{180 \cdot v}{g} \cdot \frac{(1-p_0)^2}{p_0^3} \cdot \frac{v}{d_0^2}, \quad (12)$$

где је v кинематска вискозност воде.

Једначина 12 може да се напише и у другој форми, ако се пречник зрна замени укупном површином зрна по јединици запремине материјала који се налази у филтерској испуни S_0 .

$$S_0 = \frac{6}{d_0} \cdot (1-p_0) \quad \rightarrow \quad d_0 = \frac{6}{S_0} \cdot (1-p_0) \quad (13)$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \downarrow \\ I_0 = \frac{5 \cdot v}{g} \cdot \frac{S_0}{p_0^3} \cdot v \end{array} \quad (14)$$

Како се нечистоће акумулишу у филтеру, порозност се, током времена t , смањује од p до p_0 , а специфична површина се мења од S_0 до S , чиме се повећава пад пијезометријске линије.

$$\frac{dz}{dy}_t = \frac{5 \cdot v}{g} \cdot \frac{S^2}{p^3} \cdot v \quad (15)$$

$$\frac{dz}{dy}_t = I_0 \cdot \frac{p_0^3}{p^3} \cdot \frac{S^2}{S_0^2}, \quad (16)$$

где је $I_0 = \text{const.}$

Запреминска концентрација нечистоћа које се акумулишу у концентрацији σ са густином ρ_d је:

$$\sigma_v = \frac{\sigma}{\rho_d} \quad (17)$$

Наравно, као што је већ речено та концентрација проузрокује да се повећају зрна односно да се смањи простор између, односно долази до смањења прозности:

$$\sigma_v = p_0 - p \quad \frac{p_0^3}{p} = \frac{p_0^3}{p_0 - \sigma_v} \quad (18)$$

Ако се примени капиларни модел и ако се се процени да је на јединици површине и јединици дубине филтера присутно n капилара пречника d_{k0} и дужине l онда следи:

$$p_0 = n \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{k0}^2 \cdot l \quad S_0 = n \cdot \pi \cdot d_{k0} \cdot l, \quad (19)$$

а задржавањем нечистоћа у порама се пречник редукује из d_{k0} у d_k , па имамо:

$$p = n \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_k^2 \cdot l \quad S = n \cdot \pi \cdot d_k \cdot l \quad (20)$$

Из претходних једначина (19 и 20) следи:

$$\frac{S}{S_0}^2 = \frac{d_k^2}{d_{k0}^2} = \frac{p_0}{p} = \frac{p_0 - \sigma_v}{p_0} \quad (21)$$

Када се ови резултати замене у Кармен-Козенијеву једначину 11 добија се:

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dy}_t &= I_0 \cdot \frac{p_0^3}{p} \cdot \frac{S}{S_0}^2 \rightarrow \frac{dz}{dy}_t = I_0 \cdot \frac{p_0^3}{p_0 - \sigma_v} \cdot \frac{p_0 - \sigma_v}{p_0} \\ &\downarrow \downarrow \\ \frac{dz}{dy}_t &= I_0 \cdot \frac{p_0^2}{p_0 - \sigma_v} \end{aligned} \quad (22)$$

Спајањем једначина 10 и 11 се добија:

$$\sigma_v = \frac{\sigma}{\rho_d} = \frac{1}{\rho_d} v \cdot \lambda_0 \cdot c_0 \cdot e^{-\lambda_0 \cdot y} \cdot t$$

$$\text{Ако уведемо смену } \alpha = \frac{v \cdot \lambda_0 \cdot c_0}{\rho_d \cdot p_0} \rightarrow \sigma_v = \alpha \cdot p_0 \cdot e^{-\lambda_0 \cdot y} \cdot t$$

$$\frac{dz}{dy}_t = I_0 \cdot \frac{1}{(1 - \alpha \cdot t \cdot e^{-\lambda_0 \cdot y})^2} \quad (23)$$

И на крају, када смо добили губитак енергије за посматрани делић онда интеграцијом добијамо губитке енергије кроз целу дубину филтерске испуне за неко време t :

$$H = \int_0^L \frac{dz}{dy}_t dy = \int_0^L I_0 \cdot \frac{dy}{(1 - \alpha \cdot t \cdot e^{-\lambda_0 \cdot y})^2}$$

$$H = \frac{I_0}{\lambda_0} \cdot \frac{\alpha \cdot t}{1 - \alpha \cdot t} \cdot \frac{e^{\lambda_0 \cdot L} - 1}{e^{\lambda_0 \cdot L} - \alpha \cdot t} + \ln \frac{e^{\lambda_0 \cdot L} - \alpha \cdot t}{1 - \alpha \cdot t} \quad (24)$$

7.2 Математички модел филтера код којег коефицијент филтрације (λ) опада током времена

У реалности коефицијент филтрације опада временом због преношења велике количине нечистоћа из сирове воде, које пролазе и до највећих дубина филтера. Код претходног модела није дат утицај дебљине филтерске испуне као ни гранулације филтерских зрна, брзине филтрације, квалитета сирове воде итд. на филтрациони коефицијент λ . Током времена, многи истраживачи су покушавали да открију, прво од чега зависи, а потом и да успоставе неке релације за ефикасност филтрације.

Према овом математичком моделу коефицијент филтрације никако није константан већ варира током времена. У самом почетку филтрације λ расте, јер се ефикасност повећава задржаним нечистоћама и на тај начин поправља квалитет ефлуента. Али током времена те нечистоће запушавају поре филтерске испуне и тиме знатно смањује ефикасност таложења и самог коефицијента филтрације.

Најчешће теорије овог коефицијента које се користе су оне који су дали следећи научници:

Ивес:

$$\lambda_0 \approx \frac{1}{d_0^n \cdot v^{2 \cdot v}} \quad (25)$$

где је $1 < n < 3$

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \left(1 + \beta_1 \cdot \frac{\sigma_v}{p_0} - \beta_2 \cdot \frac{\sigma_v^2}{p_0 \cdot p_0 - \sigma_v} \right) \quad (26)$$

где β експериментално одређена константа.

Ивасаки:

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \left(1 - \beta \cdot \frac{v}{p_0}\right) \quad (27)$$

Лерк:

$$\lambda_0 \approx \frac{1 - p_0 \cdot p_0}{d_0^3 \cdot v \cdot v} \quad (28)$$

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_v}{p_0}\right) \quad (29)$$

Мароудас:

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_v}{\sigma_v^*}\right) \quad (30)$$

где је σ_v^* екпериментално одређивана константа која показује колико је максимално могуће акумулисање материјала.

Минц

$$\lambda_0 = \frac{v}{d_0},$$

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \left(1 - \frac{c_0}{c} \cdot \frac{\sigma_v}{\sigma_v^*}\right) \quad (31)$$

У следећим једначинама коришћене су Леркова једначина за λ_0 , а за λ су коришћене и теорија Ивасакиа и теорија Мароудаса чијим је спајањем дојина следећа једначина:

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_v}{n \cdot p_0}\right) \quad (32)$$

где је $n < 1$

Ако се то усвоји 3 основне једначине филтрације су:

Уклањање:

$$- \frac{\partial c}{\partial y} = \lambda \cdot c = \lambda_0 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_v}{n \cdot p_0}\right) \cdot c, \quad (33)$$

Запушавање:

$$- \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{v} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\rho_d}{v} \cdot \frac{\partial \sigma_v}{\partial t} \quad (34)$$

Отпор:

$$H = \int_0^L I_0 \cdot \frac{p_0}{p_0 - \sigma_v}^2 dy. \quad (35)$$

Ако се усвоје гранични услови:

$$\begin{aligned} y=0 & \quad c=c_0 \\ t=0 & \quad \sigma_v=0 \end{aligned} \quad \alpha = \frac{v \cdot \lambda_0 \cdot c_0}{n \cdot \rho_d \cdot p_0} \quad (36)$$

онда основне једначине филтрације имају као решење:

$$\begin{aligned} c &= c_0 \cdot \frac{e^{a \cdot t}}{e^{\lambda_0 \cdot y} \cdot e^{a \cdot t} - 1} & c_e &= c_0 \cdot \frac{e^{a \cdot t}}{e^{\lambda_0 \cdot y} \cdot e^{a \cdot t} - 1} \\ \sigma_v &= n \cdot p_0 \cdot \frac{e^{a \cdot t} - 1}{e^{\lambda_0 \cdot y} \cdot e^{a \cdot t} - 1} \\ \sigma_v &= n \cdot p_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{\lambda_0 \cdot t} \cdot \ln \frac{e^{\lambda_0 \cdot L} \cdot e^{a \cdot t} - 1}{e^{\lambda_0 \cdot y} \cdot e^{a \cdot t} - 1} \right) \end{aligned}$$

$$H = \frac{l_0}{\lambda_0} \cdot \frac{\lambda_0 \cdot L}{1-n^2} - \frac{n^2 \cdot e^{\lambda_0 \cdot L} - 1 \cdot e^{a \cdot t} - 1}{1-n \cdot e^{\lambda_0 \cdot L} + 1+n \cdot e^{a \cdot t} - 1} \cdot \frac{n \cdot (2-n)}{1-n^2} \cdot \ln \frac{e^{\lambda_0 \cdot L} + 1-n \cdot e^{a \cdot t} - 1}{1-n \cdot e^{a \cdot t} + n} \quad (37)$$

8. Пример пројектовања

Пројектовати брзи пешчани филтер који би третирао 10.000.000 l сирове воде дневно. Та количина воде би задовољавала потребе за око 67 000 становника. Потребно је одредити време трајања рада филтера између 2 прања.

$$10.000.000 \text{ l} = 10.000 \text{ m}^3/\text{dan} = 417 \text{ m}^3/\text{h}$$

Препоручена брзина филтрације се креће у интервалу од 4-15 m/h.

Овде је усвојено $5 \text{ m/h} = 1,4 \times 10^{-3} \text{ m/s}$

Ако је ово брзина којом вода протиче по једном кваadratном метру онда би, једноставном рачуницом, укупна површина филтрационог слоја, за потребе третирања $10.000 \text{ m}^3/\text{dan}$, била $P=84\text{m}^2$.

Према подацима NPTEL (National Programme on Technology Enhanced Learning) однос дужине и ширине филтерског кућишта је:

$$\frac{L}{B} = 1,3 \quad \rightarrow \quad 1,3 \cdot B^2 = 42 \quad \rightarrow \quad B = 5,7 \text{ m}, \quad L = 7,4 \text{ m} \quad [10] [11] [12]$$

Оно што је најбитније је да се одреди је време рада филтера између 2 прања , како би се знало када је филтер спреман за прање, јер након извесног времена, отпори постану толико велики да ефикасност значајно пада, а квалитет ефлуента се погоршава.

Према PCD (Pollution Control Department) концентрација састојака у ефлуенту не сме бити већа од $0,5 \text{ g/m}^3$, а отпори не већи од 1,5 m. [7]

У наредном делу биће приказан пример на основу првог математичког модела и после ће бити уоређени резултати са другим.

8.1 Први математички модел

Усвајају се следеће вредности:

Дубина филтера: $L = 0,75 \text{ m}$

Гранулација: $d_0 = 0,7 \text{ mm}$

Порозност: $p_0 = 0,445$

Брзина филтрације: $v = 1,4 \times 10^{-3}$

Кинематска вискозност воде: $\nu = 1,3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Концентрација суспендованих материја у сирвој води: $c_0 = 16 \text{ g/m}^3$

Густина акумулисаних нечистоћа: $\rho_d = 50 \text{ kg/m}^3$

Коефицијент филтрације: $\lambda_0 = 6 \text{ m}^{-1}$

Отпор филтера се рачуна помоћу једначине 24 која гласи:

$$H = \frac{I_0}{\lambda_0} \cdot \frac{\alpha \cdot t}{1 - \alpha \cdot t} \cdot \frac{e^{\lambda_0 \cdot L} - 1}{e^{\lambda_0 \cdot L} - \alpha \cdot t} + \ln \frac{e^{\lambda_0 \cdot L} - \alpha \cdot t}{1 - \alpha \cdot t}$$

Оно што је непознато је пад пијезометријског нивоа, који се рачуна преко једначине 12:

$$I_0 = \frac{180 \cdot \nu}{g} \cdot \frac{(1 - p_0)^2}{p_0^3} \cdot \frac{\nu}{d_0^2}$$

$$I_0 = \frac{180 \cdot 1,3 \cdot 10^{-6}}{9,81} \cdot \frac{(1 - 0,445)^2}{0,445^3} \cdot \frac{1,4 \cdot 10^{-3}}{0,7^2 \cdot 10^{-6}} = 0,238$$

$$\alpha = \frac{1,4 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 16 \cdot 10^{-3}}{33,5 \cdot 0,445} = 9 \cdot 10^{-6}$$

$$e^{\lambda_0 \cdot L} = e^{6 \cdot 0,75} = 90$$

Резултати за H приказани су у Табели 2.

Табела 2 – Вредности за први математички модел

t [10 ⁵ s]	t [h]	H [m]
0	0	0,18
0,25	6,94	0,19
0,50	13,89	0,23
0,75	20,83	0,31
1	27,78	0,61
1,25	30,83	∞

Према овом моделу отпори брзо расту током времена до бесконачности и то не задовољава практичне потребе јер би онда време рада филтера између 2 прања било веома кратко.

8.2 Други математички модел

За n=0,75

$$\alpha = \frac{1,4 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 16 \cdot 10^{-3}}{0,75 \cdot 33,5 \cdot 0,445} = 9 \cdot 10^{-6}$$

Концентрација суспендованих материја у ефлуенту је:

$$c_e = c_0 \cdot \frac{e^{a \cdot t}}{e^{\lambda_0 \cdot y} \cdot e^{a \cdot t} - 1}$$

Отпоре рачунамо преко једначине 37, где када заменимо n=0,75, добијамо:

$$H = \frac{I_0}{\lambda_0} \cdot 16 \cdot \lambda_0 \cdot L - 36 \cdot \frac{e^{\lambda_0 \cdot L} - 1 \cdot e^{a \cdot t} - 1}{4 \cdot e^{\lambda_0 \cdot L} + e^{a \cdot t} - 1 \cdot e^{a \cdot t} + 3} - 15 \cdot \ln \frac{4 \cdot e^{\lambda_0 \cdot L} + e^{a \cdot t} - 1}{e^{a \cdot t} + 3}$$

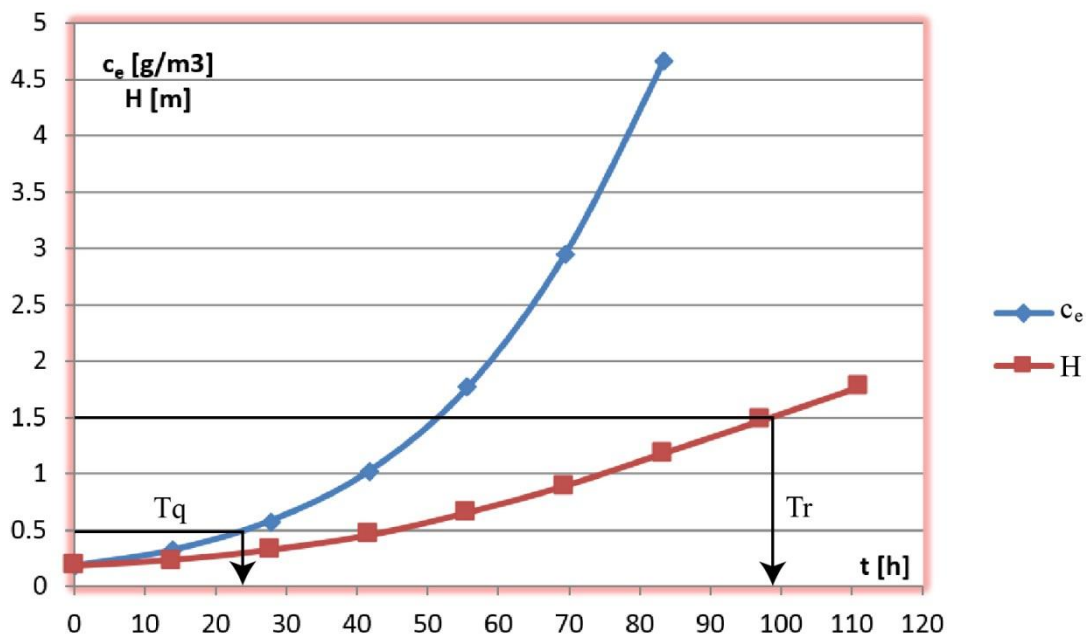
Резултати за c_e и H приказани су у Табели 3.

Табела 3 – Вредности за други математички модел

$t [10^5 s]$	$t [h]$	$c_e [g/m^3]$	$H [m]$
0	0	0.18	0.18
0.5	13.9	0.32	0.23
1	27.8	0.58	0.32
1.5	41.7	1.02	0.45
2	55.6	1.76	0.65
2.5	69.5	2.95	0.89
3	83.4	4.66	1.18
3.5	97.3		1.47
4	111.2		1.77

Резултати из табеле су графички приказани на Дијаграму 1.

Дијаграм 1- Графички приказане вредности из Табеле 3



Са дијаграма су одређене вредности времена рада филтра између 2 прања по основу квалитета ефлуента (T_q), односно максимално дозвољеног отпора филтра (T_r)

$$T_q = 23,5 \text{ h} \quad T_r = 99 \text{ h}$$

Обзиром да су ове две вредности доста далеко једна од друге морају се приближити и то се може одредити коришћењем ситнијег филтерског материјала.

Пречник d_0 смањујемо са 0,7 mm на 0,6 mm, па ће доћи до промене λ_0 , α , I_0 који сада износе:

$$\lambda'_0 = \frac{0,7}{0,6}^3 \cdot 6 = 9,528 \text{ m}^{-1}$$

$$\alpha' = \frac{0,7}{0,6}^3 \cdot 12 \cdot 10^{-6} = 19,056 \cdot 10^{-6} \text{ sec}^{-1}$$

$$I'_0 = \frac{0,7}{0,6}^3 \cdot 0,238 = 0,320$$

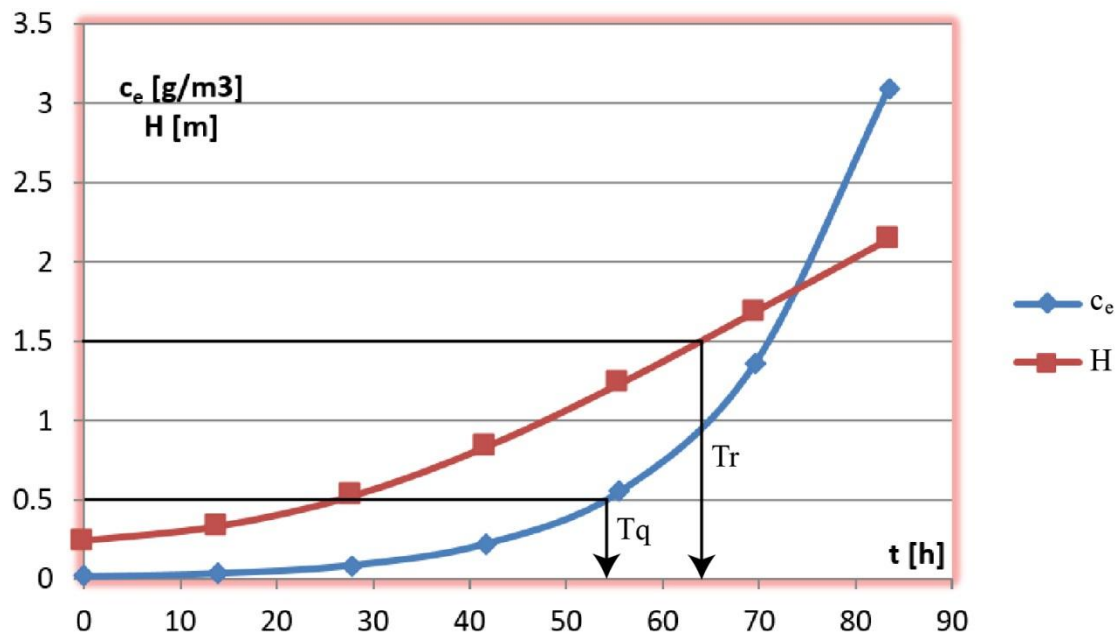
Резултати за c_e и H приказани су у Табели 4.

Табела 4 – *Кориговане вредности за други математички модел*

$t [10^5 \text{s}]$	$t [\text{h}]$	$c_e [\text{g/m}^3]$	$H [\text{m}]$
0	0	0.013	0.24
0.5	13.9	0.033	0.33
1	27.8	0.084	0.52
1.5	41.7	0.22	0.83
2	55.6	0.55	1.23
2.5	69.5	1.35	1.68
3	83.4	3.09	2.14

Резултати из табеле су графички приказани на Дијаграму 2.

Дијаграм 2 - Графички приказане вредности из Табеле 4



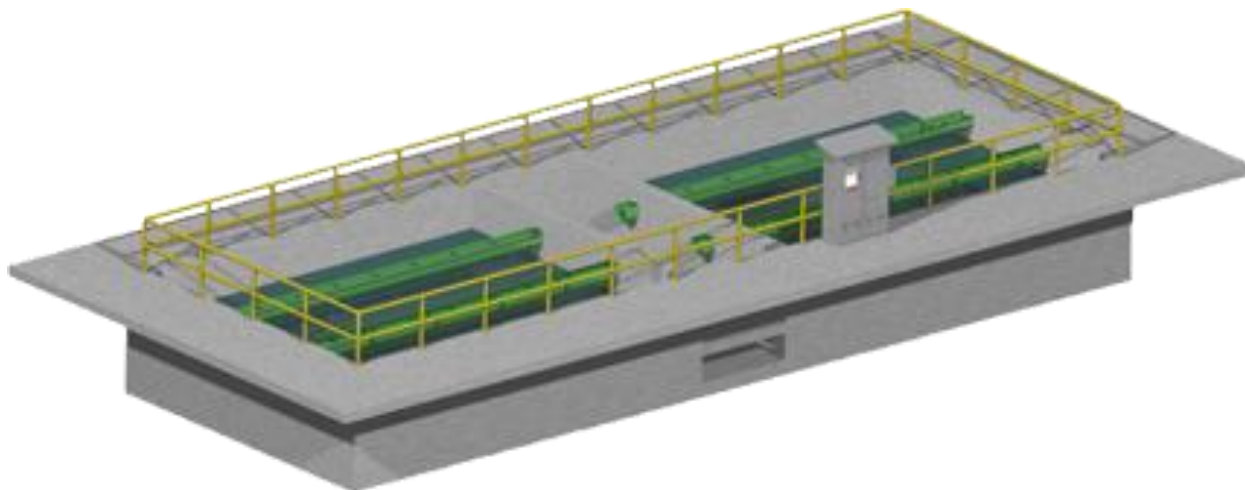
Са дијаграма су одређене вредности времена рада филтра између 2 прања по основу квалитета ефлуента (T_q), односно максимално дозвољеног отпора филтра (T_r)

$$T_q = 53,5 \text{ h} \quad T_r = 64 \text{ h}$$

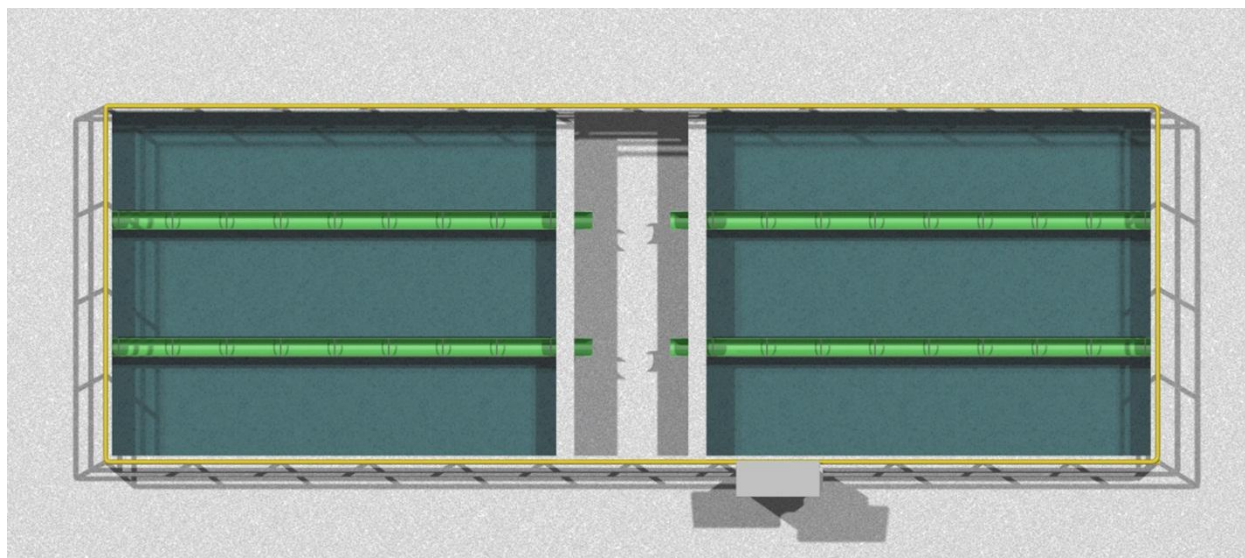
Практичне потребе овим су задовољене. Трошкови изградње филтра би се могли смањити евентуалним повећавањем брзине филтрације, јер би се на тај начин смањила површина филтерског слоја, али са друге стране то би повећало гранулацију и дебљину филтера, што би, пак, повећало трошкове.

9. 3Д модел

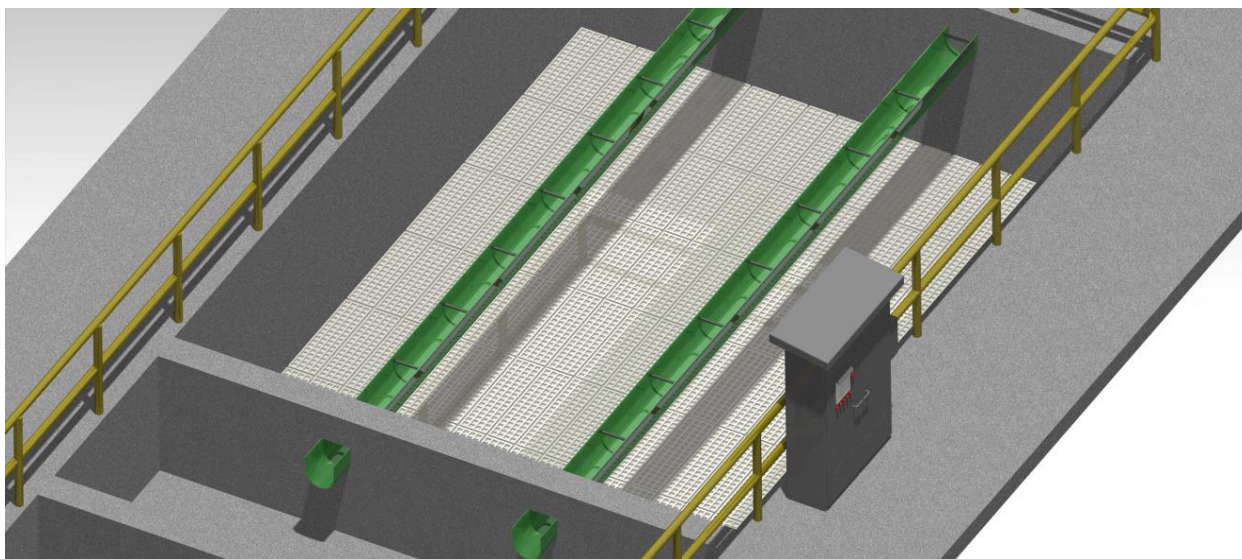
У овом поглављу је дат 3Д модел брзог филтра чије су димензије прорачунате у претходном поглављу. На сликама 19, 20, 21 и 22 је приказан брзи филтер у изометријском положају, са погледом одозго, са погледом на дренажни систем и са транспарентним кућиштем.



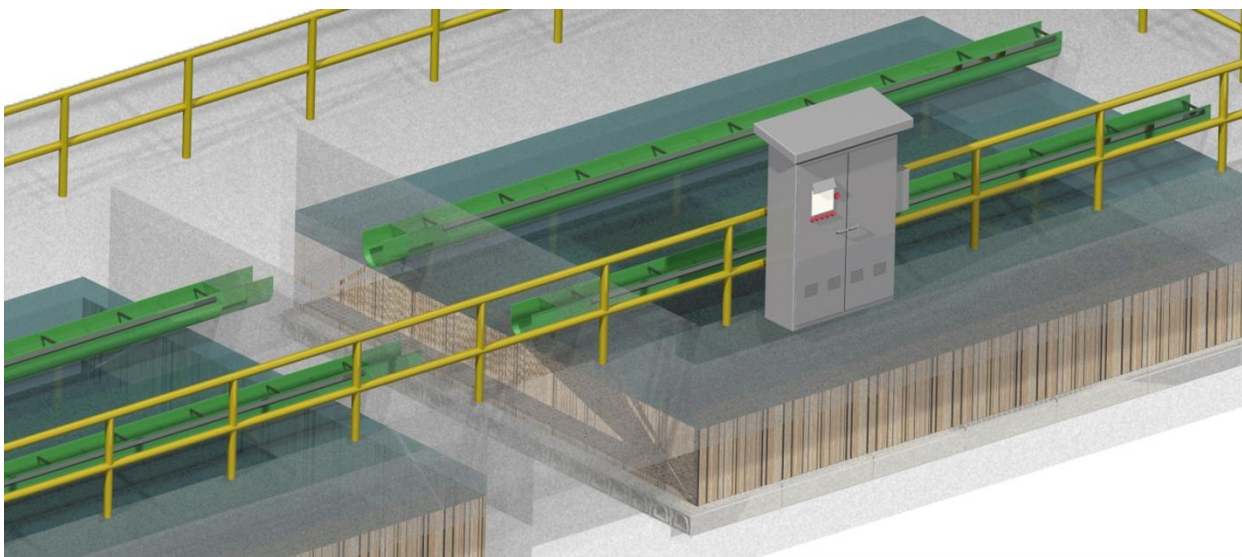
Слика 19 – Брзи филтер



Слика 20 – Брзи филтер (поглед одозго)



Слика 21 – Брзи филтер (поглед на дренажни систем)



Слика 22 - Брзи филтер (транспарентно)

10. Закључак

У припреми воде за пиће брзи пешчани филтри се, као поуздана, једноставна и јефтина техника, успешно користе више од једног века,. Оно што је за њих карактеристично и што их издваја од других је то што су изграђени као потопљени филтри са слободном површином воде са пролазом воде на доле под дејством гравитације. То је својство брзих пешчаних филтра које се није променио још од 1885. године када су по први пут и коришћени.

У овом мастер раду је описан механизам филтрације, где је посебан акценат стављен на функционисање брзих пешчаних филтера.

Главни део овог мастер рада је био да се постави математички модел помоћу којег је могуће тачно одредити време рада филтера између два прања које је најважније када су у питању филтри. Постављен је први математички модел за који је утврђено да није добар за практичну употребу и други математички модел којим су, после корекције, добијене конкретне вредности што се тичу времена рада филтра по основу квалитета ефлуента односно максимално дозвољеног отпора филтра.

На са мом крају је дат 3Д модел брзог филтра чије су димензије добијене постављеним математичким моделом.

11. Литература

- [1] Шуштершич В., *Технологије и постројења у припреми воде за пиће и третману отпадних вода*, Факултет инжењерских наука, Универзитет у Крагујевцу, 2014.
- [2] Љубисављевић Д., Ђукић А., Бабић Б., *Пречишћавање отпадних вода*, Грађевински факултет, Универзитет у Београду, 2004.
- [3] Keinath T., Wanielista M: *Mathematical modeling for water pollution control processes*, Ann Arbor Science Publishers, 1975.
- [4] *Water treatment manuals, Filtration*, Environmental Protection Agency, Ireland, 1995.
- [5] Frank R., *Handbook of water and wastewater treatment plant operations*, Taylor and Francis Group, 2009
- [6] *Филтрација*, CWG (Clean Water Group), Загреб, Хрватска
- [7] http://www.pcd.go.th/info_serv/en_reg_std_water04.html (приступљено 15.08.2015.)
- [8] <http://www.xylem.com/treatment/us/products/filterworx-performance-filter#item2> (приступљено 10.09.2015.)
- [9] <http://www.mrwa.com/WaterWorksMnl/Chapter%2018%20Filtration.pdf> (приступљено 7.09.2015.)
- [10] <http://nptel.ac.in/> (приступљено 15.08.2015.)
- [11] <http://nptel.ac.in/courses/105104102/Lecture%2011.htm> (приступљено 15.08.2015.)
- [12] <http://nptel.ac.in/courses/105104102/design%20problem.htm#Rapid%20Sand%20Filter%20Design> (приступљено 15.08.2015.)