

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Машинске конструкције и механизација

Предмет: Машински елементи

Број индекса: 66/2012

Викторија С. Јанковић

Мерење и контрола тачности израде зупчаника

завршни рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. Др Зорица Ђорђевић, ванр.проф - ментор
2. _____
3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завршног рада кандидат треба да:

1. Увод,
2. Толеранције еволвентних зупчаника,
3. Функционална (комплексна) и појединачна (диференцијална) контрола зупчаника,
4. Контрола спрезањем (радијална и тангенцијална метода),
5. Мерење дебљине зупца и међузубља,
6. Пример прорачуна и контроле дебљине зупца и мере преко зубаца,
7. Закључак.

Препоручена литература:

[1] Николић Вера, Машински елементи - теорија, прорачун, примери, Машински факултет Крагујевац, Крагујевац, 2004.

[2] Милтеновић Војислав, Огњановић Милосав, Машински елементи - зупчаници, Машински факултет Београд, 1991.

Крагујевац, 2015.

ментор:

Др Зорица Ђорђевић, ванр.проф

Резиме

Клизанье глатких фриксионих површина може се спречити када се по њиховом обиму ураде зупци. Тако од глатких точкова постају зупчаници. У овом завршном раду разматрани су мерење и контрола тачности при изради зупчаника. Као машински елемент који врши пренос обртног кретања са једног вратила на друго, веома је битна њихова контрола и тачност. У тачки два овога рада обрађена је толеранција еволвентних зупчаника, који због своје лаке израде имају највећу примену у пракси. Као две најраспрострањеније контроле зупчаника користе се функционална (комплексна) и појединачна (диференцијална) контрола. Детаљно је дат осврт на контролу спрезањем, како радијалну тако и тангентијалну. Да би зупчаник имао што дужи век трајања веома су битни дебљина зупца и међузубља. У петој тачки рада, кроз пример прорачуна, је објашњено како се врши контрола параметара зупчаника и контрола међузубља.

Кључне речи: Зупчаник, зупци, толеранције зупчаника, мерење и контрола

Summary

Skating smooth friction surface can be prevented when the extent of their teeth done. That is how from smooth castors they become gears. In this final work we will consider control and measurement towards making gear. In this final paper the measurement and control accuracy when making gear. In paragraph two of this study was treated with tolerance on spur gears, which, because of its easy development have the greatest application in practice. As the two most widespread control gear used functional (complex) and individuals (differential) control. It is given in detail the overview of the control coupling, both radial and tangential. In order for gear to last more it is very important the thickness of a tooth and the space between teeth. As to show how can we perform control of the gear parameter the estimate example and control of the space between teeth are given in the fifth chapter.

Key words: Gear, teeth, gear tolerance, measurement and control

Садржај

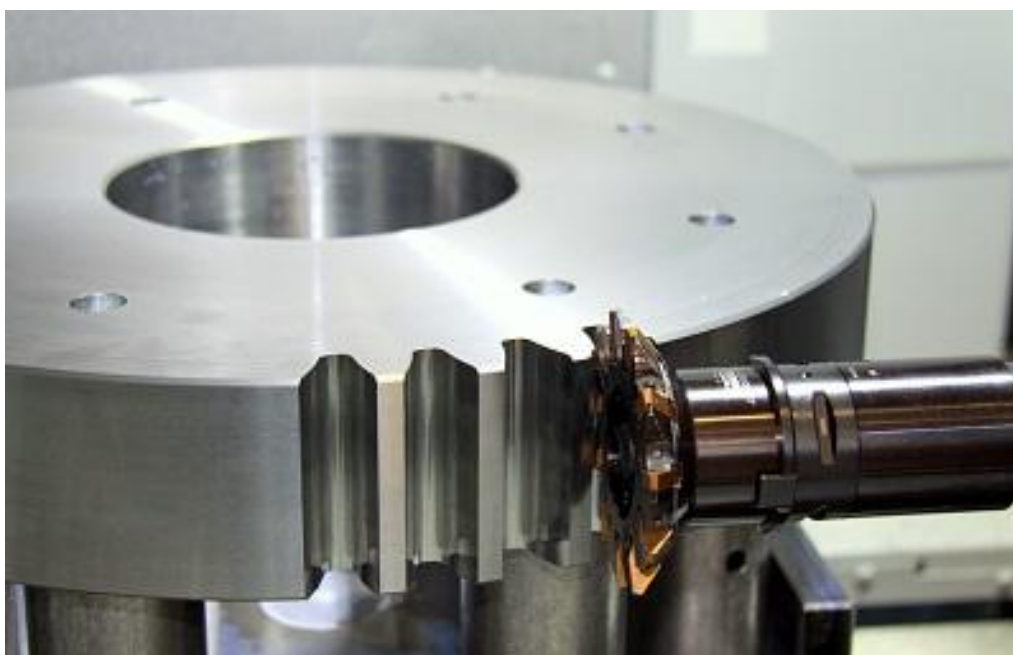
1.0	Увод.....	5
2.0	Толеранција еволвентних зупчаника	11
2.1	Толеранција бочне линије зупца.....	13
2.2	Толеранција дебљине зубаца и мере преко зупца.....	14
2.4	Толеранција основног растојања.....	17
3.0	Функционална (комплексна) и појединачна (диференцијална) контрола зупчаника.....	19
4.0	Контрола спрезањем (радијална и тангенцијална метода).....	21
5.0	Мерење дебљине зупца и међузубља.....	23
5.1	Тетивно мерење дебљине.....	23
5.2	Мерење дебљине у међузубљу помоћу ваљака и куглице.....	25
5.2.1	Ширина међузубља.....	26
5.3	Мерење дебљине зупчаника преко више зуба.....	27
6.0	Прорачун.....	30
	Закључак.....	37
	Литература.....	38

1. Увод

Зупчаници представљају машинске елементе за пренос обртног кретања са једног вратила на друго помоћу спрезања зубаца зупчаника. У зависности од облика, начина употребе и преносног односа, могу се користити за повећање и смањење обртног момента, брзине ротације и промену смера ротације.

Зупчаници се израђују ливењем, ваљањем или обрадом скидањем струготине. Зупци добијени ливењем немају тачан профил - са једне стране због нетачности модела, односно шаблона за калупљење, а са друге стране због неуједначеног скупљања растопљеног метала при хлађењу. Стога се ливени зупчаници са необрађеним зупцима употребљавају само за грубе машине, машине са малим брзинама обртања ($v < 3 \text{ m/s}$). Зупчаници од танких лимова могу се добијати и просецањем. Овакви зупчаници примењују се у финој механици. Код израде зупчаника скидањем струготине (Слика 1.1) примењује се:

- директна метода обраде профилисаним алатом;
- индиректна метода обраде одвалним котрљањем.



Слика 1.1 Израда зупчаника скидањем струготине

Грешке које настају при обради, коришћењем било које од ових метода, утичу на отпорност зупчаника на хабање, на буку коју производе у раду, на пренос снаге и појаву осцилација.

Предности зупчаника су[1, 2]:

- висок степен искоришћења;
- велика трајност и сигурност у погону;
- мале димензије;
- могу се употребљавати за пренос снаге и брзине обртања широког распона;
- једноставно одржавање.

Недостаци зупчаника су:

- вибрације и шумови због крутог преноса обртног момента;
- захтева се врло тачна обрада.

Зупчаници према положају оса зупчастог пара могу бити [1, 2]:

- зупчаници са паралелним осама;
- зупчаници чије се осе секу;
- зупчаници чије се осе мимоилазе.

Зупчаници са паралелним осама (Слика 1.2) могу бити[1]:

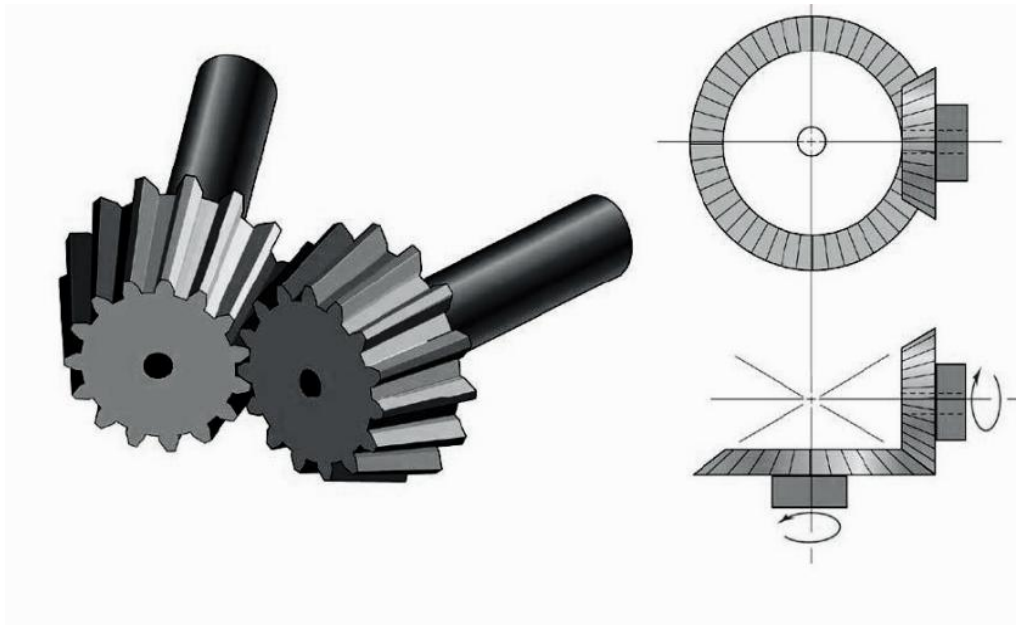
- цилиндрични зупчаници са спољашњим озубљењем;
- цилиндрични зупчаници са унутрашњим озубљењем;
- цилиндрични зупчаници са косим зупцима;
- цилиндрични зупчаници са стреластим зупцима.



Слика 1.2- Зупчаници са паралелним осама

Зупчаници чије се осе секу (Слика 1.3) могу бити[1]:

- зупчаници са правим зупцима;
- зупчаници са косим зупцима ;
- зупчаници са спиралним зупцима.



Слика 1.3- Зупчаници чије се осе секу

Зупчаници чије се осе мимоилазе могу бити[1]:

- цилиндрични зупчаници са завојним зупцима;
- хипоидни зупчаници;
- пужни парови.



Слика 1.4 Пужни пар [7]

На слици 1.5[2] је дат степен заступљености механичких преносника. Највећу примену налазе цилиндрични зупчаници. Израђују се са различитим положајем оса и користе се за велике бројеве обртаја.



Слика 1.5 Степен заступљености механичких преносника снаге

Домен примене зупчастих парова дат је на слици 1.6

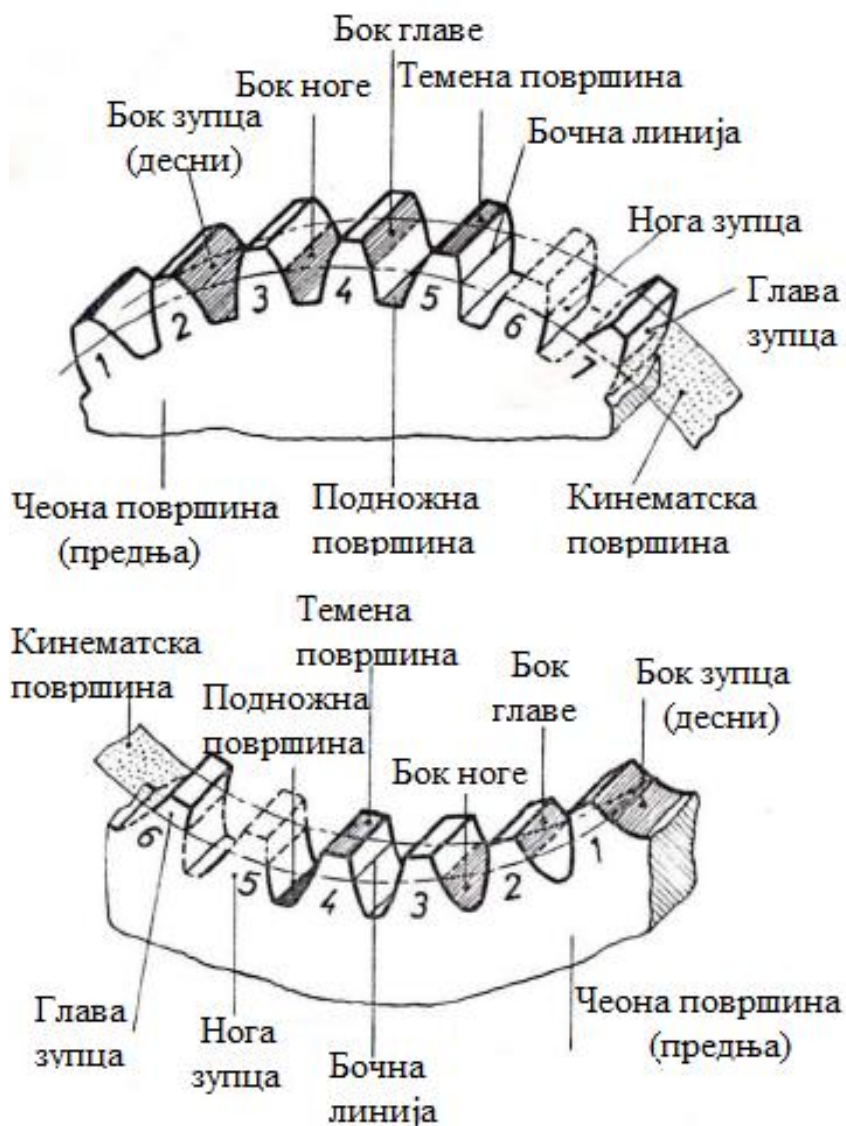


Слика 1.6 Домен примене зупчастих парова[2]

1.1 Делови зупца

Зупци зупчаника су испупчења на зупчанику помоћу којих се преноси кретање са једног зупчаника на други.

Простор између два зупца једног зупчаника назива се *међузубље*. Површина која ограничава зупце по висини назива се *темена површина*. Површина (слика 1.7) која ограничава међузубља по дубини назива се *подножна површина*

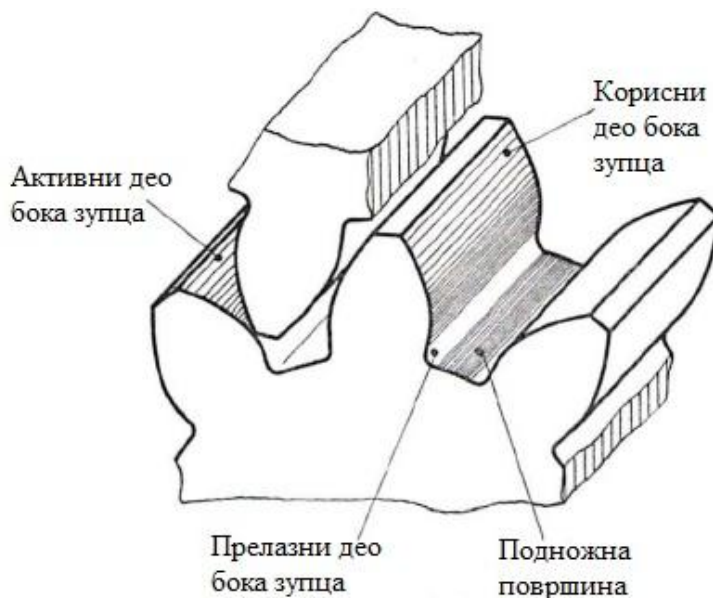


Слика 1.7 Зупци зупчаника [13]

Површине које ограничавају зупце по дужини називају се *чеоне површине*. Разликујемо предњу и задњу чеону површину. Површина зупца између темене и подножне површине назива се *бок зупца*.

На боку зупца разликујемо корисни део бока и прелазни део бока зупца. Активни део бока зупца је део бока зупца на коме се врши додиривање саспрегнутим боком.

Код зупца разликујемо главу и ногу. Глава зупца је део зупца између кинематске и темене површине. Нога зупца је део зупца између кинематске и подножне површине [13].



Слика 1.8 Корисни и прелазни део бока зупца [13]

Профил зупца добија се пресеком зупца са погодном одабраном површином. Код цилиндричних зупчаника профил зупца добија се пресеком зупца, било којом равни управно на осу зупчаника. Профил зуба коничног зупчаника добија се пресеком зубаца и омотача било које лопте са седиштем у пресечној тачки оса.

Пресечна линија бока зупца и кинематске површине назива се бочна линија зупца. Аналогно боку зупца, код профила зупца разликујемо темени, подножни и кинематски круг и кинематски (тренутни) пол.

2.Толеранције еволвентних зупчаника

У машинству се за облик профила зубаца најчешће користи еволвента и разне врсте циклоида. У том смислу разликују се циклоидни и еволвентни зупчаници.



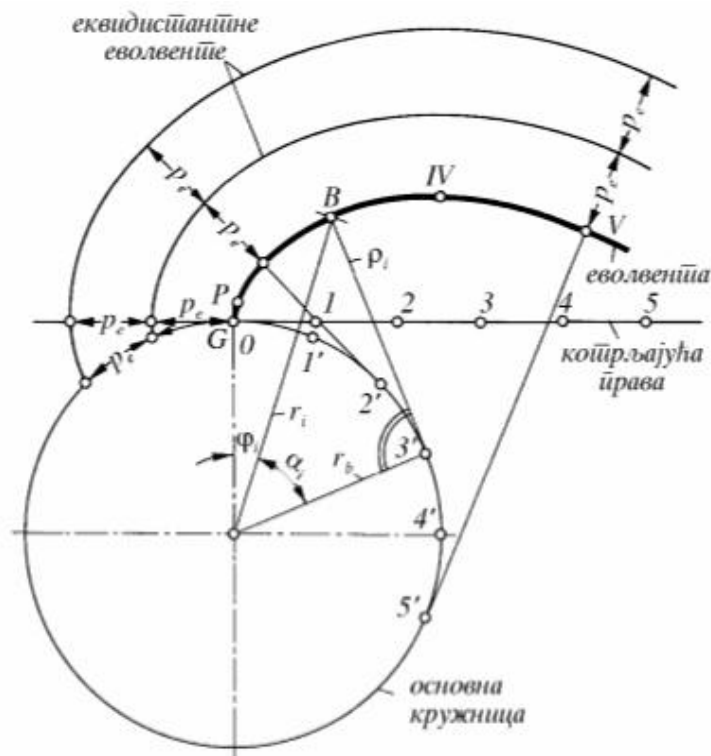
Слика 2.1 а) еволвентни зупчаници, б) циклоидни зупчаници

У погледу носивости циклоидни зупчаници имају низ предности у односу на еволвентне, али због тешкоће при изради користе се само за специјалне намене. Еволвентни зупчаници имају правудодирницу и простоту израде зубаца и једноставни су за израду. Осим тога, зупчаници са еволвентним профилом зубаца одликују се и овим значајним особинама: извесном неосетљивошћу на нетачност међуосног растојања и међусобном разменљивошћу па се и најчешће користе у пракси. При котрљању праве по непокретној кружници, свака тачка праве описује у равни криву линију која се назива еволвента круга. Кружница по којој се котрља права назива се основна кружница (сл.2.2), а све на овај начин настале криве налазе се на једнаком међусобном растојању (еквидистантне криве) [2].

Зупчаници се контролишу одређивањем стварних мера и облика, и упоређивањем измерених одступања са стварним одступањима. Контролу зупчаника одређеног квалитета треба ради економичности производње вршити у целом току обраде, а и после сваке фазе обраде:

1. Контрола тела зупчаника врши се пре израде зубаца;
2. Контролу зубаца вршити за време израде и после израде зубаца;
3. Контрола спрезањем зупчаника врши се после израде зубаца;
4. Контрола међусобног положаја оса око којих зупчаници у раду морају ротирати врши се после израде;

5. Контрола зупчастог пара у радним условима такође се врши после израде [9].



Слика 2.2- Конструкција еволвентне

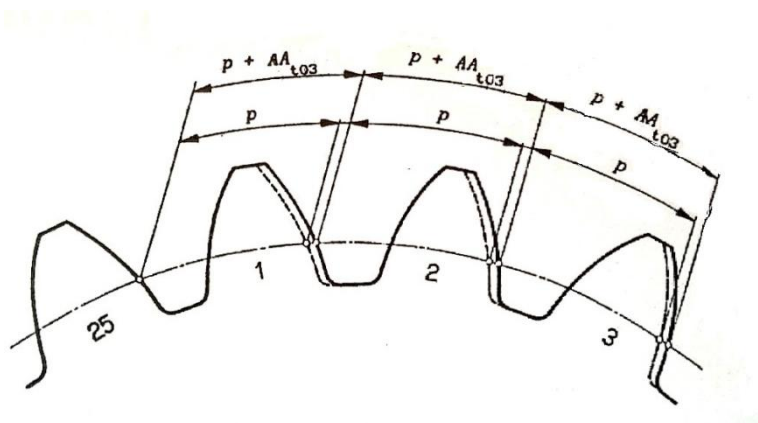
При изради зупчаника није могуће остварити апсолутну тачност како у погледу геометријских мера тако и у погледу тачности, зато се прописују дозвољена одступања. Зупчаници представљају везу која мора задовољити одређене кинематске захтеве Тolerанције, односно дозвољена одступања, морају да обухвате [2]:

- дебљину зупца;
- корак;
- правац бочне линије;
- осно растојање и др.

2.1 Толеранције корака зубаца

Одступање корака зубаца је алгебарска разлика стварне и називне величине корака и најчешће се мери дуж:

- подеоне кружнице (сл. 2.3);
- основне кружнице.



Слика 2.3- Одступање подеоног корака (A_{t0}) и збирно одступање подеоног корака ($3p + AA_{t0}$)

Одступање корака на подеоном кругу, код цилиндричних зупчаника се дефинише као алгебарска разлика стварне и називне вредности тог корака тј.

$$A_{t0} = p_s - p. \quad (2.1)$$

Стварна одступања се контролишу у нормалној равни.

Одступање корака на основном кругу се дефинише:

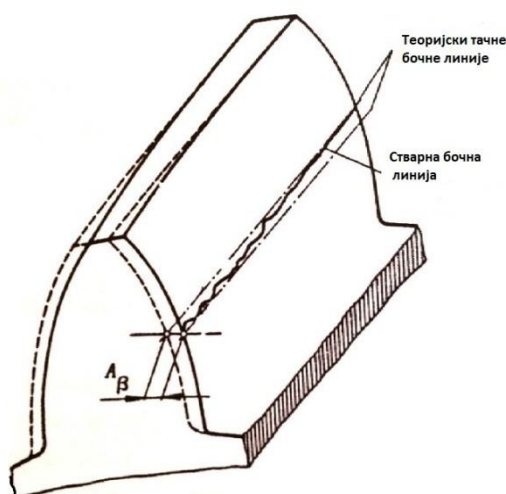
$$A_{tBb} = p_{bs} - p_b. \quad (2.2)$$

Према стандардима, код цилиндричних зупчаника са правим зупцима, одступања корака на основном кругу једнака су одступањима корака на подеоном кругу, док код зупчаника са косим зупцима одступање основног корака у нормалној равни је:

$$A_{tBb} = A_{t0} \cos \beta. \quad (2.3)$$

2.2 Толеранције бочне линије зупца

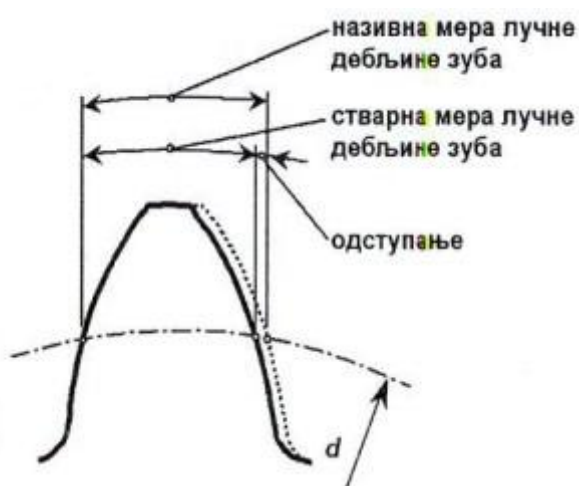
Одступање бочне линије представља минимално растојање између две теоријски тачне бочне линије, ако стварна линија лежи између њих (сл. 2.4).



Слика 2.4- Одступање бочне линије зупца

2.3 Толеранције дебљине зубаца и мере преко зубаца

Толеранција дебљине зубаца утиче на величину бочног зазора. Одступање дебљине зубаца (сл. 2.5) је алгебарска разлика између стварне и називне мере. Стварна мера може бити мерена на подеоној или било којој кружници. Најчешће се врши мерење преко већег броја зубаца и ова мера је позната као мера преко зубаца.



Слика 2.5- Одступање дебљине зупца

Мера преко зубаца код цилиндричних еволвентних зупчаника са правим зупцима може да се одреди према:

$$W = m \cdot \cos \alpha [\pi(z_w - 0,5) + z \cdot \operatorname{inv} \alpha] + 2x \cdot m \cdot \sin \alpha \quad (2.4)$$

где су: W - мера преко зубаца,

z_w - мерни број зубаца,

m - модул.

Израз за мерни број зубаца z_w :

$$z_w = \frac{z}{\pi} (\tan \alpha_x - \operatorname{inv} \alpha) - \frac{2x \cdot \tan \alpha}{\pi} + 0,5 \quad (2.5)$$

где је нападни угао у додирним тачкама α_x једнак:

$$\tan \alpha_x = \frac{1}{\cos \alpha} \sqrt{\sin^2 \alpha + 4 \frac{x}{z} \left(1 + \frac{x}{z}\right)} \quad (2.6)$$

Мерни број зубаца за случај да нема померања профила се одређује према:

$$z_w = \frac{z \cdot \alpha}{\pi} + 0,5 \quad (2.7)$$

Да би једначина 2.4 имала примену користе се посебни микрометри (слика 2.6).



Слика 2.6 Микрометар за мерење тачности зупчаника [10]

Мера преко зубаца код зупчаника са косим зупцима одређује се само у нормалној равни и износи:

$$W = m_n \cos \alpha_n [\pi(z_w - 0,5) + z \operatorname{inv} \alpha_t] + 2 \times m_n \sin \alpha_n (2.8)$$

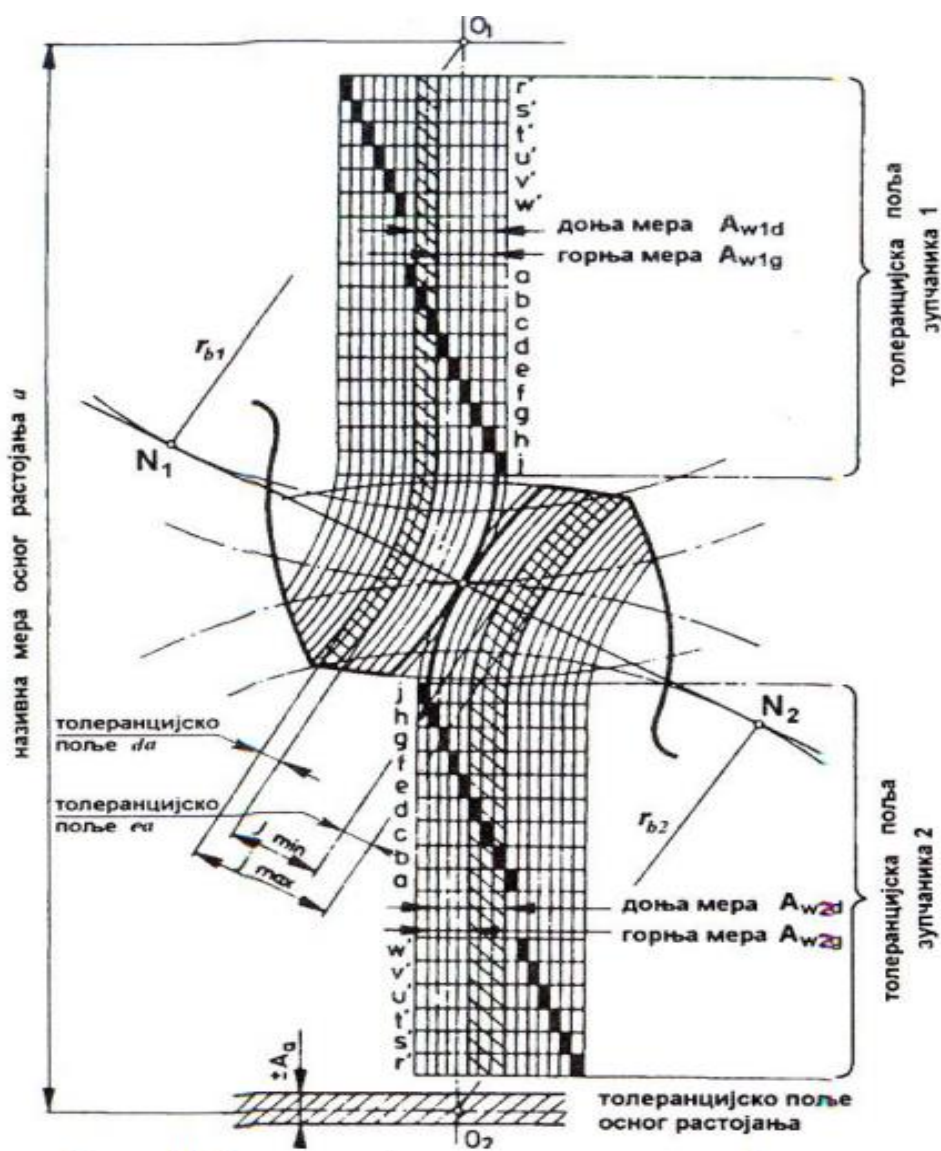
при чему је број зубаца преко којих се врши мерење једнак:

$$z_w = \frac{z}{\pi} \left(\frac{\tan \alpha_{tx}}{\cos^2 \beta_b} - \operatorname{inv} \alpha_t \right) - \frac{2X_t \tan \alpha_t}{\pi} + 0,5 (2.9)$$

а нападни угао α_{tx} је:

$$\tan \alpha_{tx} = \frac{1}{\cos \alpha_t} \sqrt{\sin^2 \alpha_t + 4 \frac{x_t}{z} \left(1 + \frac{x_t}{z} \right)} (2.10)$$

Толеранцијска поља мере преко зубаца дефинисана су словном и бројном ознаком. Словна ознака одеђује положај толеранцијског поља у односу на нулту линију: t, g, f, e, d, c, b, a, z', y', x', w', v', u', t', s' и r' (слика 2.7).



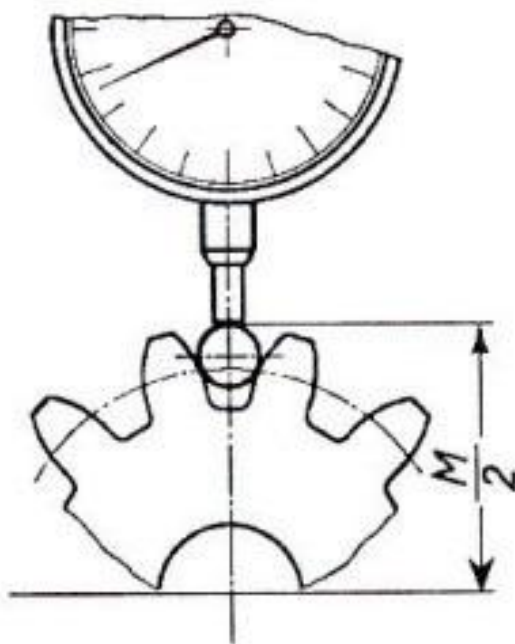
Слика 2.7- Толеранцијска поља мере преко зубаца

Бројним ознакама од 1 до 12 одећује се висина поља-квалитет тачности израде при чему број 1 означава највиши квалитет, а број 12 најнижи квалитет односно највеће толеранцијско поље [2].

Мерење мере преко зубаца код цилиндричних зупчаника с косим зупцима могуће је уколико је задовољен следећи услов[1, 3]:

$$b > W \sin \beta_b \quad (2.11)$$

Када овај услов није задовољен, код зупчаника са спољашњим озубљењем и са унутрашњим озубљењем (правим и косим зупцима) мерење дебљине зупца остварује се мером преко куглица (слика 2.7), ваљчића и призми уклештених у међузубље зупчаника. Помоћу мерних кугли, ваљчића и призми може се мерити и дебљина зубаца зупчаника са непарним бројем зубаца. За мерење унутрашњег озубљења користе се, такође, ваљчићи и куглице[9].



Слика 2.7 Мерење мере преко куглица

2.4 Толеранције основног растојања

Гранична одступања основног растојањадата су у зависности од квалитета толеранције и називне мере основног растојања.Предвиђена су 6 квалитета толеранције основног растојања при чему су толеранцијска поља симетрично постављена у односу на нулту линију.

Да би се код зупчастих парова обезбедило правилно спрезање, заменљивост зупчаника, миран рад, велика поузданост у раду и велика носивост, тачност облика и димензија карактеристичних величина зубаца мора се налазити унутар прописаних граница-толеранција [2].

Мере треба толерисати у следећим случајевима[2]:

- када мера треба да обезбеди исправно функционисање дела;
- када мера обезбеђује жељено налегање;
- када делови морају бити заменљиви;
- ако се делови производе на различитим местима и
- када у производњи алат условљава да нека мера буде са одређеним толеранцијама.

Табела 2.1 Смернице за избор квалитета толеранције према области примене [12]

Квалитет	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
Област примене	Мотори са унутрашњим сагоревањем, аутомобили											
	Машине алатке, аутобуси, камиони											
	Трактори											
	Дизалице и транспортери											
	Пољопривредне машине											
Квалитети 4,3 и 2 предвиђени су за еталон зупчанике, и то квалитет 4 за радионичку контролу, квалитет 3 за прецизну контролу, а квалитет 2 за прамерило												

Табела 2.2 Смернице за избор квалитета толеранције према обимној брзини и начину обраде

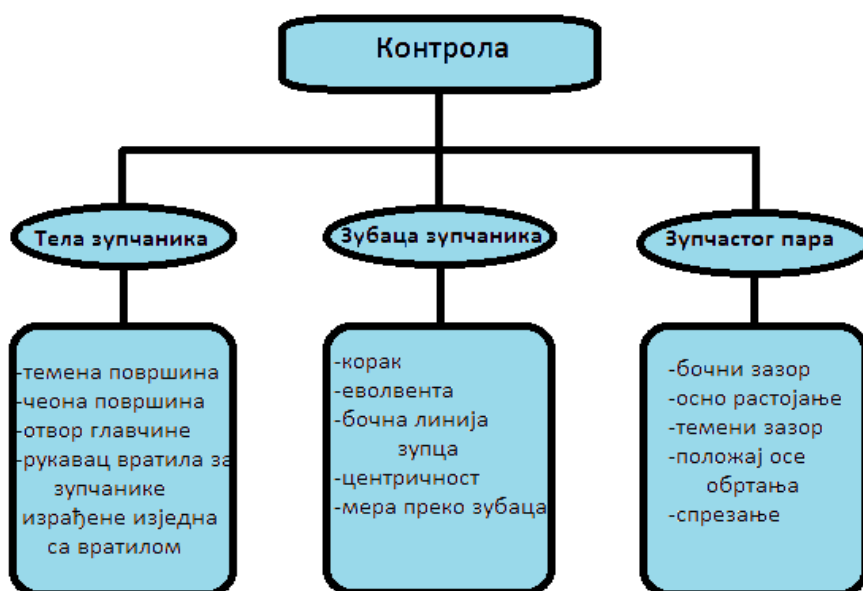
Начин обраде	Брушење									
			Рендисање, глодање							
						Рендисање или глодање потом каљење				
								Ливење		
Квалитет	5	6	7	8	9	10	11	12	13`	14
Обимна брзина						3÷1 m/s				
					6÷3 m/s					
	20÷6 m/s									

3. Функционална (комплексна) и појединачна (диференцијална) контрола зупчаника

Контрола зупчаника обавља се одређивањем стварних мера, стварних одступања мера и облика и упоређењем са дозвољеним одступањима.

Контрола профила зубаца се своди на контролу еволвенте и може се вршити уређајима који се деле у две групе: на уређаје са сталним и са променљивим основним кругом. Контрола се заснива на упоређивању теоријске еволвенте, коју симулира уређај, са стварним профилем бока зубаца зупчаника.

Величине зупчаника и зупчастог пара које се контролишу и чија су одступања стандардизована приказане су на слици 3.1



Слика 3.1- Величине зупчаника и зупчастог пара које се контролишу

Контрола зупчаника обухвата контролу појединих параметара [3]:

- дебљине зупца и ширине међузубља;
- корака;
- профила еволвенте;
- угла спирале зубаца;
- пречника основног круга;
- радијалног бацања и сл.

Контрола зупчаника може да се спроведе као[3]:

- функционална (комплексна);
- појединачна (диференцијална).

Функционална контрола обухвата[3]:

- контролу спрезањем;
- контролу бочне линије;
- контролу међусобног положаја оса зупчаника.

Појединачна контрола може да се спроведе као контрола[3]:

- профила зупца- еволвенте;
- бочне линије зупца (нагиба завојне линије);
- дебљине зупца и мере преко више зубаца, основног и тангентног корака;
- центричности и аксијалности;
- међусобног положаја оса зупчаника.

Контрола спрезањем омогућава добијање информација о употребљивости зупчаника, а не о појединачним грешкама. Контрола појединачних грешака не даје увек жељене резултате, јер се у раду зупчаника појединачне грешке могу међусобно компензирати.

Ознака начина контроле и толеранције зупчаника састоји се из словних и бројчаних ознака. Контрола спрезањем означава се словном ознаком (S), односно контрола преко једног бока зупца - тангенцијална метода са (S'), а преко два бока профила - радијална метода са (S''). Појединачна контрола означава се словом (E).

Уз појединачну контролу се користи комплексна контрола зупчаника, која омогућује добру оцену квалитета озубљења и рада пара зупчаника.

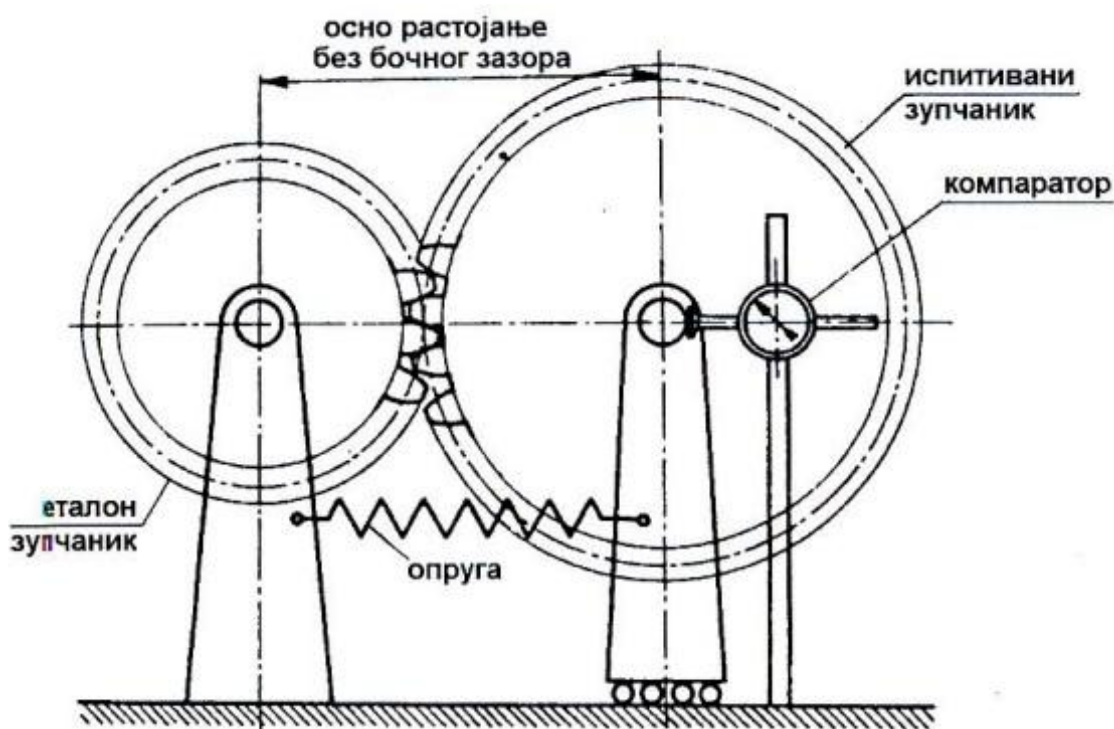
4. Контрола спрезањем (радијална и тангенцијална метода)

Контрола спрезањем се спроводи у циљу одређивања показатеља квалитета спрезања-одступања насталих суперпозицијом истовременог одступања облика и положаја. Обавља се спрезањем сваког зупчаника зупчастог пара са еталон- зупчаником или директним спрезањем самих зупчастих парова[8].

Контрола спрезањем се врши:

- радијалном методом(преко два бока профила зубаца);
- тангенцијалном методом(преко једног бока профила).

Код радијалне методе у захват се доводе два зупчаника, тако да се леви и десни бокови зубаца додирују, што се постиже радијалним притискивањем једног зупчаника у односу на други (слика 4.1).

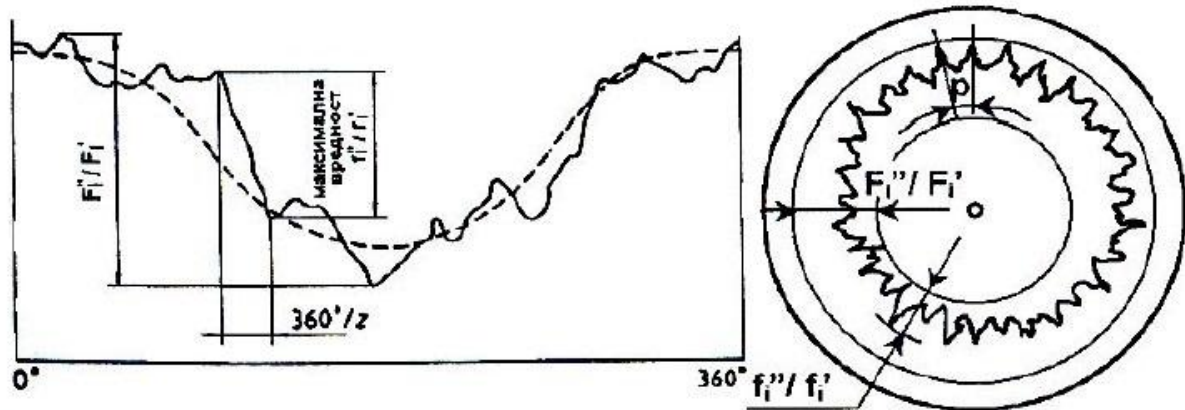


Слика 4.1- Радијална контрола спрезања зупчастих парова

Укупно радијално одступање представља разлику између екстремних вредности основог растојања за један обртај зупчаника, а појединачно радијално одступање представља разлику екстремних вредности основог растојања у току обртаја за један корак.

Код тангенцијалне методе зупчаници су постављени на тачном основном растојању, испитују се тако да се контролише посебно сваки бок профила зубаца. При контроли се региструје промена угла обртања гоњеног зупчаника, управоугаоном или поларном координатном систему[4].

Разлика екстремних вредности у току једног обртаја зупчаника представља укупно тангенцијално одступање. Највећа разлика екстремних вредности у току обртања за један корак представља појединачно тангенцијално одступање (слика 4.2).



Слика 4.2- Укупно и појединачно тангенцијално одступање

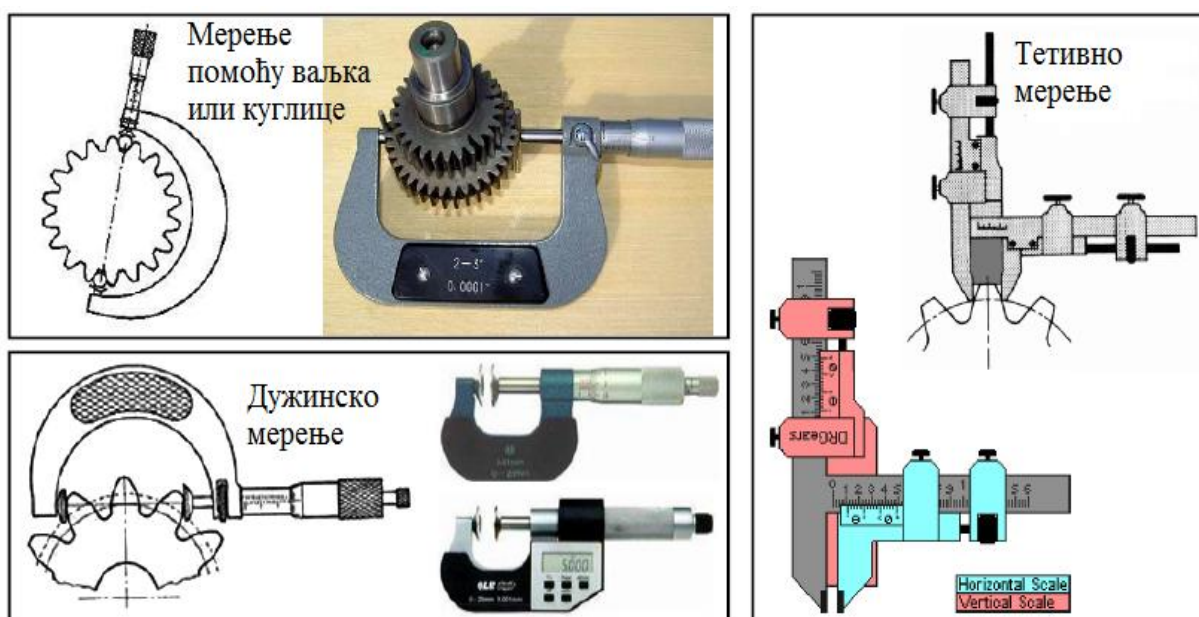
За испитивање тангенцијалном методом постоје два основна типа уређаја са механичким преносима[4]:

- са фрикционим дисковима (са константним и подешљивим међуосним растојањем) и
- без кругова котрљања.

5. Мерење дебљине зупца и међузубља

Постоје директне и индиректне методе за мерење дебљине зупца. Најчешће у примени су три методе:

- Тетивно мерење дебљине;
- Мерење дебљине помоћу ваљка или лоптице;
- Мерење дебљине преко више зубаца[11].



Слика 5.1 Мерење дебљине зупца [12]

5.1 Тетивно мерење дебљине

При коришћењу ове методе узима се један референтни зубац и на њему се врше мерења. Дебљина се мери кљунастим мерилом, које представља у ствари комбинацију кљунастог мерила и дубиномера. Састоји се из две милиметарске скале са нонијусом, постављеним под 90° . Дужа скала мери дебљину, а краћа дубину. Мери се тако што се кљунови метра постављају на најширем месту зупца, то јест по кинематском пречнику (Слика 5.2).

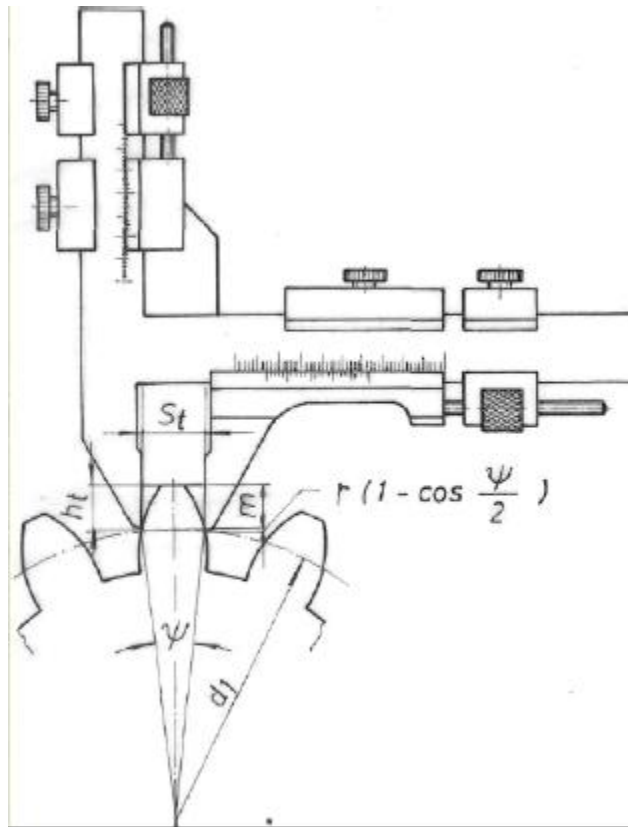
Тетивна дебљина и висина израчунавају се применом следећих једначина:

$$ht = m + r_1 \left(1 - \cos \frac{\psi}{2} \right) \pm mx \quad (5.1)$$

$$\psi = \frac{180}{z}$$

Притом ће пипци мерити тетиву на подеоном кругу, а не лучну дебљину зупца. Мера тетиве биће:

$$s_t = 2r_1 \sin \frac{\psi}{2} = mz \sin \frac{\psi}{2} \quad (5.2)$$



Слика 5.2 Приказ дебљине зуба [3]

У једначинама 5.1 и 5.2 наведене величине су:

m-модул зупчаника,
z-број зубаца зупчаника,
 r_1 -полупречник подеоног круга,
x-фактор померања.

Обично се дебљине (s_t) и висине (h_t) налазе без рачунања у табелама за одређени број зубаца и за модул $m = 1 \text{ mm}$. Множењем са одговарајућим модулом, добиће се тражена мера [3].

Ови образци важе за зупчанике са правим зупцима. За зупчанике са косим зупцима при прорачуну се користи нормални модул (m_n) [3].

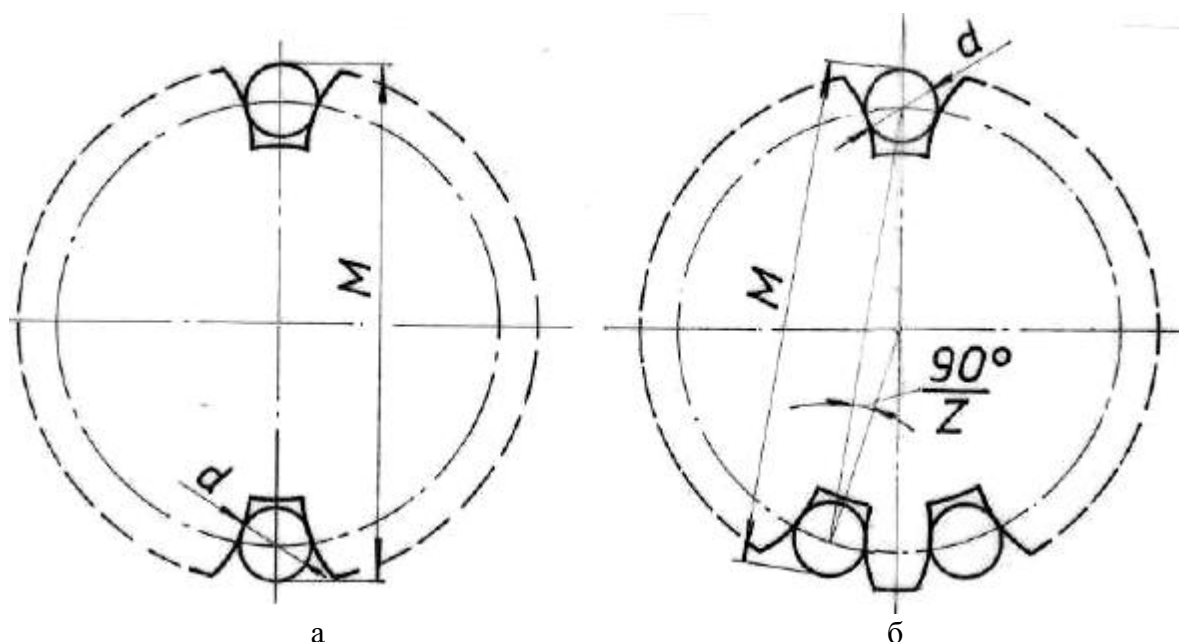
$$\begin{aligned}
 h_{tn} &= m_n + r_{1n} \left(1 - \cos \frac{\psi_n}{2} \right) \pm m_n x \\
 s_{st} &= m_n z_n \sin \frac{\psi_n}{2} \\
 r_{1n} &= \frac{m_n z_n}{2} \Rightarrow z_n = \frac{z}{\cos^3 \beta} \\
 \operatorname{tg} \alpha_n &= \operatorname{tg} \alpha \cos \beta
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

Мерење овим мерилом је тачно само у случају када је спољни пречник тачно израђен и концентричан са подеоним пречником [3].

5.2 Мерење дебљине зупца и ширине међузубља помоћу ваљака или куглице

Упоредно мерење дебљине зупца и ширине међузубља може се мерити једноставним уређајем, где се зупчаник поставља на осовину, на којој се може слободно окретати па се после мерења сваког зупца, пипак компаратора извуче, а мерни предмет окрене за један зубац.

Пипак компаратора је изменљив, тако да пипком са равном површином можемо мерити бацање спољњег пречника, са куглицом контролисати подеони пречник, са чешљастим наставком дебљину зупца и са зашиљеним пипком бацање подножног круга [3].



Слика 5.3 Мерење дебљине зупца зупчаника, а) са парним бројем зубаца, б) са непарним бројем зубаца [3]

Заслучајкадацентарваљчићалежитачнонаподеономкругу-кодцилиндричнихзупчаникасакосимзупцима, мерењесевршиуравнинормалнојнаправацзупца, такодауобрасцуфигуришенормалнимодулт_пи нормалнизахватниугао (угао додирнице) α_n .

Ако мерење врши микрометром, стављају седваваљчићаимери се величина M (слика 5.3).

Запаран број зубаца је:

$$M = d_1 + d \quad (5.4)$$

где су: d - пречник ваљчића,
 d_1 - пречник подеоног круга,
 M -збир пречника d и d_1 .

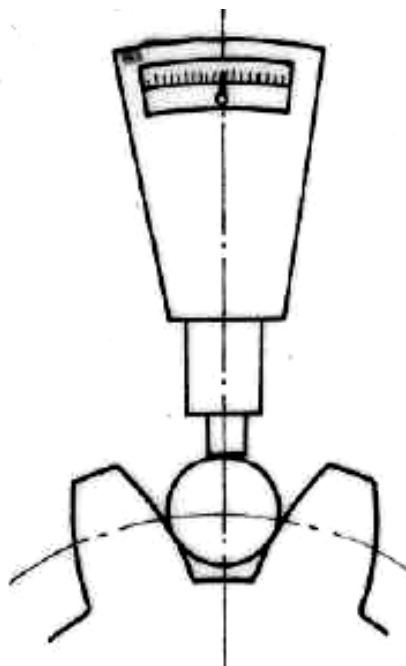
Азанепаран број зубаца је:

$$M = d_1 \cos \frac{90}{z} + d \quad (5.5)$$

$$\alpha = \arccos \frac{d_0}{d_1}$$

5.2.1 Мерење ширине међузубља

Ширина међузубља се може мерити постављањем калибрисаног ваљчића у међузубље, пасекомпаратором тада проверава тачност мере (сл. 5.4).

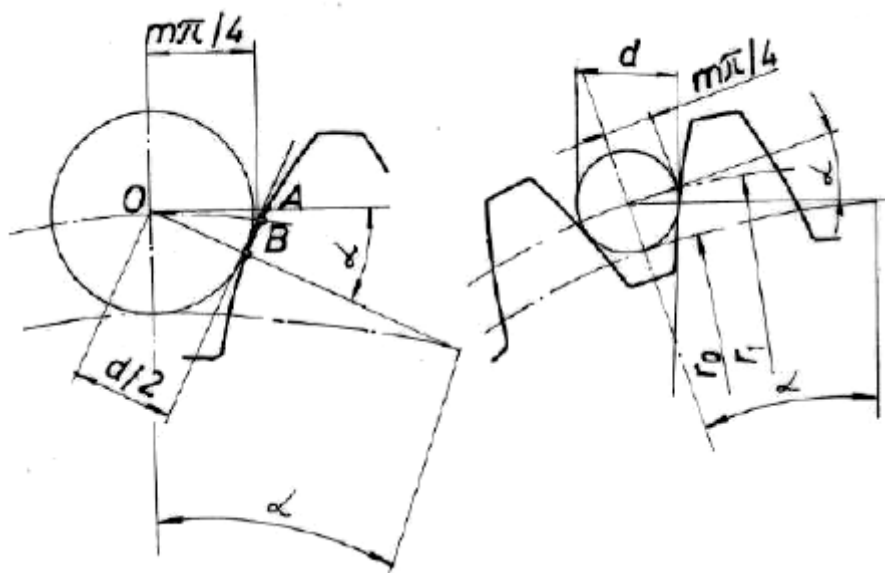


Слика 54 Мерење међузубља ваљчићем

Пречник ваљчића се одређује по обрасцу :

$$d = \frac{m \cdot \pi \cos \alpha}{2} \quad (5.6)$$

где су: d - пречник ваљчића,
 m - модул.



Слика 5.5 Одређивање пречника ваљчића [3]

5.3 Мерење дебљине зубаца преко више зубаца

Ако се жели избећи утицај нетачне обраде спољњег пречника зупчаника, тада се дебљина мери индиректно преко размака више зубаца. Узима се, притом, онај број зубаца z' , зупчаника са бројем зуба z , чији су крајњи бокови тангенти на две паралелне линије (слика 5.6).

Пошто су радиоеволвенти:

$$AB = EB, AC = W = ED$$

$$BC = BD$$

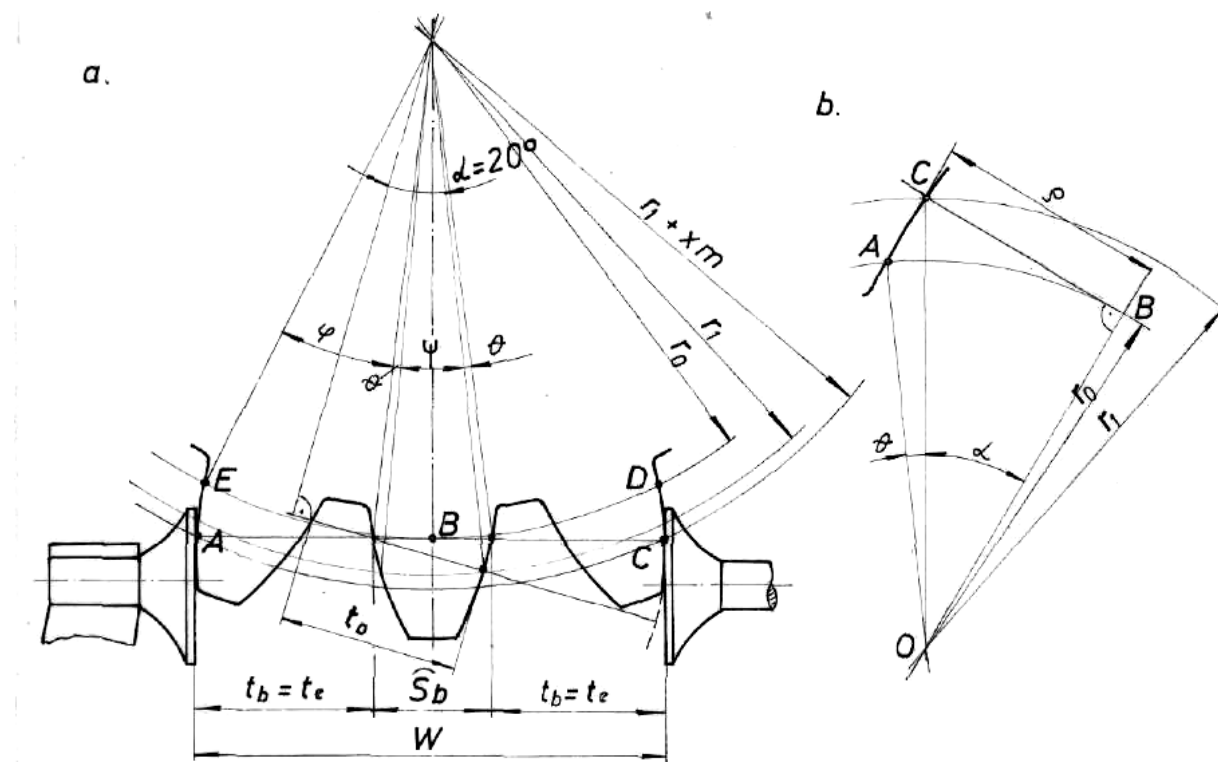
Како је:

$$\begin{aligned} W &= (z' - 1)t_b + s_b \\ W &= r_0 \cdot \phi (z' - 1) + r_0 \psi + 2r_0 \theta \\ \phi &= \frac{2\pi}{z} \quad \psi = \frac{\pi}{z} \\ \rho &= CB = AB = r_0 + r_0 \end{aligned} \quad (5.7)$$

Гдесу:

t_b и s_b - корак и дебљина зупца на основном кругу,

z' – мерењем обухваћени број зубаца.



Слика 5.6 Мерење дебљине непрековишних зубаца [3]

Из троугла ОВС добијају се следеће једначине:

$$\begin{aligned} \rho &= r_0 \tan \alpha \\ \theta &= \tan \alpha - \alpha \quad (5.8) \\ \operatorname{inv} \alpha &= \tan \alpha - \arccos \end{aligned}$$

$$r_0 = r_1 \cos \alpha \quad r_1 = \frac{mz}{2}$$

$$W = m \cos \alpha [\pi(z' - 0,5) + z \operatorname{inv} \alpha]$$

За случај коригованих зупчаника додаје се члан:

$$\pm 2mx \cos \alpha$$

Да би тањирићи микрометра додиривали и бокове зубаца, тј. да би спољна линија АС тангирала основни круг пречника d_b и секла подеони круг d_1 у тачкама додира А и С, мора бити:

$$z' = z \frac{2\alpha}{360^\circ} \quad (5.9)$$

Обично се повећава за 0,5 па је:

$$z' = z \frac{2\alpha}{360^\circ} + 0,5$$

Рачунска вредност броја зубаца није цео број, тако да се заокружује на први цео број, који се сада користи при мерењу. Код цилиндричних зупчаника са завојним зупцима једначина за израчунавање мере изгледа овако:

$$W_n = m_n \cos \alpha_n |\pi(z' - 0,5) + (z \operatorname{inv} \cdot s) \pm 2x m_n \sin \alpha_n| \quad (5.10)$$

6. Прорачун

1. Пример:

За зупчасти пар z_1, z_2 цилиндричних зупчаника са правим зупцима одредити вредности дебљине зубаца на подеону, основном темену круга и проверити вредност дебљине зубаца на темену круга.

Подаци су: $z_1=24, u_{12}=2,5, m_n=6 \text{ mm}, x_1=0,25, x_2=-0,71$.

- Лучне дебљине зубаца на подеоним круговима:

$$s_1 = \frac{p}{2} + 2x_1 m \tan \alpha = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \tan \alpha \right)$$

$$s_1 = 6 \left(\frac{\pi}{2} + 2(0,25) \tan 20^\circ \right)$$

$$s_1 = 10,512 \text{ mm}$$

$$s_2 = \frac{p}{2} + 2x_2 m \tan \alpha = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_2 \tan \alpha \right)$$

$$s_2 = 6 \left(\frac{\pi}{2} + 2(-0,71) \tan 20^\circ \right)$$

$$s_2 = 6,3 \text{ mm}$$

- Пречници подеоних кругова:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 6 \cdot 24$$

$$d_1 = 144 \text{ mm}$$

$$d_2 = z_2 \cdot m = 60 \cdot 6 = 360 \text{ mm}$$

$$z_2 = z_1 \cdot u_{12} = 24 \cdot 2,5 = 60$$

- Пречници основних кругова:

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha = 144 \cos 20^\circ$$

$$d_{b1} = 135,316 \text{ mm}$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha = 360 \cos 20^\circ = 338,289 \text{ mm}$$

- Лучне дебљине зубаца на основном кругу:

$$s_{b1} = d_{b1} \left(\frac{s_1}{d_1} + \text{inv} \alpha \right)$$

$$s_{b1} = 135,316 \left(\frac{10,512}{144} + \text{inv} 20^\circ \right)$$

$$s_{b1} = 135,316(0,073 + 0,0149044)$$

$$s_{b1} = 11,895 \text{ mm}$$

$$s_{b2} = d_{b2} \left(\frac{s_2}{d_2} + \text{inv}\alpha \right)$$

$$s_{b2} = 338,289 \left(\frac{6,3}{360} + \text{inv}20^\circ \right)$$

$$s_{b2} = 10,962 \text{ mm}$$

- Пречници подножних кругова:

$$d_{f1} = d_1 - 2h_{fp} + 2x_1m$$

$$d_{f1} = 144 - 2 \cdot 7,5 + 2 \cdot 0,25 \cdot 6$$

$$d_{f1} = 132 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2h_{fp} + 2x_2m$$

$$d_{f2} = 360 - 2 \cdot 7,5 + 2(-0,71) \cdot 6 = 336,48 \text{ mm}$$

$$h_{fp} = m_n + c_p = 6 + 1,5 = 7,5 \text{ mm} = c_p = (0,1 \div 0,3)m_n = 0,25 \cdot 6 = 1,5 \text{ mm}$$

- Нулто осно растојање:

$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{144 + 360}{2} = 252 \text{ mm}$$

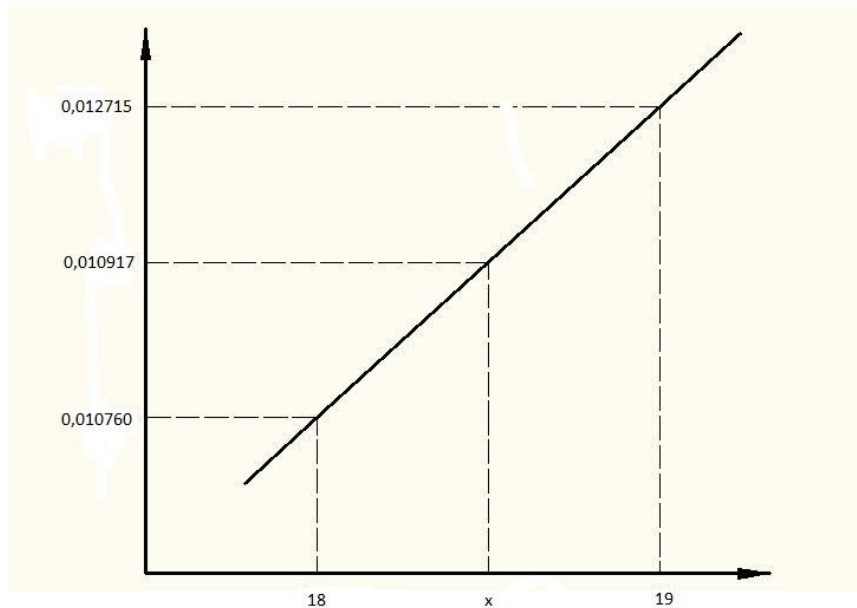
- Угао додирнице:

$$\text{inv}\alpha_w = 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \cdot \tan \alpha_n + \text{inv}\alpha$$

$$\text{inv}\alpha_w = 2 \frac{0,25 - 0,71}{24 + 60} \cdot \tan 20^\circ + \text{inv}20^\circ$$

$$\text{inv}\alpha_w = -0,01095238 \cdot 0,36397 + 0,014904$$

$$\text{inv}\alpha_w = 0,010917 \rightarrow \alpha_w = 18,08^\circ$$



$$\frac{0,012715 - 0,010917}{19 - x} = \frac{0,012715 - 0,010760}{19 - 18}$$

$$\frac{0,001798}{19 - x} = 0,001955$$

$$x = 19 - 0,919631$$

$$x = 18,08037$$

- Осно растојање зупчастог пара са помереним профилем: $a = a_d \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} =$

$$252 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 18,08^\circ} = 249,10326 \text{ mm}$$

- Пречници темених кругова:

$$d_{a1} = 2a - d_{f2} - 2c$$

$$d_{a1} = 2 \cdot 249,10326 - 336,48 - 2 \cdot 1,5 = 158,72652 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = 2 \cdot a - d_{f1} - 2c$$

$$d_{a2} = 2 \cdot 249,10326 - 132 - 2 \cdot 1,5$$

$$d_{a2} = 363,2065 \text{ mm}$$

- Лучна дебљина зубаца на теменом кругу:

$$s_{a1} = d_{a1} \left(\frac{s_1}{d_1} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_a \right)$$

$$\cos \alpha_{a1} = \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \frac{135,316}{158,727}$$

$$\cos \alpha_{a1} = 0,8525 \rightarrow \alpha_{a1} = 31,514^\circ$$

$$\operatorname{inv} \alpha_{a1} = \tan 31,514^\circ - 0,55002 = 0,063117$$

$$s_{a1} = 158,7265 \left(\frac{10,512}{144} + \operatorname{inv} 20^\circ - \operatorname{inv} 31,514^\circ \right)$$

$$s_{a1} = 158,7265(0,073 + 0,014904 - 0,063117)$$

$$s_{a1} = 3,93435 \text{ mm}$$

$$s_{a2} = d_{a2} \left(\frac{s_2}{d_2} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a2} \right)$$

$$\cos \alpha_{a2} = \frac{d_{b2}}{d_{a2}} = \frac{338,289}{363,2065} = 0,93139578 \rightarrow \alpha_{a2} = 21,34655^\circ$$

$$\operatorname{inv} \alpha_{a2} = \tan 21,34655^\circ - 0,37257 = 0,018249$$

$$s_{a2} = 363,2065 \left(\frac{6,3}{360} + \operatorname{inv} 20^\circ - \operatorname{inv} 21,34655^\circ \right)$$

$$s_{a2} = 363,2065(0,0175 + 0,014904 - 0,018249)$$

$$s_{a2} = 5,141 \text{ mm}$$

- Провера дебљине зубаца на теменом кругу:

$$s_{a1} \geq 0,4 m = 0,4 \cdot 6 = 2,4 \text{ mm}$$

$$3,934 \text{ mm} > 2,4 \text{ mm} - \text{каљени зупци}$$

$$s_{a2} \geq 0,4 m = 0,4 \cdot 6 = 2,4 \text{ mm}$$

$$5,141 \text{ mm} > 2,4 \text{ mm} - \text{каљени зупци}$$

2. Пример:

Израчунати вредности мера преко зубаца на зупчаницима z_1 и z_2 и проверити могућност мерења истих.

- За случај $x_1=x_2=0$;
- За случај $x_1=0,2$; $x_2=-0,1$.

Подаци су: $z_1=22$, $z_2=57$, $m_n=3$ mm, $\beta=10^\circ$, $b=40$ mm.

За случај $x_1=x_2=0$:

- Угао нагиба профила алата: $\alpha_t = \arctan \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} = \arctan \frac{\tan 20^\circ}{\cos 10^\circ} 20,2835^\circ$

$$\text{inv} \alpha_t = \tan 20,2835^\circ - 0,35401 = 0,01557$$

- Угао нагиба зубаца на основном кругу β_b :

$$\cos \beta_b = \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_t} = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 20,2835^\circ} = 0,98659 \rightarrow \beta_b = 9,39^\circ$$

- Мерни бројеви зубаца z_{w1} и z_{w2} :

$$z_{w1} = \frac{z_1}{\pi} \left(\frac{\tan \alpha_t}{\cos^2 \beta_b} - \text{inv} \alpha_t \right) + 0,5 = \frac{22}{\pi} \left(\frac{\tan 20,2835^\circ}{\cos^2 9,39^\circ} - \text{inv} 20,2835^\circ \right) + 0,5$$

$$z_{w1} = 7,003 \left(\frac{0,36958}{0,97338} - 0,01557 \right) + 0,5 = 3,049$$

$$z_{w1} = 3$$

$$z_{w2} = \frac{z_2}{\pi} \left(\frac{\tan \alpha_t}{\cos^2 \beta_b} - \text{inv} \alpha_t \right) + 0,5 = \frac{57}{\pi} \left(\frac{0,36958}{0,97338} - 0,01557 \right) + 0,5 = 7,107$$

$$z_{w2} = 7$$

- Мере преко зубаца W_1 и W_2 :

$$W_1 = m_n \cos \alpha_n [\pi(z_{w1} - 0,5) + z_1 \text{inv} \alpha_t] = 3 \cos 20^\circ [\pi(3 - 0,5) + 22 \cdot 0,01557]$$

$$W_1 = 23,11 \text{ mm}$$

$$W_2 = m_n \cos \alpha_n [\pi(z_{w2} - 0,5) + z_2 \text{inv} \alpha_t] = 3 \cos 20^\circ [\pi(7 - 0,5) + 57 \cdot 0,01557]$$

$$W_2 = 60,07 \text{ mm}$$

- Провера могућности мерења:

$$b_1 > W_1 \sin \beta_b \rightarrow 40 \text{ mm} > 3,77 \text{ mm}$$

$$b_2 > W_2 \sin \beta_b \rightarrow 40 \text{ mm} > 9,80 \text{ mm}$$

Закључак: Могућа је контрола мере преко зубаца.

За случај $x_1=0,2$ $x_2=-0,1$:

- Нападни углови:

$$\tan \alpha_{tx1} = \frac{1}{\cos \alpha_t} \sqrt{\sin^2 \alpha_t + 4 \frac{x_{t1}}{z_1} \left(1 + \frac{x_{t1}}{z_1}\right)}$$

$$x_{t1} = x_1 \cos \beta = 0,2 \cdot \cos 10^\circ = 0,197$$

$$\tan \alpha_{tx1} = \frac{1}{\cos 20,2835^\circ} \sqrt{\sin^2 20,2835^\circ + 4 \frac{0,197}{22} \left(1 + \frac{0,197}{22}\right)}$$

$$\tan \alpha_{tx1} = 1,066112 \sqrt{0,120177 + 0,035818 \cdot 1,00895}$$

$$\tan \alpha_{tx1} = 0,421506 \rightarrow \alpha_{tx1} = 22,8557^\circ$$

$$\tan \alpha_{tx2} = \frac{1}{\cos \alpha_t} \sqrt{\sin^2 \alpha_t + 4 \frac{x_{t2}}{z_2} \left(1 + \frac{x_{t2}}{z_2}\right)}$$

$$x_{t2} = x_2 \cos \beta = -0,1 \cdot \cos 10^\circ = -0,0985$$

$$\tan \alpha_{tx2} = \frac{1}{\cos 20,2835^\circ} \sqrt{\sin^2 20,2835^\circ + 4 \frac{-0,0985}{57} \left(1 + \frac{-0,0985}{57}\right)}$$

$$\tan \alpha_{tx2} = 1,06612 \sqrt{0,120177 - 0,006912(0,99827)}$$

$$\tan \alpha_{tx2} = 0,35882 \rightarrow \alpha_{tx2} = 19,739^\circ$$

- Мерни бројеви зубаца:

$$z_{w1} = \frac{z_1}{\pi} \left(\frac{\tan \alpha_{tx1}}{\cos^2 \beta_b} - \text{inv} \alpha_t \right) - \frac{2x_{t1} \tan \alpha_t}{\pi} + 0,5$$

$$z_{w1} = \frac{22}{\pi} \left(\frac{\tan 22,8557^\circ}{\cos^2 9,39^\circ} - \operatorname{inv} 20,2835^\circ \right) - \frac{2 \cdot 0,197 \cdot \tan 20,2835^\circ}{\pi} + 0,5$$

$$z_{w1} = 7,0028(0,43303 - 0,01557) - 0,04635 + 0,5$$

$$z_{w1} = 3,377 \rightarrow z_{w1} = 3$$

$$z_{w2} = \frac{z_2}{\pi} \left(\frac{\tan \alpha_{tx2}}{\cos^2 \beta_b} - \operatorname{inv} \alpha_t \right) - \frac{2x_{t2} \cdot \tan \alpha_t}{\pi} + 0,5$$

$$z_{w2} = \frac{57}{\pi} \left(\frac{\tan 19,739^\circ}{\cos^2 9,39^\circ} - \operatorname{inv} 20,2835^\circ \right) - \frac{2(-0,0985) \tan 20,2835^\circ}{\pi} + 0,5$$

$$z_{w2} = 18,14366(0,36863 - 0,01557) + 0,023176 + 0,5$$

$$z_{w2} = 6,929 \rightarrow z_{w2} = 7$$

- Мере преко зубаца:

$$W_1 = m_n \cos \alpha_n [\pi(z_{w1} - 0,5) + z_1 \operatorname{inv} \alpha_t] + 2x_1 m_n \sin \alpha_n$$

$$W_1 = 3 \cos 20^\circ [\pi(3 - 0,5) + 22 \operatorname{inv} 20,2835^\circ] + 2 \cdot 0,2 \cdot 3 \cdot \sin 20^\circ$$

$$W_1 = 2,81908[7,85398 + 0,34254] + 0,41042$$

$$W_1 = 23,517 \text{ mm}$$

$$W_2 = m_n \cos \alpha_n [\pi(z_{w2} - 0,5)z_2 \operatorname{inv} \alpha_t] + 2x_2 m_n \sin \alpha_n$$

$$W_2 = 3 \cdot \cos 20^\circ [\pi(7 - 0,5)57 \cdot \operatorname{inv} 20,2835^\circ] + 2(-0,1)3 \cdot \sin 20^\circ$$

$$W_2 = 3 \cdot \cos 20^\circ [\pi(7 - 0,5) + 57 \operatorname{inv} 20,2835^\circ] + 2(-0,1)3 \cdot \sin 20^\circ$$

$$W_2 = 2,819078 \cdot 21,30784 - 0,20521$$

$$W_2 = 59,863 \text{ mm}$$

- Провера могућности мерења:

$$b_1 > W_1 \cdot \sin \beta_b \rightarrow 40 \text{ mm} > 3,84 \text{ mm}$$

$$b_2 > W_2 \cdot \sin \beta_b \rightarrow 40 \text{ mm} > 9,77 \text{ mm}$$

Закључак: Могућа је контрола мере преко зубаца.

Закључак

Зупчаници служе за пренос обртног кретања са једног вратила на друго. Израђују се ливењем, ваљањем или обрадом скидањем струготине. Предности зупчаника су: висок степен искоришћења, велика трајност и сигурност у погону, мале димензије, могу се употребљавати за пренос снаге и брзине обртања широког распона, једноставно одржавање. Међу недостацим зупчаника могу се набројати: вибрације и шумови због крутог преноса обртног момента, захтева се врло тачна обрада и др.

Зупчаници се контролишу одређивањем стварних мера и облика, и упоређивањем измерених одступања са стварним одступањима. Контролу зупчаника одређеног квалитета треба ради економичности производње вршити у целом току обраде, после сваке фазе обраде.

Контрола зупчаника обавља се одређивањем стварних мера, стварних одступања мера и облика и упоређењем са дозвољеним одступањима. Контрола зупчаника обухвата контролу појединих параметара: дебљине зубаца и ширине међузубља, корака, профила еволвенте, угла спирале зупца, пречника основног круга, радијалног бацања и сл.

Контрола спрезањем се спроводи у циљу одређивања показатеља квалитета спрезања-одступања насталих суперпозицијом истовременог одступања облика и положаја. Обавља се спрезањем сваког зупчаника зупчастог пара са еталон-зупчаником или директним спрезањем самих зупчастих парова. Контрола спрезањем се врши радијалном методом (преко два бока профила зупца) и тангенцијалном методом (преко једног бока профила).

Постоје директне и индиректне методе за мерење дебљине зупца. Најчешће у примени су три методе: тетивно мерење дебљине, мерење дебљине помоћу ваљака или лоптице и мерење дебљине преко више зубаца.

Литература

1. Николић Вера, Машински елементи - теорија, прорачун, примери, Машински факултет Крагујевац, Крагујевац, 2004.
2. Милтеновић Војислав, Огњановић Милосав, Машински елементи - зупчаници, Машински факултет Београд, 1991.
3. Војкан Дамњановић, Мерење и контрола зупчаника, Београд, 2013.
4. <https://bs.scribd.com/doc/139082965/Merenje-i-Kontrola-Parametra-Ucionica-rs> преузето 7.07.2015
5. Александар Масларевић, Репаратура зупчастих парова, Завршни рад, Машински факултет Београд, Београд, 2009.
6. <http://sme.org/MEMagazine/Article.aspx?id=80906> преузето 23.07.2015.
7. http://www.mehacongears.com/worm_reduction_gearboxes.html преузето 23.07.2015
8. Витас Душан, Трбојевић Милан, Машински елементи 3, Београд, 1988.
9. Еуген Обершмит, Озубљења и зупчаници, СНЛ, Загреб, 1982.
10. <http://bbs.homeshopmachinist.net/threads/35841-Measuring-spline-shaft/page9> преузето 25.07.2015.
11. WWW.SDP-SI.COM преузето 27.07.2015.
12. http://www1.gantep.edu.tr/~bozdana/ME472_1.pdf преузето 28.07.2015.
13. Николић Вера, Ђорђевић Зорица, Благојевић Мирко, Машински елементи - збирка задатака, Крагујевац, 2008.