

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Машинске конструкције и механизација

Предмет: Механизми машина

Број индекса: 123/2017

Јелена Р. Јовановић

КИНЕМАТИКА ЗУПЧАСТИХ ПРЕНОСНИКА

Завршни рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. **Др Саша Јовановић, ванредни професор - ментор**

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____



Универзитет у Крагујевцу
Факултет инжењерских наука



У оквиру овог завршног рада кандидат треба да у раду представи преглед, поделу и улогу зупчастих механичких преносника у сложеним машинским системима. Поред тога, потребно је анализирати и кинематику типичних елементарних зупчастих преносника. Студент ће у оквиру рада извршити и моделирање, као и анализу спрезања изабраног типа зупчаника.

Препоручена литература:

- [1] В. Вуковић, М. Вуковић, И. Кнежевић и М. Бојанић, *Основе машинства*, Универзитет за пословни инжењеринг и менаџмент Бања Лука, Бања Лука, 2015
- [2] Ауторизована предавања, *Машински елементи*, Факултет техничких наука Универзитет у Новом Саду, Нови Сад, 2018,
- [3] Ауторизована предавања, М. Благојевић, З. Ђорђевић, *Машински елементи*, Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац, 2019.

Ментор:

др Саша Јовановић, ванредни професор

Крагујевац, 30.04.2020.

Summary

Within this diploma thesis, gear mechanical gears belonging to the group of general mechanical gears will be processed in detail. In addition to the general theoretical consideration of these gears, the kinematics of gears will be presented in detail. One part of the work will be based on the modeling of gears with straight teeth, the coupling of gears with straight teeth as well as the kinematics of the coupled gear pair, one of which will represent the drive gear while the other gear will represent the driven gear. The geometry of different ways of making gears as well as their constructions and technical drawings will be illustrated. The importance of the application of gears today is indescribable, the world cannot be imagined without at least some forms of gears. Although many engineers advocate the use of other types and shapes of mechanical transmissions in certain areas, these mechanical foamers have remained irreplaceable.

Keywords: *mechanical transmitters, gears, gear*

Резиме

У оквиру овог дипломског рада биће обрађени детаљно зупчасти механички преносници који спадају у групу општих механичких преносника. Поред општег теоријског разматрања ових преносника детаљно ће бити представљена и кинематика зупчастих преносника. Један део рада ће бити базиран на моделирању зупчаника са правим зубима, спрезању зупчаника са правим зубима, док ће посебна пажња бити усмерена ка кинематици спрегнутог зупчастог пара где ће један представљати погонски зупчаник, док ће други зупчаник представљати гоњени. Сликавито ће бити приказана и геометрија различитих начина извођења зупчаника као и њихових конструкција и техничких цртежа. Значај примене зупчастих преносника данас је неописив, свет се не може замислити без бар неких облика зупчастих преносника. Иако многи инжењери заговарају примену других врста и облика механичких преносника у одређеним областима, ови механички преносници су за сада незаменљиви.

Кључне речи: *механички преносници, зупчасти преносници, зупчаник*

Садржај

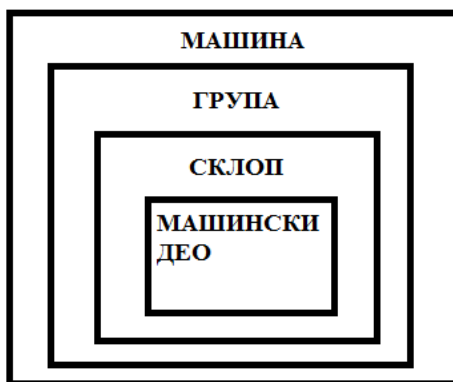
1. УВОД.....	6
2. МЕХАНИЧКИ ПРЕНОСНИЦИ.....	9
3. ЗУПЧАСТИ МЕХАНИЧКИ ПРЕНОСНИЦИ	11
4. КИНЕМАТИКА.....	16
5. МОДЕЛИРАЊЕ ЦИЛИНДРИЧНИХ ЗУПЧАНИКА СА ПРАВИМ ЗУБИМА И КИНЕМАТИКА У ОКВИРУ ПАКЕТА CATIA V5 R20.....	26
6. ЗАКЉУЧАК.....	36
7. ЛИТЕРАТУРА.....	37

1. УВОД

Машински елементи су опште стручна дисциплина чији је циљ изучавање основних компонената машина које улазе у састав већине или свих машинских система односно конструкција. Познавање машинских елемената треба да омогући конструисање, избор и компоновање (повезивање) ових елемената у сложене структуре машина различитих намена [1].

Компоненте машинских система изучавају се са гледишта њихове функције, намене односно области примене. Прорачун који се заснива на анализи радних и критичних стања, степена сигурности и крутости, изводи се са циљем да се сагледају поступци за избор стандардних делова (компонената) и за конструисање нестандартних. Сама машина се састоји из већег броја функционално повезаних делова. Онај део који се не може више растављати назива се основни машински део или машински део. Више тако функционално повезаних делова чине машински склоп. Више машинских склопова и делова функционално повезаних чине машинску групу. Више машинских група, склопова и делова функционално повезаних чине машину [1].

Машински елемент може бити машински део, машински подсклоп или машинска група уколико извршава елементарну функцију машинског система. На слици 1.1 шематски је приказана хијерархија делова у машини.



Слика 1.1 Шематски приказ хијерархије делова у машини [1]

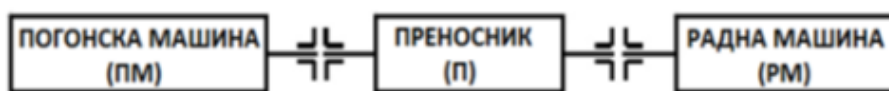
Машински елементи се деле на: опште и посебне машинске елементе. Општи машински елементи се користе на свим машинама, док се посебни уграђују само у неке машине (уређаје). Тако на пример вијак и навртка (навојни спој) спада у опште машинске елементе, док клипни механизам се користи само код клипних машина па спада у посебне. Међутим, треба имати у виду да је број елементарних функција у

машинама знатно већи од броја машинских елемената. Зато се у недостатку одговарајућих машинских елемената развијају специфични извршиоци дате елементарне функције. Тај нови извршилац елементарне функције постаје нови машински елемент ако се понавља на другим машинама у тој ужој или широј области машинства [1].

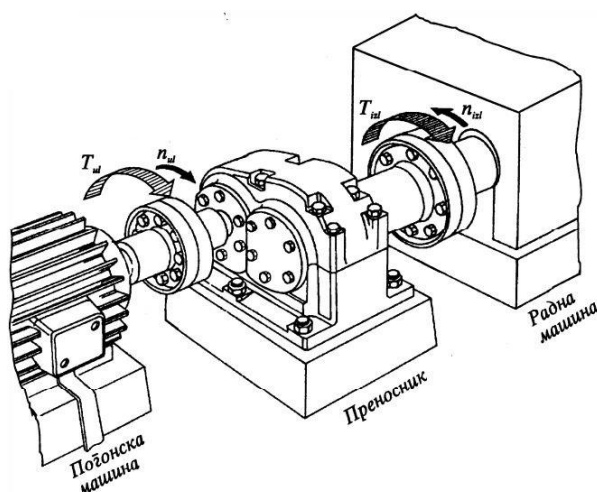
Машина, као део машинског система, састоји се из три основне целине [1]:

- Погонског дела
(електро-мотор, мотор са унутрашњим сагоревањем, турбина) који претвара изворну енергију у механичку.
- Преносника
кога сачињавају елементи за пренос снаге и обртног кретања, а задатак му је да пренесе енергију за потребе радног дела машине.
- Радног дела
који претвара енергију у користан рад (носач алата алатне машине, притискивач пресе, ротор пумпе, механизам на пољопривредној машини и др.)

На сликама 1.2 и 1.3 приказана је повезаност погонског и радног дела преко преносника у оквиру саме машине.



Слика 1.2 Шематски приказ положаја преносника [2]



Слика 1.3 Реалан систем повезаности преносника са погонском машином и радном машином [3]

На слици 1.2 приказани су симболима: погонска машина, симбол **ПМ**, преносник, симбол **П** и радна машине, симбол **РМ** који чине целину, нпр. код моторних возила, локомотива и слично.

Преносници снаге и кретања се постављају између погонске и радне машине ради преноса енергије са погонске машине на радну машину. У преноснике снаге се сврставају елементи који преносе снагу и обртно кретање (обртне моменте) са једног на друго вратило. У савременом машинству у употреби су различите врсте погона и то механички, електрични, хидраулични, пнеуматски, топлотни, као и многе друге комбинације. Преносници снаге нуде могућност промене броја обртаја, као и промену смера обртања. Радне машине углавном раде на мањем броју обртаја у односу на погонске, при чему захтевају већи обртни момент. За погон радне машине могу се користити и спороходне машине које имају одговарајући број обртаја и обртни момент на излазном вратилу, али оне су доста скупље у односу на брзоходне машине заједно са преносником снаге. Брзоходне машине са преносником снаге имају мање димензије, малу масу и мању цену у односу на спороходне машине [4, 5].

Помоћу механичких преносника могу се извршити промене параметара снаге, величине обртних момената, угаоних брзина који одговарају изабраном типу радне машине. Преносници се уводе као посредник између погонске и радне машине које је диктирано условима рада како радне тако и погонске машине. Радна машина захтева у већини случајева мале бројеве обртаја, а велике обртне моменте, било у току режима рада, или само у извесним периодима. Главна улога преносника у оваквим случајевима је смањење угаоне брзине на рачун повећања обртног момента [2].

2. МЕХАНИЧКИ ПРЕНОСНИЦИ

Механички преносници преносе кретање и обртни момент помоћу везе обликом или трењем [4]. Уколико се пренос снаге између погонске и радне машине заснива на механичком принципу, онда је реч о механичким преносницима. У савременој пракси највише се користе [4, 5]:

- зупчасти преносници,
- ланчани преносници,
- фриксиони преносници,
- каишни преносници,
- зупчасто каишни преносници,
- кардански преносници и
- навојни преносници.

Према начину преноса обртног момента механички преносници могу се поделити на [6]:

- механичке преноснике – пренос обртног момента механичким путем на два начина, трењем површина у додиру и обликом (посредним и непосредним додиром погонског и гоњеног елемента),
- хидрауличне преноснике – обртни момент се преноси помоћу течности,
- пнеуматске преноснике – обртни момент се преноси помоћу гасова,
- електричне преноснике и
- комбиноване преноснике.

Према променљивости преносног односа разликују се преносници [6]:

- са константним преносним односом и
- са променљивим преносним односом.

Према томе да ли се преноси снага и кретање или само кретање разликују се [6]:

- преносници снаге и
- преносници кретања.

На слици 2.1 приказана је још једна детаљна подела механичких преносника.



Слика 2.1 Подела механичких преносника [3]

3. ЗУПЧАСТИ МЕХАНИЧКИ ПРЕНОСНИЦИ

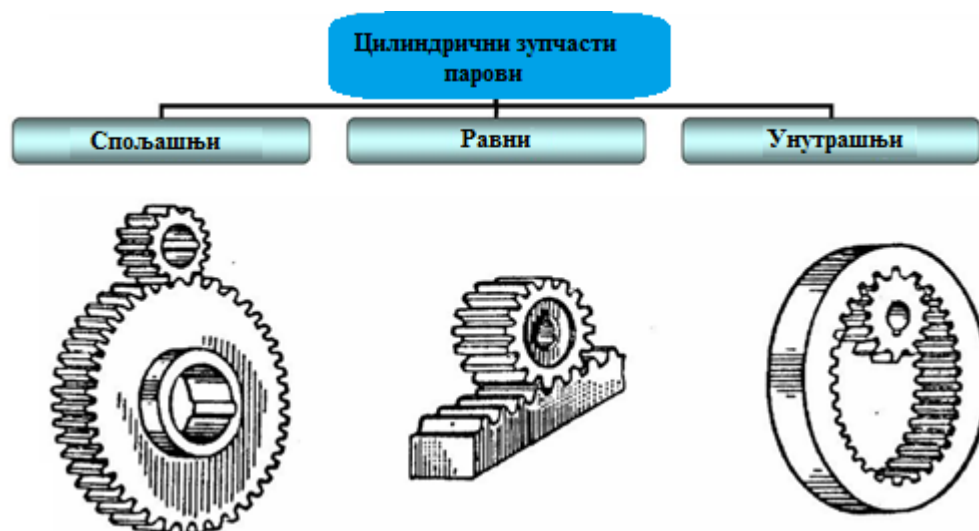
Најједноставнији зупчасти преносник састоји се од два зупчаника у спреси који чине зупчасти пар. Један од ова два зупчаника је погонски, а други гоњени. Према међусобном положају оса вратила погонског и гоњеног зупчаника разликују се [7]:

- цилиндрични зупчасти парови – зупчасти преносници код којих су осе вратила паралелне,
- конични зупчасти парови – зупчасти преносници код којих се осе вратила секу и
- хиперболоидни зупчасти парови – зупчасти преносници код којих се осе вратила мимоилазе.

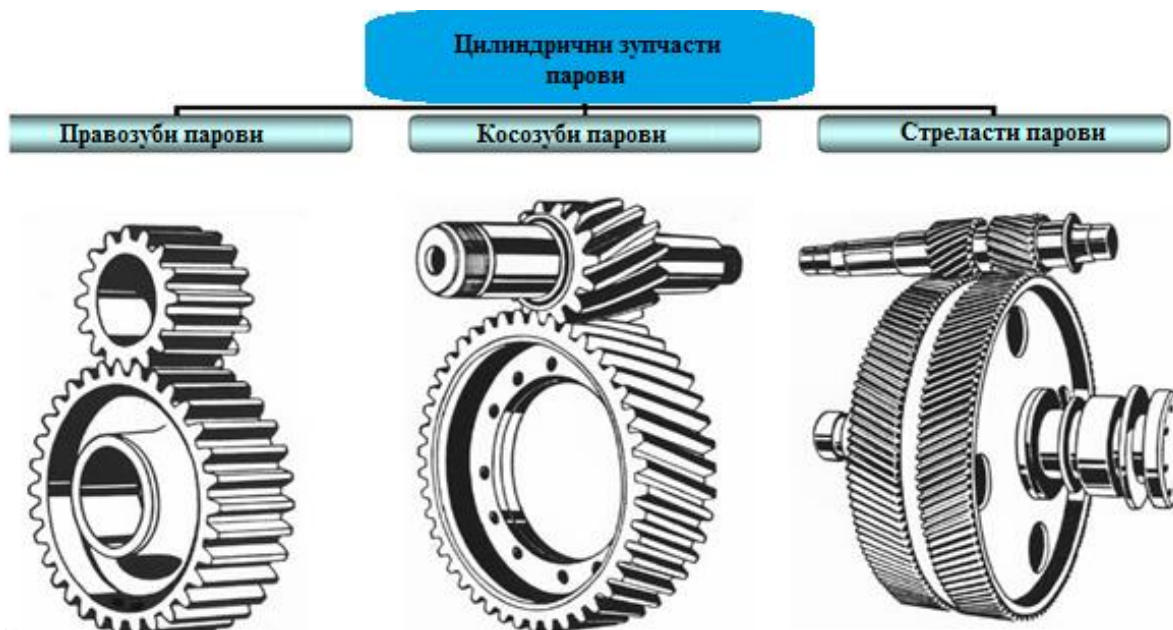
Према облику зубаца, цилиндрични зупчасти преносници могу бити са [8]:

- правим зупцима (спољашње озубљење),
- правим зупцима (унутрашње озубљење),
- косим зупцима и
- стреластим зупцима.

На слици 3.1 шематски је приказана подела цилиндричних зупчастих парова и то према озубљењу на спољашње, равно и унутрашње озубљене, док су на слици 3.2 приказани су цилиндрични зупчасти парови према облику зубаца на правозубе, косозубе и стреласте парове.



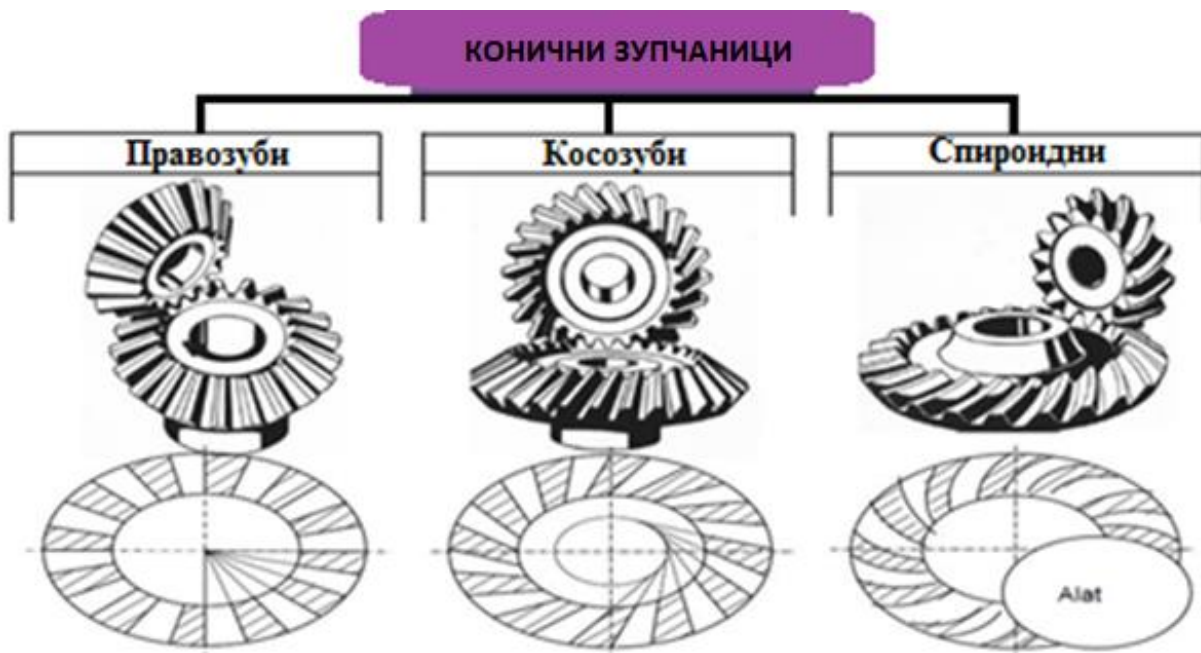
Слика 3.1 Цилиндрични зупчасти парови са спољашњим, равним и унутрашњим озубљењем [9]



Слика 3.2 Цилиндрични зупчасти парови: правозуби парови, косозуби парови и стреласти парови [9]

На слици 3.3 је приказана подела коничних зупчастих парова према облику зубаца, и то на коничне зупчасте парове са:

- са правим зупцима,
- са косим зупцима и
- са завојним зупцима.



Слика 3.3 Конични зупчасти парови [9]

Пужни преносник или пужни пар састоји се од пужа и од пужног кола (пужног зупчаника). Представља врсту зупчастих преносника (хиперболоидни зупчасти пар), чије се осе мимоилазе, најчешће под углом од 90° . Пуж је најчешће погонски елемент преносника и тада при преносу кретања, врши се редукција броја обртаја [8]. На слици 3.4 су приказани хиперболоидни зупчаници.



Слика 3.4 Хиперболоидни зупчаници [9]

Предности и недостаци зупчастих преносника:

Предности цилиндричних зупчаника са правим зупцима:

- тачан кинематски преносни однос,
- мале димензије у односу на снагу и обртни момент који преносе,
- велики степен искоришћења (изузев хиперболоидних з.п.),
- велика издржљивост и трајност у раду и
- примена у веома широком дијапазону снага, бројева обртаја, преносних односа.

Недостаци цилиндричних зупчаника са правим зупцима:

- захтевају велику тачност израде,
- хабање у раду,
- велика крутост система и
- присуство вибрација и буке.

Предности цилиндричних зупчаника са косим зупцима:

- зупчаници постепено улазе и излазе из спреге,
- услед тога, рад зупчаника је знатно мирнији и тиши, а бука и вибрације су мање, што доприноси њиховој динамичкој стабилности,
- због постепеног оптерећивања зубаца по ширини, јединично оптерећење по ширини зупчаника је мање, па се могу пренети веће снаге,
- мања је опасност од подсецања зубаца јер је гранични број зубаца већи па је самим тим и мања потреба за померањем профила алата при изради ових зупчаника,
- степен спрезања је већи, јер је више парова зубаца истовремено у спреси и
- мање су осетљиви на грешке при изради.

Недостаци цилиндричних зупчаника са косим зупцима:

- постојање аксијалне силе,
- сложенија израда. За израду цилиндричних зупчаника са косим зупцима могу се користити исти алати у облику зупчасте летве као и код цилиндричних зупчаника са правим зупцима. При томе се алат заокреће за угао нагиба зубаца β у односу на осу зупчаника.

Предности пужних преносника:

- врло велики преносни однос ($5 < u < 70$),
- миран и тих рад, пригушивање динамичких удара и вибрација (услед клизања зупца по зупцу),
- велика носивост,
- дуготрајан рад,
- могу бити самокочиви и
- у поређењу са осталим зупчастим преносницима, обично су мањих димензија, лакши и једноставнији.

Недостаци пужних преносника:

- Низак степен искоришћења и
- Велико загревање.

У области зупчастих преносника снаге планетарни преносници имају све већу примену у односу на преноснике са непокретним осама због бројних предности, мањег оптерећења, мањих димензија, саосности улазног и излазног вратила, већег степена корисности и сл. Планетарни преносници који се најчешће примењују су једноредни са спољашњим и унутрашњим озубљењем и сложени вишередни преносници. Посебну групу сложених планетарних преносника чине преносници типа Ravigneaux који се често примењују у мењачким преносницима моторних возила. Кинематичка и динамичка анализа планетарних преносника знатно је сложенија него анализа преносника са непокретним осама. За одређивање преносног односа, оптерећења елемената и одређивање токова снаге код планетарних преносника развијено је више аналитичких, графоаналитичких и графичких метода које су, у већој или мањој мери, комплексне и захтевају релативно сложен математички апарат. [10]

Планетарни преносници припадају групи преносника који у различитим машинама, механичким уређајима и другим индустријским производима служе за пренос енергије, механичког кретања, као и за промену њених параметара. Општа намена преносника је повезана са извршењем појединих функција, међу којима се издвајају повећање или смањење брзине, расподела енергије, промена врсте кретања (обртно у транслаторно или обрнуто), регулисање брзине, покретање, заустављање, промена смера итд. Најширу примену у техници су добила обртна кретања јер се могу остварити на најједноставији начин. Почетак развоја планетарних преносника везан је за војну индустрију и транспортна средства, где је било потребно у малом простору остварити велико смањење броја обртаја. Касније се примена планетарних преносника разних облика шири на све врсте машинских система. Основна карактеристика планетарних преносника је постојање зупчаника који се обрће око своје осе, али истовремено се обрће и око основне осе система. Кретање система је слично кретању планета око сунца, па се због тога и називају планетарни преносници. [11]

На слици 3.5 приказан је планетарни зупчасти пар.



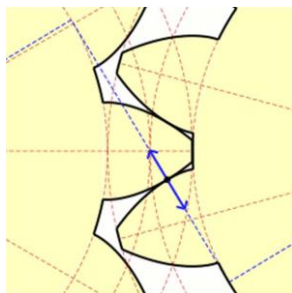
Слика 3.5. Планетарни зупчасти пар [12]

4. КИНЕМАТИКА

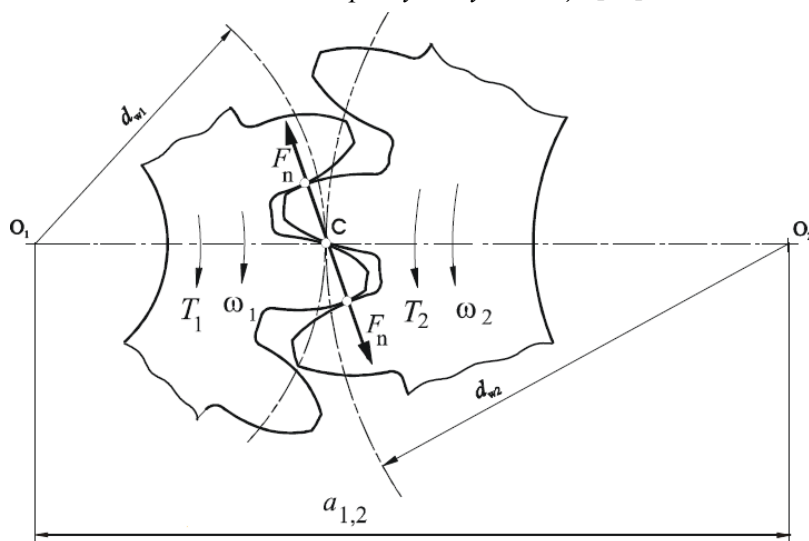
При спрезању зупчаника кинематски цилиндри (замишљени, додирни цилиндри) се котрљају један по другом без клизања. Овај услов мора бити испуњен да би се остварио константан преносни однос. Ако на погонском зупчанику дејствује обртни момент T_1 при угаоној брзини ω_1 , непосредним додиривањем зубаца погонског и гоњеног зупчаника, на гоњеном зупчанику се генерише обртни момент T_2 при угаоној брзини ω_2 , ова релација се може представити релацијом [10]:

$$T_1, \omega_1 \rightarrow T_2, \omega_2 \quad (1)$$

У тачки додира зубаца јављају се нормалне силе F_n које су истог правца и интензитета, али супротног смера. Ако се кинематски цилиндри пресеку равнима управним на осе обртања, добијају се кинематски кругови. Додирна тачка кинематских кругова се зове кинематски или тренутни пол. На слици 4.1 дат је приказ спрегнутих зупчаника, док је на слици 4.2 дат приказ спрегнутих зупчаника са угаоним брзинама, обртним моментима као и нормалном силом [10].



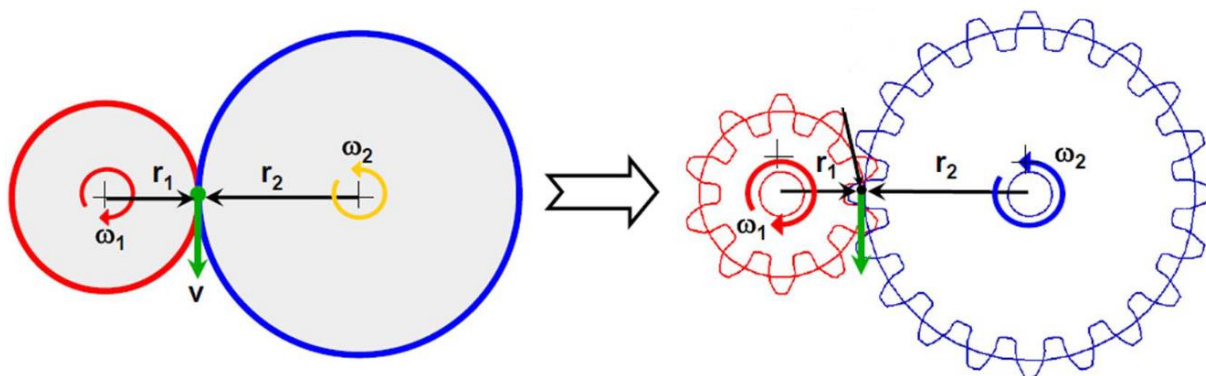
Слика 4.1 Спрегнути зупчаници [10]



Слика 4.2 Спрегнути зупчаници са обртним моментом, угаоним брзинама и нормалном силом која делује [10]

Кинематски кругови се котрљају један по другом без клизања само ако су им једнаке обимне брзине ово се може представити једначином, док је на слици 4.3 приказана тачка која се посматра при спрезању [10]:

$$V_{t1} = r_{w1} \cdot \omega_1 = \pi \cdot d_{w1} \cdot n_1 \leftrightarrow V_{t2} = r_{w2} \cdot \omega_2 = \pi \cdot d_{w2} \cdot n_2 \quad (2)$$



Слика 4.3 Тачка спрезања зупчаника и тачка која се посматра током прорачуна [10]

Из услова који је дат током претходних разматрања $V_{t1} = V_{t2}$ може се израчунати преносни однос тј. (радни преносни однос) [10].

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} \quad (3)$$

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1} \quad (4)$$

$$i <, >, = 1 \quad (5)$$

Индекс један означава погонски зупчаник, док индекс 2 означава гоњени зупчаник, z_1, z_2 – бројеви зубаца зупчаника, d_1, d_2 – пречници подеоних кругова [10].

Кинематски преносни однос (1- мали зупчаник, 2- велики зупчаник) [10]:

$$u = \frac{z_2}{z_1} \quad (6)$$

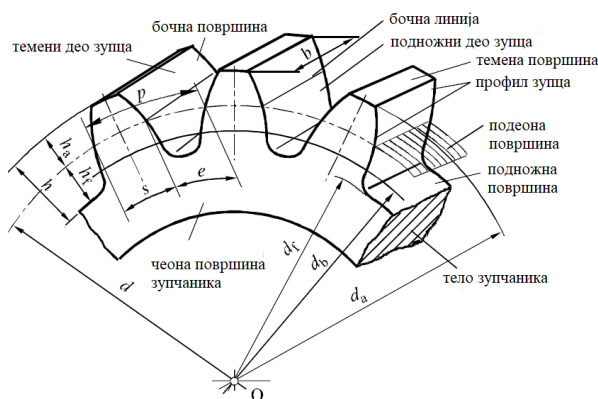
$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}} \quad (7)$$

Основне величине које су неопходне за конструкцију и прорачун зупчастих преносника у овом случају цилиндричних зупчаника са правим зупцима су [10]:

- d – пречник подеоног круга,
- d_a – пречник теменог круга – највећи пречник зупчаника,
- d_f – пречник подножног круга – најмањи пречник зупчаника,

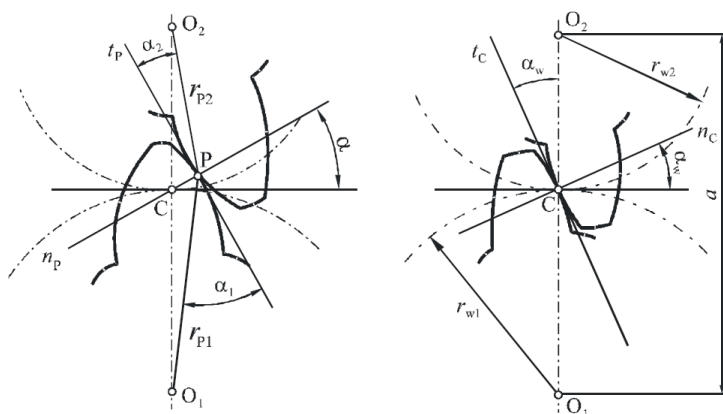
- d_b – пречник основног круга,
- h – висина зупца,
- h_a – висина теменог дела зупца,
- h_f – висина подножног дела зупца,
- p – подеони корак,
- s – лучна дебљина зупца,
- e – лучна ширина зупца,
- b – ширина зупчаника.

На слици 4.4 приказане су величине које су неопходне за прорачун и конструкцију цилиндричних зупчаника са правим зубима [10].



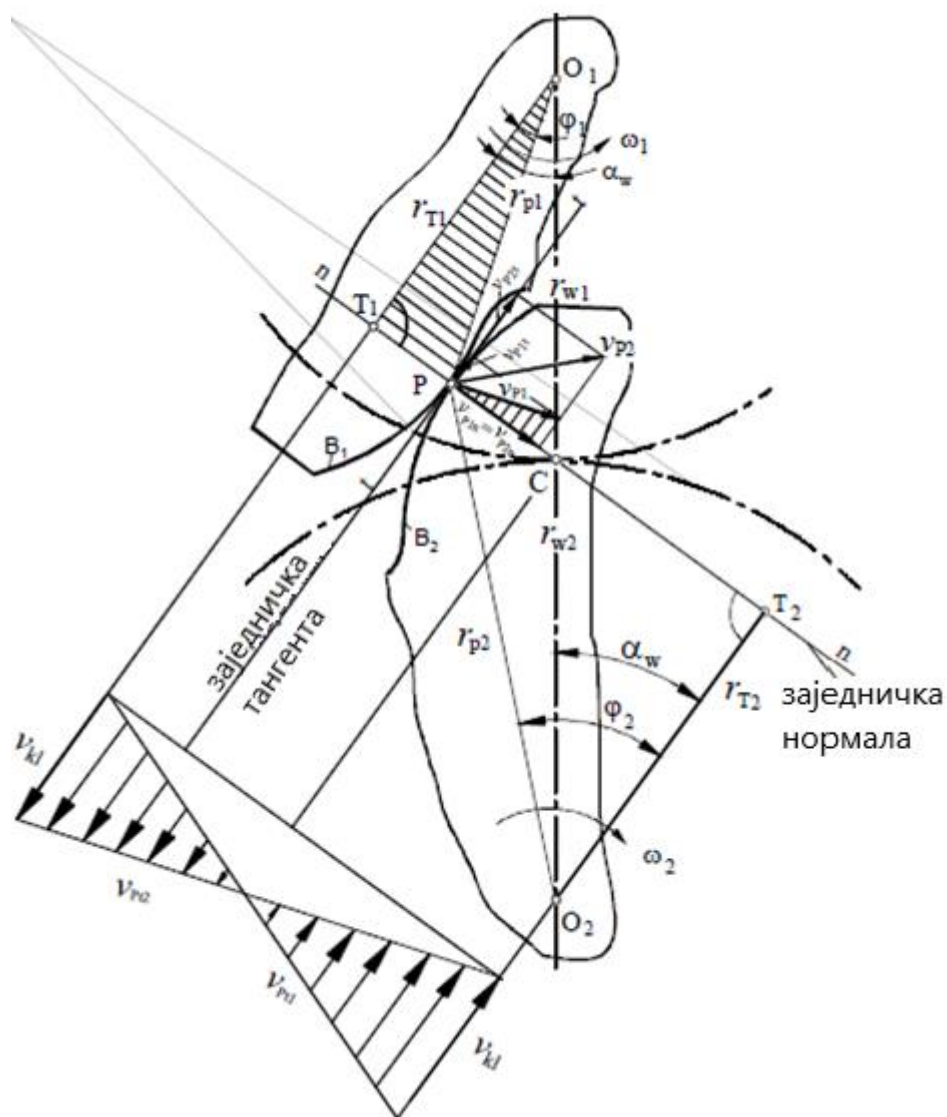
Слика 4.4 Основне величине код цилиндричног зупчаника са правим зубима [10]

При спрезању два зупчаника, тачка додира се код погонског зупчаника помера од подножја ка темену, а код гоњеног зупчаника од темена ка подножју зупца. Део бока на коме се остварује контакт зубаца зове се активни део бока. На слици 4.5 приказана је геометрија при спрезању зупчаника [10].



Слика 4.5 Геометрија при спрезању зупчаника [10]

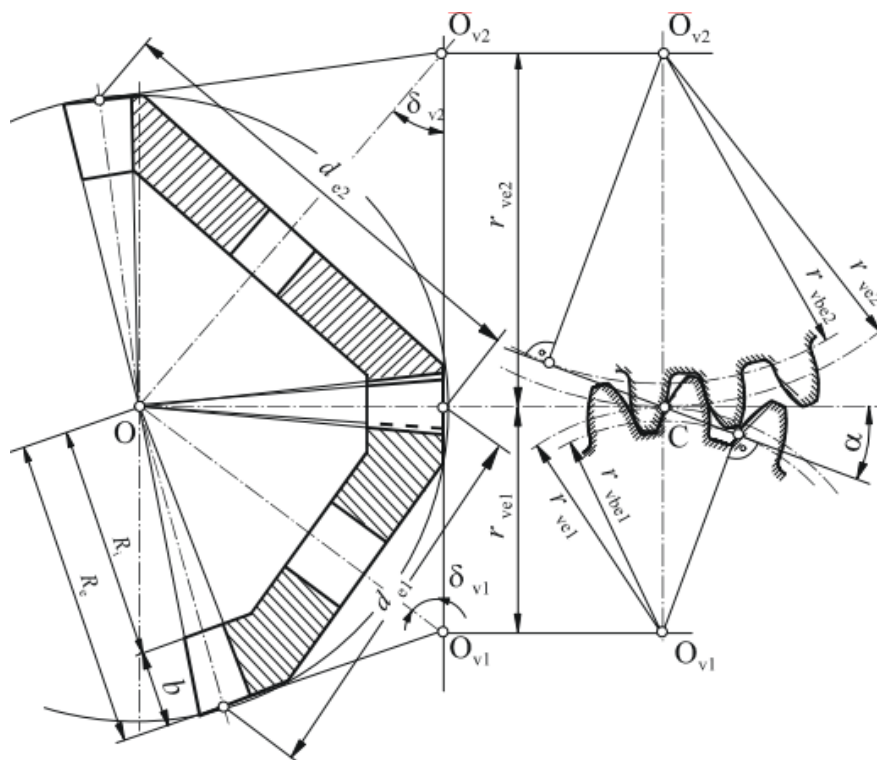
Основни закон спрезања дефинише међусобну зависност спрегнутих профила и услове које треба задовољити да преносни однос буде константан. Нормала, повучена на тангенту у тренутној тачки додира спрегнутих профила, мора да пролази кроз кинематски пол. С друге стране, нормала у тренутној тачки додира профила сече праву која спаја осе обртања зупчаника O_1 и O_2 у кинематском полу C . Компоненте обимних брзина у правцу заједничке нормале су једнаке. Компоненте обимних брзина у правцу заједничке тангенте нису једнаке. Разлика компонената обимних брзина у правцу заједничке тангенте у тренутној тачки додира зубаца представља релативну брзину клизања бока погонског зупчаника по боку зупца гоњеног зупчаника. Брзина клизања мења знак при проласку кроз кинематски пол. У кинематском полу брзина клизања је једнака нули. На слици 4.6 приказан је основни закон спрезања цилиндричних зупчаника са правим зубима [10].



Слика 4.6 Основни закон спрезања цилиндричних зупчаника са правим зубима [10]

Конични зупчаници имају веома сложену геометрију. Модул, лучна дебљина зупца, висина зупца се мењају по дужини зупца. Профил зупца коничног зупчаника се добија пресецањем зубаца било којом сфером са средиштем у пресечној тачки оса зупчаника (тачка O). Спрезање коничних зупчаника одговара сферном кретању. Одговарајућим цилиндрима код цилиндричних зупчаника (основном, подеоном,...) одговарају одговарајући конуси (основни, подеони,...) код коничних зупчаника. Додирница је крива линија су у облику осмице. Профили зубаца су сферне еволвенте, а бокови зубаца сферне еволвентне површине [10].

При прорачуну спрезања коничних зупчаника и при прорачуну чврстоће, користи се Тредголдов поступак. Овим поступком се стварни конични пар замењује еквивалентним цилиндричним паром. Све основне геометријске величине (угао додирнице, корак, дебљина зупца, висина зупца,...) код еволвентног зупчастог пара су исте као код стварног коничног зупчаника. За тако замишљени зупчасти пар могу се применити стандардни профили, као и сви обрасци за прорачун спрезања зубаца, облика зубаца, померања профила. Ако се зупчасти сегменти допуне до пуног круга и дода им се одговарајући број зубаца, закључује се да фиктивни зупчаник има већи пречник и већи број зубаца од стварног. На слици 4.7 приказан је основни закон спрезања коничних зупчаника а у даљем тексту представљене су основне једначине неопходне за кинематику [10].



Слика 4.7 Основни закон спрезања коничних зупчаника [10]

Обимне брзине на кинематској оси су једнаке [10]:

$$d_{e1} \cdot \pi \cdot n_1 = d_{e2} \cdot \pi \cdot n_2 \quad (8)$$

Кинематски преносни однос [10]:

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_{e2}}{d_{e1}} = \frac{r_{e2}}{r_{e1}} = \frac{z_2}{z_1} \quad (9)$$

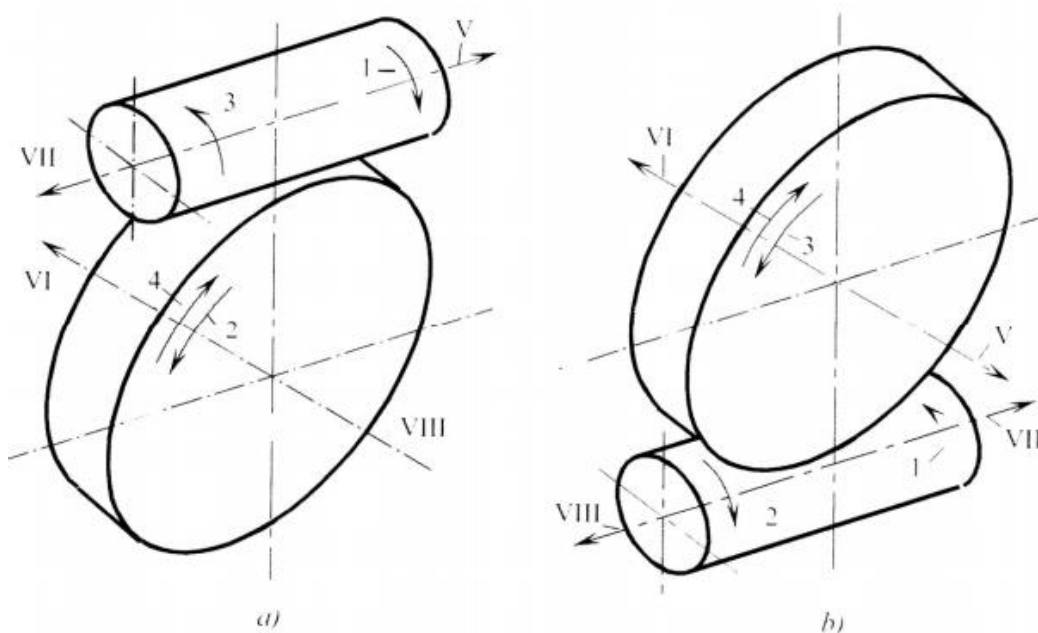
Хиперболоидни зупчасти парови се користе за пренос снаге и кретања између вратила чије се осе мимоилазе. Кинематске површине зупчастих парова су хиперболоиди који се, код спрегнутих зупчаника, котрљају један по другоме и стално додирују по заједничкој изводници. Због сложене геометрије, уместо стварних хиперболоидних зупчаника у пракси се употребљавају њихове упрошћене варијанте [10]:

1. цилиндрични зупчаници са хеликоидним зупцима -вијчаници,
2. хипоидни зупчаници,
3. пужни преносници.

При спрезању хиперболоидних зупчаника поред клизања у правцу висине зупца, што је присутно и код цилиндричних зупчаника, јавља се и клизање по дужини зупца као последица завојног кретања. Брзина клизања по висини зупца V_{kl} има највећу вредност када је додир на темену или у подножју зупца, а једнака је нули у кинематском полу. Интензитет брзине клизања по дужини зупца V_a се не мења за време спрезања. Вијчани пар (цилиндрични зупчаници са хеликоидним - завојним зупцима). Спрегнути зупчаници имају различите вредности углова нагиба зубаца β_1 и β_2 , а исте смерове нагиба. Угао под којим се мимоилазе осе спрегнутих зупчаника са хеликоидним зупцима једнак је збиру појединачних углова нагиба зубаца спрегнутих зупчаника. Степен искоришћења вијчаних зупчастих парова има ниже вредности, што је последица клизања. Користе се за редукцију броја обртаја при преносним односима $u = 1 \dots 4$ (5). Нису добри за мултипликацију броја обртаја јер се добијају још ниже вредности степена искоришћења [10].

Хипоидни зупчасти пар настаје спрезањем два конична зупчаника са завојним зупцима чије су осе размакнуте за величину a тако да се вратила мимоилазе. Најмањи број зубаца код ових зупчаника је $Z_1 = 6$ (изузетно 4). Пужни преносник (пужни пар) се састоји од пужа и пужног зупчаника (пужног кола). Осе пужа и пужног зупчаника се

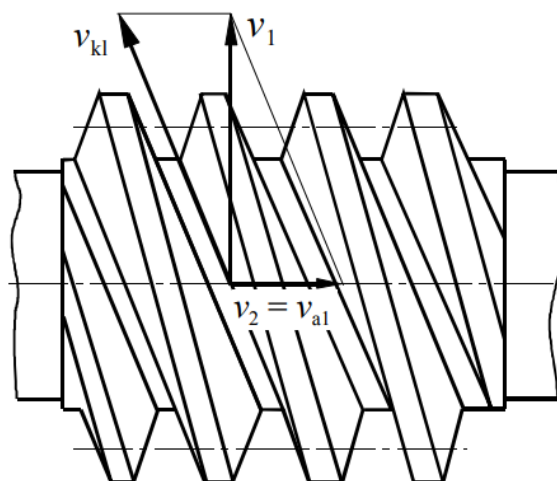
мимоилазе најчешће под углом од 90° . Код редуктора, пуж је погонски елемент, а пужни зупчаник гоњени. Ретко се користе као мултипликатори због великих губитака. Пуж има једну или више завојница (зуба) обавијених око цилиндричног или глобоидног језгра. Пуж подсећа на завртањ или навојно вретено. Пуж може бити једноходи, двоходи,.. Угао успона завојнице пужа је мањи од 45° . Пужни зупчаник својим зупцима обухвата део језгра пужа. Пужни зупчаник личи на половину навртке која уместо да се креће транслаторно, ротира око осе пужног зупчаника. Зато спрега пужа и пужног зупчаника подсећа на спрегу завртња и навртке. Пужни пар представља један клизни спој. Зато је потребно да један од делова у споју буде од мекшег материјала (пужни зупчаник), а други део од материјала веће тврдоће (пуж). Материјал пужа: челик, каљен и брушен. Материјал пужног зупчаника: бронза, сиви лив, легуре алуминијума, легуре цинка,... Пуж може да буде са десним (најчешћи случај) или са левим нагибом. Смерови нагиба зубаца пужа и пужног зупчаника су идентични. Смер обртања пужног зупчаника зависи од смера обртања пужа, смера завојнице пужа као и међусобног положаја пужа и пужног зупчаника. На слици 4.8 приказани су смерови обртања пужног пара [10].



Слика 4.8 Смерови обртања пужног пара [10]

Изучавање спрезања код пужних преносника врши се увођењем еквивалентног зупчастог пара. У првом приближењу, обртно кретање пужа око осе може се заменити транслацијом у правцу те осе. Даље, спрезање пужног пара може се посматрати као спрезање равног цилиндричног зупчастог пара [10].

Пуж -зупчаста летва,пужни зупчаник -цилиндрични зупчаник са косим зупцима. За време док се пуж обрне за пун круг, пужни зупчаник се обрне за један зубац (један корак) ако је пуж једноходан, односно за два зупца (два корака) ако је пуж двоходан. На слици 4.8 приказане су брзине код пужа док су у даљем тексту представљени изрази који су неопходни за прорачун пужног пара [10].



Слика 4.9 Брзине пужа [10]

Преносни однос [10]:

$$u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad (10)$$

Обимне брзине пужа и пужног зупчаника [10]:

$$V_1 = r_1 \cdot \omega_1 = \pi \cdot d_1 \cdot n_1 ; V_2 = r_2 \cdot \omega_2 = \pi \cdot d_2 \cdot n_2 \quad (11)$$

Коначни израз за преносни однос [10]:

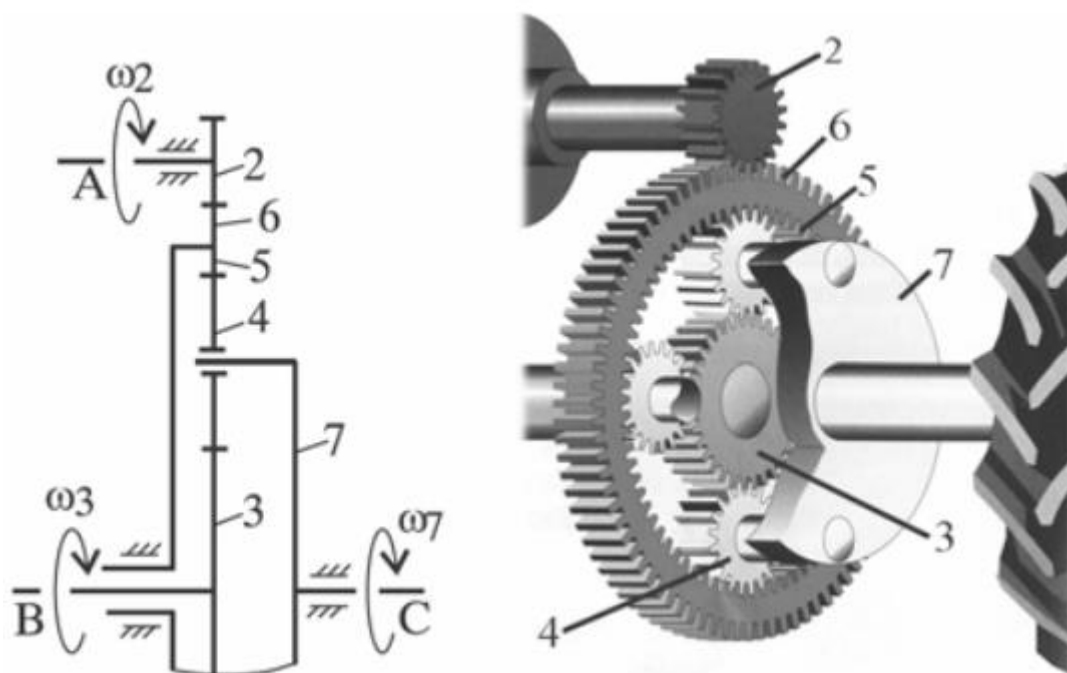
$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1 \cdot \tan \mu_m} = \frac{z_2}{z_1} \text{ за } x=0 \quad (12)$$

Како би се анализирао степен корисности планетарних преносника потребно је најпре одредити угаоне брзине чланова, као и преносни однос. За одређивање обимних и угаоних брзина чланова планетарних преносника и преносног односа између њих, користе се различите методе. Најчешће се користи аналитичка метода угаоних брзина која базира на изразу [14]:

$$i_{u,i}^n = \frac{\omega_u - \omega_n}{\omega_i - \omega_n} \quad (13)$$

где је $i_{u,i}^n$ – преносни однос од улазног до излазног зупчаника релативно према носачу сателита, ω_u – угаона брзина улазног зупчаника, ω_i – угаона брзина излазног зупчаника, ω_n – угаона брзина носача сателита, ω_u^n – угаона брзина улазног зупчаника релативно према носачу сателита и ω_i^n – угаона брзина излазног зупчаника релативно према носачу сателита.

Диференцијални планетарни преносник (слика 4.10) има широку примену у радним машинама због великих могућности различитих преносних односа. Преносник има два степена слободе кретања и треба да има два погонска члана. Погонски чланови су централни зупчаник (3) и погонски цилиндрични зупчаник (2). Зупчаник (3) погони се посредством других преносника од мотора, а зупчаник (2) погони хидромотор. Угаоне брзине улазних погонских зупчаника (3) и (2) се могу мењати у неким задатим опсезима. Гоњени радни члан је носач сателита (7) којег погоне зупчаници сателити (4). Прстенасти зупчаник има унутрашње (5) и спољашње спрезање (6) те је $\omega_5 = \omega_6$. У принципу, погонски члан може бити и носач сателита (7), тада је радни члан један од зупчаника (3) или (2) [14].



Слика 4.10. Диференцијални планетарни преносник [14]

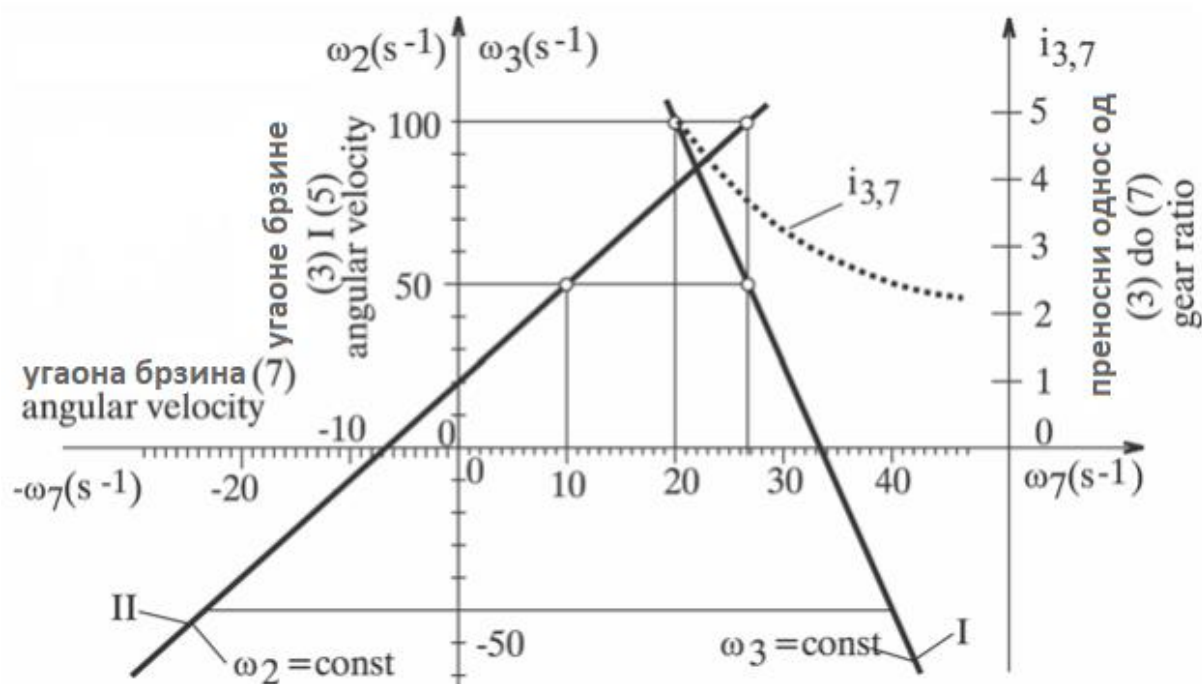
Зависно од тога који су чланови погонски, и зависно од међусобног односа угаоних брзина погонских чланова (2) и (3) овај планетарни преносник може бити редуктор, мултипликатор и класичан преносник (непланетаран), када се укочи носач

сателита (7), што је показано на дијаграму (слика 4.11). Угаона брзина радног гоњеног члана (7) према једначини (15) је:

$$\omega_7 = \frac{\omega_3 - \omega_5 - i_{3,5}^7}{1 - i_{3,5}^7} \quad (14)$$

$$i_{3,5}^7 = \frac{-z_5}{z_3} \quad (15)$$

Ако се усвоји да је: $z_2 = 20$, $z_3 = 30$, $z_4 = 15$, $z_5 = 60$, $z_6 = 100$ и угаона брзина погонског централног зупчаника (3) константне вредности ($\omega_3 = 100 \text{ s}^{-1}$), промена угаоне брзине носача сателита (7) у функцији угаоне брзине члана 2 приказана је на правој I. У супротном, ако се усвоји да је угаона брзина преносника (2) константне вредности ($\omega_2 = 100 \text{ s}^{-1}$), тада је промена угаоне брзине носача (7) у функцији брзине члана 3 показана на правој II. Укупан преносни однос представља количник угаоне брзине улазног зупчаника (3) и излазног гоњеног члана (7), тј. $i_{3,7} = \frac{\omega_3}{\omega_7}$. Из дијаграма (слика 4.11) види се да се исти преносни однос 3,7 постиже било променом угаоне брзине погонског члана (3), било променом угаоне брзине гоњеног члана (2). Вредност преносног односа 3,7 и опада са смањењем угаоних брзина зупчаника (3) и (2) [14].



Слика 4.11. Кинематичка карактеристика диференцијалног планетарног преносника [14]

5. МОДЕЛИРАЊЕ ЦИЛИНДРИЧНИХ ЗУПЧАНИКА СА ПРАВИМ ЗУБИМА И КИНЕМАТИКА У ОКВИРУ ПАКЕТА CATIA V5 R20

Овај део завршног рада садржи израду 3Д модела цилиндричног зупчаника са правим зубима, као и његову кинематику приликом спрезања. Модел је израђен у програму CATIA-V5 и реализован је у више корака.

CATIA (Computer Aided Three-Dimensional Interactive Application) је тродимензионални рачунарски програм за рачунарско пројектовање и техничко конструисање.

Суштински конструктивни процес CATIA програма обухвата израду тродимензионалних модела и из њих извођење 2Д цртежа и планова. У наредном делу рада приказан је 3Д модел цилиндричног зупчаника са правим зубима, као и процес његовог моделирања.

Први корак у моделирању компоненти представља избор референтне равни и израда иницијалне скице у окружењу *Sketch*.

На наредним сликама биће приказани основни алати који се користе приликом процеса цртања скице и моделирања цилиндричног зупчаника са правим зубима.

Sketch (слика 5.1) – Представља једно од основних радних окружења у CATIA софтверском пакету, јер већина 3Д форми почиње од скице. Скице су обично затворене форме састављене од линија, кружних лукова али скице некада могу бити и отворене.



Слика 5.1 *Sketch*

Profile (слика 5.2) – Коришћењем ове палете алата дефинише се контура скице. Понуђене су опције као што су нпр. опција *Circle* за креирање кружнице, *Ellipse* за скицирање елипсе.



Слика 5.2 *Profile*

Circular Pattern (слика 5.3) – Ова функција се користи за копирање креираних 2Д форми по кружном шаблону.



Слика 5.3 *Circular Pattern*

Constraint (слика 5.4) – Ова палета омогућава дефинисање димензија скица и делова (дужина и ширина, висина, пречник, полупречник). Након израде скице, потребно је моделу додати „материјал“, односно трећу димензију, што се врши изласком из *Sketch* окружења и одабиром неке од команди за креирање треће димензије (*Pad*, *Pocket*, *Rib*, *Edge fillet...*).



Слика 5.4 *Constraint*

Sketch – Based Features (слика 5.5) – Из ове палете користи се функција *Pad* за додавање материјала (треће димензије), креирање отвора (*Pocket*) уклањањем материјала или креирање форме (*Rib*) итд.



Слика 5.5 *Sketch – Based Features*

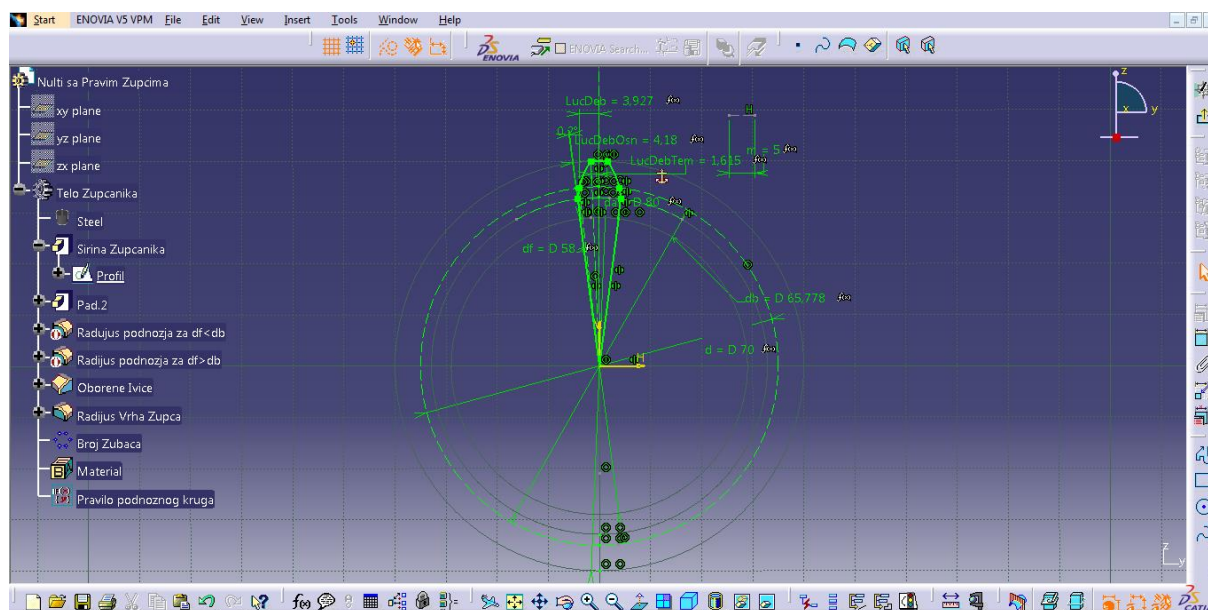
Plane definition (слика 5.6) – Користи се уколико је потребно креирати нову раван погодну за израду модела. Бира се референтна раван или равну површину у односу на коју је потребно направити нову раван, а затим се дефинишу правац и растојање.



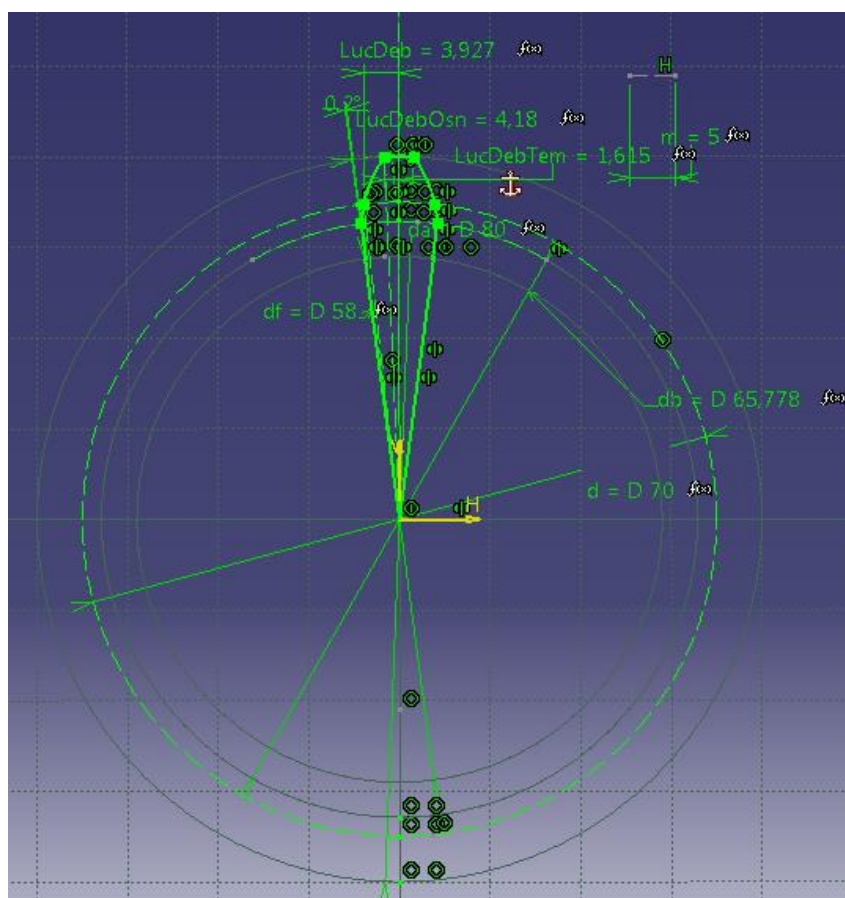
Слика 5.6 *Plane definition*

На наредним сликама биће приказан поступак моделирања цилиндричног зупчаника са правим зубима. У овом делу рада поступно ће бити корак по корак приказан сликовито поступак моделирања цилиндричног зупчаника са правим зубима.

На слици 5.7 приказан је поступак и изглед скице за добијање цилиндричног зупчаника са правим зубима. На слици 5.8 приказана је иста скица само у већој размери како би се боље уочили детаљи скице.

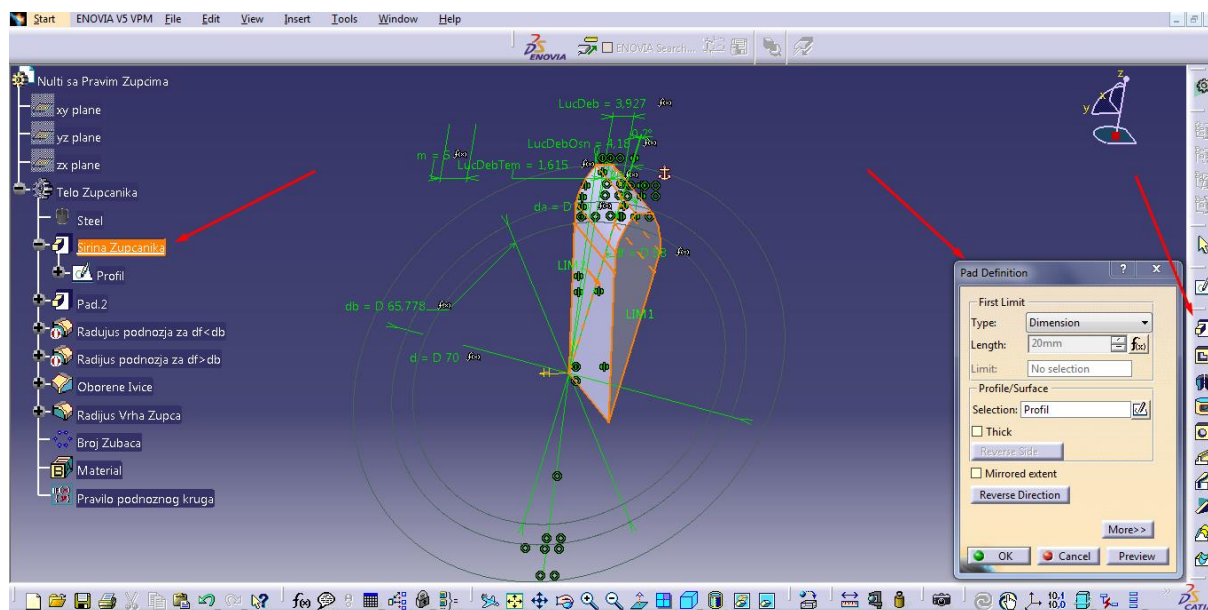


Слика 5.7 Скица за добијање једног дела зупчаника и једног зуба зупчаника



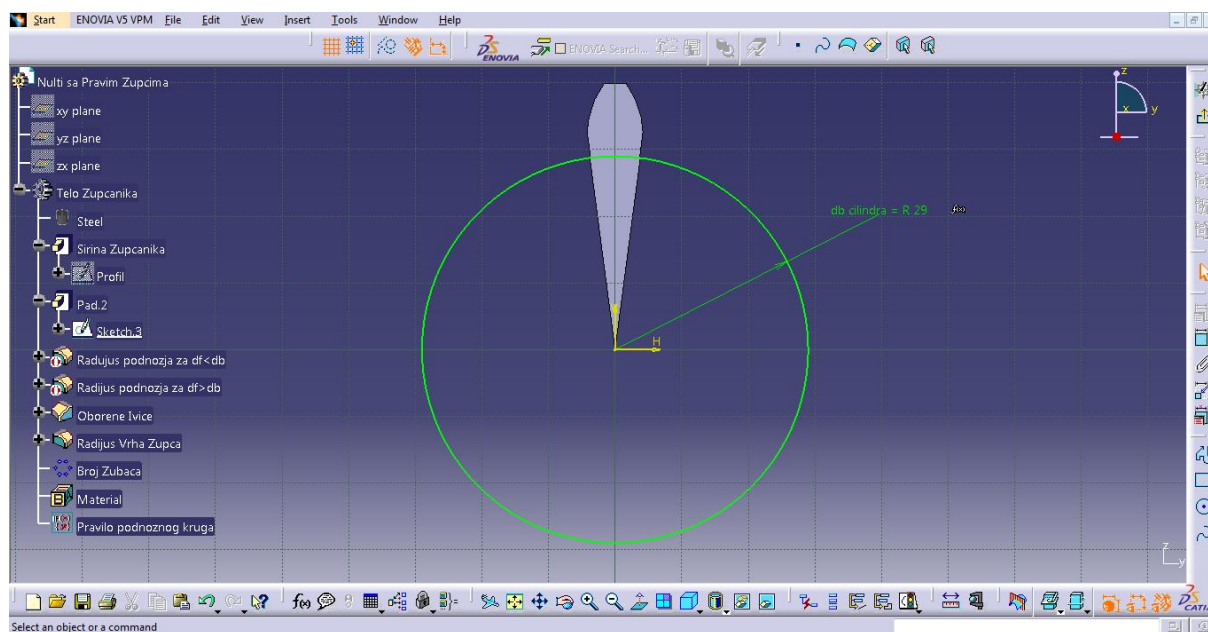
Слика 5.8 Увеличана скица

На слици 5.9 приказан је поступак добијања једног дела тела цилиндричног зупчаника са правим зубима, док су стрелицама означене команде помоћу којих је овај део формиран.

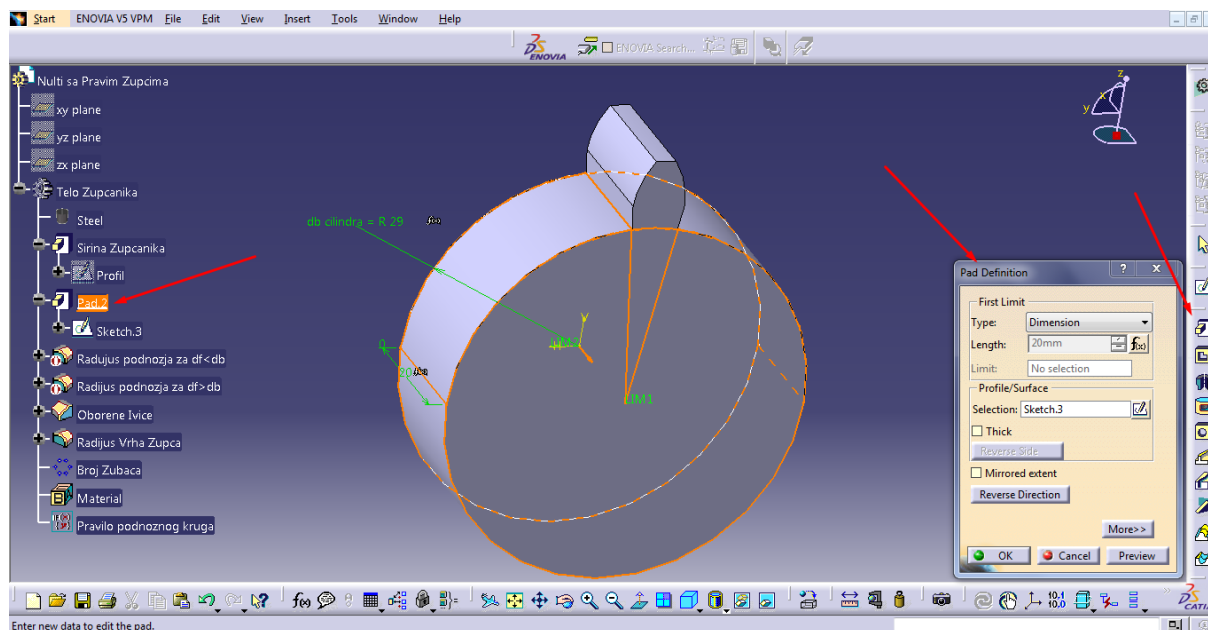


Слика 5.9 Опција PAD за добијање дела зупчаника

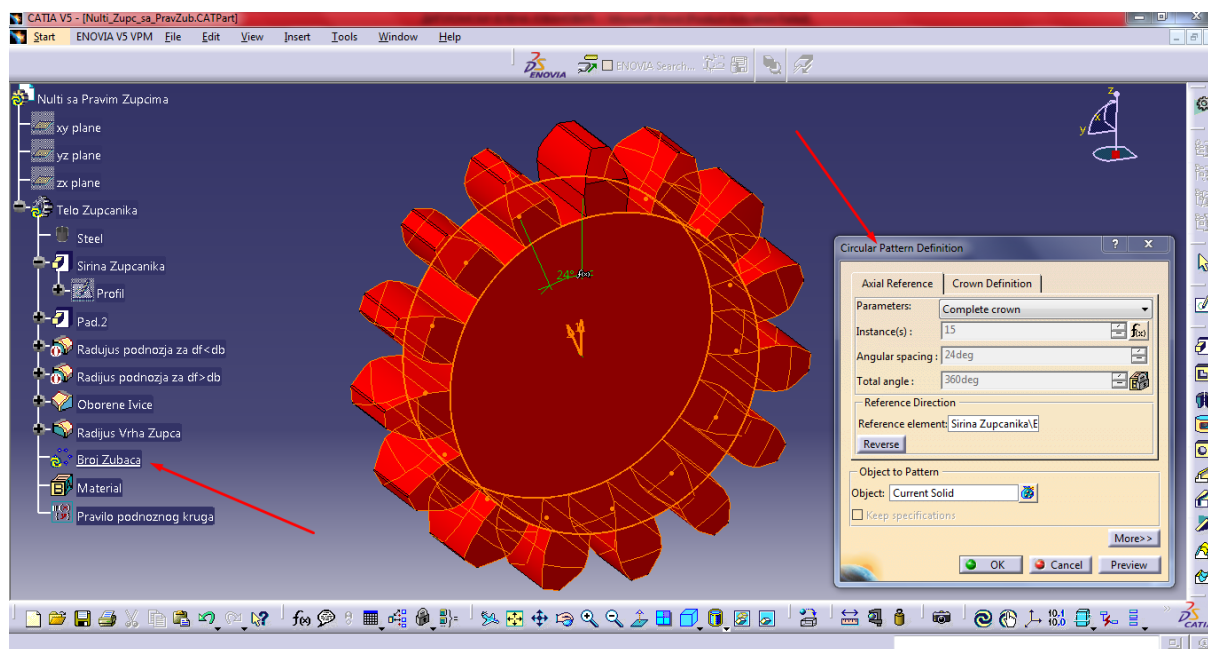
На слици 5.10 приказана је скица за добијање основе (тела) цилиндричног зупчаника са правим зубима. У оквиру овог корака из центра се опише један круг и опцијом PAD се добије жељени пречник и жељена дебелина зупчаника као што је приказано на слици 5.11.



Слика 5.10 Круг за добијање тела зупчаника

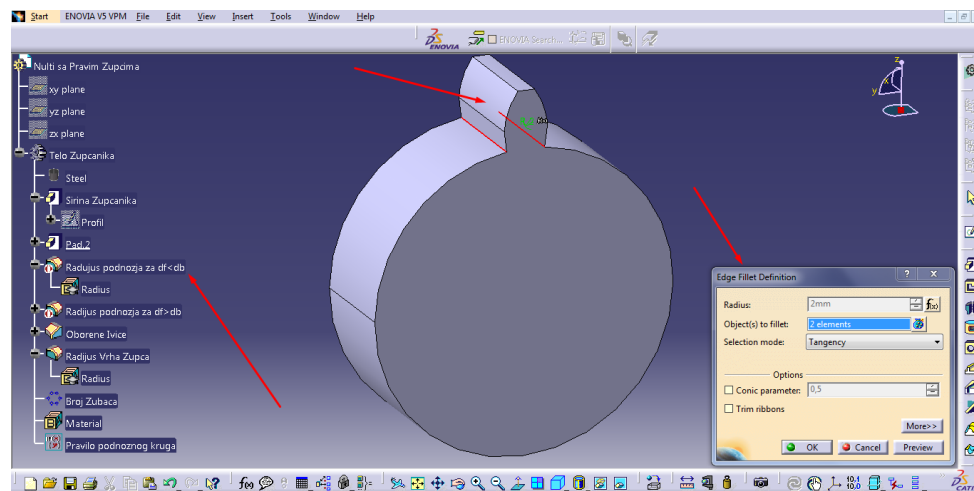


Слика 5.11 Тело зупчаника

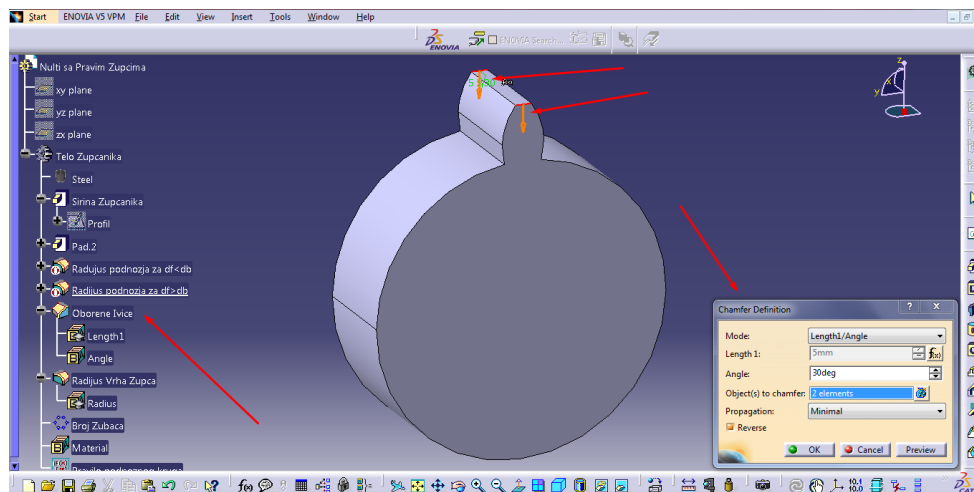


Слика 5.12 Опција за умножавање зуба зупчаника

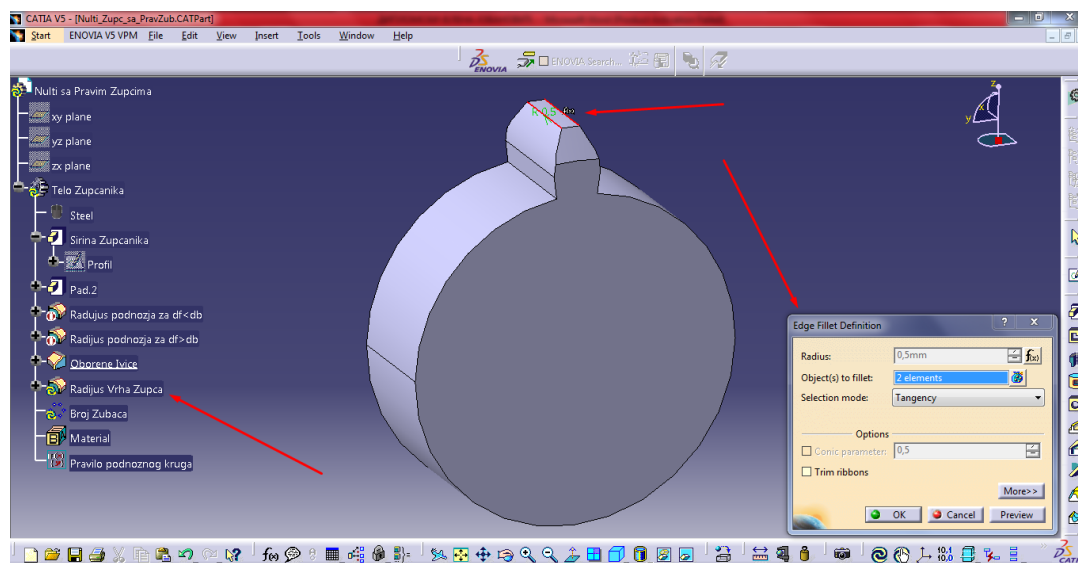
Овако измоделирани зупчаник не представља крајњи изглед зупчаника, неопходно је оборити или заоблити одређене ивице. Та обарања и заобљења су приказана на следећим сликама. Постоје одређена правила, прорачуни и табеле по којима се усвајају све величине и димензије једног зупчаника. Неке мере су искуствене али таквих мера је мало, па је највећи број мера дат у одређеним табелама и по одређеним стандардима се усваја, како би се постигла стандардизација зупчаника приликом израде.



Слика 5.13 Радијус подножја

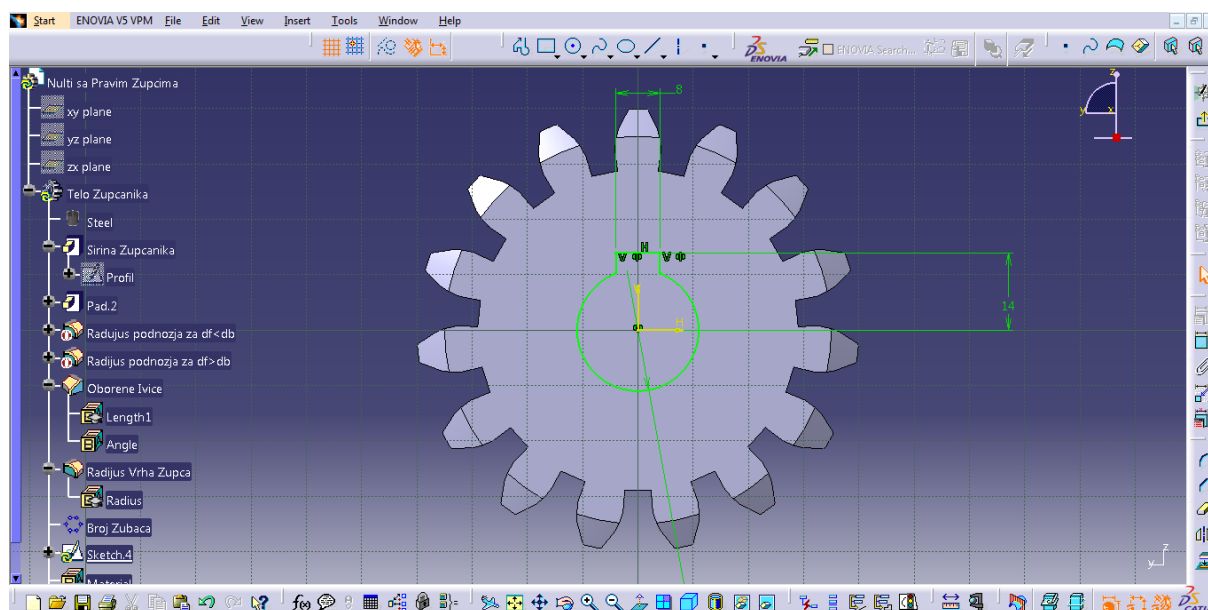


Слика 5.14 Обарање ивица

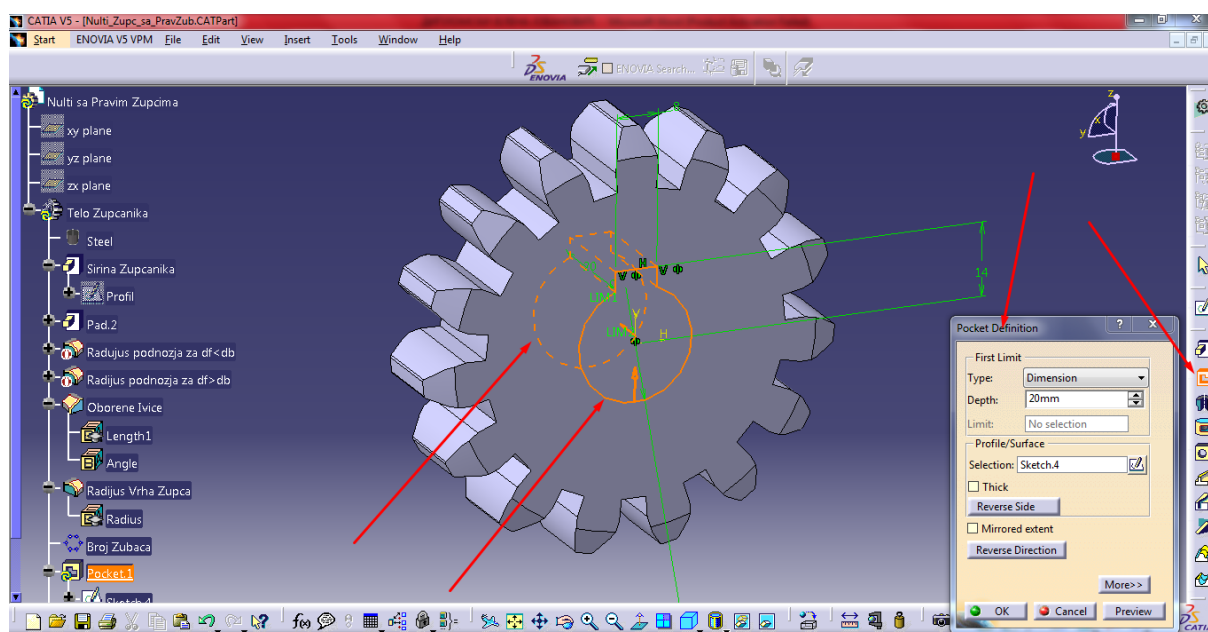


Слика 5.15 Радијус врха зуба

Постоји још један корак у моделирању цилиндричног зупчаника са правим зубима, а то је израда отвора за вратило и клин. На следећим сликама биће представљен тај поступак.

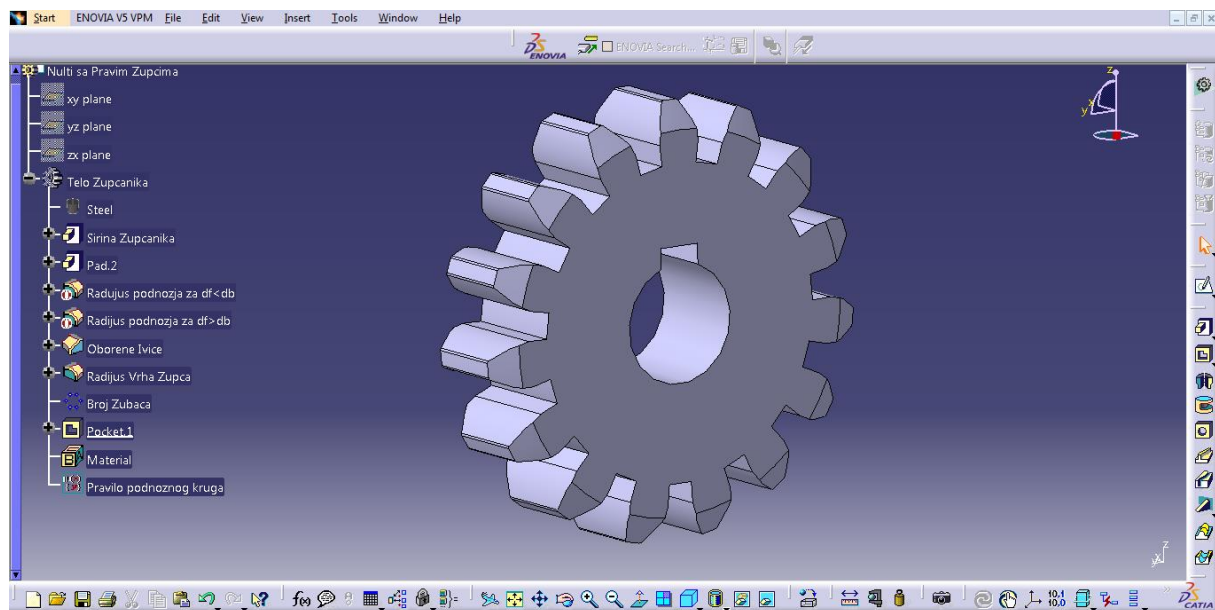


Слика 5.16 Скица за израду отвора за вратило и клин



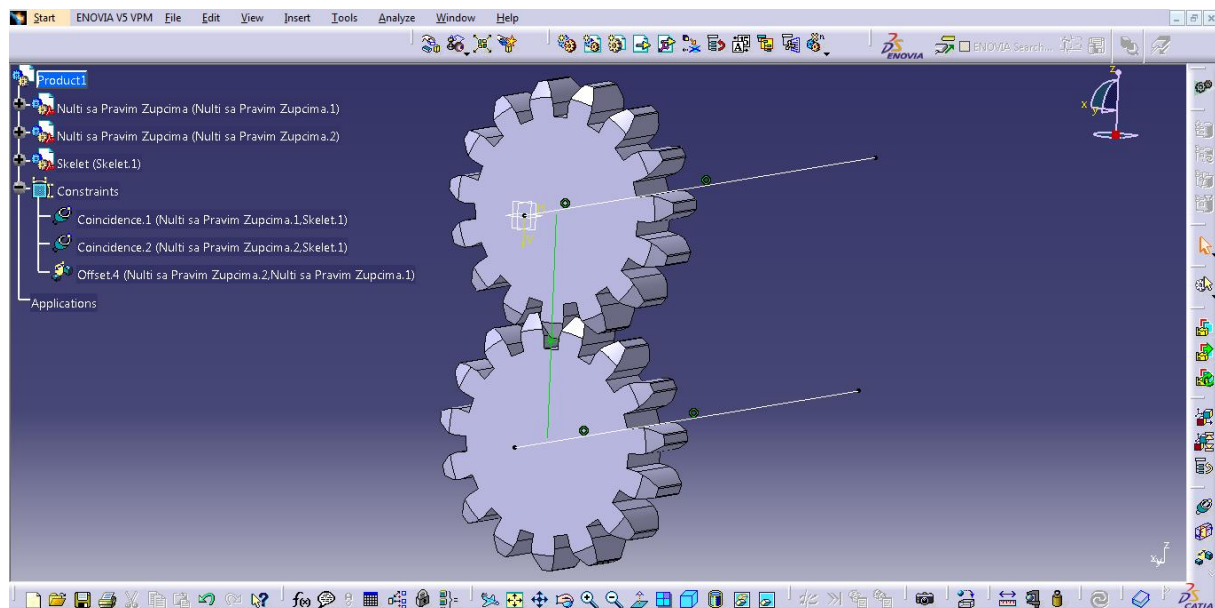
Слика 5.17 Добијање отвора опцијом Pocket

Као што је приказано на слици 5.17 отвор за вратило и за клин се након нацртане скице добијају опцијом Pocket. Ова опција омогућава да се уклони вишак материјала по одређеној претходно нацртаној скици. На слици 5.18 дат је приказ крајњег изгледа цилиндричног зупчаника са правим зубима.



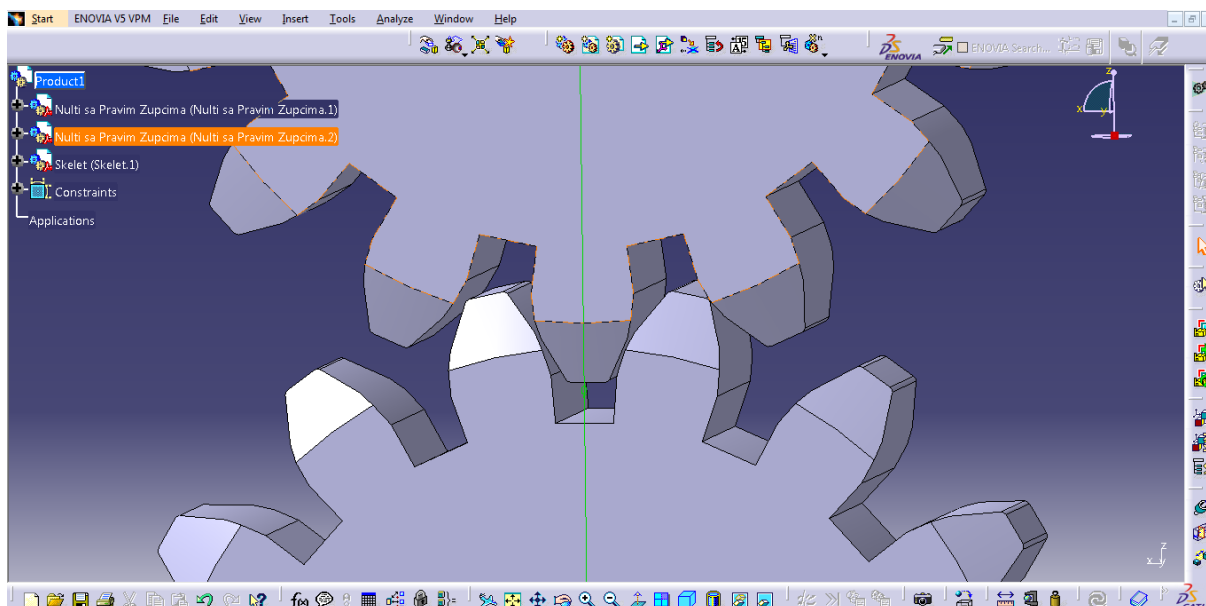
Слика 5.18 Крајњи изглед зупчаника

Када је завршено моделирање може се приступити спрезању зупчаника. Спрегнути зупчаници ће се окретати по одређеном закону, а њихово кретање ће бити описано дијаграмима брзине и убрзања.

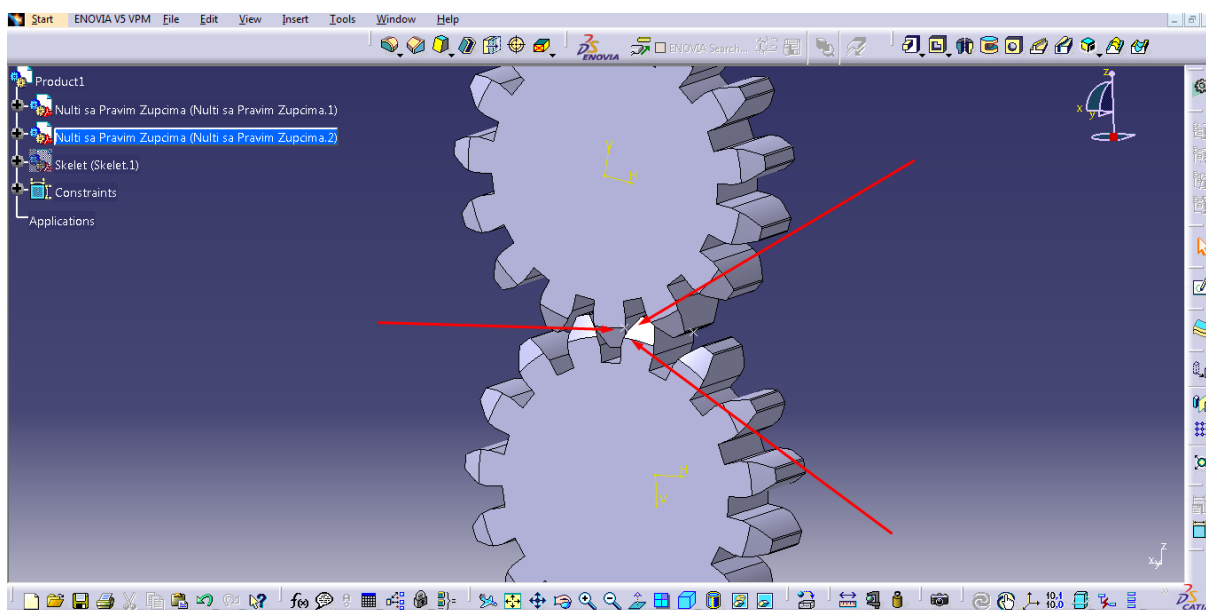


Слика 5.19 Спрегнути зупчаници у оквиру радног простора Assembly Design

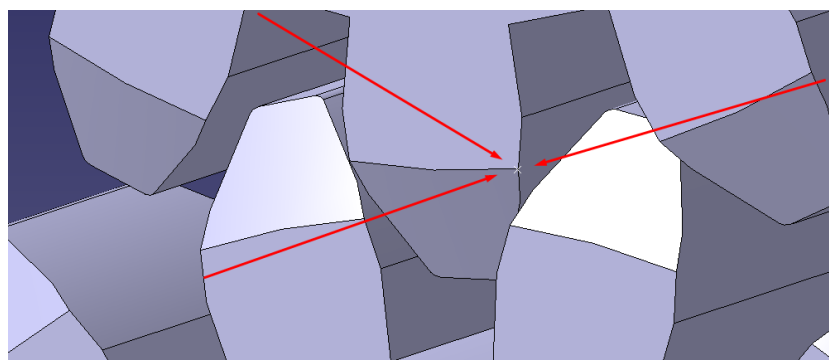
На слици 5.19 је приказан склоп два цилиндрична зупчаника са правим зубима који су склопљени и спрегнути у оквиру радног окружења Assembly Design. На слици 5.20 биће дат увећан приказ спрегнутих зупчаника, а на слици 5.21 је приказана тачка чије ће се кретање пратити на дијаграмима у оквиру радног окружења DMU Kinematic.



Слика 5.20 Увећан приказ спрегнутих зупчаника

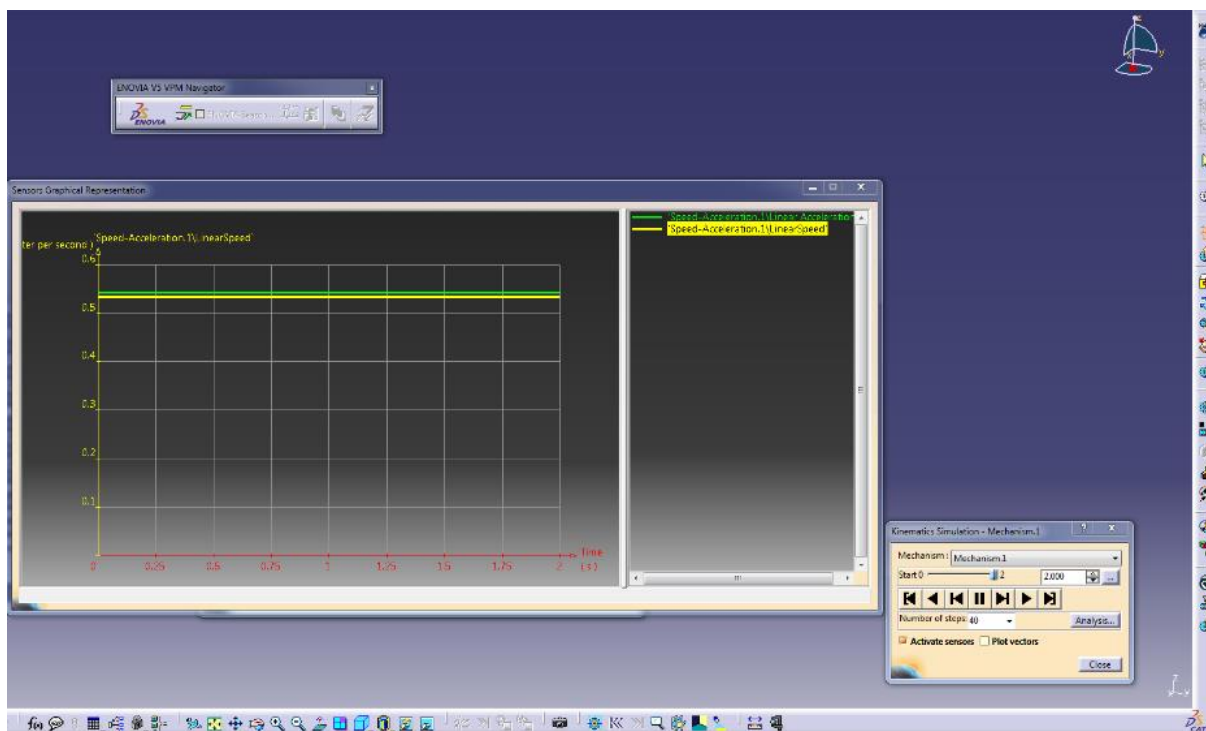


Слика 5.21 Тачка чија се брзина и убрзање прате

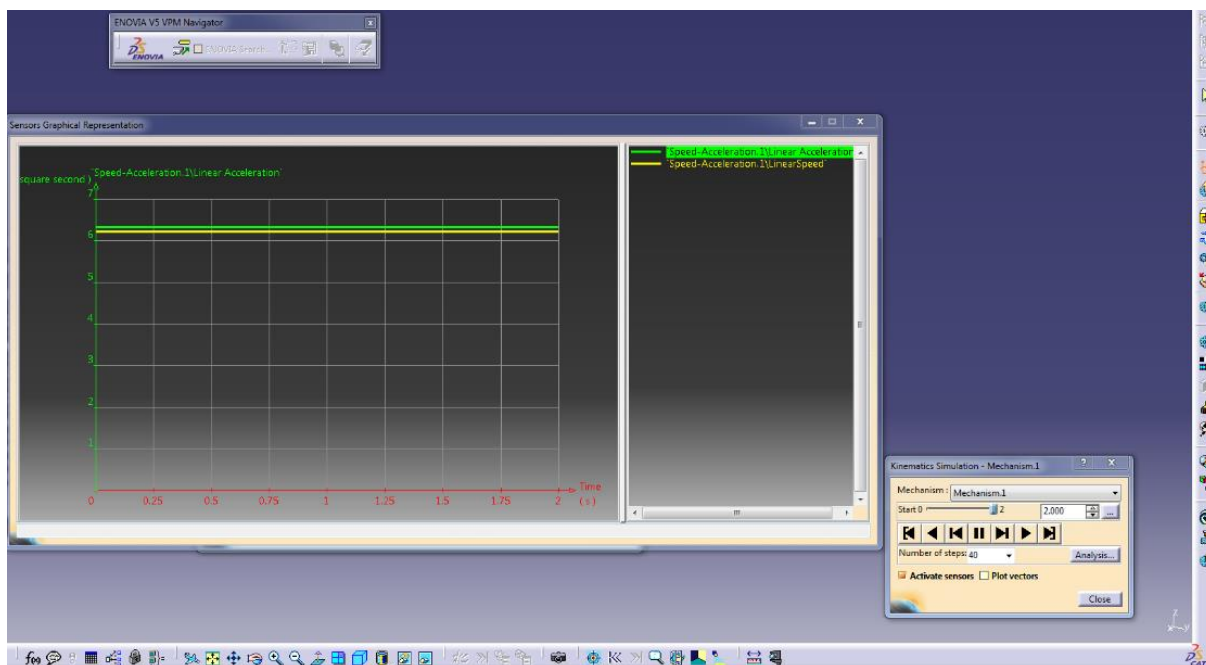


Слика 5.22 Увећан приказ зоне где се налази тачка чија се брзина и убрзање прате

На слици 5.23 биће приказана брзина тачке која је означена на сликама 5.22 и 5.21 у јединици времена, док ће на слици 5.24 бити приказано убрзање исте те тачке.



Слика 5.23 Брзина тачке у јединици времена



Слика 5.24 Убрзање тачке у јединици времена

6. ЗАКЉУЧАК

Непрестан развој технологија као и материјала, данас је зупчасте механичке преноснике довео готово до савршенства. Уз детаљан прорачун и анализу кинематике овим преносницима се могу преносити оптерећења која на самом почетку развоја зупчастих преносника нису могла ни да се замисле.

Кинематика зупчастих преносника је веома комплексан сегмент у машинству, постоје читави низови математичких модела по којима се испитују и прорачунавају зупчаници били они цилиндрични зупчаници са правим зубима, цилиндрични зупчаници са косим зубима, конични зупчаници са правим зубима, конични зупчаници са косим зубима или хипоидни зупчаници.

У раду поред основних теоријских напомена, подела механичких преносника је сликовито приказана. Дат је елементарни прорачун брзине и преносних односа који сачињавају кинематику зупчастих преносника. У петом одељку рада представљен је процес моделирања цилиндричног зупчаника са правим зубима, спрезање зупчаника као и праћење брзине и убрзања референтне тачке.

7. ЛИТЕРАТУРА

- [1] В. Вуковић, М. Вуковић, И. Кнежевић и М. Бојанић, *Основе машинства*, Универзитет за пословни инжењеринг и менаџмент Бања Лука, Бања Лука, 2015.
- [2] scribd; Интернет страница: [www.scribd.com,https://www.scribd.com/doc/109972363/Prenosnici-Snage-i-Kretanja](https://www.scribd.com/doc/109972363/Prenosnici-Snage-i-Kretanja), приступљено: 12.9.2020. године.
- [3] Ауторизована предавања, *Машински елементи*, Факултет техничких наука Универзитет у Новом Саду, Нови Сад, 2018,
- [4] Б. Стојановић и М. Благојевић, *Механички преносници*, Факултет Инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац, 2015.
- [5] Р. Глигорић, *Машински елементи*, Пољопривредни Факултет Универзитета у Новом Саду, Нови Сад, 2015.
- [6] В. Николић, *Машински елементи*, Машински факултет у Крагујевцу, Крагујевац, 2004.
- [7] osjmtio.wordpress; Интернет страница: <https://osjmtio.wordpress.com>, приступљено 13.09.2020. године.
- [8] bit; Интернет страница: <https://bit.ly/2A5TOzH>, приступљено 14.09.2020. године.
- [9] omk.mas.bg.ac.rs; Интернет страница: <http://omk.mas.bg.ac.rs/files/elementi2/smena3/2-Uvod-zupcasti%20prenosnici.pdf>, приступљено 25.09.2020. године.
- [10] researchgate.net; Интернет страница: https://www.researchgate.net/publication/307843194_Strukturna_analiza_slozenih_planetarnih_prenosnika_snage_Structural_analysis_of_compound_planetary_gear_trains, приступљено 7.11.2020. године
- [11] masfak.ni.ac.rs; Интернет страница: <http://biblioteka.masfak.ni.ac.rs/fond/sites/default/files/dipdf/3142.pdf>, приступљено 8.11.2020. године.

[12] deloviautomobila.rs; Интернет страница: <https://www.deloviautomobila.rs/auto-delovi/menjac-kvacilo-druk-lager/visedelni-planetarni-menjac/>, приступљено 8.11.2020 године.

[13] Ауторизована предавања, М. Благојевић, З. Ђорђевић, *Машински елементи*, Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац, 2019.

[14] scindeks-clanci.ceon.rs; Интернет страница: <https://scindeks-clanci.ceon.rs/data/pdf/0546-8264/2003/0546-82640301056G.pdf>, приступљено 10.11.2020.године