

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу

Војна академија Универзитета одбране у Београду



Назив студијског програма: Војноиндустријско инжењерство

Ниво студија: Мастер академске студије

Предмет: Напредна анализа и компјутерска симулација система

Број индекса: 303/2019

Милош С. Пешић

**Решавање контактних проблема коришћењем
софтверског пакета *Simcenter Femap with Nastran***

мастер рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. **Др Мирослав Живковић, ред. проф. - ментор**

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру мастер рада кандидат треба да прикаже све врсте контактних парова који постоје и користе се у различитим типовима анализа доступних у програмском пакету *Simcenter Femap with Nastran*. Неопходно је да кандидат детаљно опише поступак задавања различитих врста контакта, да креиране МКЕ моделе са дефинисаним контактним паровима симулира користећи различите типове анализа. При изради модела за анализе кандидат ће варирати различите густине мреже и примењивати их на *master* и *slave* сегменте контактних парова; подешавати опције у оквиру дефинисања карактеристика контактних парова. На једноставнијим примерима, уз варирање свих наведених опција, извешће закључке до којих је дошао и дати препоруке за решавање контактних проблема.

Препоручена литература:

- 1) Којић М., Славковић Р., Живковић М., Грујовић Н. 2010. *Метод коначних елемената I*, Машински факултет, Крагујевац
- 2) Грујовић Н. 2005. *Нумеричко решавање контактних проблема*, Машински факултет, Крагујевац
- 3) Вуловић С. 2008. *Нумеричке методе решавања контактних проблема пеналти методом – докторска дисертација*, Машински факултет, Крагујевац

Крагујевац, Октобар 2020.

ментор:

Др Мирослав Живковић, ред. проф

Резиме:

У мастер раду теоријски су обрађене методе структурне анализе, као и методе за решавање контактних проблема. Различите врсте контактних парова моделиране су и анализиране у програмском пакету *Simcenter Femap with Nastran*. У софтверу су испитани контакти различитих геометрија: контакт између две равне плоче, контакт између цилиндричне и равне површи, контакт између две конвексне површи и контакт између конвексне и конкавне површи. Варирањем различитих параметара донешени су бројни закључци који су презентовани у раду.

Кључне речи: метода коначних елемената, *Simcenter Femap with Nastran*, контактни проблеми, варирање параметара

Resume:

The master's thesis theoretically deals with the methods of structural analysis, as well as methods for solving contact problems. Different types of contact pairs were modeled and analyzed in the Simcenter Femap with Nastran software package. Contacts of different geometries were examined in the software: contact between two flat plates, contact between cylindrical and flat surfaces, contact between two convex surfaces and contact between convex and concave surfaces. By varying different parameters, numerous conclusions were reached and presented in the paper.

Keywords: finite element method, Simcenter Femap with Nastran, contact problems, parameter variation

ЗАХВАЛНОСТ

Са посебним задовољством желим да изразим велику захвалност ментору, др Мирославу Живковићу, редовном професору Факултета инжењерских наука у Крагујевцу, за свестрану и несебичну помоћ, истраживачку слободу и корисне савете током израде мастер рада.

Такође, велику захвалност дугујем професору др Владимиру Миловановићу, доценту Факултета инжењерских наука у Крагујевцу, на сталним стручним сугестијама и подстицају ка истраживачком размишљању у циљу савладавања тешкоћа приликом израде мастер рада.

Изражавам велику захвалност свим члановима комисије што својим присуством и својим компетенцијама употпуњујете ову комисију.

Посебно бих се захвалио колегама Лидији Јелић и Николи Јовићу на великој помоћи при изради примера и добијању нумеричких резултата. Такође се захваљујем колегама из Лабораторије за инжењерски софтвер и Центра за динамичка испитивања.

Овај рад посвећујем својим родитељима. Осталим члановима породице се захваљујем на разумевању и подрици током израде овог рада.

На крају, Жано највеће хвала теби, пре свега што си увек ту за мене и уз мене и што сваки мој успех чиниш комплетним.

Милош

Садржај

1. Увод	1
2. Методе структурне анализе	3
2.1 Основе методе коначних елемената – МКЕ	4
2.1.1 Основе на којима је заснована метода коначних елемената – МКЕ	5
2.1.2 Алгоритамски концепти МКЕ	5
2.1.3 Општа теорија МКЕ	6
3. Основни концепти у решавању контактних проблема	9
3.1 Варијациони принципи	9
3.2 Методе за решавање контактних проблема	10
4. Моделирање контакта	12
4.1 Варирање параметара за решавање контактних проблема	14
5. Контакт између две равне површи	18
5.1 Приказ резултата за комбинацију два солида у контакту	19
5.2 Приказ резултата за комбинацију две љуске у контакту	25
5.3 Приказ резултата за комбинацију љуске и солида у контакту	30
5.4 Приказ резултата за комбинацију солида и љуске у контакту	36
6. Контакт између цилиндричне и равне површи	43
6.1 Приказ резултата за комбинацију два солида у контакту	45
6.2 Приказ резултата за комбинацију две љуске у контакту	49
6.3 Приказ резултата за комбинацију љуске и солида у контакту	57
6.4 Приказ резултата за комбинацију солида и љуске у контакту	65
7. Контакт између две цилиндричне конвексне површи	70
7.1 Приказ резултата за комбинацију два солида у контакту	72
7.2 Приказ резултата за комбинацију две љуске у контакту	78
7.3 Приказ резултата за комбинацију љуске и солида у контакту	88
7.4 Приказ резултата за комбинацију солида и љуске у контакту	96
8. Контакт између конвексне и конкавне површи	103
8.1 Приказ резултата за комбинацију два солида у контакту	104

8.2 Приказ резултата за комбинацију две љуске у контакту.....	106
8.3 Приказ резултата за комбинацију љуске и солида у контакту.....	115
8.4 Приказ резултата за комбинацију солида и љуске у контакту.....	126
9. Закључак.....	130
10. Литература.....	131

1. УВОД

Методама анализе се у фази пројектовања машина и опреме траже одговори о њиховим својствима: отпорности, поузданости, носивости, кинематском понашању, динамичком одговору. Скуп свих захвата тражења одговора о својствима на бази физичке форме, захтева постављање упрошћених механичких модела. Постављање сложене системе – структуре, за упрошћене механичке моделе представља структурну анализу. На бази критеријума које структура мора да задовољи у погледу механичких и функционалних карактеристика, анализом се оцењује посматрана структура и траже њени недостаци. Очигледно, методе анализе усавршавају структуру по систему "корак по корак" и оне као такве и данас задовољавају конструкторске захтеве. Примена матричних метода за анализу структура, решила је захтеве систематског представљања континуума, увођења поља спољашњих концентрисаних сила, поља површинских оптерећења каква се јављају код бродских структура, авиоструктура, структура возила и поља температура својствена за ракетне конструкције, топлотне турбине и нуклеарне реакторе. Погодност матричних метода анализе показала се веома добро код решавања задатака пластичности, пузања и ојачања елемената, као и код увођења историје претходног оптерећења структуре. Важан елемент примене метода анализе, је брзина извођења процедура, чиме се у раном периоду развоја структуре, идентификују посматране (прогнозиране) карактеристике. Сходно томе, врши се корекција до постизања задовољавајућих карактеристика. Довољном брзином анализа, могуће је истовремено развијати више конструктивних варијанти и одабрати најповољније решење. Идеја анализе дакле говори да се низом итерација долази до решења. Оцена добијених особина води модификацији структуре делимично или у целости. Након корекције, обнавља се процедура анализе модела и анализе карактеристика, док постављени циљеви не буду достигнути.

Један од најзначајнијих проблема који се јављају приликом решавања различитих задатака МКЕ методом јесу контактни проблеми. Ради тачног предвиђања понашања материјала и осталих механичких карактеристика неопходно је познавати стање контакта. У зонама контакта, које постоје у различитим механизмима, силе контакта, захваљујући квази-статичким оптерећењима, могу да доведу до трења и до високих напона, уз појаву замора и ерозије површина. Због тога је потребно, ради пројектовања ових елемената, да се предвиде силе контакта и напони.

Овај рад обрађује развој теоријске методе која даје решење за проблеме контакта са неповратношћу која произилази из феномена приањање – клизање. Анализа напона и деформација, унапређена кроз контакт два или више еластичних тела, дуго је била важна тема, али је тешко добити нумеричке резултате практичних проблема уз одговарајућу тачност.

Постојање тачних решења напона контакта као и притиска који се јавља у контакту, производ су високософистицираних математичких анализа за идеализовано моделоване конфигурације. Ова решења могу се применити на различите проблеме, са више или мање успеха, у зависности од тога колико се добро реална геометрија и стања оптерећења слажу са оним примењеним у математичком моделу.

Такође, у раду је детаљно објашњено формирање контакта у софтверском пакету *Simcenter Femap with Nastran*, као и постављање минималних потребних услова за

решавање контактних проблема. Формирање поменутих услова врши се кроз подешавање разних параметара који су касније варирано да би се што прецизније одредила зависност напона и притиска у контактном региону.

Изабрани су такви модели да би се испитао утицај разних параметара приликом формирања равног, равно-цилиндричног, конвексно-конвексног (цилиндричног) и конвексно-конкавног (цилиндричног) контакта. Добијени резултати са закључцима су приказани у раду.

2. МЕТОДЕ СТРУКТУРНЕ АНАЛИЗЕ

Методе структурне анализе деле се на аналитичке и нумеричке. Примена аналитичких метода је ограничена на једноставне случајеве за које је могуће наћи решење у затвореном облику. Код аналитичких метода решења се траже преко редова или специјалних функција. Реалне структуре се у пракси третирају нумеричким методама и оне се могу односити на континуалне и дискретне системе. Слика 2.1 показује класификацију данас актуелних нумеричких метода структурне анализе [1].



Слика 2.1 Преглед нумеричких метода за анализу структура [1]

Метода коначних разлика је нумеричка метода погодна за решавање разноврсних задатака. Базира се на математичкој дискретизацији диференцијалних једначина превођењем на једначине са коначним разликама. Успешно се може применити на танкозидним носачима, на проблемима пластично деформабилних конструкција. Ефикасност методе се смањује са сложености унутрашњих веза посматраног механичког система.

Метода нумеричког интегрисања диференцијалних једначина користи се широко у многим задацима. Метода се своди на решавање задатка *Cauchy*-ја с обзиром на постојање добрих математичких процедура за интеграцију система диференцијалних једначина. За решавање се доста добро могу употребити метода *Euler*-а, метода *Runge-Kutta* и друге [8].

Метода коначних елемената - (*Finite Element Method* - *FEM*), користи различите типове варијационих метода, примењених на дискретном моделу за структурну анализу континуума. Континуум се дискретизује коначним бројем елемената и степени слободне кретања. Успех примене методе је у квалитету изабраних апроксимација коначних елемената постављеног модела. Погодност методе је у вредностима варијационе методе. Задатак се описује системом диференцијалних једначина које се формирају из услова минимума функционала конструкције. Овај задатак је рутински, а решавање система диференцијалних једначина иде матричним методама, врло погодним за третман рачунаром. Тачност израчунавања је дефинисана квалитетом изабраних функција облика

(интерполационих функција), мрежом и типом коначних елемената. Зависно од изабраних независно-променљивих величина и начина формирања једначина, постоје четири основне методе: метода померања (метода деформација), метода сила, мешовита и хибридна метода. Формирање једначина се изводи применом основних закона механике. Тако, рецимо, код методе померања користи се принцип о минимуму функционала (пуне енергије система). Код методе силе, користи се принцип о минимуму комплементарне енергије система. Мешовита метода користи принцип *Vasic*-а и *Reissner-Hellinger*-а [2].

Метода граничних елемената је специфична метода прелаза из система парцијалних диференцијалних једначина и задатих граничних услова ка њиховој интегралној аналогiji на граници области коју посматрамо. Поступак се састоји у дискретизовању граничне области структуре граничним елементима, применом различитих врста апроксимација геометрије граница и граничних функција. Из интегралних односа, дискретном аналогijом, формира се систем алгебарских једначина. Решавањем система долази се до тражених величина на границама области [8].

2.1 Основе методе коначних елемената - МКЕ

Метода коначних елемената (МКЕ) спада у савремене методе нумеричке анализе. Њена примена прво је почела у области прорачуна инжењерских конструкција. Основна идеја о тзв. физичкој дискретизацији континуума, на којој се заснива МКЕ је врло стара, отприлике колико и људско настојање да се тешко решиви проблеми замене једноставнијим, за које се лакше налазе решења.

Као пример за илустрацију може се навести проблем одређивања опсега или површине круга, на основу његове поделе на мање делове правилног облика. Грчки математичар и физичар Архимед, рачунао је број π , односно границе између којих се налази нумеричка вредност овог броја на тај начин што је контуру круга апроксимирао уписаним односно описаним полигоном са коначним бројем страница. Са повећањем броја страница полигона, односно са смањивањем њихове дужине, смањивала се и разлика између граница у којима се налази број π , а повећавала тачност његове нумеричке вредности. Отприлике у исто време, на сличан начин, у старом Египту је рачуната запремина пирамиде и површина сфере, а у Кини је дат доказ познате Питагорине теореме. Са овим првим једноставним примерима, отворена су нека фундаментална питања, као што су: тачност решења, горња и доња граница апроксимације, монотоност и брзина конвергенције и др., која су и данас у МКЕ веома актуелна и значајна са теоретског и практичног становишта.

Развој методе коначних елемената почео је половином прошлог века. У почетној фази он се одвијао кроз два међусобно независна приступа, прво инжењерски, а одмах затим математички. Сложене просторне конструкције, у инжењерским прорачунима замењиване су дискретним системима који су се састојали од штапова и који су рачунати по познатим поступцима статике линијских носача. Од стране математичара, тражена су приближна решења одређених граничних задатака помоћу дискретних модела уз примену варијационих поступака. Ова два прилаза, инжењерски и математички, касније су обједињени, што је било од огромног значаја за даљи бржи развој и широку примену МКЕ [6].

2.1.1 Основе на којима је заснована метода коначних елемената – МКЕ

Метода коначних елемената спада у методе дискретне анализе. За разлику од осталих нумеричких метода, које се заснивају на математичкој дискретизацији једначина граничних проблема, МКЕ се заснива на физичкој дискретизацији разматраног подручја. Уместо елемента диференцијално малих димензија, основу за сва проучавања представља део подручја коначних димензија, мање подручје или коначни елемент. Због тога су основне једначине помоћу којих се описује стање у појединим елементима, а помоћу којих се формулише и проблем у целини, уместо диференцијалних или интегралних, обичне алгебарске.

Са становишта физичке интерпретације, то значи да се разматрано подручје, као континуум са бесконачно много степени слободе, замењује дискретним моделом међусобно повезаних коначних елемената, са коначним бројем степени слободе. С обзиром на то да је број дискретних модела за један гранични проблем неограничено велики, основни задатак је да се изабере онај модел који најбоље апроксимира одговарајући гранични проблем.

2.1.2 Алгоритамски концепти МКЕ

Анализа и решавање проблема механике континуума по МКЕ увек се свODE на тзв. процес "корак по корак", што је од огромног практичног значаја за примену рачунара у ефективном прорачуну. У том процесу који се може приказати као једноставан алгоритам, издваја се следећих шест најважнијих корака:

- дискретизација континуума,
- избор интерполационих функција,
- рачунање карактеристика елемената,
- формирање једначина за мрежу коначних елемената,
- решавање система једначина и
- прорачун потребних утицаја [6].

Од наведених шест корака, прва три су нарочито важна. Начин дискретизације, избор облика елемената, као и укупног броја елемената, зависе од природе проблема који се решава и потребне тачности траженог решења. Поред броја и облика елемената важан је и избор чворова, основних непознатих у њима и интерполационих функција. Помоћу интерполационих функција се дефинише поље променљивих у сваком елементу. Од њиховог избора непосредно зависи и континуитет на границама између појединих елемената, а самим тим и тачност апроксимације. Променљиве у елементу могу бити скаларне, векторске или тензорске величине.

Карактеристике појединих елемената одређују се независно од мреже елемената као целине. Матрица крутости се формира аутономно за поједине елементе, а потом на основу њих, сасвим једноставно, формира се матрица за систем у целини. С обзиром на то да је геометрија елемената по правилу једноставна, то практично значи да се комплексан проблем своди на низ једноставних. Задња три корака, иако су за практичне прорачуне од великог значаја, данас спадају у оквире рутинског посла, који је прилагођен аутоматском раду рачунара.

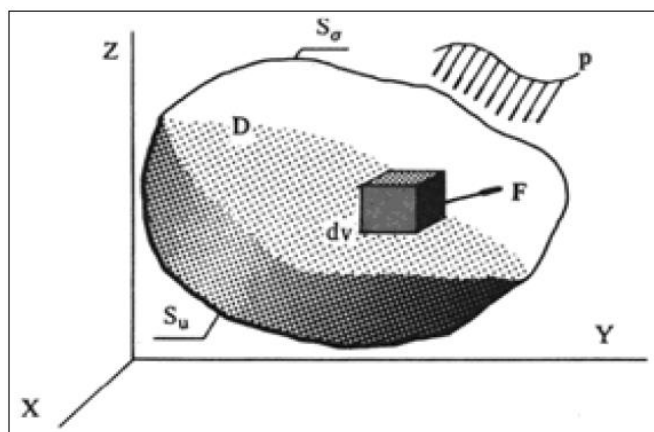
2.1.3 Општа теорија МКЕ

Основни принцип на којем се заснива МКЕ, састоји се у подели разматраног подручја на коначан број мањих подручја, односно елемената, тако да се анализом појединих елемената, уз претпоставку о њиховој међусобној повезаности, анализира целина. Овај приступ у анализи, где се од посебног иде ка општем, од индивидуалног ка универзалном, у коме се анализом делова закључује о целини, је познати индуктивни приступ, који се примењује у многим подручјима науке. Код инжењерских и других проблема код којих се општа решења не могу добити у затвореном облику индуктивни приступ је од посебног значаја.

У оквиру МКЕ, разматрано подручје замењује се великим бројем малих делова коначних димензија, који су међусобно повезани у одређеном броју тачака. На овај начин, подручје са бесконачно много степени слободе, замењује се дискретним системом са коначним бројем степени слободе и анализира методама дискретне анализе. У математичкој формулацији, ово значи да се разматрани проблем преводи из подручја анализе у подручје алгебре. МКЕ се може схватити као метода нумеричке анализе у оквиру које се дефинише начин преводјења континуираних физичких система у дискретне, односно начин формирања система алгебарских једначина помоћу којих се апроксимира одређени контурни задатак.

На слици 2.2 приказано је подручје D еластичног континуума, који је ограничен контуром S , тако да су на делу контуре S_σ задати контурни услови по силама, а на делу S_u контурни услови по померањима. У подручју D делују запреминске силе F (F_x, F_y, F_z), а на контури S_σ површинске силе p (p_x, p_y, p_z) [1].

За померања у подручју D претпоставља се да су непрекидне функције координата: $u = u(x, y, z)$, $v = v(x, y, z)$, $w = w(x, y, z)$.

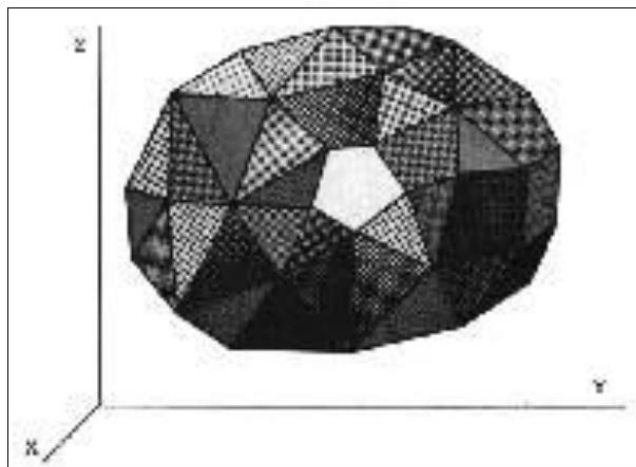


Слика 2.2 Подручје D еластичног континуума [1]

Задатак теорије еластичности, када се проблем формулише по померањима, односно по методи деформације, састоји се у одређивању функција померања, које задовољавају услове равнотеже и услове на контури, односно диференцијалне једначине и контурне услове. Гранични задатак који је формулисан на овај начин, у кинематском смислу, представља систем с бесконачним бројем степени слободе. Задатак је да се одреди решење овог граничног проблема помоћу одговарајућег дискретног система са коначним

бројем степени слободе, односно као решење одговарајућег система алгебарских једначина.

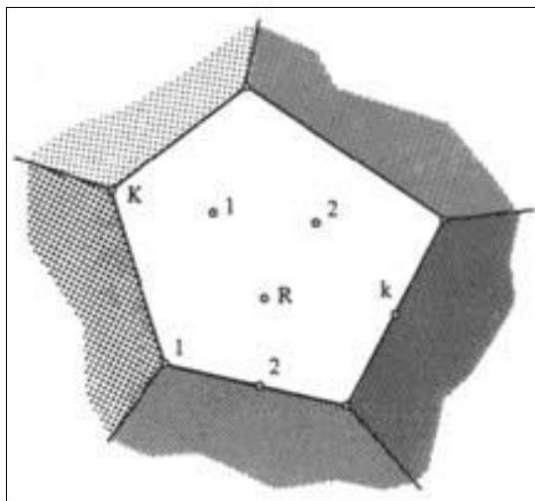
Разматрано подручје D дели се на коначан број малих делова – коначних елемената, који су међусобно повезани у одређеном броју тачака, које се називају чворови, као што је приказано на слици 2.3.



Слика 2.3 Подручје D подељено на коначан број елемената [1]

Ако се претпостави да се померања у било којој тачки коначног елемента могу, на одређени начин, приказати у зависности од померања у чворовима, онда се проблем одређивања поља померања у подручју D своди на одређивање померања у чворовима, а број померања у чворовима је коначан. Померања у чворовима у подручју D и на контури S_σ одређују се из система једначина, који представљају услове равнотеже у чворовима, услове континуитета у чворовима и контурних услова на контури S_σ .

На слици 2.4 приказан је коначни елемент, који је издвојен из система елемената са слике 2.3. Због једноставности, елемент је приказан као дводимензионални, ограничен са праволинијским контурама. Овим се не жели сузити опсег разматрања, која важе за једнодимензионалне и вишедимензионалне елементе са равним и кривим контурама [1].



Слика 2.4 Коначни елемент издвојен из састава елемената [1]

На елементу је усвојен одређени број тачака на контури, које се називају чворне тачке или чворови. Чворови су обележени бројевима $1, 2, \dots, K$, где је K укупан број чворова. Ови чворови се називају спољашни чворови, да би се разликовали од чворова који могу бити усвојени у елементу и који се називају унутрашњи чворови. Укупан број унутрашњих чворова обележен је са R .

У чворовима елемента као основне непознате величине, усвајају се параметри померања. Под померањима, овде се подразумевају померања у генералном смислу, тј. компоненте померања, њихове комбинације и сл. Број параметара померања у чворовима зависи од природе разматраног проблема. На пример, код тродимензионалних проблема у сваком чвору, за параметре померања се усвајају по три компоненте померања (u, v, w) код дводимензионалних по две (u, v), код савијања плоча најмање по три ($w, \theta_x = w_y, \theta_y = w_x$) итд. Параметри померања у чворовима често се називају степени слободе, по аналогији са значењем које ове величине имају у статистици линијских система. Ако је у сваком чвору усвојено по S параметара померања, елемент има $S \times K$ спољашних степени слободе и $S \times R$ унутрашњих степени слободе.

Суштина апроксимације континуума по МКЕ, састоји се у следећем:

- Разматрано подручје континуума, помоћу замишљених линија или површина, дели се на одређени број мањих подручја коначних димензија. Поједина мања подручја се називају коначни елементи, а њихов скуп за цело подручје систем или мрежа коначних елемената.
- Претпоставља се да су коначни елементи међусобно повезани у коначном броју тачака, које се усвајају на контури елемента. Те тачке се називају чворне тачке или чворови.
- Стање у сваком коначном елементу (нпр. поље померања, деформација, напон, простирање температуре и сл.) описује се помоћу интерполационих функција и коначног броја параметара у чворовима који представљају основне непознате величине у МКЕ.
- За анализу и прорачун система коначних елемената важе сви принципи и поступци који важе за класичне дискретне системе [1].

Основна идеја анализе методом коначних елемената је моделирање проблема подразумевајући да је просторни домен проблема подељен – дискретизован на поддомене на које се примењују општа знања и искуства из механике континуума и нумеричке математике. Поддомени о којима је реч термилолошки се означавају као коначни елементи. Анализа система спрегнутих коначних елемената, добијених дискретизацијом континуума, омогућава нумеричку симулацију одзива континуума на задате побуде. Физичке величине које су обухваћене моделом добијају се у дискретном облику, тј. у тачкама које произилазе из дискретизације. Ове тачке се зову чворне тачке, или једноставно чворови. Најчешће коришћени коначни елементи су $2D$ и $3D$ коначни елементи континуума. Моделирањем реалног објекта уз помоћ ових елемената, затим дефинисањем ограничења и оптерећења, као и свих потребних механичких особина материјала од кога су сачињени, и коначно решавањем проблема нумеричким методама, долази се до жељених резултата. Да би се дошло до конкретних вредности за чворове, односно да би се они на правилан начин дефинисали у простору, као и да би се одредила сва ограничења и оптерећења, потребно је поседовати софтверски пакет који се базира на визуелном приступу.

3. ОСНОВНИ КОНЦЕПТИ У РЕШАВАЊУ КОНТАКТНИХ ПРОБЛЕМА

Када две инжењерске структуре физички налажу једна на другу, а нису круто спојене и када једна другој предају спољне силе кроз заједничку површину додира, за њих се каже да су у контакту.

Слика 3.1 шематски приказује разматрани контакт - проблем. На њој су приказана два тела А и Б, која могу бити означена и као контактор тело (*slave*) и мета или циљно тело (*master*). У решењу коначног елемента тело А садржи чворне границе коначног елемента који долазе у контакт са сегментима или чворовима тела Б. Мада су приказана само два тела у контакту, могу се анализирати контактни услови између већег броја тела.

Основни услови контакта дуж површина контакта су такви да не може да се догоди материјално преклапање, а као резултат контактне силе су створене да делују дуж зоне контакта на тело А и Б. Ове силе су једнаке и супротне. Нормалне силе могу само да врше притисак, а тангенцијалне силе задовољавају закон отпорности на трење [9,10].



Слика 3.1 Шематски приказ проблема контакта [9]

3.1 Варијациони принципи

За решавање проблема континуума, у које спадају и контактни проблеми, постоји већи избор метода, а међу најчешће употребљаваним свакако је онај заснован на варијационом рачуну. Према дефиницији, варијациони принцип се односи на скаларну функцију – функционал Π , који се може приказати у облику интеграла:

$$\Pi = \int_{V^*} F\left(u, \frac{\partial}{\partial x} u, \dots\right) dV^* \quad (3.1)$$

где је $u = u(x)$ непозната функција просторних координата x , F су познати оператори, V^* је домен укључујући и границе домена, дефинисаности функције u . У суштини, функционал Π представља укупни потенцијал [4].

Решење неког проблема континуума је функција u , за коју је функционал Π стационарно при малим променама – варијацијама δu . Решење проблема континуума је условљено важењем следеће релације:

$$\delta \Pi = 0 \quad (3.2)$$

Претпостављајући да је, у функционалу Π , извод функције u по просторној координати највише m -тог реда, такав проблем називамо C^{m-1} варијациони проблем. Разматрајући граничне услове у проблему, можемо уочити две групе граничних услова, а то су геометријски и природни гранични услови. Геометријски гранични услови, у механици чврстих деформибилних тела, одговарају задатим померањима и ротацијама. Природни гранични услови у структурној анализи одговарају задатим силама и моментима [4].

Може се приметити да решавање одређеног проблема не подразумева постојање једног јединственог одговарајућег функционала, већ се може формирати више функционала који су применљиви у конкретном случају.

Важна особина варијационих принципа је да једном установљен функционал за одређену класу проблема, може да се употреби за постављање основних једначина за све проблеме у тој класи. На тај начин се добија генерални поступак за анализу. Тако је, на пример, принцип минимума потенцијалне енергије употребљив за све задатке линеарне теорије еластичности.

Суштинске карактеристике варијационих принципа могу се нагласити у следећем:

- ✓ Варијациони метод представља релативно лак начин постављања основних једначина система, што одговара чињеници да је функционал скаларна величина зависна од векторских величина које нас интересују (силе, померања...)
- ✓ Неки гранични услови могу се имплицитно уградити у функционал. Ова констатација је од највећег значаја за употребљивост методе коначних елемената за решавање проблема са врло сложеним граничним условима.

Основна тешкоћа је у проналажењу функционала Π који одговара проблему континуума који је потребно решити. Ако се функционал може дефинисати, то аутоматски значи могућност стандардног поступка прилагођавања проблема за решавање методом коначних елемената [4].

3.2 Методе за решавање контактних проблема

За решавање контактних проблема методом коначних елемената најзаступљеније су две методе: метода Лагранжових множиоца и пеналти метода. Метода Лагранжових множиоца контактне силе третира као независне променљиве (Лагранжови множиоци), а контактни услови непродирања су егзактно задовољени. Пеналти метода контактне услове задовољава уз помоћ пеналти параметара, а контактни услови непродирања су приближно задовољени. Тачност првог поступка са собом носи већи број променљивих што изискује већи капацитет и брзину рачунара, уз то постоји могућност сингуларности система који се решава. Пеналти метода нема ове проблеме, али због осетљивости решења на избор пеналти параметра нема апсолутну предност. У циљу коришћења предности и превазилажења недостатака поменутих метода, предложена је формулација која представља комбинацију ове две методе, тзв. проширена Лагранжова метода. Основна идеја проширене Лагранжове методе (*augmented Lagrangian method*) је контрола пеналти параметра помоћу непознатог Лагранжовог множиоца [3].

За решавање екстремно сложених проблема, као што је на пример, продирање пројектила кроз баријеру најбоље је користити комбинацију Лагранжовог и Ојлеровог геометријског описа. Лагранжов опис (дискретизована мрежа је везана за материјал) омогућава много прецизнији опис граница и додирних површи, док Ојлеров опис (материјал протиче кроз непроменљиву мрежу) је генерално погоднији за велике промене у материјалу.

Поред ових метода, у задњих двадесетак година развијају се и друге методе које се могу користити у сврху решавања контактних проблема, међутим прве две наведене и даље имају примат приликом решавања наведених проблема [3,7].

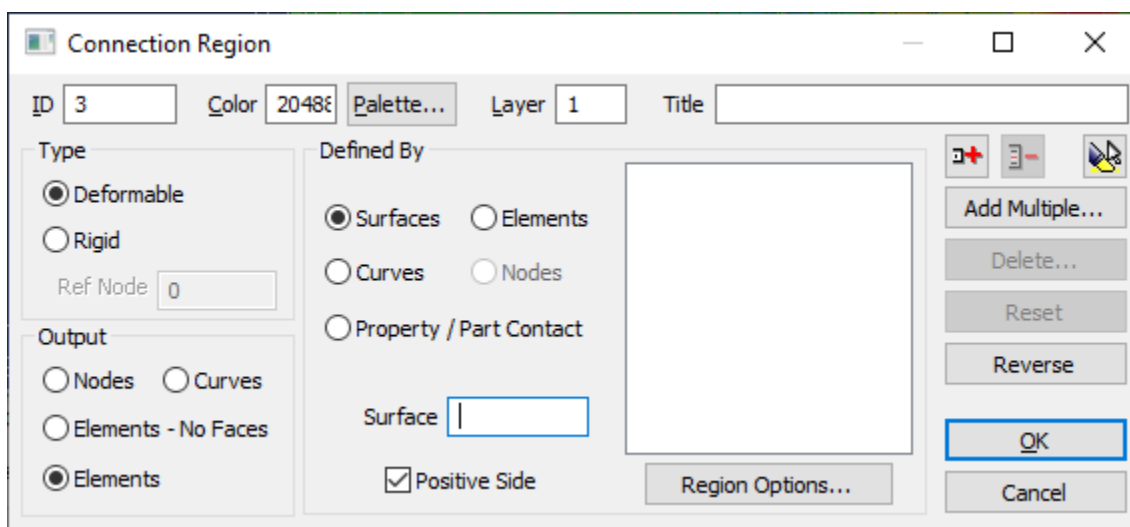
4. МОДЕЛИРАЊЕ КОНТАКТА

Три кључне компоненте за моделирање контакта у софтверском пакету *Simcenter Femap with Nastran* јесу: *Connection Regions*, *Connector* и *Connection Properties*.

Све три команде покрећу се из *Menu Bar*-а, преко картице *Connect*.

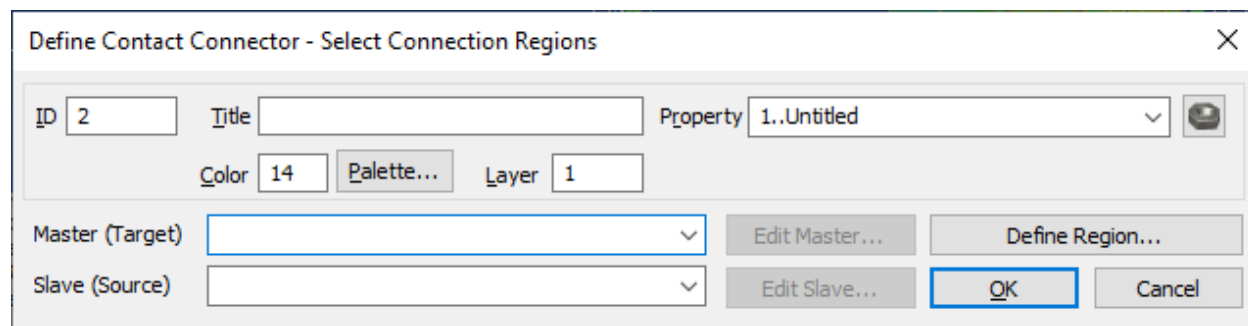
Connection Regions - Ово је команда, односно картица (слика 4.1) помоћу које се формирају региони. Од ње се и почиње приликом формирања контакта између површина које ће бити у контакту. Формирање региона најчешће се врши преко елемената, мада није правило, тако да се нпр., приликом формирања *Hertz*-овог контакта користе чворови.

Регион представља, најчешће скуп елемената, који потенцијално могу доћи у контакт са другим регионима [5].



Слика 4.1 Картица за формирање региона

Connector – повезује пар региона који долазе у контакт. Картица приказана на слици 4.2 остварује формирање *master* и *slave* сегмента.



Слика 4.2 Картица за формирање *master* и *slave* сегмента

Претходно креирани региони се дефинишу као *master* и *slave* сегмент. Пре формирања контакта потребно је дефинисати карактеристике самог региона у ком ће се остварити контакт.

Connection Properties – се управо користи за дефинисање карактеристика, односно за креирање минимума потребних услова за решавање контактнoг проблема МКЕ методом.

Слика 4.3 Картица за дефинисање минимума потребних услова за решавање контактнoг проблема

Картицом *Connection Properties* одређују се физичке карактеристике под којима ће се остварити контакт. Овде се дефинишу све карактеристике контактнoг региона, као што је коефицијент трења, или да ли ће бити приликом остваривања контакта укључена дебљина љуске (под условом да се ради о тако дефинисаном контакту).

Други параметри одређују математичке карактеристике контактеног региона и за многе контактне проблеме могу остати дефинисане по *Default*-у.

За најпрецизније резултате може бити потребно подешавање свих параметара који се тичу конвергенције, као и повећање броја корака за *Max Status Iterations*.

Најлакши начин за моделирање контакта јесте употреба опције *Connect/Automatic*. Овим путем су сви солиди који потенцијално могу бити у контакту одабрани, а после тога се још само треба одабрати *Contact* или *Glue* опција, у зависности какав је контакт потребно остварити. После тога, софтвер ће аутоматски дефинисати регионе, конектор и поставити минимум потребних услова за решавање контактеног проблема.

Уколико се сви наведени услови не задају аутоматски све горе поменуто може се систематизовати у три корака која корисник треба да спроведе пре вршења саме анализе:

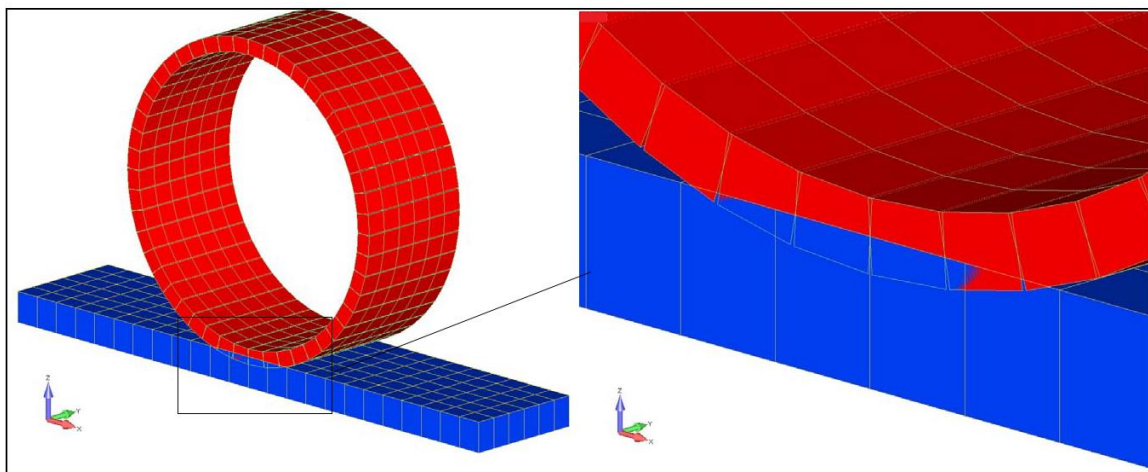
1. Дефинисање региона помоћу елемената, најчешће, да би се дефинисали делови конструкције који ће доћи у контакт,
2. Дефинисање минимума потребних услова у картици *Connection Properties*. Пре било каквих подешавања параметара у овој картици обавезно најпре кликнути на *Default* опцију и
3. Дефинисати конектор. Најпростије речено конектор представља скуп два контактна региона која долазе у контакт и подешене параметре у картици *Connection Properties* [5].

4.1 Варирање параметара за решавање контактних проблема

Као што је већ речено параметре је потребно дефинисати у картици *Connection Properties*. Следећи параметри су варирани да би се одредио њихов утицај на резултате приликом анализе контактних проблема:

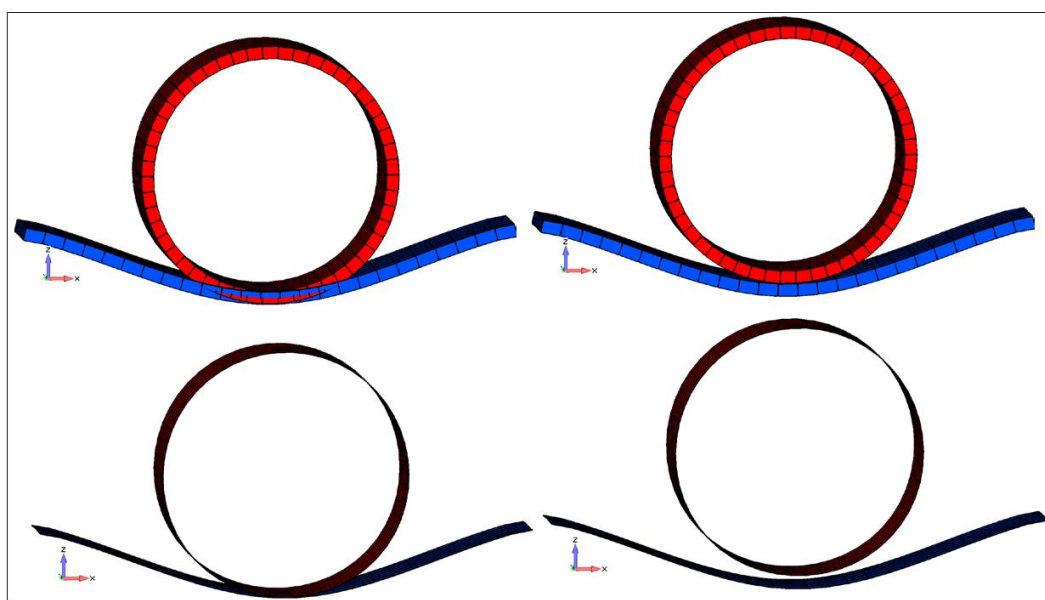
- **Friction** - Коефицијент трења вариран у сваком моделу са вредностима 0.2, 0.5 и 0.8. За многе моделе је потребно унети вредност статичког коефицијента трења да би се обезбедила стабилност моделу.
- **Max Contact Distance Search** – контактни елементи се креирају тако што нормале са *slave* сегмента пресецају елементе на *master* сегменту унутар задате дистанце. Дистанца је варирана са вредностима 1 и 50 mm, као и са вредношћу *Default* дистанце.
- **Penalty Factor Units** – овим алатом се одређује на који начин се израчунава крутост контактеног елемента. Вариране опције су:
 - $1./Length$ – нормална и тангенцијална компонента пеналти фактора рачунају се као $1/дужина$.
 - $2..Force/(Length \times Area)$ - нормална и тангенцијална компонента пеналти фактора рачунају се као $сила/(дужина \times површина)$
- **Initial Penetration** – дефинише како софтвер "рукује" почетним размаком или продором дефинисаних елемената. Овај алат посебно је значајан уколико неки елементи продиру у друге у контактном региону (слика 4.4). Њиме се може уштедети на времену јер се не мора поново моделирати, већ се овим алатом може контролисати продор елемената. Опције које су вариране су:

- *0..Calculated* – користи вредности прорачунате из мреже. Када се користи ова опција уколико дође до продирања елемената, модел може бити сабијен.
- *2..Calculated/Zero Penetrations* – иста као и претходна опција, с тим да ако је дошло до продирања, вредност се подешава на нулу, и
- *Zero Gap/Penetration* – подешава зазор између свих елемената у контакту на нулу.



Слика 4.4 Функција алата Initial Penetration

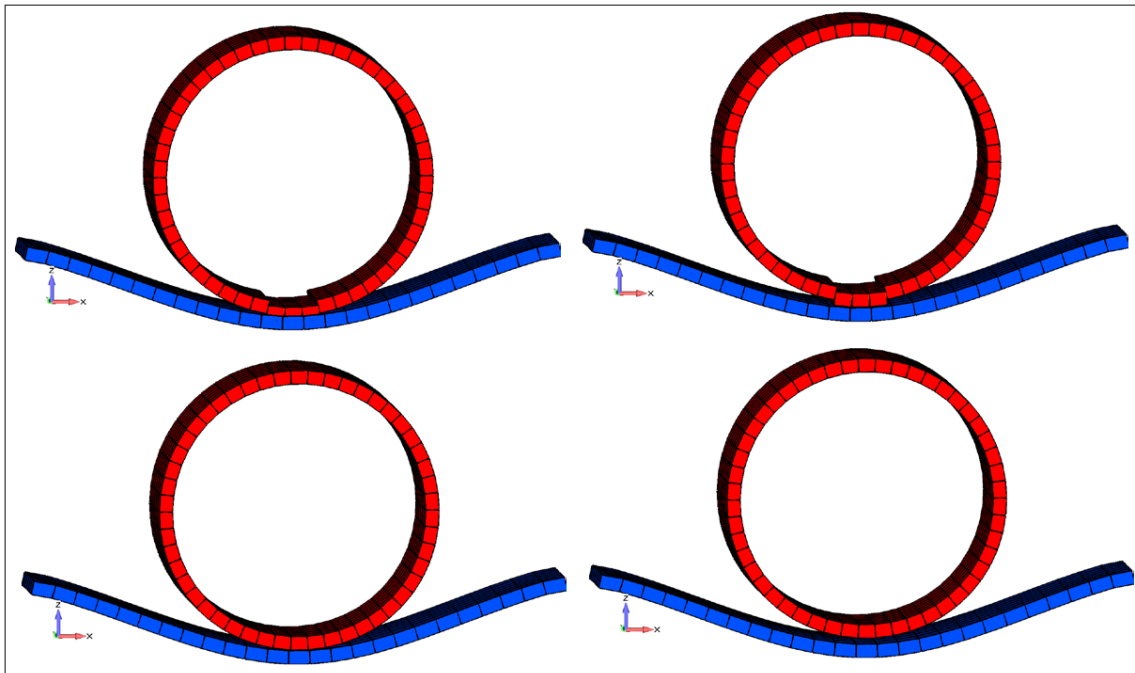
- **Shell Offset** – као и претходни алат, и овај може уштедети доста времена на моделирању приликом оптимизације дебљине плоче у контактном региону. Размак између контактних региона неће зависити од дебљине љуске, ако је ова опција искључена (слика 4.5). Сlike са леве стране приказују изглед модела када је овај алат искључен, а на десној страни када је укључен.



Слика 4.5 Функција алата Shell Offset

Опције које су вариране су:

- 0..*Include shell thickness* – укључује половину дебљине љуске као помак и
- 1..*Do not include shell thickness* – не укључује половину дебљине љуске као помак.
- **Shell Z-Offset** – омогућава да се одабере да ли Z-Offset (помак) треба да буде укључен приликом анализе контактеног проблема (слика 4.6). Сlike са леве стране приказују изглед модела када је овај алат искључен, а са десне стране када је укључен. Вариране опције су:
 - 0..*Include Z-Offset* и
 - 1..*Do not include Z-Offset*.



Слика 4.6 Функција алата Shell Z-offset

- **Evaluation Order** – опција којом се одређује број линеарних контактних тачака за један елемент у *slave* сегменту. Креирани вектори се пројектују са *slave* на *master* сегмент. На тај начин може се мењати густина мреже без *remeshing*-а. Вариране опције су:
 - 0..*Default* – користи подразумевану вредност броја вектора која је алгоритмом дефинисана у софтверу,
 - 1..*Low* – најнижи број тачака за пројектовање вектора на *slave* сегменту,
 - 2..*Medium* – средњи број тачака за пројектовање вектора на *slave* сегменту и
 - 3..*High* – највиши број тачака за пројектовање вектора на *slave* сегменту.

- **Refine Source** – опција којом се "пресликавају" карактеристике са *master* на *slave* сегмент, посебно се односи на геометрију и густину мреже. Вариране опције су:
 0..*Do not refine* – нема "пресликавања" са *master* на *slave* сегмент,
 2..*Refine Source to Target* – дефинише *slave* сегмент карактеристикама са *master* сегмента.
- Замена *master/slave* сегмента и
- Густина мреже.

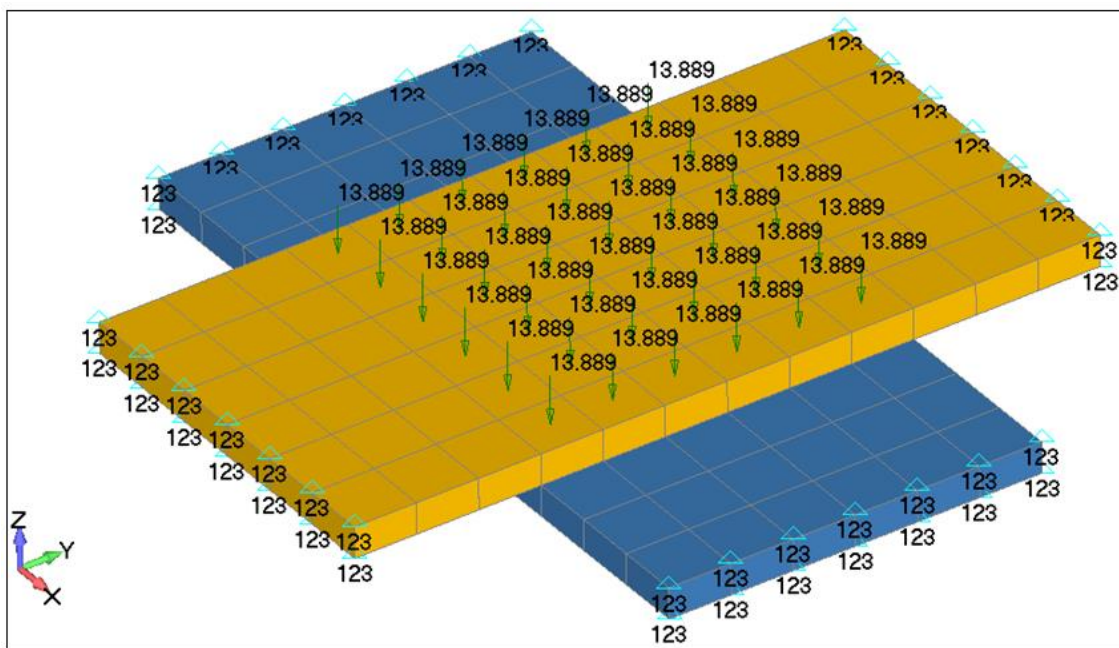
За сваки испитивани модел у софтверу почетни параметри су дати у табели 4.1. Сви параметри су по *Default*-у, осим коефицијента трења чија вредност је промењена на 0.5.

Табела 4.1 Почетни параметри

Параметар	Вредност параметра
Густина мреже	5 mm x 5 mm, 5 mm x 10 mm, 10 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm, 10 mm x 20 mm, 20 mm x 20 mm
<i>Master/slave</i>	<i>Slave/master</i>
<i>Friction</i>	0.5
<i>Max Contact Distance Search</i>	<i>Default</i>
<i>Initial Penetration</i>	0.. <i>Calculated</i>
<i>Shell Offset</i>	0.. <i>Include shell thickness</i>
<i>Shell Z-Offset</i>	0.. <i>Include Z-Offset</i>
<i>Penalty Factor Units</i>	1.. <i>1/Length</i>
<i>Evaluation Order</i>	2.. <i>Medium</i>
<i>Refine Source</i>	2.. <i>Refinement Occurs</i>

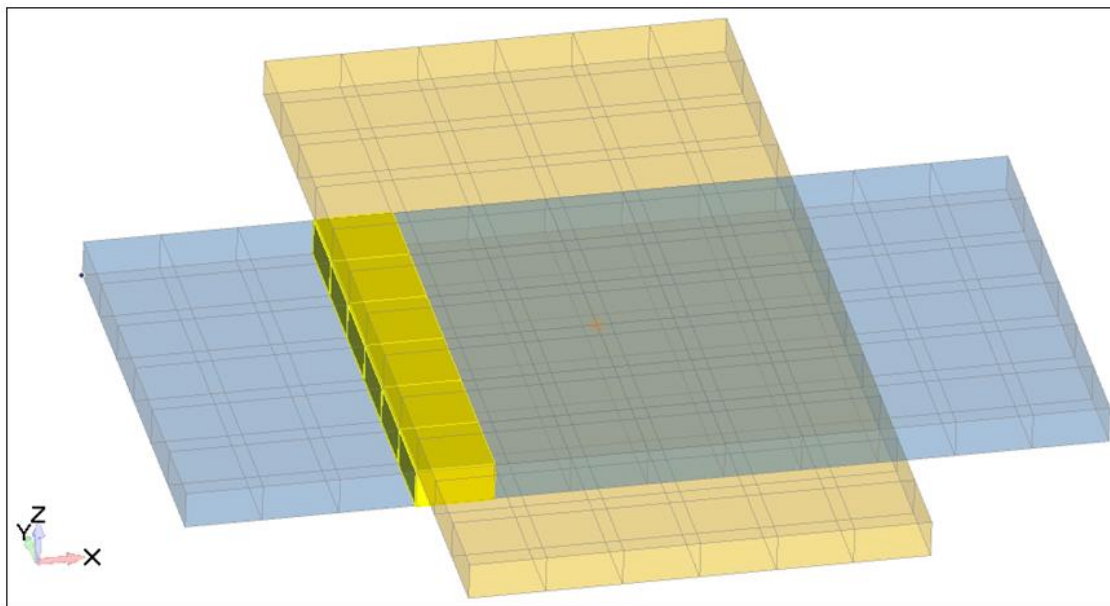
5. КОНТАКТ ИЗМЕЂУ ДВЕ РАВНЕ ПОВРШИ

Модел којим се испитује контакт између две равне плоче приказан је на слици 5.1. У питању су две плоче које се тангирају, димензија 120 mm x 60 mm x 5 mm које су постављене под углом од 90°. На слици 5.1 приказана је поставка проблема са одговарајућим оптерећењима и ограничењима.

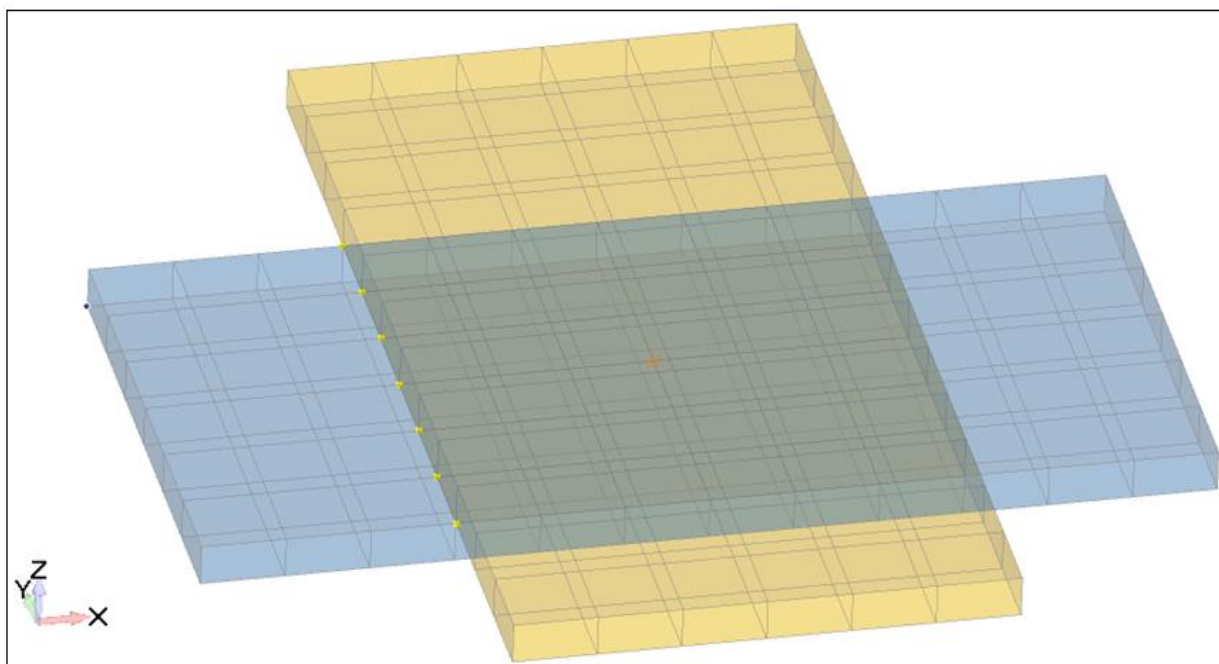


Слика 5.1 Модел за испитивање контакта две равне површи - солиди

У сваком моделу су дефинисане групе у контактном региону, по којима су цртани дијаграми напона (слика 5.2) и притиска (слика 5.3) у контакту.



Слика 5.2 Дефинисана група за приказивање вредности напона у контакту на дијаграму

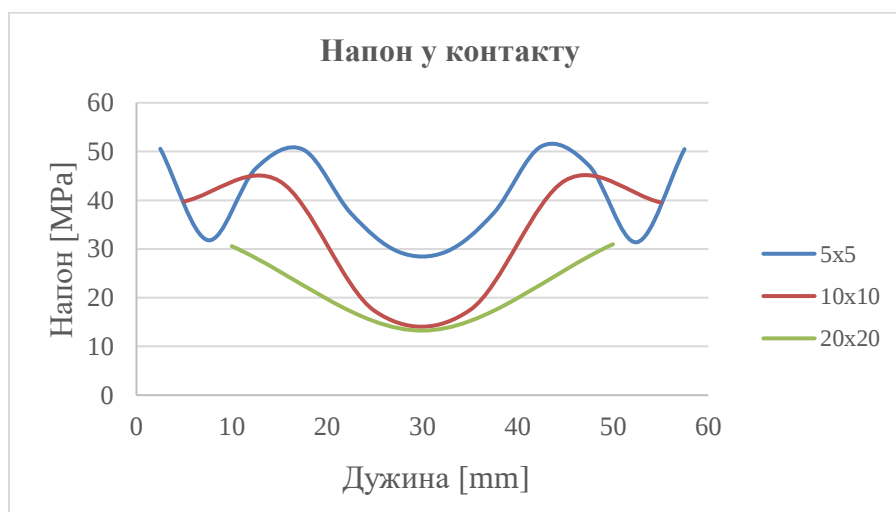


Слика 5.3 Дефинисана група за приказивање вредности притиска у контакту на дијаграму

5.1 Приказ резултата за комбинацију два солида у контакту

На слици 5.1 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту два солида.

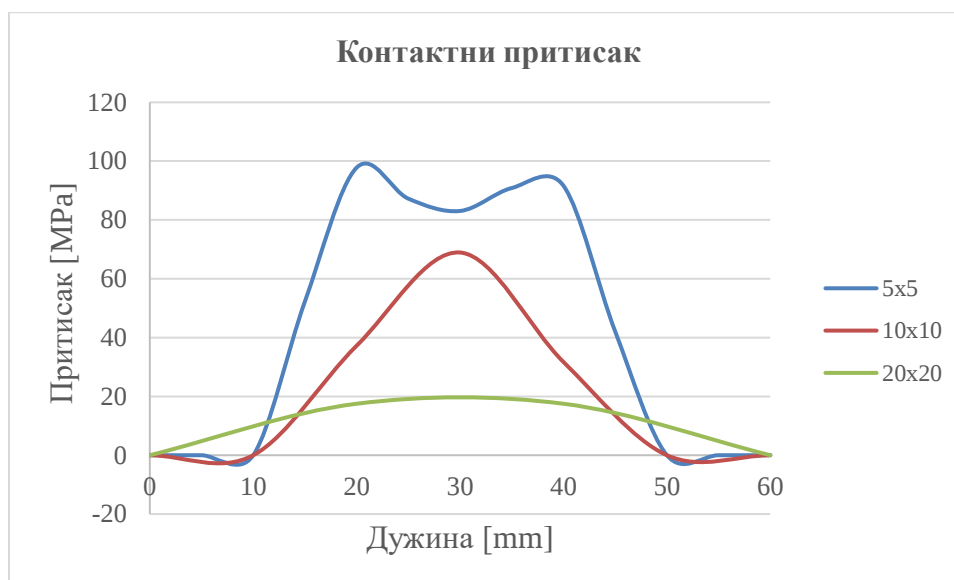
- **Густина мреже** – величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.



Слика 5.4 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

Као што се види са дијаграма на слици 5.4 вредност напона у контакту расте са повећањем густине мреже и обрнуто. Карактеристично је да се тачни резултати добијају

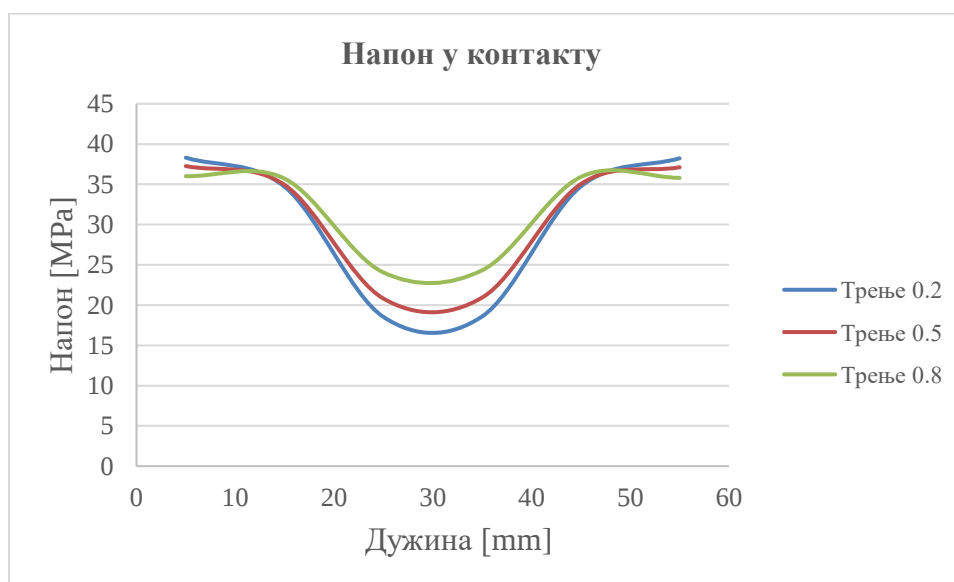
када је густина мреже на *master* и *slave* сегменту иста, а уколико није могуће остварити наведене услове, тачнији резултати су ако је на *slave* сегменту већа густина мреже. С тим у вези, лошији резултати су добијени када је густина мреже на *master* сегменту 10 mm x 10 mm а на *slave* сегменту 20 mm x 20 mm.



Слика 5.5 Промена притиска у контактном региону у зависности од густине мреже

На дијаграму са слике 5.5 може се видети да и контактни притисак расте са повећањем густине мреже и обрнуто.

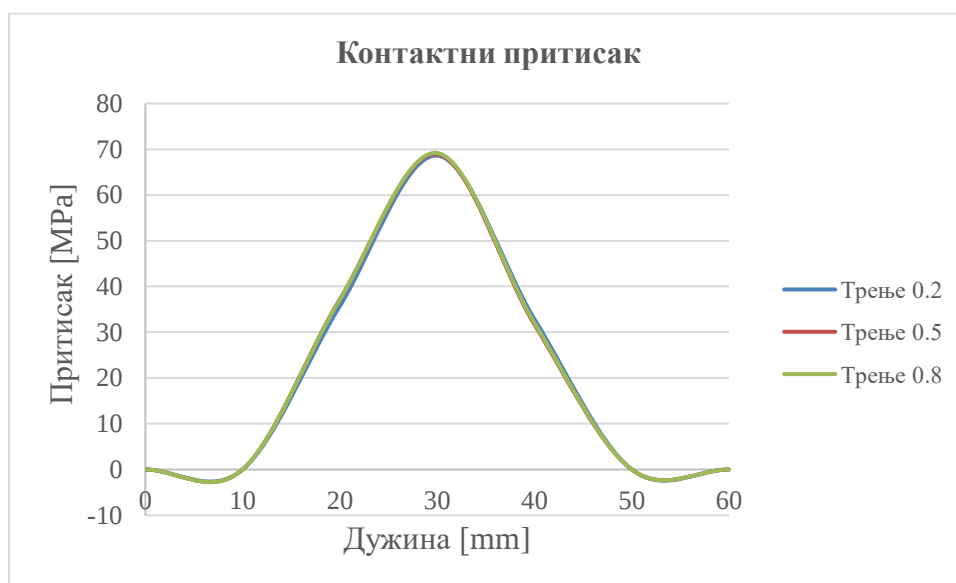
- **Трење**



Слика 5.6 Густина мреже 10 mm x 5 mm – Промена напона у контактном региону у зависности од коефицијента трења

Са дијаграма на слици 5.6 може се прочитати да највећу вредност напона у контакту даје вредност коефицијента трења 0.2 а најмању 0.8. Такође, са слике се може

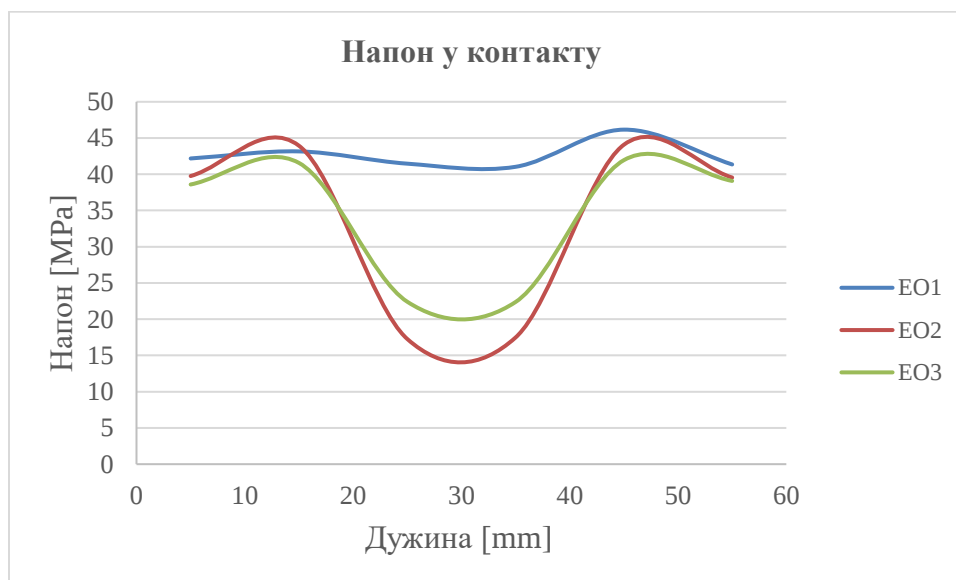
видети да је густина мреже на *master* и *slave* сегменту различита, и да ово правило важи за равне контакте. Уколико, је пак, густина мреже иста на *master* и *slave* сегменту онда највећу вредност напона у контакту даје вредност коефицијента трења 0.8 а најмању 0.2.



Слика 5.7 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од коефицијента трења

Што се тиче контактнoг притиска, он не зависи од коефицијента трења и има исту вредност (слика 5.7).

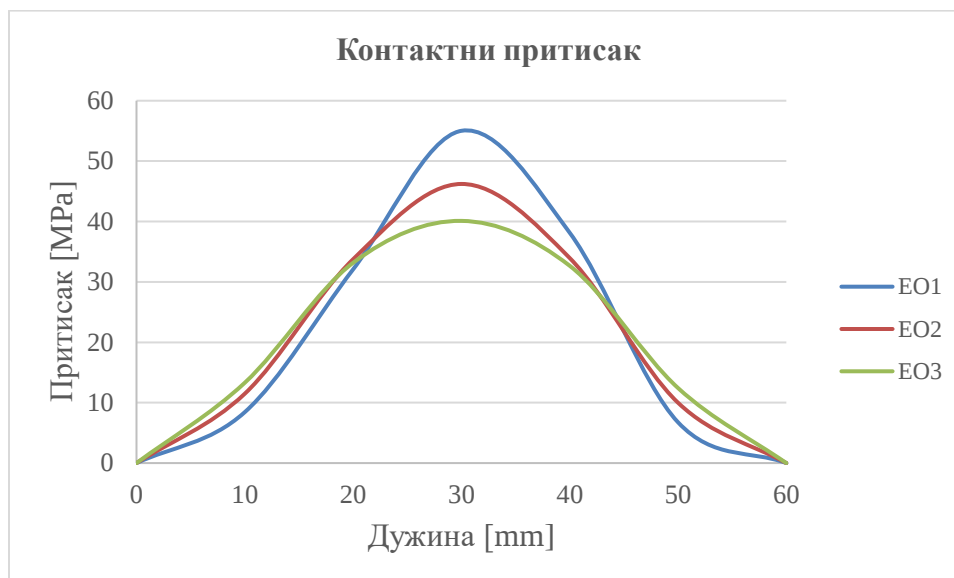
- **Evaluation Order**



Слика 5.8 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО

Највећу вредност напона у контакту даје *Evaluation Order 1* (на дијаграму представљен као *EO1*), а најмању *EO3* (слика 5.8). Приликом коришћења ове опције

посебно водити рачуна да креирани контактни региони буду исте густине мреже, а ако није могуће пожељно је да густина мреже на *slave* сегменту буде већа.



Слика 5.9 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од ЕО

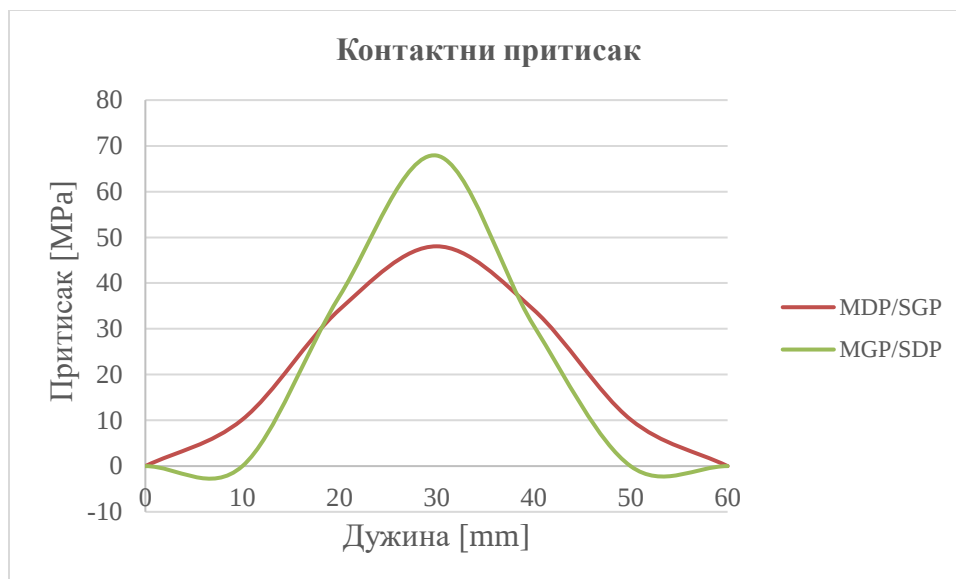
Што се тиче контактнoг притиска највећу вредност даје *EO1*, затим *EO2* а најмању вредност даје *EO3* (слика 5.9). Такође, треба избегавати креирање модела са већом густином мреже на *master* сегменту.

- **Замена *master/slave* сегмента**



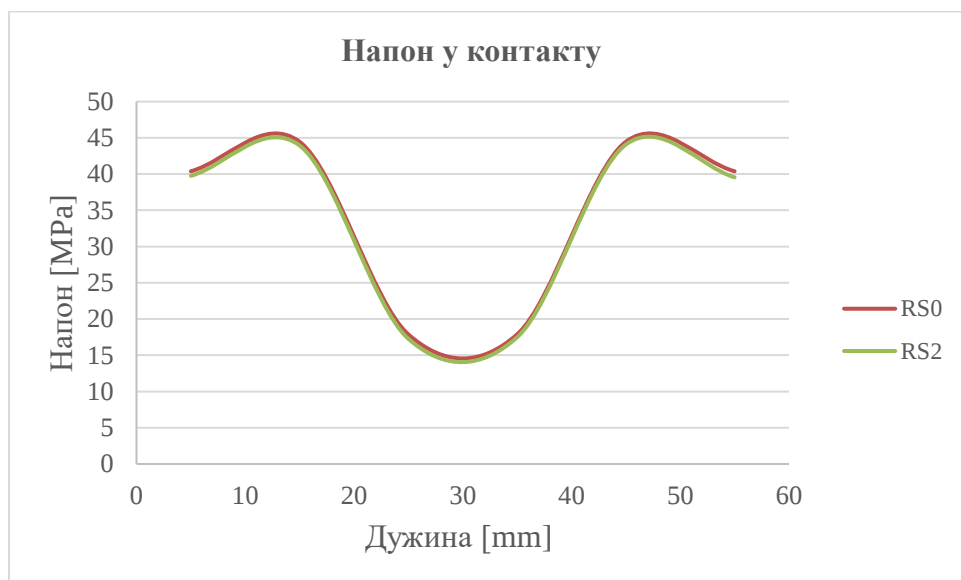
Слика 5.10 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од положаја *master* и *slave* сегмента, где су: *MDP* – *master* доња плоча, *SGP* – *slave* горња плоча, *MGP* – *master* горња плоча и *SDP* – *slave* доња плоча

Када је иста густина мреже на *master* и *slave* сегменту, њихова замена не даје никакве разлике у резултатима. Уколико је дијаграм асиметричан, заменом *master* и *slave* сегмента добија се дијаграм као у огледалу. Ако је различита густина мреже на *master* и *slave* сегменту онда ће веће вредности напона у контакту и контактеног притиска бити када је на *slave* сегменту већа густина мреже (слике 5.10 и 5.11).



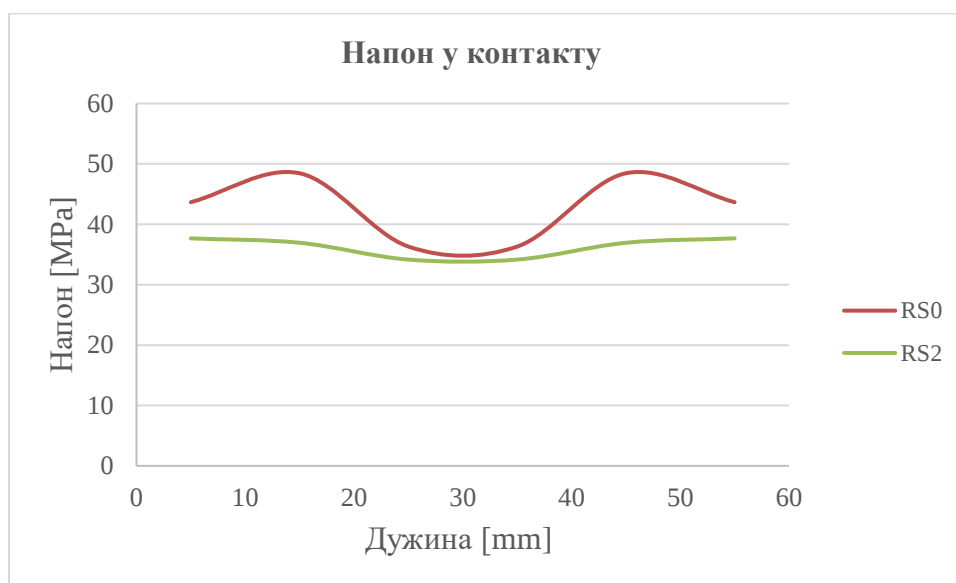
Слика 5.11 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена притиска на доњој плочи у зависности од положаја *master* и *slave* сегмента, где су: MDP – *master* доња плоча, SGP – *slave* горња плоча, MGP – *master* горња плоча и SDP – *slave* доња плоча

- **Refine Source**



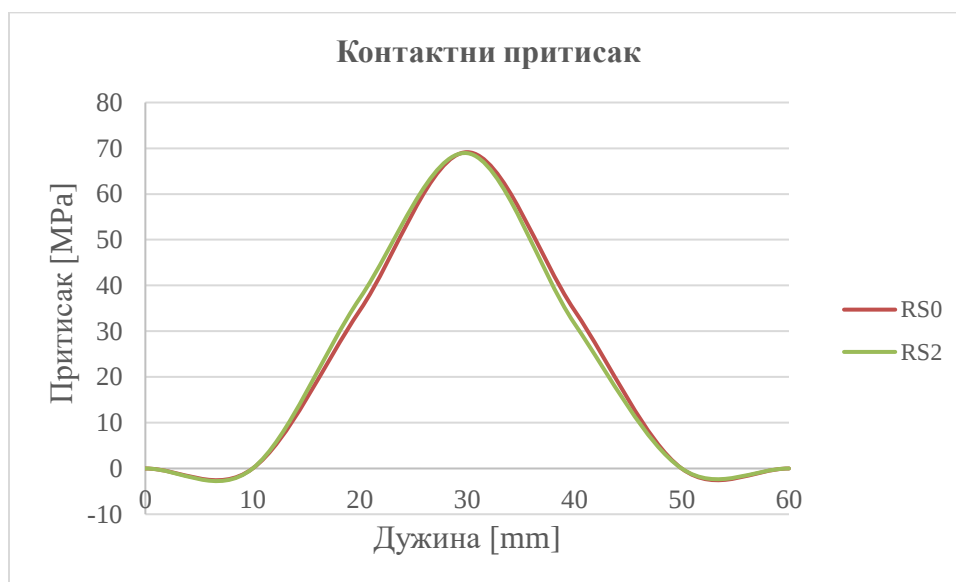
Слика 5.12 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

Као што се види са дијаграма на слици 5.12 за исту густину мреже на *master* и *slave* сегменту *Refine Source 0* и *Refine Source 2* (на дијаграму представљени као *RS0* и *RS2*) дају исту максималну вредност напона у контакту са другачијом расподелом.



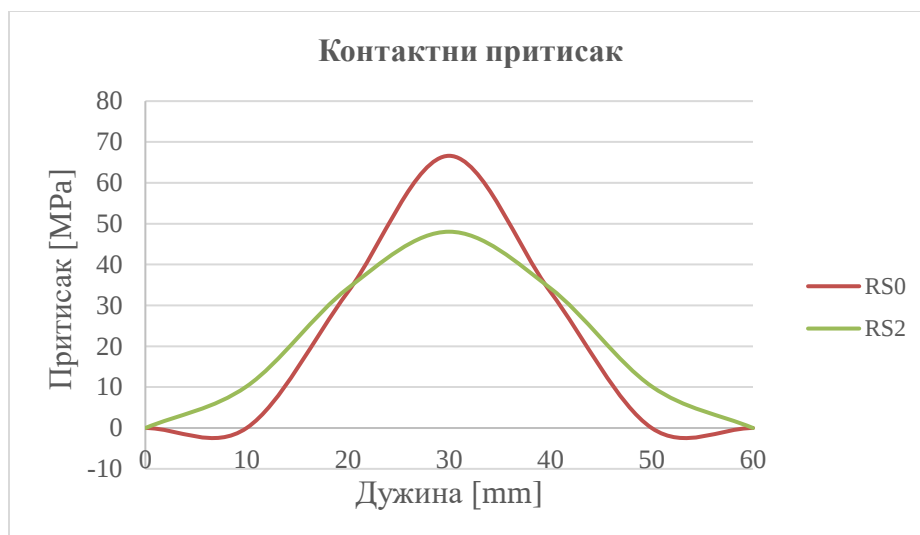
Слика 5.13 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

Када је различита густина мреже *RS0* даје увек већу вредност напона (слика 5.13) и притиска у контакту. Разлика у резултатима је израженија када је на *master* сегменту већа густина мреже.



Слика 5.14 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од RS

Када је иста густина мреже (слика 5.14) на *master* и *slave* сегменту вредност контактеног притиска је константна.



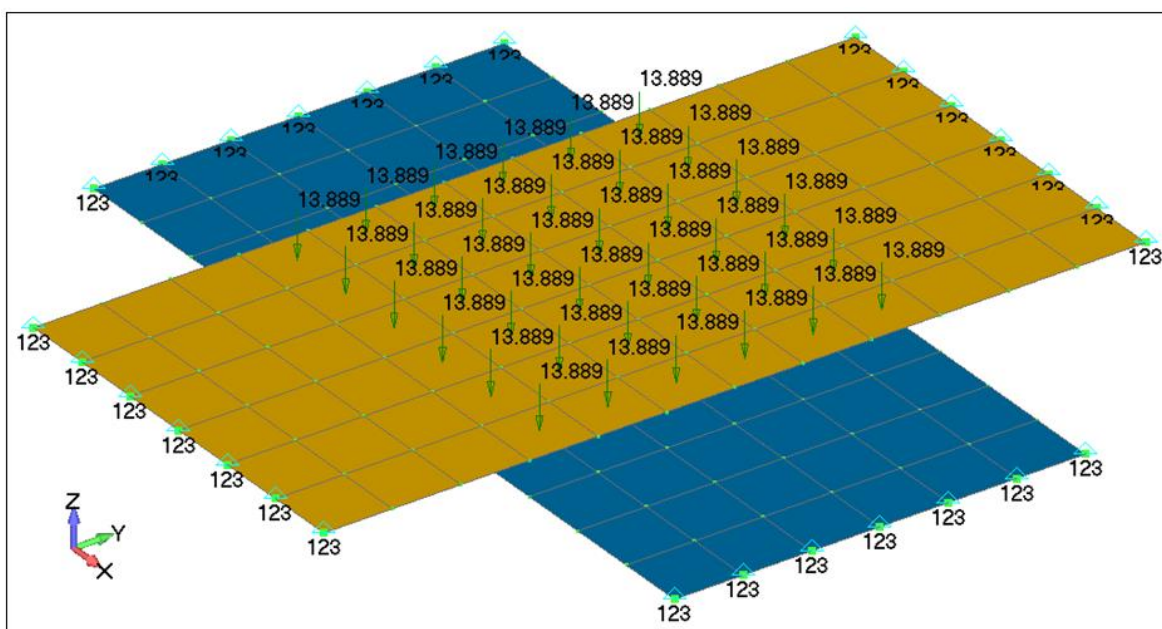
Слика 5.15 Густина мреже 10 mm x 20 mm – Промена притиска у контактном региону у зависности од RS

Када је различита густина мреже (слика 5.15) на *master* и *slave* сегменту RS0 увек даје већу вредност контактнoг притиска.

Код комбинације две равне површи – солида, у контакту варирањем дистанце, *Initial Penetration* и *Penalty Factor Units* параметара не долази до промене напона и притиска у контакту.

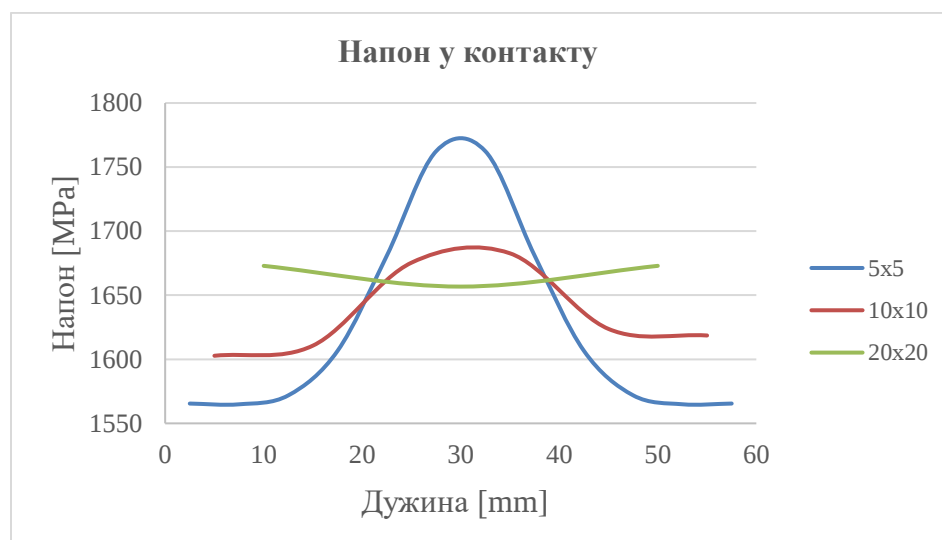
5.2 Приказ резултата за комбинацију две љуске у контакту

На слици 5.16 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту две љуске.



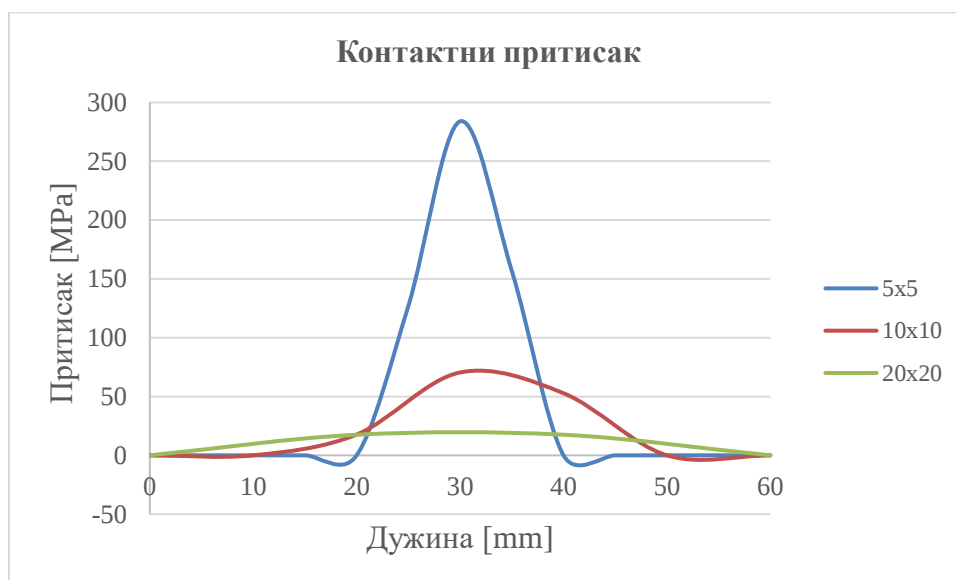
Слика 5.16 Модел за испитивање контакта две равне површи - љуске

- **Густина мреже** - величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.



Слика 5.17 Промена напона у контактној регији у зависности од густине мреже

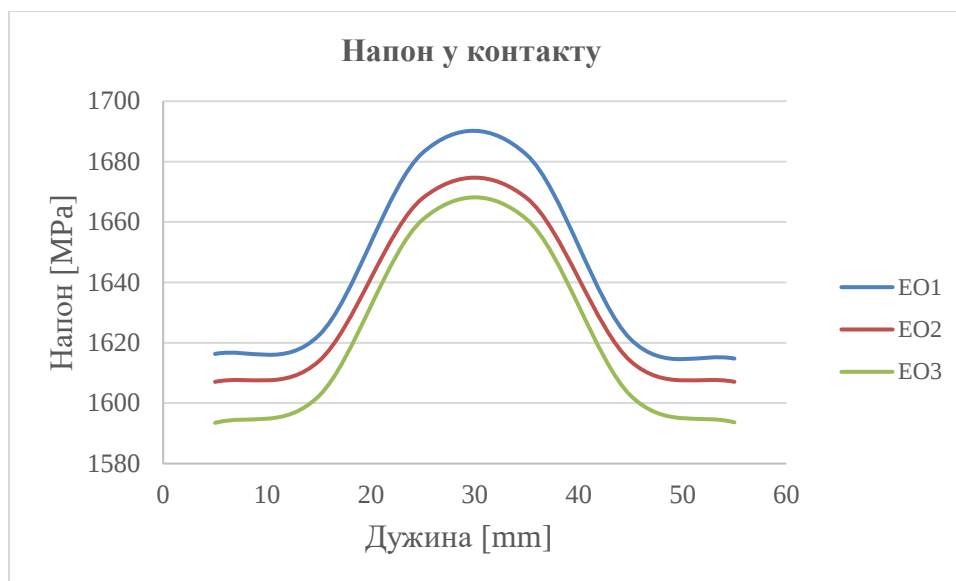
Са повећањем густине мреже повећава се и вредност напона у контакту и обрнуто (слика 5.17). И на *top* и на *bottom* страни љуске резултати су исти.



Слика 5.18 Промена контактне притиске у зависности од густине мреже

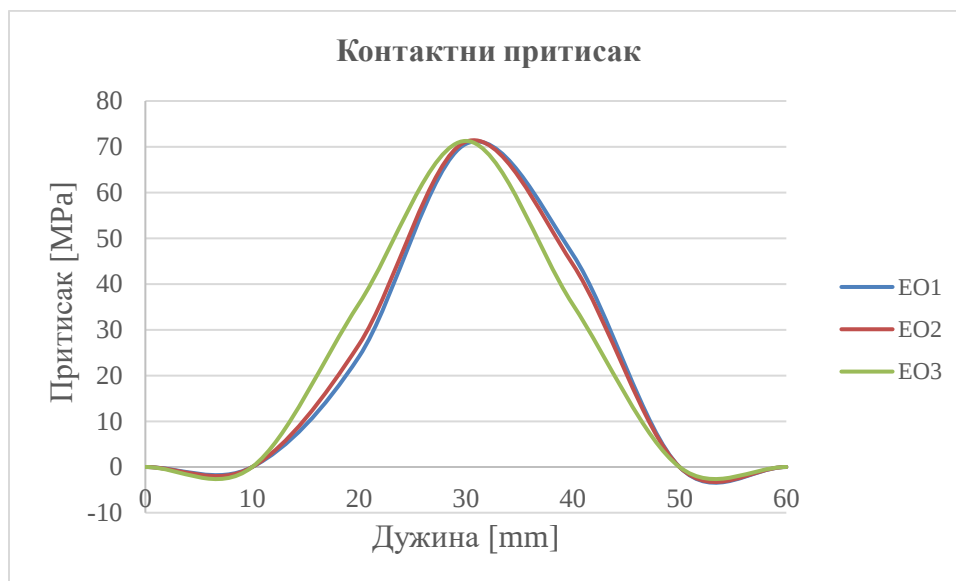
Са дијаграма на слици 5.18 може се прочитати да се са повећањем густине мреже повећава и вредност контактне притиске и обрнуто.

- **Evaluation Order**



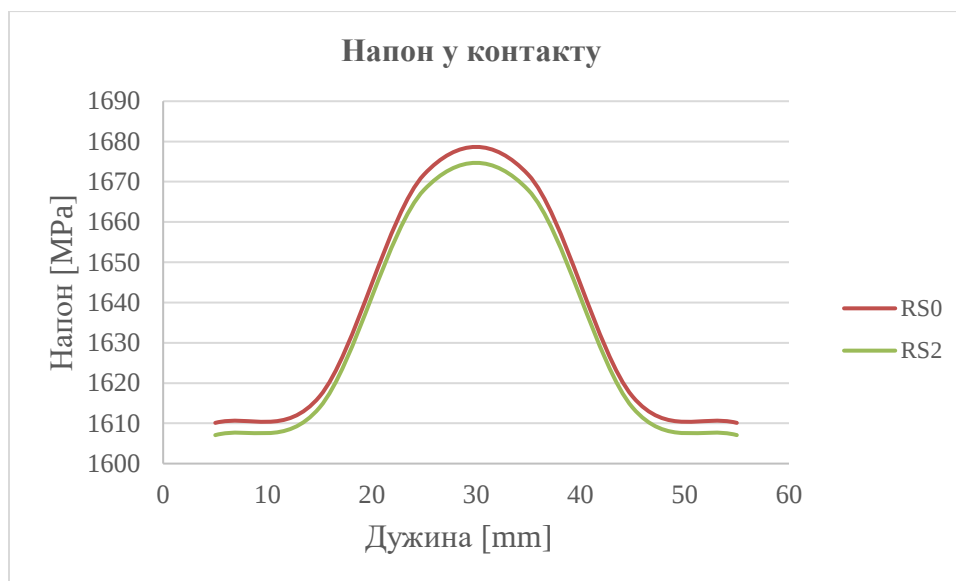
Слика 5.19 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО

Са дијаграма на слици 5.19 може се прочитати да највећу вредност напона у контакту даје *Evaluation Order 1*, а најмању *Evaluation Order 3* (на дијаграму представљени као *EO1*, *EO2* и *EO3*). Без обзира на густину мреже, ова законитост такође важи и за контактни притисак, као што је приказано на слици 5.20.



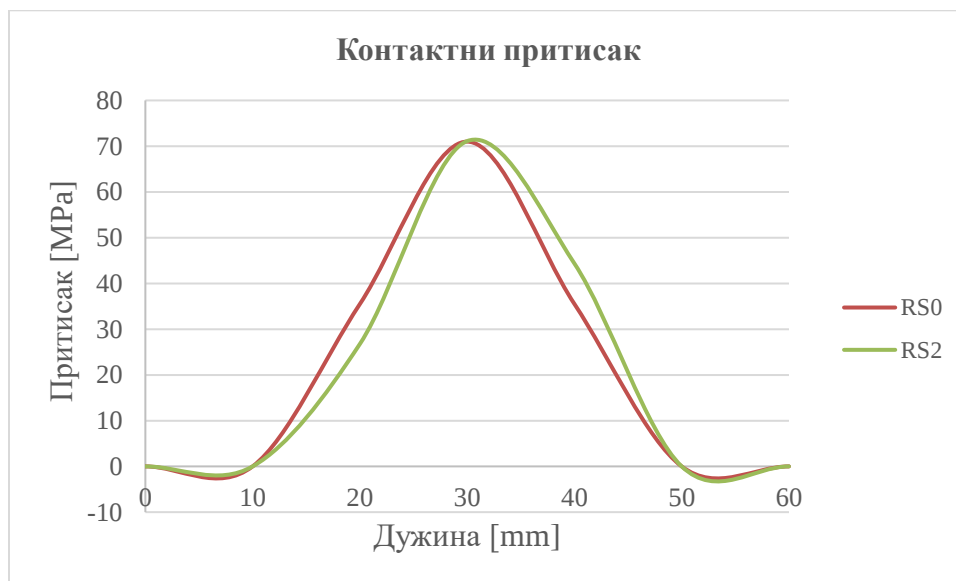
Слика 5.20 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од ЕО

- **Refine Source**



Слика 5.21 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

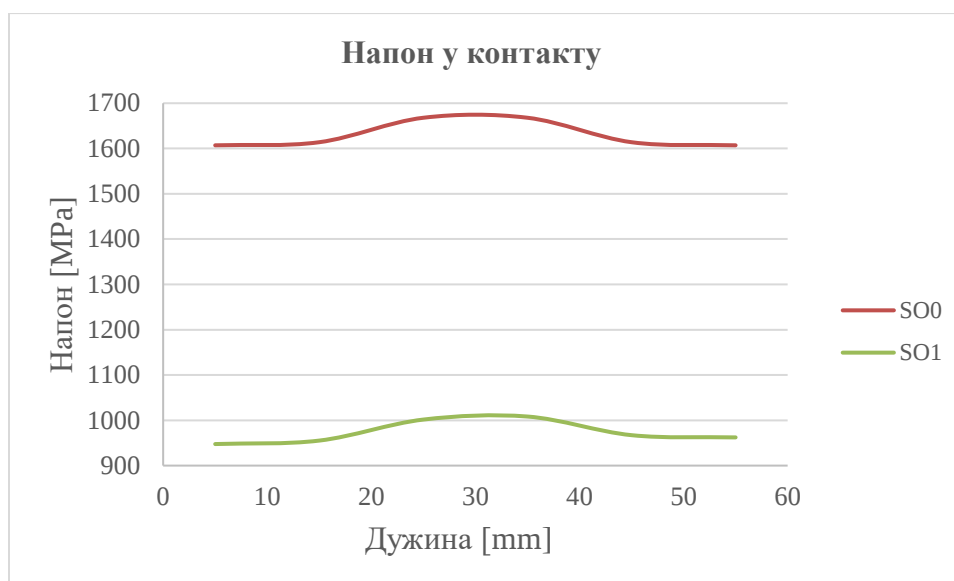
Са дијаграма на слици 5.21 може се видети да *Refine Source 0* (на дијаграму представљен као RS0) увек даје веће вредности напона у контакту.



Слика 5.22 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од RS

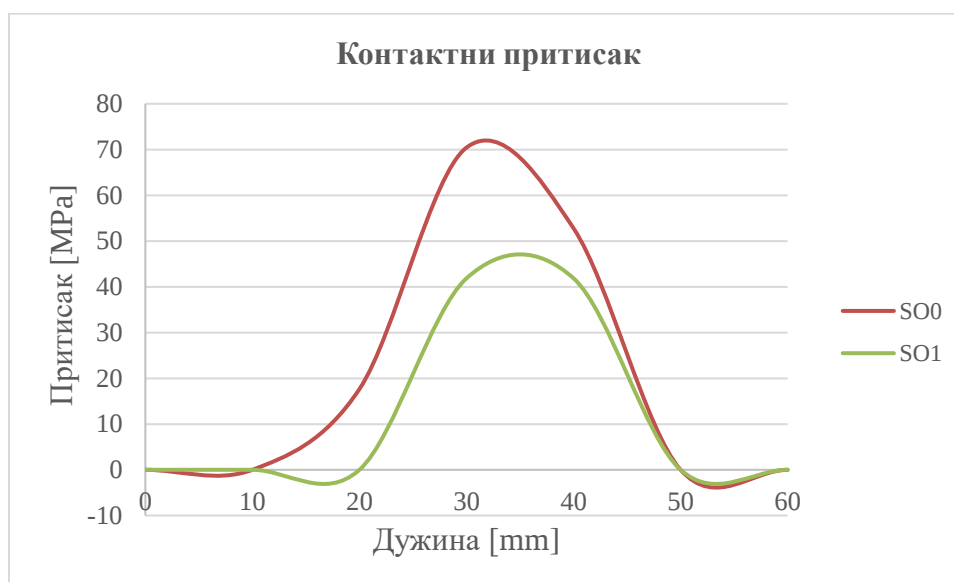
Што се тиче контактнoг притиска његове вредности су приближно исте, без обзира на густину мреже (слика 5.22).

- **Shell Offset**



Слика 5.23 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од SO

Без обзира на густину мреже *Shell Offset 1* (на дијаграму представљен као SO1) увек даје мање вредности напона у контакту (слика 5.23). Што се тиче контактеног притиска важи иста законитост, као што се може видети на слици 5.24. Битно је напоменути да се са опцијом SO1 добијају реалнији резултати. Ово посебно важи за новије верзије овог софтвера.



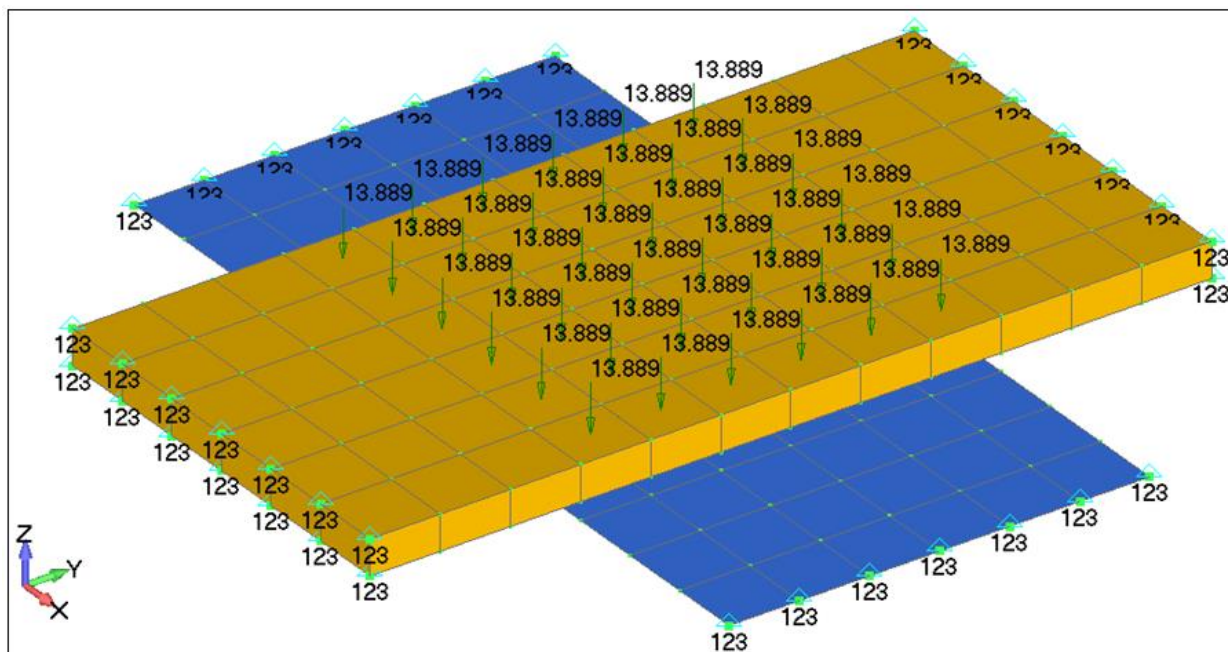
Слика 5.24 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактној региону у зависности од SO

Код комбинације две равне површи – љуски, у контакту варирањем положаја *master/slave* сегмента, коефицијента трења, дистанце, *Initial Penetration*, *Shell Z-Offset* и

Penalty Factor Units параметара не долази до промене вредности напона и притиска у контакту.

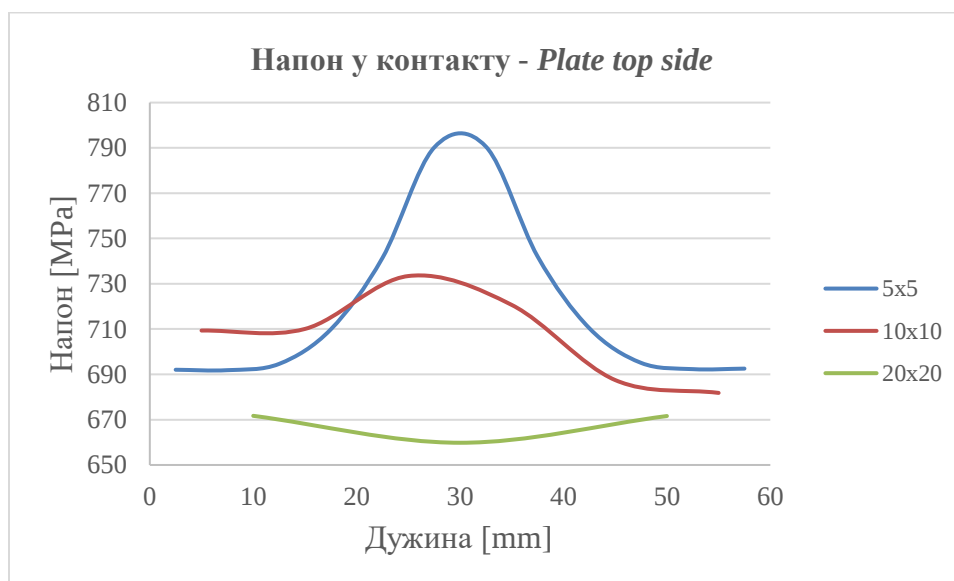
5.3 Приказ резултата за комбинацију љуске и солида у контакту

На слици 5.25 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту љуске и солида.



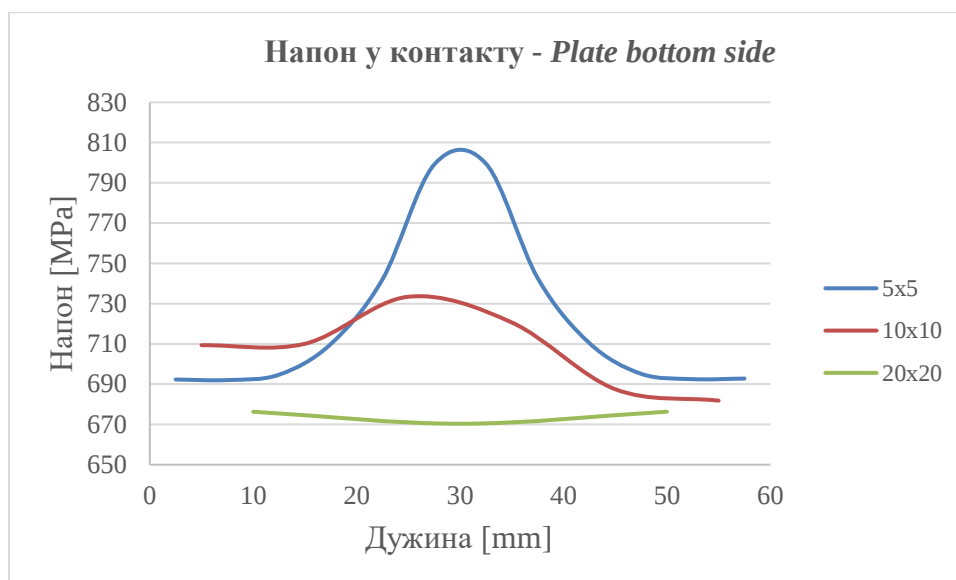
Слика 5.25 Модел за испитивање контакта две равне површи – љуске и солида

- **Густина мреже** - величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.

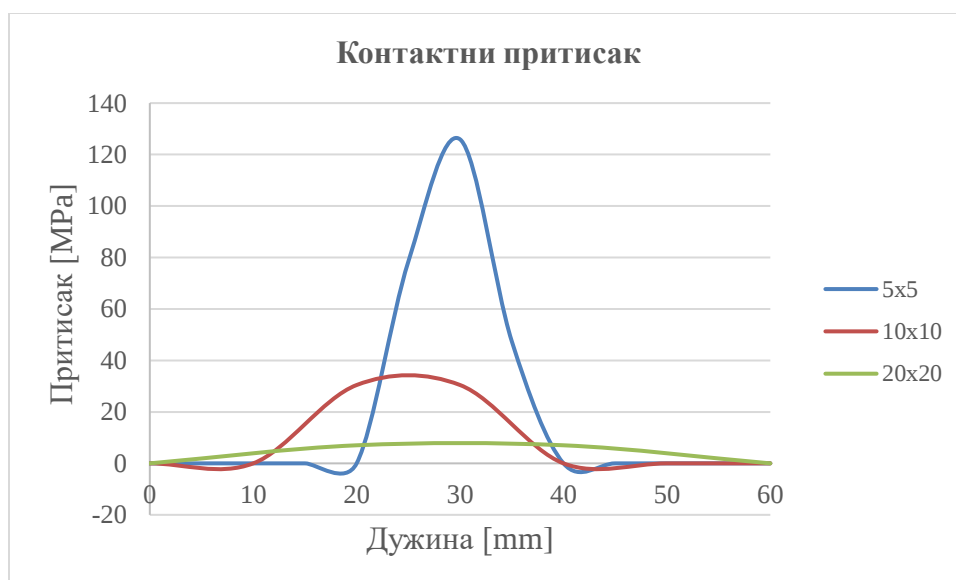


Слика 5.26 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

Као и у свим претходним моделима досада и овде важи правило да се са повећањем густине мреже повећава и вредност напона у контакту и обрнуто (слика 5.26). С тим у вези, највећи напон даје мрежа густине 5 mm x 5 mm, а најмањи 20 mm x 20 mm. Битно је напоменути да је највећа вредност напона на *bottom* страни љуске (слика 5.27).



Слика 5.27 Промена напона у контактној региону у зависности од густине мреже



Слика 5.28 Промена притиска у контактној региону у зависности од густине мреже

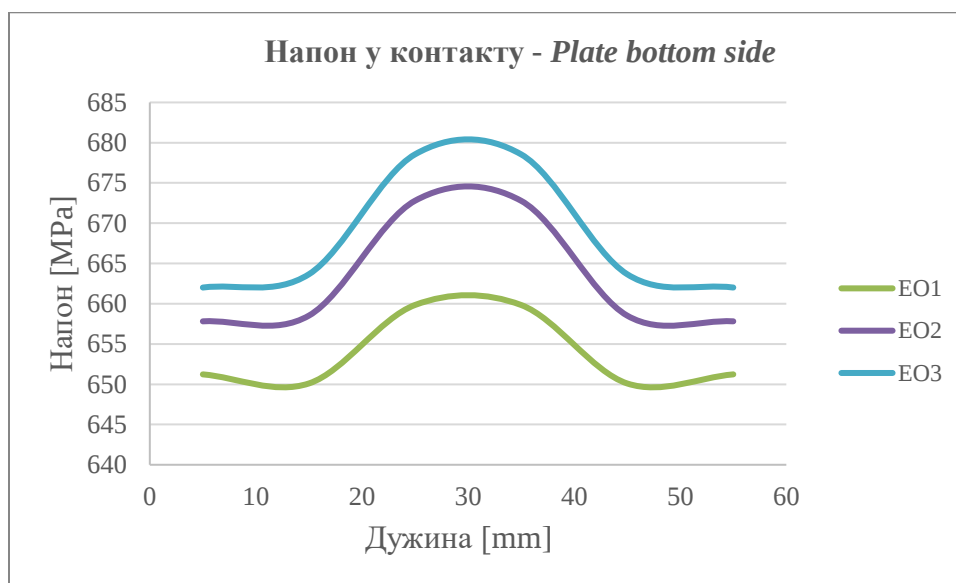
Исто правило важи и за контактни притисак, па се може закључити са слике 5.28 да је највећи притисак у контакту када је мрежа 5 mm x 5 mm, а најмањи када се врши анализа мрежом густине 20 mm x 20 mm.

- **Evaluation Order**



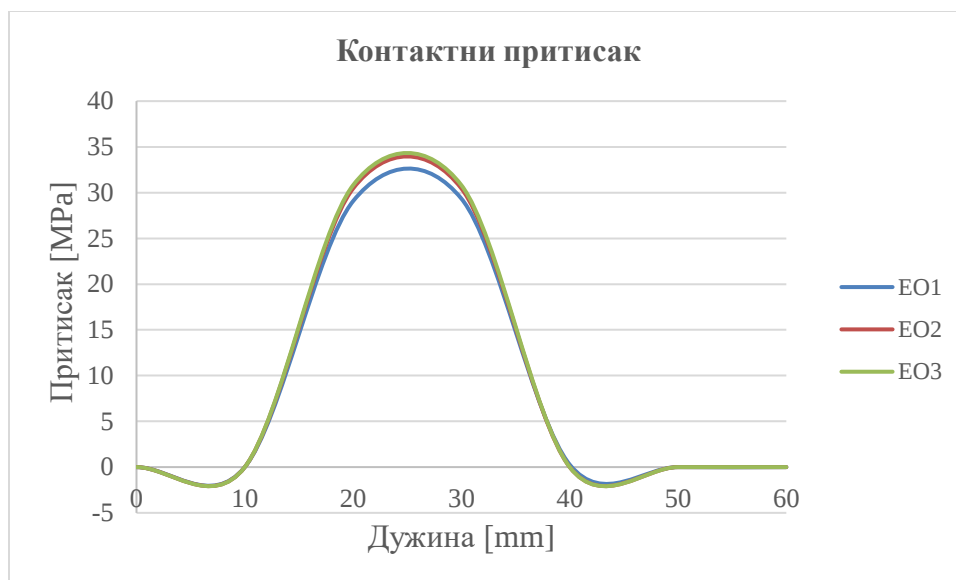
Слика 5.29 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО

Без обзира на густину мреже највећи напон у контакту даје *Evaluation Order 3* (на дијаграму представљен као *EO3*), а најмањи напон *EO1* (слика 5.29).



Слика 5.30 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО

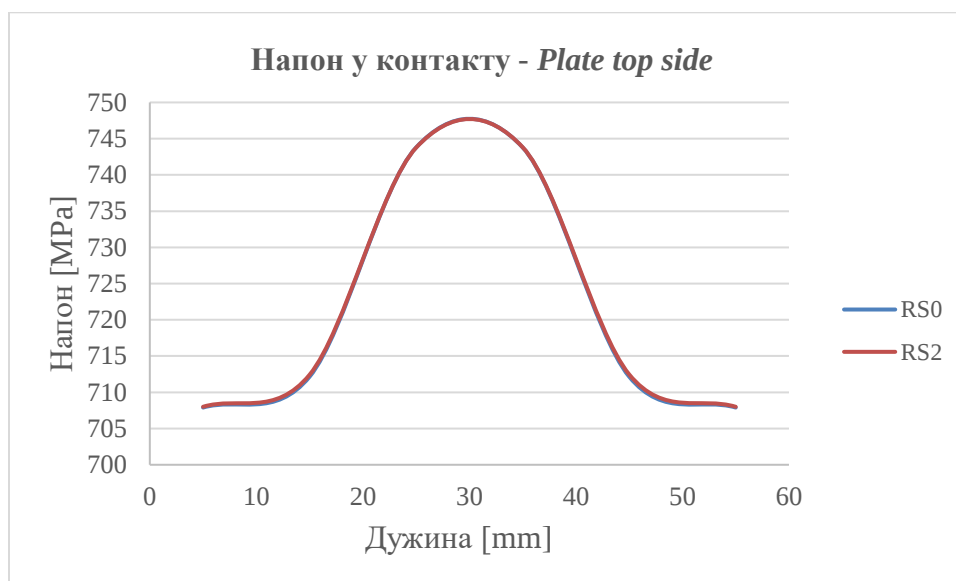
На *bottom* страни лјуске важи исто правило. *Evaluation Order 3* даје највећу вредност напона, а *Evaluation Order 1* даје најмању вредност напона (слика 5.30). Ово се дешава због тога што је највећи број вектора са *slave* на *master* сегмент пројектовано преко *EO3* параметра, што значи да је симулирана већа густина мреже.



Слика 5.31 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од EO

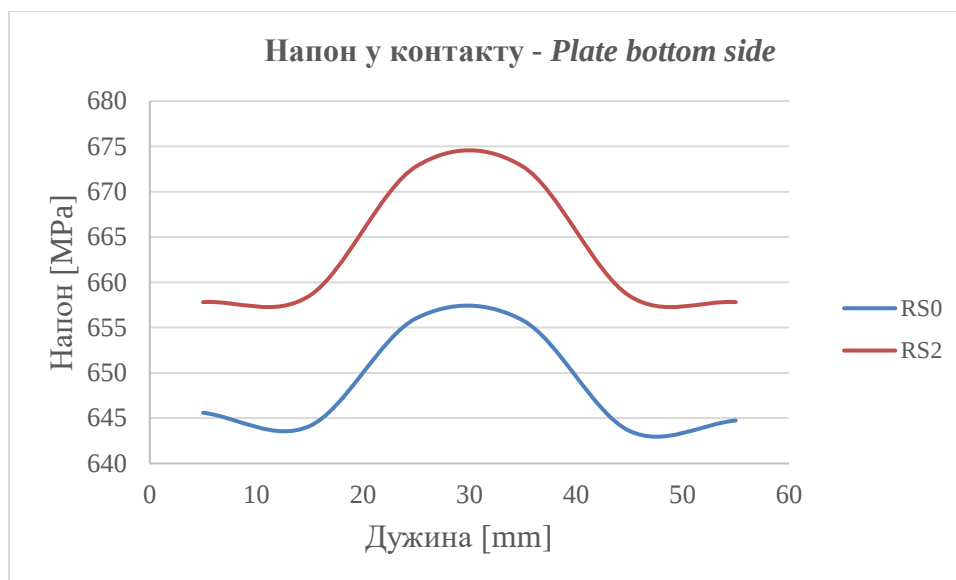
Приликом варирања EO параметра, вредности контактеног притиска остају приближно исте (слика 5.31).

- **Refine Source**



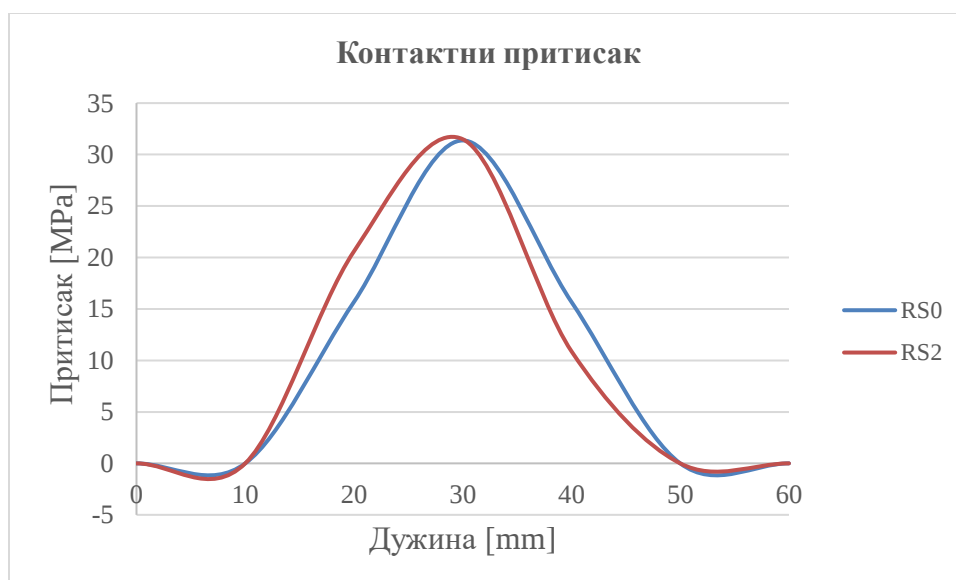
Слика 5.32 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

Када је на master сегменту мања густина мреже вредност напона у контакту је једнака и на top и на bottom страни (слика 5.32).



Слика 5.33 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од RS

Када је иста густина мреже на *master* и на *slave* сегменту, или када је густина мреже већа на *master* сегменту *Refine Source 2* (на дијаграму представљен као RS2) даје веће вредности напона у контакту (слика 5.33).



Слика 5.34 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактној региону у зависности од RS

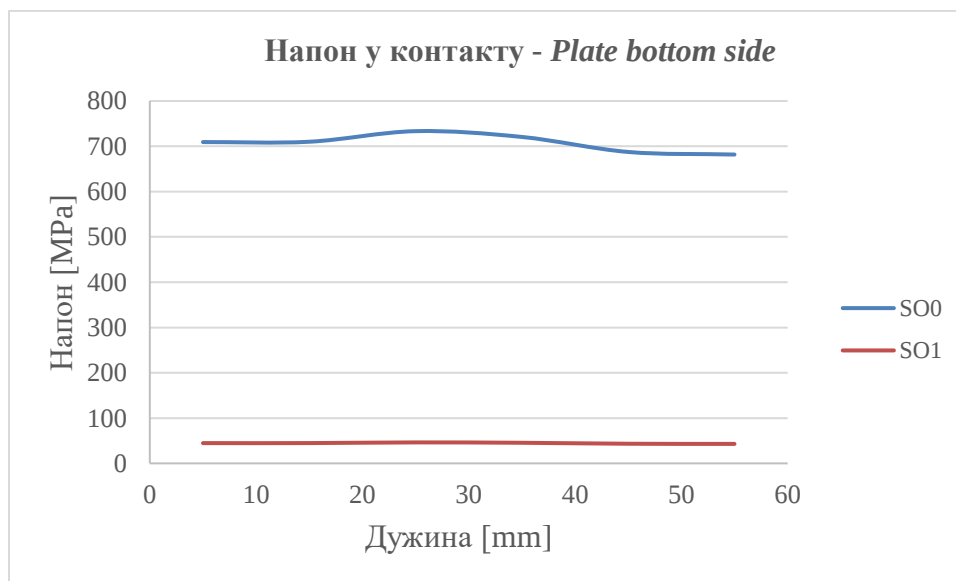
Без обзира на густину мреже вредност контактне притиска је иста или приближна без обзира да ли се користи опција *Refine Source 0* или опција *Refine Source 2* (на дијаграму представљени као RS0 и RS2) (слика 5.34).

- **Shell Offset**

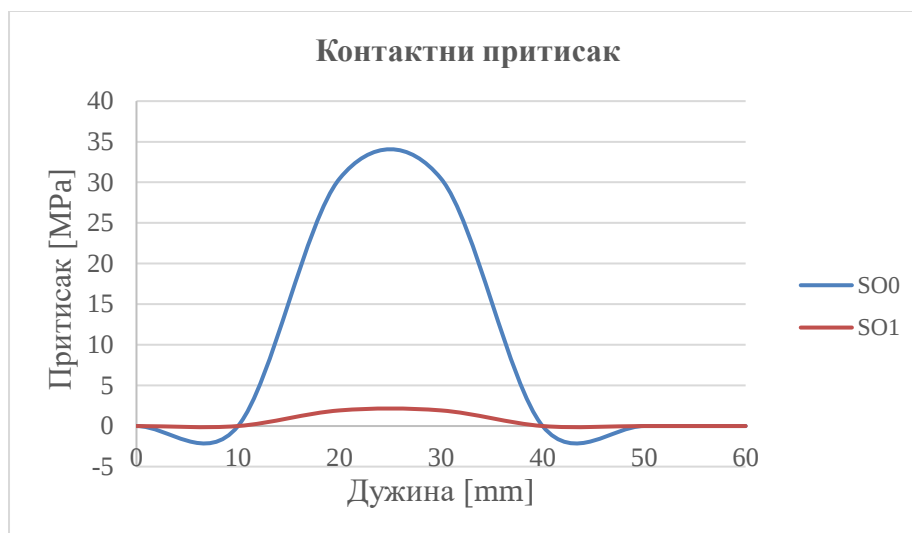


Слика 5.35 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од SO

И на top и на bottom страни љуске Shell Offset 1 (на дијаграму представљен као SO1) даје много мање вредности напона у контакту, а самим тим и ближе реалним резултатима (слике 5.35 и 5.36). Јако је битно напоменути да ако се исувише смањи густина мреже, контакт неће бити остварен.



Слика 5.36 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од SO



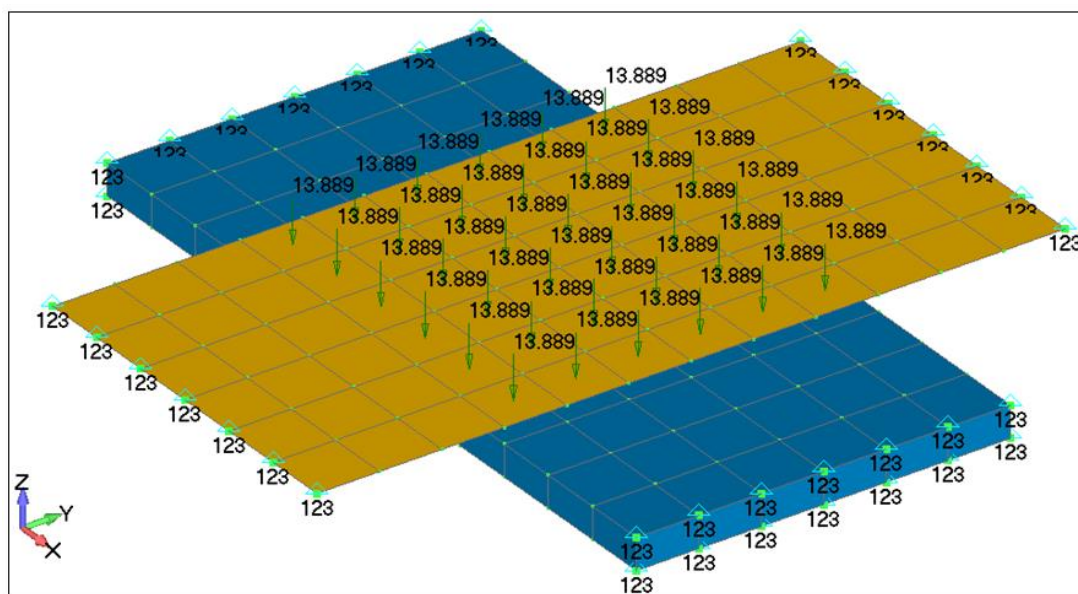
Слика 5.37 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од SO

Вредност контактнoг притиска је, такође, драстично мања (слика 5.37) када се користи опција *Shell Offset 1* (на дијаграму представљен као SO1).

Код комбинације две равне површи – љуске и солида, у контакту варирањем положаја *master/slave* сегмента, коефицијента трења, дистанце, *Initial Penetration*, *Shell Z-Offset* и *Penalty Factor Units* параметара не долази до промене вредности напона и притиска у контакту.

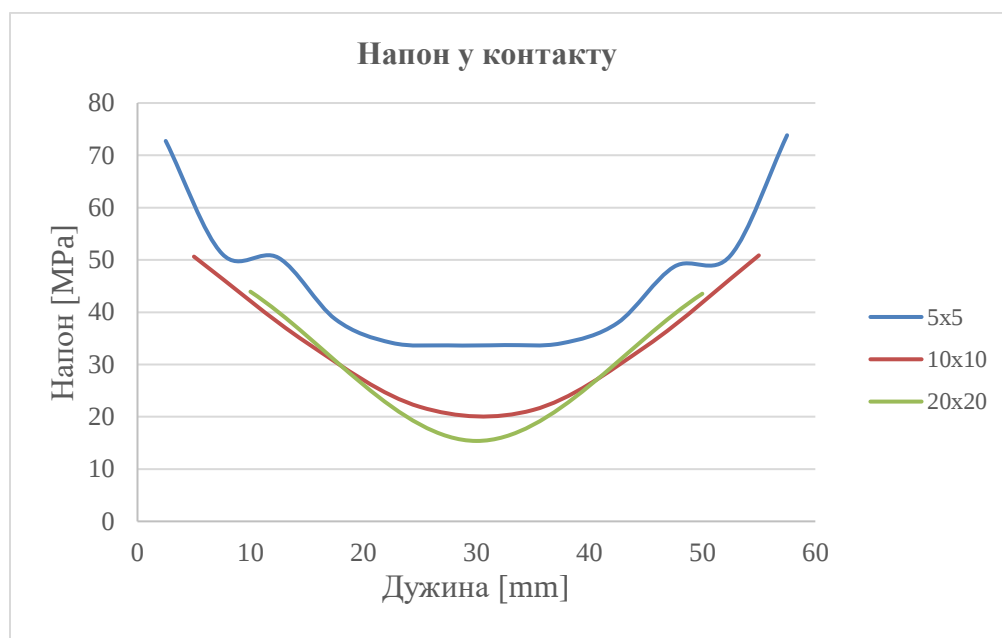
5.4 Приказ резултата за комбинацију солида и љуске у контакту

На слици 5.38 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту солида и љуске.



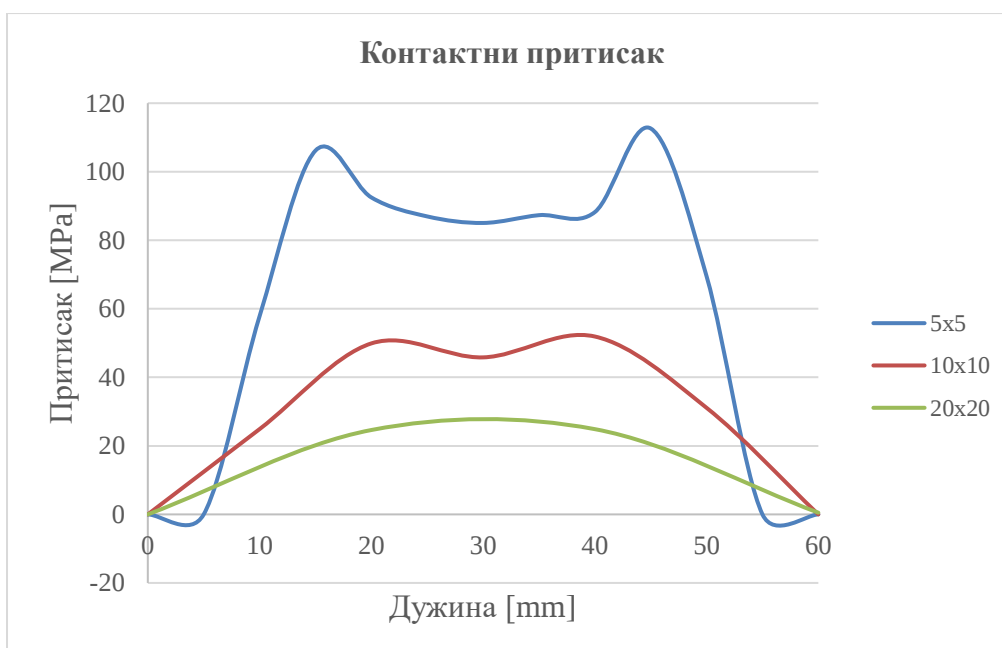
Слика 5.38 Модел за испитивање контакта две равне површи – солида и љуске

- **Густина мреже** – величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.



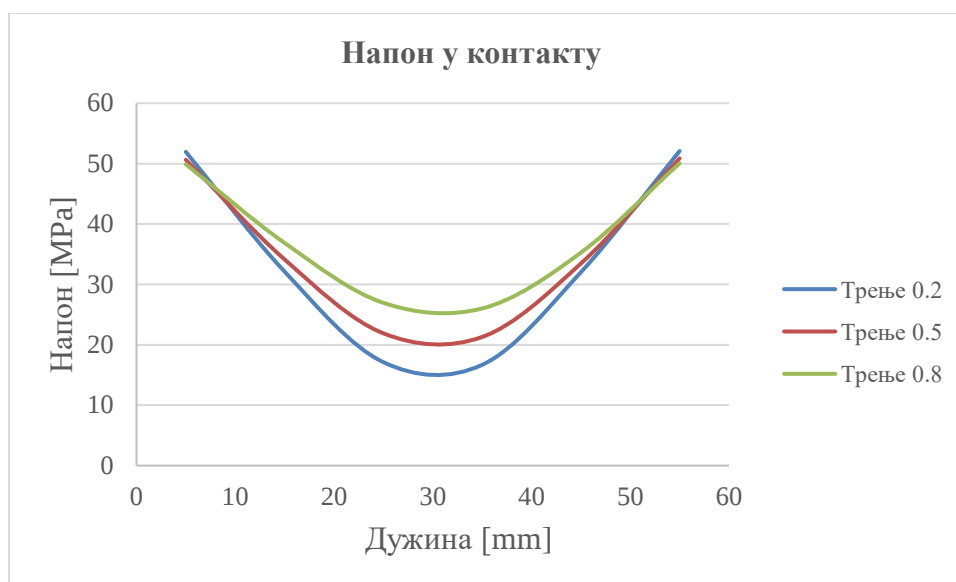
Слика 5.39 Промена напона у контактној регији у зависности од густине мреже

Као што се види са дијаграма на слици 5.39 вредност напона у контакту расте са повећањем густине мреже и обрнуто. Исто правило важи и за контактни притисак у равном контакту (слика 5.40).



Слика 5.40 Промена притиска у контактној регији у зависности од густине мреже

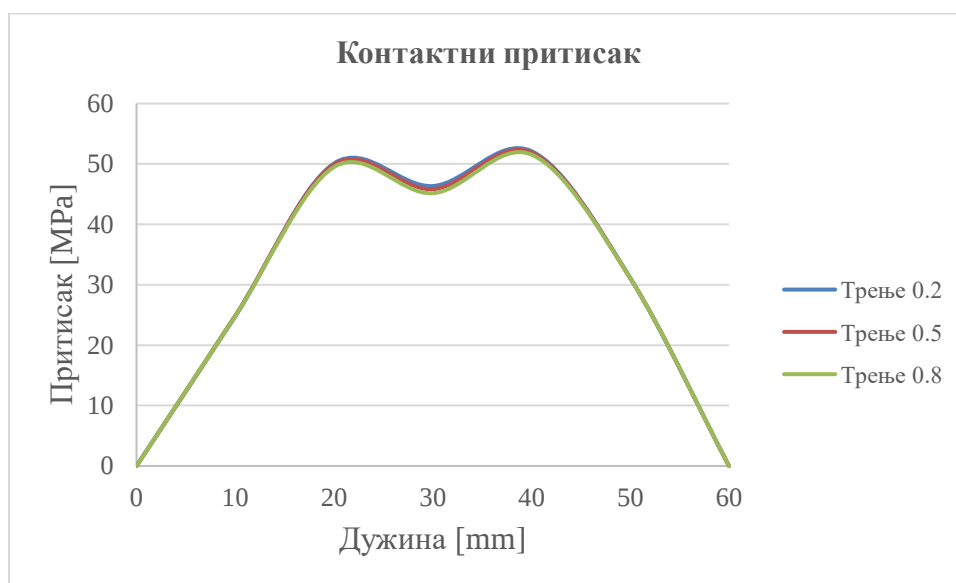
- Трење



Слика 5.41 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од коефицијента трења

Када је иста густина мреже за комбинацију солида и љуске у контакту, највећу вредност напона даје коефицијент трења 0.2 а најмању вредност коефицијент трења 0.8 (слика 5.41).

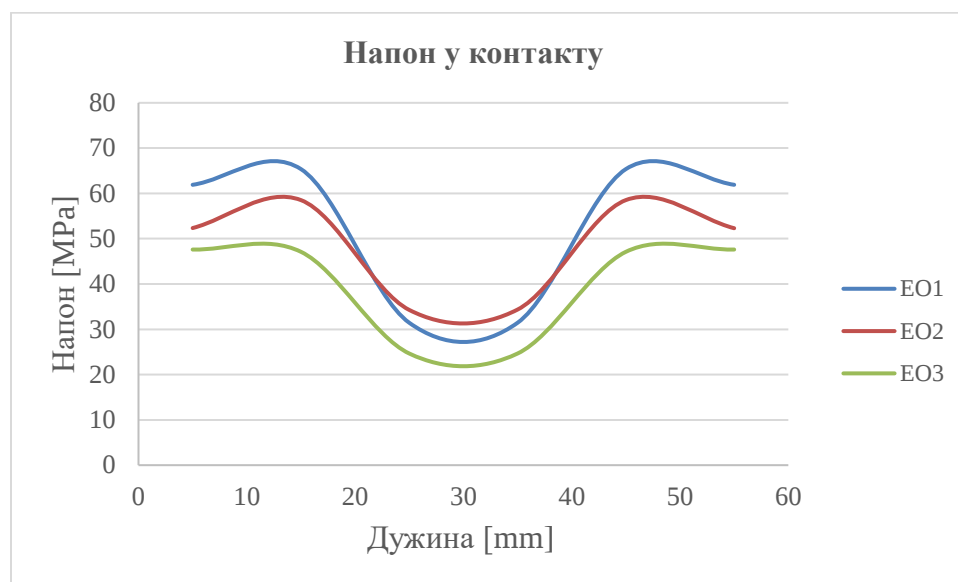
Када су густине мрежа различите на *master* и *slave* сегменту вредности напона у контакту су или једнаке или приближно једнаке, односно промена коефицијента трења не утиче на вредност напона у контакту у том случају.



Слика 5.42 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од коефицијента трења

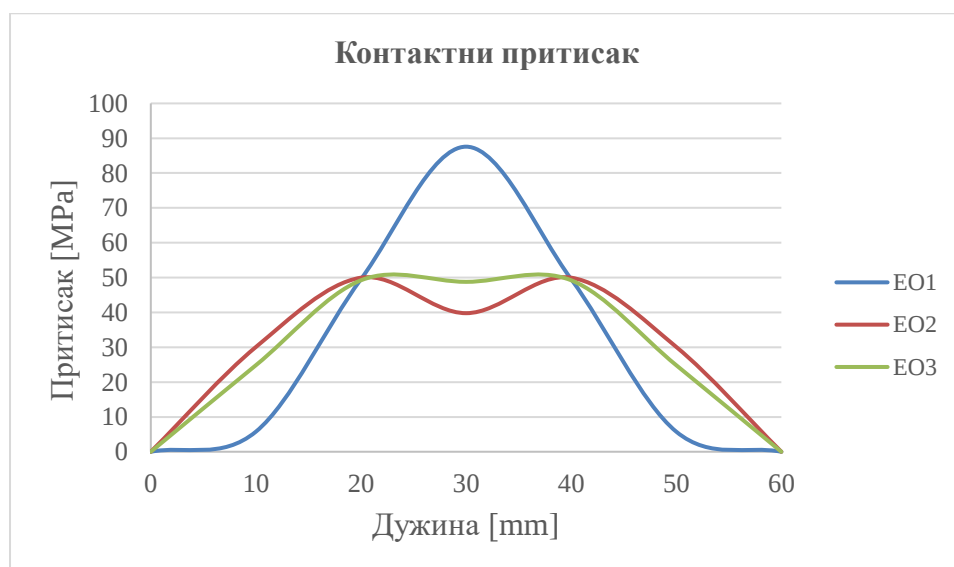
Вредност контактнoг притиска не зависи од промене коефицијента трења, као што је и приказано на дијаграму на слици 5.42.

- **Evaluation Order**



Слика 5.43 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од EO

Када је густина мреже једнака на *master* и *slave* сегменту и када је већа густина мреже на *master* сегменту, највећу вредност напона у контакту даје *Evaluation Order 1*, а најмању *Evaluation Order 3* (на дијаграму приказани као *EO1* и *EO3*) (слика 5.43). Када је густина мреже мања на *master* сегменту онда вредности напона у контакту не зависе од промене EO параметра.



Слика 5.44 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од EO

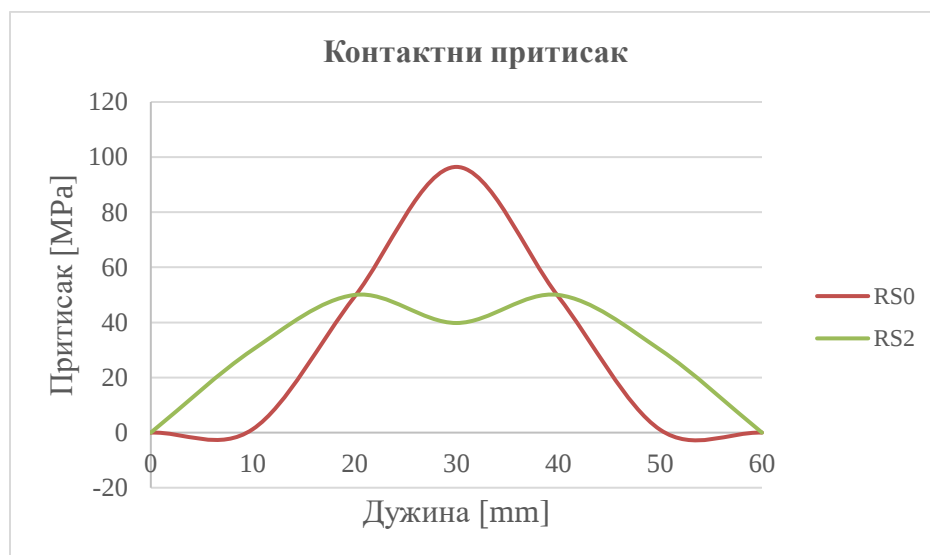
Када је густина мреже једнака на *master* и *slave* сегменту и када је већа густина мреже на *master* сегменту, највећу вредност притиска у контакту даје *Evaluation Order 1*, а најмању *Evaluation Order 3* (на дијаграму приказани као *EO1* и *EO3*) (слика 5.44). Када је густина мреже мања на *master* сегменту онда вредности контактеног притиска не зависе од промене *EO*.

- **Refine Source**



Слика 5.45 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

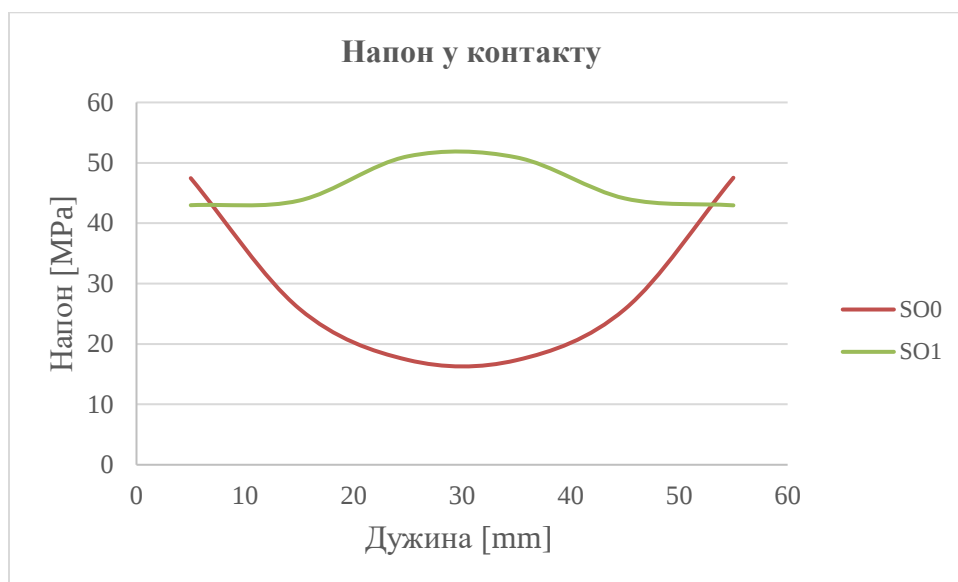
Када је густина мреже једнака на *master* и *slave* сегменту и када је густина мреже већа на *master* сегменту, већу вредност напона у контакту даје *Refine Source 0* (на дијаграму приказан као *RS0*) (слика 5.45). Када је густина мреже мања на *master* сегменту онда вредности напона у контакту не зависе од промене *RS*.



Слика 5.46 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од RS

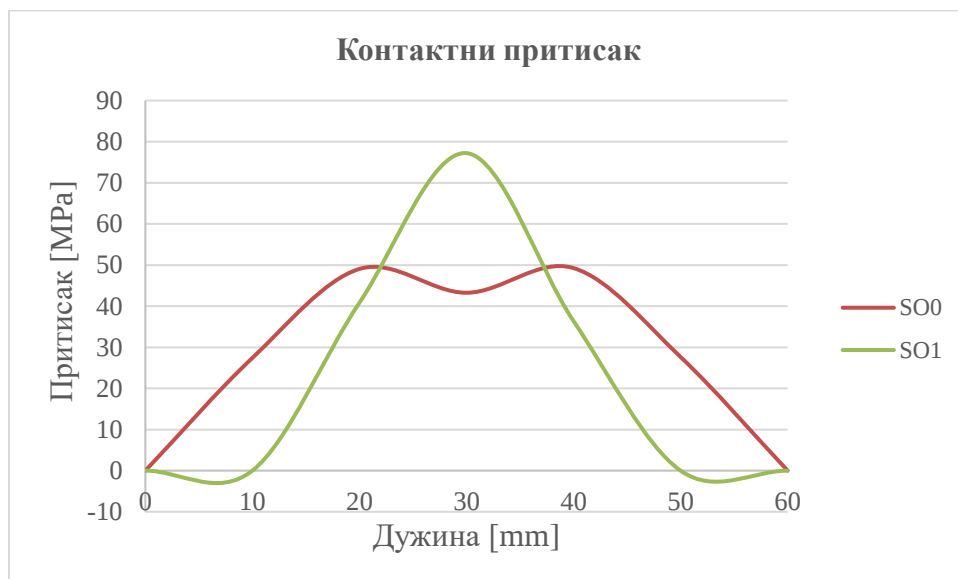
Када је густина мреже једнака на *master* и *slave* сегменту и када је већа густина мреже на *master* сегменту, већу вредност притиска у контакту даје *Refine Source 0* (на дијаграму приказан као *RS0*) (слика 5.46). Када је густина мреже мања на *master* сегменту онда вредности контактнoг притиска не зависе од промене *RS* параметра.

- **Shell Offset**



Слика 5.47 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од SO

Вредност напона у контакту је увек већа са *Shell Offset 1* параметром (на дијаграму приказан као *SO1*) (слика 5.47).



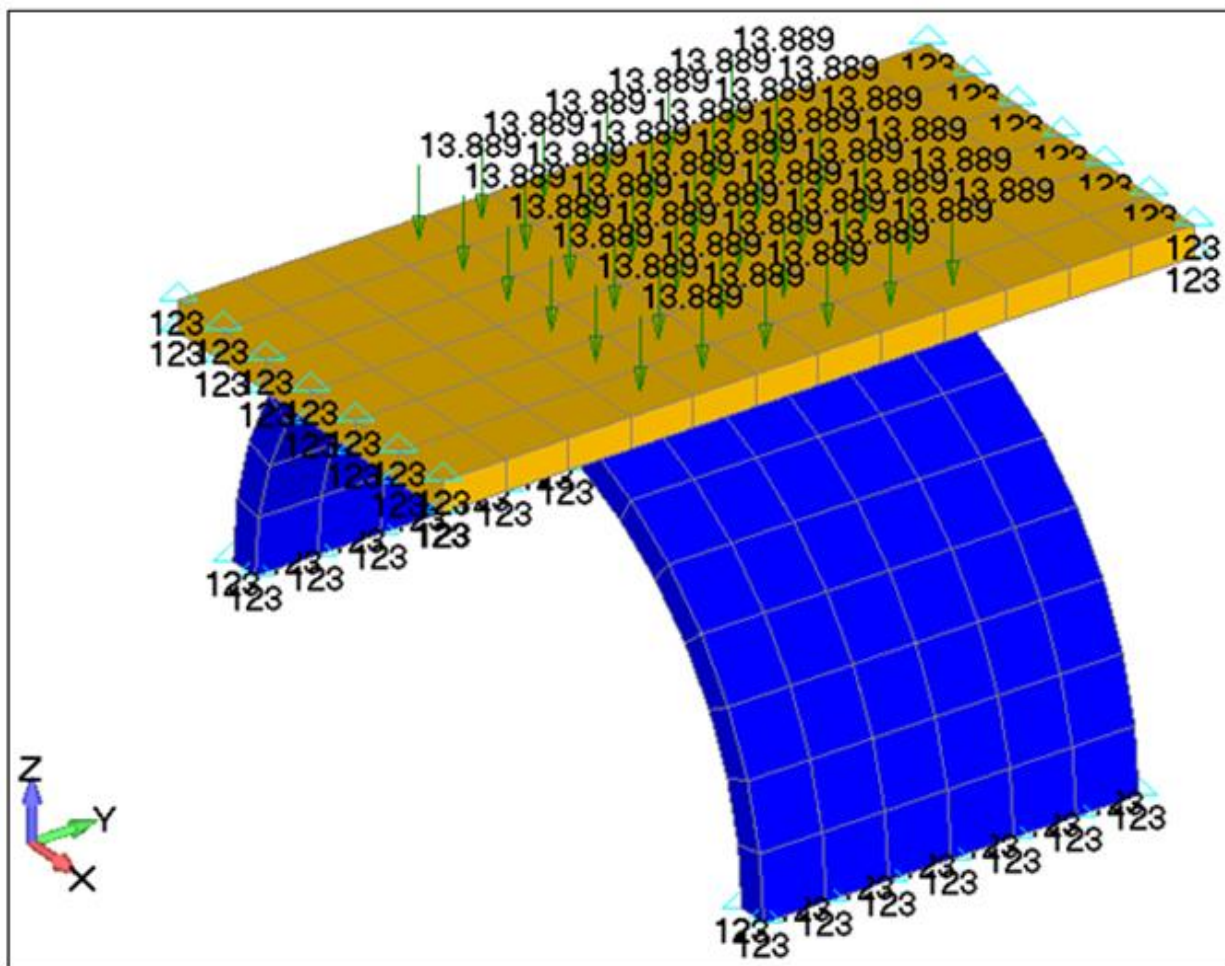
Слика 5.48 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од SO

Вредност притиска у контакту без обзира на густину мреже је увек већа са *Shell Offset 1* параметром (на дијаграму приказан као *SO1*) (слика 5.48). Препорука је да се избегава мања густина мреже на *slave* сегменту.

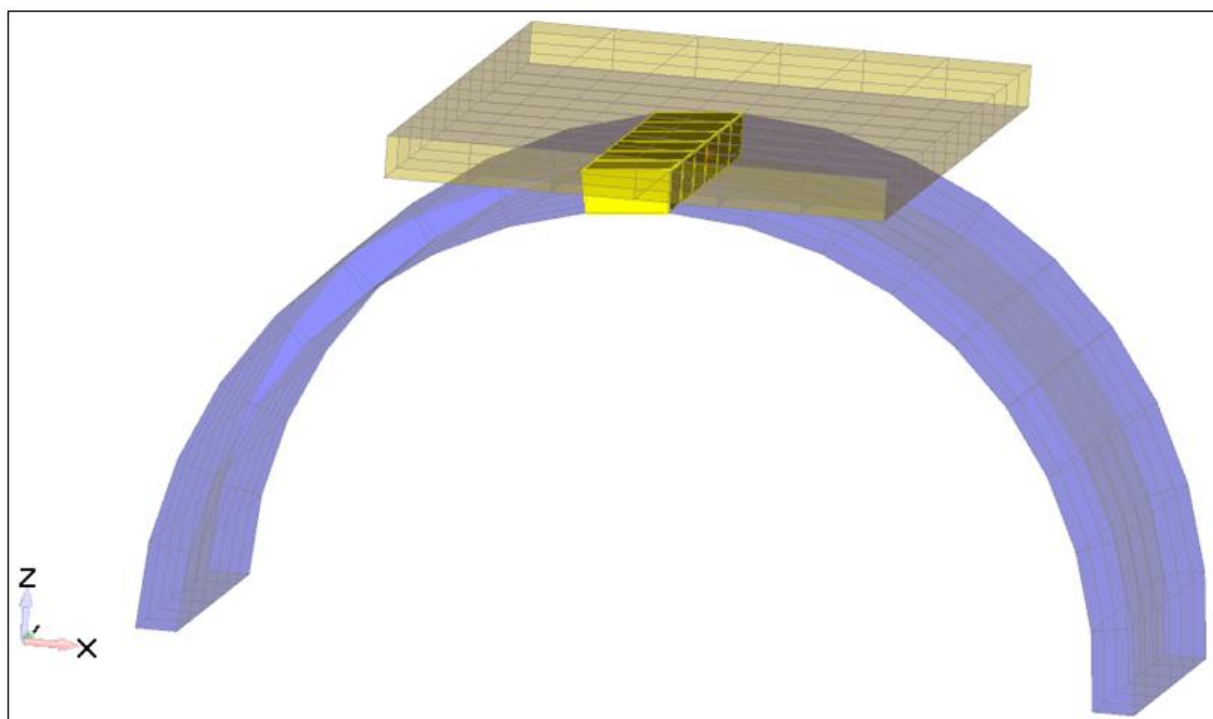
Код комбинације две равне површи – солида и љуске, у контакту варирањем положаја *master/slave* сегмента, дистанце, *Initial Penetration*, *Shell Z-Offset* и *Penalty Factor Units* параметара не долази до промене вредности напона и притиска у контакту.

6. КОНТАКТ ИЗМЕЂУ ЦИЛИНДРИЧНЕ И РАВНЕ ПОВРШИ

Модел којим се испитује контакт између конвексне и равне површи приказан је на слици 6.1. У питању је конвексна површ радијуса 60 mm и равна плоча димензија 120 mm x 60 mm x 5 mm. Површи се тангирају и под углом су од 90°. На слици 6.1 приказана је поставка проблема са одговарајућим оптерећењима и ограничењима.

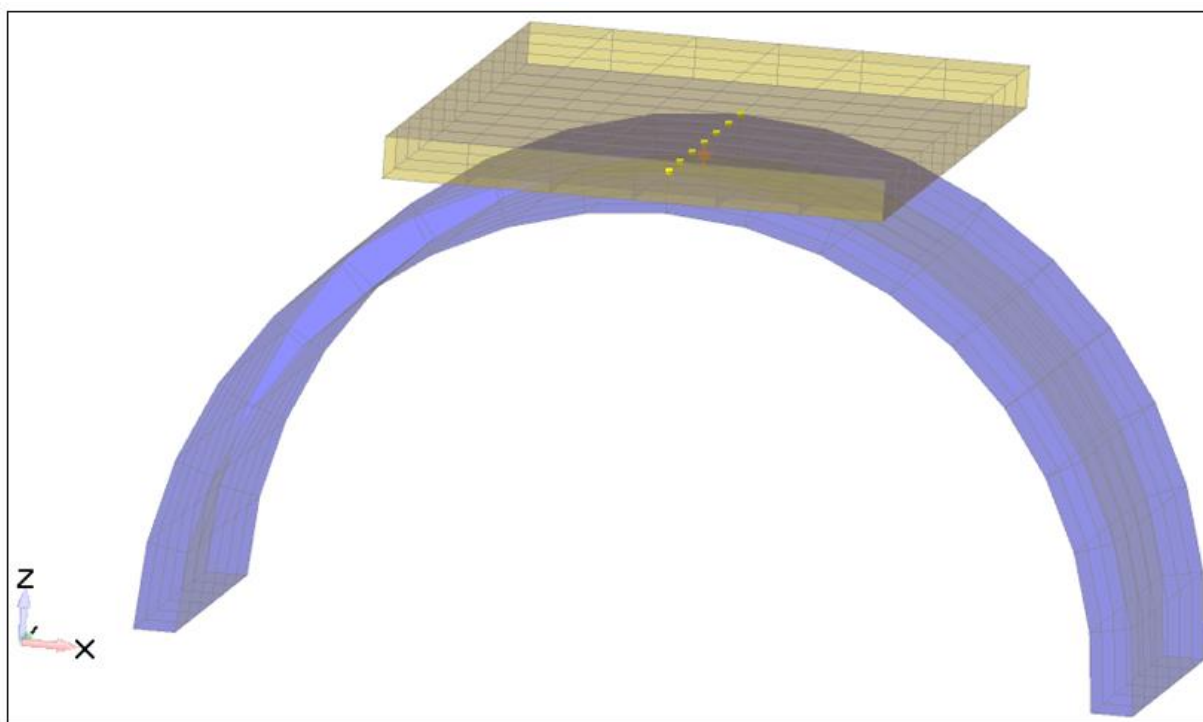


Слика 6.1 Модел за испитивање контакта између цилиндричне и равне површи - солиди



Слика 6.2 Дефинисана група за приказивање вредности напона у контакту на дијаграму

У сваком моделу су дефинисане групе у контактном региону, по којима су цртани дијаграми напона (слика 6.2) и притиска (слика 6.3) у контакту.

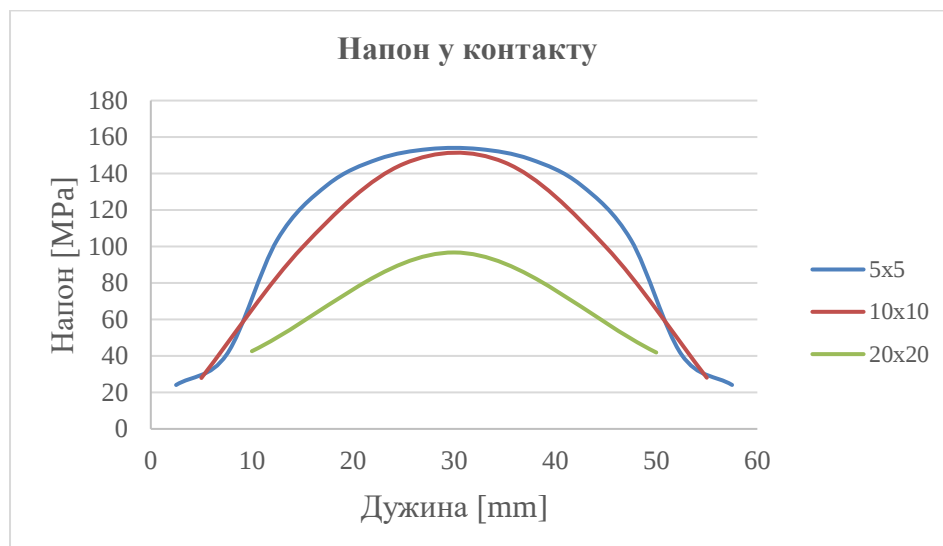


Слика 6.3 Дефинисана група за приказивање вредности притиска у контакту на дијаграму

6.1 Приказ резултата за комбинацију два солида у контакту

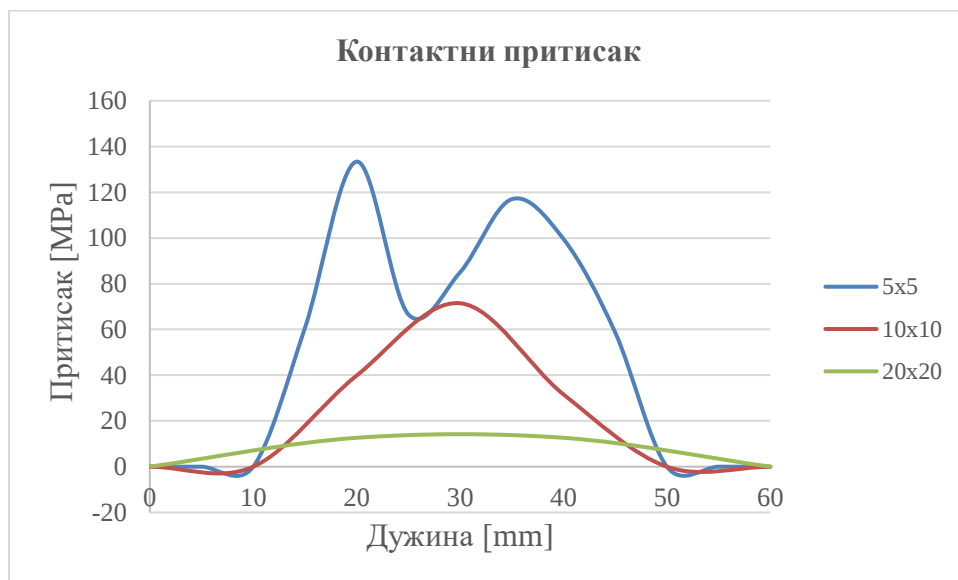
На слици 6.1 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту два солида.

- **Густина мреже** – величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.



Слика 6.4 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

Са дијаграма на слици 6.4 може се прочитати да је највећа вредност напона када је густина мреже највећа, односно да вредност напона расте са повећањем густине мреже и обрнуто. Исто правило важи и за контактни притисак (слика 6.5).



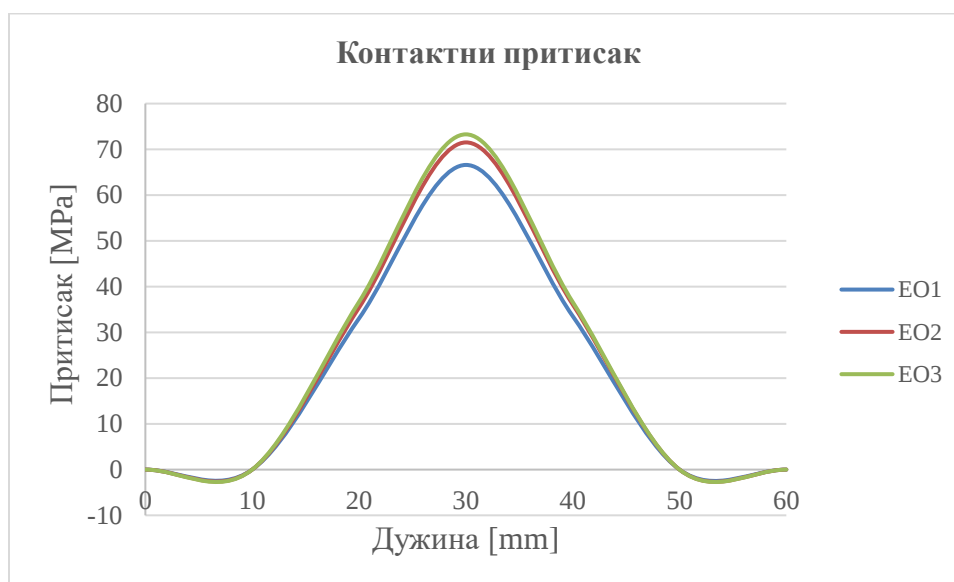
Слика 6.5 Промена притиска у контактном региону у зависности од густине мреже

- **Evaluation Order**



Слика 6.6 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од ЕО

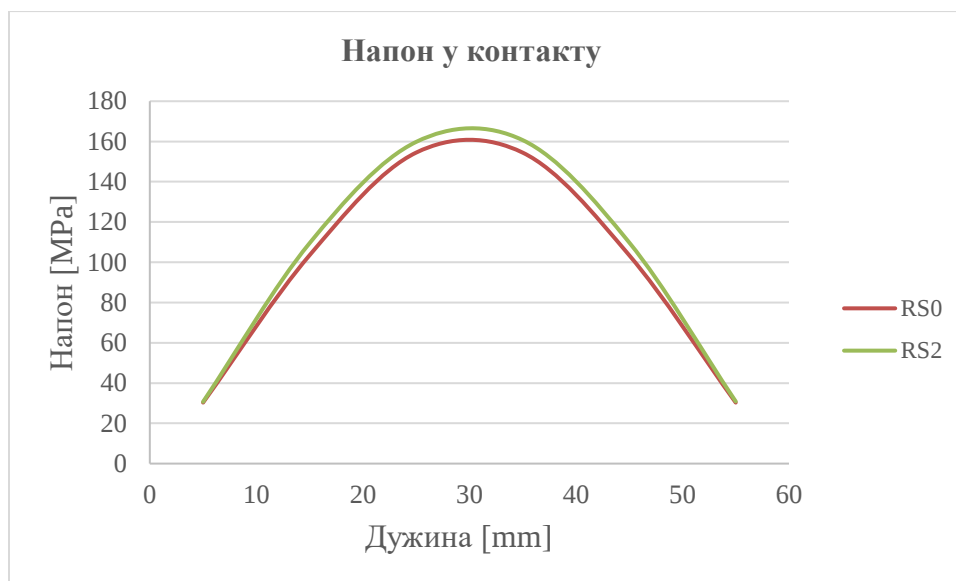
Највећу вредност напона у контакту даје *Evaluation Order 3*, затим *Evaluation Order 2*, док је најмања вредност напона када је укључена опција *Evaluation Order 1* (на дијаграму приказани као *EO1*, *EO2* и *EO3*) (слика 6.6). Пошто се резултати у овом случају читају са *master* сегмента, можемо приметити да је број вектора увећан са *slave* на *master* сегмент и самим тим је симулирана већа густина мреже. Овим се може уштедети доста времена јер се не мора изнова радити *remeshing* мреже.



Слика 6.7 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактној региону у зависности од ЕО

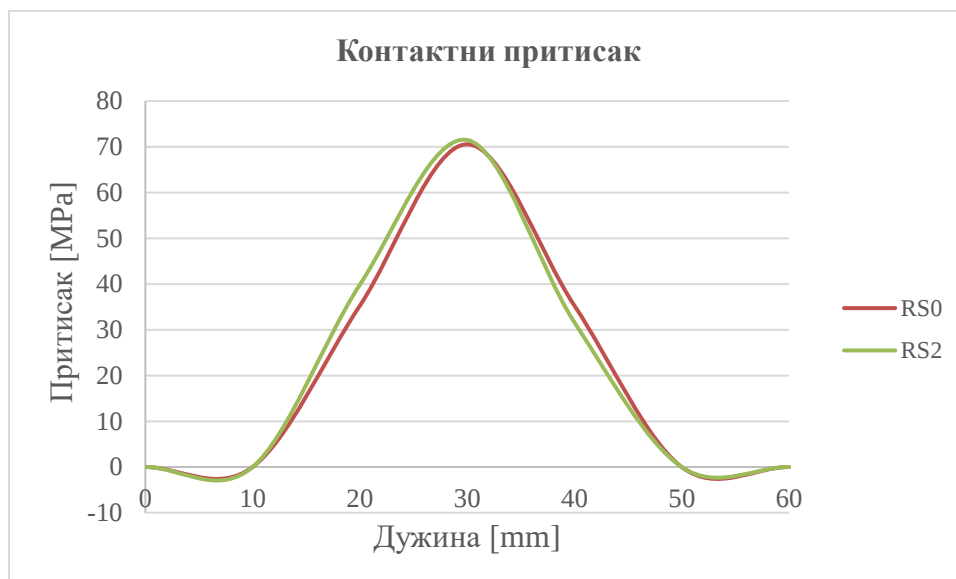
Вредности контактеног притиска, такође прате ово правило (слика 6.7) па тако највећу вредност притиска даје *Evaluation Order 3*, а најмању *Evaluation Order 1* (на дијаграму приказани као *EO3* и *EO1*).

- **Refine Source**



Слика 6.8 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

Што се тиче алата *Refinement Source*, у овом случају, већа вредност напона у контакту је када је "пресликавање" омогућено – *Refine Source 2* (на дијаграму приказан као RS2). Мање разлике у напону се јављају због тога што је за овај случај иста густина мреже (слика 6.8).



Слика 6.9 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од RS

Што се тиче контактног притиска и у овом случају већа вредност је када је укључена опција *Refine Source 2* (на дијаграму приказан као RS2) (слика 6.9). Ова опција је

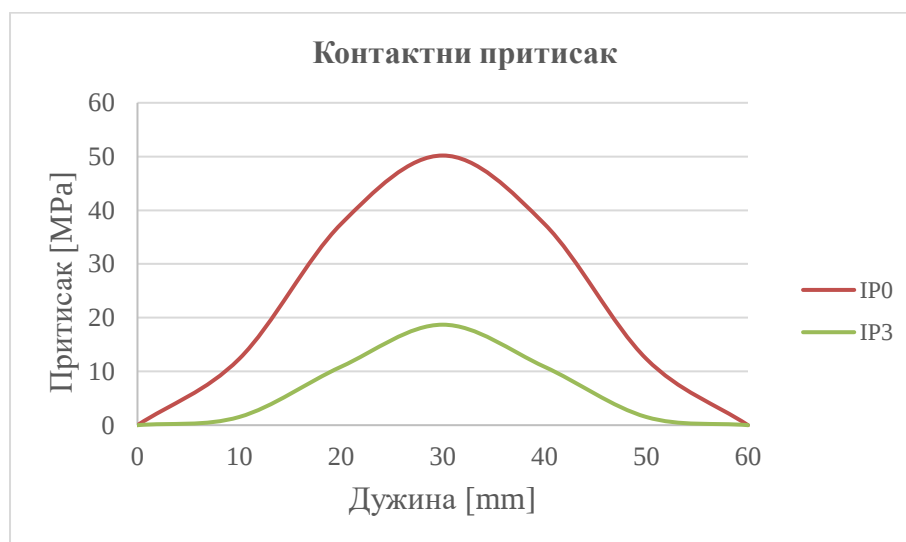
и *Default* да би се омогућило "пресликавање" карактеристика са *master* на *slave* сегмент а све у циљу добијања што тачнијих резултата.

- **Initial Penetration**



Слика 6.10 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од IP

Без обзира на густину мреже, *Initial Penetration 0* (на дијаграму приказан као *IP0*) даје највећу вредност напона у контакту (слика 6.10). *Initial Penetration 0* је и *Default* опција што се тиче овог алата.

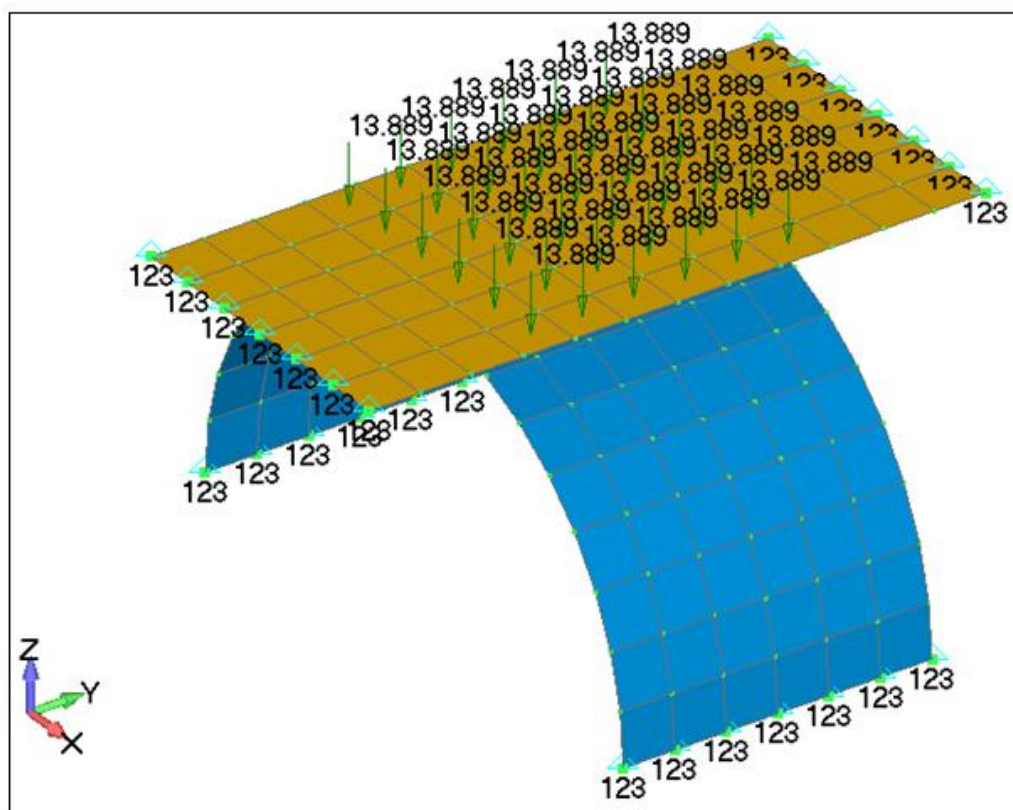


Слика 6.11 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактној региону у зависности од IP

Контактни притисак, такође има већу вредност када је *Initial Penetration 0* (на дијаграму приказан као *IP0*) (слика 6.11). Код комбинације конвексне и равне површи – солида, у контакту варирањем положаја *master/slave* сегмента, коефицијента трења, дистанце, и *Penalty Factor Units* параметара не долази до промене вредности напона и притиска у контакту.

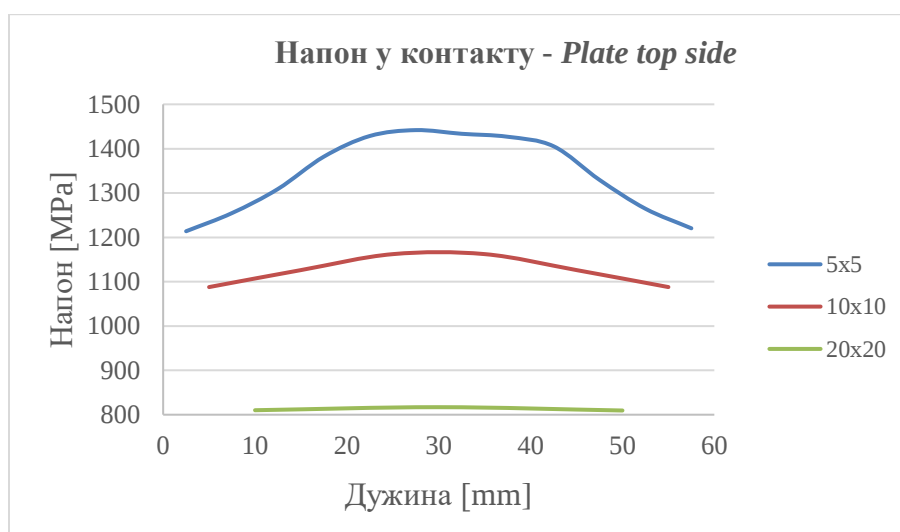
6.2 Приказ резултата за комбинацију две љуске у контакту

На слици 6.12 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту две љуске.



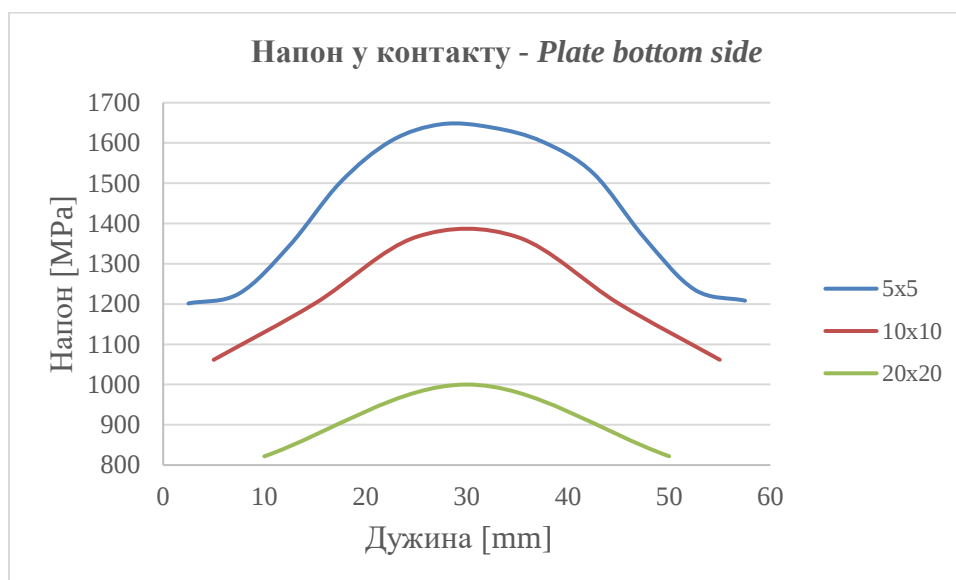
Слика 6.12 Модел за испитивање контакта између цилиндричне и равне површи - љуске

- **Густина мреже** – величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.

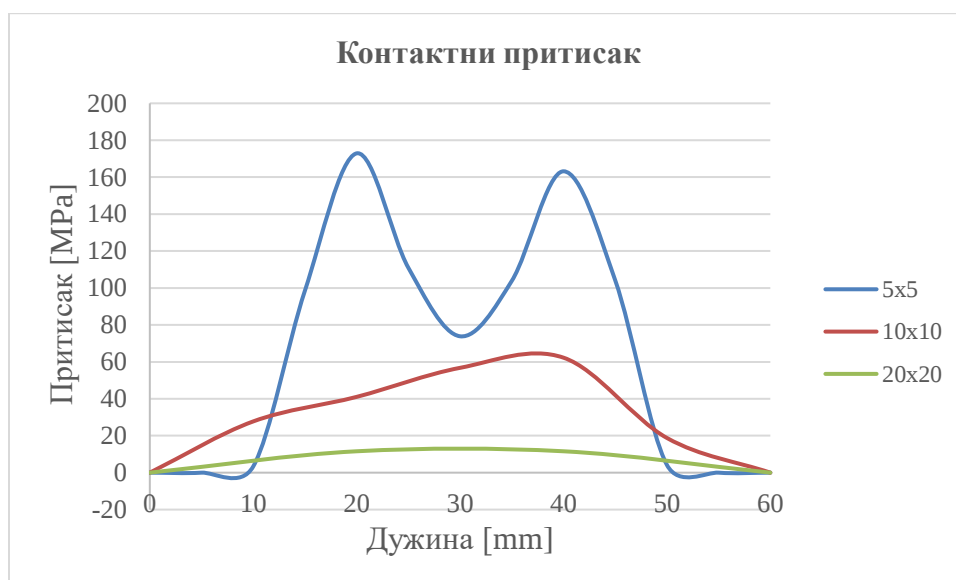


Слика 6.13 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

Са повећањем густине мреже повећава се и вредност напона у контакту и обрнуто (слика 6.13). Ово правило важи и за *top* и за *bottom* (слика 6.14) страну љуске.



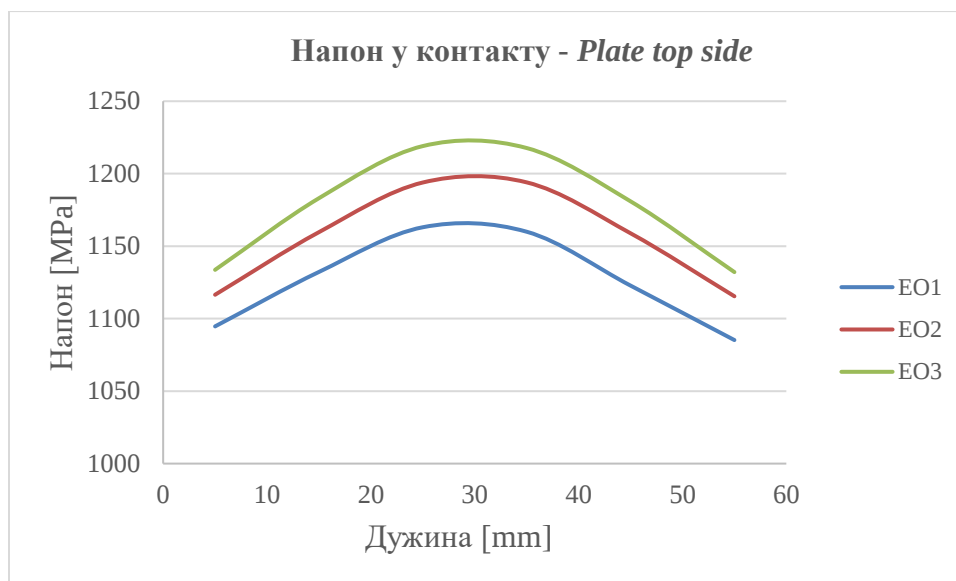
Слика 6.14 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже



Слика 6.15 Промена притиска у контактном региону у зависности од густине мреже

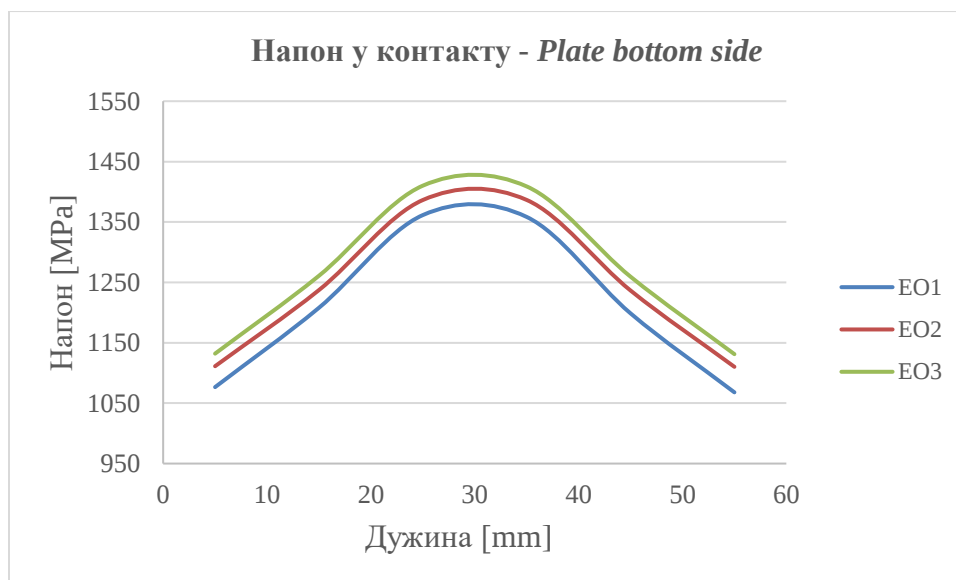
Вредност контактног притиска се, такође, повећава са порастом густине мреже, а опада са смањењем густине мреже (слика 6.15).

- **Evaluation Order**

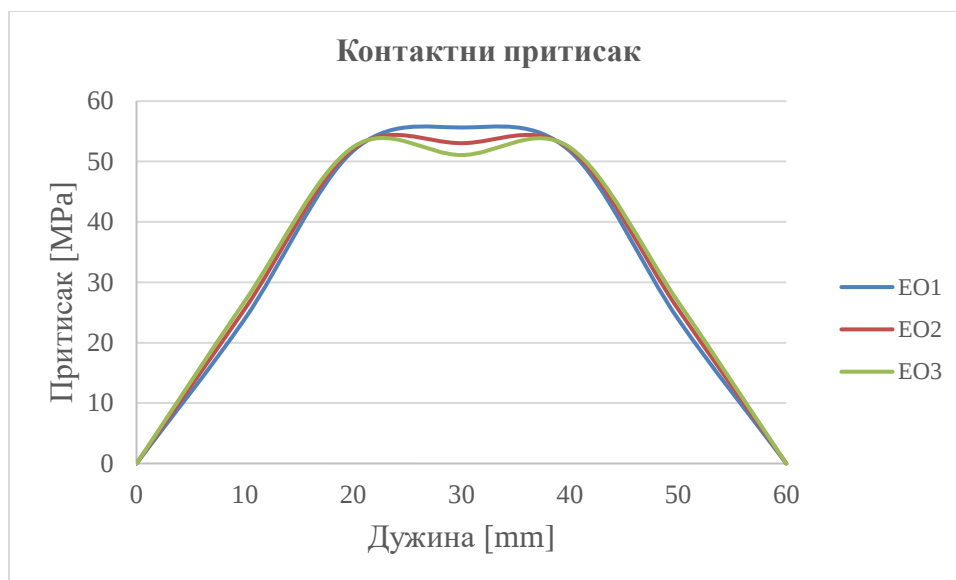


Слика 6.16 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО

Највећа вредност напона у контакту је када је укључена опција *Evaluation Order 3*, а најмања када је опција *Evaluation Order 1* (на дијаграму представљени као *EO3* и *EO1*). Ово правило важи и за *top* и за *bottom* страну љуске (слике 6.16 и 6.17).



Слика 6.17 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО



Слика 6.18 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од EO

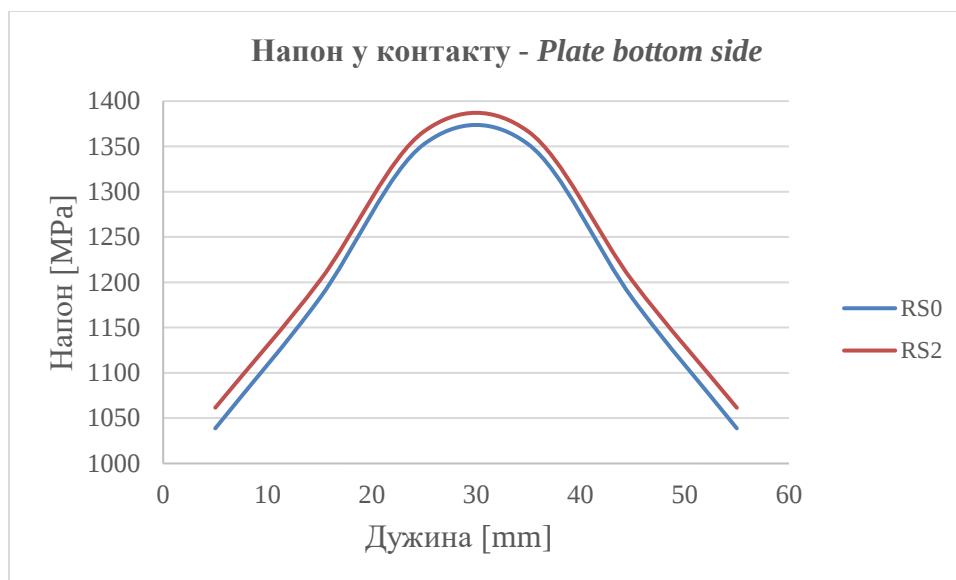
Највећу вредност контактнoг притиска даје *Evaluation Order 1*, а најмању *Evaluation Order 3* (на дијаграму приказани као *EO1* и *EO3*) (слика 6.18). Што се овог случаја конкретно тиче, треба избегавати комбинацију модела где је већа густина мреже на *master* сегменту због лошијих резултата.

- **Refine Source**



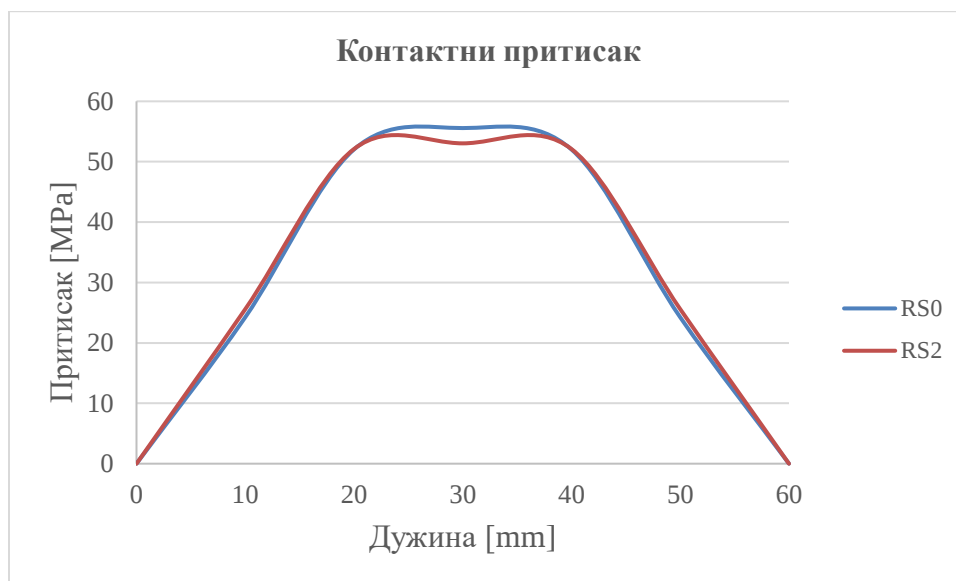
Слика 6.19 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

Са дијаграма на слици 6.19 може се прочитати да на *top* страни љуске већу вредност напона у контакту даје *Refine Source 2* (на дијаграму приказан као *RS2*).



Слика 6.20 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од RS

Исто правило важи и за *bottom* страну љуске, с тим да се на овој страни јавља већи напон у контакту (слика 6.20).



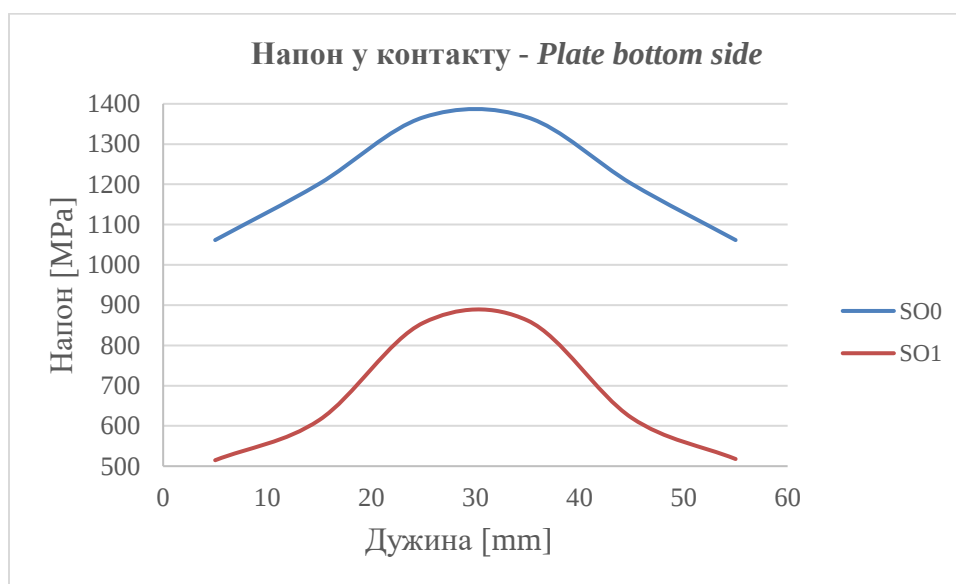
Слика 6.21 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактној региону у зависности од RS

У овом случају за контактни притисак важи правило да је вредност увек већа са опцијом *Refine Source 2* (на дијаграму приказан као RS2), осим када је већа густина мреже на *master* сегменту (слика 6.21).

- **Shell Offset**

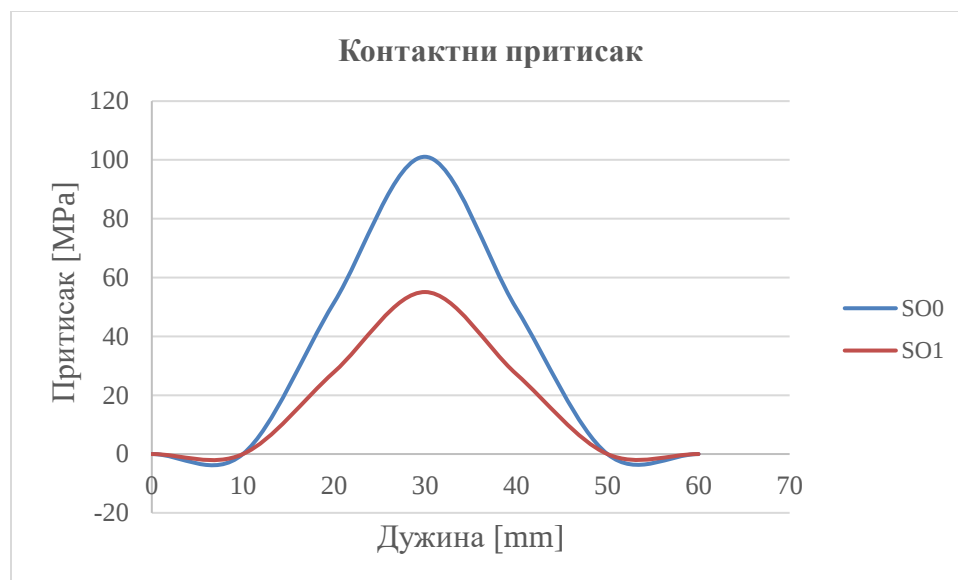


Слика 6.22 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од SO



Слика 6.23 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од SO

Ово је алат који може бити изузетно користан када се решавају контактни проблеми а у моделу постоји љуска. Са одабраном опцијом *Shell Offset 1* (на дијаграму приказан као SO1), вредности напона у контакту ће се драстично смањити и самим тим приближити реалнијим (слике 6.22 и 6.23).



Слика 6.24 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од SO

Исто правило важи и за контактни притисак (слика 6.24), с тим да овде посебно треба обратити пажњу на расподелу притиска који се јавља у контакту, јер је нешто другачија када је овај алат подешен тако да се приликом решавања контактеног проблема у сам проблем не укључи дебљина љуске.

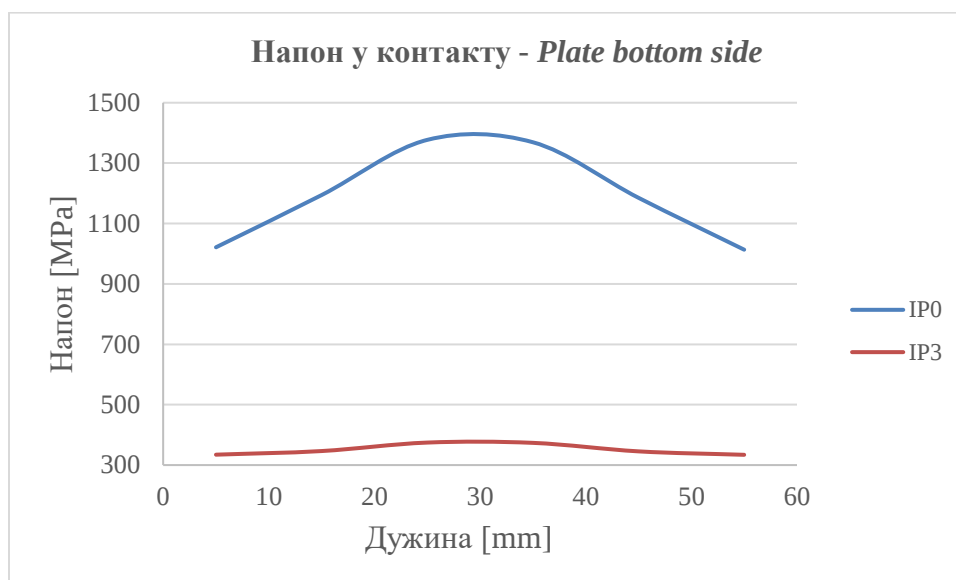
- **Initial Penetration**



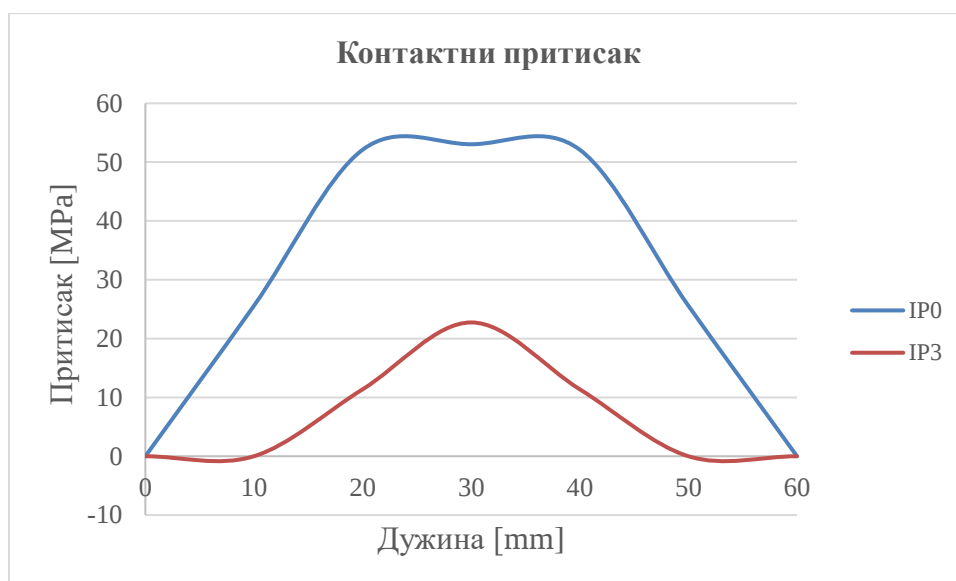
Слика 6.25 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од IP

Када се решава равни контактни проблем са комбинацијом две љуске што се тиче алата *Initial Penetration*, већу вредноста напона у контакту и на *top* и на *bottom* страни даће

Initial Penetration 0 (слике 6.25 и 6.26). Вредно је напоменути да *Initial Penetration 3* даје далеко мање вредности напона у контакту (на дијаграму приказани као *IP0* и *IP3*).



Слика 6.26 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од IP



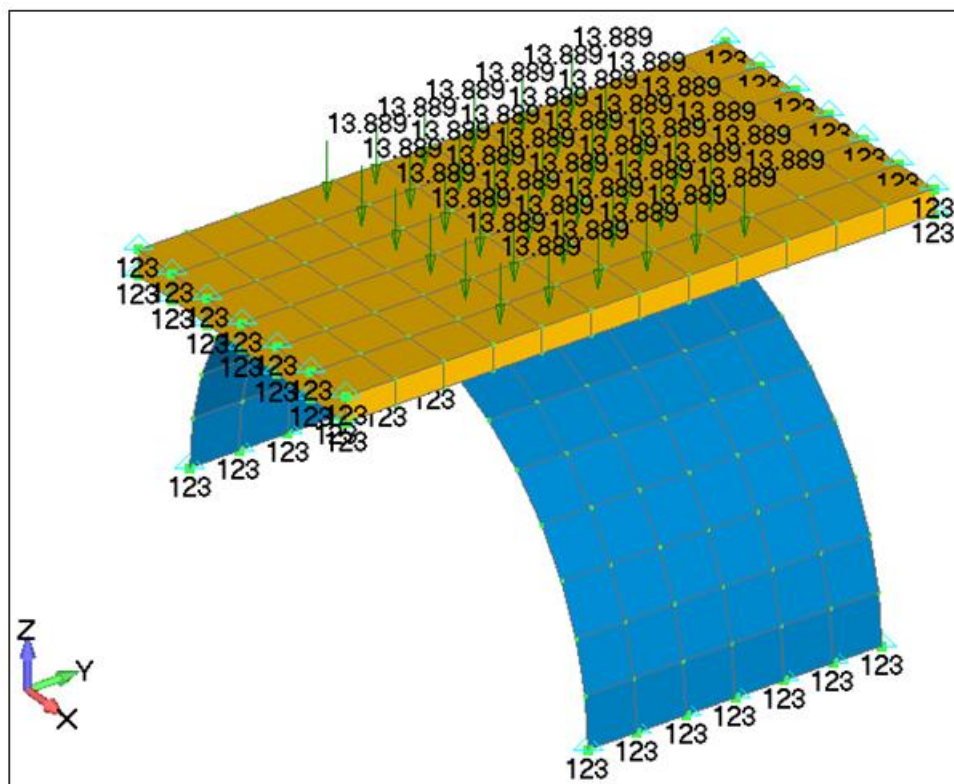
Слика 6.27 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од IP

Исто правило важи и за контактни притисак (слика 6.27), али је расподела самог притиска у контактном региону другачија.

Код комбинације конвексне и равне површи – љуски, у контакту варирањем положаја *master/slave* сегмента, коефицијента трења, дистанце, *Shell Z-Offset* и *Penalty Factor Units* параметара не долази до промене вредности напона и притиска у контакту.

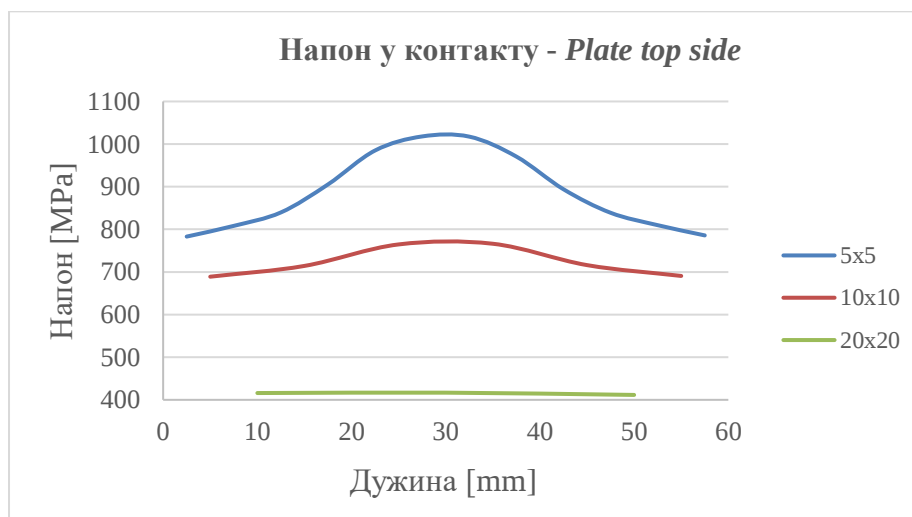
6.3 Приказ резултата за комбинацију љуске и солида у контакту

На слици 6.28 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту љуске и солида.



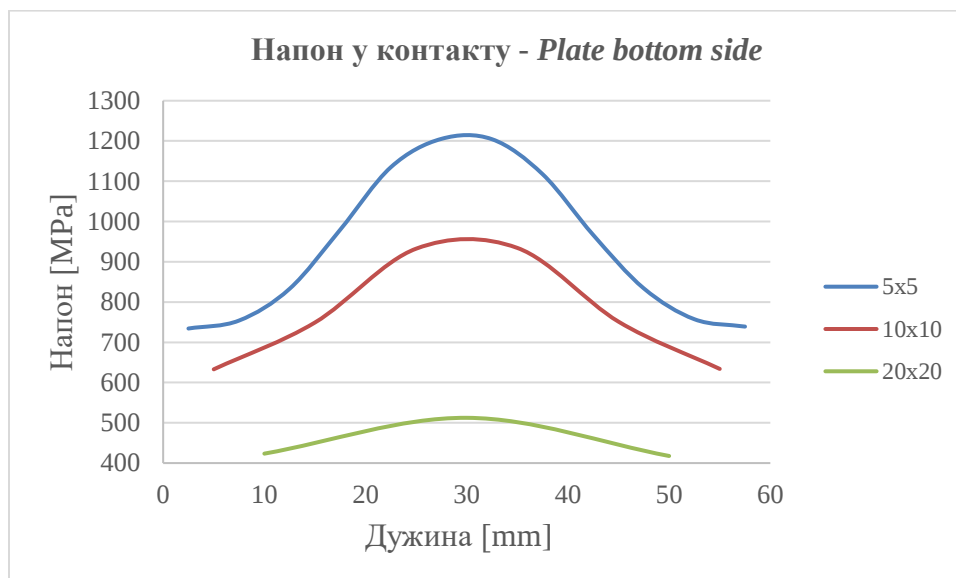
Слика 6.28 Модел за испитивање контакта између цилиндричне и равне површи – љуске и солида

- **Густина мреже** – величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.



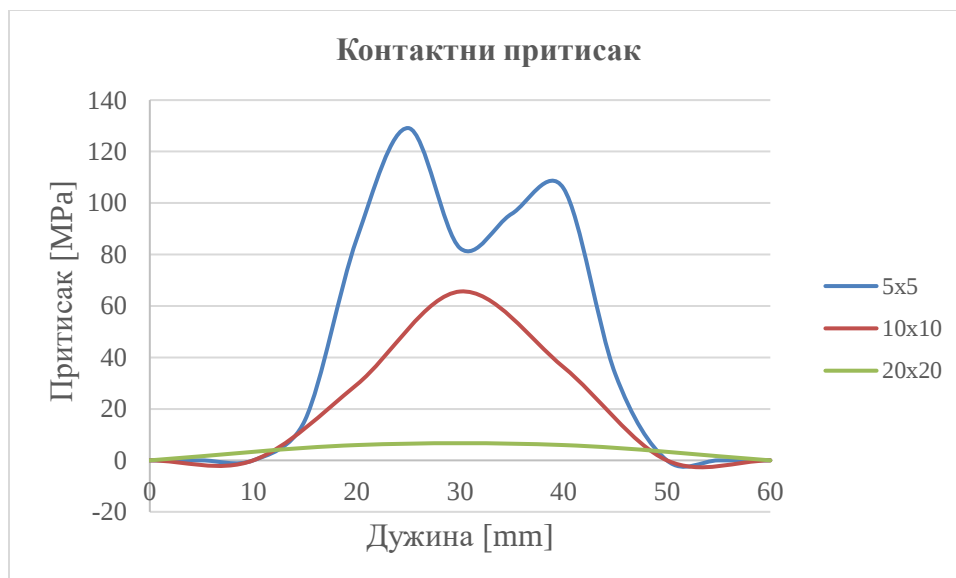
Слика 6.29 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

Са дијаграма на слици 6.29 може се прочитати да са повећањем густине мреже расте и вредност напона у контакту и обрнуто.



Слика 6.30 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

Већа вредност напона у контакту је на *bottom* страни љуске, а важи исто правило као и за *top* страну љуске (слика 6.30).



Слика 6.31 Промена притиска у контактном региону у зависности од густине мреже

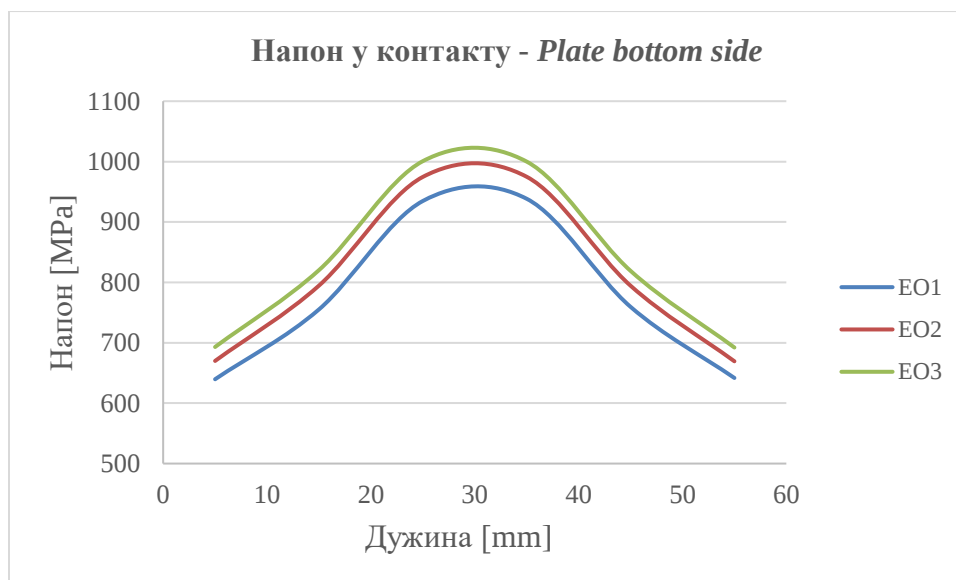
За притисак који се јавља у контактном региону важи правило да са повећањем густине мреже расте и притисак и обрнуто (слика 6.31). С тим у вези, највећа вредност контактеног притиска је када је густина мреже 5 mm x 5 mm, а најмања када је густина мреже 20 mm x 20 mm.

- **Evaluation Order**



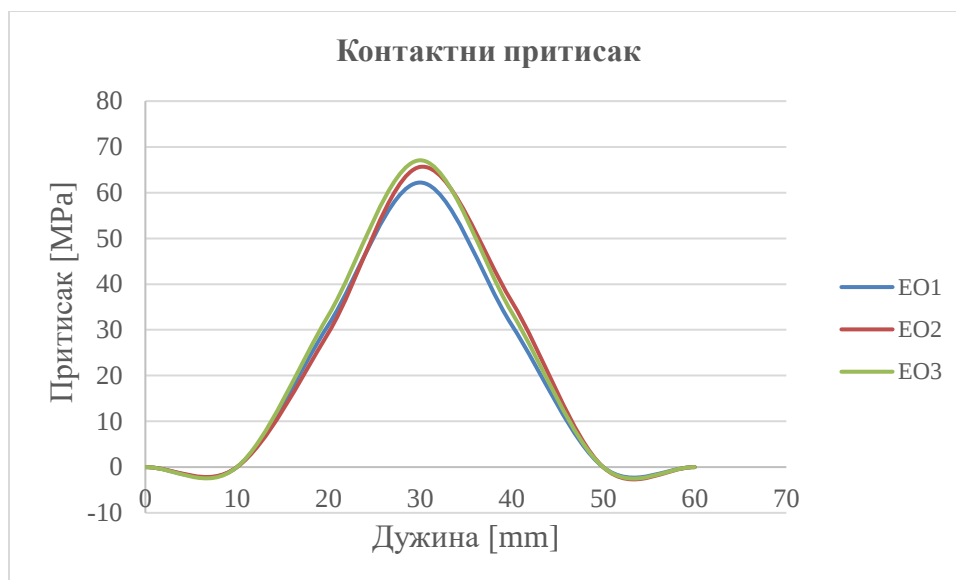
Слика 6.32 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО

Без обзира на густину мреже, највећи напон у контакту даје *Evaluation Order 3*, а најмањи *Evaluation Order 1* (на дијаграму приказани *EO1* и *EO3*) (слика 6.32). Ово важи у свим случајевима, осим када је већа густина мреже на *master* сегменту.



Слика 6.33 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО

Са дијаграма на слици 6.33 види се да исто правило важи и за *bottom* страну љуске.



Слика 6.34 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од ЕО

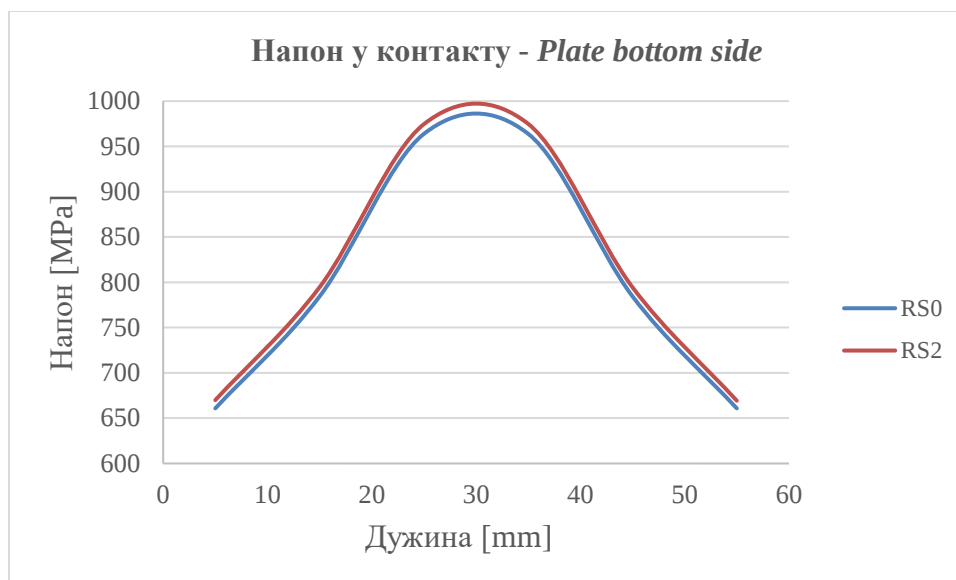
Без обзира на густину мреже, највећу вредност контактеног притиска даје *Evaluation Order 3*, а најмању *Evaluation Order 1* (на дијаграму приказани као *EO1* и *EO3*) (слика 6.34). Ово правило не важи само када је већа густина мреже на *master* сегменту.

- **Refine Source**



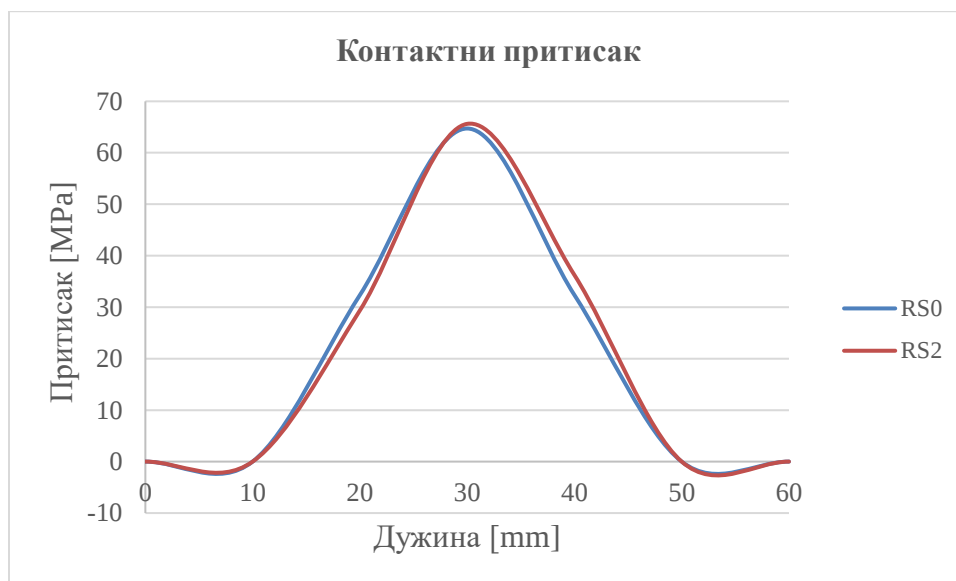
Слика 6.35 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

Када је густина мреже једнака на *master* и *slave* сегменту и када је већа густина мреже на *slave* сегменту *Refine Source 2* (на дијаграму приказан као *RS2*) даје већу вредност напона у контакту (слика 6.35).

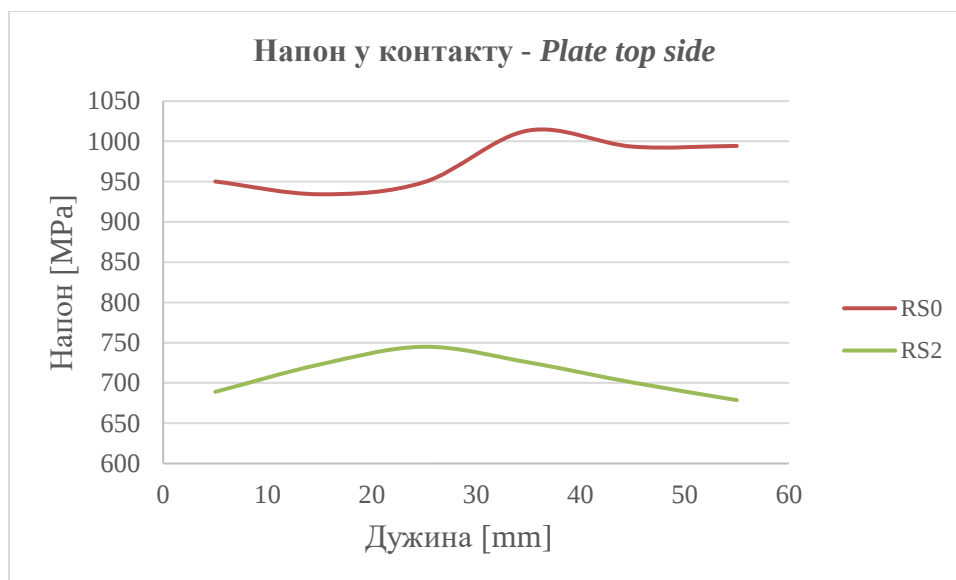


Слика 6.36 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

Исто правило важи и за *top* и за *bottom* страну љуске (слика 6.36). Ово правило важи и за контактни притисак (6.37).

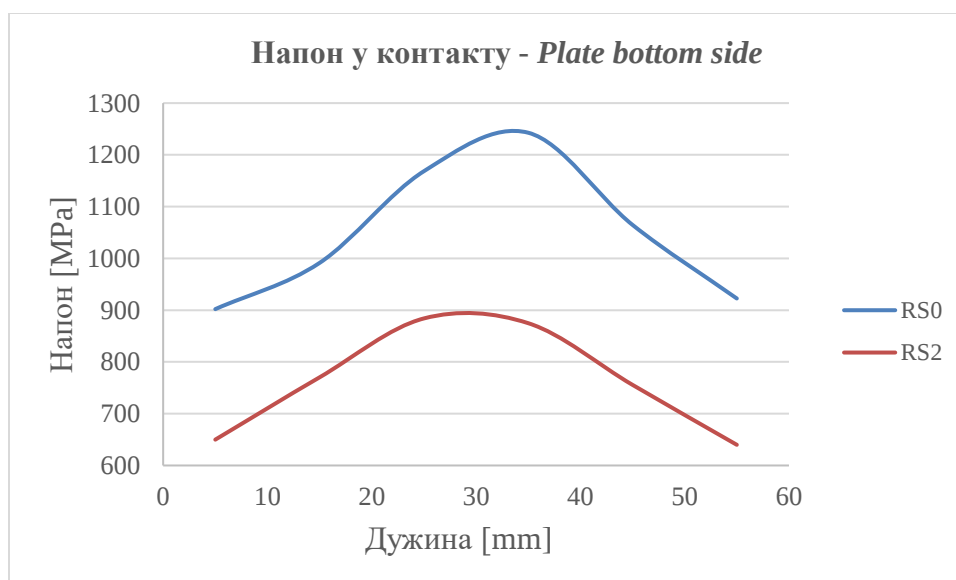


Слика 6.37 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од RS

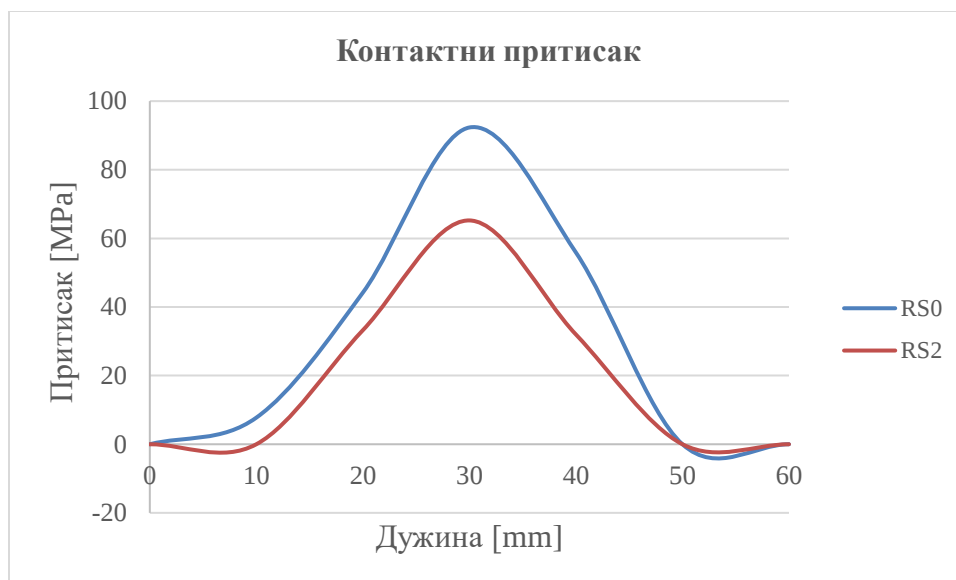


Слика 6.38 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

Када је густина мреже већа на *master* сегменту онда већу вредност напона у контакту на *top* и на *bottom* страни љуске даје опција *Refine Source 0* (на дијаграму приказан као RS0) (слике 6.38 и 6.39).



Слика 6.39 Густина мреже 10x20 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS



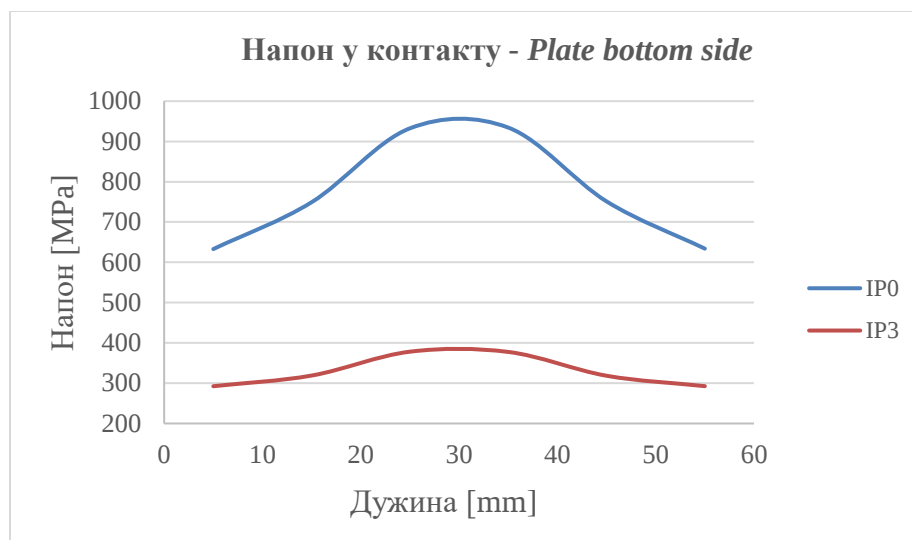
Слика 6.40 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од RS

Такође, и вредност контактнoг притиска је већа са опцијом *Refine Source 0* (на дијаграму приказан као RS0), када је густина мреже већа на *master* сегменту (слика 6.40).

- **Initial Penetration**

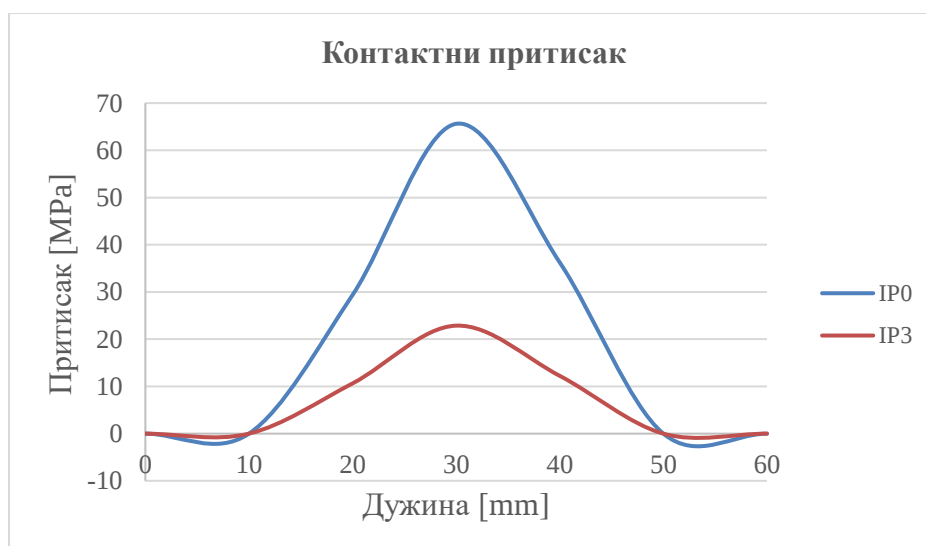


Слика 6.41 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од IP



Слика 6.42 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од IP

Са било којом густином мреже, уколико је контактни регион формиран тако да је или *master* или *slave* сегмент љуска веће вредности на *top* и *bottom* страни љуске даће *Initial Penetration 0* (на дијаграму приказан као *IP0*) (слике 6.41 и 6.42).



Слика 6.43 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од IP

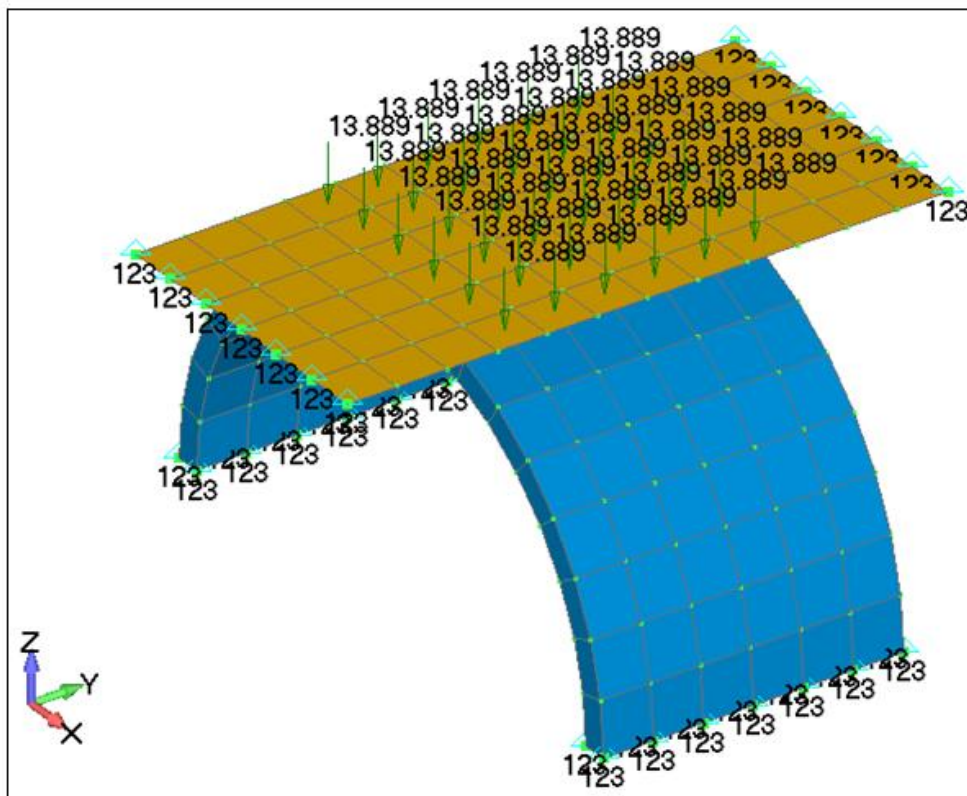
Исто правило важи и за контактни притисак када је већа густина мреже на *master* сегменту (слика 6.43).

Код комбинације конвексне и равне површи - љуске и солида, у контакту варирањем положаја *master/slave* сегмента, дистанце, *Shell Z-Offset* и *Penalty Factor Units* параметара не долази до промене вредности напона и притиска у контакту.

Са променом коефицијента трења јављају се врло мале промене у вредностима напона и притиска у контакту. Варирањем *Shell Offset* параметра не остварује се контакт.

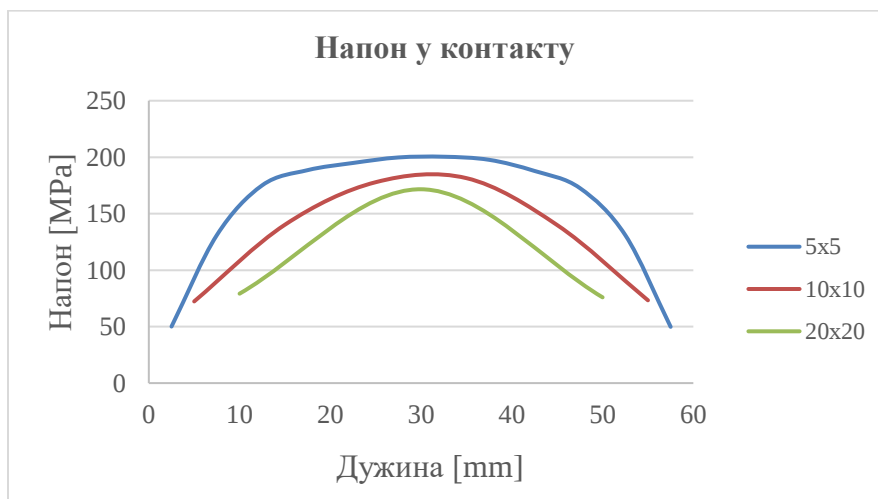
6.4 Приказ резултата за комбинацију солида и љуске у контакту

На слици 6.44 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту солида и љуске.



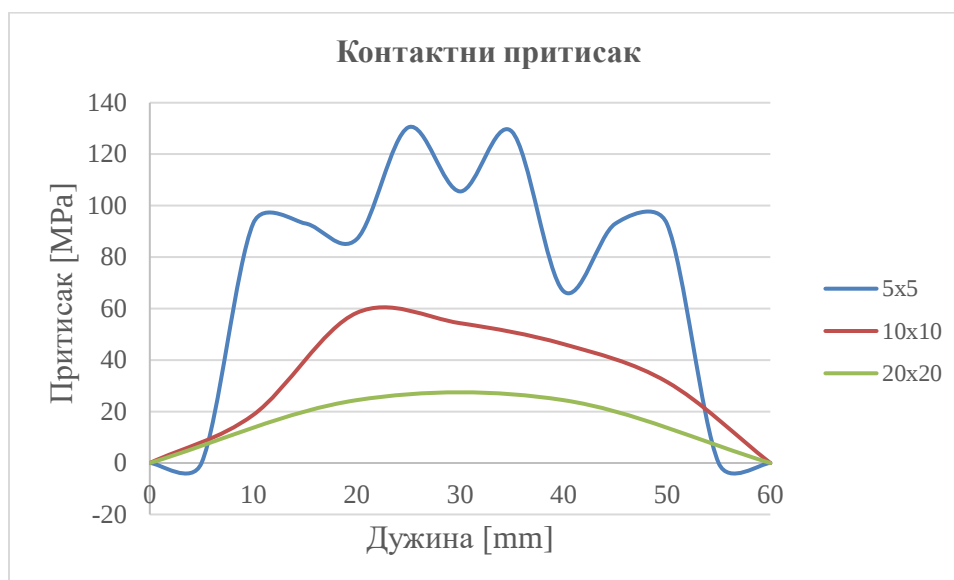
Слика 6.44 Модел за испитивање контакта између цилиндричне и равне површи – солида и љуске

- **Густина мреже** – величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.



Слика 6.45 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

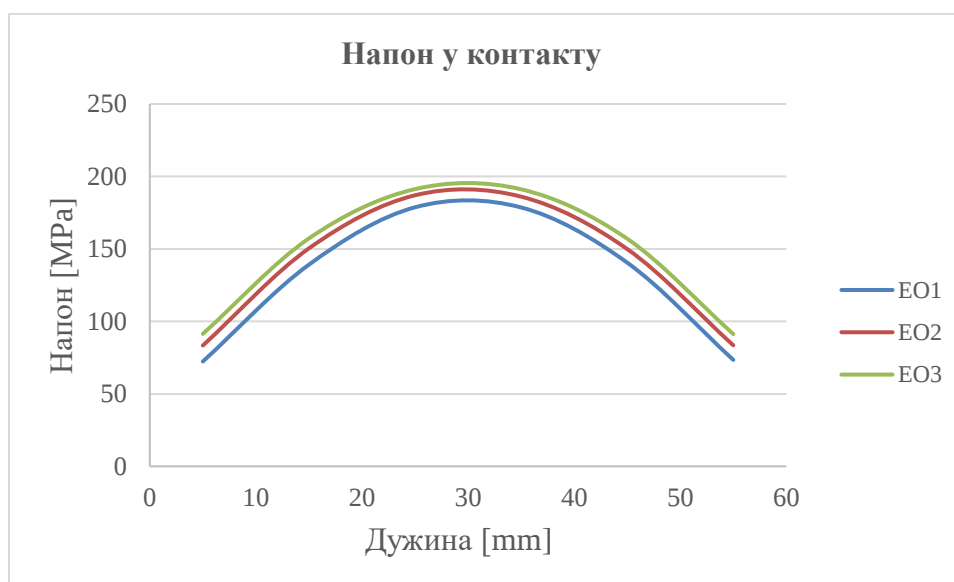
Са дијаграма на слици 6.45 може се прочитати да са повећањем густине мреже расте и напон у контакту и обрнуто.



Слика 6.46 Промена притиска у контактном региону у зависности од густине мреже

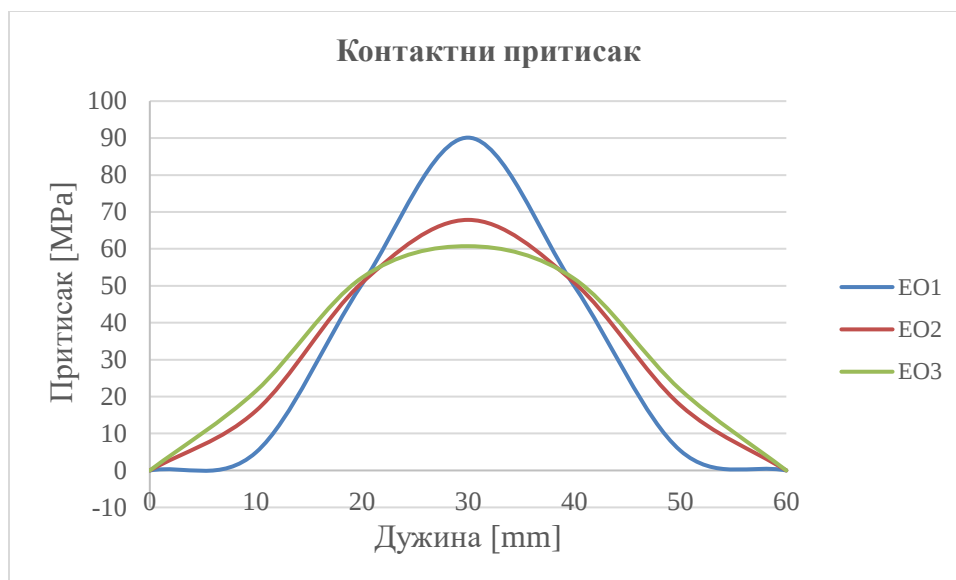
Ово правило, такође, важи и за контактни притисак, па је тако највећа вредност притиска у контакту када је густина мреже 5 mm x 5 mm, а најмања када је густина мреже 20 mm x 20 mm (слика 6.46).

- **Evaluation Order**



Слика 6.47 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО

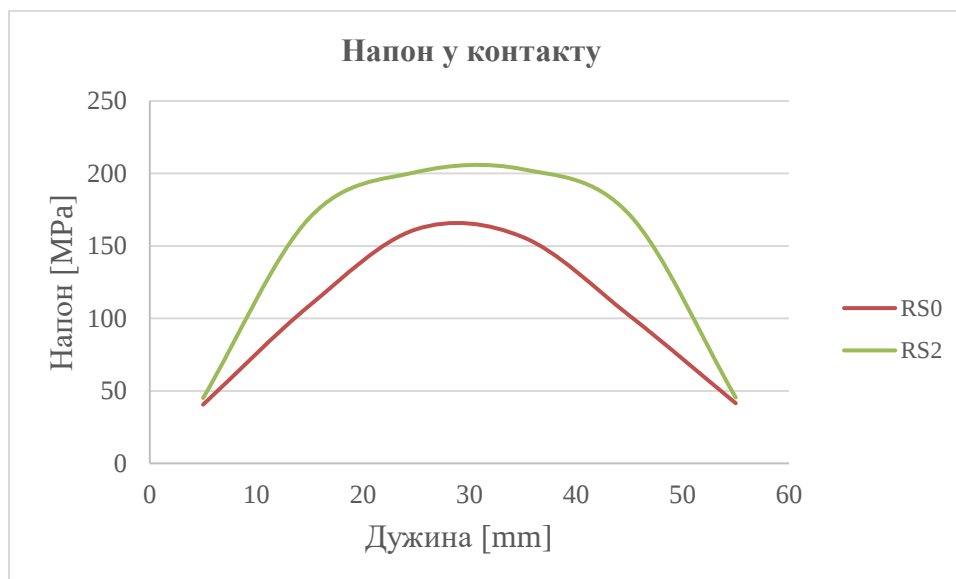
Без обзира на густину мреже, највећу вредност напона у контакту даје *Evaluation Order 3*, а најмању *Evaluation Order 1* (на дијаграму приказани као *EO1* и *EO3*) (слика 6.47).



Слика 6.48 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од ЕО

Што се тиче контактнoг притиска за равно-цилиндрични контакт, када је у питању комбинација солида и луске, највећу вредност даје *Evaluation Order 1*, а најмању *Evaluation Order 3* (на дијаграму представљени као *EO1* и *EO3*). Ово правило важи за било коју густину мреже (слика 6.48).

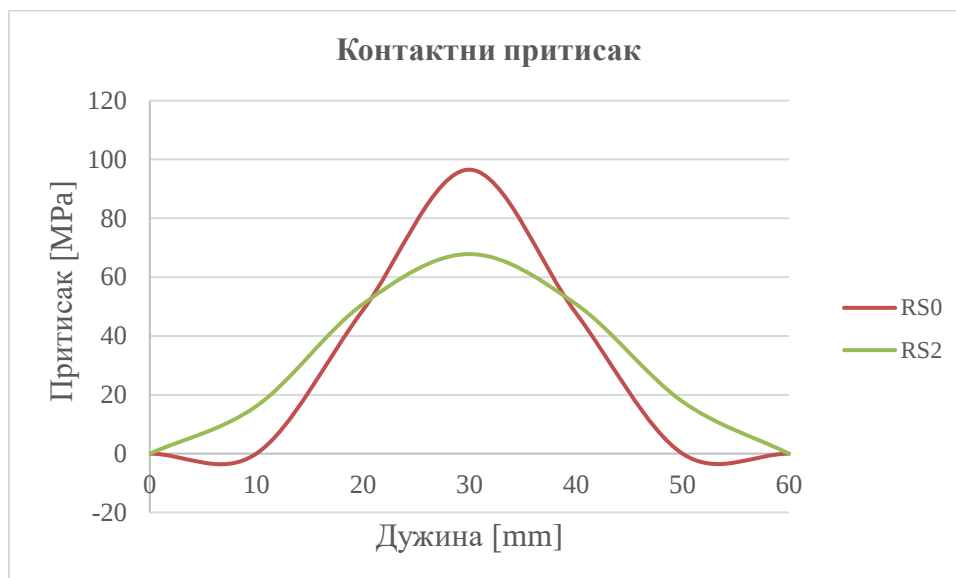
- **Refine Source**



Слика 6.49 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

Са дијаграма на слици 6.49 може се прочитати да је већа вредност напона у контакту када је изабрана опција *Refine Source 2* (на дијаграму представљен као *RS2*). Ово

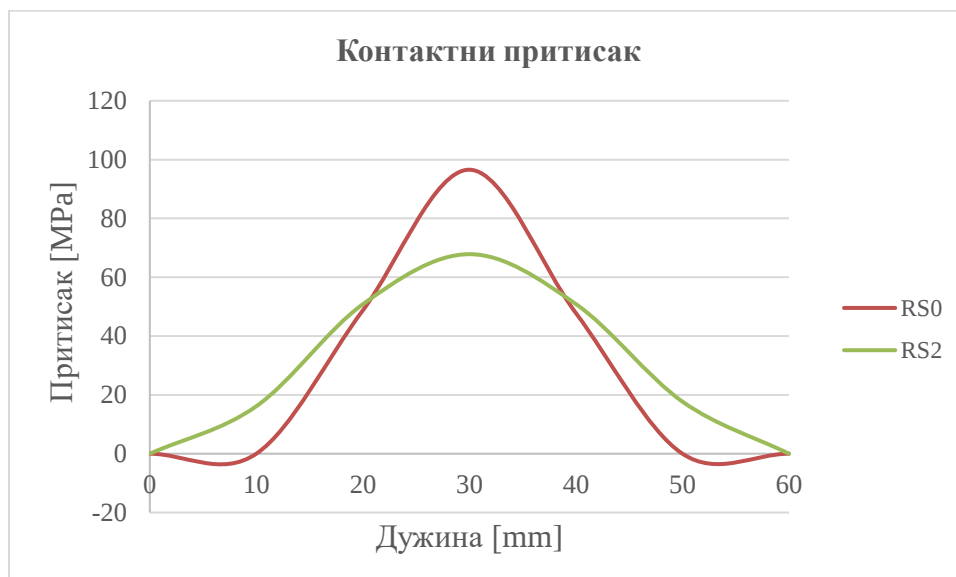
правило важи без обзира да ли је већа густина мреже на *master* или *slave* сегменту или је иста.



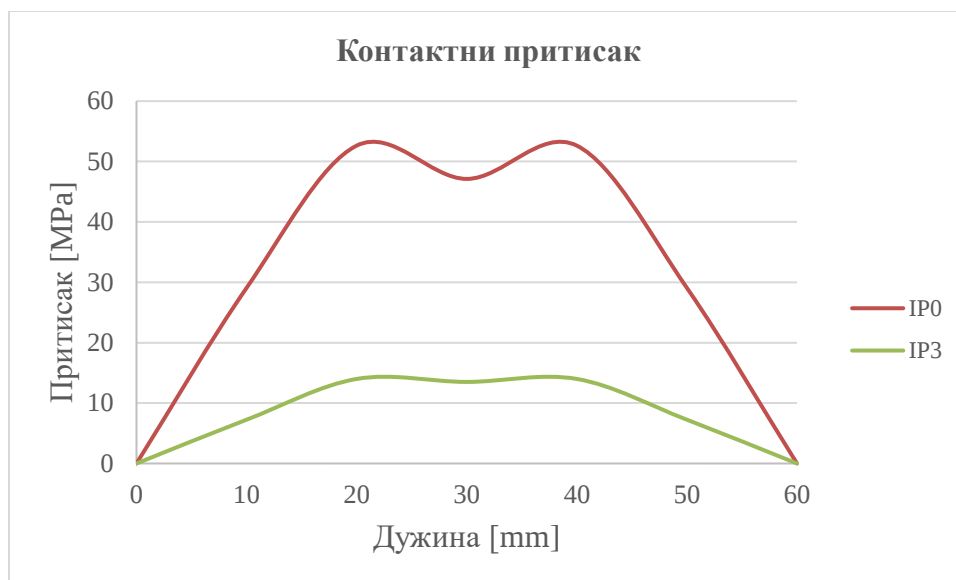
Слика 6.50 Густина мреже 10 mm x 20 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од RS

Што се тиче контактнoг притиска, без обзира на густину мреже, већу вредност контактнoг притиска даје опција *Refine Source 0* (на дијаграму приказан као RS2) (слика 6.50).

- **Initial Penetration**



Слика 6.51 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од IP



Слика 6.52 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од IP

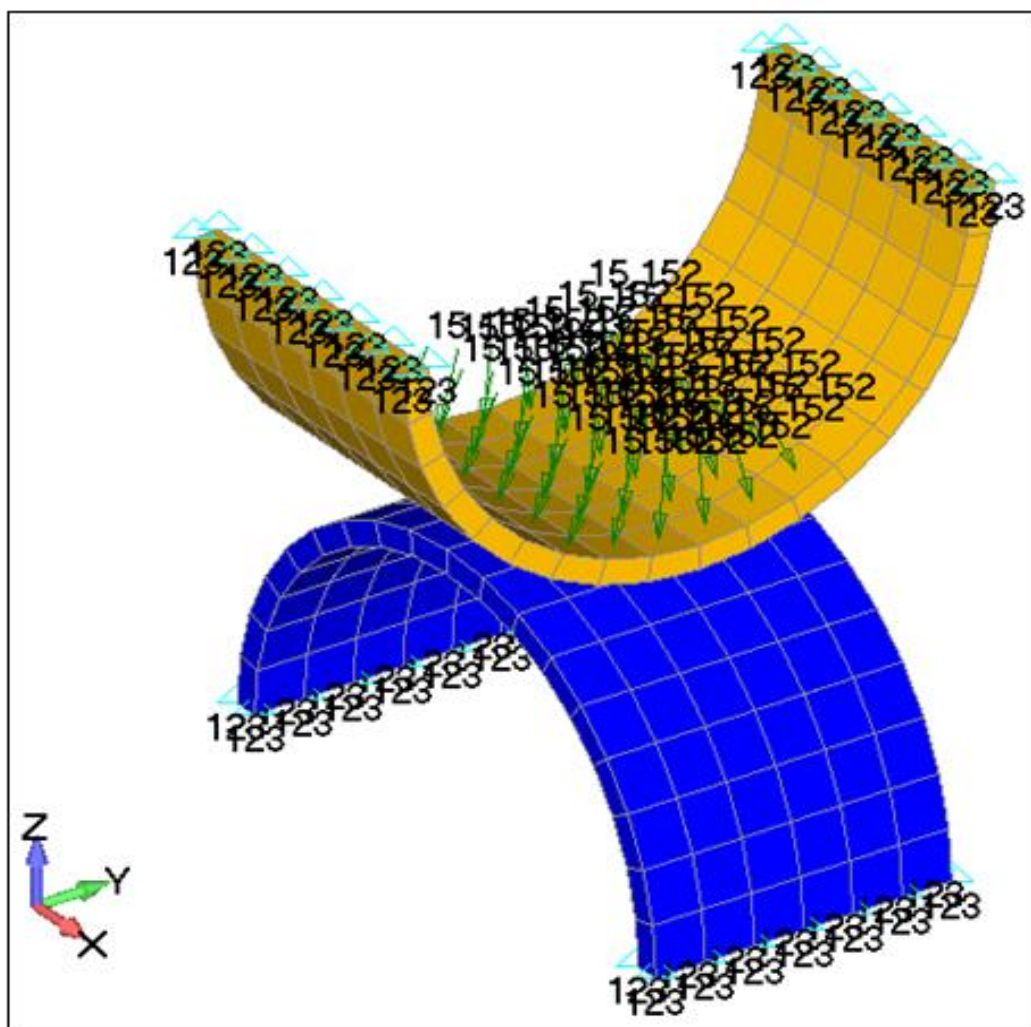
Када је у питању вредност напона и притиска у контакту, за конкретан случај и под задатим условима, већу вредност оба параметара даје опција *Initial Penetration 0* (на дијаграму приказан као *IP0*). Ово правило важи за било коју комбинацију мреже на *master* и *slave* сегменту (слике 6.51 и 6.52).

Код комбинације конвексне и равне површи - солида и љуске, у контакту варирањем положаја *master/slave* сегмента, коефицијента трења, дистанце, *Shell Z-Offset* и *Penalty Factor Units* параметара не долази до промене вредности напона и притиска у контакту.

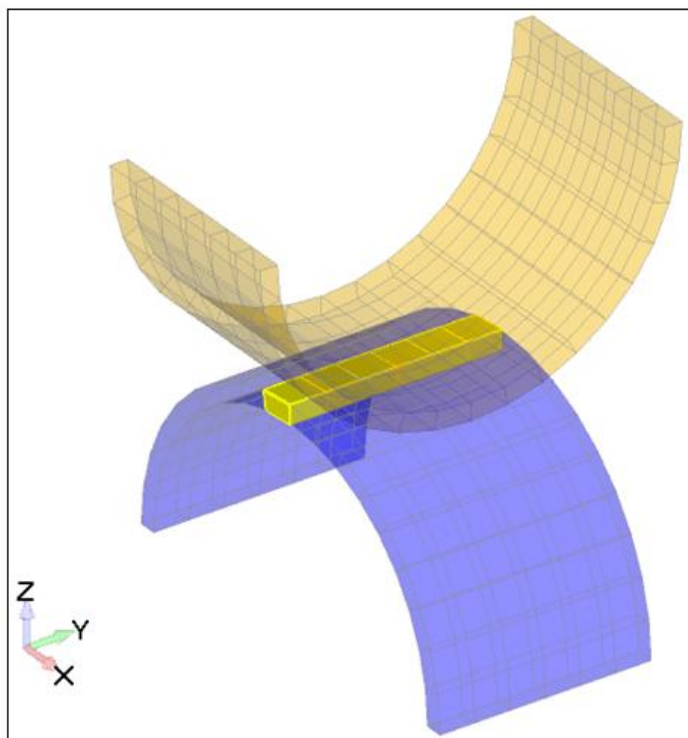
Варирањем *Shell Offset* параметра не остварује се контакт.

7. КОНТАКТ ИЗМЕЂУ ДВЕ ЦИЛИНДРИЧНЕ КОНВЕКСНЕ ПОВРШИ

Модел којим се испитује контакт између две цилиндричне конвексне површи приказан је на слици 7.1. У питању су конвексне површи радијуса 60 mm. Површи се тангирају и под углом су од 90° . На слици 7.1 приказана је поставка проблема са одговарајућим оптерећењима и ограничењима.

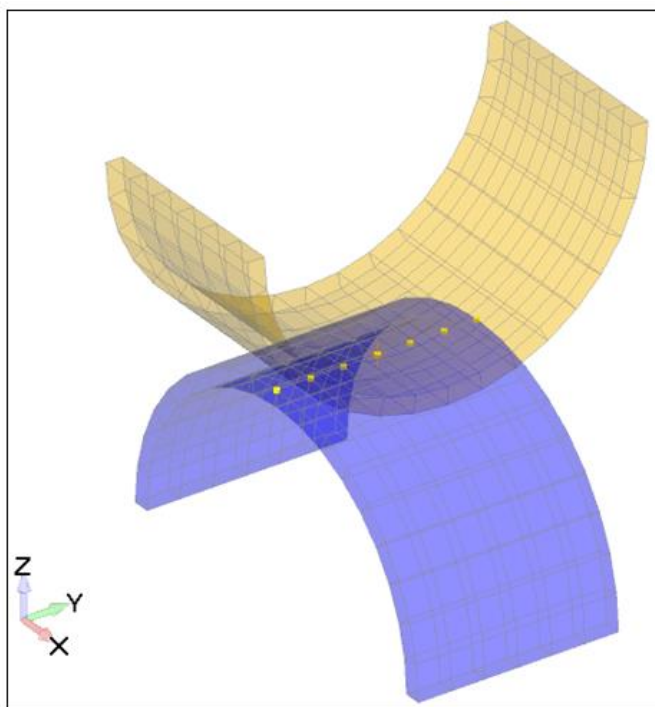


Слика 7.1 Модел за испитивање контакта између две цилиндричне конвексне површи - солиди



Слика 7.2 Дефинисана група за приказивање вредности напона у контакту на дијаграму

У сваком моделу су дефинисане групе у контактном региону, по којима су цртани дијаграми напона (слика 7.2) и притиска (слика 7.3) у контакту

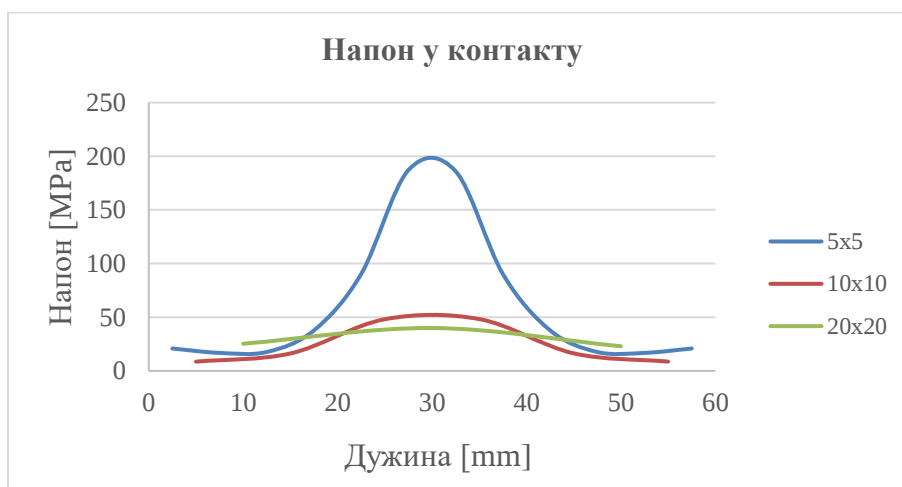


Слика 7.3 Дефинисана група за приказивање вредности притиска у контакту на дијаграму

7.1 Приказ резултата за комбинацију два солида у контакту

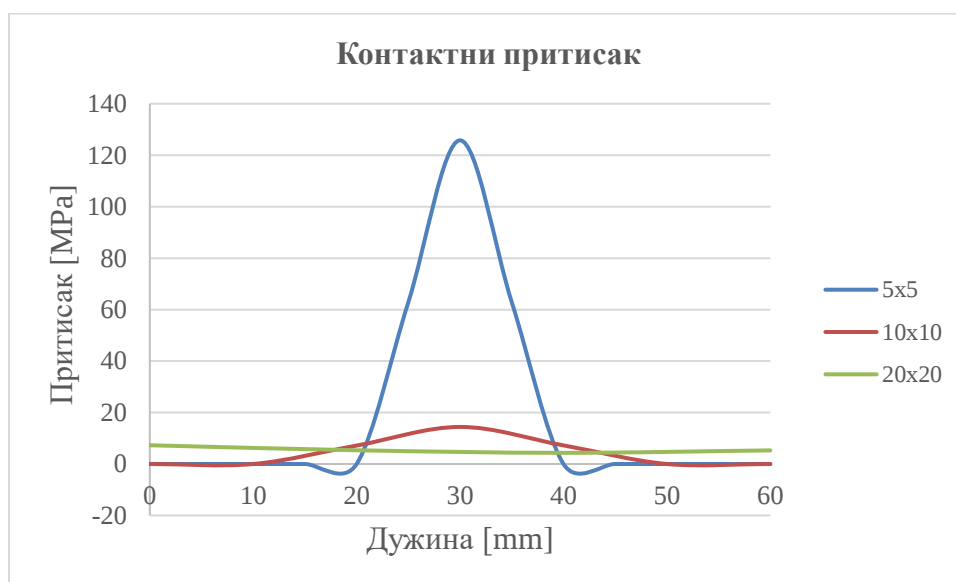
На слици 7.1 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту два солида.

- **Густина мреже** – величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.



Слика 7.4 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

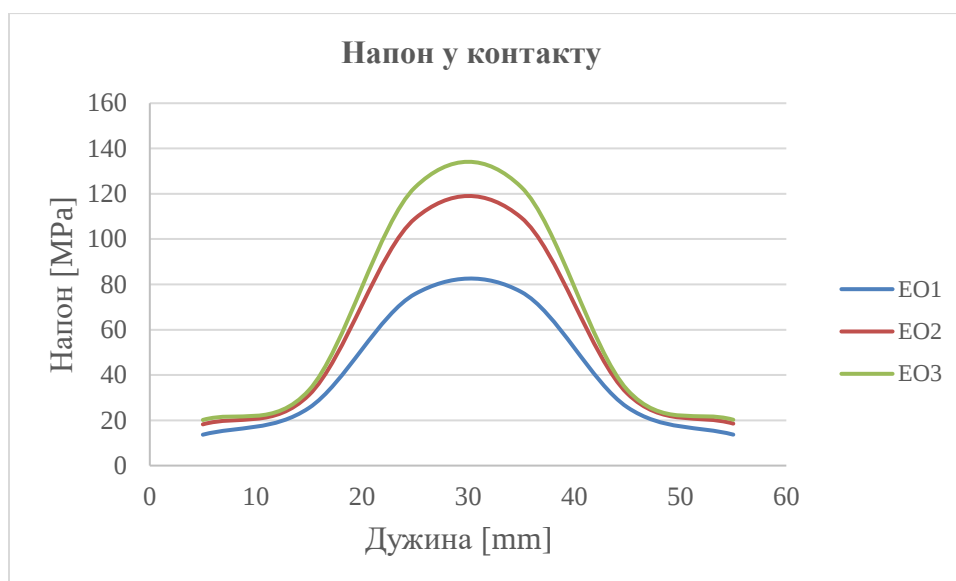
Као што се може видети са дијаграма на слици 7.4 вредност напона у контакту расте са повећањем густине мреже и обрнуто. Такође, са дијаграма се може видети да је вредност напона када је густина мреже 5 mm x 5 mm драстично већа.



Слика 7.5 Промена притиска у контактном региону у зависности од густине мреже

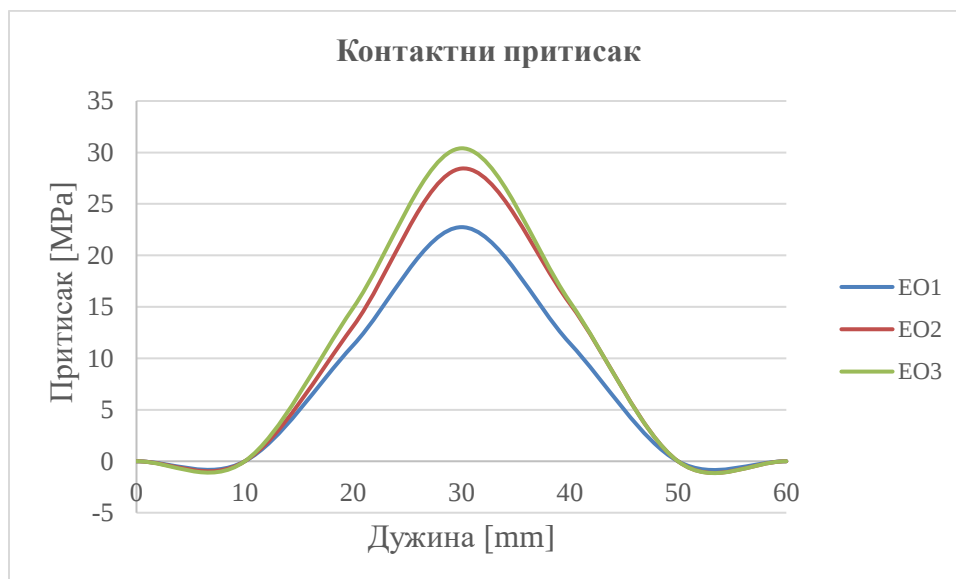
Исто правило важи и за вредност притиска који се јавља у контакту. Са повећањем густине мреже расте и вредност контактнoг притиска и обрнуто (слика 7.5).

- **Evaluation Order**



Слика 7.6 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од ЕО

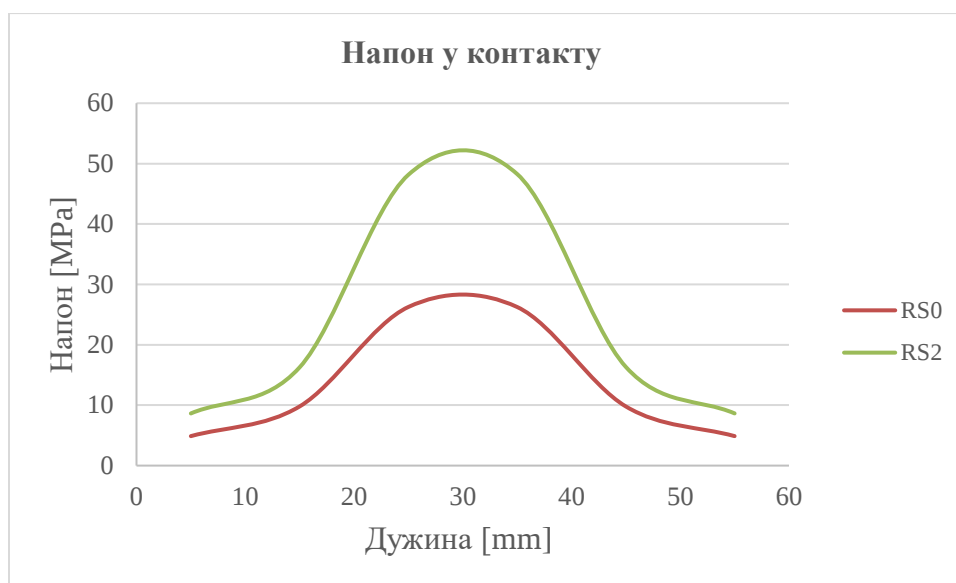
Када се ради о цилиндричном контакту два солида вредност напона у контакту је највећа када је изабрана опција *Evaluation Order 3* а најмања када је *Evaluation Order 1* (на дијаграму приказани као *EO1* и *EO3*). Ово правило важи без обзира на густину мреже (слика 7.6).



Слика 7.7 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактној региону у зависности од ЕО

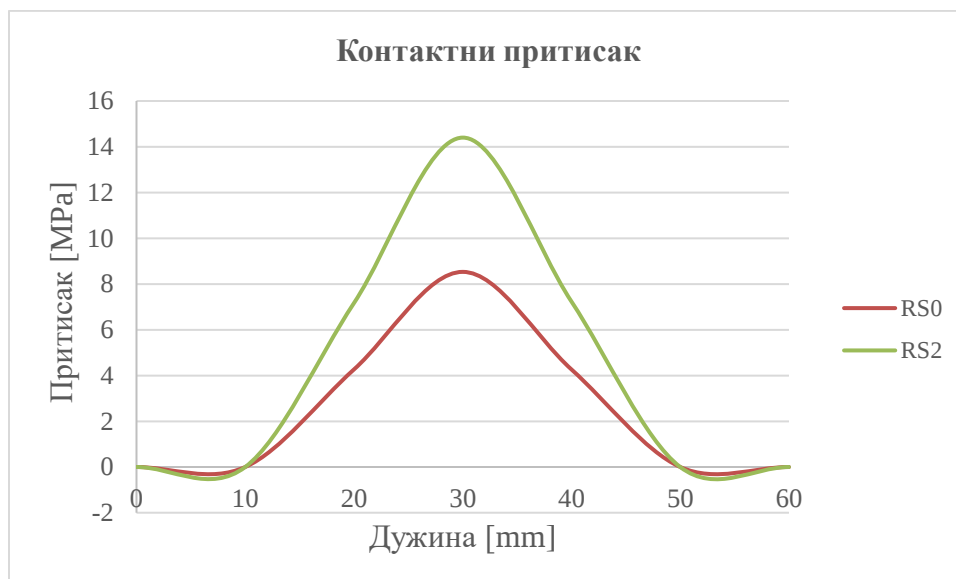
Вредност контактног притиска је највећа када је одабрана опција *Evaluation Order 1*, а најмања када је укључена опција *Evaluation Order 3* (на дијаграму приказани као *EO1* и *EO3*) (слика 7.7).

- **Refine Source**



Слика 7.8 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

Без обзира на густину мреже и њен распоред, веће вредности напона и притиска у контакту даје опција *Refine Source 2* (на дијаграму приказана као RS2) (слике 7.8 и 7.9). Ово правило важи без обзира да ли је густина мреже једнака на контактним регионима или је на неком већа.



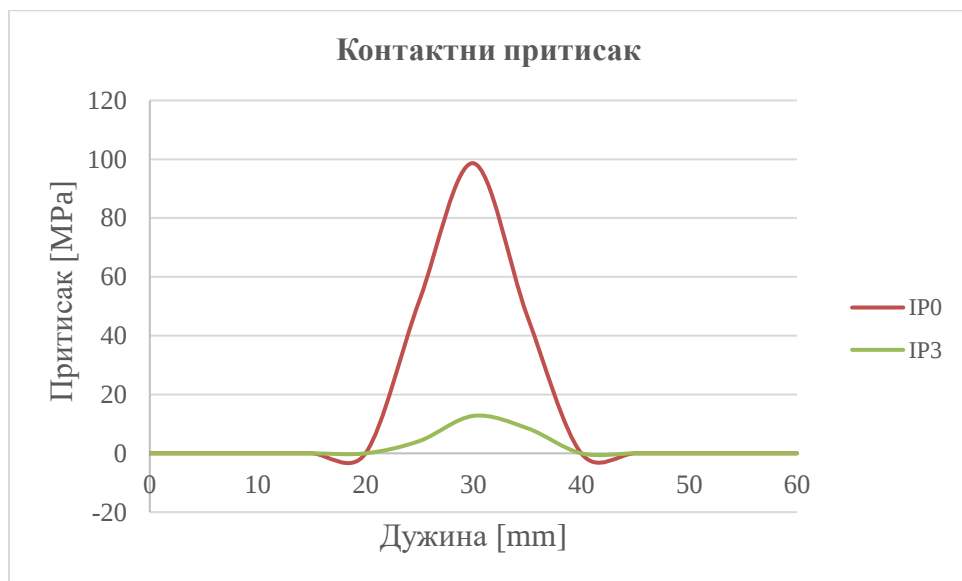
Слика 7.9 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од RS

- **Initial Penetration**



Слика 7.10 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од IP

Без обзира на густину мреже, вредност напона и притиска у контакту је већа када је укључена опција *Initial Penetration 0* (на дијаграму приказан као IP0) (слике 7.10 и 7.11).



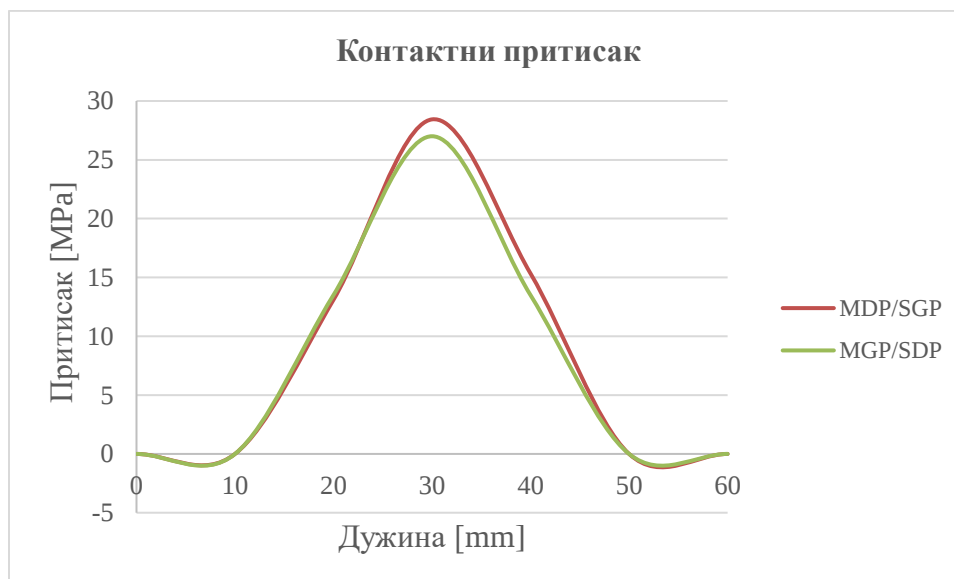
Слика 7.11 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактној региону у зависности од IP

- Замена master/slave сегмента

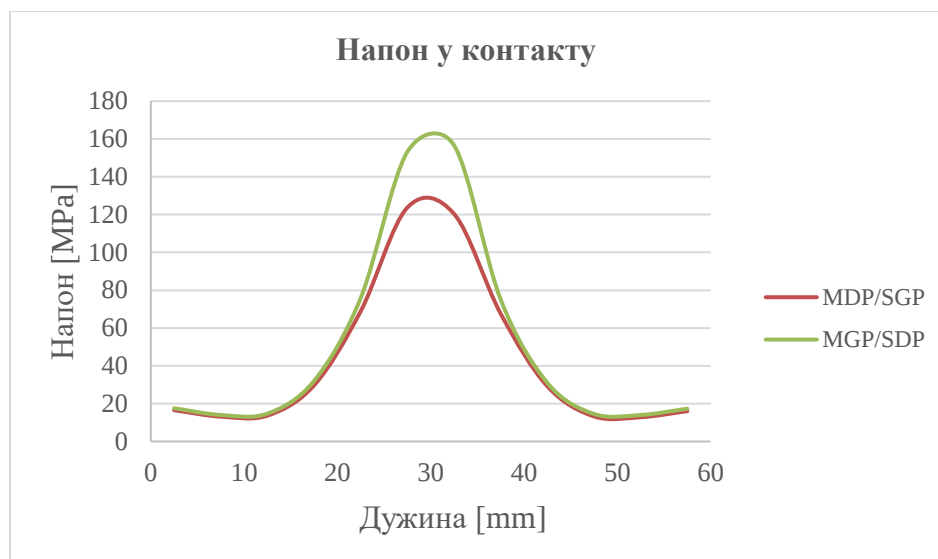


Слика 7.12 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од положаја master/slave сегмента, где су: MDP – master доњи полукруг, SGP – slave горњи полукруг, MGP – master горњи полукруг и SDP – slave доњи полукруг

Када је на slave сегменту већа густина мреже, а на master сегменту мања, промена master/slave сегмента доводи до смањења вредности напона у контакту (слика 7.12). Исто правило важи и за контактни притисак (слика 7.13).

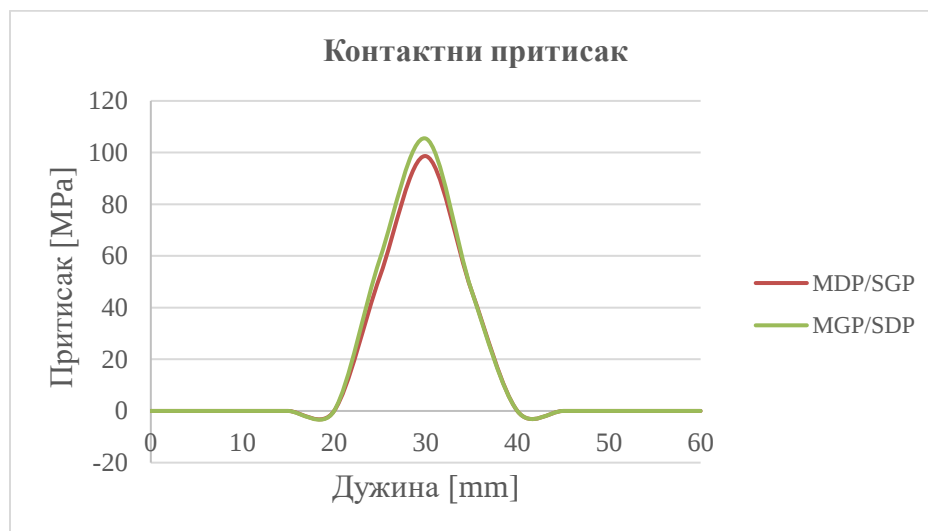


Слика 7.13 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактној региону у зависности од положаја master/slave сегмента, где су: MDP – master доњи полукруг, SGP – slave горњи полукруг, MGP – master горњи полукруг и SDP – slave доњи полукруг



Слика 7.14 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од положаја master/slave сегмента, где су: MDP – master доњи полукруг, SGP – slave горњи полукруг, MGP – master горњи полукруг и SDP – slave доњи полукруг

Када је на master сегменту већа густина мреже, а на slave сегменту мања, промена master/slave сегмента доводи до пораста вредности напона у контакту (слика 7.14). Исто правило важи и за контактни притисак (слика 7.15).



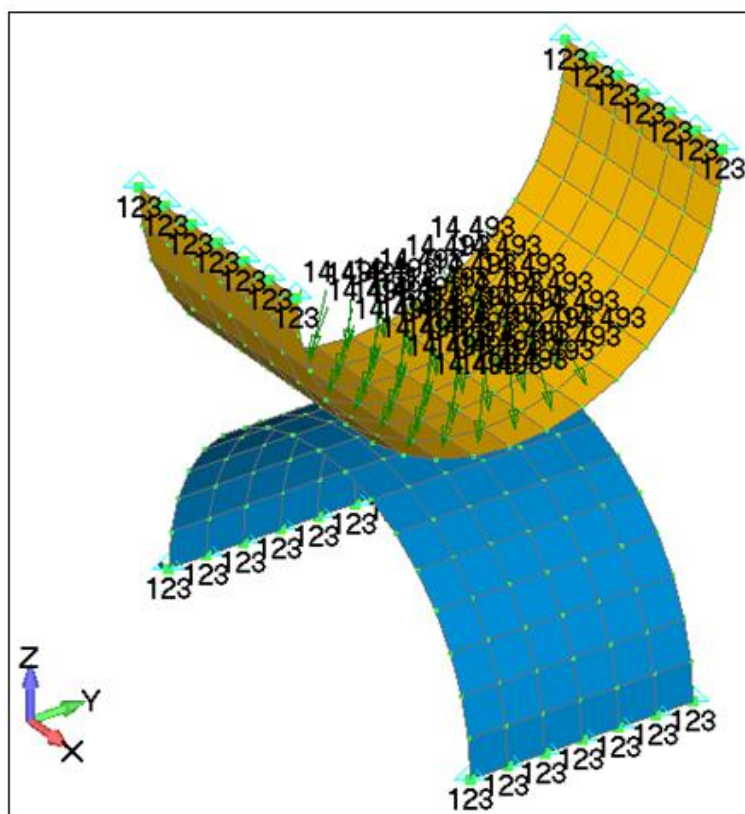
Слика 7.15 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена притиска у контактној региону у зависности од положаја master/slave сегмента, где су: MDP – master доњи полукруг, SGP – slave горњи полукруг, MGP – master горњи полукруг и SDP – slave доњи полукруг

Код комбинације две цилиндричне конвексне површи – солида, у контакту варирањем коефицијента трења, дистанце, и *Penalty Factor Units* параметара не долази до промене вредности напона и притиска у контакту.

Треба напоменути да са смањењем дистанце долази до врло мале промене у резултатима.

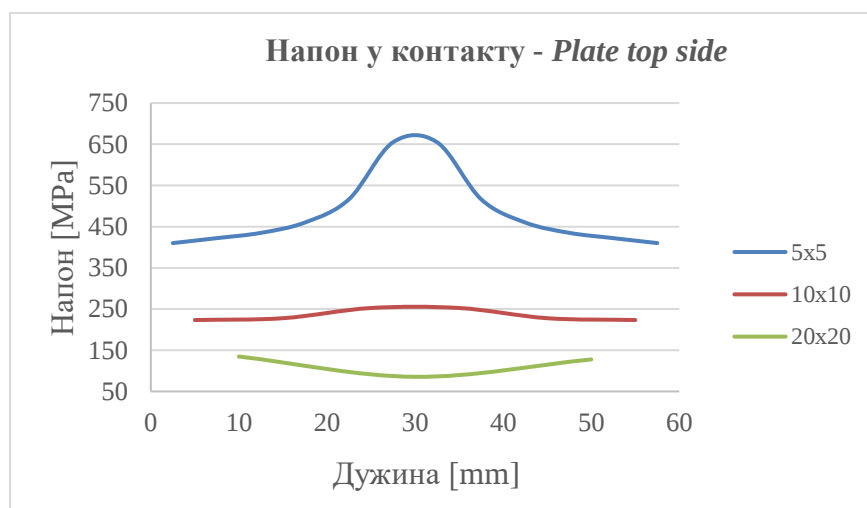
7.2 Приказ резултата за комбинацију две љуске у контакту

На слици 7.1 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту две љуске.



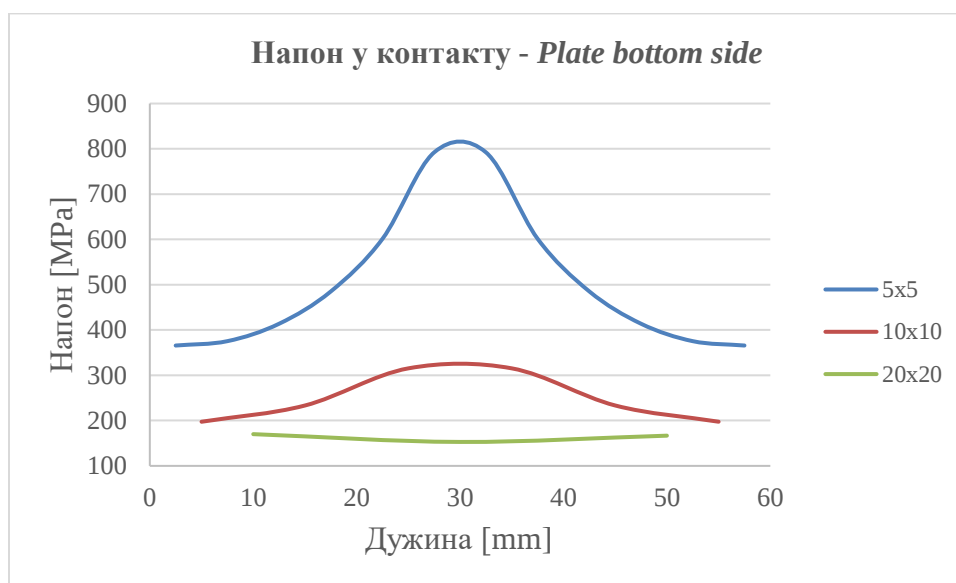
Слика 7.16 Модел за испитивање контакта између две цилиндричне конвексне површи - љуске

- **Густина мреже** – величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.

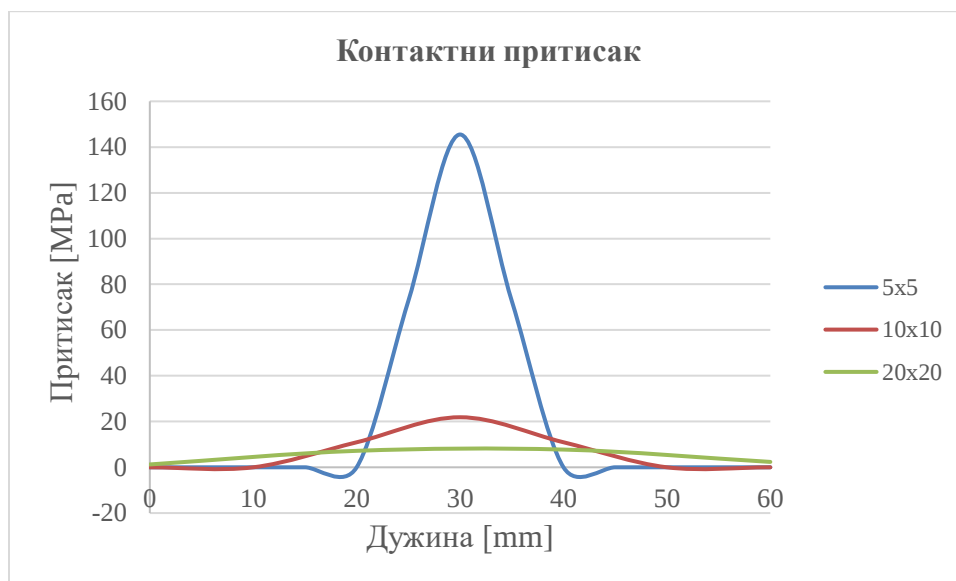


Слика 7.17 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

Као што се може видети на дијаграму на слици 7.17 вредност напона у контакту расте са повећањем густине мреже и обрнуто. Ово правило важи и за *bottom* страну љуске (слика 7.18).



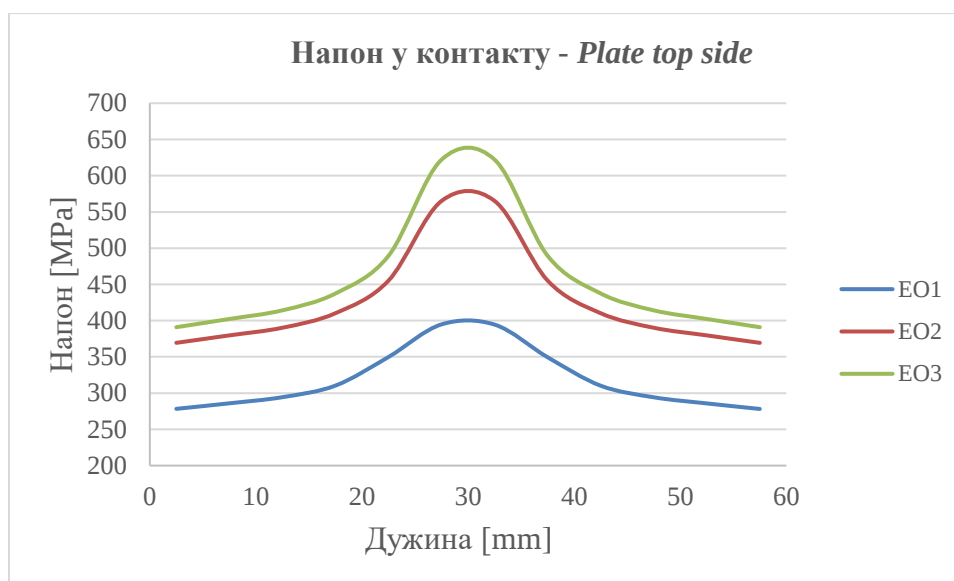
Слика 7.18 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже



Слика 7.19 Промена притиска у контактном региону у зависности од густине мреже

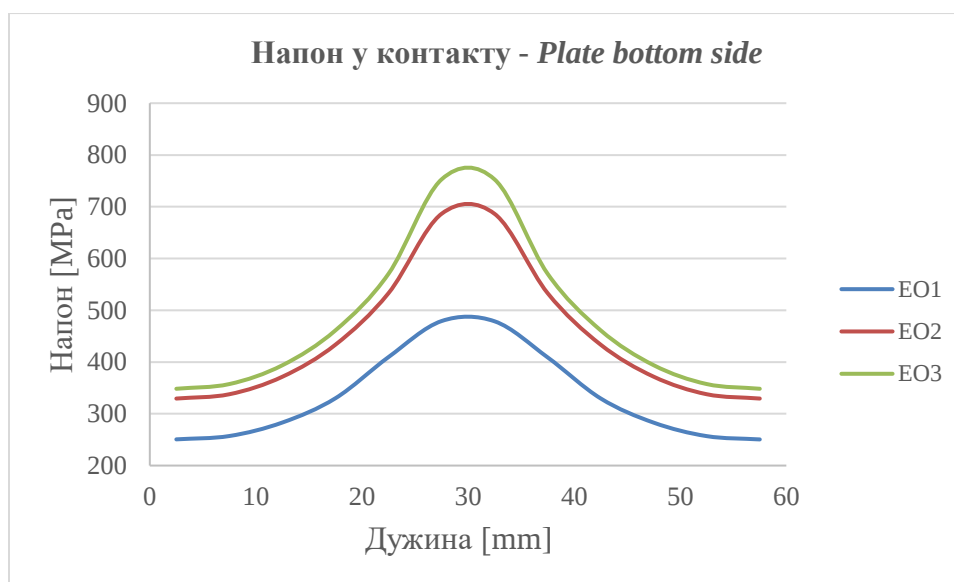
Са повећањем густине мреже повећава се и вредност контактног притиска и обрнуто (слика 7.19). Из тог разлога највећа вредност контактног притиска је када је густина мреже 5 mm x 5 mm, а најмања када је густина мреже 20 mm x 20 mm.

- **Evaluation Order**



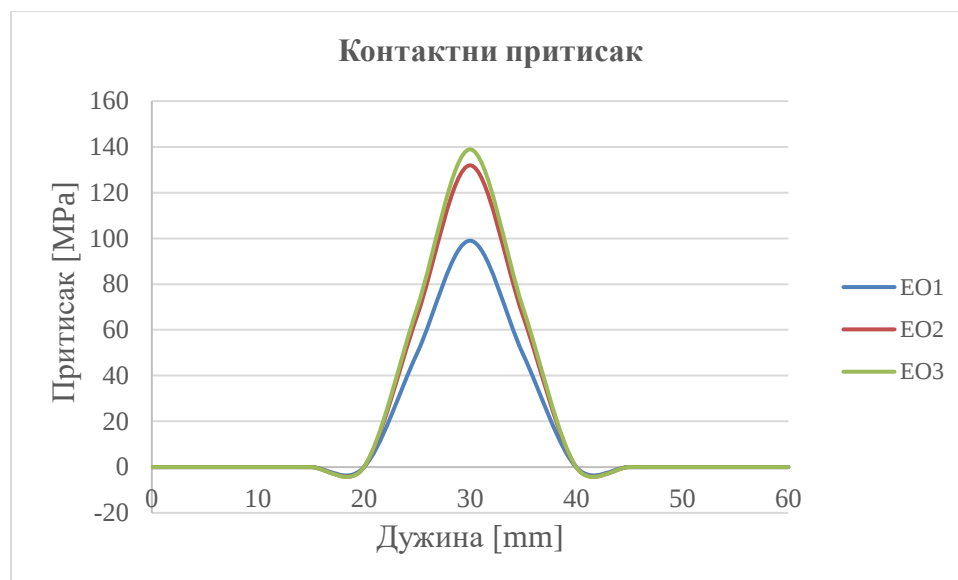
Слика 7.20 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО

Без обзира на густину мреже, на *top* страни љуске највећа вредност напона у контакту је када је укључена опција *Evaluation Order 3* а најмања када је *Evaluation Order 1* (на дијаграму приказани као *EO1* и *EO3*) (слика 7.20).



Слика 7.21 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО

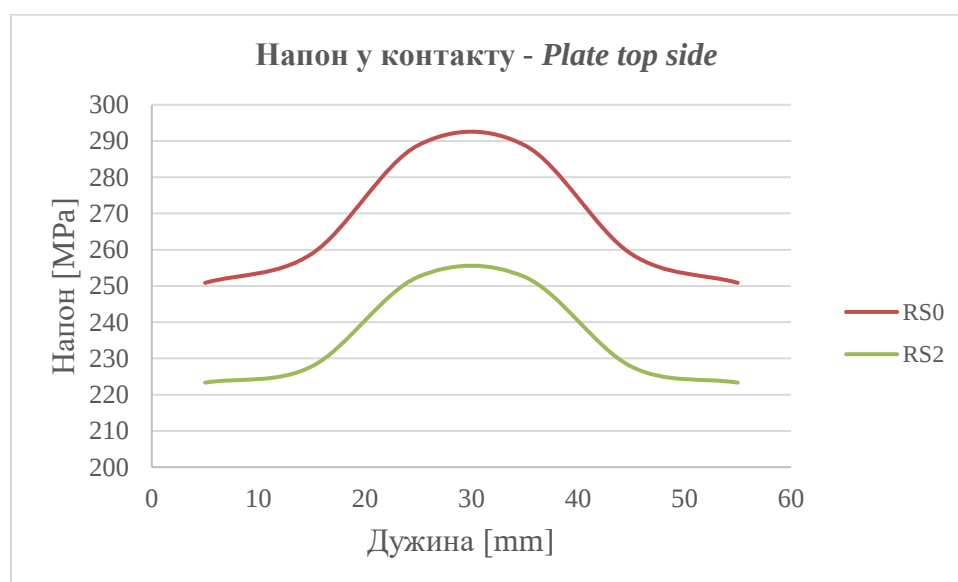
Исто правило важи и за *bottom* страну љуске, у овим условима, с тим што је на *bottom* страни већа вредност напона у контакту од оне на *top* страни (слика 7.21).



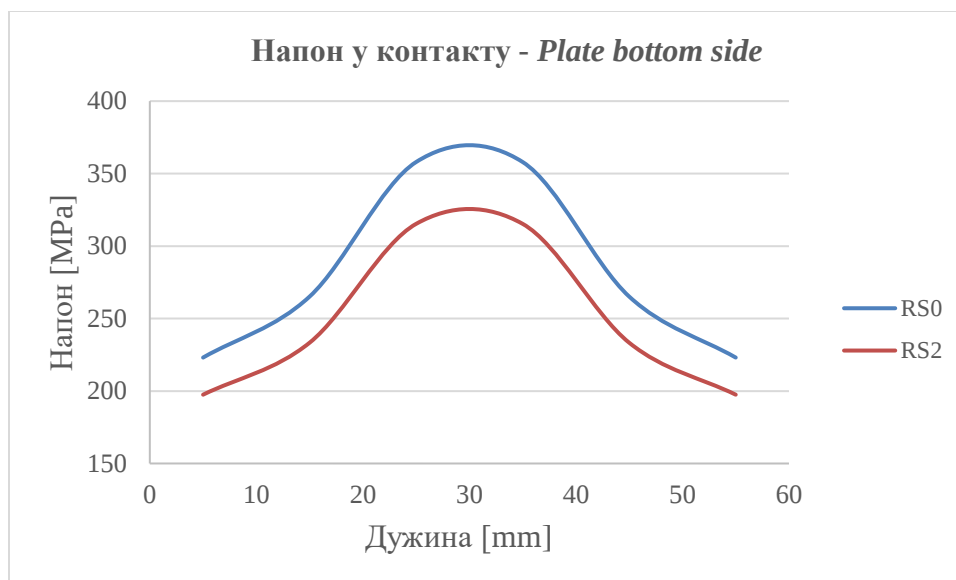
Слика 7.22 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од EO

Највеће вредности напона и притиска (слика 7.22) у контакту су када је одабрана опција *Evaluation Order 3* а најмање са *Evaluation Order 1*. Интересантно је да су вредности и напона и притиска у контакту са опцијом *Evaluation Order 2* далеко приближнији вредностима са опцијом *Evaluation Order 3* (на дијаграму приказани као EO1, EO2 и EO3).

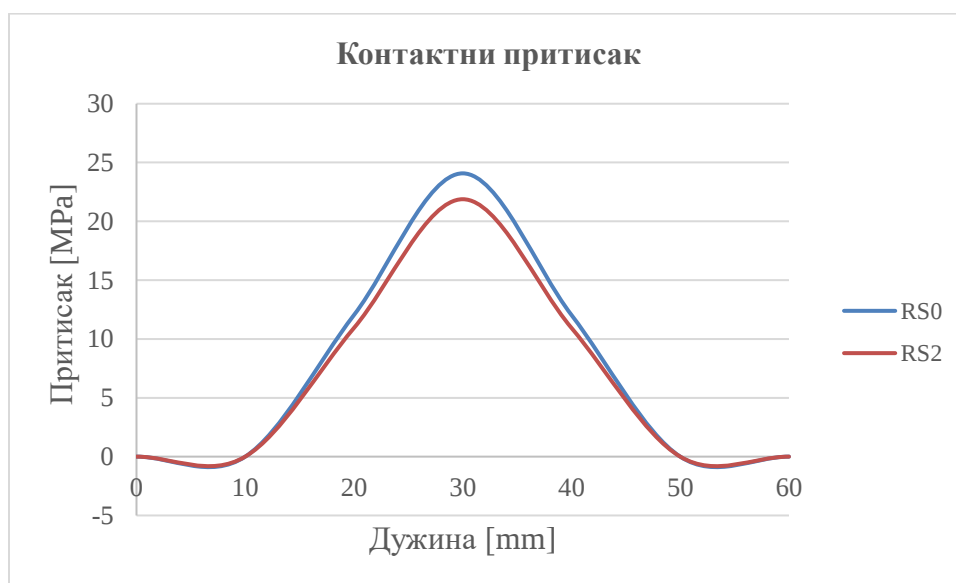
- **Refine Source**



Слика 7.23 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS



Слика 7.24 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

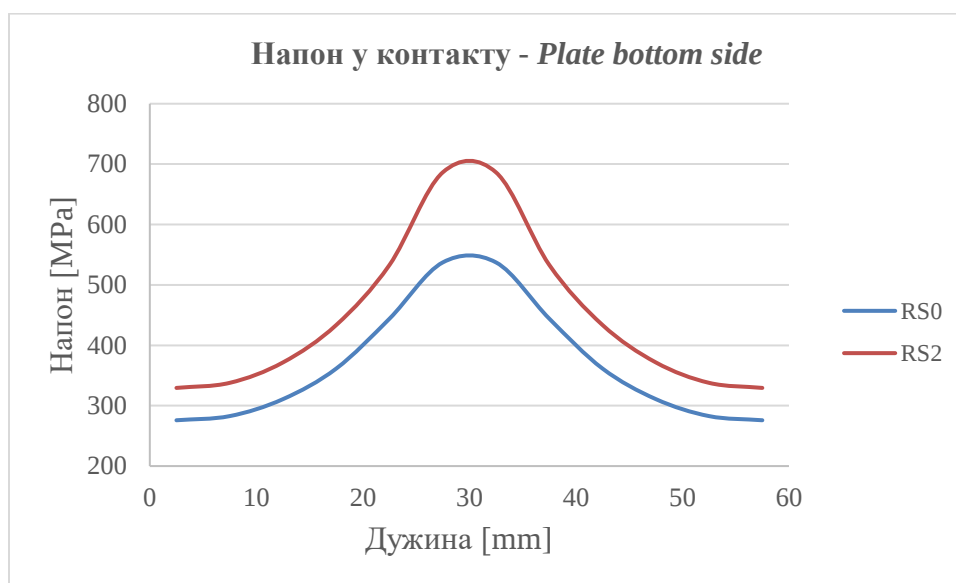


Слика 7.25 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од RS

Када је густина мреже иста на *master* и *slave* сегменту веће вредности и напона (слике 7.23 и 7.24) и притиска (слика 7.25) у контакту су када је одабрана опција *Refine Source 0* (на дијаграму приказана као RS0).

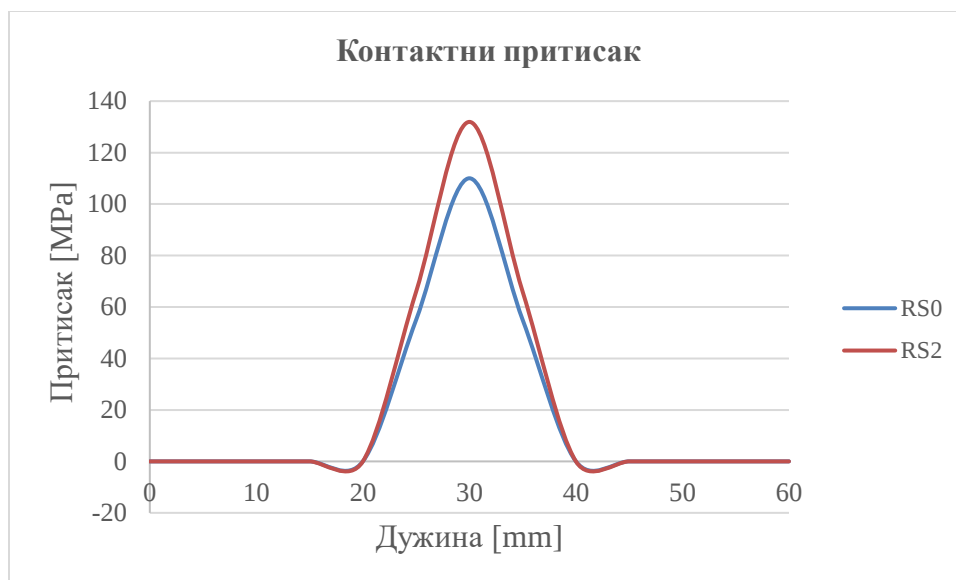


Слика 7.26 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS



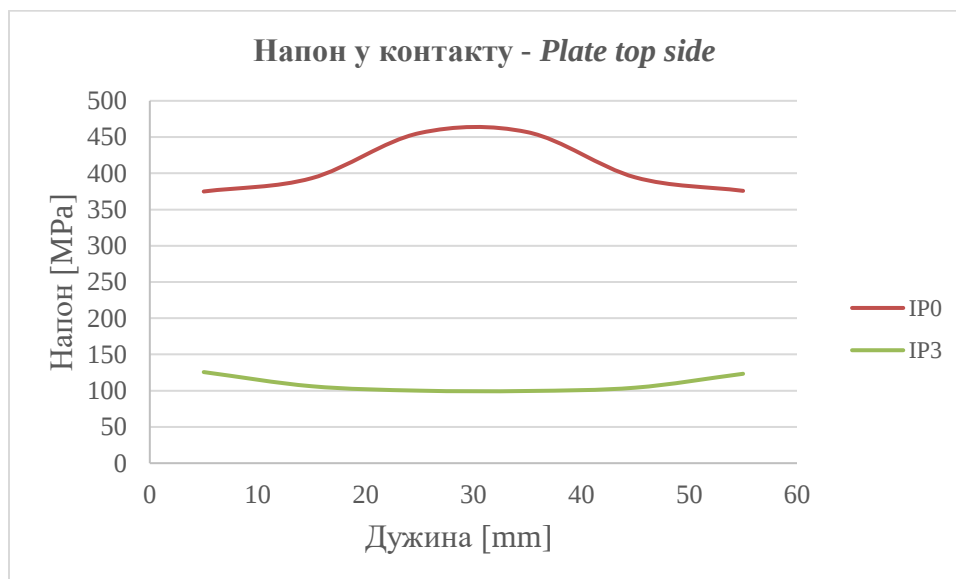
Слика 7.27 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

За исте почетне услове, али ако је густина мреже различита на *master* и *slave* сегменту, веће вредности напона (слике 7.26 и 7.27) и притиска (слика 7.28) су када је одабрана опција *Refine Source 2* (на дијаграму приказана као RS2).



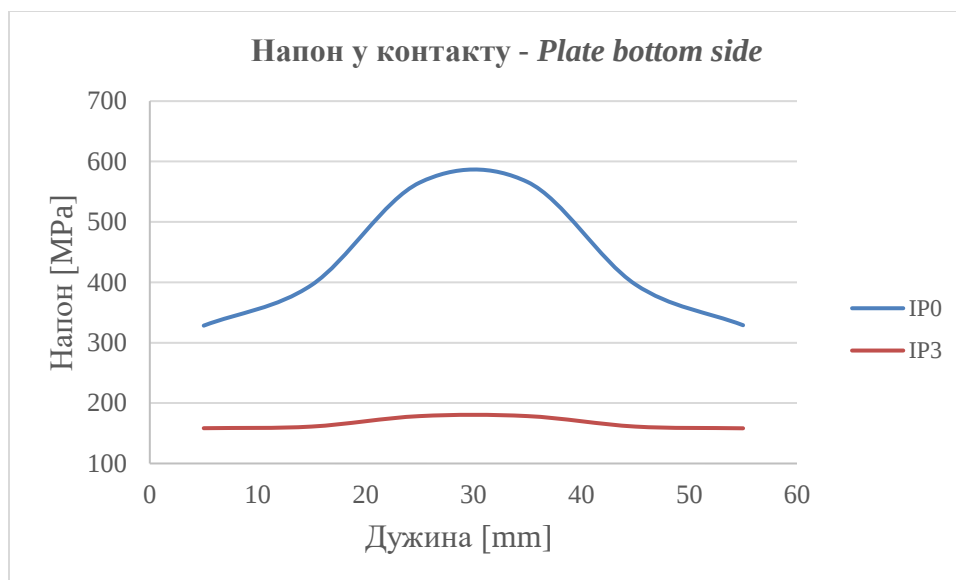
Слика 7.28 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од RS

- Initial Penetration



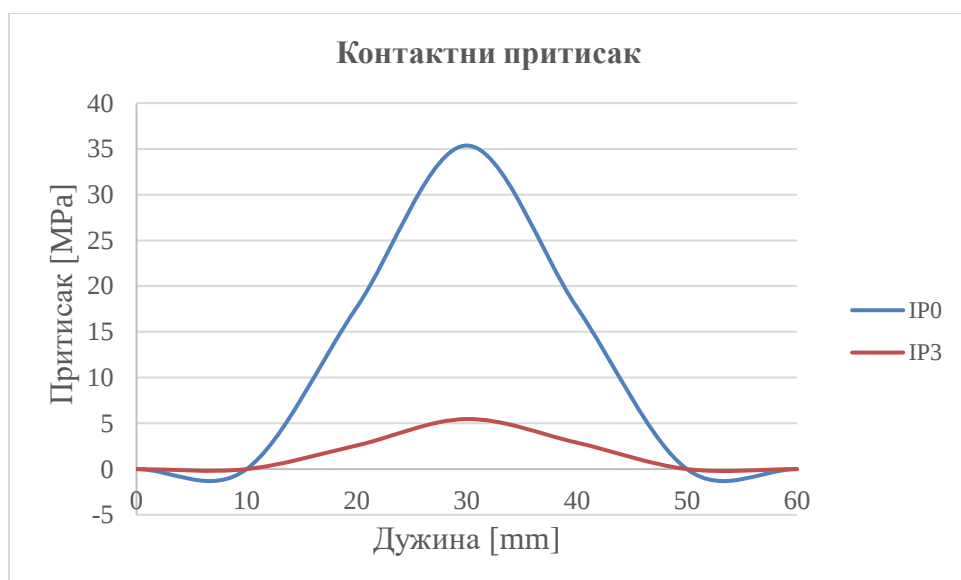
Слика 7.29 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од IP

Алат *Initial Penetration 3* је веома интересантан приликом анализе, односно решавања контактних проблема, јер даје далеко реалније резултате напона на љусци. На дијаграму са слике 7.29 се може видети да је вредност напона на *top* страни љуске далеко мања са одабраном опцијом *Initial Penetration 3* (на дијаграму приказана као IP3).



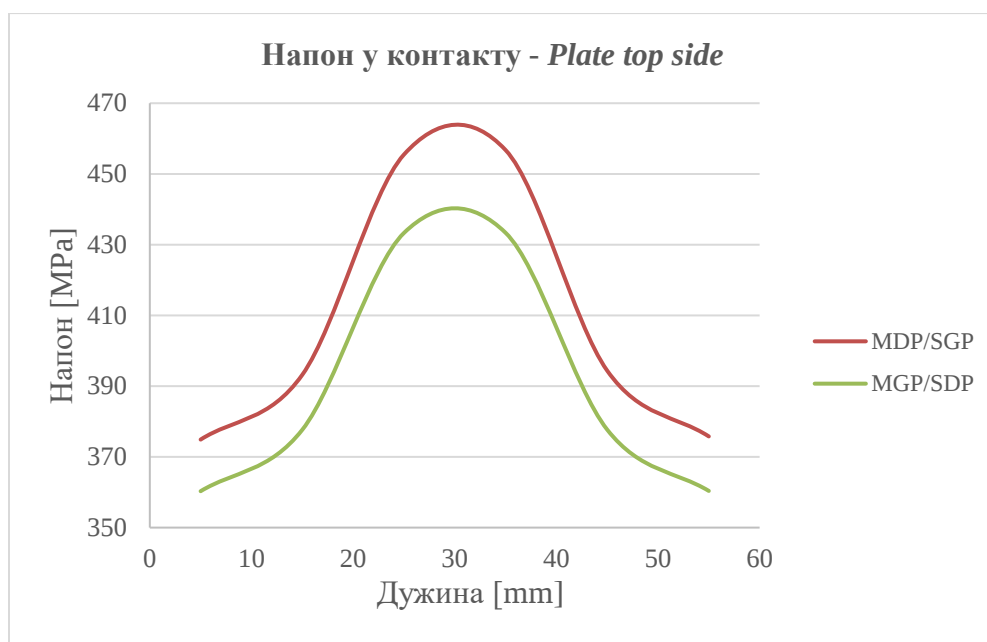
Слика 7.30 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од IP

Исто правило важи и за вредност напона у контакту на *bottom* страни љуске (слика 7.30), као и за контактни притисак (слика 7.31). Као што је већ речено и расподела притиска у контакту је значајно другачија са овом опцијом.

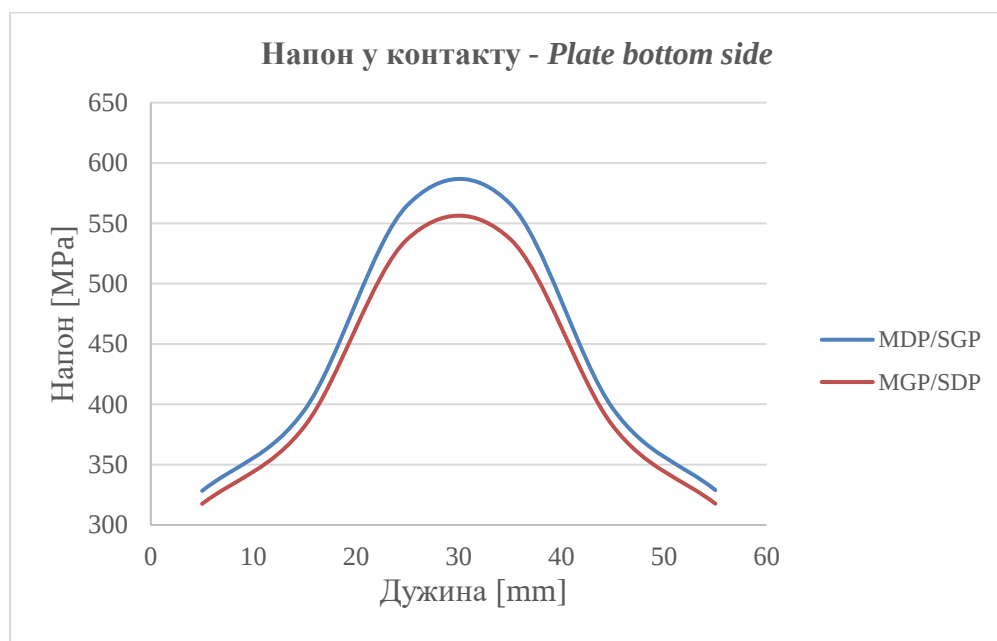


Слика 7.31 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од IP

- Замена *master/slave* сегмента



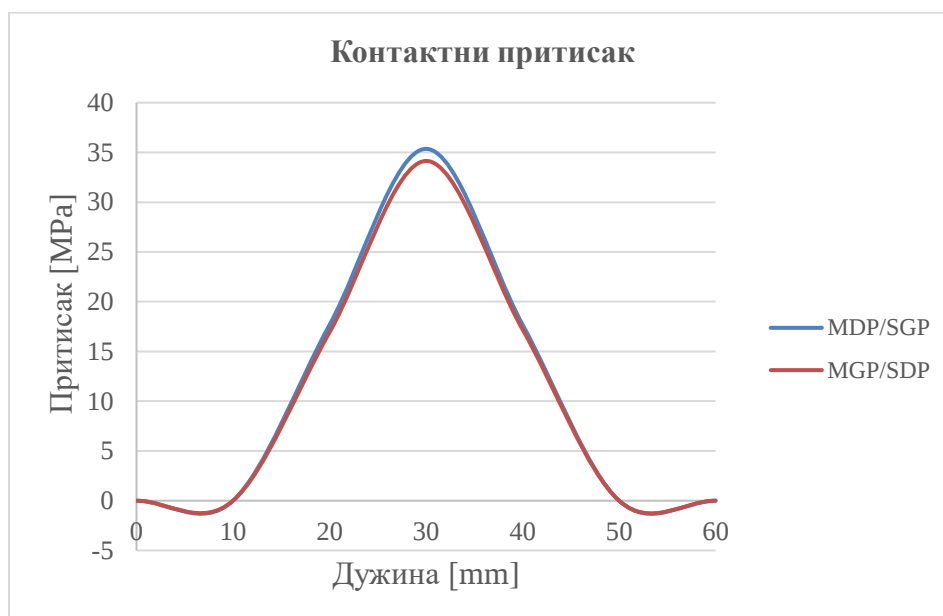
Слика 7.32 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од положаја *master/slave* сегмента, где су: MDP – *master* доњи полукруг, SGP – *slave* горњи полукруг, MGP – *master* горњи полукруг и SDP – *slave* доњи полукруг



Слика 7.33 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од положаја *master/slave* сегмента, где су: MDP – *master* доњи полукруг, SGP – *slave* горњи полукруг, MGP – *master* горњи полукруг и SDP – *slave* доњи полукруг

Што се тиче положаја *master/slave* сегмента, правило је такво да што је већа густина мреже, веће ће и разлике бити у вредностима напона и притиска у контакту. Такође, када је оптерећење на *master* сегменту, веће ће бити вредности испитиваних

величина (слике 7.32, 7.33 и 7.34). Вредност напона у контакту на *bottom* страни љуске је већа.



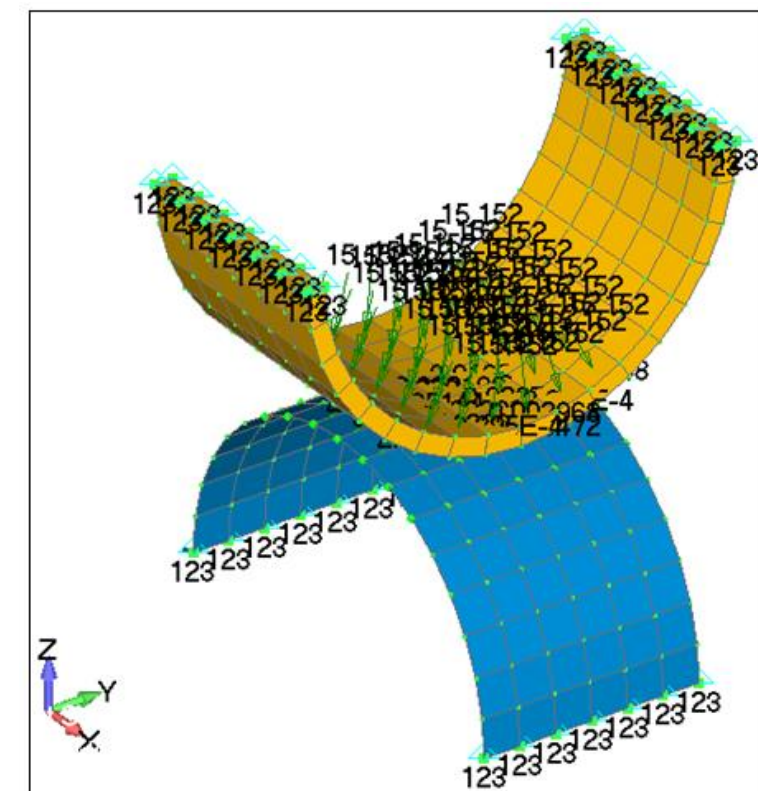
Слика 7.34 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од положаја master/slave сегмента, где су: MDP – master доњи полукруг, SGP – slave горњи полукруг, MGP – master горњи полукруг и SDP – slave доњи полукруг

Код комбинације две конвексне површи – љуски, у контакту варирањем коефицијента трења, дистанце, *Shell Z-Offset* и *Penalty Factor Units* параметара не долази до промене вредности напона и притиска у контакту.

Варирањем параметра *Shell Offset* не остварује се контакт.

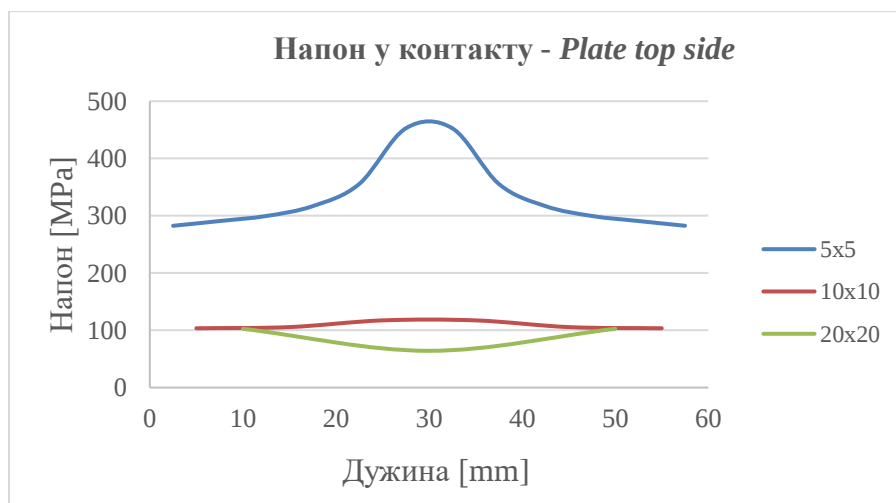
7.3 Приказ резултата за комбинацију љуске и солида у контакту

На слици 7.35 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту љуске и солида.



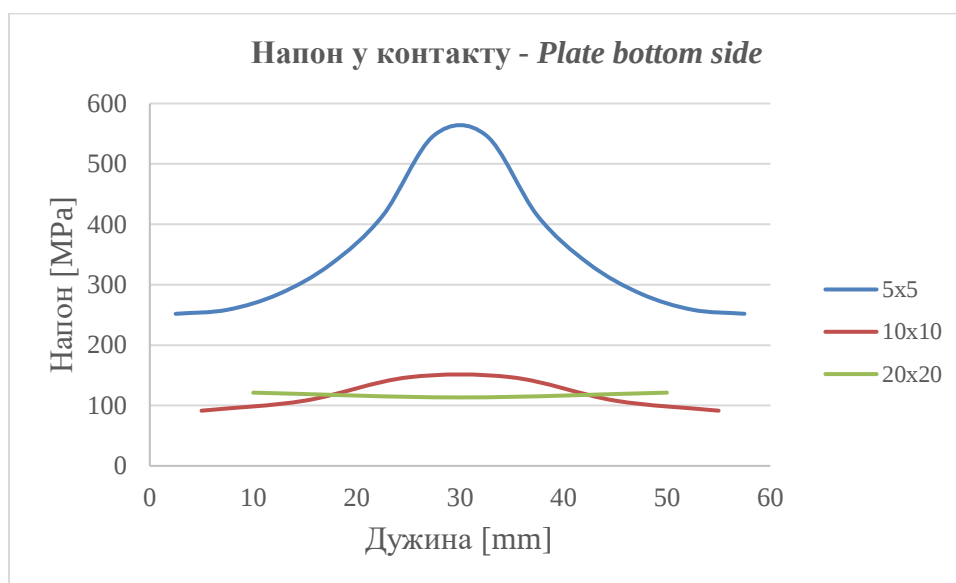
Слика 7.35 Модел за испитивање контакта између две цилиндричне конвексне површи – љуске и солида

- **Густина мреже** – величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.



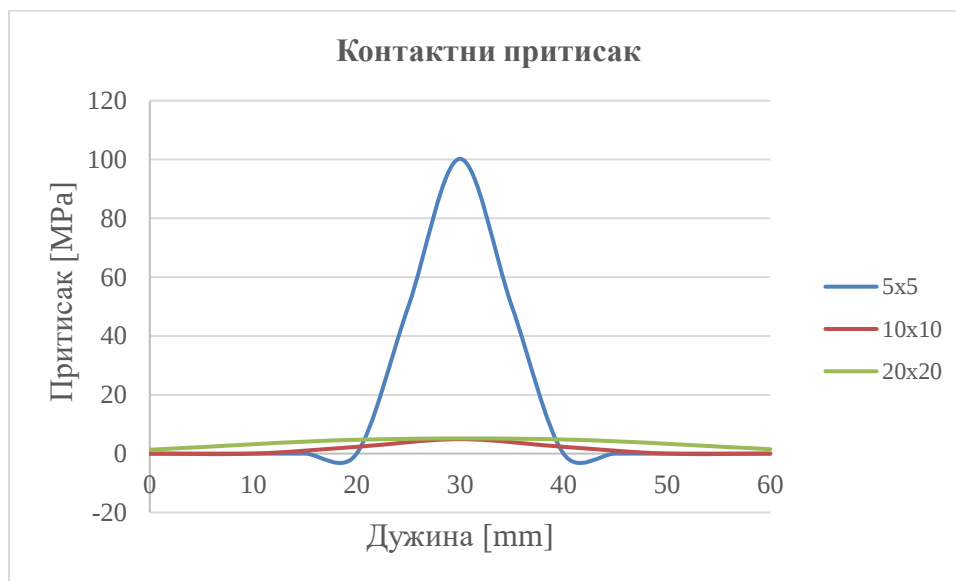
Слика 7.36 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

Са повећањем густине мреже повећава се и вредност напона у контакту и обрнуто (слика 7.36). Драстично је већа вредност напона у контакту са густином мреже 5 mm x 5 mm.



Слика 7.37 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

На *bottom* страни љуске важи исто правило, тако да је највећа вредност напона у контакту са густином мреже 5 mm x 5 mm (слика 7.37). Такође, на *bottom* страни љуске је већа вредност напона.



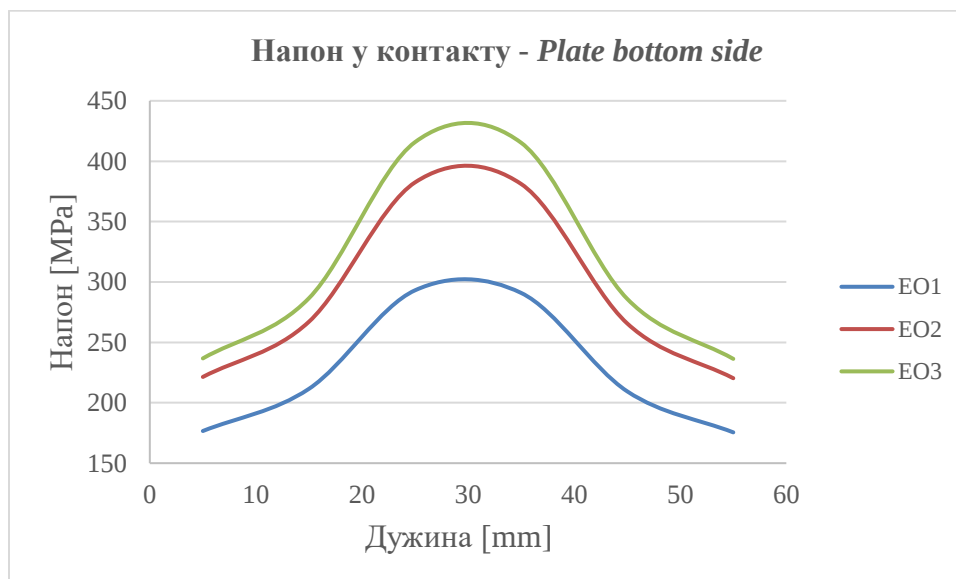
Слика 7.38 Промена притиска у контактном региону у зависности од густине мреже

Исто правило важи и за контактни притисак, драстично већа вредност притиска је са густином мреже 5 mm x 5 mm (слика 7.38).

- **Evaluation Order**

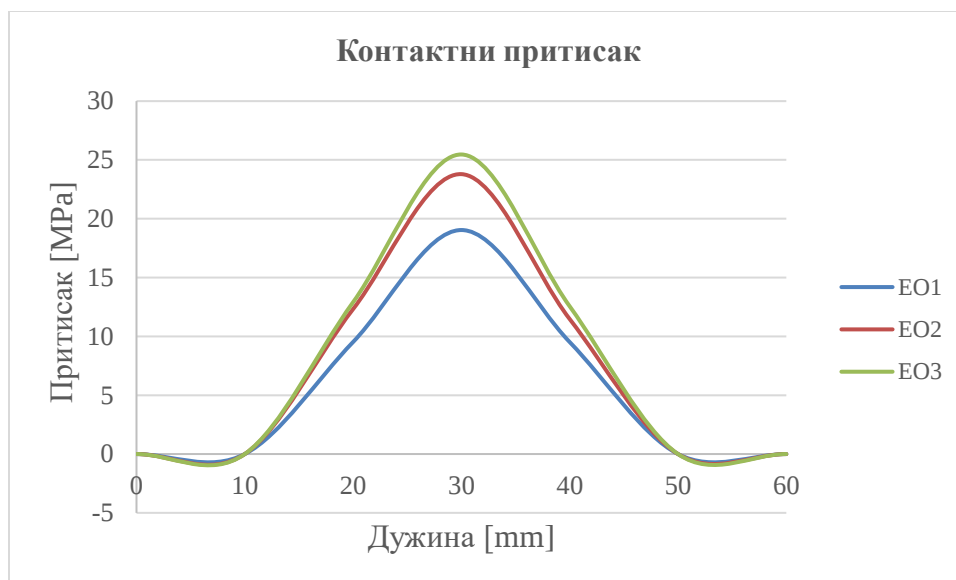


Слика 7.39 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО



Слика 7.40 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО

Као што се може видети са дијаграма на сликама 7.39, 7.40 и 7.41 највеће вредности напона и притиска у контакту су са укљученом опцијом *Evaluation Order* 3 (на дијаграму приказане као *EO3*). Овде се јавља аномалија у виду тога да нема контакта са опцијом *Evaluation Order* 1 и када је солид *slave* сегмент.



Слика 7.41 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од ЕО

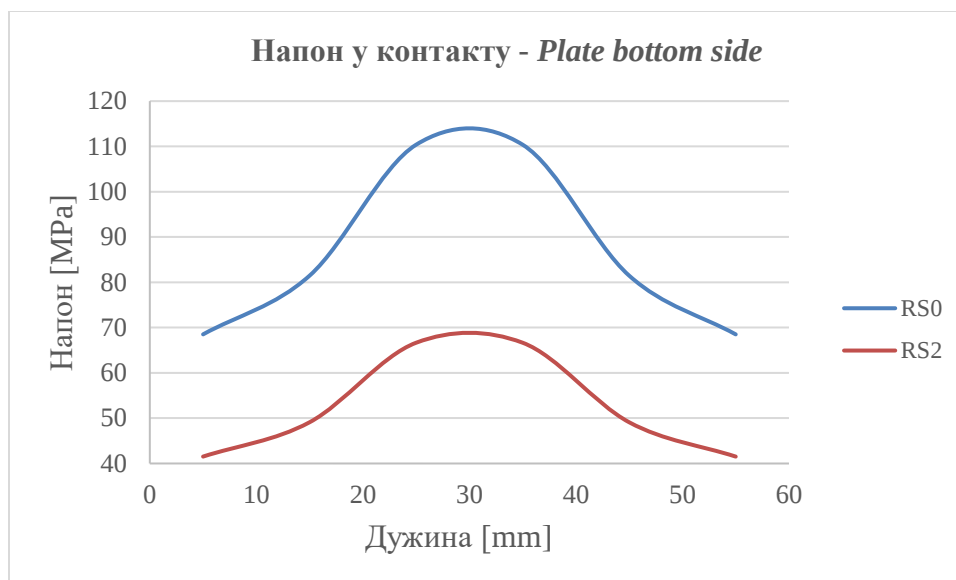
- **Refine Source**



Слика 7.42 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

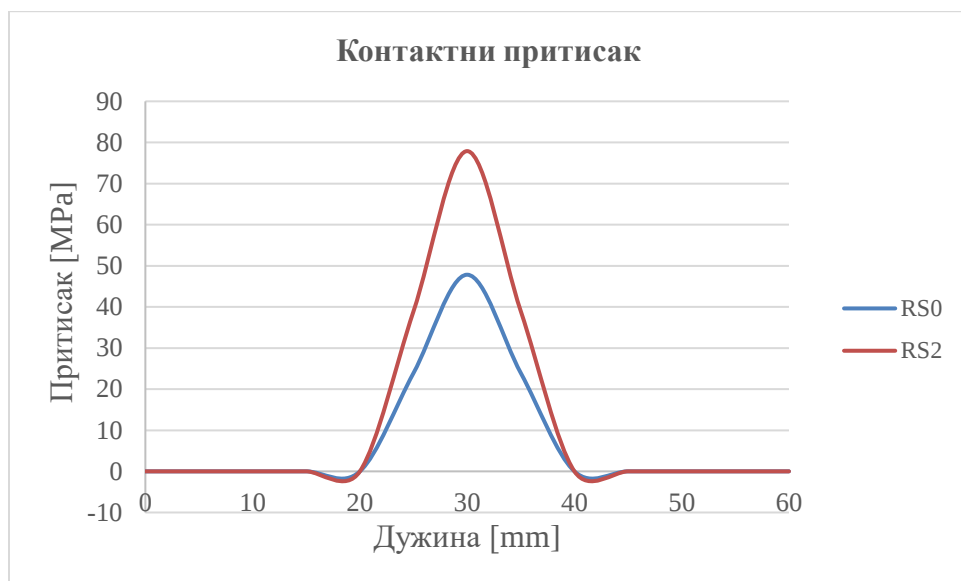
Са дијаграма на слици 7.42 може се прочитати да је већа вредност напона у контакту када је одабрана опција *Refine Source 0* (на дијаграму приказана као RS0). Ово правило важи само када је густина мреже иста на *master* и *slave* сегменту.

У супротном, када је густина мреже различита на *master* и *slave* сегменту, веће вредности на *top* страни љуске су када је одабрана опција *Refine Source 2*.



Слика 7.43 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

Претходно наведено правило и дистрибуција вредности напона у контакту на *bottom* страни љуске важе и у овом случају што се може прочитати са дијаграма на слици 7.43.

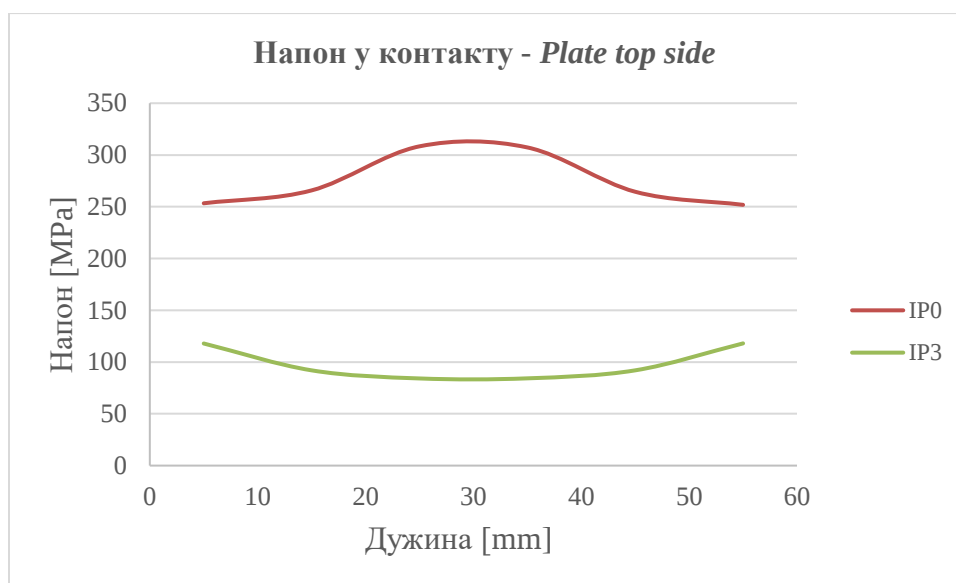


Слика 7.44 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена притиска у контактној региону у зависности од RS

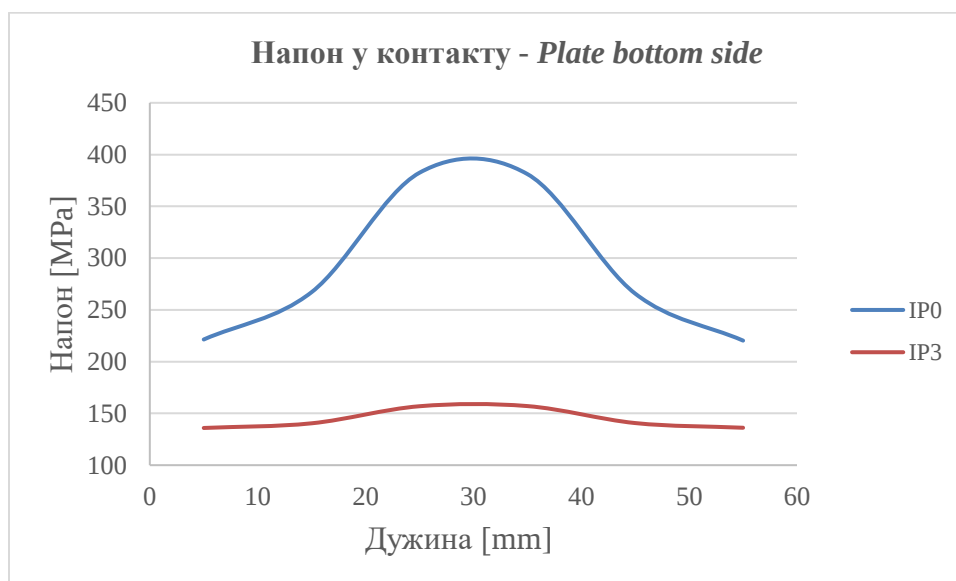
Refine Source 2 опција (на дијаграму приказана као RS2) даје већу вредност контактнoг притиска за конкретан пример што се и може прочитати са дијаграма на слици 7.44.

Уколико је мрежа исте густине на *master* и *slave* сегменту већа вредност контактнoг притиска биће са одабраном опцијом *Refine Source 0*.

- **Initial Penetration**



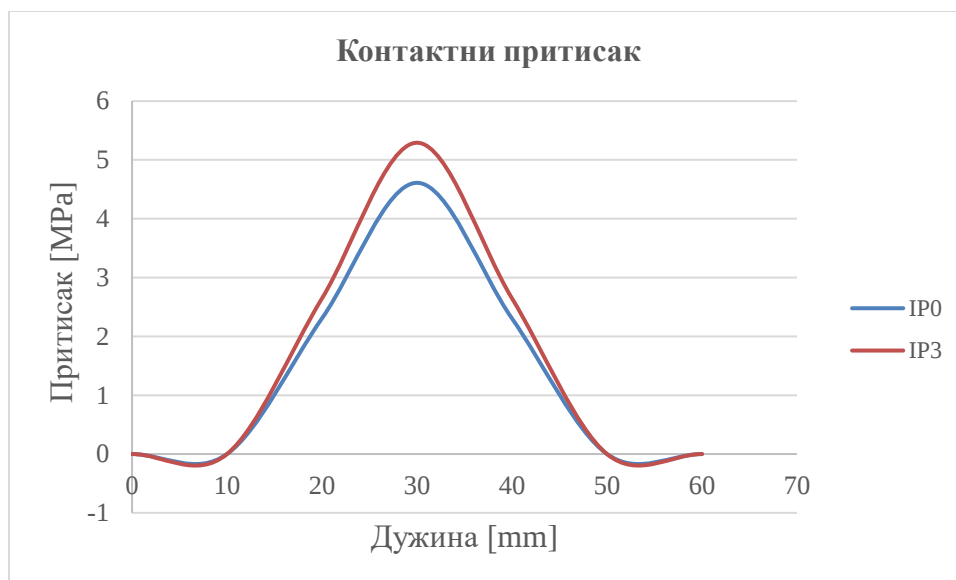
Слика 7.45 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од IP



Слика 7.46 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од IP

Када је различита густина мреже на *master* и *slave* сегменту (слике 7.45 и 7.46) вредност напона у контакту на *top* и *bottom* страни љуске ће бити када је одабрана опција *Initial Penetration 0* (на дијаграму приказана као *IP0*).

Ово правило, под овим условима, важи и за контактни притисак.



Слика 7.47 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од IP

Када је густина мреже иста на *master* и *slave* сегменту (слика 7.47) већу вредност контактнoг притиска даће опција *Initial Penetration 3* (на дијаграму приказана као IP3).

Ово правило, под овим условима, важи и за напон у контакту.

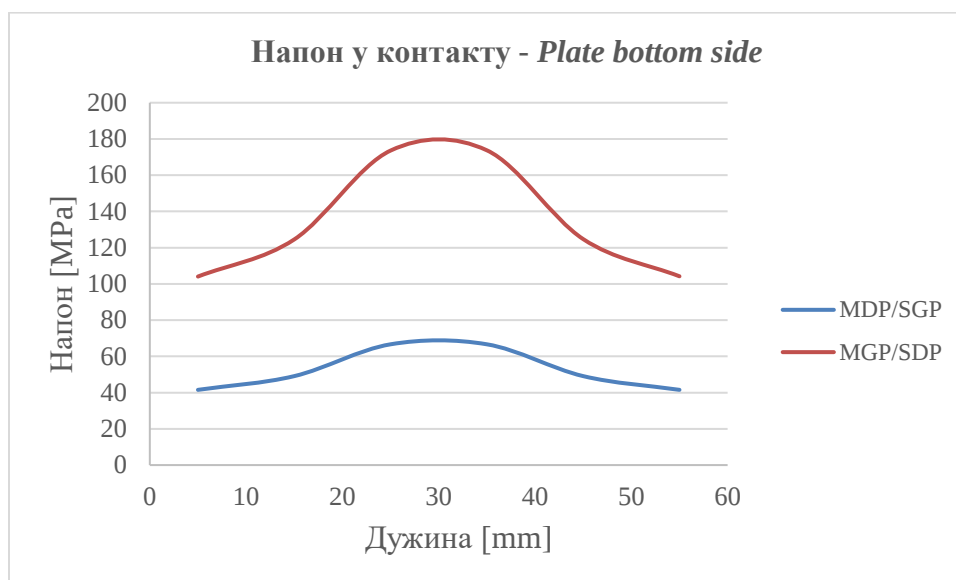
- **Замена *master/slave* сегмента**



Слика 7.48 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од положаја *master/slave* сегмента, где су: MDP – *master* доњи полукруг, SGP – *slave* горњи полукруг, MGP – *master* горњи полукруг и SDP – *slave* доњи полукруг

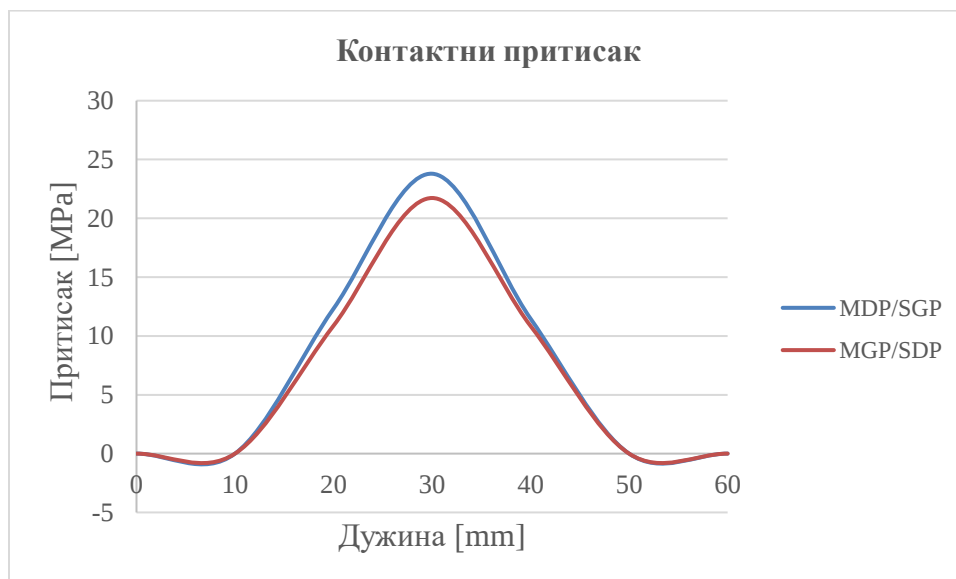
У условима када је *master* сегмент доњи полукруг, а *slave* сегмент горњи, и када је иста густина мреже на оба сегмента или када је на *master* сегменту већа густина мреже,

заменом положаја контактних региона долази до повећања вредности напона и притиска у контакту (слика 7.48). Исто правило важи и за *bottom* страну љуске (слика 7.49).



Слика 7.49 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од положаја master/slave сегмента, где су: MDP – master доњи полукруг, SGP – slave горњи полукруг, MGP – master горњи полукруг и SDP – slave доњи полукруг

Када је на *master* сегменту мања густина мреже, заменом положаја *master/slave* сегмената долази до смањења вредности напона и притиска (слика 7.50) у контакту.



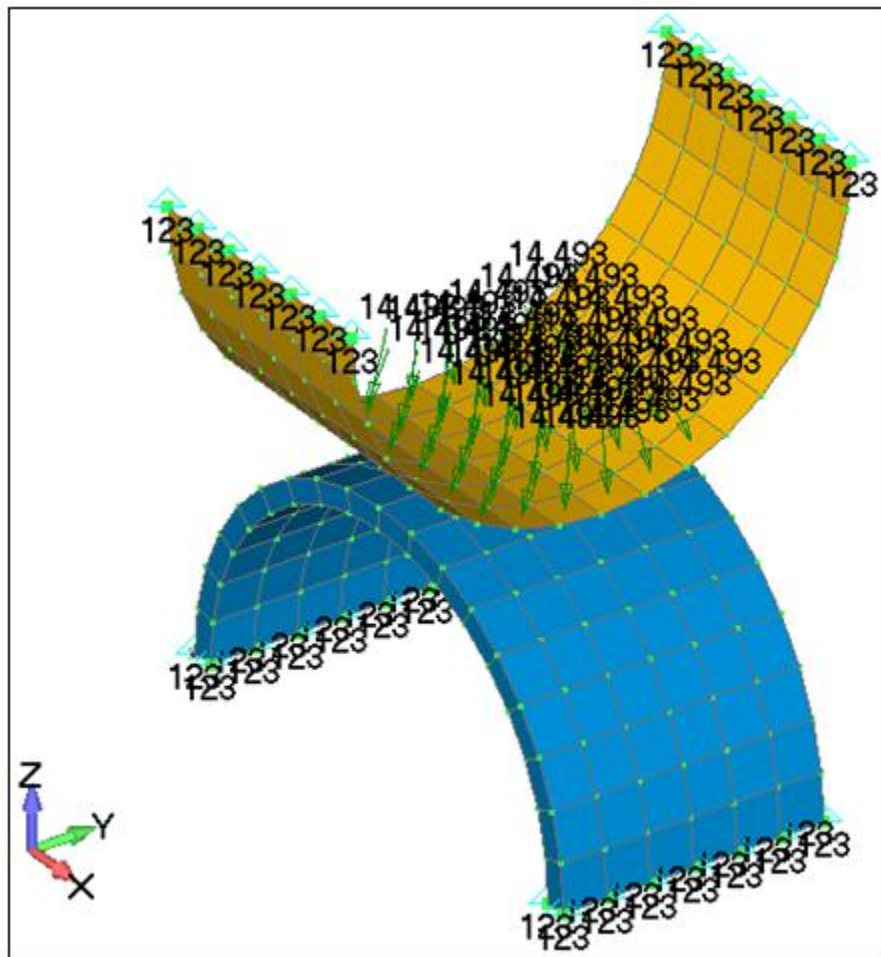
Слика 7.50 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од положаја master/slave сегмента, где су: MDP – master доњи полукруг, SGP – slave горњи полукруг, MGP – master горњи полукруг и SDP – slave доњи полукруг

Код комбинације две конвексне површи - љуске и солида, у контакту варирањем коефицијента трења, дистанце, *Shell Z-Offset* и *Penalty Factor Units* параметара не долази

до промене вредности напона и притиска у контакту. Варирањем параметра *Shell Offset* не остварује се контакт.

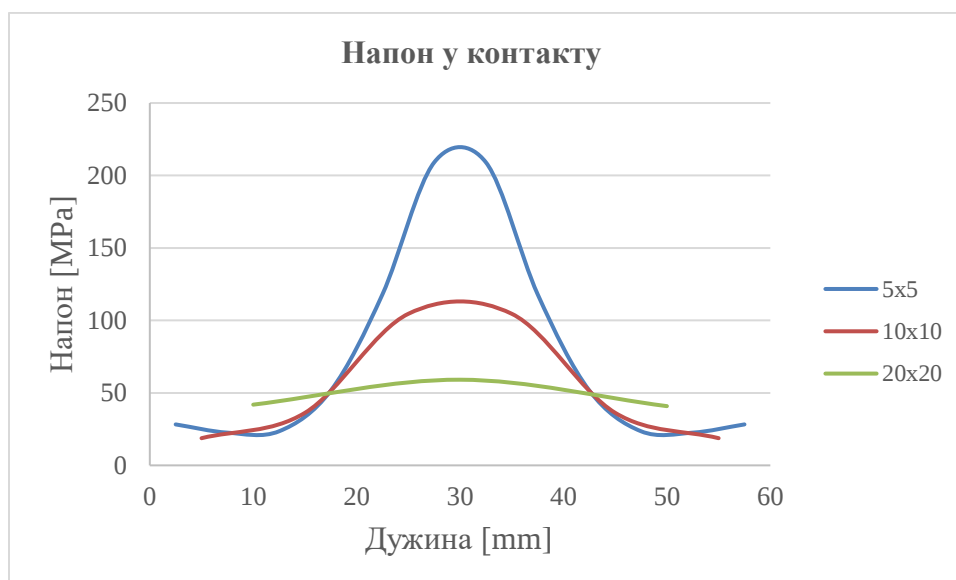
7.4 Приказ резултата за комбинацију солида и љуске у контакту

На слици 7.1 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту солида и љуске.



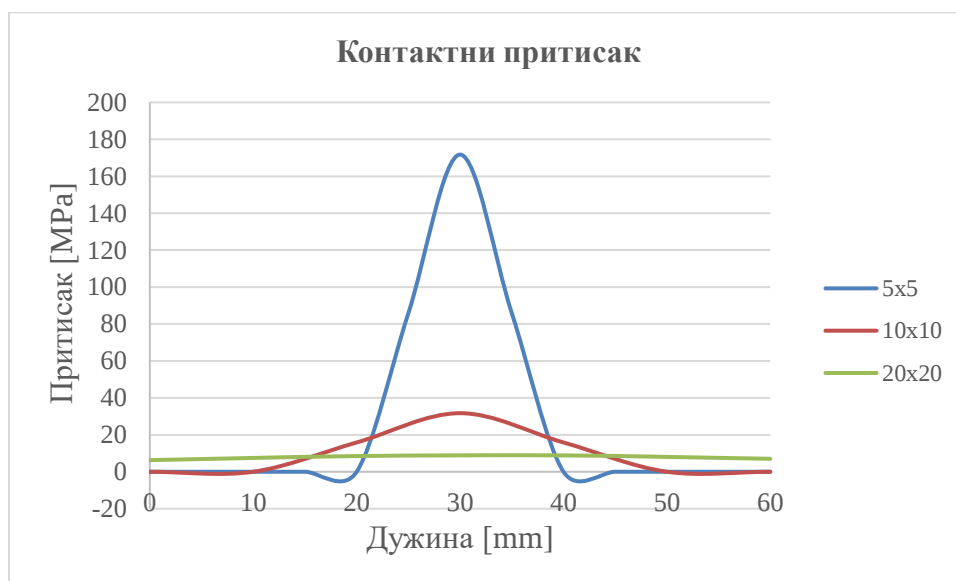
Слика 7.51 Модел за испитивање контакта између две цилиндричне конвексне површи – солида и љуске

- **Густина мреже** – величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.



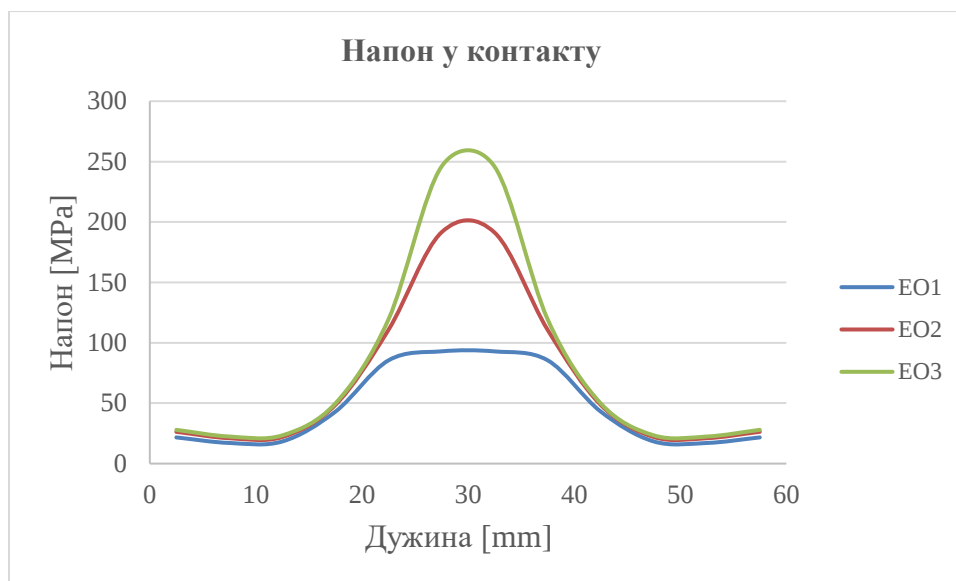
Слика 7.52 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

Са дијаграма на сликама 7.52 и 7.53 може се прочитати да са повећањем густине мреже расте и вредност напона и притиска у контакту и обрнуто.



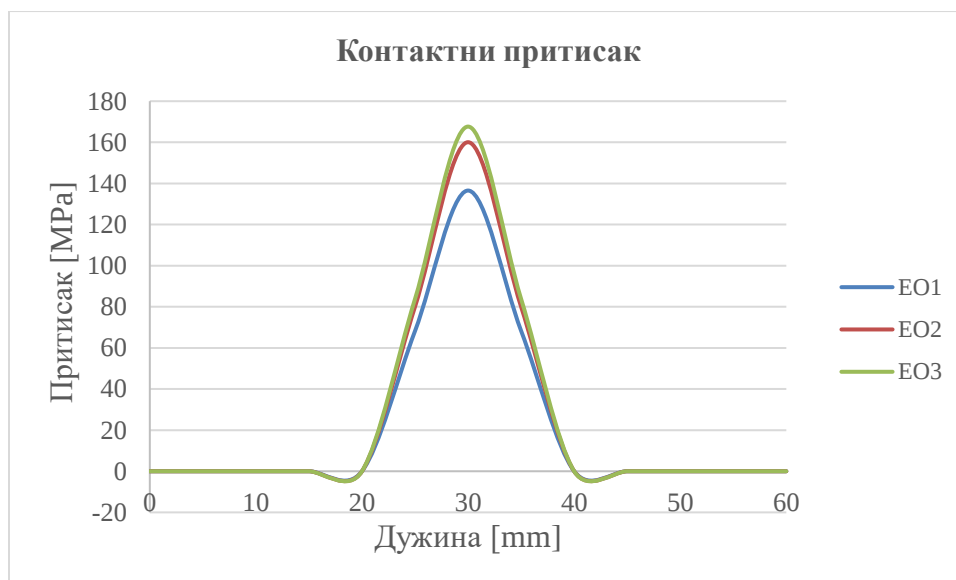
Слика 7.53 Промена притиска у контактном региону у зависности од густине мреже

- **Evaluation Order**



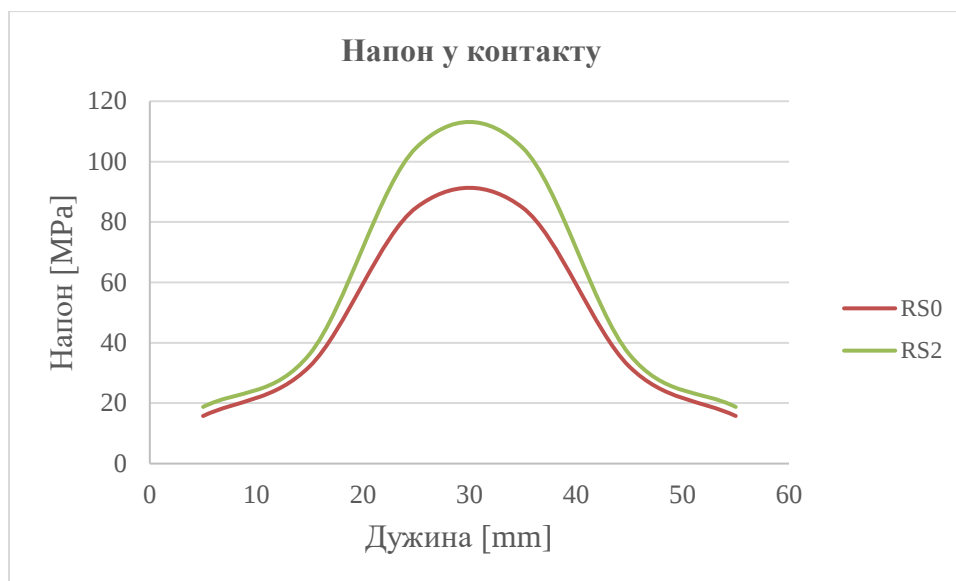
Слика 7.54 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО

Без обзира на густину мреже, највеће вредности напона и притиска у контакту су када је одабрана опција *Evaluation Order 3* а најмање када је одабрана опција *Evaluation Order 1* (на дијаграму представљене као *EO1* и *EO3*) (слике 7.54 и 7.55).



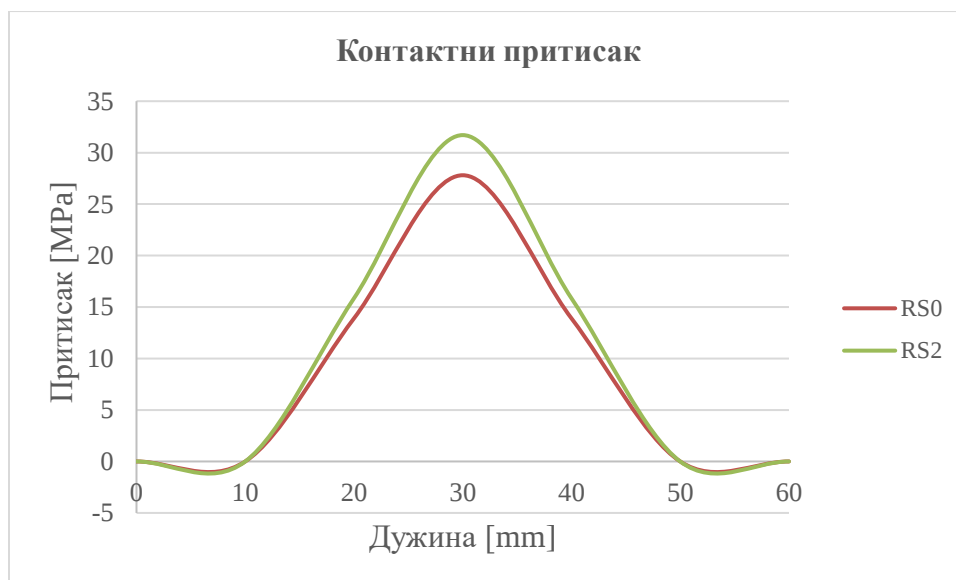
Слика 7.55 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од ЕО

- **Refine Source**



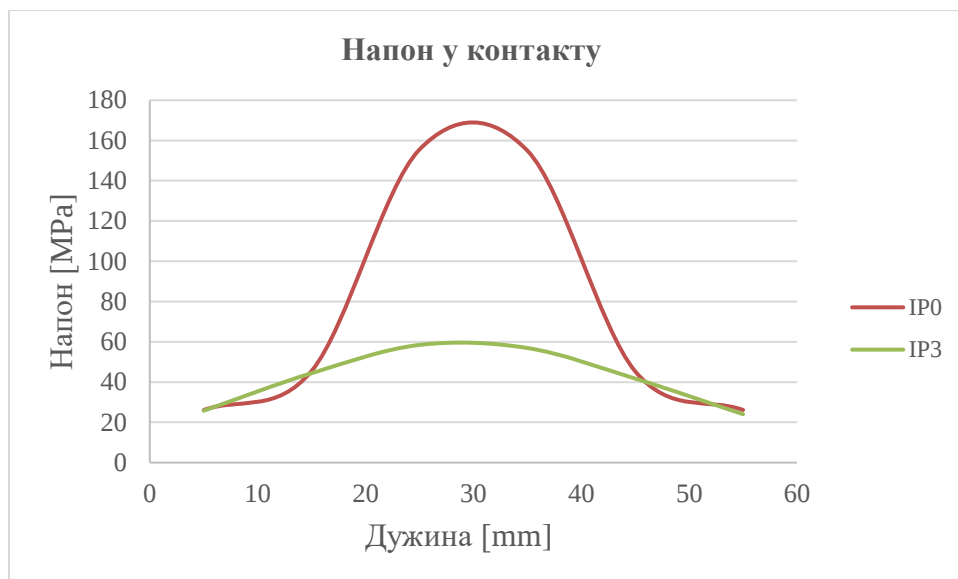
Слика 7.56 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од RS

Без обзира на густину мреже на *master* и *slave* сегменту веће вредности напона и притиска у контакту су када је одабрана опција *Refine Source 2* (на дијаграму приказана као RS2) (слике 7.56 и 7.57).



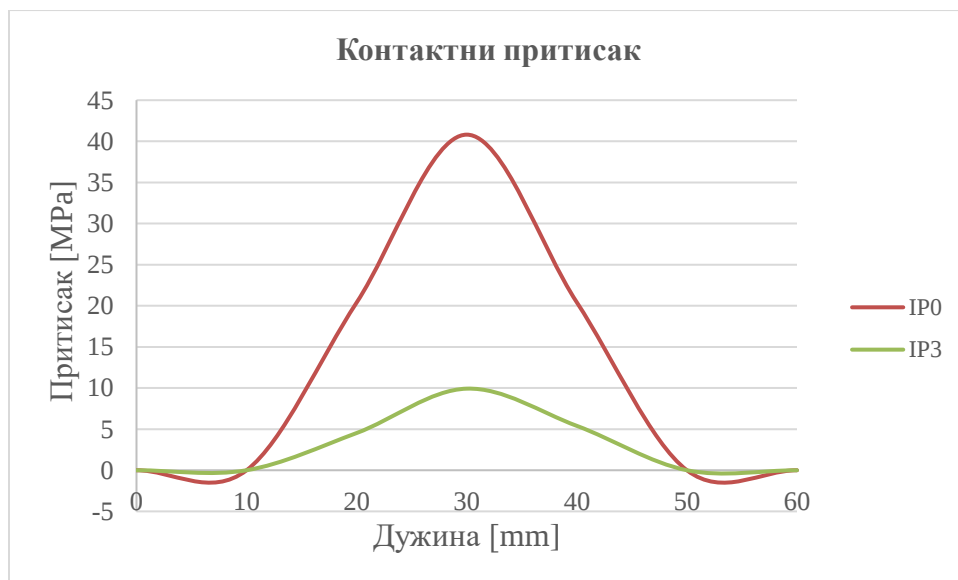
Слика 7.57 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактној региону у зависности од RS

- **Initial Penetration**



Слика 7.58 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од IP

Без обзира на густину мреже на *master* и *slave* сегменту веће вредности напона и притиска у контакту су када је одабрана опција *Initial Penetration 0* (на дијаграму приказана као IP0) (слике 7.58 и 7.59).

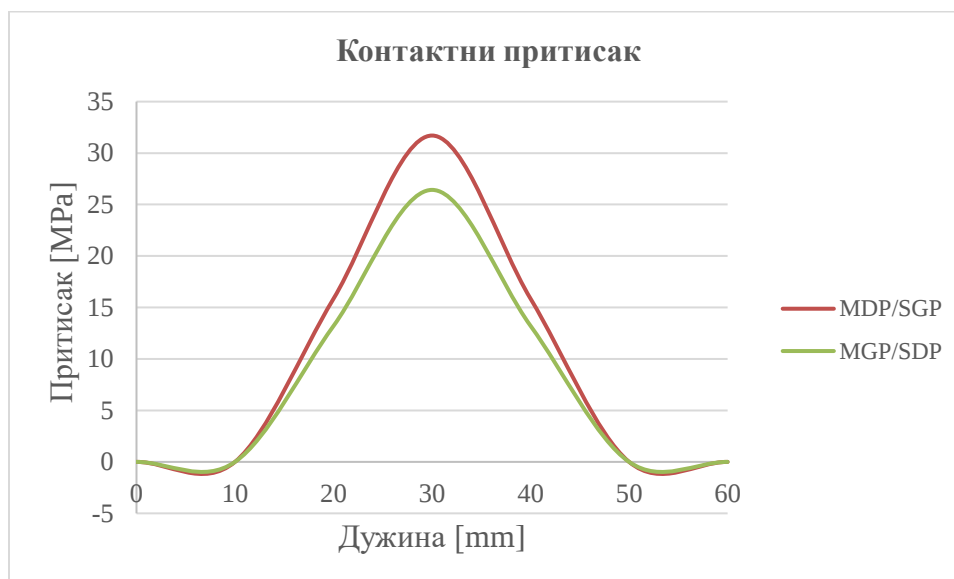


Слика 7.59 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактној региону у зависности од IP

- Замена master/slave сегмента



Слика 7.60 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактној региону у зависности од master/slave сегмента, где су: MDP – master доњи полукруг, SGP – slave горњи полукруг, MGP – master горњи полукруг и SDP – slave доњи полукруг



Слика 7.61 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактној региону у зависности од master/slave сегмента, где су: MDP – master доњи полукруг, SGP – slave горњи полукруг, MGP – master горњи полукруг и SDP – slave доњи полукруг

Када је густина мреже једнака, или у случају када је мања густина мреже на master сегменту, приликом замене полажаја контактних региона, односно master/slave сегмената добија се мања вредност напона и притиска у напону (сликае 7.60 и 7.61).

Када је густина мреже већа на *master* сегменту, приликом замене *master/slave* сегмента добија се већа вредност напона и притиска у контакту.

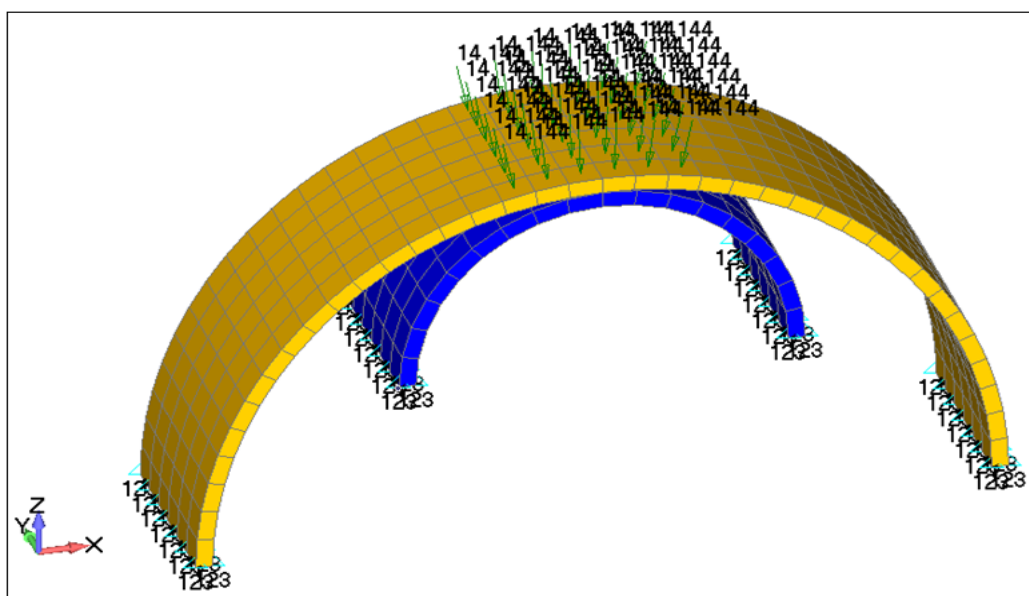
Код комбинације две конвексне површи - солида и љуске, у контакту варирањем коефицијента трења, дистанце, *Shell Z-Offset* и *Penalty Factor Units* параметара не долази до промене вредности напона и притиска у контакту.

Варирањем параметра *Shell Offset* не остварује се контакт.

Такође, треба напоменути, да се код овог модела мора користити опција *Initial Penetration 3* да би се могла извршити анализа, када је густина мреже 20 mm x 20 mm.

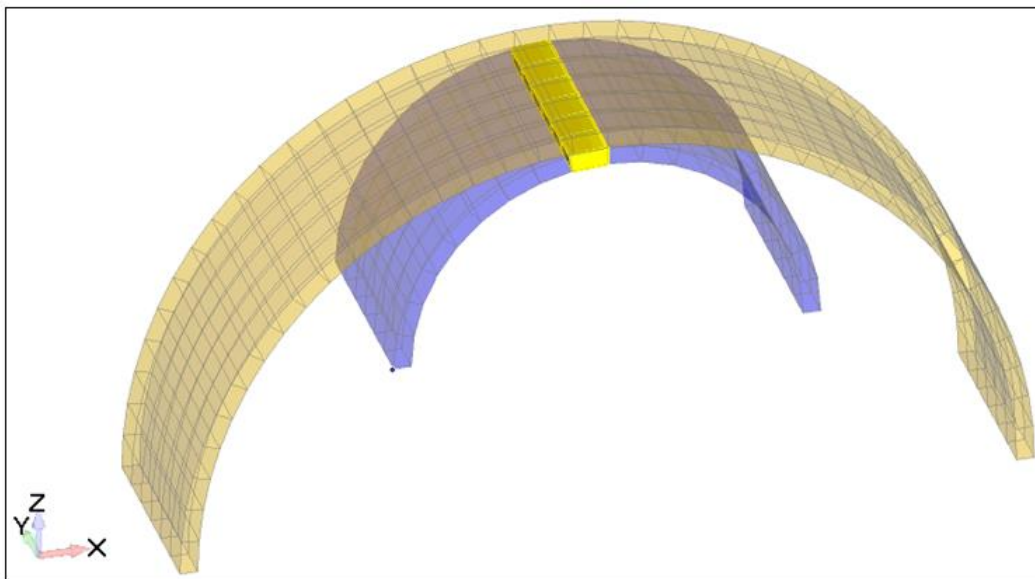
8. КОНТАКТ ИЗМЕЂУ КОНВЕКСНЕ И КОНКАВНЕ ПОВРШИ

Модел којим се испитује контакт између конвексне и конкавне површи приказан је на слици 8.1. У питању су конвексна и конкавна површ радијуса 60 mm и 120 mm. Површи се тангирају. На слици 8.1 приказана је поставка проблема са одговарајућим оптерећењима и ограничењима.

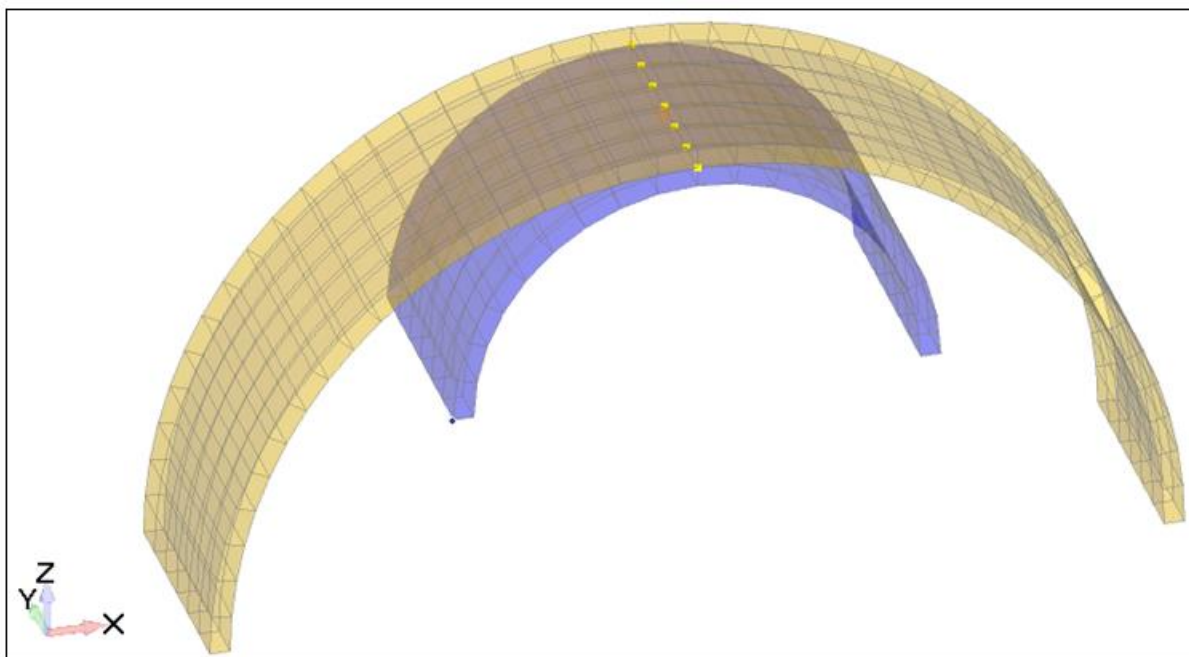


Слика 8.1 Модел за испитивање контакта између конвексне и конкавне површи - солиди

У сваком моделу су дефинисане групе у контактном региону, по којима су цртани дијаграми напона (слика 8.2) и притиска (слика 8.3) у контакту.



Слика 8.2 Дефинисана група за приказивање вредности напона у контакту на дијаграму

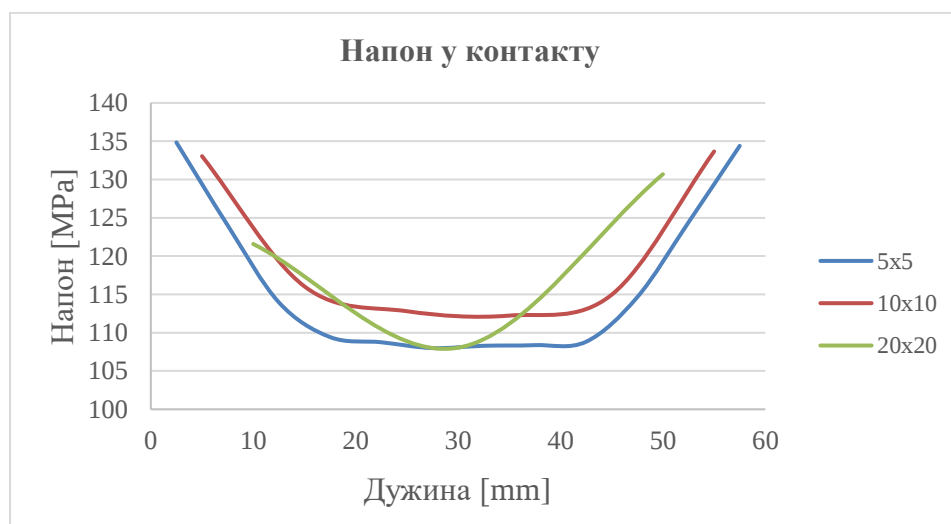


Слика 8.3 Дефинисана група за приказивање вредности притиска у контакту на дијаграму

8.1 Приказ резултата за комбинацију два солида у контакту

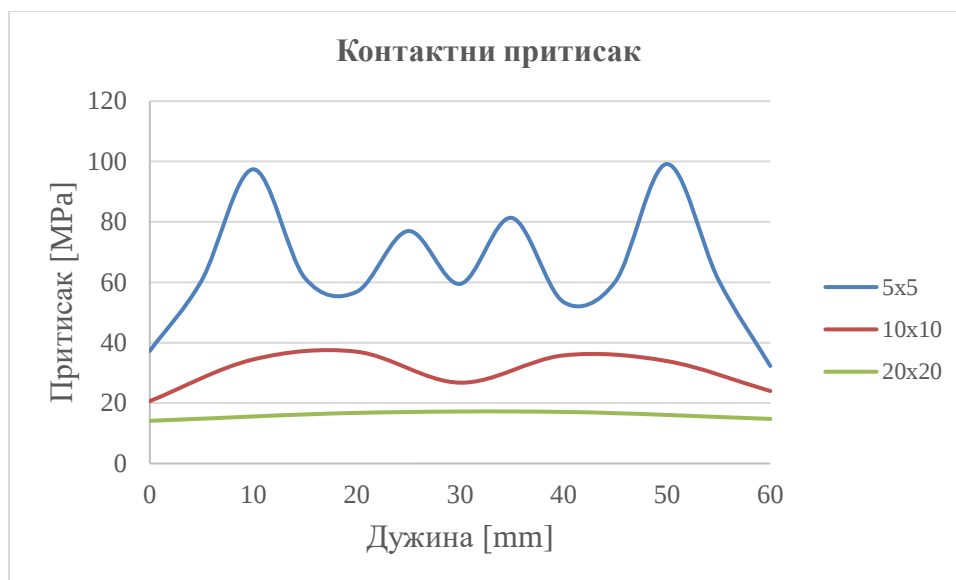
На слици 8.1 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту два солида.

- **Густина мреже** – величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.



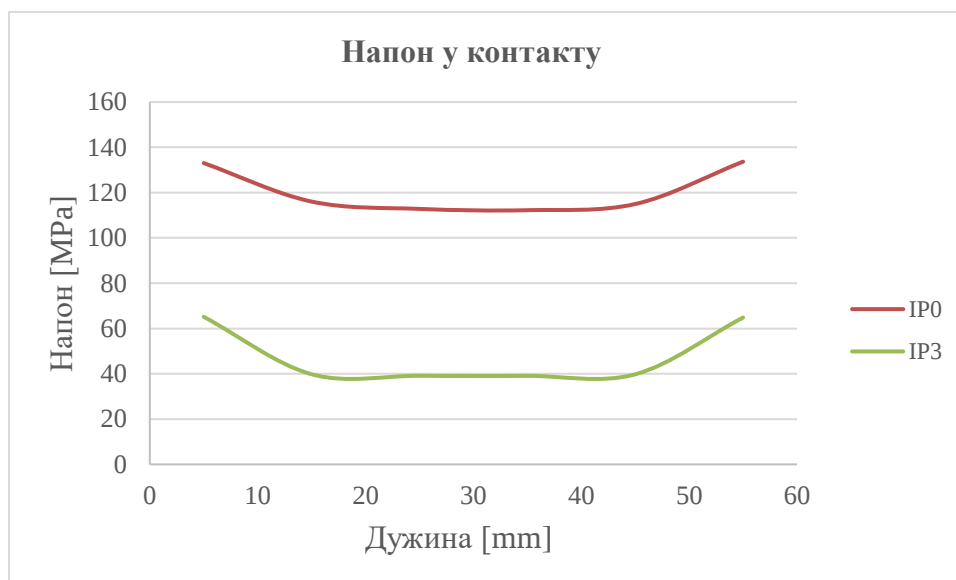
Слика 8.4 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

Као што се може прочитати са дијаграма на сликама 8.4 и 8.5 са порастом густине мреже, расту и вредности напона и притиска у контакту.



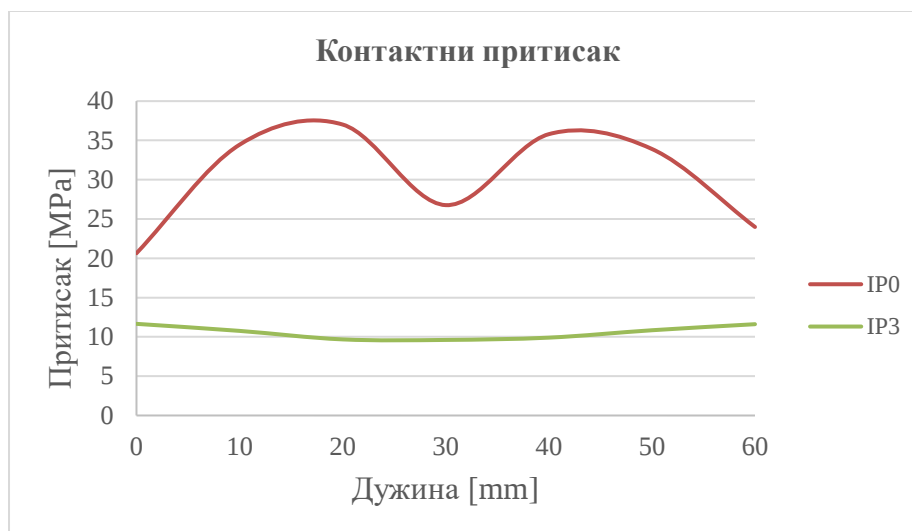
Слика 8.5 Промена притиска у контактном региону у зависности од густине мреже

- **Initial Penetration**



Слика 8.6 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од IP

Без обзира на густину мреже, веће вредности напона и притиска у контакту, су када је одабрана опција *Initial Penetration 0* (на дијаграму представљена као *IP0*) (слике 8.6 и 8.7).



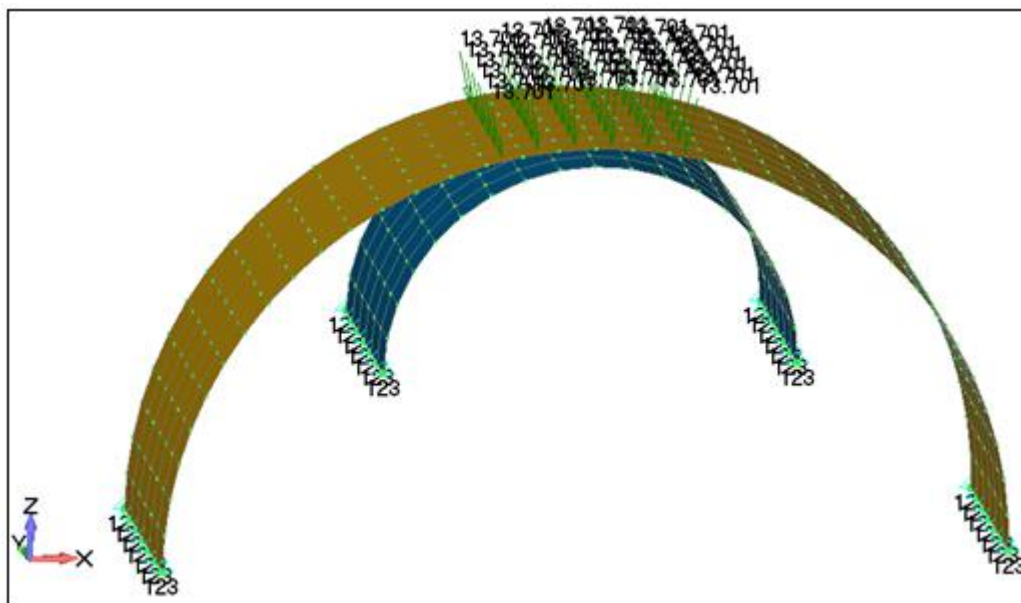
Слика 8.7 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од IP

Код комбинације конвексне и конкавне површи – солида, у контакту варирањем положаја *master/slave* сегмента, коефицијента трења, дистанце, и *Penalty Factor Units* параметара не долази до промене вредности напона и притиска у контакту.

Треба напоменути да варирањем *Refine Source* и *Evaluation Order* параметара долази до врло малих промена у резултатима.

8.2 Приказ резултата за комбинацију две љуске у контакту

На слици 8.8 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту две љуске.



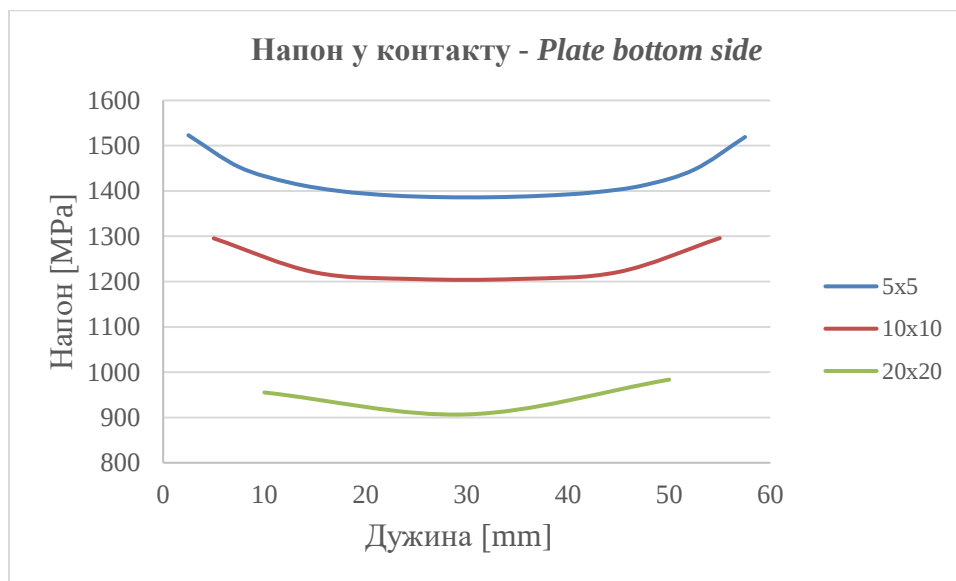
Слика 8.8 Модел за испитивање контакта између конвексне и конкавне површи - љуске

- **Густина мреже** – величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.

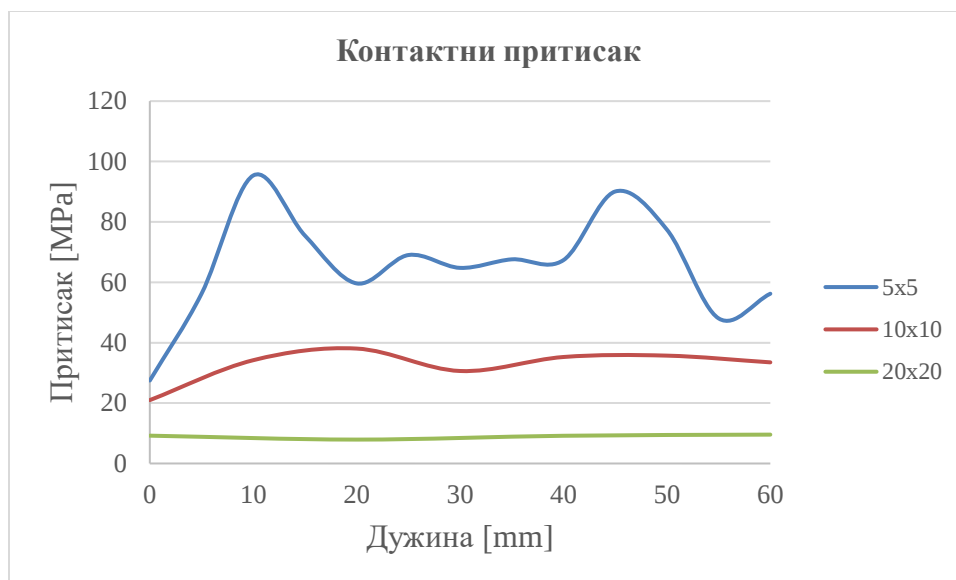


Слика 8.9 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

Са повећањем густине мреже повећава се и вредност напона у контакту и обрнуто. Ово правило важи и за *top* и *bottom* страну љуске (слике 8.9 и 8.10).



Слика 8.10 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже



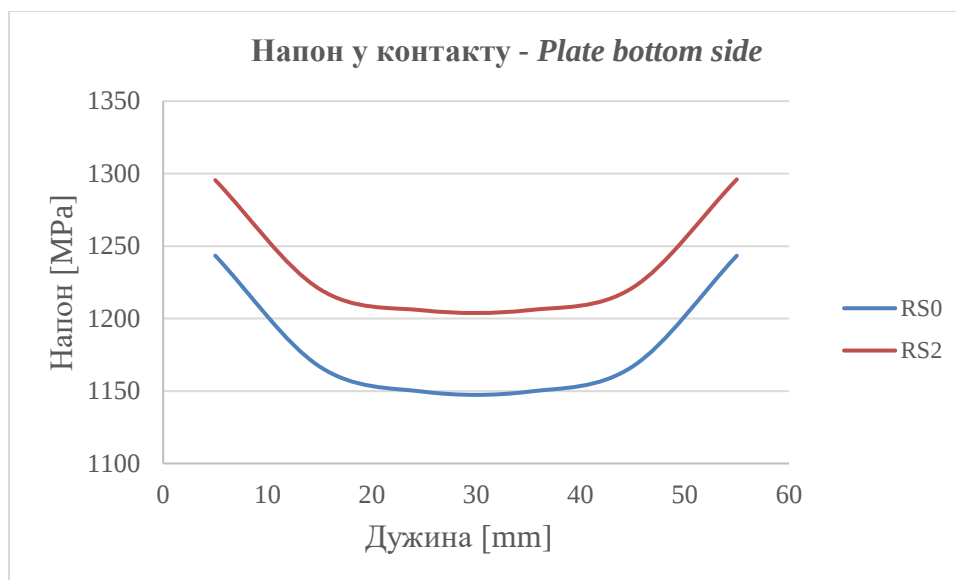
Слика 8.11 Промена притиска у контактном региону у зависности од густине мреже

Такође, што се тиче вредности контактеног притиска, и она расте са повећањем густине мреже и обрнуто (слика 8.11).

- **Refine Source**

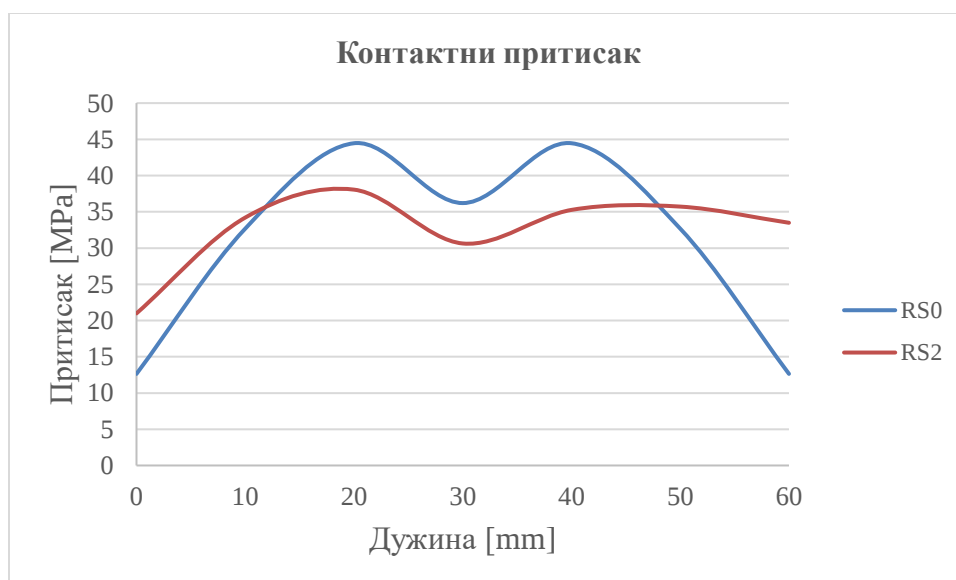


Слика 8.12 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS



Слика 8.13 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

Без обзира на густину мреже, већа вредност напона у контакту и на *top* и на *bottom* страни љуске је када је укључена опција *Refine Source 2* (на дијаграму представљена као RS2) (слике 8.12 и 8.13).



Слика 8.14 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од RS

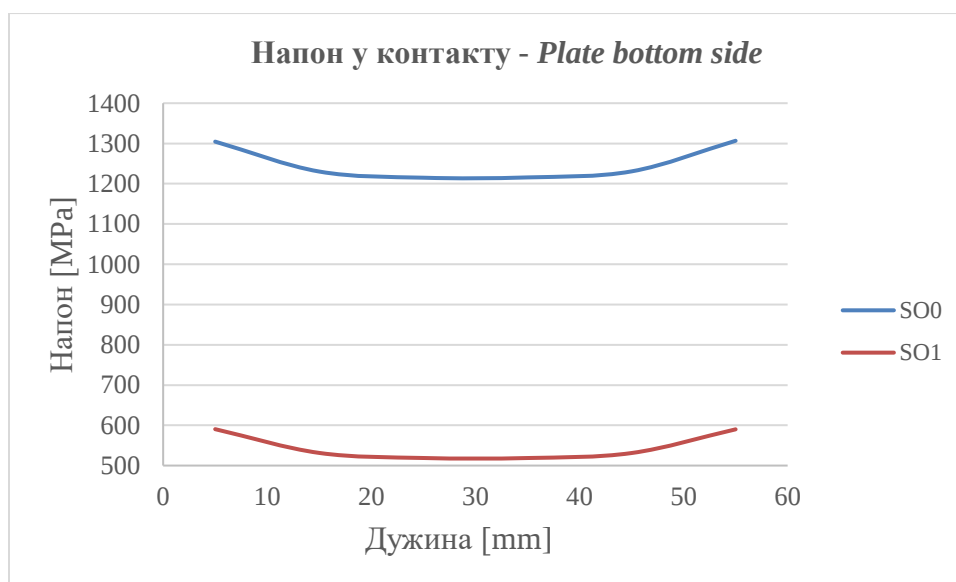
Када је контактни притисак у питању, већа вредност је са опцијом *Refine Source 0* (на дијаграму приказана као RS0) (слика 8.14).

- **Shell Offset**

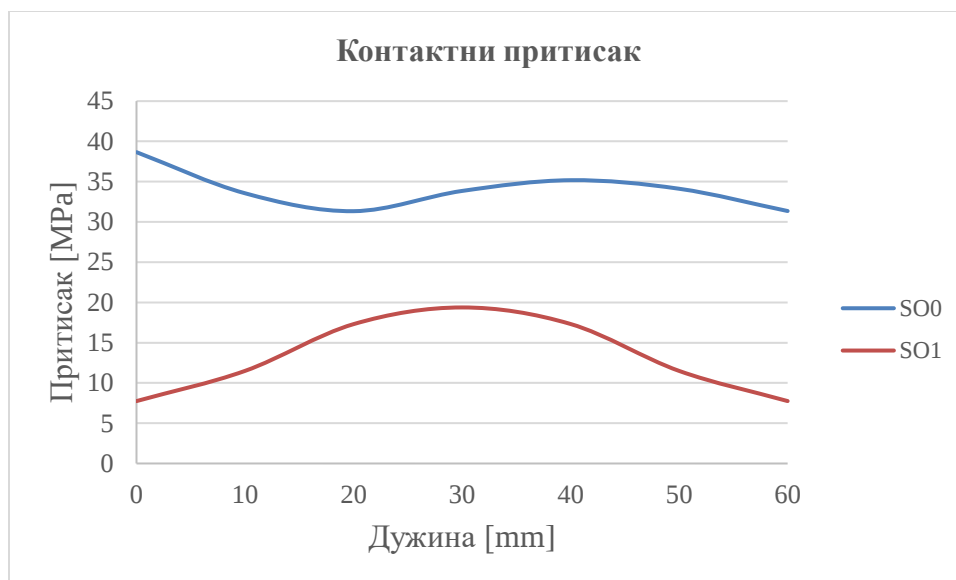


Слика 8.15 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од SO

Без обзира на густину мреже, мања вредност напона у контакту на *top* и на *bottom* страни љуске је са укљученом опцијом *Shell Offset 1* (на дијаграму приказана као SO1) (слике 8.15 и 8.16).



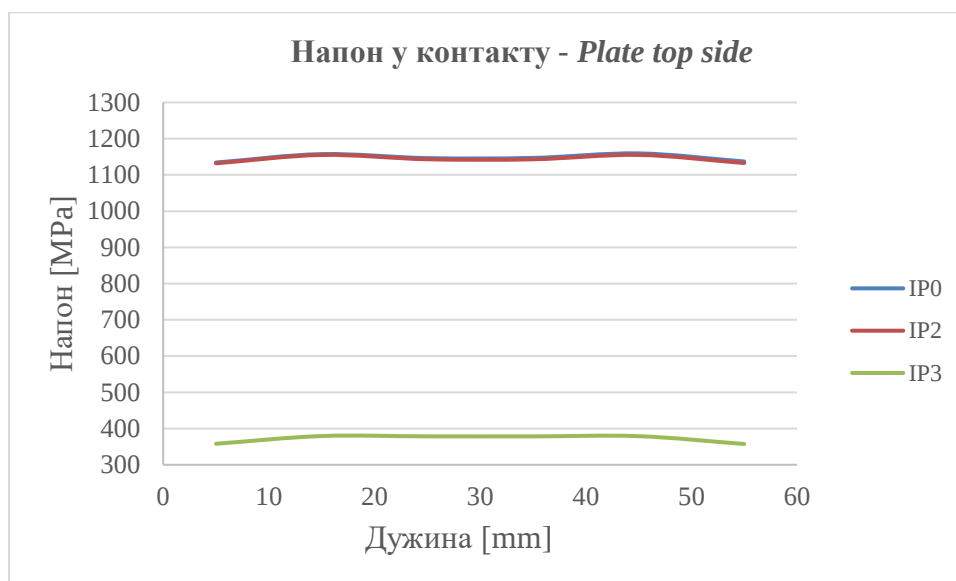
Слика 8.16 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од SO



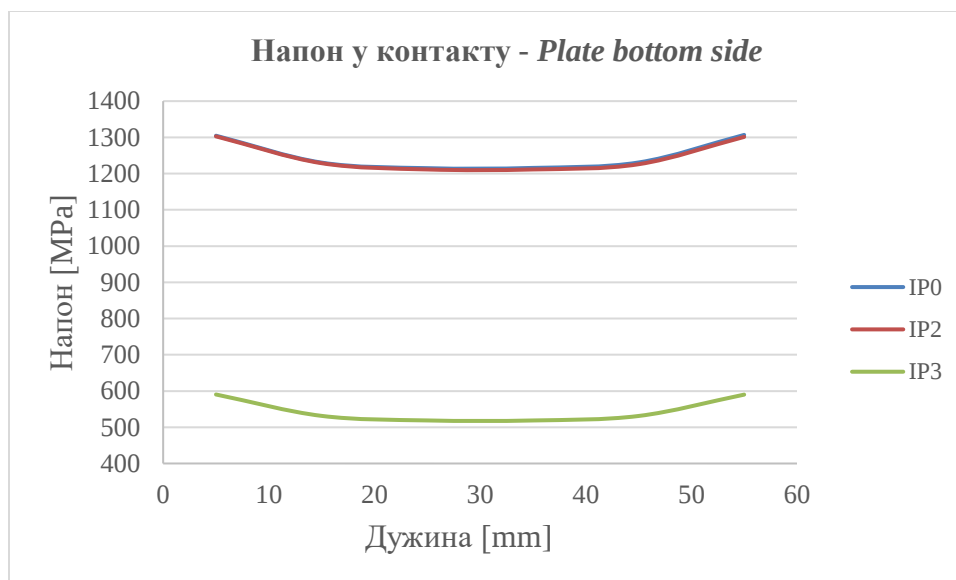
Слика 8.17 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од SO

Што се тиче контактнoг притиска, мања вредност је, такође, са укљученом опцијом *Shell Offset 1* (на дијаграму приказана као SO1) (слика 8.17).

- **Initial Penetration**

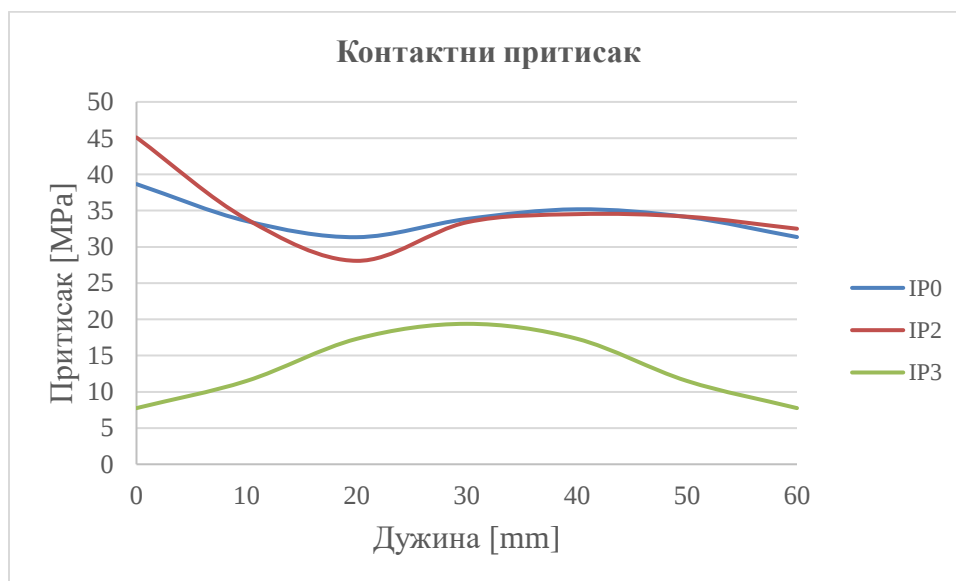


Слика 8.18 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од IP



Слика 8.19 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од IP

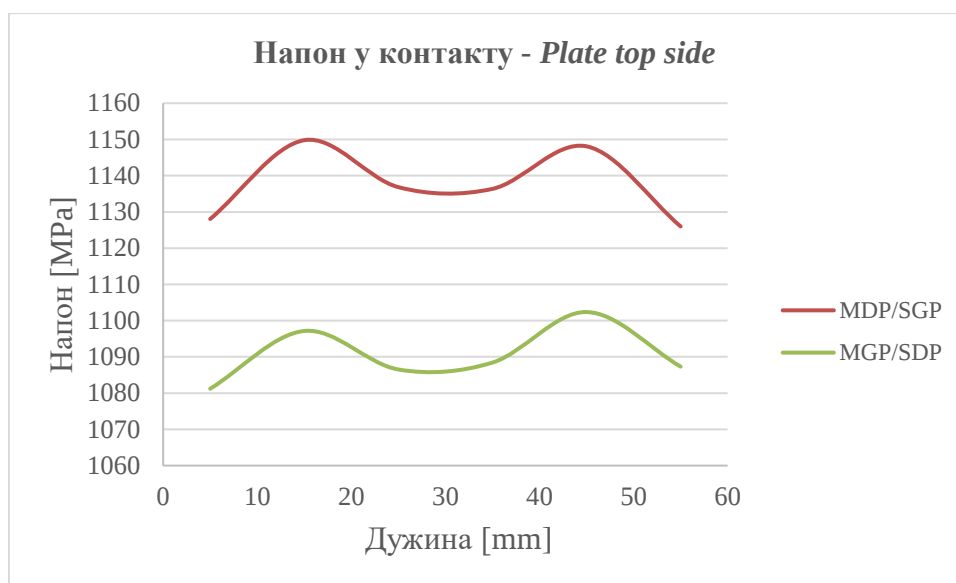
Варирањем *Initial Penetration 0* и *Initial Penetration 2* опцијама, вредности напона у контакту су веома приближне, док се са параметром *Initial Penetration 3* добијају драстично мање вредности (на дијаграму приказане као *EO1*, *EO2* и *EO3*) (слике 8.18 и 8.19).



Слика 8.20 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од IP

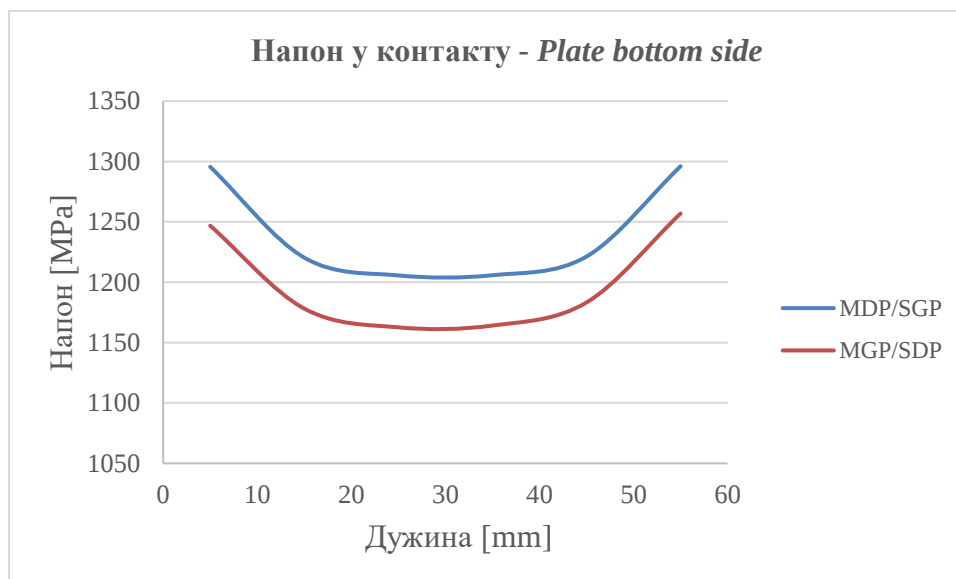
Ово правило важи и за контактни притисак с тим што је мања разлика у добијеним резултатима, као што се може видети са дијаграма на слици 8.20.

- Замена *master/slave* сегмента

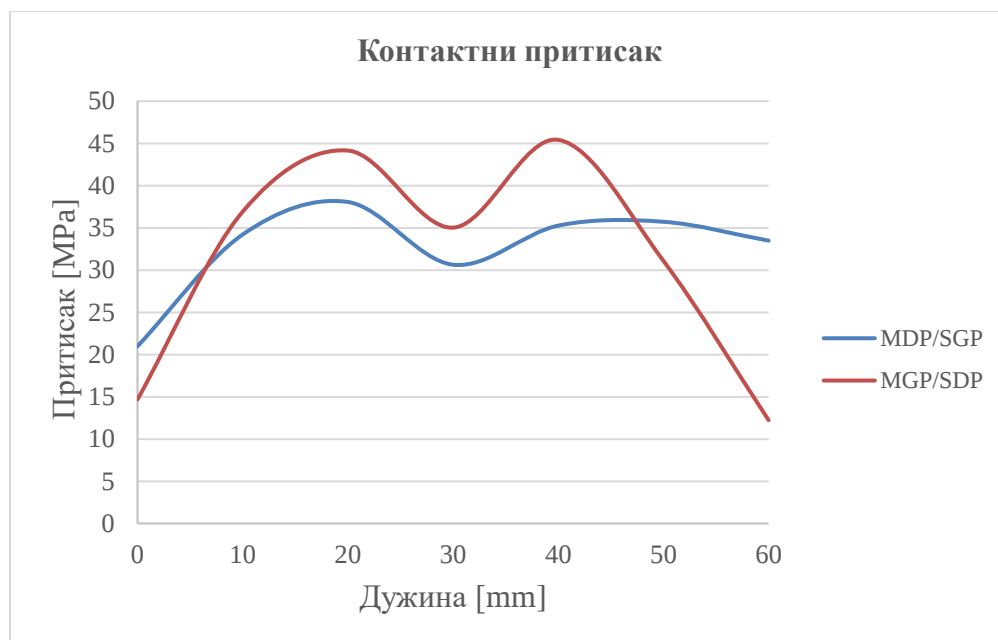


Слика 8.21 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од положаја *master/slave* сегмента, где су: MDP – *master* доњи полукруг, SGP – *slave* горњи полукруг, MGP – *master* горњи полукруг и SDP – *slave* доњи полукруг

Заменом положаја *master/slave* сегмента долази до смањења вредности напона у контакту и на *top* (слика 8.21) и на *bottom* страни љуске, с тим да и даље важи правило да је на *bottom* страни већа вредност напона (слика 8.22).



Слика 8.22 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од положаја *master/slave* сегмента, где су: MDP – *master* доњи полукруг, SGP – *slave* горњи полукруг, MGP – *master* горњи полукруг и SDP – *slave* доњи полукруг



Слика 8.23 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од положаја master/slave сегмента, где су: MDP – master доњи полукруг, SGP – slave горњи полукруг, MGP – master горњи полукруг и SDP – slave доњи полукруг

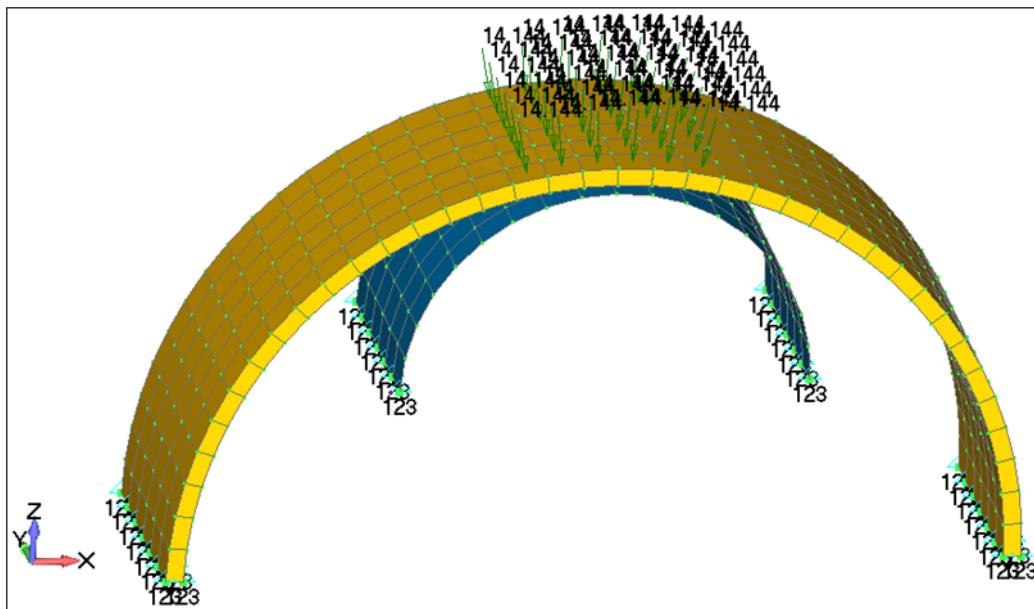
Вредности контактнoг притиска опадају да заменом положаја master/slave сегмента, с тим да је у овом случају то далеко мања разлика у резултатима (слика 8.23).

Код комбинације конвексне и конкавне површи – љуски, у контакту варирањем коефицијента трења, дистанце, *Shell Z-Offset* и *Penalty Factor Units* параметара не долази до промене вредности напона и притиска у контакту.

Треба напоменути да варирањем *Evaluation Order* параметра долази до врло малих промена у резултатима.

8.3 Приказ резултата за комбинацију љуске и солида у контакту

На слици 8.24 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту љуске и солида.



Слика 8.24 Модел за испитивање контакта између конвексне и конкавне површи – љуске и солида

- **Густина мреже** – величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.

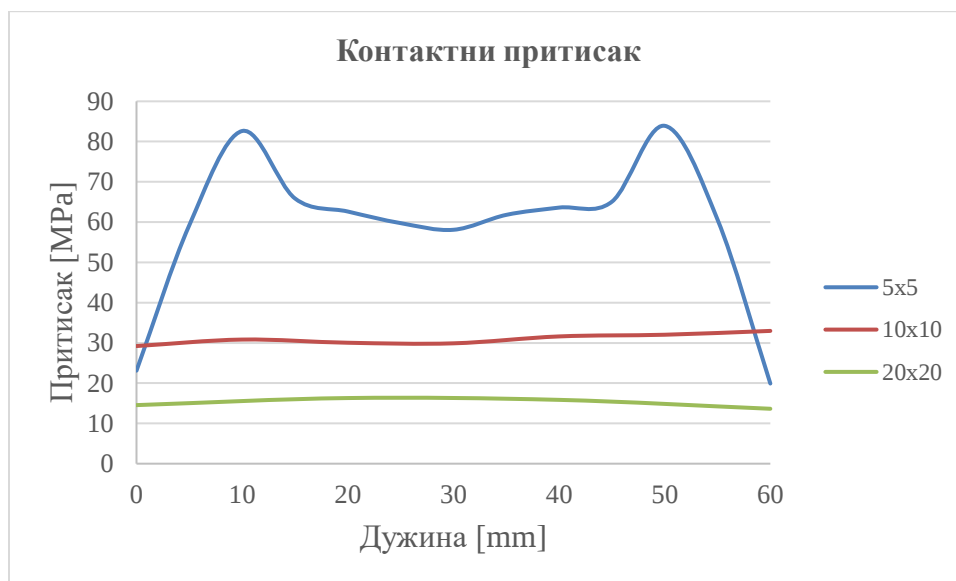


Слика 8.25 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

Као што се може видети са дијаграма на слици 8.25 са повећањем густине мреже повећава се и вредност напона у контакту и обрнуто. Ово важи и за *top* и за *bottom* страну љуске (слике 8.25 и 8.26).



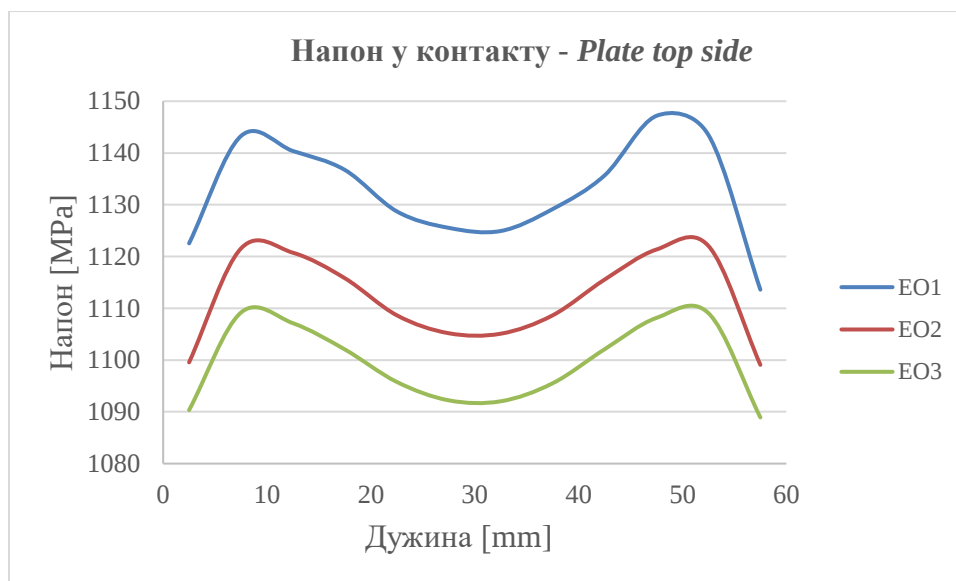
Слика 8.26 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже



Слика 8.27 Промена притиска у контактном региону у зависности од густине мреже

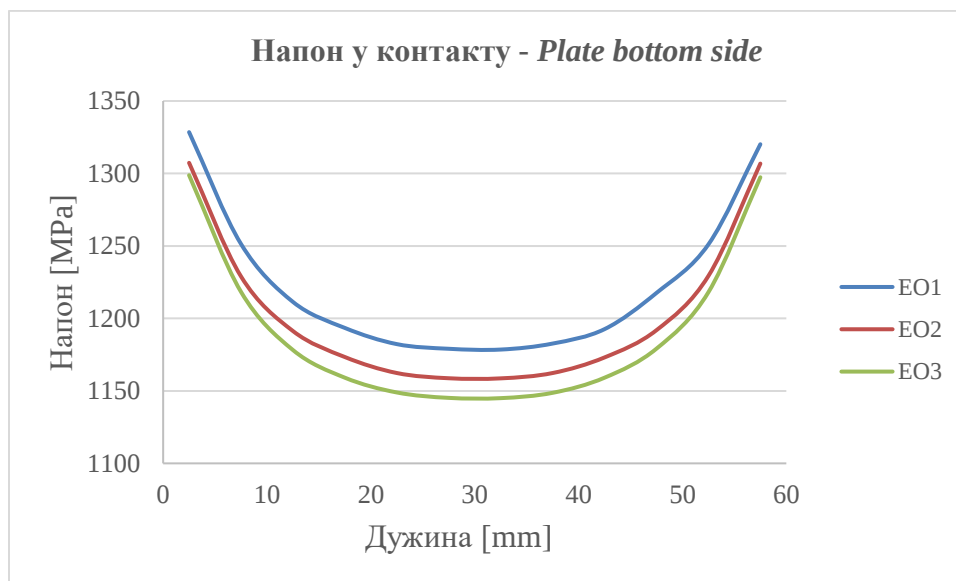
Исто правило важи и за контактни притисак. Такође, треба напоменути да су вредности контактних притисака са густинама мреже 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm, приближније у односу на вредност са густином мреже 5 mm x 5 mm, која је и драстично већа (слика 8.27).

- **Evaluation Order**

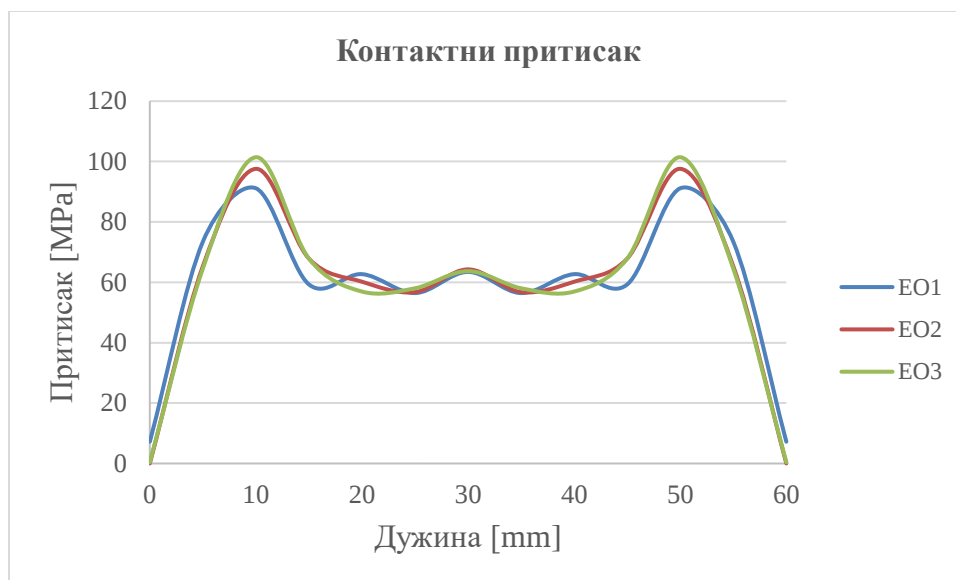


Слика 8.28 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО

Вредност напона у контакту је највећа када је укључена опција *Evaluation Order 1* а најмања са опцијом *Evaluation Order 3* (на дијаграму приказане као *EO1* и *EO3*) (слике 8.28 и 8.29). Ово правило важи и за *top* и за *bottom* страну. На *bottom* страни је већа вредност напона.



Слика 8.29 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од ЕО



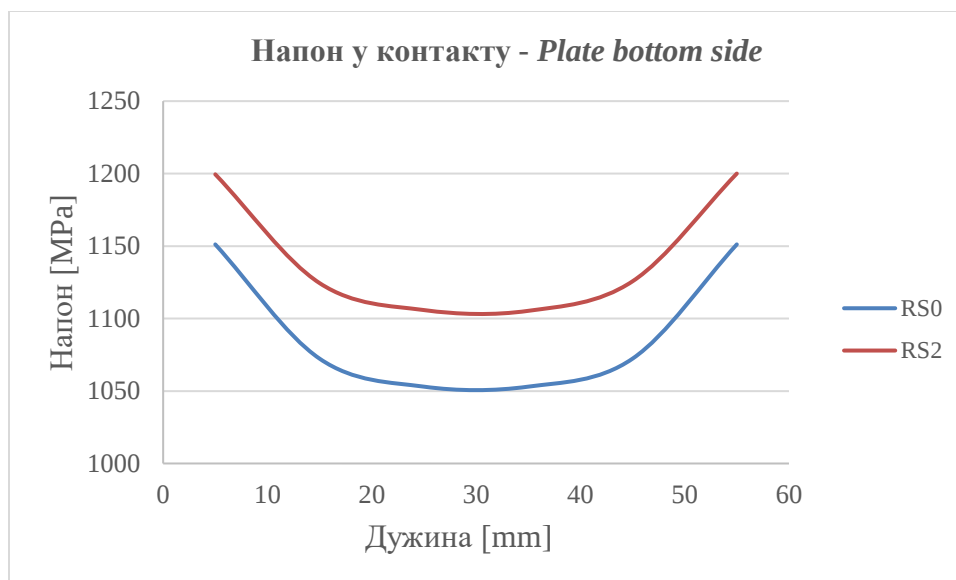
Слика 8.30 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од ЕО

Што се тиче контактнoг притиска, резултати су обрнути. Највећа вредност је када је укључена опција *Evaluation Order 3*, а најмања када је укључена опција *Evaluation Order 1* (на дијаграму представљене као *EO1* и *EO3*) (слика 8.30).

- **Refine Source**

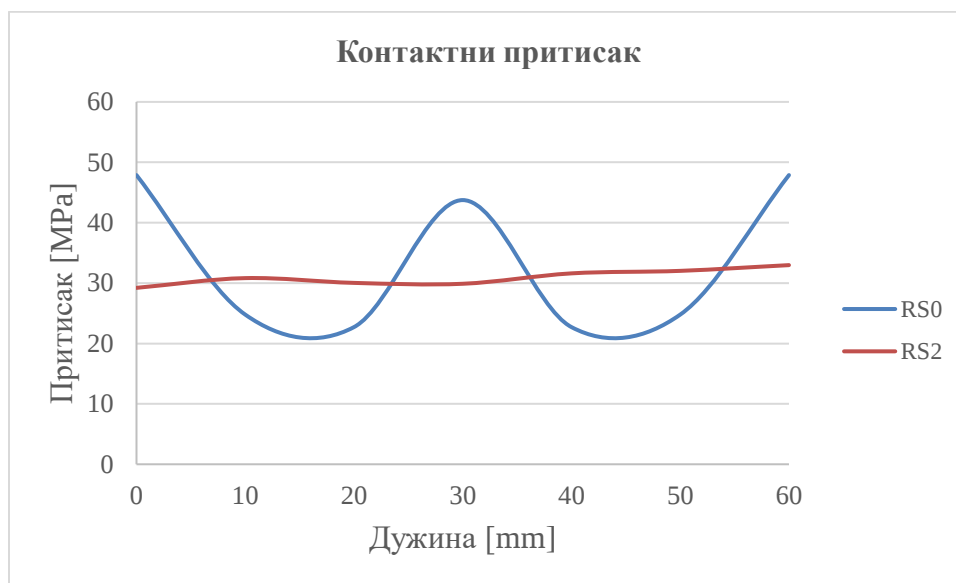


Слика 8.31 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS



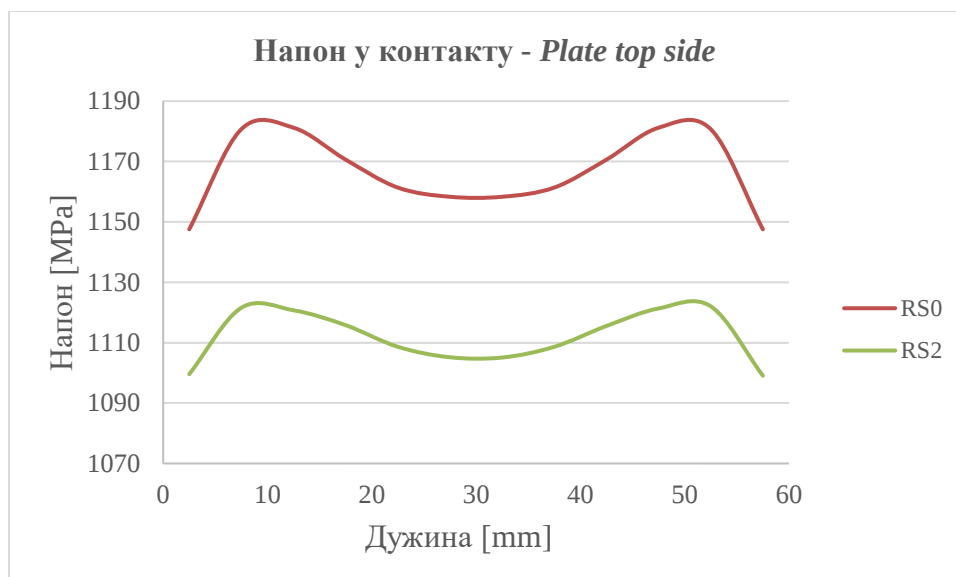
Слика 8.32 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

Када је густина мреже иста на *master* и *slave* сегменту, и када је мања густина мреже на *master* сегменту, онда су веће вредности напона у контакту на *top* и *bottom* страни љуске када је укључена опција *Refine Source 2* (на дијаграму приказана као RS2) (слике 8.31 и 8.32).



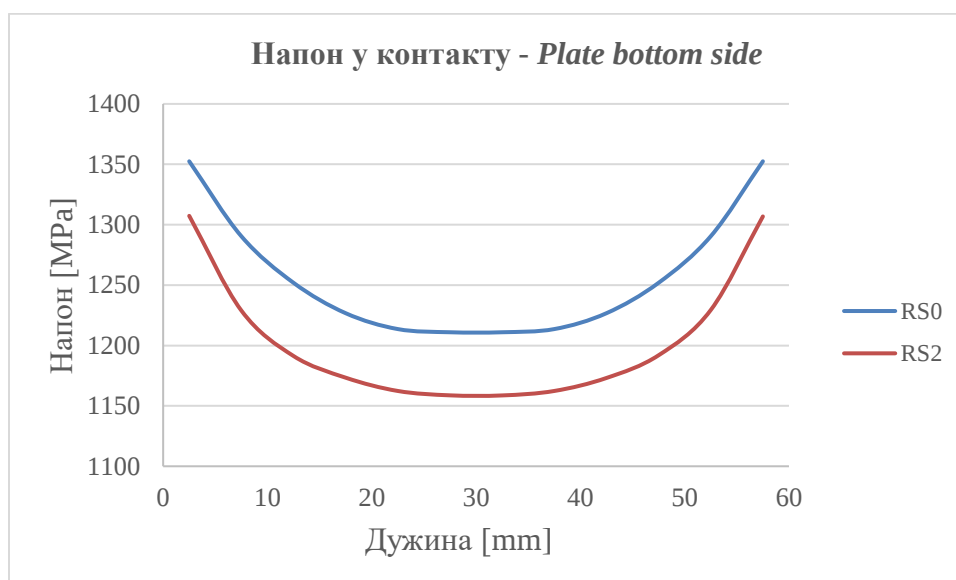
Слика 8.33 Густина мреже 10 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од RS

Када је густина мреже иста на *master* и *slave* сегменту, и када је мања густина мреже на *master* сегменту, веће вредности контактне притиска су када је укључена опција *Refine Source 0* (на дијаграму приказана као RS0) (слика 8.33).



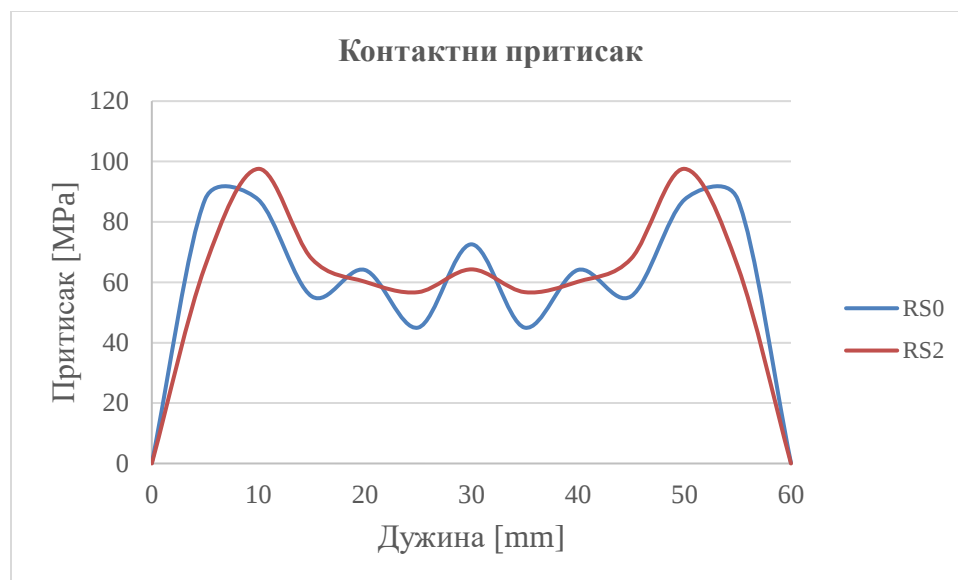
Слика 8.34 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

Када је густина мреже већа на *master* сегменту, онда су веће вредности напона у контакту на *top* и *bottom* страни љуске када је укључена опција *Refine Source 0* (на дијаграму приказана као RS0) (слике 8.34 и 8.35). Такође, већа вредност напона у контакту је на *bottom* страни љуске.



Слика 8.35 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од RS

Када је густина мреже већа на *master* сегменту, веће вредности контактнoг притиска су када је укључена опција *Refine Source 2* (на дијаграму приказана као RS2) (слика 8.36).

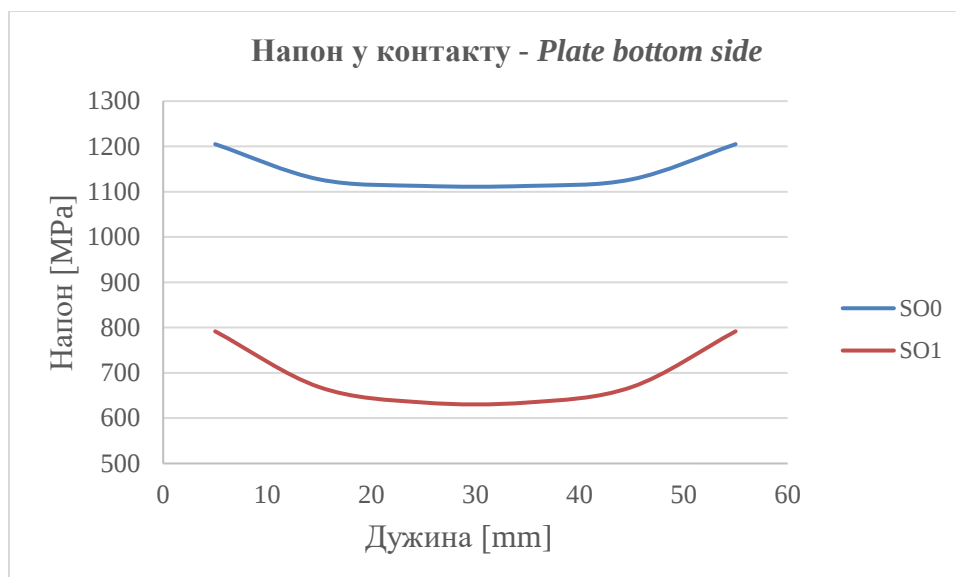


Слика 8.36 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од RS

- **Shell Offset**

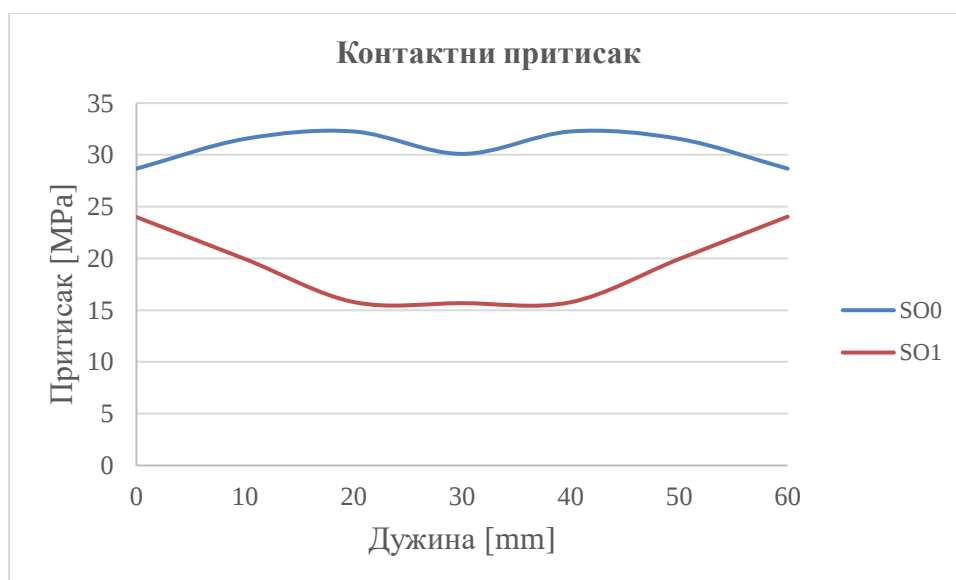


Слика 8.37 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од SO



Слика 8.38 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од SO

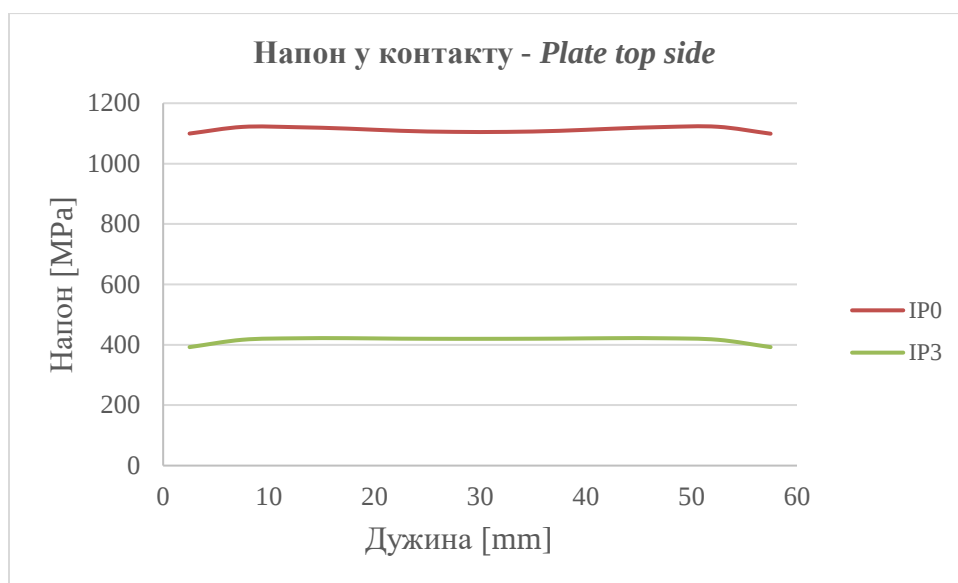
Вредности напона и притиска у контакту су драстично мање када је укључена опција *Shell Offset 1* (на дијаграму приказана као SO1). Максималне вредности напона на *top* и *bottom* страни љуске се такође, доста разликују (слике 8.37 и 8.38).



Слика 8.39 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од SO

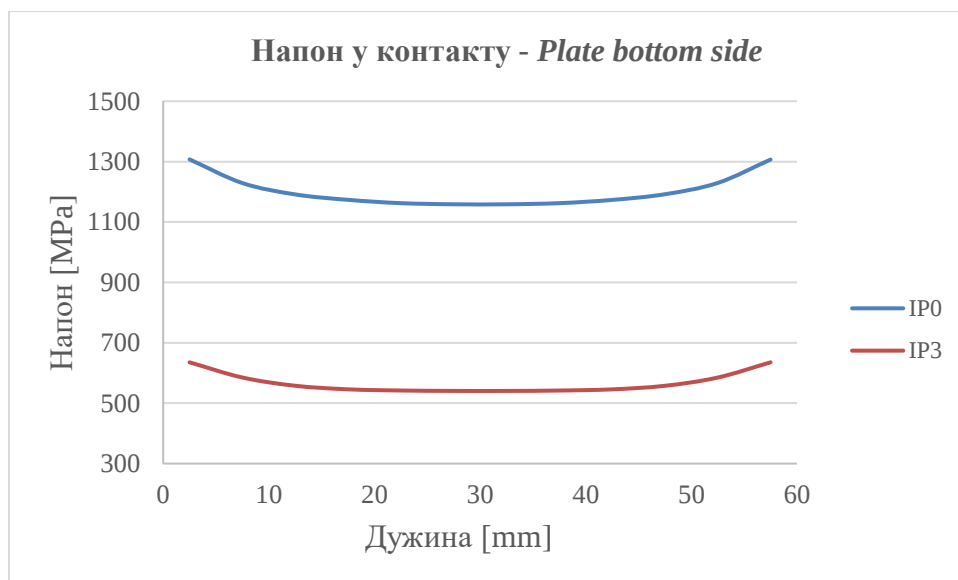
Са опцијом *Shell Offset 1* (на дијаграму приказана као SO1) вредност контактнoг притиска је мања (слика 8.39).

- **Initial Penetration**

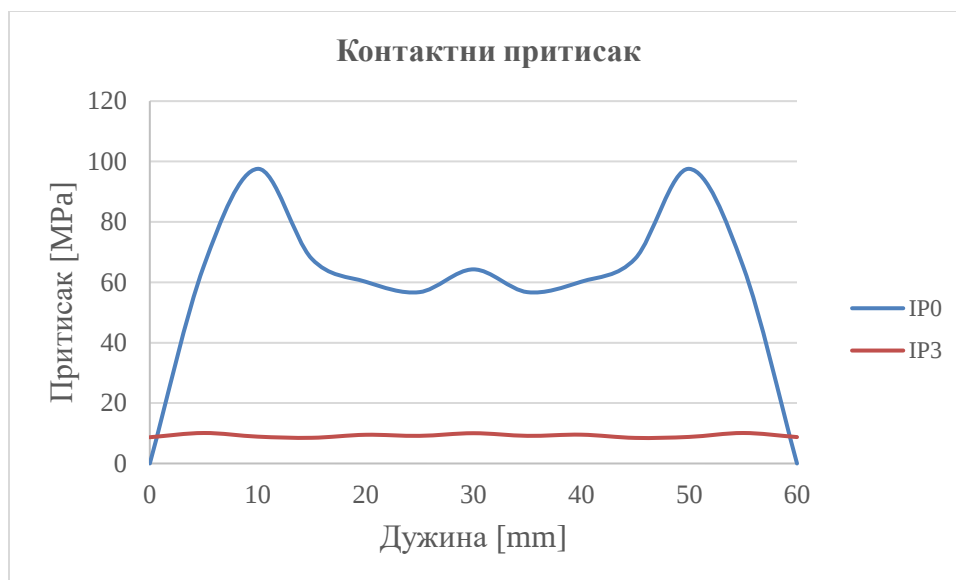


Слика 8.40 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од IP

За било коју густину мреже, вредности напона и притиска у контакту су увек веће када је укључена опција *Initial Penetration 0* (на дијаграму приказана као IP0) (слике 8.40, 8.41 и 8.42). Већа вредност напона је на *bottom* страни љуске.



Слика 8.41 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од IP

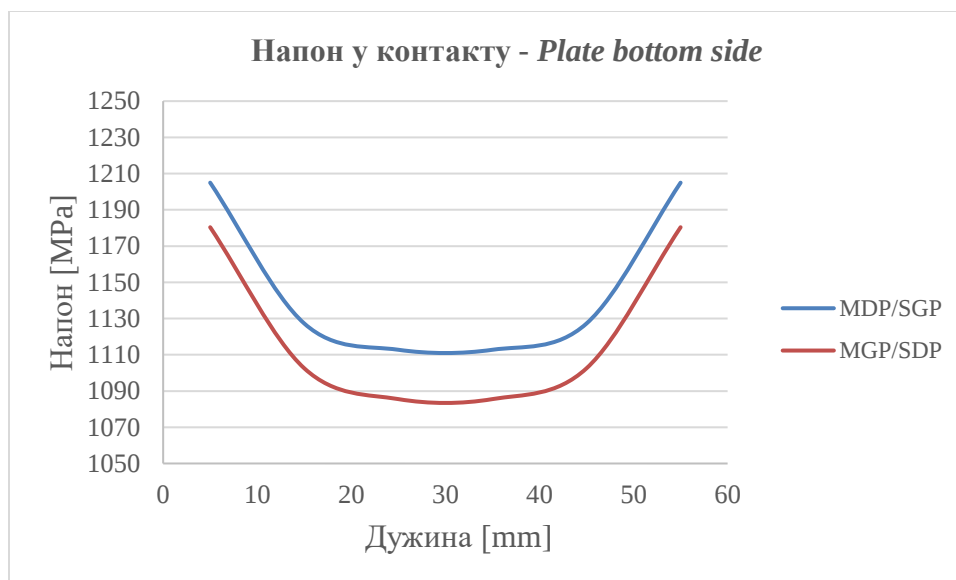


Слика 8.42 Густина мреже 5 mm x 10 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од IP

- Замена master/slave сегмента

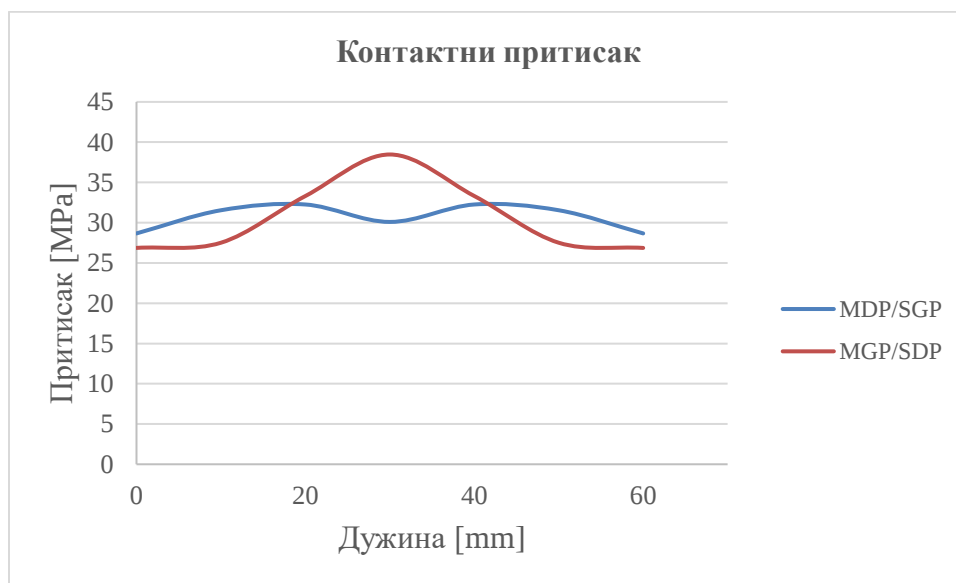


Слика 8.43 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од положаја master/slave сегмента, где су: MDP – master доњи полукруг, SGP – slave горњи полукруг, MGP – master горњи полукруг и SDP – slave доњи полукруг



Слика 8.44 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од положаја master/slave сегмента, где су: MDP – master доњи полукруг, SGP – slave горњи полукруг, MGP – master горњи полукруг и SDP – slave доњи полукруг

Када се замени позиција master/slave сегментима, вредности напона у контакту опадају и на top и на bottom страни љуске (слике 8.43 и 8.44). Ово правило важи за конкретан случај, и за било коју густину мреже.



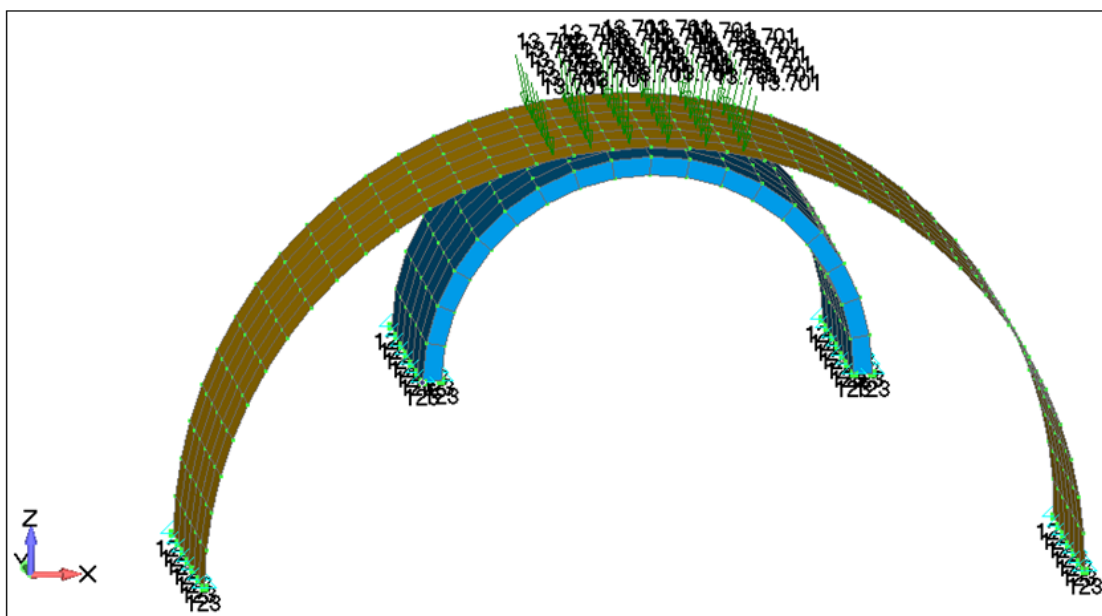
Слика 8.45 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од положаја master/slave сегмента, где су: MDP – master доњи полукруг, SGP – slave горњи полукруг, MGP – master горњи полукруг и SDP – slave доњи полукруг

Вредност контактог притиска, такође, опада са заменом позиција master/slave сегментима (слика 8.45).

Код комбинације конвексне и конкавне површи - љуске и солида, у контакту варирањем коефицијента трења, дистанце, *Shell Z-Offset* и *Penalty Factor Units* параметара не долази до промене вредности напона и притиска у контакту.

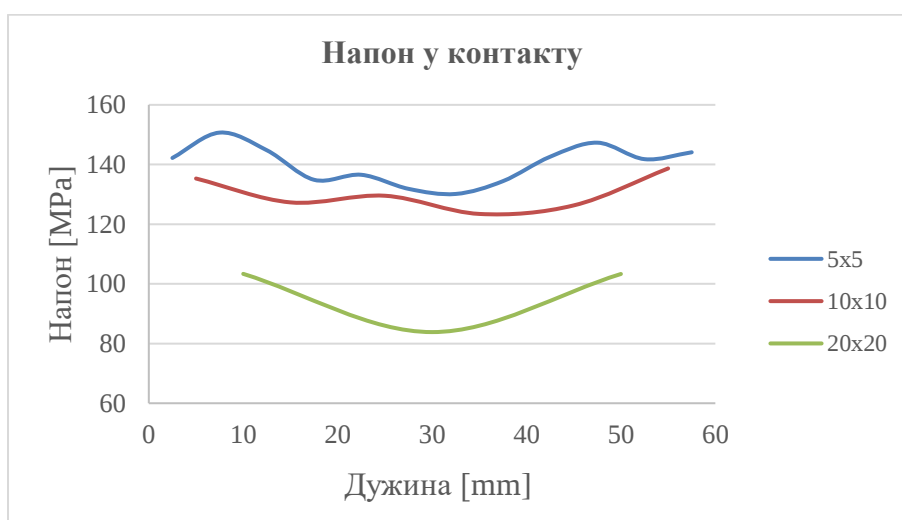
8.4 Приказ резултата за комбинацију солида и љуске у контакту

На слици 8.46 приказан је модел за испитивање напона и притиска у контакту солида и љуске.



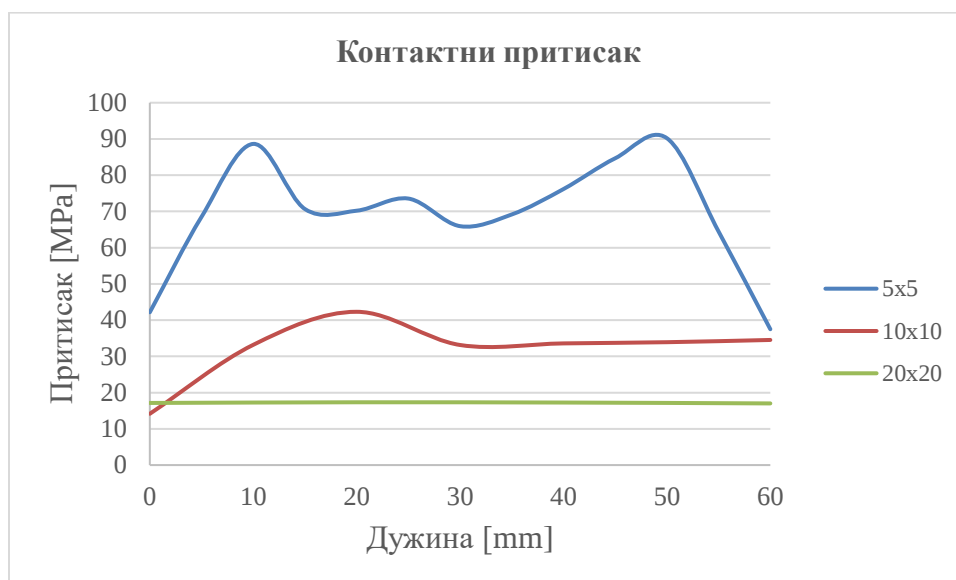
Слика 8.46 Модел за испитивање контакта између конвексне и конкавне површи - солиди

- **Густина мреже** – величина елемената је 5 mm x 5 mm, 10 mm x 10 mm и 20 mm x 20 mm.



Слика 8.47 Промена напона у контактном региону у зависности од густине мреже

Са повећањем густине мреже расту вредности и напона и притиска у контакту и обрнуто (слике 8.47 и 8.48).



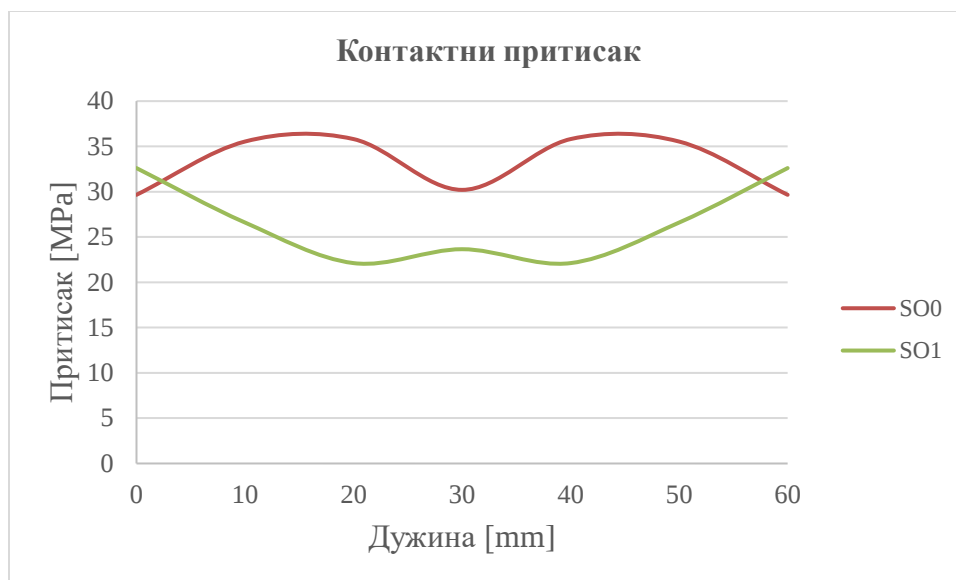
Слика 8.48 Промена притиска у контактном региону у зависности од густине мреже

- **Shell Offset**



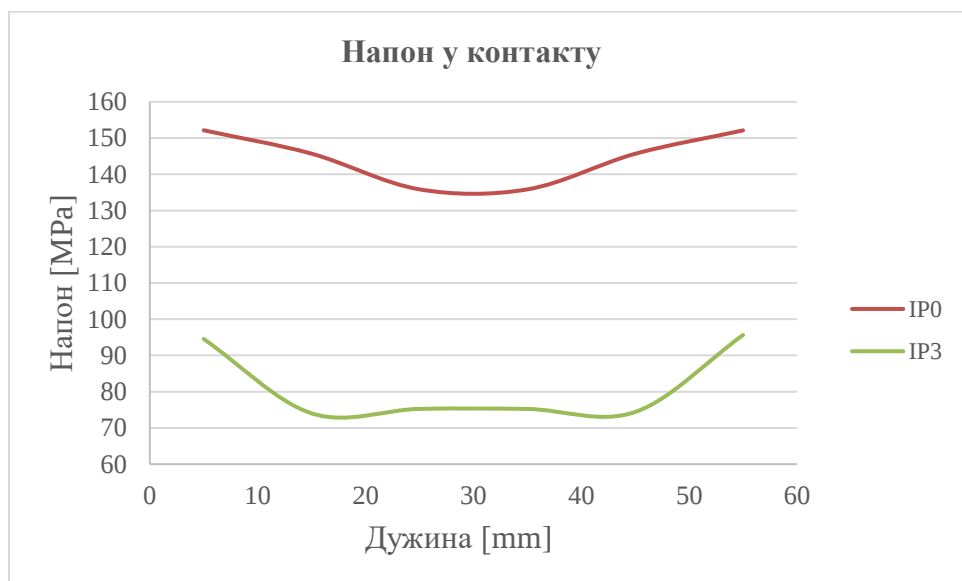
Слика 8.49 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од SO

Коришћењем функције *Shell Offset 1* (на дијаграму приказана као SO1), вредности напона и притиска у контакту драстично опадају, што се може и прочитати са дијаграма на сликама 8.49 и 8.50.



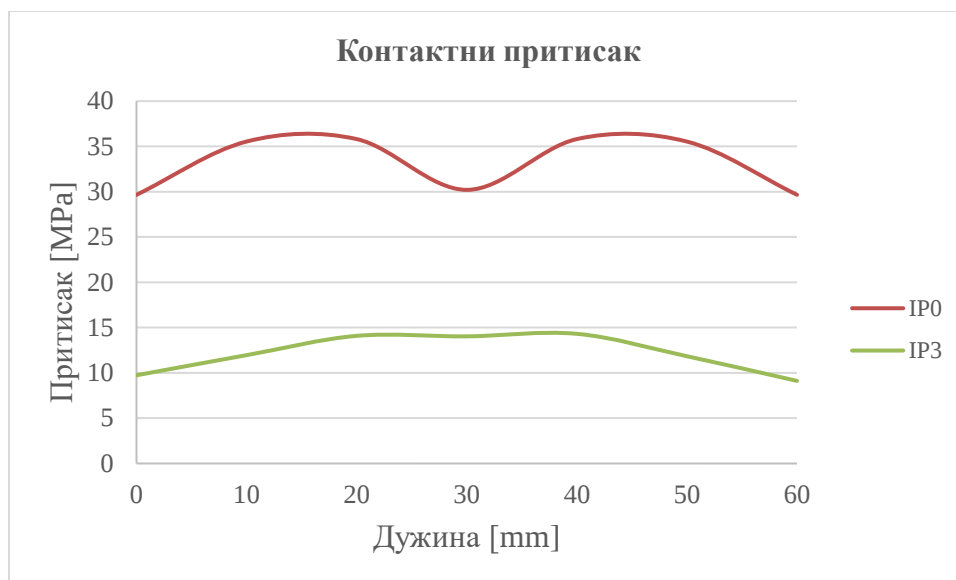
Слика 8.50 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од SO

- **Initial Penetration**



Слика 8.51 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена напона у контактном региону у зависности од IP

Када је укључена функција *Initial Penetration 3* (на дијаграму приказана као IP3), вредности напона и притиска у контакту опадају, за било коју густину мреже (слике 8.51 и 8.52).



Слика 8.52 Густина мреже 10 mm x 5 mm - Промена притиска у контактном региону у зависности од IP

Код комбинације конвексне и конкавне површи - солида и љуске, у контакту варирањем коефицијента трења, дистанце, *Shell Z-Offset* и *Penalty Factor Units* параметара не долази до промене вредности напона и притиска у контакту.

Треба напоменути да варирањем положаја *master/slave* сегмента, *Refine Source* и *Evaluation Order* параметара долази до врло малих промена у резултатима.

Такође, код овог модела мора се користити опција *Initial Penetration 3* да би се могла извршити анализа, када је густина мреже 20 mm x 20 mm.

9. ЗАКЉУЧАК

Препоруке за добијање што тачнијих резултата приликом решавања контактних проблема:

- Оптимални резултати анализе добијају се ако је густина мреже једнака на *master* и *slave* сегменту. Уколико ово није могуће постићи, онда се поузданији резултати добијају уколико је већа густина мреже на *slave (source)* сегменту. То је зато што се веза између контактних региона успоставља од *slave (source)* сегмента ка *master (target)* сегменту. Управо, из овог разлога ствара се већа резолуција контакта, односно контакт је боље дефинисан.
- Када се креирају контактни региони љускама, мора се водити рачуна о *front* и *back* страни љуске. У овом софтверу то је лако постићи сенчењем позадине, односно користећи опцију *backface shading*, или приказом само предње стране површине. Ово друго се постиже преко *View Options*, а затим одабиром *Tools and View Style / Fill, Backfaces and Hidden / Skip Solid and -Plate / Free Faces + All Others*. Када је дефинисан регион на љусци, може се одабрати или позитивна или негативна страна за дефинисање контактне стране у региону. Али, региони одабрани на љусци морају бити или позитивни или негативни. Интересантно је напоменути да се у напредном нелинеарном контакту може формирати обострани контакт.
- Никако не спајати (*merge*) чворове у контактном интерфејсу. Најбоље је дефинисати конекторе пре спајања (*merge*), јер софтвер по *default*-у неће спајати чворове у конекторима дефинисаном региону.
- Решавање контактних проблема изискује више времена приликом анализе, највећи проблем је код оних сегмената у контакту где долази до прекида у континуитету. Време потребно за анализу проблема ће се драстично увећати уколико има на стотине или хиљаде контактних парова. Случај који захтева мање времена за анализу проблема је онај када је дефинисан велики број контактних парова, али када нису сви активни.

Најбитније је напоменути да се поузданији резултати приликом анализе контактних проблема добијају када су контактни региони дефинисани солидима. За приближно тачне резултате са љускама у контакту треба користити мрежу коначних елемената мање густине и варирати параметре *Shell Offset* и *Initial Penetration*. Уколико и ове промене не донесу поуздане резултате приликом анализе контактних проблема, проблем треба решавати методом Лагранжових множиоца.

10. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Секуловић М. 1984. *Метод коначних елемената*, Грађевинска књига, Београд
- [2] Којић М., Славковић Р., Живковић М., Грујовић Н., 2010. *Метод коначних елемената I*, Машински факултет, Крагујевац
- [3] Вуловић С. 2008. *Нумеричке методе решавања контактних проблема пеналти методом – докторска дисертација*, Машински факултет, Крагујевац
- [4] Грујовић Н. 2005. *Нумеричко решавање контактних проблема*, Машински факултет, Крагујевац
- [5] Femap, *Finite Element Modeling and PostProcessing Application FEMAP v12*, Siemens, 2019.
- [6] Konyukhov A. 2011. *Geometrically exact theory for contact interactions*, Karlsruhe Institute of Technology, Karlsruhe, Baden-Württemberg, Germany
- [7] Wriggers P. 2006. *Computational contact mechanics*, Institute of Mechanics and Computational Mechanics, University of Hannover, Hannover, Germany
- [8] Yastrebov V.A., Breitkopf P. 2013. *Numerical Methods in Contact Mechanics*, Centre des Matériaux, MINES ParisTech, Evry, France
- [9] Tsuta T., Yamaji S. 1973. *Finite element analysis of contact problem*, Theory and Practice in Finite Element Structural Analysis, University of Tokyo Press, Japan
- [10] Okamoto N., Nakazawa M. 1979. *Finite element incremental contact analysis with various frictional conditions*, International Journal for Numerical Methods in Engineering