

Садржај

1. Увод	1
1.1 Подела носача.....	3
1.2. Пуни лимени носачи	4
1.3 Пуни лимени носачи	8
2. Прорачун закованих веза	11
2.1 Опште о закивцима.....	11
2.2 Облици и димензије закивака	11
2.3 Обележавање закивака	13
2.4 Рад заковане везе	14
2.5 Прорачун носивости закивака	16
2.5.1 Носивост закивака у смичућим спојевима	18
2.5.1.2 Носивост закивка на притисак по омотачу рупе	20
2.5.2 Носивост закивка на затезање	21
3. Димензионисање пуних лимених носача	23
3.1 Димензионисање вертикалног лима (ребра)	23
3.2. Димензионисање појасних угаоника.....	30
3.3 Димезинисање појасних ламела	30
4. Прорачун стабилности вертикалног лима против избочавања	36
5. Сигурност носача против бочног извијања.....	48
5.1 Бочно извијање носача у границама еластичности	49
5.2 Бочно извијање носача изложеног чистом савијању	51
6. Пример прорачуна и конструисања закованог лименог носача	56
7. Закључак	70

1. Увод

Носачи су елементи конструкције чија је основна улога преношење задатог оптерећења на одређеном растојању. Изложени су претежно деформацији савијања које може бити последица: чистог правог савијања, савијање силама, косог савијања, косог савијања силама и ексцентричног затезања или притиска. Треба напоменути да у носаче не спадају елементи код којих се јављају ексцентрично затезање или притисак у зони малих ексцентрицитета зато што је код њих доминантан утицај аксијалних сила.

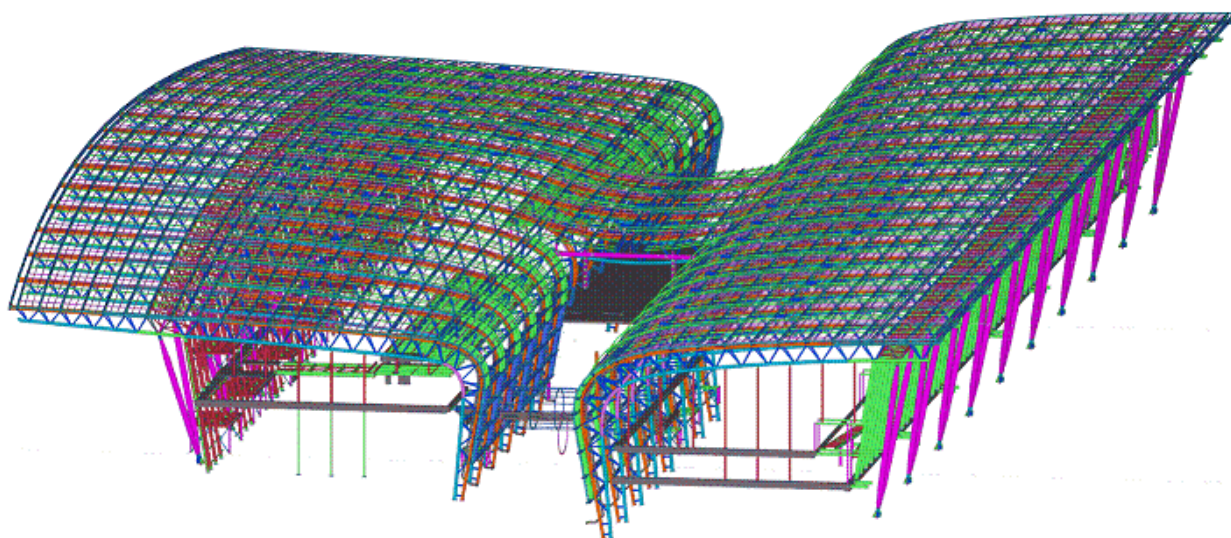
Примена носача се не може увек приметити јер понекад сама конструкција скрива елементе који чине један носач. Пример су мостови (слика 1.1 и слика 1.2), али, насупрот томе, другачији тип носача може бити јако упечатљив као кровна конструкција (слика 1.3 и слика 1.4).



*Слика 1.1 – Пример решеткастих и лимених носача
(фабричка хала са мостном дизалицом)*



Слика 1.2 - Примена носача (доња страна моста – Савски мост)



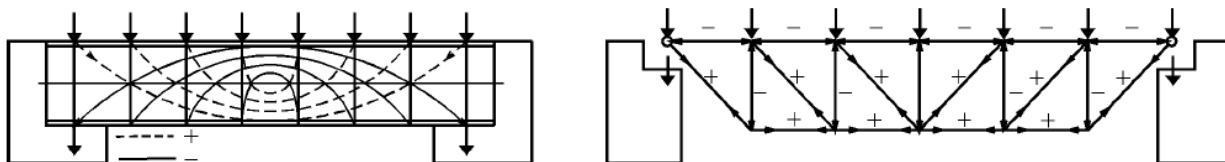
Слика 1.3 – Пример решеткастог носача (моделирана кровна конструкција)



Слика 1.4 – Пример решеткастог носача (кровна конструкција)

1.1 Подела носача

Носаче можемо поделити у две групе и то: пуне и решеткасте (слика 1.5). Иако им је функција иста, разлика је очигледна. Пуни носачи имају појасеве који су спојени пуним зидом (ребром), док се код решеткастих носача повезивање горњег и доњег појаса остварује помоћу штапова испуна. Разлике постоје како по конструкционм обликовању тако и по начину напрезања. Док се пријем момента савијања и код пуних и код решеткастих носача остварује принципски, на сличан начин, помоћу појасних ламела односно штапова, постоје битне разлике у преношењу трансферзалне (смичуће) силе. Код пуних носача трансферзалне силе се преносе преко ребра изазивајући смичуће напоне. Код решеткастих носача пренос смичућих сила остварује се преко аксијално напрегнутих штапова испуне.[3,5]



Слика 1.5 - Напрезање пуних и решеткастих носача

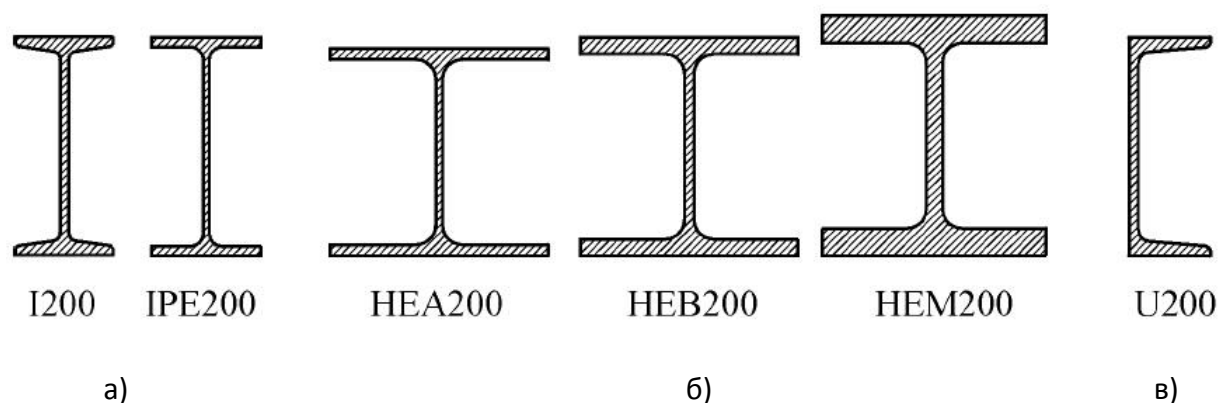
Уопштено решеткасти носачи су лакши и до 20 % у односу на пуне носаче али цена израде је скупља. Јефтинија је и заштита пуних носача јер имају мањи обим по јединици дужине. Погодно је и то што пуну носачу имају извесну резерву носивости која је последица пластификације попречног пресека што доводи до благог повећања степена сигурности. За избор једног од два типа носача пресудан фактор је распон који треба да се савлада. У опсегу од 20 до 30 метара погодан је и један и други тип носача али сваки распон преко 30 метара свакако су економичнији решеткасти носачи.

Примена у оба случаја је јако велика што се може и приметити при градњи великих стадиона, хала, мостова и др. Суштина је задовољити носивост са утрошком што мање материјала где су решеткасти носачи доминантни. Међутим, сама ситуација и тернутне околности као и предности, односно мане ових носача биће пресудне за употребу одређеног типа носача.

1.2. Пуну лимени носачи

У зградарству, где су распони релативно мали а оптерећења мирна и умерена, најчешће се примењују ваљани (стандардни) профили. Предност им се огледа у томе што нема потребе за сувишним радионичким захватима. Самим тим је и монтажа бржа и јефтинија. Ваљани профили могу бити и економичнији али их у томе спречава технологија ваљања. Технологија производње односно ваљања прописује минималну дебљину вертикалног лима (ребра) ваљаног профила. Са становишта економичности мања дебљина ребра, а самим тим и тежина носача, требало би да буде битна. Дебљина ребра веома мало утиче на отпорни момент, самим тим смањење дебљине ребра значајно би смањило тежину носача а да при тома не умањи носивост. Из каталога стандарних

ваљаних профила најчешће се користе I-профили са широким или уским стопицама и ређе U-профили (слика 1.6).[3]

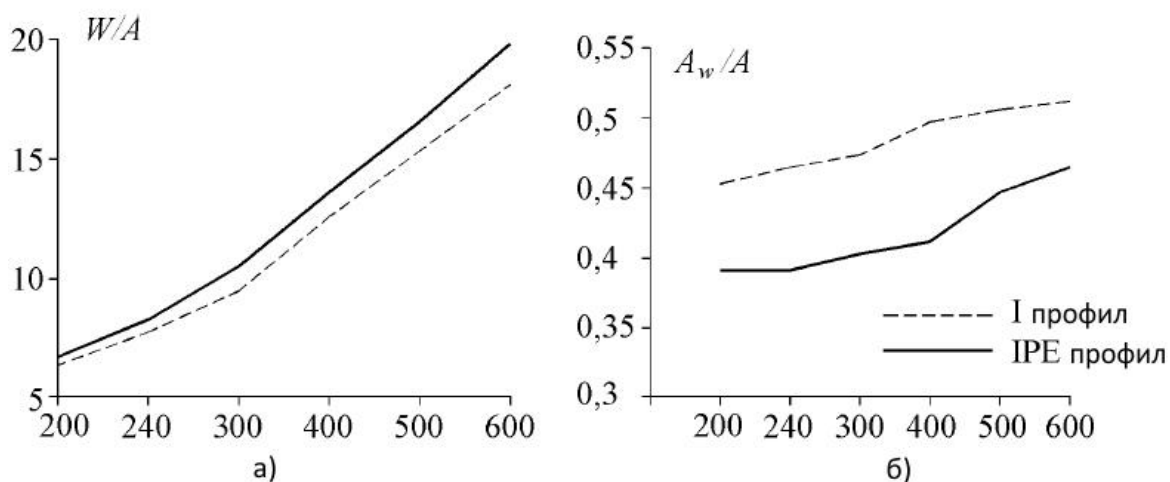


Слика 1.6 - Ваљани профили у улози носача: а) I-профил са уским стопицама (I и IPE); б) I-профил са широким стопицама (HEA, HEB и HEM); в) U-профил

I-профил са уским ножицама се користи када није изложен превеликом савијању око слабије осе инерције, односно ако је изложен само савијању око јаче осе инерције. У односу на остале профиле предност I-профила се огледа у мањој тежини али недостатак је у отпорности на савијање око слабије осе инерције. У том случају се користе I-профили са широким стопицама (HEA, HEB и HEM). Користећи ове профиле у конструкцији повећава се тежина али смањује висина конструкције. Избор профила, на крају, зависи од околности као и економске ситуације. Профили са ужим стопицама имају већу носивост од профила са уским па се примењују и у случајевима када распон и оптерећење носача диктирају носивост већу од оне коју поседују профили са ужим стопицама. Такође, због њихове мање висине се у зградарству могу постићи поприличне уштеде на фасади.

Нормалан I-профил последњих пет деценија има велику примену. Данас је ваљани I-профила потпуно заменио IPE-профил. Предности IPE-профила, на основу којих је потпуно потиснуо класичан I-профил су следеће:

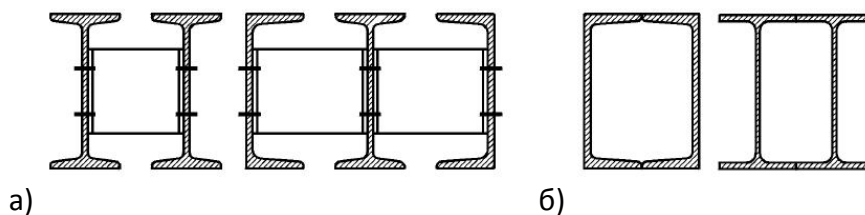
- паралелне стране ножица не захтевају косе подложне плочице, а подвезице се могу поставити са обе стране,
- однос отпорног момента и површине (W_y/A) који осликава рационалност попречног пресека, већи је него код класичног I-профила (слика 1.7а),
- ножице су шире, па је повећана носивост око слабије осе, а с тим и стабилност на бочно торзиони звијање,
- дебљина ребра је мања него код класичног I-профила (слика 1.7б).



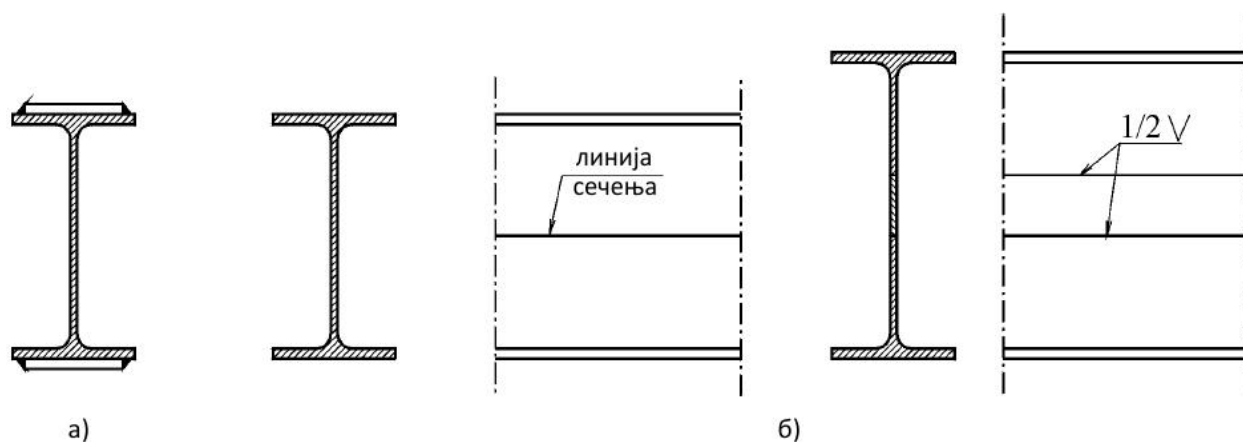
Слика 1.7 - Поређење карактеристика I и IPE-профила

Како стандардне серије ваљаних профила и њихове геометријске карактеристике не могу да задовоље све ситуације у погледу оптерећења и распона, зато се прибегава решавању пробле на два начина:

- усвајање два или више међусобно спојена профила (слика 1.8) и
- ојачање постојећег ваљаног профила (слика 1.9).



Слика 1.8 - Пуни носачи састављени од два или више ваљаних профила



Слика 1.9 - Повећање носивости ваљаних профила: а) додавање појасних ламела;
б) расецањем ребра и уметањем завареног вертикалног лима

У случајевим санације или мале грађевинске висине логично је користи носач сачињен од два или више ваљана профила. Растојање између повезаних профила је од 0,8 до 1,5 m. Веза може бити остварена закивцима или завртњевима (слика 1.8а) или заваривањем (слика 1.8б).

Носивост ваљаних профила може се повећати на два начина:

- додавањем појасних ламела (слика 1.9а),
- подужним расецањем ребра и његовим спајањем заваривањем са уметнутим вертикалним лимом који може бити мање или исте дебљине (слика 1.9б)

Сваки од два наведена начина има предности и мане. Уметање вертикалног лима олакшава конструкцију јер је вертикални лим лакши од две појасне ламеле и знатно повећава носивост. Појасне ламеле имају додатну отпорност на бочно-торзионо извијање и захтевају мањи рад. Појасне ламеле се могу постављати како и са спољашње тако и са унутрашње стране.

У правилан избор конструкције, и рационално коришћење материјала и финансијских средстава, носивост ваљаних профила може се повећати и за 80%. Када су у питању веће носивости, непобитна је употреба пуних лимених носача јер су и највећи ваљани профили ограничени одређеним димензијама самим тим и носивост је ограничена а понекад и ојачавање таквих профила није довољно за савладавање задате носивости.

1.3 Пуни лимени носачи

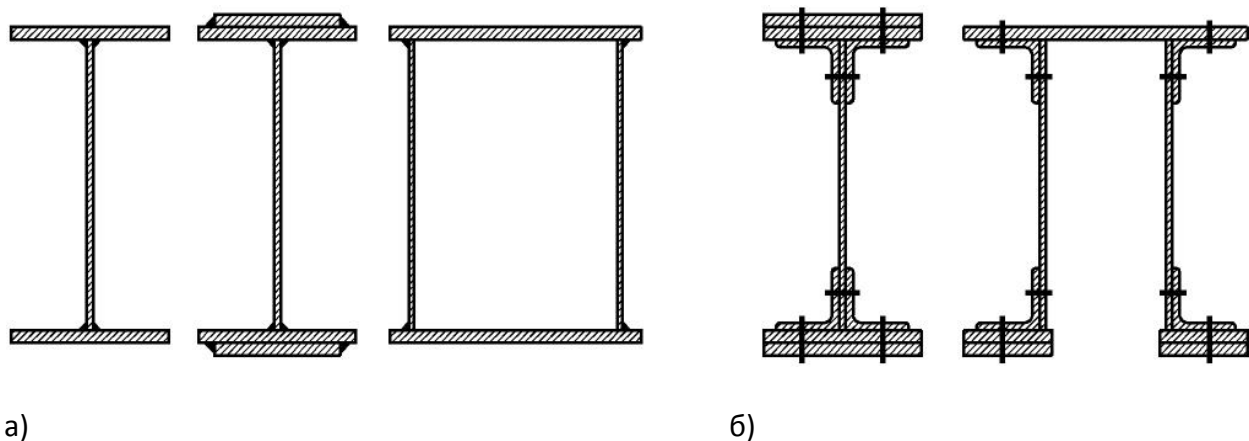
У реалним ситуацијама и проблемима, ради савладавања великих распона и оптерећења, рационалније је примена пуних лимених носача. У односу на ваљане профиле поседују низ предности:

- слобода у избору облика и димензија попречног пресека,
- савлађивање великих распона и оптерећења,
- могућност израде носача променљиве висине,
- могућност покривања дијаграма момента,
- могућност оптимизације попречног пресека,
- мања тежина итд.[3]

У погледу економичности, пуни лимени носачи имају већу јединичну цену од ваљаних профила што је последица више операција за израду лименог носача у односу на релативно једноставну производњу ваљаног профила.

Примена је јако велика јер уз релативно мали утрошак материјала дају једнствено решење. Најчешће се користе у зградарству, фабричким халама, а посебно у мостоградњи.

Облици лимених носача могу бити најразличитији докле год је рационално искоришћен материјал, али у највећем броју случајева користи се свега пар конструкција (слика 1.10).



Слика 1.10 - Попречни пресеци пуних лимених носача: а) заварен носач;
б) закована носач

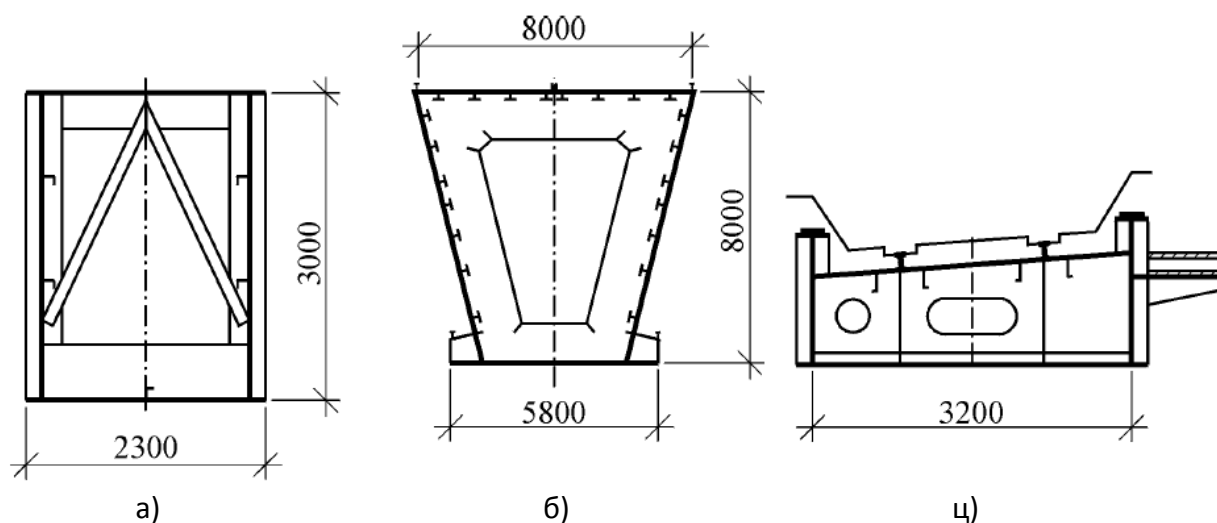
Са аспекта израде, код завареног носача ламеле се директно заварују за ребро, а код закованих, веза се остварује помоћу појасних угаоника и закивака. Појасни угаоници, поред улоге повезивања елемената, доприносе повећању попречног пресека па је јако битно, у прорачуну, узети у обзир и њихове геометријске карактеристике то јест одредити геометријске карактеристике сложенијег попречног пресека. Заварени носачи, у односу на заковане, имају одређене предности:

- лакше одржавање,
- јефтинија антикорозиона средства,
- мања јединична цена,
- брза и једноставна израда,
- лакше настављање и бржа монтажа,
- мања тежина итд.

Како је заваривање последњих деценија узело маха услед технолошког напретка насупрот закивцима који су јако дуго у употреби, заварени лимени носачи су у потпуности потиснули заковане лимене носаче.

У зависности од ситуације, понекад је неопходно користити двозидне или сандучасте носаче и то тада када се на други начин не може обезбедити бочно ослањање носача. Најчешће се примењују када је ограничена висина, када на носач делује значајно бочно савијање и у случају великих распона. Полазећи од претпоставке да кружни профил најбоље преноси увијање, по тој аналогiji сандучасти профили имају велику торзиону крутост самим тим и бочно-торзионо извијање је веће тј. дозвољено савијање око слабије осе инерције је повећано.

Сандучасти профили морају имати попречна укрућења. У супротном, попречни пресек би изгубио свој облик услед торзионе деформације. Постоји више видова попречних укрућења. Могу да се изведу у облику спрега (слика 1.11а), оквира (слика 1.11б) или пуног зида (слика 1.11ц). Понекад димензије носача омогућавају проходност унутар самог носача па је неопходно предвидети отворе у попречним укрућењима како би омогућили пролаз особља за одржавање. У случају да проходност унутар носача није неопходна, непроходне "коморе" се херметички затварају па самим тим антикорозиона заштита унутар "комора" није потребна.

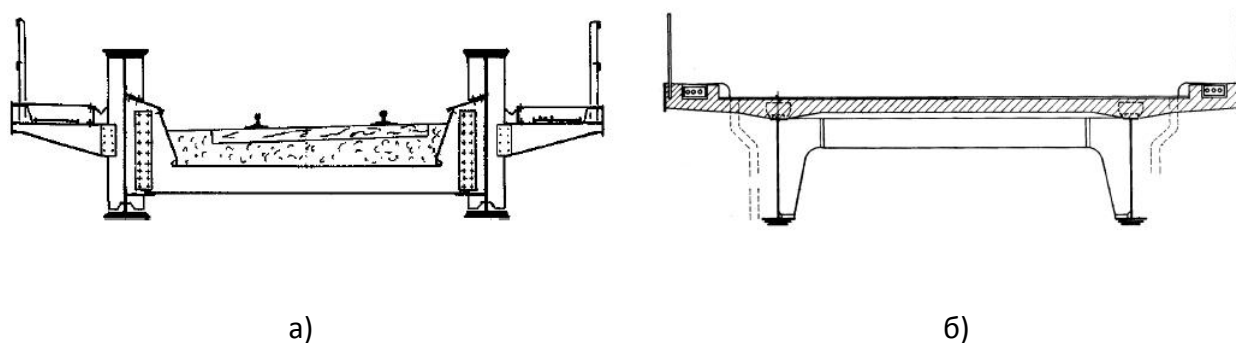


Слика 1.11 - Израда попречних укрућења код сандучастих носача:

- а) главни носач хале – спрег као укрућење; б) портални кран – рамовско укрућење;
 ц) железнички мост – укрућење у виду дијафрагме

Поред спречавања торзионих деформација, бочна укрућења имају улогу у спречавању избочавања ребра док на ослонцима врше правилан унос силе.

Како је претходно поменуто, у мостоградњи се најчешће примењују пуни лимени носачи јер су најпогодније за савладавање великог оптерећења на распону који мостови захтевају. Садашњи мостови имају разноврсне попречне пресеке који пре свега зависе од распона моста, статичког система, ширине, врсте коловоза, аеродинамике и потребне торзионе крутости (слика 1.12).



Слика 1.12 - Попречни пресеци пуних лимених носача у мостоградњи:
 а) железнички б) друмски

2. Прорачун закованих веза

2.1 Опште о закивцима

Закивци се користе од тридесетих година деветнаестог века па све до данас. Показали су се као ефикасно и поуздано спојно средство. Како при статичком напрезењу закивци се добро понашају и при динамичком напрезању јер закивци врше равномеран пренос силе дуж везе. Рупе у вези су добро испуњене материјалом закивка што има за последицу мало проклизавање и малу деформабилност. Данас се закивци користе само за реконструисање и ојачање постојећих конструкција која је изведена закованим спојем и ређе за конструкције које су динамички напрегнуте. Закивке је у великој мери потиснуло заваривање које је последњих деценија имало значајан технолошки напредак. Заваривање има предност због једноставне и брзе израде наставка и због олакшања које може бити и 30%. [3,5]

2.2 Облици и димензије закивака

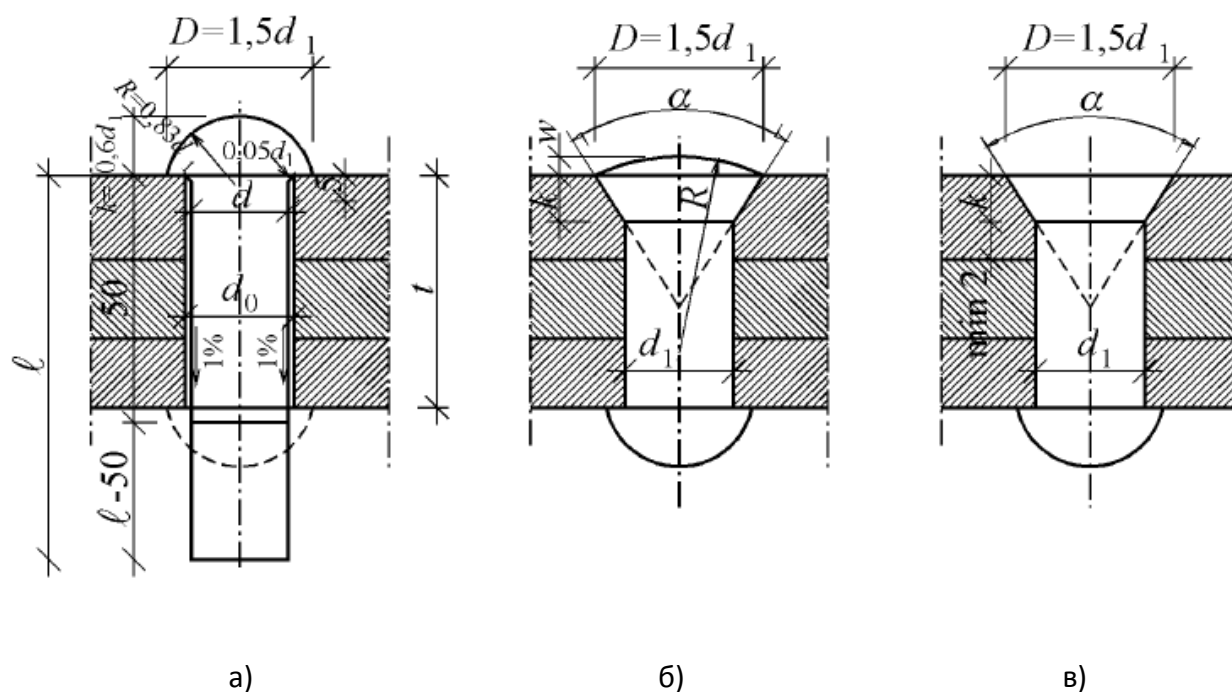
Закивак се састоји од цилиндричног тела (врата закивка) и главе закивка. У зависности од облика главе, разликују се:

- Закивци са полукружном главом (слика 2.1а)
- Закивци са полуупуштеном главом (слика 2.1б)
- Закивци са упуштеном главом (слика 2.1в). [3,5]

У табели 2.1 дати су основни геометријски подаци за закиваке са полукружном главом, који су приказани на слици 2.1а. Најмањи пречник рупе закивка за челичне конструкције у зградарству је 13 mm, а у мостоградњи 17 mm.

Табела 2.1 - Димензије закивака са полукружном главом

Пречник закивка d	mm	12	14	16	18	20	22	24	27	30	33
Пречник рупе d_0	mm	13	15	19	19	20	23	25	28	31	34
D	mm	19	22	25	28	32	36	40	43	48	53
K	mm	7,5	9	10	11,5	13	14	16	17	19	21
R	mm	9,5	11	13	14,5	16,5	18,5	20,5	22	24,5	27
r	mm	0,6	0,6	0,8	0,8	1	1	1,2	1,2	1,6	1,6



Слика 2.1 - Три врсте закивака:

а) са полукружном главом; б) са полуупуштеном главом; в) са упуштеном главом

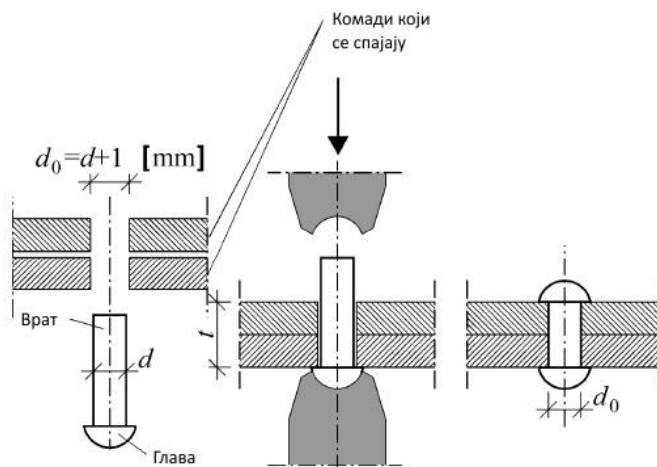
Закивци се израђују машинским путем од округлог челика Č0255, Č0355 и Č0455, са затезном чврстоћом $f_u = 300 - 400 \text{ MPa}$, $f_u = 380 - 470 \text{ MPa}$, $f_u = 440 - 540 \text{ MPa}$ респективно. Најчешће се користе закивци са полукружном главом чије је врат конусан на дужини од 50 mm од главе закивка, са нагибом изводнице од 1%, а цилиндричан на преосталој дужини. Пречник рупе за уградњу закивка (d_0) је за 1 mm већи од пречника закивка (d), тј. $d_0 = d + 1$.

Дужина врата закивка (l) зависи од пречника закивка (d), дебљине пакета лимова који се спајају (t) и од начина израде друге главе закивка (слика 2.2):

$$l = t + 4/3 \cdot d_0 \text{ за машинско закивање,} \quad (2.1a)$$

$$l = t + 7/4 \cdot d_0 \text{ за ручно закивање.} \quad (2.16)$$

Закивци се уграђују у претходно избушене рупе, загрејани до температуре која је погодна за ковање. Затим се поставља преса за закивање и врши се притисак на главу и врат закивка чиме се прво испуњава рупа у споју, а затим се обликује друга глава.



Слика 2.2 - Изрда друге главе закивка

Избор пречника закивка зависи од дебљине пакета који се закива, због доброг испуњења рупе и спречавања кривљења усијаног врата закивка. У пракси се показало да дебљина пакета не би смела да пређе вредност:

$$t \leq 4,5 \cdot d_0 \quad \text{за закивке са полукружном главом}$$

$$4,5 \cdot d_0 < t < 6,5 \cdot d_0 \quad \text{за закивке са полуупуштеном главом.}$$

2.3 Обележавање закивака

На радионичким цртежима се, ради прегледности и избегавања грешака, закивци представљају посебним ознакама. Ознаке су стандардизоване и дате су у табели 2.2, за закивке код којих се и рупа и уградња врше у радионици.[3,5]

Табела 2.2 - Ознаке закивака

Пречник d_0	11	13	15	17	19	21	23	25	28	31	34
Ознака											
Допунске ознаке закивака				а)				б)	ц)	д)	

Поред ових ознака уведене су и допунске ознаке, које детаљније дефинишу уграђени закивак. Уколико је рупа за закивак избушена у радионици, а закивак је уграђен на монтажи, тада се стандардној ознаци додаје једна заставица. Две заставице се додају

основној ознаци уколико се и рупа буши на монтажи. У случају закивака са полуупуштеном главом, изнад или испод основне ознаке, додаје се полукруг у зависности од тога да ли је полуупуштена глава горе или доле.

На цртежима у размери 1:10 и мањој, величина ознаке је једнака пречнику главе закивка ($D = 1,5 \cdot d_0$), а на цртежима у размери 1:5 и крупнијој, величина ознаке одговара пречнику рупе за закивке (d_0).

2.4 Рад заковане везе

Познавање понашања везе и закивака у њој, под оптерећењем, представља предуслов за одређивање потребног броја закивака у вези и сигурности везе. На рад закивка у вези утиче технолошки поступак уградње закивка. Наиме, када се уграђени, усијани закивак охлади до температуре испод 600 °C, долази до његовог скупљања. Како је пакет лимова нестишљив, то се у закивку јавља значајна сила затезања којом његове главе притискају пакет лимова. Ова сила затезања изазива у закивку напоне веће од границе развлачења. Такође, хлађењем закивка долази до његовог радијалног скупљања, чиме се ствара зазор у рупи између закивка и лимова. Рад закивка је сложен и може да се разматра кроз три фазе.[3]

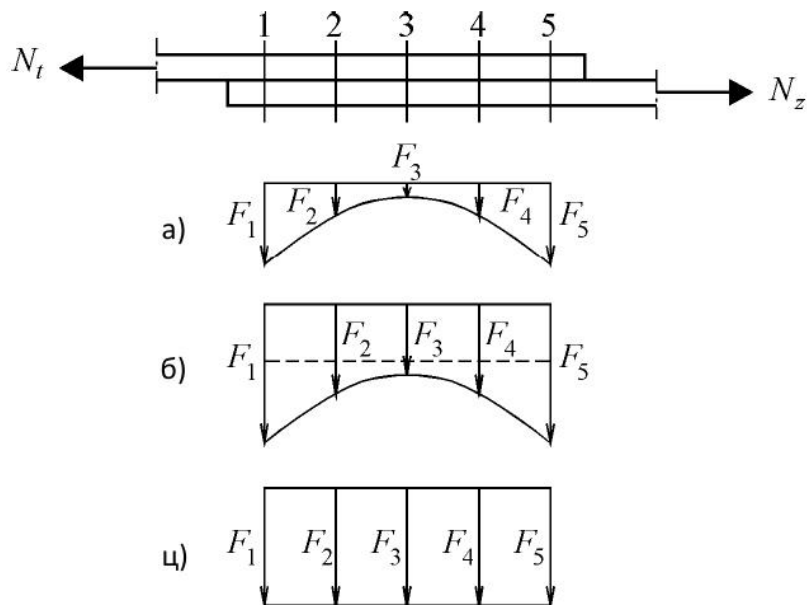
У првој фази рада везе, при малом оптерећењу, услед силе затезања у закивку јавља се трење између спојних елемената које је веће од силе смицања. Веза ради као монолитна (нема проклизавања), па се јављају само еластичне деформације као последица напрезања лимова. Даље повећање оптерећења проузрокује савладавање трења и појаву померања на рачун зазора између рупе и врата закивка, па долази до директног налегања врата закивка на лимове. Померања су реда величине 1/100 mm. Даљи пренос сила се одвија путем смицања закивка и притиска по омотачу рупе, тако да трење не учествује у укупном капацитету носивости везе.

У другој фази рада везе долазе до изражаја еластичне деформације везе услед савијања и смицања закивка и гњечења лимова у контакту са закивком. Та померања износе око 0,10-0,15 mm. Напрезања закивка у овој фази рада се повећавају све до појаве напона течења у врату закивка.

У трећој фази рада везе долази до знатних деформација у вези услед течења челика у врату закивка, које при лому достижу вредност од око 5-6 mm. Врста лома везе зависи од начина израде рупе и дужине закивка. Ако се рупа израђује бушењем челичних лимова нормалне тврдоће и ако је закивак веће дужине, тада у вези долази до савијања

закивка и гњечења ивица лимова по обиму рупе, чиме се ствара знатна сила затезања у закивку, тако да до његовог лома обично долази откидањем главе. Када се рупе изводе пробијањем, ивице лимова су неравне, а челични материјал је претрпео знатна ојачања. У овом случају, услед оптерећења ивице лимова гњече врат закивка и, уколико је он мале дужине, у њему се претежно јављају смичући напони.

На основу претходне анализе, може се закључити да је понашање закивака у вези врло сложено и да су они истовремено напрегнути на смицање, савијање, затезање и притисак по омотачу рупе. Сви ови феномени утичу на распоред сила у закивцима у појединим фазама рада везе. У првој фази највеће силе се јављају у крајњим закивцима услед присуства трења у вези и највећих еластичних деформација на том месту (слика 2.3а). Након савладавања трења сви закивци подједнако преузимају силу. Те силе се сабирају са силама из прве фазе (слика 2.3б). Услед великих померања закивака у вези, у трећој фази долази до подједнаког преузимања силе од стране свих закивака, независно од претходне расподеле сила у закивцима (слика 2.3ц). Из тога се види да гранична носивост закивака не зависи од његовог напрезања у претходним фазама.



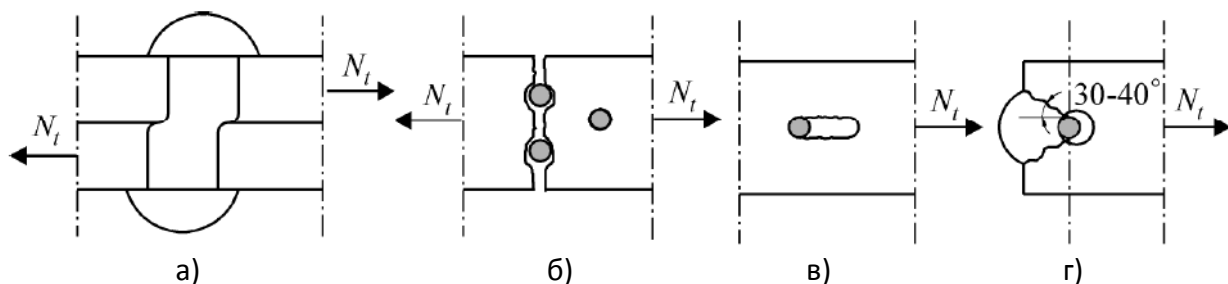
Слика 2.3 - Распоред сила у закивцима у све три фазе рада везе

До лома везе остварене закивцима може да дође на четири различита начина. Лом закивка услед смицања врата закивка настаје исцрпљењем носивости тела закивка на смицање. До лома долази по равни смицања (равни споја елемената) која је управна на осу врата закивка (слика 2.4а).

Код елемената напегнутих на затезање, уколико је носивост закивака већа од носивости елемената (лимова) који се спајају, долази до лома лимова на месту најслабијег пресека у вези (слика 2.4б).

Ако је пречник врата закивка знатно већи од дебљине спојних лимова, или ако је закивак израђен од квалитетнијег челика него лимови, може да дође до гњечења лимова услед притиска по омотачу рупе. Врат закивка притиска површину лимова на месту рупе и изазива велику концентracију напона. Напрезања у лиму прелазе вредност затезне чврстоће челичног материјала и долази до пластичног течења у зони рупе праћеног пластичним деформацијама, које проузрокују стварање овалне рупе (слика 2.4в). На тај начин се знатно повећава деформабилност везе тако да наступа гранично стање употребљивости иако још увек није достигнуто гранично стање носивости везе.

Код ивичних закивака, када је растојање од осе закивка до ивице лима мало, долази до лома смицањем лима (слика 2.4г). Наиме, на делу закивка према спољашњој ивици, у контакту са лимом јавља се напон притиска, а у управном правцу напон затезања. Услед двоосног напрезања лима, под углом од $30-40^\circ$ у односу на правац силе, јављају се и смичући напони. Уколико растојање осе закивка од ивице није довољно, настаје лом у лиму услед смицања по косим равнима.

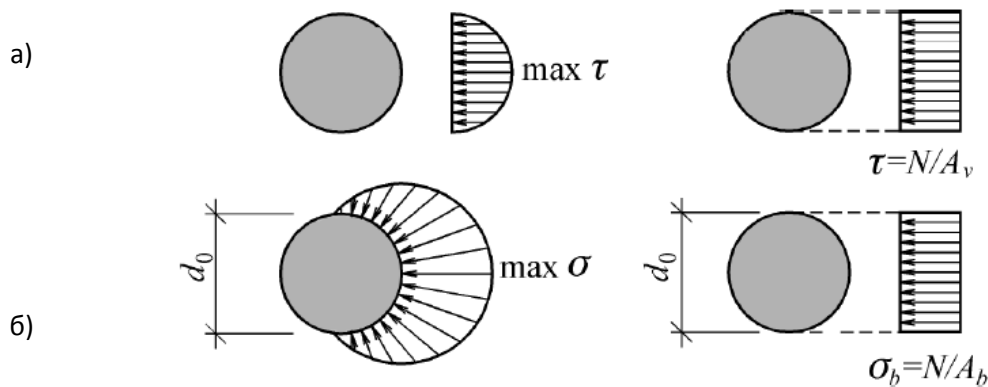


Слика 2.4 - Могући видови лома код везе са закивцима

2.5 Прорачун носивости закивака

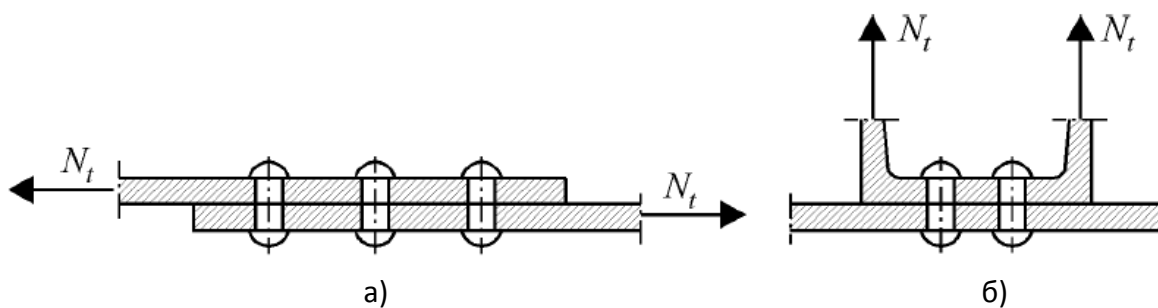
Обухватање свих сложених феномена у напегнутој вези са закивцима је дуготрајан и, са инжењерског аспекта, нецелисходан посао. Носивост закивака у вези, међутим, са довољном поузданошћу, може да се одреди уз увођење следећих претпоставки:

- занемарује се трење између лимова изазвано силама затезања у закивцима и његов позитиван утицај на повећање носивости закивака,
- сви закивци у вези учествују подједнако у преносу оптерећења,
- услед смичуће силе у врату закивка се јавља константан напон смицања (слика 2.5а),
- притисак по омотачу рупе, односно контактни напон између закивка и лимова, је равномерно распоређен по површини пројекције контактне површине закивка и лимова на раван управну на правац силе (слика 2.5б),
- занемарује се савијање и затезање закивка код смичућих спојева.[3]



Слика 2.5 - Стварни и прорачунски дијаграм напона:
а) напон смицања; б) притисак по омотачу рупе

У највећем броју случајева закивци се користе у спојевима који су изложени смицању (слика 2.6а) где услед спољашњег оптерећења долази до смицања врата закивка и притиска по омотачу рупе. У супротном, због мале носивости на затезање, ређе се користе у затезућим спојевима (слика 2.6б).



Слика 2.6 - Закивци у: а) смичућем споју; б) затезућем споју

Постоје два начина помоћу којих се може одредити носивост закивка и то:

- према теорији граничних стања (Еврокод 3)
- према теорији допуштених напона (домаћи пропис)

Према JUS-у U.E7.145/1987, допуштени напон за закивке добија се тако што се допуштени напон за основни материјал и одговарајући случај оптерећења помножи коефицијентима датим у табели 2.3.

Табела 2.3 - Допуштени напон за закивке [MPa]

Врста напона	I случај оптерећења			II случај оптерећења		
	за спајање делова од челика					
	Č0361	Č0451	Č0561	Č0361	Č0451	Č0561
	Č0362	Č0452	Č0562	Č0362	Č0452	Č0562
	Č0363	Č0453	Č0563	Č0363	Č0453	Č0563
τ_{dop}	$0,8 \cdot \sigma_{dop}^I$			$0,8 \cdot \sigma_{dop}^{II}$		
смицање	130	150	190	145	165	210
$\sigma_{b,dop}$	$2,0 \cdot \sigma_{dop}^I$			$2,0 \cdot \sigma_{dop}^{II}$		
притисак по омотачу рупе	320	370	480	360	410	530
$\sigma_{t,dop}$	$0,3 \cdot \sigma_{dop}^I$			$0,3 \cdot \sigma_{dop}^{II}$		
затезање	50	55	70	55	60	80

2.5.1 Носивост закивка у смичућим спојевима

У сваком споју, за који се претпоставља да је правилно контсруисан, и да су претходно усвојене прорачунске претпоставке, може се сматрати да је у смичућим спојевима носивост закивка минимална вредност носивости закивка на смицање и притисак по омотачу рупе тј:

$$F_{v,dop} = \min\{F_v, F_b\} \quad (2.2)$$

где су:

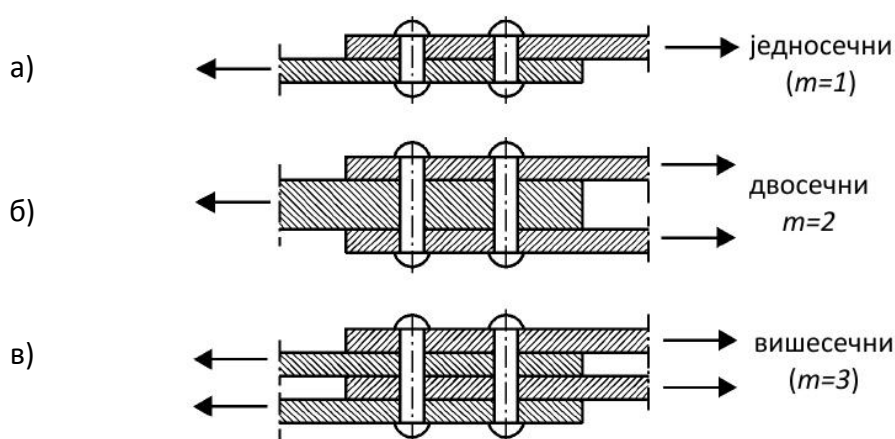
$F_{v,dop}$ носивост закивка у смичућем споју,

F_v носивост закивка на смицање и

F_b носивост закивка на притисак по омотачу рупе.[3]

Како се смицање одвија у равни споја лимова, најпре треба размотрити случај спајања лимова. У зависности од броја који се спајају, рачуна се број међусобних контакта површина лимова па на основу тога закивци могу бити:

- јендосечни ($m=1$), ако у вези постоји само једна раван смицања (слика 2.7а),
- двосечни ($m=2$), ако у вези постоје две или више равни смицања (слика 2.7б) и
- вишесечни ($m>2$), ако у вези постоје више од две равни смицања (слика 2.7в).



Слика 2.7 - Број смичућих равни – сечност закивака

Носивост закивка на смицање може се одредити на следећи начин:

$$F_v = m \cdot A_{v,1} \cdot \tau_{dop} = m \cdot \frac{d_0 \cdot \pi}{4} \cdot \tau_{dop} \quad (2.3)$$

где су:

m - сечност закивка,

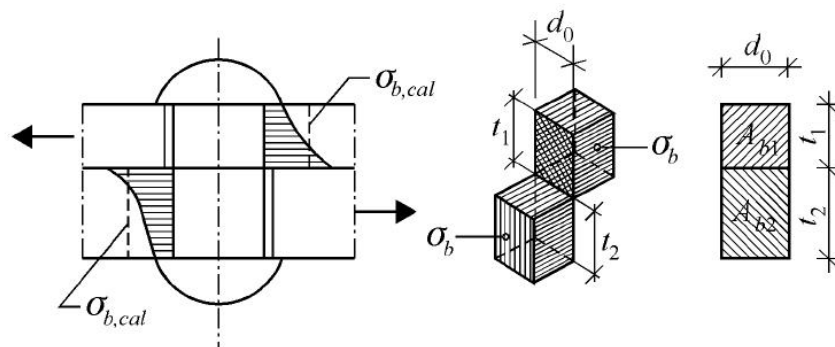
τ_{dop} - допуштени напон смицања за закивке,

$A_{v,1}$ - површина врата закивка (површина круга),

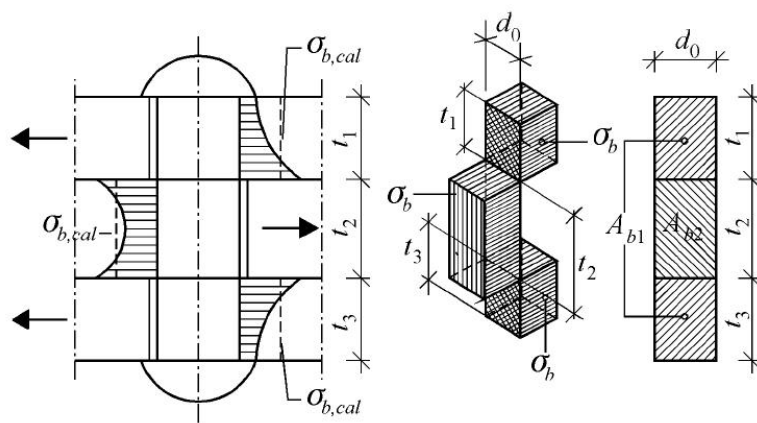
d_0 - пречник рупе за закивак

2.5.1.2 Носивост закивка на притисак по омотачу рупе

У контакту површине рупе и врата закивка јавља се притисак по омотачу рупе познат и као "контактни притисак". Проблем у вези настаје јер напон није линеаран, и по радијусу рупе и по висини лима а његова максимална вредност далеко надмашује номиналну вредност којим се димензионише носивост (слика 2.8 и слика 2.9). Међутим, услед локалне пластификације у лимовима и врату закивка, долази до прерасподеле напона и изједначавања вредности напона дуж врата закивка. То омогућава прорачун носивости закивка на притисак по омотачу рупе са константним, просечним напонам (σ_b), а површина преко које се преноси сила закивка на лим (A_b) једнака је збиру контактних површина свих лимова у вези који су напрегнути у истом правцу то јест који при оптерећењу належу на врат закивка са исте стране.[3]



Слика 2.8 - Напрезање једносечне везе са закивцима



Слика 2.9 - Напрезање двосечне везе са закивцима

У најопштијем случају, носивост закивка на притисак по омотачу рупе може се израчунати на основу следећег израза:

$$F_b = \min A_b \cdot \sigma_{b,dop}, \quad (2.4)$$

где су:

$\min A_b$ минимална контактна површина закивка у вези

$\sigma_{b,dop}$ допуштен напон притиска по омотачу рупе

Минимална контактна површина ($\min A_b$) одређује се на основу следећег услова:

$$\min A_b = \min \{A_{b,1}, A_{b,2}\} \quad (2.5)$$

где су $A_{b,1}$ и $A_{b,2}$ контактне површине лимова које належу на исту страну закивка.

Како су контактне површине лимова правоугаоног облика константне ширине једнаке пречнику рупе d_0 , носивост закивка на притисак по омотачу рупе може се одредити и на основу:

$$F_b = \min \sum t \cdot d_0 \cdot \sigma_{b,dop} \quad (2.6)$$

где је $\min \sum t$ минимална дебљина свих лимова који преносе силу у истом правцу:

$$\min \sum t = \min \begin{cases} t_1 \\ t_2 \end{cases} \quad \text{за једносечне закивке,} \quad (2.7a)$$

$$\min \sum t = \min \begin{cases} t_1 + t \\ t_2 \end{cases} \quad \text{за двосечне закивке.} \quad (2.7b)$$

2.5.2 Носивост закивка на затезање

У затегнутим спојевима закивци су напрегнути на затезање дуж осе врата закивка. Носивост закивка на затезање ($F_{t,dop}$), може се израчунати на следећи начин:

$$F_{t,dop} = \frac{d_0^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sigma_{t,dop} \quad (2.8)$$

где је $\sigma_{t,dop}$ допуштени напон закивка на затезање.[3]

Због термичког скупљања након уградње у закивку се поред основног оптерећења јавља и додатна сила затезања тек након савладавања ове силе преднапрезања. И поред тога, допуштена напрезања за закивак су мала, тако да треба избегавати такву врсту напрезања у закивцима или применити ефикаснија спојна средства.

3. Димензинисање пуних лимених носача

3.1 Димензионисање вертикалног лима (ребра)

Лимени носачи могу бити образовани од једног или више ребара. Углавном је ребро вертикално позиционирано али ако ситуација тако налаже, у случајевима код сандучастих или више зидних мостовских носача код којих се због побољшања аеродинамичности и смањења распона конзолног дела гоњег појаса, ребро поставља косо. Поред позиције, друга битна карактеристика је висина самог ребра. Од случаја до случаја, висина ребра варира од $l/10$ до $l/35$, где је l распон носача, дакле, висина ребра може се посматрати у директној функцији од распона носача. У високоградњи висина се креће од $l/20 \div l/35$, код друмских мостова $l/15 \div l/25$, код железничких мостова $l/10 \div l/15$. Поред распона, висина ребра може се посматрати и у функцији од интезитета оптерећења и статичког система носача. На пример за континуалне носаче мање висине, а за просте греде веће висине али све у наведеном опсегу. Треба водити рачуна и о угибу носача који може бити условно задат на пример "дозвољен угиб је: $l/1000$ ". Уколико су овакви деформацијски услови строги, прибегава се повећању висине ребра па се висина може кретати у опсегу $l/8 \div l/12$. Висина може бити и знатно мања од претходно наведених препорука али се у том случају мора проверети да ли се материјал може потпуно искористити, ако се испуни услов да се не прекораче допуштени угиби.[1,3,5]

На дебљину ребра утичу следће особине:

- Економичност конструкције захтева да дебљина лима буде што мања
Дебљина вертикалног лима треба да буде добољна да би

$$\tau_{\max} = \frac{Q \cdot S_x}{I_x \cdot \delta_0} \text{ остао у дозвољеним границама}$$

- Захтев да постоји потребан степен сигурности против појаве избочавања вертикалног лима такође утиче на избор дебљине. Под утицајем смичућих и нормалних напона вертикални лим између појасева и попречних укрућења понаша се као танка правоугаона плоча оптерећена на контури смичућим и нормалним силама које леже у равни плоче. Све док ово оптерећење не достигне једну одређену границу, плоча се налази у стабилној еластичној равнотежи; у супротном наступа појава избочавања вертикалног лима која представља проблем еластичне стабилности. Избочавање

вертикалног лима може се спречити или повећањем његове дебљине или његовим укрућивањем посебним хоризонталним и вертикалним ребрима.

- Носивост закивака односно шавова за везу појасева са вертикалним лимом зависи од његове дебљине, па се и о овоме мора водити рачуна при избору дебљине.

Оптимална висина ребра ($_{opt}d$) у функцији максималног момента савијања може се одредити на следећи начин:

$$_{opt}d = k_w \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{\max}}{\sigma_{dop}}} \quad (3.1)$$

Где је k_w параметар који зависи од начина покривања дијаграма момента и има следеће вредности:

$k_w = 4,3$ за добро покривање,

$k_w = 4,7$ за умерено покривање и

$k_w = 5,3$ за носаче непроменљивог попречног пресека.

Како из услова максималног момента савијања, тако се, такође, може одредити дебљина и из услова да нормални напон и угиб истовремено достижу допуштене вредности. У случају оптерећености једнакоподељеним оптерећењем q овај услов гласи:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{M_{\max}}{W} = \frac{k \cdot q \cdot l^2}{W} = \sigma_{dop} \\ f &= k_2 \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} = f_{dop} = 1/m \end{aligned} \quad (3.2)$$

Код симетричних профила, момент инерције I може се изразити преко отпорног момента W следећи начин:

$$I = W \cdot \frac{h}{2} = \frac{k_1 \cdot q \cdot l^2}{\sigma_{dop}} \cdot \frac{h}{2} \quad (3.3)$$

где је висина носача h , која је приближно једнака висини ребра ($h \approx d$). Када се момент инерције уврсти у једначину за допуштен угиб добија се једначина:

$$d = 2 \cdot \frac{k_2}{k_1} \cdot m \cdot \frac{\sigma_{dop}}{E} \cdot l = K \cdot m \cdot \frac{\sigma_{dop}}{E} \cdot l. \quad (3.4)$$

На овај начин извршено је димензионисање ребра а да при том и напон и угиб буду у допуштеним границама. У зависности од статичког система носача, параметри k_1 и k_2 имају своје задате вредности. За случај просте греде износе: $k_1 = 1/8$ и $k_2 = 5/384$, па је $K = 80/384$. У табели 3.1 дате су вредности за висине ребра на основу претходне једначине за различите врсте челика и допуштене угибе.

Табела 3.1 - Висина носача уз истовремено искоришћење нормалног напона и угиба.

Врста челика	Допуштени угиб ($f_{dop} = l/m$)			
	$l/300$		$l/500$	
	Č0361	Č0561	Č0361	Č0561
$h \approx d$	$l/21$	$l/14$	$l/12,6$	$l/8,4$

Показало се, након дугогодишњег искуства конструсиња носача, да се дебљина ребра t_w може оријентационо одредит на основу емпиријских образаца. Према немачким препорукама треба усвајати максималне од добијених прерачунатих вредности:

$$t_w = \begin{cases} d/120 & \dots (\text{Č0361}) \\ d/120 & \dots (\text{Č0561}) \end{cases}$$

$$t_w = 0,025 \cdot \sqrt[3]{V \cdot d}$$

$$t_w = \begin{cases} 0,15 \cdot V/d & \dots (\text{Č0361}) \\ 0,10 \cdot V/d & \dots (\text{Č0561}) \end{cases} \quad (3.5)$$

где је V трансферзална сила у kN , а d и t_w висина и дебљина ребра у cm .

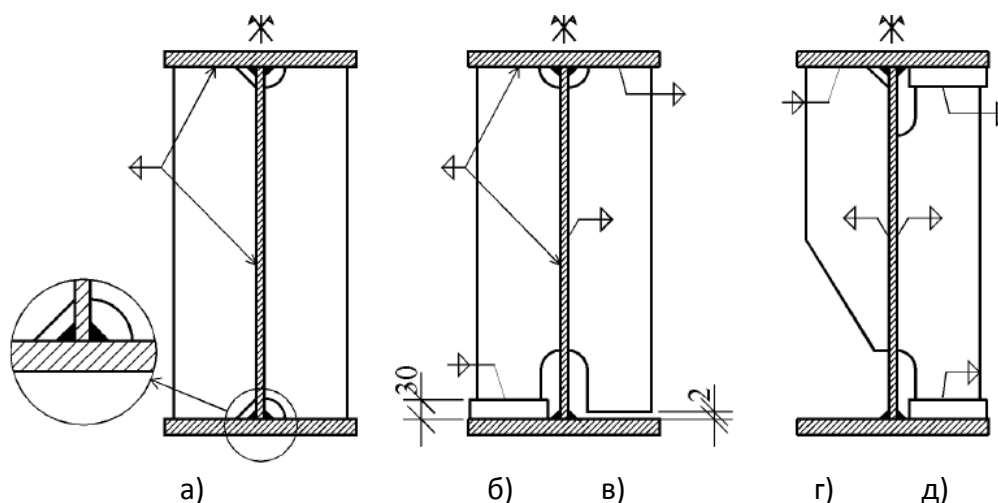
У домаћој пракси често се може приметити коришћење следећих емпиријских образаца:

$$t_w [mm] = 8 + 2 \cdot d [m] \text{ за мања оптерећења}$$

$$t_w [mm] = 9 + 2,5 \cdot d [m] \text{ за већа оптерећења} \quad (3.6)$$

Овако добијене вредности служе само као полазна тачка. Тек након провере стабилности носача се могу потврдити. Треба напоменути да се дебљина ребра не може усвојити мања од 6 mm за челичне конструкције у зградарству а не мање од 8 mm због штетног дејства корозије.

Предност пуних лимених носача у односу на ваљане профиле је у томе што се према потреби могу мењати геометријске карактеристике попречног пресека на пример дебљина ребра, дебљина појасних ламела, појасни угаоници итд. Понекад претодно наведени емпиријски обрасци не дају економичне утрошке материјала због повећане дебљине вертикалног лима у случајевима великих распона и оптерећења. Због тога се додају попречна вертикална укрућења (слика 3.1).

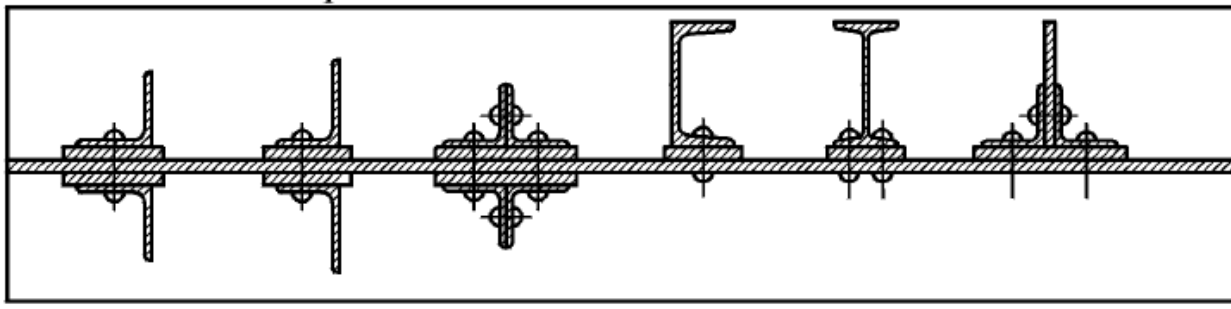


Слика 3.1 - Попречна вертикална укрућења вертикалног лима – ребра

Код једнозидних И-носача у зградарству укрућења се заварују за ребро и обе ножице, а обликују се тако да омогуће несметан пролаз подужних шавова за везу ребра са ножицама (слика 3.1а). Овај принцип није погодно користити код динамички оптерећених конструкција јер није погодно да се метални шав завареног споја налази попречно у односу на правац дејства сила што доводи до појаве зареза, касније до

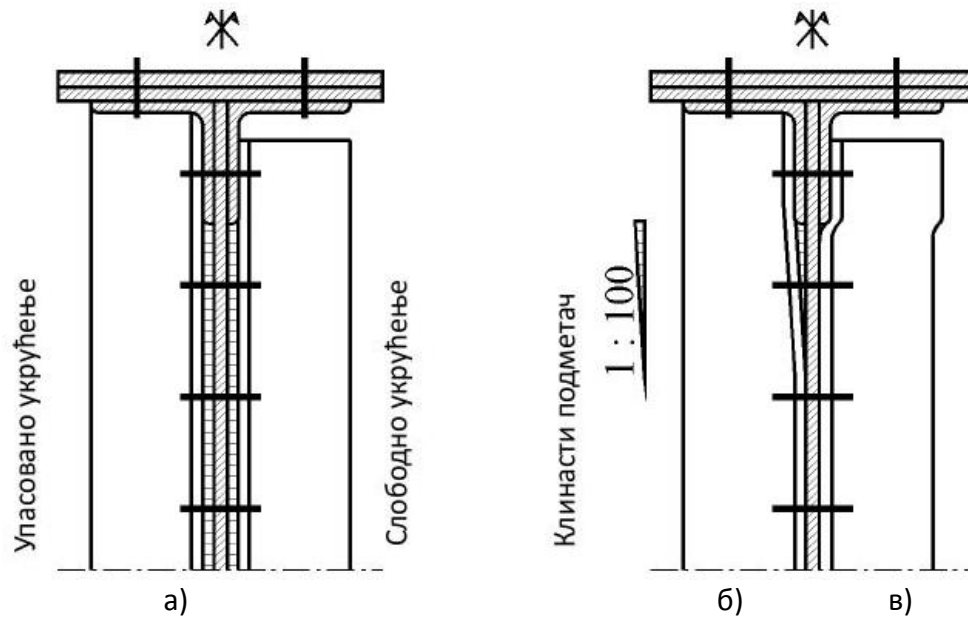
иницијалних прслина. Ова појава се може избећи коришћењем подложних пличица (слика 3.1б) или остављање предвиђеног зазора од 2 mm (слика 3.1в). Такође се може користи специјално обликована вертикална укрућења (слика 3.1г). У случајевима када на носач делује покретно оптерећење може доћи до појаве да и доња и горња ножица буду назменично притиснуте односно затегнуте. Тада се прибегава подметању подложних плочица и на горњу и на доњу стопицу (слика 3.1д).

Најчешће коришћена укрућења су у облику равних челичних лимова али се услед великих оптерећења и ослоначке реакције користе ваљани профили у облику L, T или половина I профила. Код закованих носача најчешће се користе L профили у комбинацији са челичним лимовима (слика 3.2).



Слика 3.2 - Облици попречних укрућења код закованих носача

Веза укрућења са вертикалним лимом, код закованих носача, остварује се закивцима. Посебну пажњу треба обратити на месту везивања код појасног угаоника. У том случају проблем се може превазићи на два начина. Један од начина је подметањем лимене плоче дуж целе висине вертикалног лима односно дуж целог растојања између доњег и горњег појасног угаоника (слика 3.3а). Други начин је постављање клинова на прелазима (слика 3.3б) или деформисањем укрућења (слика 3.3в). Други начин је далеко економичнијих код носача са већим димензијама вертикалног лима јер је рационалније вршити деформацију укрућења него додатно убацивати подметаче.



Слика 3.3 - Веза попречних укрућења у закованој изради

Како висина вертикалног лима може достићи и до 10 метара код мостовских носача ради олакшаног транспорта неопходно је предвидети монтажни наставка који се у закованој изради спаја закивцима а у завареној изради завртњевима (слика 3.4). Сваки наставка мора да буде способан да прихвати смичућу силу која се јавља на месту прекида. Линијски смичући напон $\bar{\tau}$ који делује на месту хоризонталног наставка ребра је:

$$\bar{\tau} = \frac{V \cdot S_y}{I_y} \quad (3.7)$$

где је:

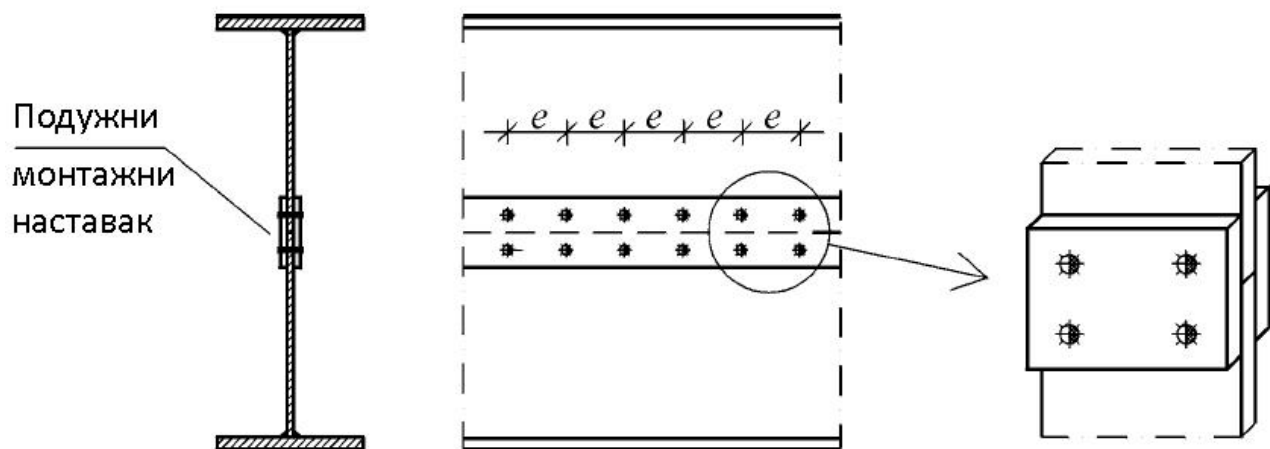
- V смичућа (трансферзална) сила,
- S_y статички момент дела пресека до монтажног наставка,
- I_y момент инерције посматраног попречног пресека.

Пошто се трансферзална сила дуж распона носача мења а самим тим и геометријске карактеристике, линијски смичући напон $\bar{\tau}$ није константан и може се одредити на основу следећег израза:

$$H_1 = \int_0^e \frac{V(x) \cdot S_y(x)}{I_y(x)} dx \quad (3.8)$$

где је e растојање између суседних закивака односно завртњева. Пошто је то растојање у односу на распон носача веома мало може се у потпуности занемарити па претходни израз добија следећу форму:

$$H_1 = \frac{V \cdot S_y}{I_y} \cdot e. \quad (3.9)$$



Слика 3.4 - Подужни монтажни наставак ребра

Дакле, носивост завртња (F_{dop}) или закивка мора да задовољи следећи услов:

$$F_{dop} \geq H_1$$

затим се, за познату носивост спојног средства, може добити максимална вредност растојања e :

$$e_{\max} = \frac{I_y \cdot F_{dop}}{V \cdot S_y}. \quad (3.10)$$

Ако претходни израз даје мале вредности ($e_{\max} \leq 3 \cdot d_0$) неопходно је предвидети по два реда завртњева са сваке стране наставка, па је тада максимално растојање двоструко веће:

$$e_{\max} = 2 \cdot \frac{I_y \cdot F_{dop}}{V \cdot S_y}. \quad (3.11)$$

Растојање спојних средстава, без обзира на вредности добијене на основу претходна два израза не сме да буде веће од максималног растојања спојних средстава ($8 \cdot d_1$ односно $15 \cdot t_{\min}$).

3.2. Димензионисање појасних угаоника

Појасни угаоници могу бити равнокраки или разнокраки са ширим одстојећим крацима да би се добио економичнији пресек, већа ширина појаса а самим тиме и већа стабилност притиснутог појаса против бочног извијања. Да би се добила правилна оријентација при избору појасних угаоника, постоје такође емпиријски обрасци који дају ширину крака угаоника у функцији од висине вертикалног лима:

$$\begin{aligned} b_{(mm)} &= 60 + 25 \cdot h_{0(m)} \quad \text{за слабије} \\ b_{(mm)} &= 75 + 25 \cdot h_{0(m)} \quad \text{за јаче оптерећене носаче.} [1] \end{aligned} \quad (3.12)$$

Ове обрасце такође треба схватити само као помоћ у добијању што складнијег пресека, а не као правило од кога се не сме одступити. За дебљину појасног угаоника узима се или дебљина t_w или нешто већа од ње.

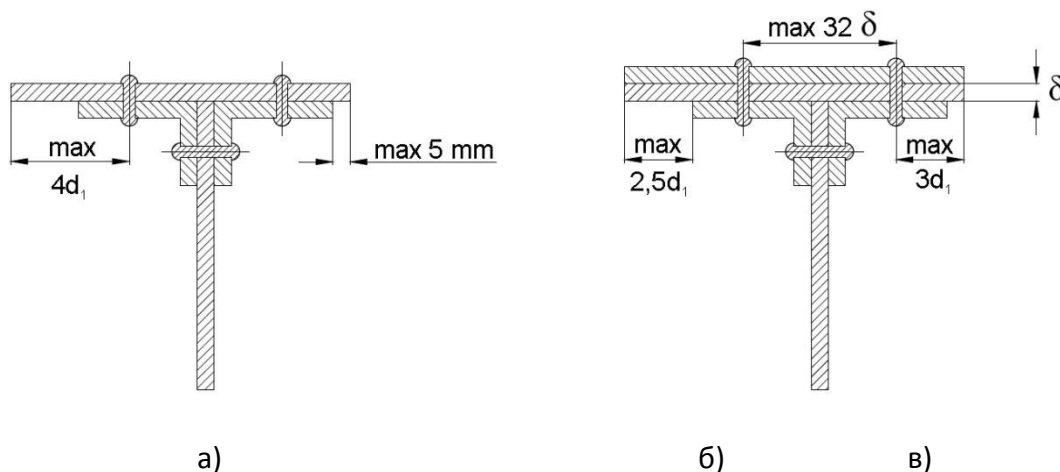
3.3 Димезинисање појасних ламела

Трансферзалну силу у највећој мери прима вертикални лим, док се највећи део момента савијања прихвата помоћу појасних ламела (стопица). Из тог разлога се појасне ламеле обликују тако да имају што већу површину како би се добила што већа носивост. Сврха додавања две или више ламела је у томе да у колико се посматра попречни пресек за који се рачуна момент инерције, сопствени момент инерције ламеле за осу која пролази кроз ламелу није од великог утицаја али применом Штајнерове теореме која на сопствени момент инерције додаје вредност производа површине ламеле и квадрата растојања тежишта ламеле од осе за коју се рачуна момент инерције. На тај начин се, једноставно, повећава носивост.[1]

Да би се олакшало конструисање монтажних наставка носача, препорука је да се за дебљину свих појасних ламела узме једна вредност и то приближно дебљини појасних угаоника чак и нешто већа.

Када је ширина у питању, треба испоштовати савет који налаже да ширина појасних ламела са сваке стране буде већа за по 5 до 10 милиметара од ширине два појасна угаоника укључујући и дебљину вертикалног лима. Повећавање ширине изван

саветованих граница може изазвати извијање па је максимални препуст ограничен на $\max 4 \cdot d_1$ мерено од линије закивака на угаонику када постоји једна ламела (слика 3.5а). У случају већег броја ламела препуст је ограничен на $\max 3 \cdot d_1$ из разлога да би ламеле међусобно биле добро спрегнуте (слика 3.5б). У колико се жели већа ширина ламела, неопходно је обезбедити њихово међусобно закивање на препусту како би се спречило продирање влаге итд. У том случају ламеле се морају препустити преко угаоника за $\min 2,5 \cdot d_1$ (слика 3.5в).



Слика 3.5 - Димензије појасних ламела

Број ламела се креће од 1 до 4. Код континуалних носача, греда за укрућење штапастих лукова или висићких мостова број ламела је знатно већи па чак и до 10 ламела. С друге стране велики број ламела ствара проблеме при закивању дугачких закивака. Искуства су показала да се могу без већих потешкоћа закивати и дебљине до 250 милиметара ако се примењују закивци са специјално обрађеним вратом и употребом тежих чекића.

Као што је претходно напоменуто, промена попречног пресека има за циљ повећање носивости. Ово се посебно односи на промену висине ребра. Код носача мањих распона овакав принцип није рационалан.

Пуни лимени носачи у виду статичког система просте греде се готово увек израђују са константном висином ребра а варирање пресека се постиже постављањем ламела дуж носача. Промена површине појаса може се остварити на три начина:

- променом ширине појасне ламеле,
- променом дебљине појасне ламеле и
- додавањем једне или више појасних ламела.

Најважније је одредити почетак ламеле у односу на ослонац. Одређивање теоријског почетка ојачања назива се "покривање дијаграма момента савијања" и може се одредити на два начина:

- графички и
- нумерички.

Графичко одређивање теоријског почетка ојачања врши се тако што се на једном цртежу у истој размери нанесу дијаграм момента савијања и хоризонталне линије које представљају носивост основног и ојачаних пресека ($M_{nos,i} = W \cdot \sigma_{dop}$). Пресеци ових линија са анVELOПОМ моменара представљају теоријске почетке и завршетке ојачања појасним ламелама (слика 3.6).

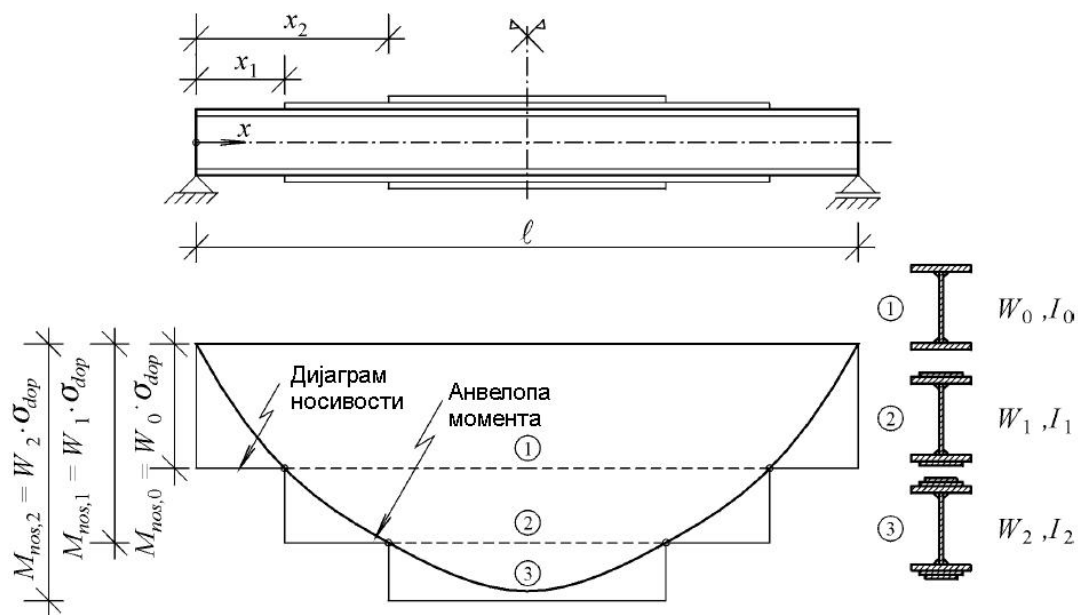
Нумеричко одређивање теоријског почетка ојачања заснива се на познавању аналитичког израза за крив момената савијања. Крива момената савијања је функција која зависи од једне променљиве, то јест од подужне координате x . Из услова:

$$M(x) = M_{nos,i} \quad (3.13)$$

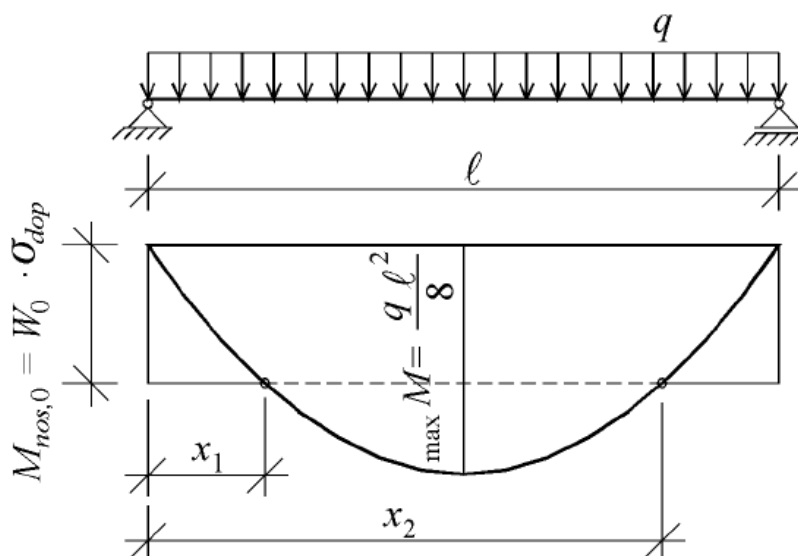
где је $M_{nos,i}$ носивост i -тог пресека, а $M(x)$ функција криве момената савијања, може да се одреди теоријски почетак ојачања, односно почетак наредне ламеле ($i+1$).

За просту греду оптерећену једнако подељеним оптерећењем (слика 3.7), може се релативно једноставно одредити теоријски почетак ојачања. У овом случају анVELOПА момената је позната квадратна функција, па се претходни услов трансформише на следећи начин:

$$M(x) = \frac{q \cdot l}{2} \cdot x - \frac{q}{2} \cdot x^2 = M_{nos,0} \quad (3.14)$$



Слика 3.6 - Графичко одређивање теоријског почетка ојачања



Слика 3.7 - Одређивање теоријског почетка код носача са континуалним оптерећењем

У општем случају, квадратна једначина има два решења, која представљају теоријски почетак и завршетак ојачања а добијају се у следећем облику:

$$x_{1,2} = \frac{l}{2} \cdot \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{M_{nos,0}}{\max M}} \right).$$

(3.15)

Овај израз се може наћи и у нешто другачијем облику сматрајући да је на средини дијаграма момента постоји "зараван" од приближно 88% , онда израз гласи:

$$x_{1,2} = \frac{0,88 \cdot l}{2} \cdot \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{M_{nos,0}}{\max M}} \right). \quad (3.16)$$

При покривању дијаграма момента, моменти носивости попречних пресека могу се, уместо на основу допуштених напона, одредити на основу максималних нормалних напона који се јављају у носачу:

$$M_{nos,0} = W_i \cdot \sigma_{\max}. \quad (3.17)$$

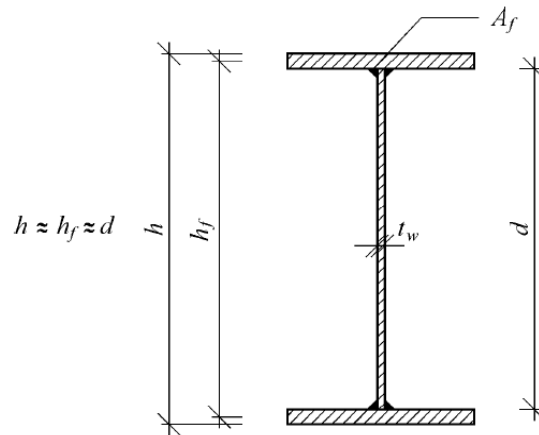
На тај начин се добијају нешто дуже ламеле што је осигуравајуће. Треба нагласити да се у случају закованих носача теоријски и стварни почетак ламеле не поклапају јер постоји савет да пре почетка ламела мора бити осигурана са једним редом закивака а да се други ред може наћи на месту теоријског почетка ламеле.

Такође треба испоштовати да дужина прве ламеле буде дуж читавог распона носача. То се нарочито среће у мостоградњи како не би долазило до нагомилавања влаге и течности између вертикалног лима, појасних угаоника и ламела.

Одређивање потребне површине појасних ламела заснива се на обрасцу:

$$W_{y,pot} \geq \frac{M}{\sigma_{dop}} \quad (3.18)$$

У колико су дефинисана дебљина и висина ребра може се одредити површина појаса. Ради поједностављења израза али не претераног угрожавања тачности висина носача h , као и растојање тежишних појасева, једнака је висини ребра d (слика 3.8) .



Слика 3.8 - Шема попречног пресека са ознакама

Момент инерције и отпорни момент попречног пресека, уз наведене претпоставке, а у складу са ознакама на слици могу се одредити на следећи начин:

$$I_y = \frac{1}{12} \cdot d^3 \cdot t_w + 2 \cdot A_f \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$W_y = \frac{I}{d/2} = \frac{1}{6} \cdot d^2 \cdot t_w + A_f \cdot d. \quad (3.19)$$

Сада се потребна површина може одредити на следећи начин:

$$A_f \geq \frac{M/d}{\sigma_{dop}} - 0,15 \cdot d \cdot t_w \quad (3.20)$$

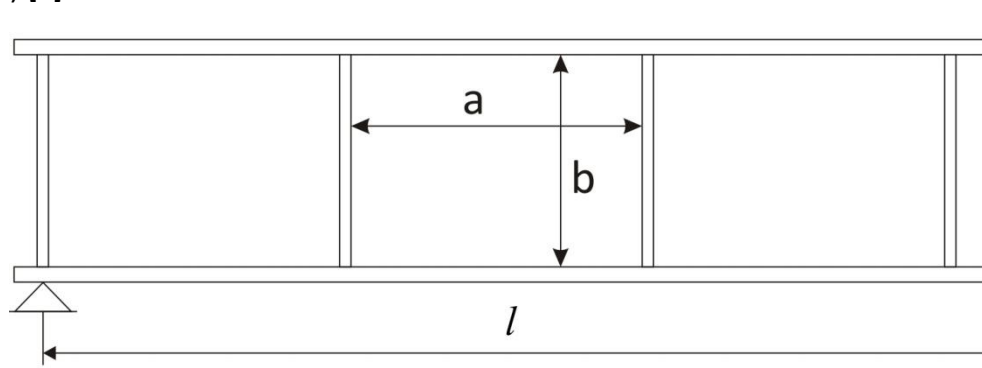
Уколико није претходно одређена дебљина ребра:

$$A_f \geq 0,9 \cdot \frac{M/h}{\sigma_{dop}}. \quad (3.21)$$

Претходно наведени обрасци изведени су за заварене носаче, па за заковане носаче потребно је повећати површину пресека за 10-15% због слабљења попречног пресека рупама за закивке. Поново треба напоменути да су добијене вредности путем ових образаца само оријентационе и да тек након контроле напона и деформација, доказа стабилности и, код динамички оптерећених конструкција, доказа замора, може се потврдити димензије пресека.

4. Прорачун стабилности вертикалног лима против избочавања

Последњих деценија, лимени носачи употребљавају се за велике распоне као греде за укрјућивање лучних или висућних мостова или као континуални носачи и достижу велику висину, у неким случајевим и преко 10 метара. Велика висина носача је наметнула и потребу да се провери стабилност тако велике конструкције па се тако развија и ток прорачуна еластичне стабилности. Након усвајања попречних вертикалних укрјућења, уочавају се танке правоугаоне плоче (димензија a и b) ослоњене на све четири стране и оптерећене у својој равни силама које настају дејством нормалних и смичућих напона (слика 4.1).[1]



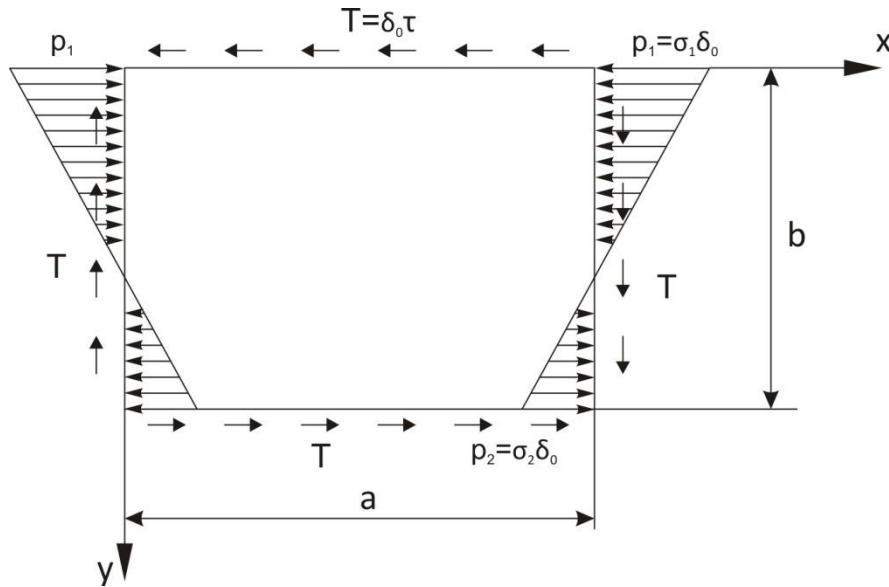
Слика 4.1 - Правоугаона плоча, димензија a и b , уочена између два вертикална укрјућења и горњег и доњег појасног угаоника

Уколико дејства сила пређу одређену дозвољену границу, плоча може да се избочи и тиме изгуби стабилност, по аналогији притиснутих штапова. Проблем избочавања је озбиљне природе и спада у групу проблема еластичне стабилности. Колико је проблем озбиљан говори чињеница да избочавање може настати при критичним напонима који су у великом броју случајева мањи од дозвољених напона којим се димензионише носач. Због тога је поред контроле напона при димензионисању носача, неопходна и контрола еластичне стабилности чија је суштина одређивања вредности критичног напона при којима наступа избочавање.

Оптерећење правоугаоног поља вертикалног лима може бити различито, у зависности од тога да ли делују само трансферзалне силе или само моменти савијања или се могу јавити истовремено и силе и моменти.

У теорији, вертикални лим између појасева и вертикалних укрјућења сматра се правоугаоном плочом која је слободно ослоњена на све четири обимне контуре. На посматрано поље вертикалног лима правоугаоног облика, димензија a и b које одговарају

размаку попречних укрућења односно размаку линија закивака у појасним угаоницима, делују једновременно момент, трансферзалне силе и нормалне силе (слика 4.2).



Слика 4.2 - Правоугаона плоча оптерећена једновременим дејством момента, трансферзалном и нормалном силом

За одређивање вредности критичног напона σ_k и τ_k при којима долази до избочавања правоугаоне плоче, на основу претходно задатог оптерећења, користи се диференцијална једначина која гласи:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1}{D} \cdot \left(-p_x \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \cdot T \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (4.1)$$

где је:

w - угиб плоче

$p_x = p_1 \cdot \left(1 - \varphi \cdot \frac{y}{b} \right)$ - притисак по јединици дужине

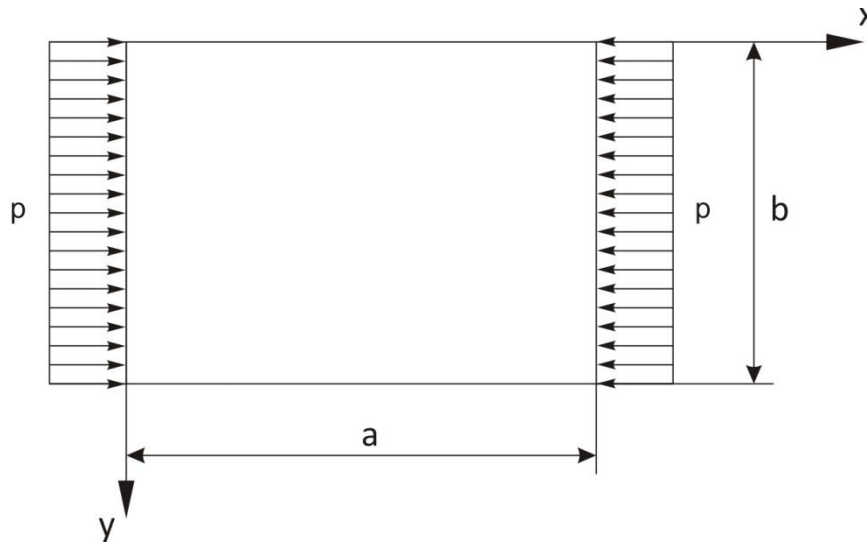
$D = \frac{E \cdot \delta_0^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$ - крутост плоче дебљине δ_0

Решење ове диференцијалне једначине плоче, слободно подупрте на контури, може се изабрати у облику двоструког тригонометријског реда:

$$w = \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \quad (4.2)$$

који испуњава контурне услове: да је на контури $w = 0$ и момент савијања једнак нули.

За сваки посебан случај постоји решење проблема. Као пример се може узети случај притиснуте плоче на странама $x=0$ и $x=a$ оптерећене једнако подељеним оптерећењем $p = \sigma \cdot \delta_0$ по јединици дужине (слика 4.3).



Слика 4.4 - Притиснута плоча оптерећена једнако подељеним оптерећењем

Диференцијална једначина за овај случај гласи:

$$\Delta \Delta w = -\frac{1}{D} \cdot p \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (4.3)$$

Када уврстимо у ову једначину израз за w у облику двоструког тригонометријског реда, добија се:

$$\begin{aligned} \pi^4 \sum_m \sum_n A_{mn} \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]^2 \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} = \\ = \frac{\pi^2 p}{D} \cdot \sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{m}{a} \right)^2 \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Да би ова два реда била једнака, морају и њихови коефицијенти бити једнаки, одакле следи:

$$A_{mm} \left\{ \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]^2 - \frac{p}{D} \cdot \left(\frac{m}{a} \right)^2 \right\} = 0 \quad (4.5)$$

У колико се изостави решење да је $A_{mm} = 0$, јер тада не постоји избочавање плоче, онда се може закључити да је:

$$p_{kr} = \pi^2 \cdot \frac{D}{a^2} \cdot \left[m + \frac{n^2}{m} \cdot \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right]^2 = \left[\frac{m \cdot b}{a} + \frac{n^2}{m} \cdot \left(\frac{a}{b} \right) \right]^2 \cdot \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2} \quad (4.6)$$

односно:

$$\sigma_{kr} = \left[\frac{m}{a} + \frac{n^2}{m} \cdot \alpha \right]^2 \cdot \frac{\pi^2 \cdot D}{\delta_0 \cdot b^2} = k \cdot \sigma_e \quad (4.7)$$

где је:

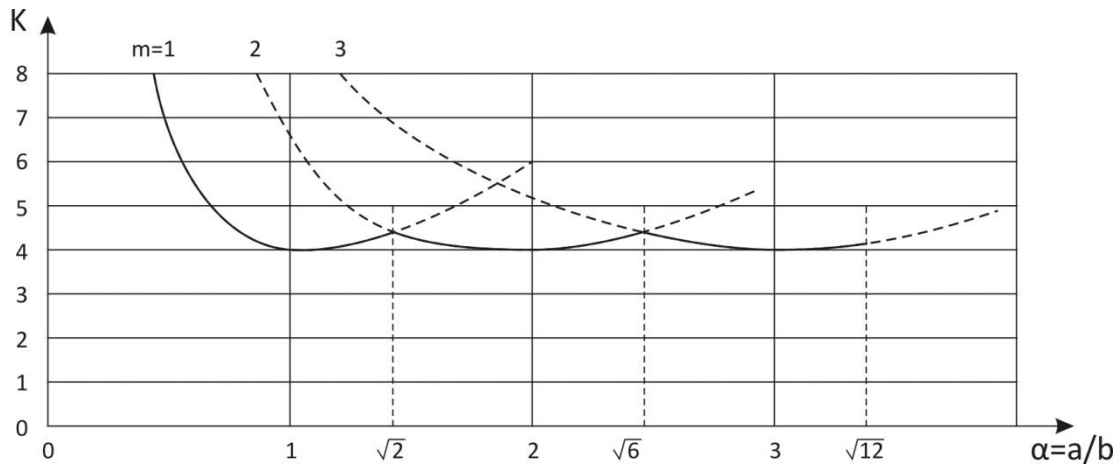
$$\sigma_e = \frac{\pi^2 \cdot D}{\delta_0 \cdot b^2} \quad - \text{такозвани. Ојлеров напон за вертикални лим висине } b, \text{ дебљине}$$

δ_0 , и ширине 1,

$$k = \left[\frac{m}{a} + \frac{n^2}{m} \cdot \alpha \right]^2 \quad - \text{коефицијент избочавања који зависи од односа страна и}$$

$$\alpha = \frac{a}{b} \quad - \text{однос } m \text{ и } n.$$

Пошто су m и n цели бројеви од 1 до ∞ , то је потребно изабрати за њих вредности које дају најмању вредност k . Јасно је да треба да буде $n=1$. Зависност коефицијента k од m се може проучити помоћу дијаграма 4.1, где је графички приказана вредност k у функцији од α и $m=1,2,3$. Из њега се види да k има најмању вредност 4 и да је она за $\alpha > 1$ скоро стална вредност.

Дијаграм 4.1 - Зависност коефицијента k од m и α .

На сличан начин добијена су теоријска решења проблема и за остале случајеве оптерећења. Ова решења могу се свести увек на сличан облик као и у претходном случају то јест да је критични напон

$$\sigma_k = k \cdot \sigma_e \text{ и } \tau_{kr} = k \cdot \tau_e \quad (4.8)$$

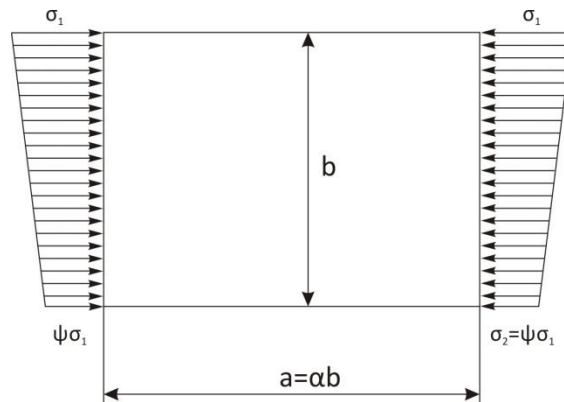
где је:

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 \cdot D}{\delta_0 \cdot b^2} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot \delta_0^3}{12 \cdot \delta_0 \cdot (1 - \mu^2) \cdot b^2} = 1898 \cdot \left(\frac{\delta_0}{b} \right)^2 \cdot 9,81 \cdot 10^{-2} \text{ у } [MPa].$$

Добијени из теоријског решења, коефицијенти k прилагођени су за употребу у пракси на тај начин што су за поједине случајеве оптерећења дати као функција само односа страна правоугаоне плоче.

На тај начин добијени су следећи обрасци за израчунавање коефицијента избочавања:

1) Случај притиснуте и савијене плоче али без затезања (слика 4.5).



Слика 4.5 - Притиснута и савијена плоча

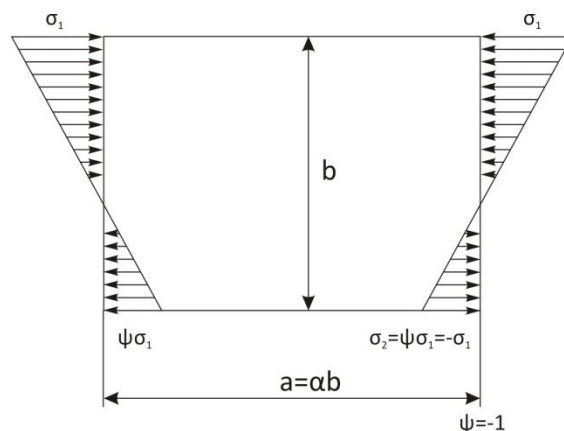
$$\text{за } \alpha = \frac{a}{b} \geq 1 \Rightarrow k = \frac{8,4}{\psi + 1,1} \quad (4.9)$$

$$\text{за } \alpha = \frac{a}{b} < 1 \Rightarrow k = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right)^2 \cdot \frac{2,1}{\psi + 1,1} \quad (4.10)$$

Обрасци за k важе за $0 \leq \psi \leq 1$

$$\sigma_{1k} = k \cdot \sigma_e. \quad (4.11)$$

2) Случај чистог савијања (слика 4.6).



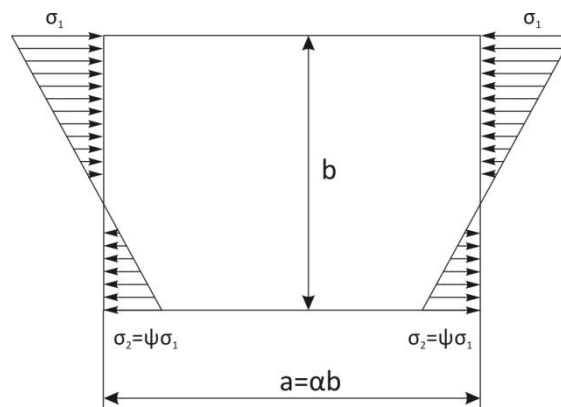
Слика 4.6 - Плоча оптерећена савијањем

$$\text{за } \alpha > \frac{2}{3} \Rightarrow k = 23,9; \quad (4.12)$$

$$\text{за } \alpha < \frac{2}{3} \Rightarrow k = 15,87 + \frac{1,87}{\alpha^2} + 8,6 \cdot \alpha^2. \quad (4.13)$$

$$\sigma_{1k} = k \cdot \sigma_e. \quad (4.14)$$

3) Случај притиснуте и савијене плоче са претежним притиском (слика 4.7)



Слика 4.7 - Савијена и претежно притиснута плоча

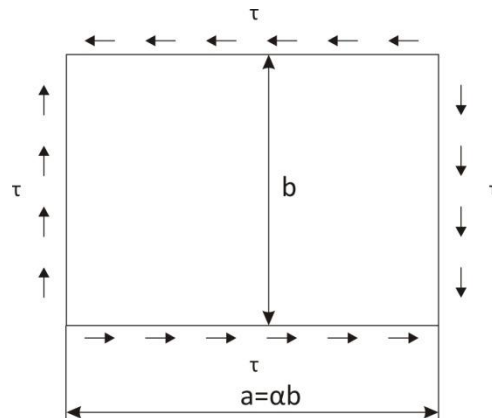
за $-1 < \psi < 0$ и за $\alpha \neq 1$ важи образац:

$$k = (1 + \psi) \cdot k' - \psi \cdot k'' + 10 \cdot \psi \cdot (1 + \psi) \quad (4.15)$$

при чему је k'' коефицијент из случаја под 1) за $\psi = 0$, а k'' коефицијент из случаја 2) за $\psi = -1$

$$\sigma_{1k} = k \cdot \sigma_e \quad (4.16)$$

4) Случај чистог смицања (слика 4.8)



Слика 4.8 - Плоча оптерећена само смицањем

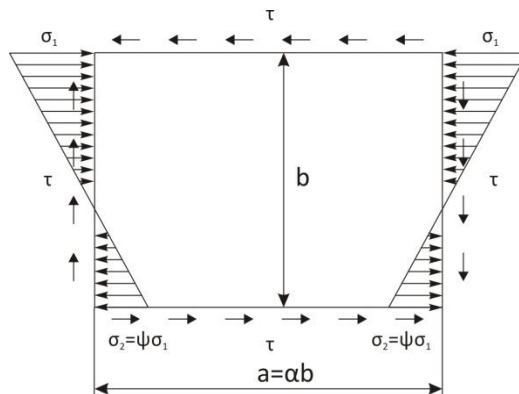
$$\text{за } \alpha \geq 1 \Rightarrow k = 5,34 + \frac{4}{\alpha^2} \quad (4.17)$$

$$\text{за } \alpha < 1 \Rightarrow k = 4 + \frac{5,34}{\alpha^2} \quad (4.18)$$

$$\tau_k = k \cdot \sigma_e \quad (4.19)$$

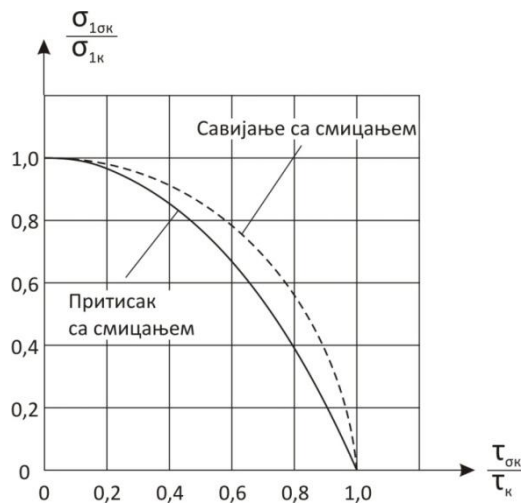
За случај када је правоугаона плоча изложена истовремено савијању и смицању (слика 4.9) постоје такође теоријска решења проблема еластичне стабилности али она дају само међусобну зависност величина критичних нормалних и смичућих напона. Ако се за $\sigma_{1\tau k}$ и $\tau_{\sigma k}$ означе критични напони у овом случају, за разлику од ознака σ_{1k} и τ_k које представљају критичне напоне за посебне случајеве оптерећења, само до σ односно само од τ , онда ће за случајеве да је $\tau_{\sigma k} = 0$ бити $\sigma_{1\tau k} = \sigma_{1k}$ то јест имаћемо случај чистог савијања, и обрнуто за случај $\sigma_{1\tau k} = 0$ биће $\tau_{\sigma k} = \tau_k$ то јест имаћемо случај чистог смицања. За сваки други случај, када постоје истовремено и савијање и смицање, биће

$\sigma_{1\tau k} < \sigma_{1k}$ и $\tau_{\sigma k} < \tau_k$. На основу тога, односи $\frac{\sigma_{1\tau k}}{\sigma_{1k}}$ и $\frac{\tau_{\sigma k}}{\tau_k}$ крећу се од нуле до један.



Слика 4.9- Плоча истовремено оптерећена савијањем и смицањем

Теоријска решења допуштају да се израчуна за сваки одређени однос страна $\alpha = \frac{a}{b}$ зависност односа $\frac{\sigma_{1\tau k}}{\sigma_{1k}}$ од $\frac{\tau_{\sigma k}}{\tau_k}$. Ако се у једном координатном систему прикаже графички ова зависност, добија се једна крива линија која врло мало одступа од кружне лине (слика 4.10).



Слика 4.10 - Графички приказ одступања зависности $\frac{\sigma_{1\tau k}}{\sigma_{1k}}$ од $\frac{\tau_{\sigma k}}{\tau_k}$ од кружне линије

Случај плоче која је истовремено изложена смицању и једнако подељеном притиску, теорисјки је проучен и резултати показују да $\frac{\sigma_{1\tau k}}{\sigma_{1k}} = f\left(\frac{\tau_{\sigma k}}{\tau_k}\right)$ за $\alpha=1$ скоро одговара параболи са слике 4.10 и да за веће α , криве мало одступају од ове параболе.

За случај плоче оптерећене као на слици 4.9 узета је крива $\frac{\sigma_{1\tau k}}{\sigma_{1k}} = f\left(\frac{\tau_{\sigma k}}{\tau_k}\right)$ која лежи између круга и параболе и за њену једначину усвојен је аналитички израз:

$$\left(\frac{\tau_{\sigma k}}{\tau_k}\right)^2 = 1 - \frac{1+\psi}{2} \cdot \left(\frac{\sigma_{1\tau k}}{\sigma_{1k}}\right) - \frac{1-\psi}{2} \cdot \left(\frac{\sigma_{1\tau k}}{\sigma_{1k}}\right)^2. \quad (4.20)$$

Ако са ν_b означимо коефицијент сигурности против избочавања, онда следи:

$$\sigma_{1\tau k} = \nu_b \cdot \sigma_1 \quad (4.21)$$

$$\tau_{\sigma k} = \nu_b \cdot \tau, \quad (4.22)$$

где су σ_1 и τ напони од истог оптерећења. Када се у претходну једначину уврсте ови изрази, и реши по ν_b добија се:

$$\nu_b = \frac{1}{\frac{1+\psi}{4} \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_{1k}} + \sqrt{\left(\frac{3-\psi}{4} \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_{1k}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_k}\right)^2}}. \quad (4.23)$$

Овај израз важи само онда ако се плоча под критичним напонима још увек понаша еластично. Ако се као критеријум за појаву течења употреби упоредни напон σ_u према теорији о константном деформационом раду на промени облика, онда ће за случај напрезања према слици 4.9 бити упоредни напон σ_{uki} за избочавање у границама еластичности:

$$\sigma_{uki} = \sqrt{\sigma_{1\tau k}^2 + 3 \cdot \tau_{\sigma k}^2} = \nu_b \cdot \sqrt{\sigma_1^2 + 3 \cdot \tau^2}. \quad (4.24)$$

односно:

$$\sigma_{uki} = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + 3 \cdot \tau^2}}{\frac{1+\psi}{4} \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_{1k}} + \sqrt{\left(\frac{3-\psi}{4} \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_{1k}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_k}\right)^2}}. \quad (4.25)$$

Индекси i указују на то да је реч о идеализованом напону, добијеним уз претпоставку неограничене еластичности. У стварности, за челични материјал σ_{uki} не може прећи границу пропорционалности, тј. $\sigma_{uki} < \sigma_P$.

Из горњег израза за σ_{uki} могу се добити и упоредни напони за остале случајеве напрезања плоче. Тако на пример у случају истовременог смицања и савијања, онда је $\psi = -1$ па је:

$$\sigma_{uki} = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + 3 \cdot \tau^2}}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{1k}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_k}\right)^2}}. \quad (4.26)$$

Ако је плоча изложена чистом савијању, онда је $\psi = -1$ и $\tau = 0$ па је

$$\sigma_{uki} = \sigma_{1k}. \quad (4.27)$$

Ако је плоча изложена чистом смицању, онда је $\sigma_1 = 0$ па је

$$\sigma_{uki} = \tau_k \cdot \sqrt{3}. \quad (4.28)$$

Ако срачунати напон σ_{uki} прелази границу пропорционалности челика, онда се, слично као код притиснутих штапова, мора вршити редукција овог напона на σ_{uk} пошто је избочавање у пластичном подручју.

Коефицијент сигурности против избочавања је тада

$$\nu_b = \frac{\sigma_{uk}}{\sqrt{\sigma_1^2 + 3 \cdot \tau^2}}. \quad (4.29)$$

У табели 4.1 дати су подаци за смањивање вредности σ_{uki} на σ_{uk} .

Према нашим прописима захтева се у конструкцијама коефицијент сигурности:

$\nu_b \geq 1,35$ за основно оптерећење (I случај оптерећења),

$\nu_b \geq 1,25$ за тотално оптерећење (II случај оптерећења).

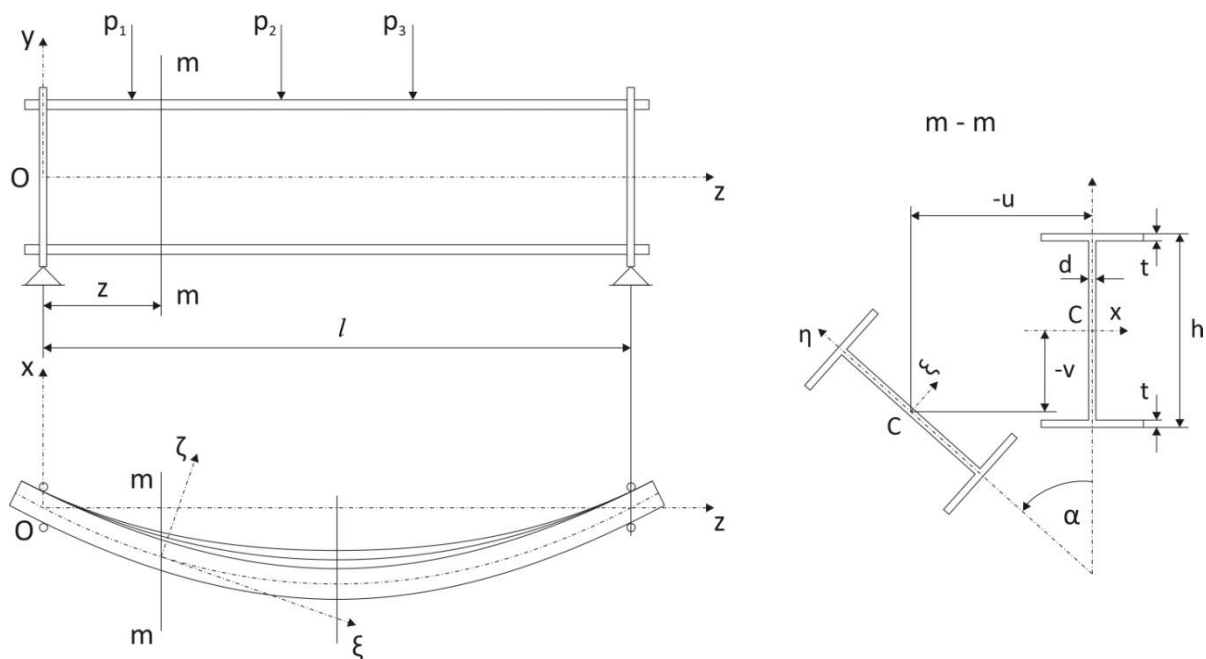
За одређивање напона σ_1 и τ служе познати обрасци: $\sigma_1 = \frac{M}{I_x} \cdot \frac{b}{2}$ и $\tau = \frac{Q}{\delta_0 \cdot b}$, при чему су M и Q највећа вредност момента, односно трансферзалне силе у посматраном пољу. За случај да се највећа вредност M , односно Q јавља на крају поља, узима се вредност која наступа у $b/2$ од краја поља за $\alpha \geq 1$ или у $a/2$ за $\alpha < 1$. Напони σ_1 и τ рачунају се за бруто пресек. При истовременом савијању и смицању, M и Q узимају се за исти положај оптерећења.

Таблица 4.1 - Смањена вредност σ_{uki} на σ_{uk}

σ_{uki} [MPa]	σ_{uk} [MPa]	
	Č 0261	Č 0361
188.4	188.4	<u>188.4</u>
196.2	194.5	<u>196.2</u>
206.0	199.5	<u>206.0</u>
215.8	203.9	<u>215.8</u>
225.6	207.1	<u>225.6</u>
235.4	209.7	<u>235.4</u>
245.3	212.0	<u>245.3</u>
255.1	214.0	<u>255.1</u>
264.9	215.7	<u>264.9</u>
274.7	217.2	<u>274.7</u>
282.5	218.3	282.5
284.5	218.5	284.4
294.3	219.6	291.7
313.9	221.7	301.9
333.5	223.5	309.1
353.2	224.6	314.6
372.8	225.8	319.1
392.4	226.8	322.7
412.0	227.6	325.8
431.6	228.3	328.3
451.3	229.0	330.6
470.9	229.5	332.6
490.5	229.5	334.2
539.6	230.9	337.7
588.6	231.6	340.2
637.7	232.2	342.2
686.7	232.7	343.6
735.8	233.0	344.9
784.8	233.3	345.9
833.9	233.6	346.8
882.9	233.8	347.5
932.0	234.0	348.1
981.0	234.1	348.5
1226.3	234.6	350.2
1471.5	234.9	351.1
1716.8	234.9	351.7
1962.0	235.1	352

5. Сигурност носача против бочног извијања

Како је претходно закључено да у одређеним ситуацијама може настати ибочавање, тако, такође, може настати, при одређеним вредностима, појава бочног извијања (слика 5.1).[1]



Слика 5.1 - Шематски приказ бочног извијања носача

Бочна нестабилност носача се такође проучава у Теорији еластичне стабилности као проблем бочног извијања носача и она настаје при дејству такозвани критичног оптерећења. Бочно извијање готово је увек праћено савијањем и торзијом носача што може да буде корисно поготову у ситуацији када је притиснути појас слободан на већој дужини односно кад на њега бочно не делује никакав спрег. То је од посебног значаја за носаче I пресека који обично имају много већу крутост за савијање у равни ребра од крутости за бочно извијање. Због тога може се десити да се носач сруши пре него што напони од савијања у равни ребра достигну границу пластичног течења метала.

Све дотле док је интезитет оптерећења испод вредности критичног оптерећења, у било ком попречном пресеку носача постоји само момент савијања и трансферзална сила

у равни савијања. Пре пуштања носача у рад ондносно пре задавања оптерећења оса носача је права линија, али након оптерећења оса прелази у криву линију (у равни савијања) која се назива еластична линија. Она представља стабилан равнотежни положај носача при оптерећењу. Након растерећења, носач се враћа у свој првобитни положај. Међутим, у колико интезитет оптерећења достигне одређену вредност онда се носач понаша као притиснути штап тј. може да има два равнотежна положаја. Првобитни положај савијеног носача у равни губи своју особину да преставља један једини равнотежни облик, јер постоји под тим оптерећењем и други облик деформисаног носача, који задовољава равнотежне услове и услове ослањања, али је у том облику носач нешто мало бочно извијен и претрпео је торзију истовремено са просторним савијањем (слика 5.1).

Теоријско одређивање критичног оптерећења заснива се на претпоставци о идеалном геометријском облику двоструко симетричног носача I пресека; о идеалном положају оптерећења у равни симетрије носача и о идеално хомогеном материјалу које се неумитно покорава Хуковом закону. Претпоставља се да су два равнотежна положаја носача под дејством критичног оптерећења два бесконачно блиска суседна положаја. На основу ових претпоставки бочно извијање своди се на линеаризован проблем бифуркације равнотежних стања по аналогiji проблема притиснутих штапова. Са аспекта димензионисања носача, значајна је једино најмања реална и позитивна сопствена вредност, јер је само за оптерећења испод те вредности равнотежа унутрашњих и спољашњих сила стабилна.

5.1 Бочно извијање носача у границама еластичности

Као пример како се решава проблем бочног извијања, полази се од случаја носача I профила који је слободно ослоњен на крајевима и изложен чистом савијању. Ослонци носача се замишљају у облику виљушке која спречава окретање пресека на крајевима носача у њиховој равни, али допуштају слободно окретање тих пресека у равни носача и у хоризонталној равни. За спрегове на крајевима носача, који изазивају чисто савијање, претпоставља се да задржавају своју равну дејства и за време бочног извијања носача.[1]

Деформацију бочно извијеног носача посматра се у непомићном координатном систему са осама x, y, z чији су смерови приказани сликом 5.1. У тежишту произвољног попречног пресека $m - m$ узима се систем координатних оса ξ, η, ζ од којих су ξ и η осе симетрије, па према томе и главне осе инерције пресека, а ζ оса тангента на еластичну

линију бочно извијеног носача. Компоненте померања тежишта u и v у правцу x и y осе и угао ротације α дефинише деформацију носача. Угао α узима се да је позитиван у математички позитивном смеру, а померања u и v у позитивном правцу одговарајућих оса x и y .

Претпоставља се да су, за мале деформације, криве еластичне линије носача у xz и yz равни d^2u/dz^2 и d^2v/dz^2 и да, с обзиром на малу вредност угла α , па и кривине у равнима $\xi\xi$ и $\eta\xi$ имају исте вредности. Угао торзије на јединицу дужине средње линије носача је $d\alpha/dz$.

На основу тога, диференцијалне једначине за савијање носача су следеће:

$$E \cdot J_{\xi} \cdot \frac{d^2v}{dz^2} = M_{\xi} \quad (5.1)$$

$$E \cdot J_{\eta} \cdot \frac{d^2u}{dz^2} = M_{\eta}$$

(5.2)

где су J_{ξ} и J_{η} главни моменти инерције попречног пресека носача за ξ и η осе, а M_{ξ} и M_{η} моменти савијања за одговарајуће осе.

Диференцијална једначина за торзију носача отвореног пресека и са танким зидовима односно носача I пресека, за случај да је спречено слободно кривљење пресека гласи:

$$C \cdot \frac{d\alpha}{dz} - C_1 \cdot \frac{d^3\alpha}{dz^3} = M_{\xi} \quad (5.3)$$

где је:

$$C = G \cdot J_D \quad - \text{торзиона крутост,}$$

$$C_1 = E \cdot C_M \quad - \text{крутост против кривљења пресека.}$$

За симетричан I пресек са ознакама приказаним на слици 5.1 је:

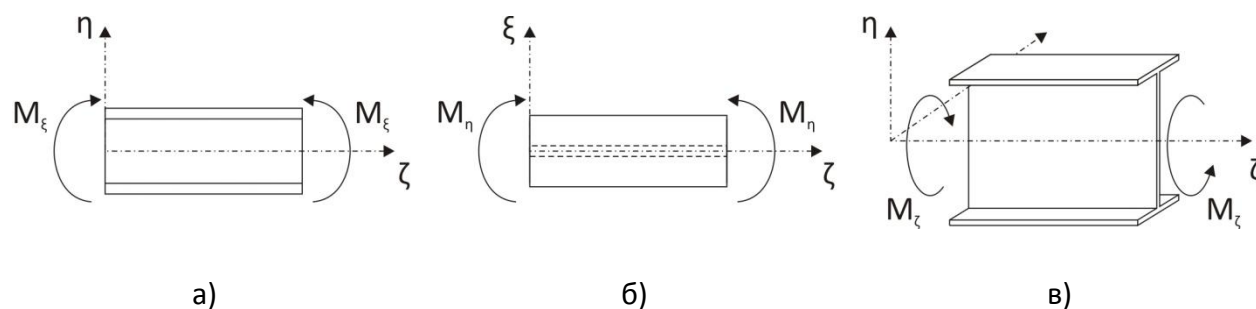
$$J_D = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot b \cdot t + h_1 \cdot d^3) \quad - \text{торзиона константа,} \quad (5.4)$$

$$C_M = \frac{t \cdot b^3}{12} \cdot \frac{h_1^2}{2} \approx \frac{J_\eta}{2} \cdot \frac{h_1^2}{2} \quad - \text{ константа кривљења,} \quad (5.5)$$

$$h_1 = h - t \quad - \text{ размак тежишта спојева,} \quad (5.6)$$

b - ширина појаса.

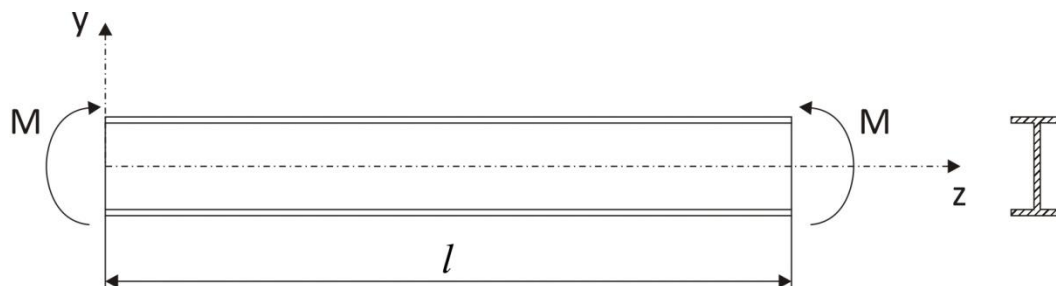
За моменте савијања M_ξ и M_η усваја се да су позитивни они смерови који су показани сликом 5.2а и 5.2б, док је за торзиони момент M_ζ усвојен смер приказан сликом 5.2в.



Слика 5.2 - Усвојени позитивни смерови момената савијања и увијања

5.2 Бочно извијање носача изложеног чистом савијању

На основу претходне три диференцијалне једначине може се решити и проблем носача I пресека оптерећеног чистим савијањем. Носач савијају два спрега са моментом M , који делују у равни ребра на крајевима носача (слика 5.3). [1]



Слика 5.3 - Носач I попречног пресека изложен савијању под дејством два спрега са моментом M

Тада се у неком пресеку бочно извијеног носача моменти савијања и торзиони момент добијају као пројекције вектора M на осе ξ , η и ζ . Узимајући у обзир мале вредности угла α , косинуси углова између позитивних праваца осе x и оса ξ , η и ζ : $\cos(x, \xi) = 1$, $\cos(x, \eta) = -\alpha$, $\cos(x, \zeta) = du/dz$ и водећи рачуна о усвојеним позитивним смеровима момената, добијају се у посматраном пресеку за моменте следеће вредности:

$$M_{\xi} = M \quad M_{\eta} = \alpha \cdot M \quad M_{\zeta} = -\frac{du}{dz} \cdot M. \quad (5.7)$$

Када се ове вредности уврсте у три диференцијалне једначине добијају се следеће три једначине равотеже:

$$E \cdot J_{\xi} \cdot \frac{d^2 v}{dz^2} - M = 0, \quad (5.8)$$

$$E \cdot J_{\eta} \cdot \frac{d^2 u}{dz^2} - \alpha \cdot M = 0, \quad (5.9)$$

$$C \cdot \frac{d\alpha}{dz} - C_1 \cdot \frac{d^3 \alpha}{dz^3} + \frac{du}{dz} \cdot M = 0. \quad (5.10)$$

Диференцирајући последњу једначину по z и замењујући у њој $d^2 u / dz^2$ из друге једначине, добија се једначина:

$$C_1 \cdot \frac{d^4 \alpha}{dz^4} - C \frac{d^2 \alpha}{dz^2} - \frac{M^2}{E \cdot J_{\eta}} \cdot \alpha = 0, \quad (5.11)$$

односно

$$\frac{d^4 \alpha}{dz^4} - \frac{1}{a^2} \cdot \frac{d^2 \alpha}{dz^2} - \frac{1}{d^4} \cdot \alpha = 0, \quad (5.12)$$

у којој је:

$$\frac{1}{a^2} = \frac{C}{C_1} \text{ и } \frac{1}{d^4} = \frac{M^2}{C_1 \cdot E \cdot J_{\eta}}. \quad (5.13)$$

То је диференцијална једначина проблема бочног извијања за случај чистог савијања. Она представља линеарну и хомогену диференцијалну једначину четвртог реда са константним коефицијентима.

Њена карактеристична једначина је:

$$r^4 - \frac{1}{a^2} \cdot r^4 \cdot \frac{1}{d^4} = 0 \quad (5.14)$$

са коренима:

$$r_1 = +im; r_2 = -im; r_3 = n; r_4 = -n. \quad (5.15)$$

При томе су m и n позитивне и реалне величине дате изразима:

$$m = \sqrt{-\frac{1}{2 \cdot a^2} + \sqrt{\frac{1}{4 \cdot a^4} + \frac{1}{d^4}}} \quad \text{и} \quad n = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot a^2} + \sqrt{\frac{1}{4 \cdot a^4} + \frac{1}{d^4}}}. \quad (5.16)$$

Опште решење диференцијалне једначине је:

$$\alpha = a \cdot A_1 \cdot \sin m \cdot z + A_2 \cos m \cdot z + A_3 \cdot e^{n \cdot z} + A_4 \cdot e^{-n \cdot z}. \quad (5.17)$$

Интеграционе константе A_1, A_2, A_3, A_4 могу се одредити из услова на крајевима носача. Ако се има у виду да је ослањањем носача на лежишта у виду виљушке спречено окретање пресека над ослонцима око осе z , онда на крајевима носача постоје следећи услови:

$$\alpha = 0 \quad \text{и} \quad \frac{d^2 \alpha}{dz^2} = 0 \quad \text{за} \quad z = 0 \quad \text{и} \quad z = l. \quad (5.18)$$

Из услова $z = 0$ може се закључити да је:

$$A_2 = 0 \quad \text{и} \quad A_3 = -A_4. \quad (5.19)$$

Услови који постоје за $z = l$ доводе до следеће две једначине:

$$A_1 \sin m \cdot l - 2 \cdot A_4 \sin n \cdot l = 0, \quad (5.20)$$

$$A_1 \cdot m^2 \cdot \sin m \cdot l + 2 \cdot A_4 \cdot n^4 \cdot \sin n \cdot l = 0. \quad (5.21)$$

Да би постојало решење за A_1 и A_4 различито од тривијалног, мора детерминанта система ове две једначине бити једнака нули:

$$(\sin m \cdot l) \cdot (n^2 \sin n \cdot l + m^2 \sin m \cdot l) = 0. \quad (5.22)$$

Пошто су m и n позитивне величине и различите од нуле, може се закључити из последње једначине да је $\sin m \cdot l = 0$. Из претходне две једначине произилази да је и $A_4 = 0$.

На тај начин се полазно опште решње диференцијалне једначине своди на:

$$\alpha = A_1 \cdot \sin m \cdot z \quad (5.23)$$

Из услова $\sin m \cdot l = 0$ добија се да је

$$m = \frac{\pi}{l} = \sqrt{-\frac{1}{2 \cdot a^2} + \sqrt{\frac{1}{4 \cdot d^4} + \frac{1}{d^4}}}. \quad (5.24)$$

Замењујући раније вредности за ознаке $1/a^2$ и $1/d^4$, добија се најмања вредност за M која представља критичну вредност:

$$M_{kr} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E \cdot J_\eta \cdot C}{l^2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{l^2} \cdot \frac{C_1}{C}} = k_1 \cdot \frac{\sqrt{E \cdot J_\eta \cdot C}}{l}, \quad (5.25)$$

где је:

$$k_1 = \pi \cdot \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{l^2} \cdot \frac{C_1}{C}}. \quad (5.26)$$

Коефицијент k_1 зависи од односа $C_1/C \cdot l^2$ и срачунате вредности k_1 за поједине вредности $l^2 \cdot C/C_1$ дате су у табели 5.1.

Табела 5.1 - Коефицијент k_1

$l^2 \cdot C / C_1$	0	0,1	1	2	4	6	8	10	12
k	∞	31,4	10,36	7,66	5,85	5,11	4,70	4,43	4,24
$l^2 \cdot C / C_1$	16	20	24	28	32	36	40	100	∞
k	4,00	3,83	3,73	3,66	3,59	3,55	3,51	3,29	π

Када се зна вредност критичног момента савијања, онда се може одредити и вредност критичног напона на уобичајен начин по обрасцу:

$$\sigma_{kr} = \frac{M_{kr}}{W_{\xi}}, \quad (5.27)$$

где је W_{ξ} отпорни момент пресека за осу ξ . На тај начин израчунате вредности важе само за бочно извијње у границама еластичности, тј. $\sigma_{kr} \leq \sigma_p$, где је σ_p граница пропорционалности материјала.

6. Пример прорачуна и конструисања закованог лименог носача

Полазни подаци:

$$l = 10[m]$$

$$q = 100[kNm]$$

$$\check{C}0361 \Rightarrow \sigma_{dop} = 160[MPa], \tau_{dop} = 90[MPa]$$

$$\text{Закивци: } \check{C}0361 \Rightarrow \tau_{dop} = 130[MPa], \sigma_{b\ dop} = 320[MPa], \sigma_{z\ dop} = 50[MPa]$$

1) Потребна висина носача

$$\text{На основу препорука: } h_0 \approx \frac{l}{10} = \frac{10}{10} = 1[m]$$

2) Димензије вертикалног лима

$$h_0 = 1000[mm]$$

$$\delta_0 = 9 + 2,5 \cdot h_0 = 9 + 2,5 \cdot 1 = 11,5[mm], \text{ усвајам } \delta_0 = 12[mm]$$

3) Избор појасних угаоника

$$b_u = 75 + 25 \cdot h_0 = 75 + 25 \cdot 1 = 100[mm]$$

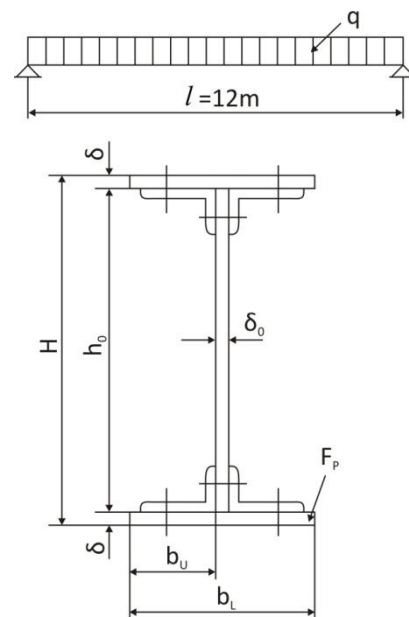
Дебљина угаоника (усвојена) је $\delta_0 = 12[mm]$

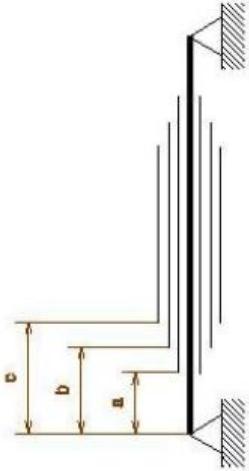
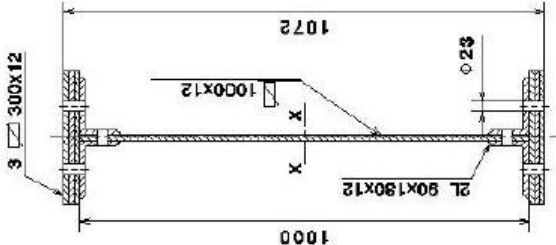
Усвајам L 90.130.12

4) Појасне ламеле према препорукама

$$b_l \approx 2 \cdot 130 + 12 + (5 \div 10) = 282[mm],$$

$$\text{Усвајам } b_l = 300[mm]$$



Редни број	Подаци за површине		Подаци за статичке моменте			Подаци за моменте инерције						Подаци за отпорне моменте и моменте носивости		
	Бруто пресек елемената	Одбитак рупе за закивке	Површина пресек појединачних елемената	Одстојање тежишта елемената од тежишта	Статички момент елемената	Сума I_x елемената пресека	Момент инерције рупа за закивке	I_x нето пресека елемената	Сума моментата I_{x_i} нето пресека елемената	Висина	Отпорни момент W_x нето пресека	Момент носивости	Највећи напон	
	cm^2	cm^2	cm^2	cm	cm^3	cm^4	cm^4	cm^4	cm^4	cm	cm^3	kNm	MPa	
1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	120	5,52	60	25	1500	100000			100000					
2	110	5,52	55	47,74	2625,7	251362			237870	337870	100	6757	1081	
3	72	5,52	36	50,6	1821,6	184355		13492	170201	508071	102,4	9923	1588	160
4	72	5,52	36	51,8	1864,8	193202		14154	178369	686440	104,8	13100	2096	
5	72	5,52	36	53	1908	202257		14833	186730	873170	107,2	16290	2606	
6	446		223		9720,1			15527	873176	873176				
Слика попречног пресека		Димензије												
		2												
		Основни пресек												
Појачање ламелама		Појачање ламелама												
Свега		Свега												
Вертикални лим 1000x12		Вертикални лим 1000x12												
Појасни угаоник 4L 90x130x12		Појасни угаоник 4L 90x130x12												
2L 90x130x12		2L 90x130x12												
I ламела 2L 300x12		I ламела 2L 300x12												
II ламела 2L 300x12		II ламела 2L 300x12												
III ламела 2L 300x12		III ламела 2L 300x12												
1L 300x12		1L 300x12												
Свега		Свега												

5) Ојачавање основног пресека ламелама

$$1) \sum_{i=1}^n F_i = 0 \quad F_A - q \cdot l + F_B = 0$$

$$2) \sum_{i=1}^n M_A^{F_i} = 0 \quad -q \cdot l \cdot \frac{l}{2} + F_B \cdot l = 0$$

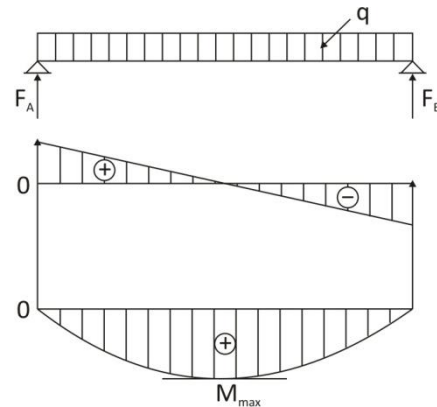
$$2) \Rightarrow F_B = \frac{q \cdot l}{2}$$

$$F_A = q \cdot l - F_B = \frac{q \cdot l}{2}$$

$$F_A = F_B = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{170 \cdot 10}{2} = 850 [kN]$$

$$z = \frac{1}{2} \cdot l$$

$$M_f = M_{f \max} = F_A \cdot \frac{l}{2} - q \cdot l \cdot \frac{l}{4} = \frac{q \cdot l}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{q \cdot l^2}{4} - \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{170 \cdot 10^2}{8} = 2125 [kNm]$$



Потребан отпорни момент нето пресека у средини распона је:

$$W_n = \frac{M_{\max}}{\sigma_{dop}} = \frac{2125 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,01328125 [m^3] = 13281,2 [cm^3]$$

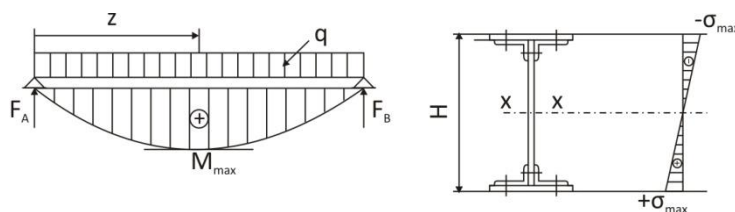
Потребан нето пресек ламела у једном појасу је:

$$F_p = \frac{W_n}{h_0} - \frac{W_{on}}{H} + d_1 \cdot \delta = \frac{13281,2}{100} - \frac{6757}{(100 + 6 \cdot 1,2)} + 2,3 \cdot (1,2 \cdot 3)$$

$$F_p = 132,8 - 63,03 + 8,28 = 61,49 [cm^2]$$

6) Контрола напона у носачу

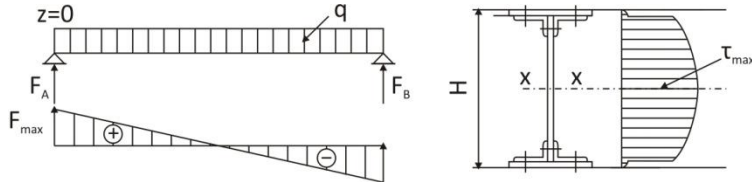
6.1 Ивични нормални напон у средини распона



$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_{3n}} = \frac{2125 \cdot 10^3}{16290 \cdot 10^{-6}} = 130448127,7 [Pa] = 130,4 [MPa]$$

$$\sigma_{\max} = 130,4 [MPa] < \sigma_{dop} = 160 [MPa]$$

6.2 Смичући напон у пресеку десно од ослоња



$$z = 0$$

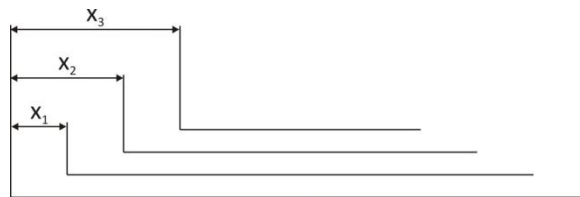
$$\tau_{\max} = \frac{F_A \cdot S_x}{I_x \cdot \delta_0} = \frac{850 \cdot 10^3 \cdot (1500 + 2625,7) \cdot 10^{-6}}{351362 \cdot 10^{-8} \cdot 1,2 \cdot 10^{-2}} = 83193676,9 [Pa] = 81,2 [MPa]$$

$$\tau_{\max} = 81,2 [MPa] < \tau_{dop} = 90 [MPa]$$

7) Одређивање теоријских дужина ламела

$$M_{nosiv} = \frac{4 \cdot M_{\max} \cdot x \cdot (0,88 \cdot l - x)}{(0,88 \cdot l)^2} \Rightarrow x = \frac{0,88l}{2} \cdot \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{M_{nosiv}}{M_{\max}}} \right)$$

$$x_1 = \frac{0,88 \cdot 10}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1081}{2125}} \right) = 1,32 [m]$$



Теоријска дужина прве ламеле

$$l - 2 \cdot x_1 = 10 - 2 \cdot 1,32 = 7,36 [m]$$

$$x_2 = \frac{0,88 \cdot 10}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1588}{2125}} \right) = 2,19 [m]$$

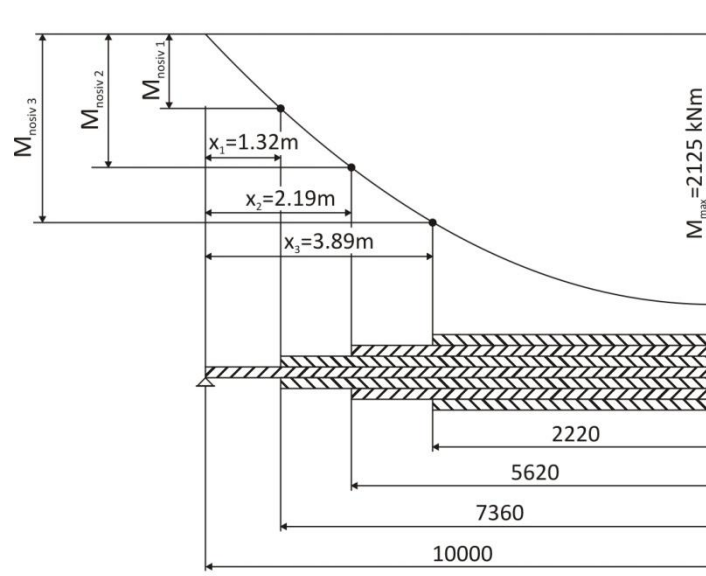
Теоријска дужина друге ламеле

$$l - 2 \cdot x_2 = 10 - 2 \cdot 2,19 = 5,62 [m]$$

$$x_3 = \frac{0,88 \cdot 10}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2096}{2125}} \right) = 3,89 [m]$$

Теоријска дужина треће ламеле

$$l - 2 \cdot x_3 = 10 - 2 \cdot 3,89 = 2,22 [m]$$

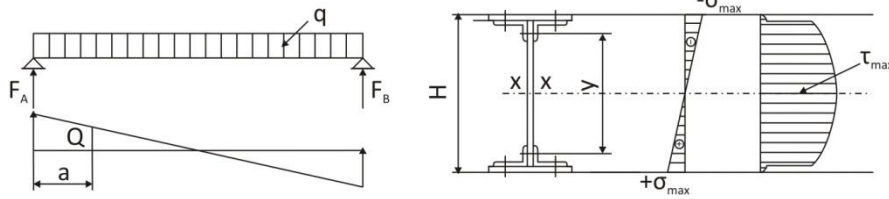


8) Контрола упоредног напона у висини линије закивака на појасним угаонцима

8.1. У пресеку $a = x_1 = 1,32 [m]$

Трансферзална сила у овом пресеку је:

$$Q = \frac{q \cdot l}{2} - q \cdot a = \frac{170 \cdot 10}{2} - 170 \cdot 1,32 = 477,7 [kN]$$



$$\sigma = \sigma_{\max} \cdot \frac{y}{h_0/2} = 130,4 \cdot 10^6 \cdot \frac{45}{50} = 117360000 [Pa] = 117,4 [MPa]$$

$$\tau = \frac{Q \cdot S'_p}{I_x \cdot \delta_0} = \frac{625,6 \cdot 10^3 \cdot (2625,7 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-2} \cdot 1,2 \cdot 10^{-2} \cdot 57,5 \cdot 10^{-2})}{351362 \cdot 10^{-8} \cdot 1,2 \cdot 10^{-2}} = 44077758 [Pa] = 44,1 [MPa]$$

$$\sigma_u = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} = \sqrt{117,4^2 + 3 \cdot 44,1^2} = 140,1 [MPa]$$

$$\sigma_u = 140,1 [MPa] < \sigma_{dop} = 160 [MPa]$$

8.2. У пресеку $a = x_2 = 2,19 [m]$

Трансферзална сила у овом пресеку је:

$$Q = \frac{q \cdot l}{2} - q \cdot a = \frac{170 \cdot 10}{2} - 170 \cdot 2,19 = 477,7 [kN]$$

$$y = \frac{h_0}{2} - e = \frac{100}{2} - 5 = 45 [cm]$$

$$\sigma = \sigma_{\max} \cdot \frac{y}{h_0/2 + t} = 130,4 \cdot 10^6 \cdot \frac{45}{50 + 1,2} = 114609375 [Pa] = 114,6 [MPa]$$

$$\tau = \frac{Q \cdot S'_p}{I_x \cdot \delta_0} = \frac{477,7 \cdot 10^3 \cdot (2625,7 \cdot 10^{-6} + 1821,6 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-2} \cdot 1,2 \cdot 10^{-2} \cdot 57,5 \cdot 10^{-2})}{535717 \cdot 10^{-8} \cdot 1,2 \cdot 10^{-2}} = 35,6 [MPa]$$

$$\sigma_u = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} = \sqrt{114,6^2 + 3 \cdot 35,6^2} = 130,1 [MPa]$$

$$\sigma_u = 130,1 [MPa] < \sigma_{dop} = 160 [MPa]$$

9) Прорачун растојања закивака за везу појаса са вертикалним лимом

Усвајају се закивци следећег пречника:

$$d_1 = 23 [mm]$$

$$T_1 = \tau \cdot \delta_0 = \frac{Q \cdot S_p}{I_x \cdot \delta_0} \cdot \delta_0 = \frac{Q}{I_x} \cdot S_p$$

$$T = \frac{Q}{I_x} \cdot S_p \cdot e \leq N_{\min} = d_1 \cdot \delta_0 \cdot \sigma_{dop} = 2 \cdot d_1 \cdot \delta_0 \cdot \sigma_{dop}$$

$$e = \frac{N_{\min} \cdot I_x}{Q \cdot S_p}$$

9.1. У првом пољу до ослонца (основни пресек)

$$e = \frac{N_{\min} \cdot I_x}{Q \cdot S_p} = \frac{(2 \cdot 2,3 \cdot 1,2) \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 \cdot 351362 \cdot 10^{-8}}{850 \cdot 10^3 \cdot 2625,7 \cdot 10^{-6}} = 0,13899[m]$$

$$e = 13,9[cm] > 6 \cdot d_1 = 6 \cdot 2,3 = 13,8[cm]$$

$$N_{\min} = 2 \cdot 2,3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 88320[N]$$

$$S_p = 2625,7[cm^3]$$

$$Q = 850[kN]$$

9.2. На растојању $a = 1,32[m]$ од ослонца

$$e = \frac{N_{\min} \cdot I_x}{Q \cdot S_p} = \frac{(2 \cdot 2,3 \cdot 1,2) \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 \cdot 535717 \cdot 10^{-8}}{625,6 \cdot 10^3 \cdot 4447,3 \cdot 10^{-6}} = 0,1700597[m]$$

$$e = 17[cm] > 6 \cdot d_1 = 6 \cdot 2,3 = 13,8[cm]$$

$$N_{\min} = 2 \cdot 2,3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 88320[N]$$

$$S_p = 2625,7 + 1821,6 = 4447,3[cm^3]$$

$$Q = F_A - q \cdot a = 850 - 170 \cdot 0,32 = 625,6[kN]$$

9.3. На растојању $b = 2,19[m]$ од ослонца

$$e = \frac{N_{\min} \cdot I_x}{Q \cdot S_p} = \frac{(2 \cdot 2,3 \cdot 1,2) \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 \cdot 728919 \cdot 10^{-8}}{477,7 \cdot 10^3 \cdot 6312,1 \cdot 10^{-6}} = 0,2135056[m]$$

$$e = 21,3[cm] > 6 \cdot d_1 = 6 \cdot 2,3 = 13,8[cm]$$

$$N_{\min} = 2 \cdot 2,3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 88320[N]$$

$$S_p = 2625,7 + 1821,6 + 1864,8 = 6312,1[cm^3]$$

$$Q = F_A - q \cdot a = 850 - 170 \cdot 2,19 = 477,7[kN]$$

9.3. На растојању $c = 3,89[m]$ од ослонца

$$e = \frac{N_{\min} \cdot I_x}{Q \cdot S_p} = \frac{(2 \cdot 2,3 \cdot 1,2) \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 \cdot 931176 \cdot 10^{-8}}{188,7 \cdot 10^3 \cdot 8220,1 \cdot 10^{-6}} = 0,53020258[m]$$

$$e = 53[cm] > 6 \cdot d_1 = 6 \cdot 2,3 = 13,8[cm]$$

$$N_{\min} = 2 \cdot 2,3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 88320[N]$$

$$S_p = 2625,7 + 1821,6 + 1864,8 + 1908 = 8220,1[cm^3]$$

$$Q = F_A - q \cdot a = 850 - 170 \cdot 3,89 = 188,7[kN]$$

Како су рачунска растојања хоризонталних закивака у појасу (за све ламеле) већа од максимално допушеног размака, то се на целој дужини појаса усваја $e = 6 \cdot 23 \approx 140[mm]$.

10) Контрола стабилности вертикалног лима против избочавања

$$\text{Usvajam da je } a = 100[cm]$$

$$b = h_0 - 2 \cdot e = 100 - 2 \cdot 5 = 90$$

10.1. Прво поље до ослонца

$$Q = 850 [kN]$$

$$M \approx 0$$

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{100}{90} = 1,11$$

за $\alpha = 1,11 > 1$ и чисто смицање је:

$$k = 5,34 + \frac{4}{\alpha^2}$$

$$k = 5,34 + \frac{4}{1,11^2} = 8,57$$

$$\sigma_e = 186193,8 \cdot \left(\frac{\delta_0}{b} \right) = 186193,8 \cdot \left(\frac{1,2}{90} \right)^2 = 33,1 [MPa]$$

$$\tau_{k_1} = k_1 \cdot \sigma_e = 8,57 \cdot 33,1 = 283,7 [MPa]$$

$$\sigma_{uk_1} = \tau_{k_1} \sqrt{3} = 491,4 [MPa]$$

Смањена вредност упоредног напона према табlici VII₁ [1]

$$\sigma_{uk} = 2344 \left[\frac{kp}{cm^2} \right] = 3390 \cdot 9,81 \cdot 10^{-2} = 332,56 [MPa]$$

$$\tau_{sr} = \frac{F_A}{b \cdot \delta_0} = \frac{850 \cdot 10^3}{(90 \cdot 1,2) \cdot 10^{-4}} = 46296296,3 [MPa] = 78,7 [MPa]$$

$$\sigma_u = \tau_{sr} \cdot \sqrt{3} = 136,3 [MPa]$$

Степен сигурности против избочавања:

$$\nu_b = \frac{\sigma_{uk}}{\sigma_u} = \frac{332,56}{136,3} = 2,44 > \nu_b = 1,35 \text{ (I случај оптерећења)}$$

10.2. Поље до средине распона

$$x = \frac{l}{2} - \frac{a}{2} = \frac{10}{2} - \frac{1}{2} = 4,5[m]$$

момент у пресеку x је:

$$M_x = F_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} = 850 \cdot 4,5 - \frac{170 \cdot 4,5^2}{2} = 2103,75[kNm]$$

трансферзална сила у пресеку x је:

$$Q = F_A - q \cdot x = 850 - 100 \cdot 4,5 = 400[kN]$$

$$\sigma_{1k_i} = k_2 \cdot \sigma_e$$

$$k_2 = 23,9 \text{ (за чисто савијање)}$$

$$\sigma_e = 33,1[MPa]$$

$$\sigma_{1k_i} = k_2 \cdot \sigma_e = 23,9 \cdot 33,1 = 791,1[MPa]$$

$$\tau_{1k_i} = k_1 \cdot \sigma_e = 8,57 \cdot 33,1 = 283,7[MPa]$$

$$y_{\max} = \frac{b}{2} = \frac{0,9}{2} = 0,45[m]$$

$$\sigma_1 = \frac{M_x}{I_{x,bruto}} \cdot y_{\max} = \frac{2103,75 \cdot 10^3}{931176 \cdot 10^{-8}} \cdot 0,45 = 101665796,8[Pa] = 101,7[MPa]$$

$$\tau_{sr} = \frac{Q}{b \cdot \delta_0} = \frac{400 \cdot 10^3}{0,9 \cdot 0,012} = 37037037,04[Pa] = 37[MPa]$$

Упоредни напон избочавања:

$$\sigma_{uk_i} = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + 3\tau_{sr}^2}}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{1k_i}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{sr}}{\tau_{k_i}}\right)^2}} = \frac{\sqrt{101,7^2 + 3 \cdot 37^2}}{\sqrt{\left(\frac{101,7}{791,1}\right)^2 + \left(\frac{37}{283,7}\right)^2}} = \frac{120,2}{0,18312746} = 656,37[MPa]$$

$$\sigma_{uk_i} = 656,37[MPa] > \sigma_p = 188,35[MPa]$$

$$\sigma_{uk_i} = \frac{656,37}{9,81 \cdot 10^{-2}} = 6690,8 \left[\frac{kp}{cm^2} \right] \rightarrow \text{табела VII}_1 \rightarrow \sigma_{uk} = 3497,2 \cdot 9,81 \cdot 10^{-2} = 343,1[MPa]$$

Степен сигурности против избочавања:

$$\nu_b = \frac{\sigma_{uk}}{\sigma_1} = \frac{343,1}{101,7} = 3,37 > 1,35$$

11. Прорачун попречног укрућења изнад ослонца

$$A = F_A = Q = 850 [kN]$$

Слободна висина укрућења: $l_k = 98$

Момент инерције пресека укрућења:

$$I_x = 4 \cdot I_{x_L} + 2 \cdot I_{x_2} + 2 \cdot I_{x_3} + I_{x_4}; \quad I_{x_4} \approx 0$$

$$I_x = 4 \cdot \left(I_{x_{Lc}} + A \cdot x_{Lc}^2 \right) + 2 \cdot \left(\frac{h^3 \cdot \delta}{12} + A \cdot x_{c_2}^2 \right) + 2 \cdot \frac{h_3 \cdot \delta^3}{12}$$

$$I_x = 4 \cdot \left(138 + 18,7 \cdot 4,42^2 \right) + 2 \cdot \left(\frac{10^3 \cdot 1,2}{12} + 10 \cdot 1,2 \cdot 6,8^2 \right) + 2 \cdot \frac{34 \cdot 1,2^3}{12}$$

$$I_x = 2013,32 + 1309,76 + 9,72 = 3332,872 [cm^4]$$

Површина пресека:

$$F = A = 4 \cdot A_L + 2 \cdot A_2 + 2 \cdot A_3 + A_4$$

$$A = 4 \cdot 18,7 + 2 \cdot 12 + 2 \cdot 40,8 + 43,2$$

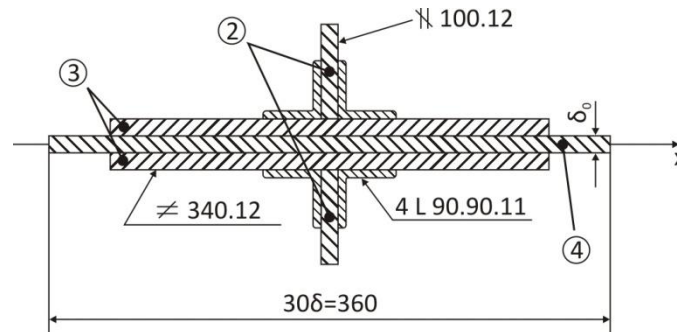
$$A = 223,6 [cm^2]$$

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{3332,872}{223,6}} = 3,86 [cm]$$

$$\lambda = \frac{l_k}{i_x} = \frac{98}{3,86} = 25 \Rightarrow \overline{\lambda}_{tablica} \Rightarrow \omega = 1,06$$

$$\sigma = \omega \cdot \frac{Q}{A} = 1,06 \cdot \frac{850 \cdot 10^3}{223,6 \cdot 10^{-4}} = 40295169,95 [Pa] = 40,3 [MPa] < \sigma_{dop} = 160 [MPa]$$

12. Стабилност притиснутог појаса против бочног извијања



Ако се притиснути појас осигура против бочног померања попречним укрућењима на размаку од 4 метра спроводи се следећа контрола стабилности против бочног извијања по приближном поступку.

Средња вредност момента савијања на делу појаса између два попречна спрега у средини носача:

$$M_{sr} = \frac{M_{\max} + M_{(z=4)}}{2} = \frac{2125 + 2040}{2} = 2082 \text{ [kNm]}$$

$$M_{(z=4)} = F_A \cdot q + \frac{q \cdot z^2}{2} = 850 \cdot 4 + \frac{170 \cdot 4^2}{2} = 2040 \text{ [kNm]}$$

Момент инерције бруто пресека носача:

$$I_x = 931176 \text{ [cm}^4\text{]}$$

Статички момент:

$$S_p' = S_{pU} - S_{pVL} + S_{pDVL}$$

$$S_p' = 9720,1 - 1500 + 491,4 = 8711,5 \text{ [cm}^3\text{]}$$

Сила:

$$D = F_D = \frac{M_{sr}}{I_x} \cdot S_p' = \frac{2082}{931176 \cdot 10^{-8}} \cdot 8711,5 \cdot 10^{-6} = 1947,8 \text{ [kN]}$$

Слободна дужина извијања притиснутог појаса

$$l_k = 4[m]$$

$$I_y = I_{y_{lamela}} + I_{y_{ugaonika}}$$

$$I_y = \frac{3 \cdot 1,2 \cdot 30^3}{12} + 2 \cdot \left(420 + (4,24 + 0,6)^2 \cdot 27,5 \right) = 8100 + 2128,4 = 10228,4 [cm^4]$$

$$A_p = F_p = F_{p_{BR}} - F_{p_{DVL}} = 235 - ((50 - 9) \cdot 1,2) = 235 - 49,2 = 68,3 [cm^2]$$

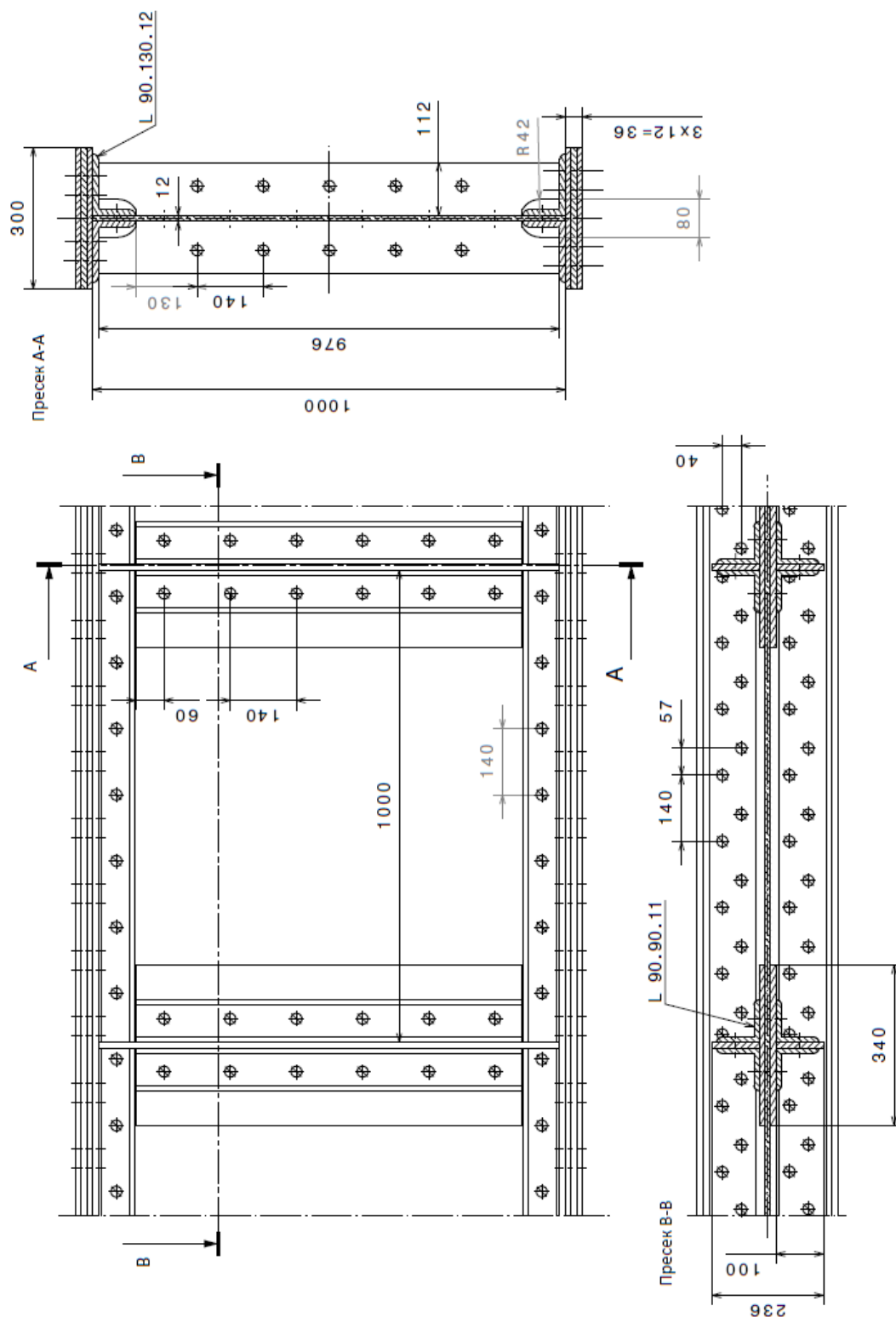
$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A_p}} = \sqrt{\frac{10228,4}{185,8}} = 7,42 [cm]$$

$$\lambda = \frac{l_k}{i_y} = \frac{400}{7,42} = 54 \Rightarrow \overrightarrow{tablica} \Rightarrow \omega = 1,33$$

$$\sigma = \omega \cdot \frac{F_D}{A_p} = 1,33 \cdot \frac{1947,8 \cdot 10^3}{185,8 \cdot 10^{-4}} = 139428094,7 [Pa] = 139,4 [MPa]$$

$$\sigma = 139,4 [MPa] < \sigma_{dop} = 160 [MPa]$$

На слици 6.1 приказано је конструктивно решење постављања вертикалних укрућења.



Слика 6.1 – Конструктивно решење постављања вертикалних укружења

7. Закључак

Приликом сваког пројектовања конструкције треба најекономичније искористити материјал. Пројекат треба да задовољити архитектонске и естетске захтеве. При томе се не смеју запоставити специфични елементи који сваку конструкцију чине посебном.

Код конструкција закованих лимених носача постоји велика могућност комбиновања профила при њиховом претходном прорачуну. Најчешће се примењују комбинације I, U, L профила због њихових повољних геометријских карактеристика и могућности постављања спољних лимова на њих. Веза спољних лимови и стандардних профила може се остварити заваривањем или закивањем.

Основни циљ конструктора је да добије носач одређене носивости, уз минимални утрошак челика, што се може постићи рационалним обликовањем попречног пресека носача.

Такође, могућа је и промена попречног пресека дуж носача. Могућност промене попречног пресека је једна од најважнијих карактеристика лимених носача. Самим тим, постављањем ојачања на местима већих вредности напона постиже се повећање попречног пресека, момента инерције и отпорног момента уз истовремено олакшање целе конструкције и економичније употребе материјала. Самим тим конструкција је лакша и јефтинија а да при томе није изгубила на чврстоћи и стабилности.

У раду је детаљно објашњена закована веза, понашање такве везе и начин на који се димензионише односно проверава да ли претпостављена веза може пренети оптерећење.

Одређене су све димензије вертикалног лима, појасног угаоника и ламела на основу препорука односно емпиријских образаца. Неке мере су конструктивно усвојене након претходног димензионисања.

Најбитнија ставка у прорачуну је провера стабилности носача. Приказан је ток прорачуна стабилности вертикалног лима као и сигурност носача против бочног извијања.

На крају је урађен пример прорачуна и конструисања закованог лименог носача и приказана је скица где је показано усвојено вертикално укрућење као и начин везивања укрућења.

Најразвијеније земље Европе, чланице Европске Уније, пре више од двадесет година започеле су рад у циљу усаглашавања националних техничких прописа и

стандарда из области грађевинског конструисања. Програмом Еврокода за конструкције предвиђено је девет делова. Један од њих је прорачун челичних конструкција означен као Еврокод 3 (EC3). При стварању Еврокодова примењивали су се принципи једноставности, систематичности и униформности.

Еврокод 3, такође, даје правила за прорачун механичких спојних средстава (закивака, завртњева и чепова) и заварених шавова, као и прецизна упутства за одређивање утицаја у спојним средствима за карактеристичне типове веза. У делу који се односи на статички оптерећене везе дати су и критеријуми за категоризацију веза у погледу крутости и отпорности.

Водеће европске земље из области металних конструкција (Немачка, Француска, Енглеска, Швајцарска) су већ објавиле своје Националне документе за примену Еврокода 3. Израда Националног документа за примену Еврокода 3 код нас је још увек у току.

Литература

- [1] Милосављевић М., Радојковић М. и Кузмановић Б., Основи челичних конструкција, Грађевинска књига, Београд, 1986.
- [2] Бабин Н., Бркљач Н., Шостаков Р., Металне конструкције, ФТН Издаваштво, Нови Сад, 2006.
- [3] Буђевац Д., Марковић З. и др., Металне конструкције, Грађевинска књига, Београд, 2007.
- [4] Петковић З., Острић Д., Металне конструкције у машиноградњи, Институт за механизацију Машинског факултета у Београду, Београд, 1996.
- [5] Николић Р., Марјановић В., Металне конструкције – Приручник за прорачуне, Машински факултет, Крагујевац, 1998.