

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Аутомобилско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Предмет: Основе динамике моторних возила

Број индекса: 813/2013

Ива А. Арнаут

**Осцилације возила под дејством
неравнина пута на раванским моделима
са два степена слободе**

завршни рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. др Александра Јанковић - ментор

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завршног рада кандидат треба да објасни основне појмове из динамике моторних возила, представи појаве које се јављају на возилу у оквиру вертикалне динамике возила. Затим појаснити појмове и величине које описују профил пута, чије неравнине изазивају осциловање возила, потом представити понашање возила на раванском моделу са два степена слободе.

Препоручена литература:

- [1] Јанковић А., „Динамика аутомобила“, 2008. године, Факултет инжењерских наука у Крагујевцу, Крагујевац;
- [2] Genta G., „Motor vehicle Dynamics: Modeling and Simulation“, 1998. године, Политехнички факултет у Торину, Торино;
- [3] Limebeer D., Sharp R., Evangelou S., „Motorcycle Steering Oscillations due to Road Profiling“, 2002. године, Лондон.

Крагујевац, новембар 2016

Ментор:
др Александра Јанковић

Садржај:

1. Увод.....	6
2. Динамика моторних возила.....	9
2.1. Координатни системи возила.....	9
2.2. Подела динамике возила.....	9
3. Вертикална динамика возила.....	12
4. Пут као узрок осциловања возила.....	13
4.1. Статистичке величине којима се описује профил пута.....	14
5. Равански модел са два степена слободе.....	22
6. Закључак.....	29
7. Литература.....	31

ABSTRACT:

Studying the dynamics of motor vehicles is of great importance for the study of the vehicles life cycle, stability and the impact on passengers in the vehicle in terms of security and comfort. The vehicle represents a real oscillatory system with a large number of degrees of freedom, the oscillations that occur due to uneven road caused by the excitation forces and moments transmitted to the vehicle during its movement. The paper presents the effects of some road faults and presented their impact on the motor vehicle and passengers in it. It shows the dependence of the parameters of suspension on the value of vertical oscillations of the quarter model with two degrees of freedom. Optimal attenuation values allow us the best conditions of vehicles comfort and suspension.

Key words: motor vehicles vertical dynamics; vertical oscillations; quarter model with two degrees of freedom; suspension system.

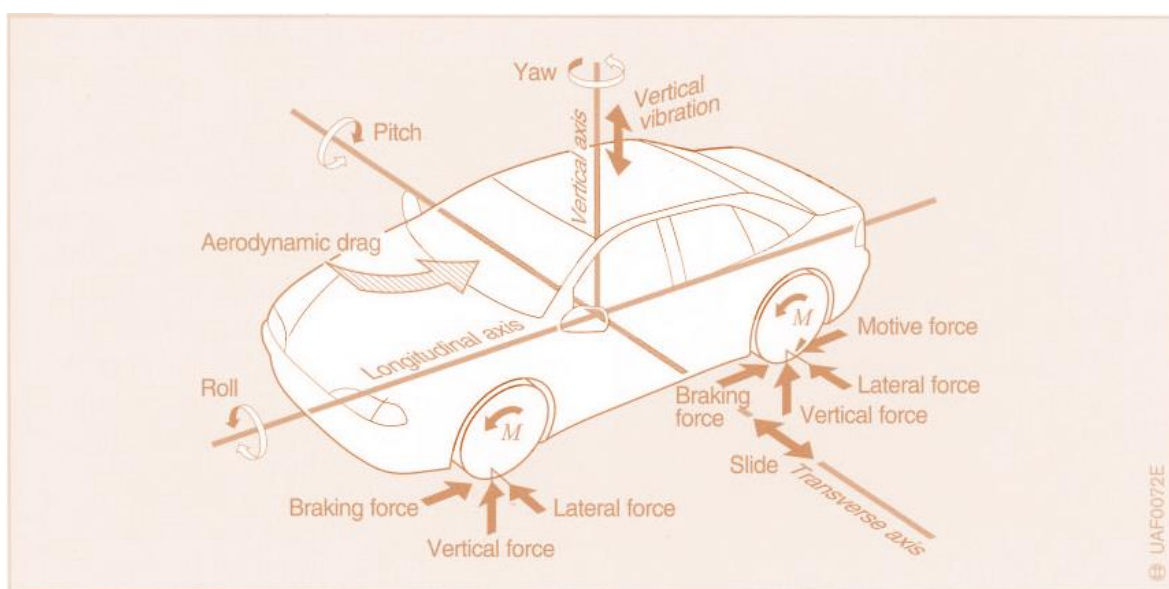
РЕЗИМЕ:

Проучавање динамике моторних возила је од изузетне важности за проучавање века возила, тако и за стабилност возила и утицај на путнике у возилу са аспекта безбедности и удобности. Возило представља реални осцилаторни систем са великим бројем степени слободе, осцилације које се јављају услед неравнина пута изазивају побудне силе и моменте које се преносе на возило у току његовог кретања. У овом раду су наведени утицаји неких грешака и неравнина пута и представљен је њихов утицај на моторно возило и путнике у њему. Приказана је зависност параметара система еластичног ослањања на вредности вертикалних осцилација на раванским моделима са два степена слободе. Оптималне вредности пригушења нам омогућавају најбоље услове удобности и ослањања возила.

Кључне речи: вертикална динамика моторних возила; вертикалне осцилације на возилима; равански модели са два степена слободе; систем еластичног ослањања.

1. Увод

Моторна возила представљају сложене техничке системе састављеног од великог броја елемената међусобно повезаних везама са својом крутошћу и еластичношћу. Основни задатак изучавања динамике возила је проучавање дејства сила на возило током његовог кретања, односно њихових узрока и последица. Возило представља комплексан динамички систем са великим бројем степени слободe. Посматрајући само тело возила (каросерија са припадајућим елементима), оно у општем случају представља тело са свих 6 степени слободe у простору. [1]



Слика 1: Просторни приказ возила са његовим степенима слободe и динамичким силама које се јављају при кретању возила [2]

Поред тога сваки од точкова има такође по 6 степени слободe, чиме укупан број степени слободe достиже 30, без узимања унутрашњих помераја, тј. деформација које се јављају у стварности у одређеној мери. С обзиром на везе између точкова и возила, параметри који описују сва ова кретања су у међусобним интеракцијама. Такође, многи елементи исказују сложене форме понашања са изразитим нелинеарностима. Аналитичко моделирање кретања возила у општем случају би довело до изузетно сложеног система једначина, при чему би била потпуно изгубљена прегледност и разумевање појединих утицаја и међузависности. Због тога је детаљна анализа кретања возила предмет специфичних разматрања, при чему се за овакве анализе обавезно користе рачунарски подржане симулације. За потребе проучавања кретања возила и разумевање основних законитости, међутим, сврсисходна је анализа специјалних, поједностављених случајева кретања, који смањују број степени слободe и утицајних фактора, омогућавајући на тај начин бољу прегледност и разумевање система. Проучавање осцилација сложених

техничких система увек је најпогодније кренути од упрошћених и апстрактних осцилаторних модела. Овакви модели треба да обухвате само најутицајније параметре, док оне који мање утичу на стварање осцилација можемо изоставити. На тај начин се добија модел за који су, како сам процес моделирања тако и решавање модела релативно једноставнији. Често је довољно изучавање само овако упрошћених модела, без даљих усложњавања. [3]

Сви делови возила (агрегати, системи са својим подсистемима,...) су конструктивно и функционално повезани и склоп који поседује одређене еласто-пригушне карактеристике. Услед међусобног деловања између делова возила, услед међусобне интеракције возила са подлогом по којој се креће возило, возило врши одређене осцилације. [4]

Моторно возило као систем можемо поделити на круте и еластичне подсистеме са различитим кретањима:

- Каросерија:
 - као еластични систем: механичке вибрације, акустичке вибрације,...;
 - као крут систем: ваљање, галопирање, пливање;
- Пнеуматици: повођење;
- Мотор: осцилаторно померање;
- Мењач и трансмисија: торзионе осцилације;
- Путник: осцилаторна померања;
- Хладњак: мале осцилације услед преносног кретања каросерије.

У укупном кретању возила сви делови учествују заједно, међутим поједини делови система су у слабој интеракцији да их можемо посматрати као посебне целине, тј. као распрегнуте системе. Услови осциловања система под којим се систем може посматрати као распрегнути систем су:

- веома слаба интеракција система;
- различити фреквентни опсези подсистема;
- евентуална линеарна спрегнутост подсистема може да постоји. [5]

Главни извор осцилација возила су неравнине пута. Оне изазивају динамичко оптерећење делова возила, путника у возилу и пута. Проблем осциловања возила се рефлектује на век возила, као и на безбедност-стабилност возила и замор путника у њему.

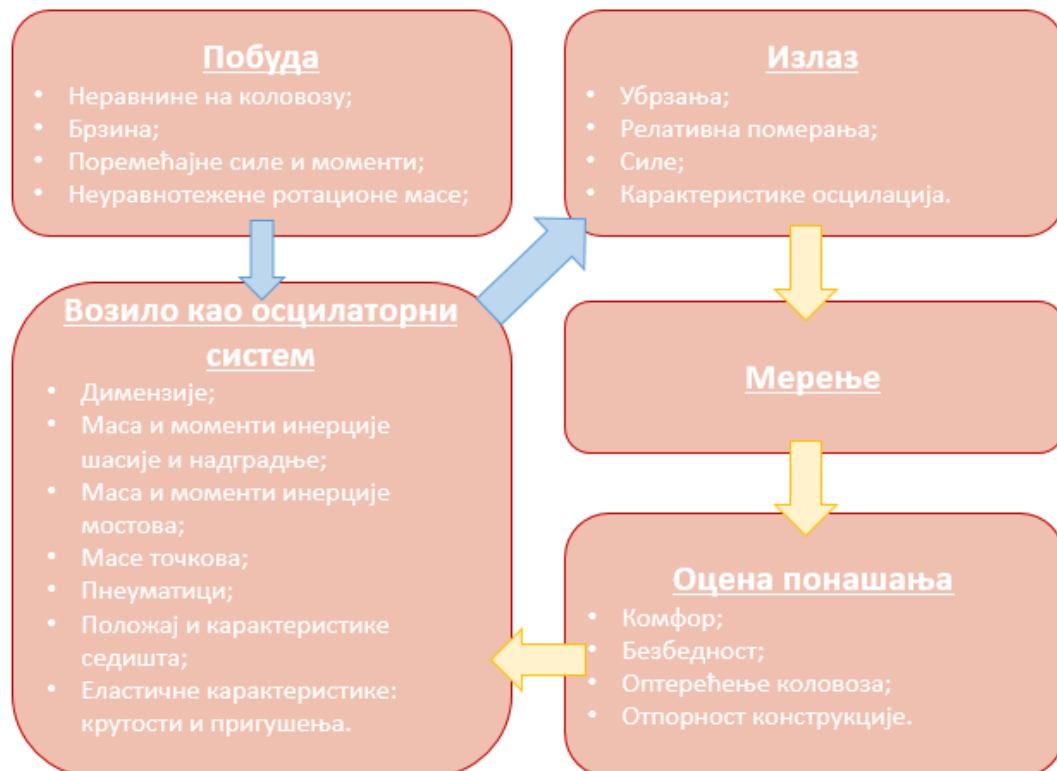
Осим неравнина пута, постоји још низ значајних извора појаве осцилација возила. Стални и доминантни извори осцилација исправног возила су:

- **Каросерија** је један од значајних извора осцилација на возилу. Својом структуром представља континуум који осцилује, а својим макро кретањима (транслаторним и угаоним), концентрисану масу која врши сложено кретање. На каросерију се преноси утицај рада мотора, утицај његовог еластичног ослањања, као и утицај осцилација код система трансмисије, издувног система, система ослањања и управљања, кочионог система – у суштини свих система који су везани за каросерију.

- **Пнеуматик** је такође значајан извор осцилација, првенствено због своје еластичности и нарочито појаве повођења.
- **Мотор** својим радом, како је већ наведено, утиче на појаву осцилација које се преносе на каросерију.
- **Мењач и трансмисија** су извор торзионих осцилација, које се преносе преко каросерије или преко команди управљања возилом.
- **Хладњак, вентилатор и слични елементи** возила такође изазивају одређене врсте осцилација возила.

Закључујемо да на укупно кретање возила учествују сви његови елементи. Међутим, неки подсистеми су у слабијој интеракцији са возилом у односу на неке утицајније системе, тако да их можемо посматрати као посебне целине, што олакшава нумеричку анализу осцилација возила.

Будући да је реални осцилаторни систем возила због броја елемената веома сложен, динамичка анализа подразумева велики број степени слободе и разматрање многобројних веза и њихових карактеристика. Да би се дошло до практичних решења, неопходно је да се број степени слободе редукује, уведу разна упрошћења и анализирају поједностављени модели. Тачност резултата зависи од квалитета упрошћеног представљања реалног система. [4]



Слика 2: Алгоритам разматрања осцилаторног понашања возила [4]

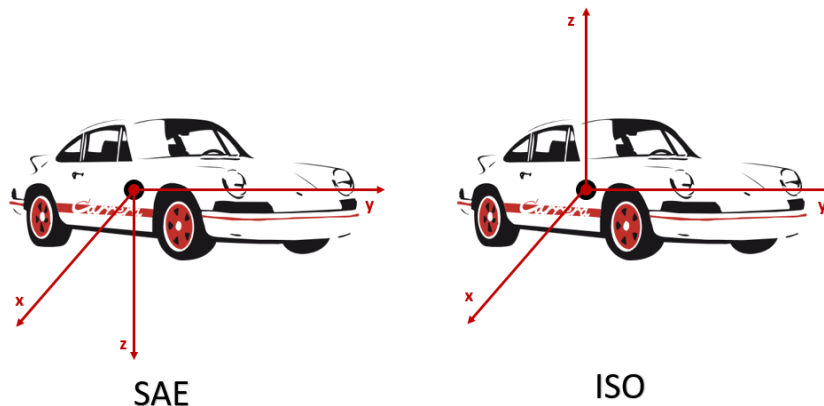
2. Динамика моторних возила

Проучавање динамике моторних возила је од изузетне важности како је већ напоменуто за проучавање века возила, тако и за безбедност-стабилност возила и утицај на путнике у возилу са аспекта безбедности и удобности.

Динамику моторних возила можемо поделити у односу на координатне системе возила.

2.1. Координатни системи возила:

Сва кретања возила се приказују у координатним системима који су дефинисани стандардима. Познато је да се кретање тела може посматрати у произвољном непокретном или покретном систему. Из практичних разлога уопштено кретање целог возила се прати у Декартовом правоуглом координатном систему везаном за тежиште возила. Стандардом су прописани различити координатни системи возила, од којих су најзаступљенији SAE (Society of Automotive Engineers) и ISO (International Organization for Standardization) координатни системи возила. У нашој земљи се користи ISO координатни систем возила. [5]



Слика 3: SAE и ISO координатни систем возила са центром у тежишту возила [5]

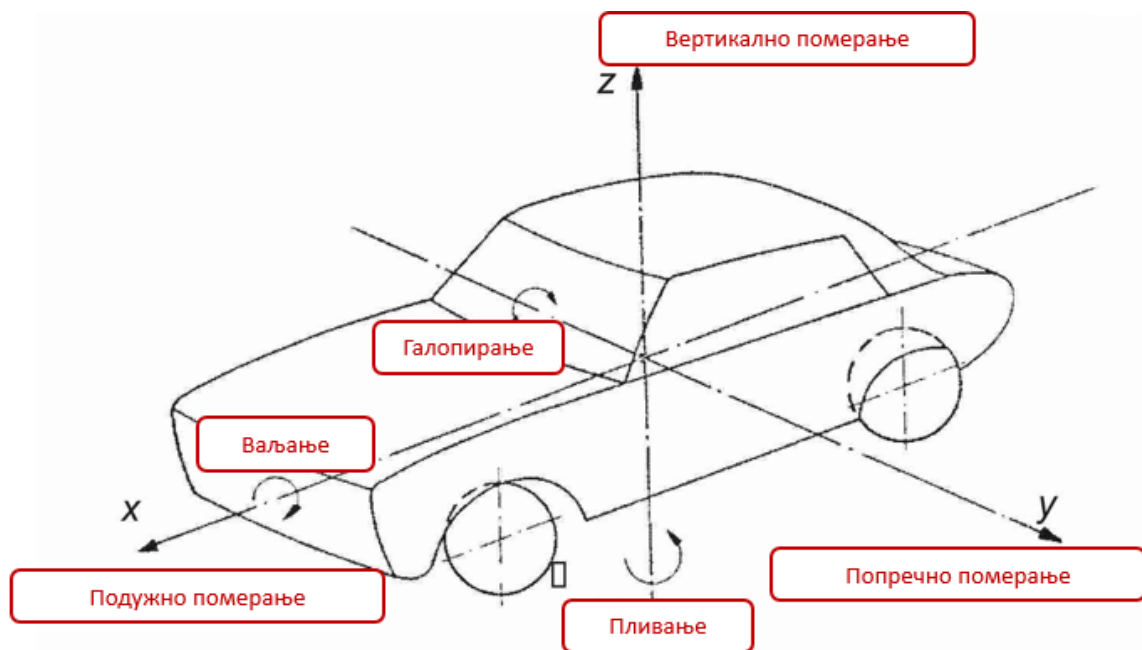
2.2. Подела динамике моторних возила:

С обзиром на могућност да се осцилаторни систем у неким случајевима распрегне и као доминантни посматрају само одређени степени слободе, тј. одређени проблеми динамике возила, уобичајена је подела на:

- **подужна динамика** – силе делују у правцу кретања; главни аспекти изучавања су отпори кретања и могућност њиховог савладавања, кочење итд.; кретање возила је транслаторно, параметри кретања се обично третирају као унапред задати; математички приступ је овде најједноставњи и базира се углавном на алгебарским релацијама;

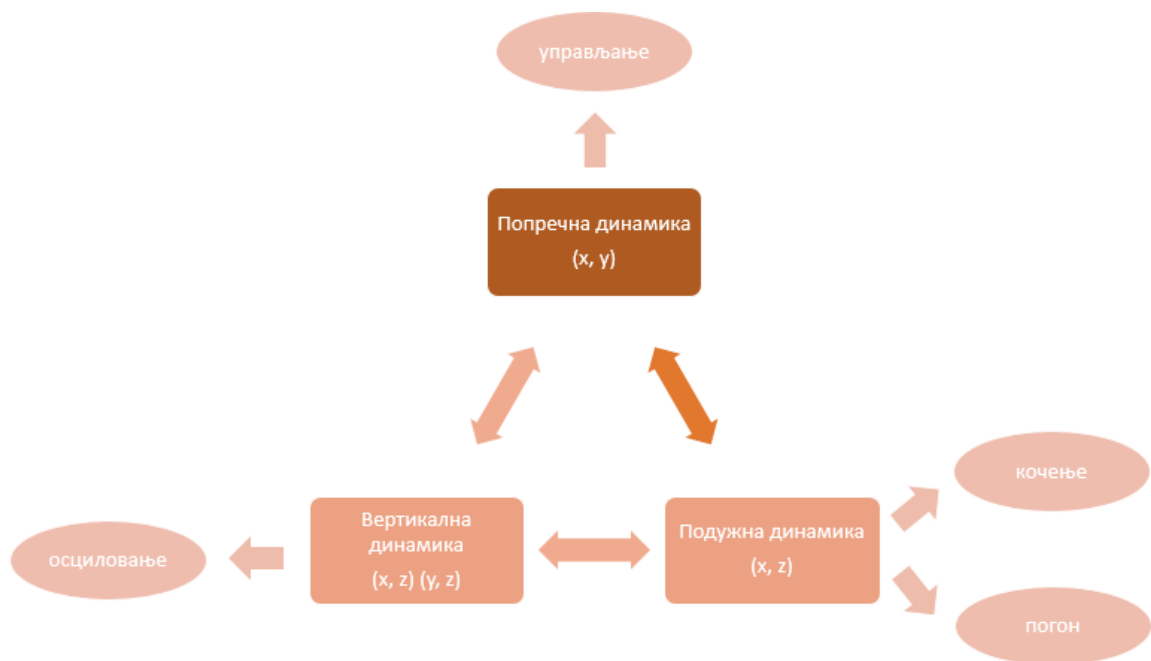
- **попечна динамика** – силе делују у правцу попречне осе, од интереса је пре свега кретање возила у кривини; математички модели су по правилу знатно сложенији него код уздужне динамике, пре свега због комплексног понашања пнеуматика, али и због присуства већег броја утицајних фактора

- **вертикална динамика** – силе делују у правцу вертикалне осе, подручје од интереса су осцилације возила и њихов утицај на комфор путника као и на контакт точка са подлогом; углавном се заснива на примени теорије осцилација.



Слика 4: Покретни координатни систем у тежишту возила и осцилаторни процеси који се одвијају у току кретања возила [4]

Осцилаторни процеси који се одвијају у току кретања возила су приказани претходном сликом и помажу нам при подели динамике возила која може бити представљена следећом шемом.



Слика 5: Шематски приказ поделе динамике и осцилаторних процеса [4]

3. Вертикална динамика моторних возила

Ова област динамике возила првенствено проучава вертикалне осцилације возила проузроковане неравнинама пута, а потом и угаоне осцилације у вертикалној подужној равни (галомирање). Моделирање возила у циљу изучавања његовог осцилаторног понашања има кључну улогу у пројектовању система ослањања возила, тј. избору еласто-пригушних параметара система еластичног ослањања (СЕО).

Пројектовање ослањања возила је сложен проблем, јер систем ослањања мора да задовољи и неке контрадикторне захтеве. Дobar систем еластичног ослањања мора да задовољи следеће услове:

- одговарајућу осцилаторну удобност, тј. да максимално пригуши осцилације које се преносе са пнеуматика на каросерију, а затим и на путнички простор. Мања крутост еластичних елемената ослањања повлачи већа релативна померања између ослоњених и неослоњених маса (ход СЕО), али и ниже сопствене фреквенције надградње возила коју се могу негативно одразити на укупну осцилаторну удобност возила;
- што мање промене динамичких сила које се преносе на надградњу из разлога удобности, али и дужег века возила и безбедности;
- у свим режимима експлоатације такав ход СЕО који би одговарао конструктивно дефинисаној геометрији унутрашњих блатобрана. Овај ход укључује и статички угиб возила (мења се у зависности од тежинског стања возила) и динамички угиб који углавном изазивају неравнине пута. [6]

У овом раду ће бити представљен равански модел са два степена слободе на коме је могуће извући најбитније закључке о осцилаторном понашању возила. Проучавање вертикалних и угаоних осциловања у подужној равни симетрије (x , z), има за циљ одређивање преносних функција између улазне функције – побуде изазване неравнинама пута и карактеристичних излазних функција – апсолутних или релативних померања, апсолутних или релативних убрзања, како ослоњених тако и неослоњених маса. Функцију побуде сматрамо познатом величином, задатом у временском или фреквентном домену. [4]

4. Пут као узрок осциловања возила

Главни извор осцилација возила су неравнине пута. Оне изазивају динамичко оптерећење делова возила, путника у возилу и пута. У овом раду ћемо обратити пажњу на осцилације које се преносе на возило и путнике у возилу. [4]

Генерисане силе при кретању возила преко неравнина подлоге имају приоритетни утицај на оптерећење површине подлоге, односно квалитет путног покривача. Тако се може констатовати да површина подлоге, односно неравнине које се на њој налазе, имају значајну улогу у проблемима повезаним са међудејством точка возила и подлоге, јер динамичке силе генерисане при проласку возила преко неравнине, поред осталих утицаја, значајно утичу на стабилност и управљивост возила, појачано трошење пнеуматика, а такође и повећано оптерећење и осциловање структура саобраћајница.

Подлога, односно неравнине које се на њој налазе, има веома велики утицај на карактеристику безбедности коришћења возила, јер се прелазак возила преко било које врсте подлоге карактерише сталном варијацијом сила у контакту точка и подлоге. Ове силе које се генеришу у контакту точка и подлоге зависе од брзине кретања возила, неравнина подлоге, као и конструкције возила, посебно његовог система ослањања. Варијације сила су изазване обликом и димензијама неравнина, са једне стране, и карактеристикама система возила, са друге стране.

Констатација да неравнине подлоге имају неповољни, импљусивни, утицај на системе возила, а посебно на систем еластичног ослањања, погонски и управљачки систем, може се дати на основу чињенице да је точак возила истовремено елемент наведена три система возила. При овоме не треба заборавити чињеницу да силе генерисане између точка и подлоге имају примарни значај за остваривање основне функције возила која се огледа у потреби остваривања довољног интензитета ових сила да не би дошло до губитка стабилности и управљивости возила. На основу тога, јасно је да ће се свака варијација сила у контакту точка и подлоге одразити на динамичко понашање сваког од претходно наведених система. Овај утицај, такође, не треба занемарити ни при кретању возила по модерним, релативно равним путевима, јер чак и најбољи путеви у погледу неравнина имају карактеристику која се одликује случајним неравнинама у простору око средње вредности, што може бити извор случајних вибрација структуре возила. [7]



Longitudinal Crack



Transverse Crack



Block Crack



Yield Cracks



Rut Ridge Cracks



Green Zone Cracks

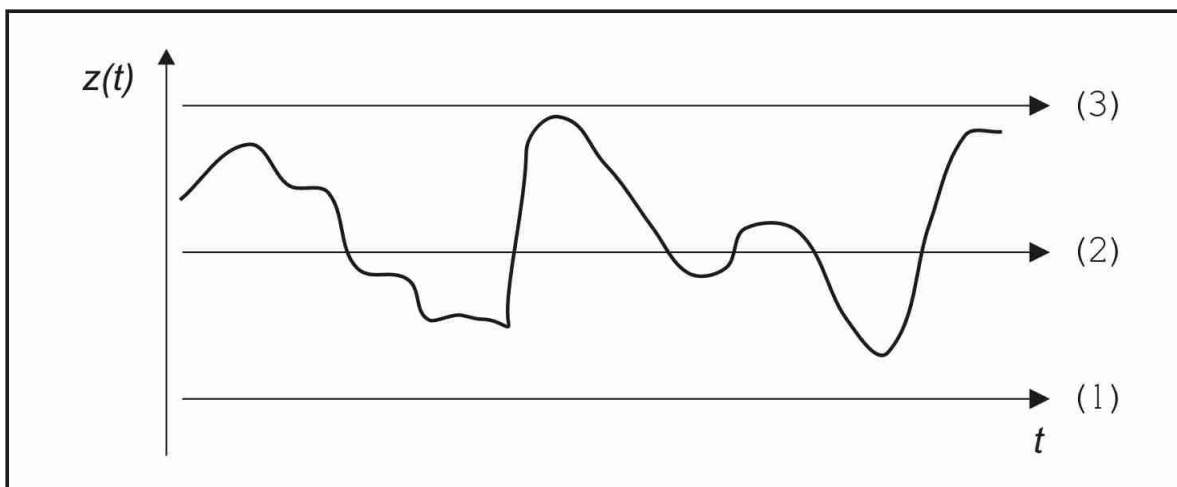
Слика 6: Различите врсте неравнина на путу [8]

4.1. Статистичке величине којима се описује профил пута

Реални профил пута се посматра стохастичким узорком, тј. стохастичким сигналом када је у питању снимање неравнина пута. Ради представљања величина које одређују профил пута користимо појмове из математичке статистике. [4]

- **Средња вредност висина неравнина пута**

Средња вредност висине неравнина пута ($\bar{z}$) као математички податак не даје представу о квалитету пута јер она зависи од избора референтне осе у односу на коју посматрамо неравнине пута. Она може бити мала за веома велики аплитуде супротних знакова.



Слика 7: Приказ профила пута у зависности од различитих референтних оса (1), (2) и (3) [4]

Средња вредност висине неравнина пута се рачуна као:

$$\bar{z} = m = \frac{1}{T} \int_0^T z(t) dt$$

Док за дискретну вредност од N случајева можемо рачунати као средњу вредност збира свих N вредности:

$$\bar{z} = m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i(t) \Delta t$$

- **Ефективна вредност висина неравнина** (момент другог реда) се рачуна према следећој формули:

$$z_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T z^2(t) dt$$

Док за дискретну вредност од N случајева можемо рачунати као средњу вредност збира свих N вредности:

$$z_{eff}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i^2(t) \Delta t$$

И ова величина није прави показатељ квалитета пута, јер исте ефективне вредности могу имати неравнине различитих таласних дужина. Очигледно је да треба наћи величину која узима у обзир и промену висине неравнина и њихову таласну дужину. Таква функција је густина спектра снаге неравнина или спектар густине неравнина $A_0(\lambda)$. По дефиници је:

$$A_0(\lambda) = \frac{d z_{eff}^2}{d \lambda}$$

Истраживањима расподеле висине неравнина утврђено је да се висина неравнина покорава Гаусовом закону расподе, тзв. Нормалној расподели. За стохастичке стационарне процесе важи да је средња вредност непроменљива тј. $\bar{z} = const$. Функција густине расподеле је изражена законом:

$$p(z) = \frac{1}{2\pi\sigma_z} e^{-\frac{(z-\bar{z})^2}{2\sigma_z^2}}$$

Где су:

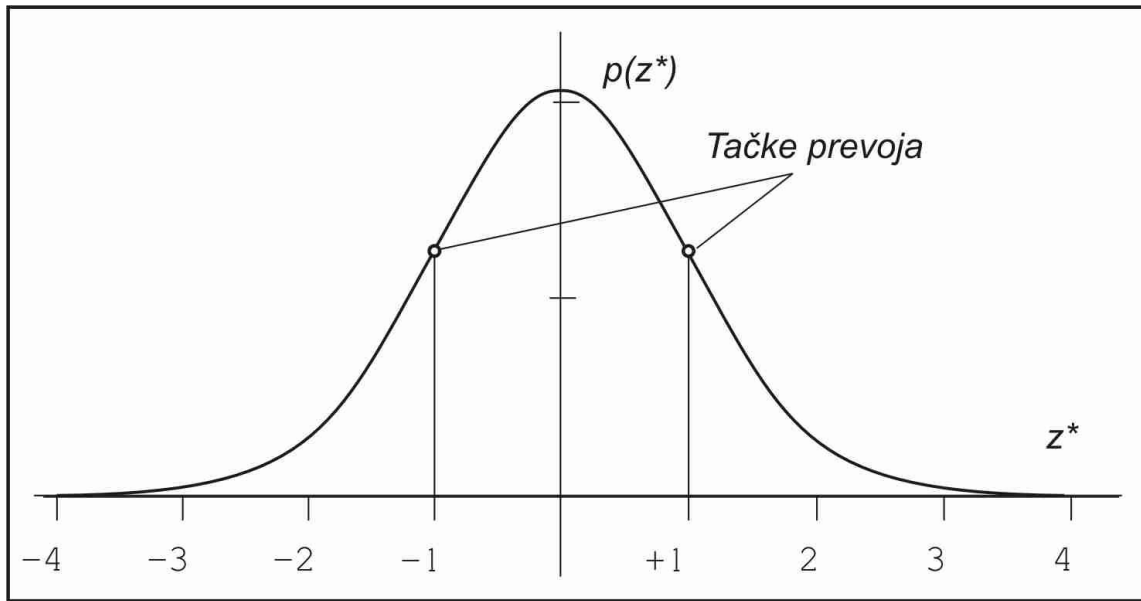
- $\bar{z}$ - средња вредност;
- σ_z^2 - варијанса ($\sigma_z^2 = z_{eff}^2 - m^2$);
- σ_z - дисперзија.

Нормирана Гаусова расподела је добијена увођењем тзв. нормиране променљиве:

$$z^* = \frac{z - \bar{z}}{\sigma_z}$$

чиме се постиже да је средња вредност узорка нула ($\bar{z}$), а дисперзија јединична ($\sigma_z = 1$). Функција густине нормалне нормиране расподеле је дата релацијом:

$$p(z^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^{*2}}{2}}$$



Слика 8: Функција густине нормалне нормиране расподеле [4]

- **Густина спектра снаге**

Особине стохастичке стационарних осцилација постају јасне у фреквентној области увођењем појма спектралне густине. По дефиницији, спектрална густина неравнина у функцији фреквенце је:

$$A_0(f) = \frac{dz_{eff}^2}{df}$$

Познавањем ове величине може да се израчуна ефективна вредност неравнина, тј:

$$z_{eff}^2 = \sigma_{z(z=0)}^2 = \int_0^{\infty} A_0(f) df$$

У реалности егзистирају само сигнали ограничени фреквентним областима Δf , што подразумева коначне границе интервала.

- **Остале спектралне густине неравнина пута**

Нека је $z(t)$ временска расподела висине неравнина. Претпостављајући да је брзина вожње v , а таласна дужина неравнине λ , важе следеће релације:

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f} \quad \omega = 2\pi f$$

Пошто је:

$$A_0(f) = \frac{d z_{eff}^2}{df}$$

Тако се изводи густина спектра снаге брзине као:

$$B_0(f) = \frac{d \dot{z}_{eff}^2}{df}$$

Док је густина спектра снаге убрзања дата релацијом:

$$U_0(f) = \frac{d \ddot{z}_{eff}^2}{df}$$

Веза између густина спектра снаге изражених преко фреквенце или преко таласне дужине добија се користећи познате релације између брзине, таласне дужине и фреквенце, па је:

$$\frac{df}{d\lambda} = -\frac{v}{\lambda^2}$$

даље следи да је:

$$A_0(\lambda) = \frac{d z_{eff}^2}{d\lambda} \cdot \frac{df}{df} = A_0(f) \cdot \frac{v}{\lambda^2}$$

$$B_0(\lambda) = \frac{d \dot{z}_{eff}^2}{d\lambda} \cdot \frac{df}{df} = B_0(f) \cdot \frac{v}{\lambda^2}$$

$$U_0(\lambda) = \frac{d \ddot{z}_{eff}^2}{d\lambda} \cdot \frac{df}{df} = U_0(f) \cdot \frac{v}{\lambda^2}$$

У овим једначинама предзнак "-" нема значаја. Ако је $z(t)$ хармонијска функција, $z(t) = A_0 e^{j\omega t}$, користећи релације за њене изводе може да се пише:

$$B_0(f) = \frac{d \dot{z}_{eff}^2}{df} = \frac{d(\omega z_{eff})^2}{df} = \omega^2 \cdot A_0(f)$$

$$U_0(f) = \frac{d \ddot{z}_{eff}^2}{df} = \frac{d(\omega^2 z_{eff})^2}{df} = \omega^4 \cdot A_0(f)$$

или:

$$B_0(f) = 4\pi^2 v A_0(\lambda)$$
$$U_0(f) = 16\pi^4 v f^2 A_0(\lambda)$$

Функција $A_0(\lambda)$ се одређује експериментално.

- **Кружна фреквенција пута**

Године 1969. Браун је увео појам кружне фреквенце пута која би се као независно променљива користила уместо величина ω или λ . Уместо

$$z(t) = A_0 e^{j\omega t} \text{ може да се пише } z(s) = A_0 e^{j\Omega s};$$

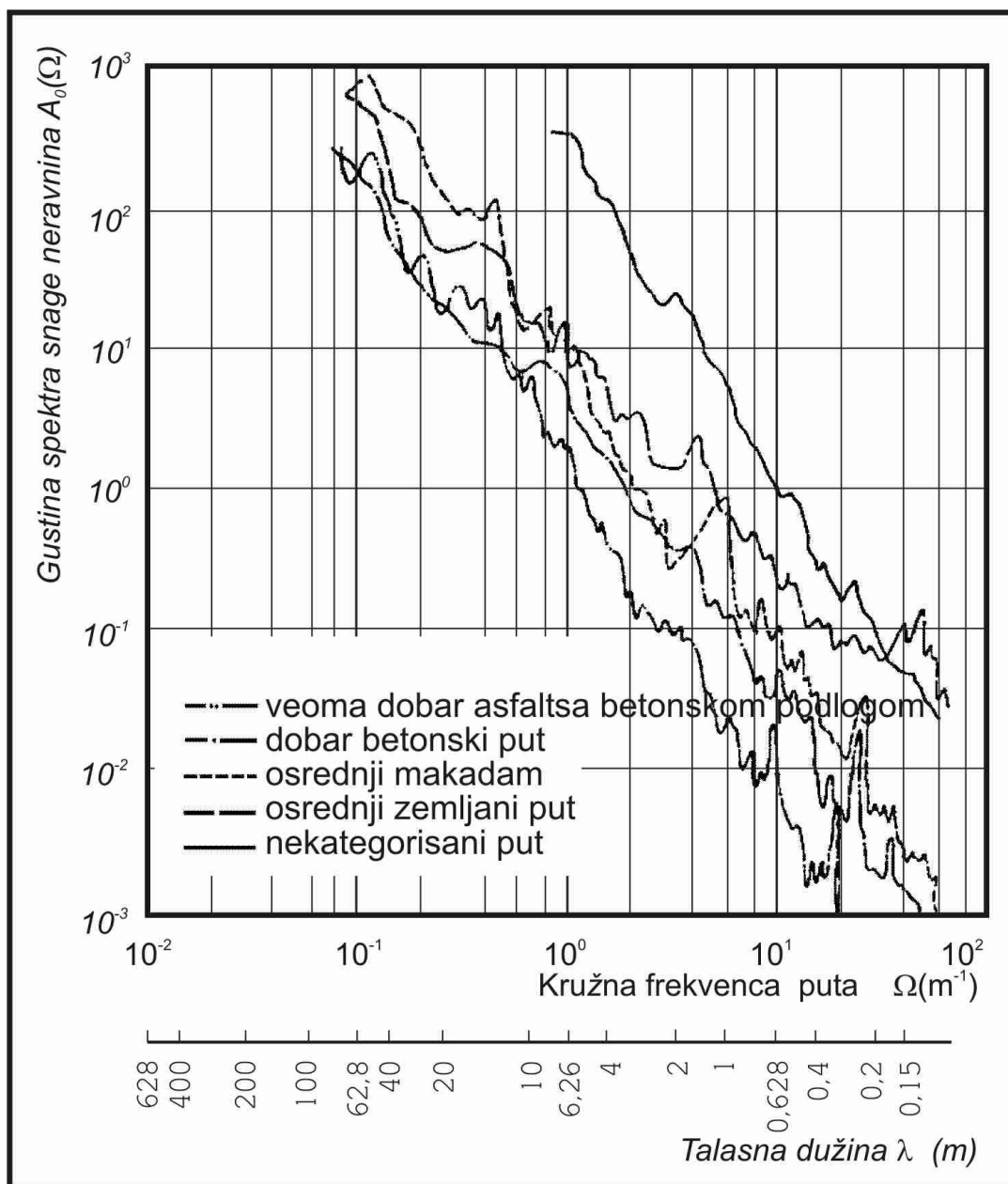
Где се са Ω означава кружна фреквенца пута која износи $\Omega = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Увођењем оваквох наина представљања побудне функције елиминише се брзина кретања возила и добија се осциловање само у функцији квалитета пута, тј. кружне фреквенце пута. Држећи се дефиниције спектралне густине може да се пише:

$$A_0(\Omega) = \frac{dz_{eff}^2}{d\Omega} \quad (\bar{z} = 0)$$

Аналогоно релацији може да се изведе релација између $A_0(f)$ и $A_0(\Omega)$:

$$A_0(\Omega) = \frac{dz_{eff}^2}{d\Omega} \cdot \frac{df}{d\Omega} = A_0(f) \cdot \frac{df}{d\Omega}$$



Слика 9: Зависност величине $A_0(\Omega)$ од врсте пута [4]

Очигледно је да су пожељније ниже вредности $A_0(\Omega)$ као и то да ниже вредности важе за квалитетније путеве.

- **Функција кохеренце линеарних система**

При моделирању, као и при идентификацији динамичких система, често се тежи да се постави једноставнији математички модел и да се на њему представе интеракције у систему. То значи да се прибегава коришћењу линеарних и раванских физичких модела.

Динамички модел, чије је понашање линеарно фреквентној области, може да се веома успешно разматра са различитим врстама реалних побуда. Предност линеарног моделирања је могућност суперпозиције како улазних тако и излазних функција.

У пракси је циљ наћи зависност између улазне и излазне функције, ако је улазна функција спектар снаге и ако је позната преносна функција система $H(j\omega)$.

Нека је позната улазна функција $A_{0u}(f)$ и нека је излазна функција $A_{0i}(f)$. С обзиром да је густина спектра снаге:

$$A_0(f) = \frac{dz_{eff}^2}{df}$$

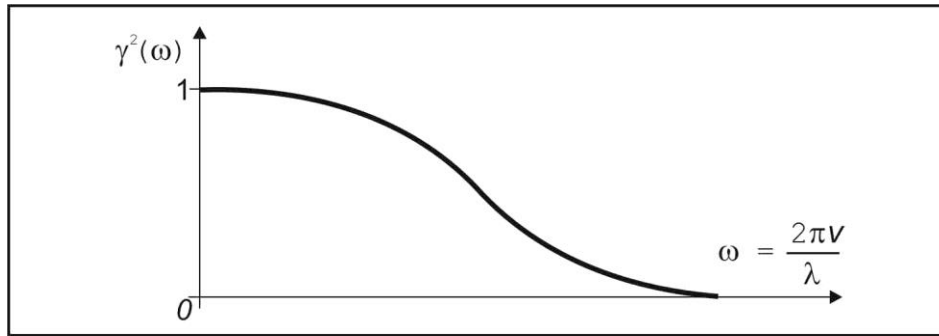
следи да је:

$$\frac{A_{0i}(f)}{A_{0u}(f)} = \frac{dz_{eff\ i}^2}{dz_{eff\ u}^2} = \left(\frac{dz_{eff\ i}}{dz_{eff\ u}} \right)^2 = H^2$$

Примењено на кретање возила, то могу бити сигнали левих и десних точкова исте осовине возила које се крећу по различитим подлогама. Ако је снага једног сигнала дефинисана функцијом извода ефективних вредности $\frac{dz_i^2}{df}$, а другог функцијом $\frac{dz_u^2}{df}$, онда је могуће формирати и мешовити члан $\frac{d(z_i \cdot z_u)}{df}$, па је функција којом се изражава кохеренца два стохастичка сигнала дата изразом:

$$\gamma^2(f) = \frac{\left(\frac{d(z_i \cdot z_u)}{df} \right)^2}{\frac{dz_i^2}{df} \cdot \frac{dz_u^2}{df}}$$

$$\gamma^2(f) = \frac{A_{0ui}^2(t)}{A_{0i}(t) \cdot A_{0u}(f)}$$

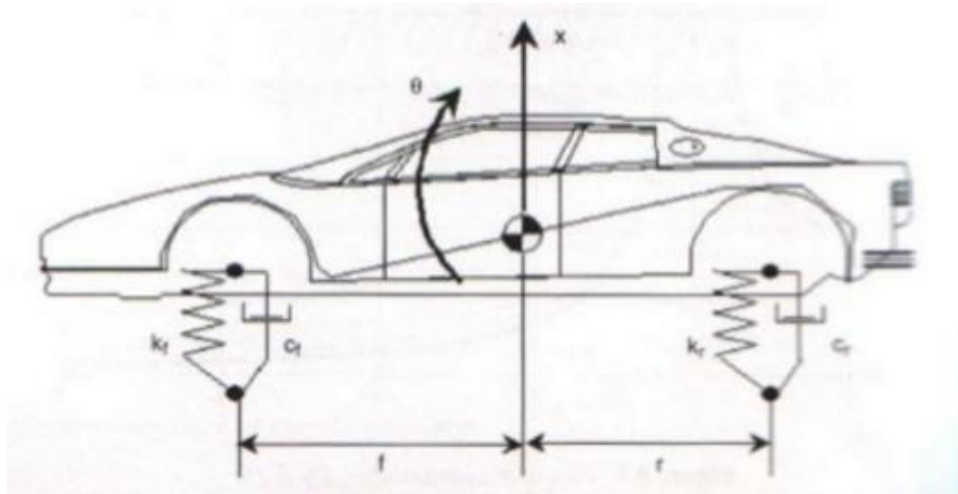


Слика 10: Кохеренца два сигнала у функцији кружне фреквенце [4]

Ова функција узима вредности у интервалу $[0,1]$. Ако је $\gamma(f)=0$, значи да постоје два независна изворна сигнала, док $\gamma(f)=1$, значи да два сигнала потичу од истог извора. У пракси ова функција, за веома дуге деонице ($\lambda \rightarrow \infty$) тежи вредности 1, док за веома кратке деонице ($\lambda \rightarrow 0$), она тежи 0.

5. Равански модел са два степена слободe

Равански осцилаторни модели су дводимензионални модели са два или више степени слободe који, осим одговарајућих померања у равни, укључују и ротацију око осе нормалне на раван модела. Равански модел у подужној равни са два степена слободe узима у обзир вертикална померања ослоњених и неослоњених маса, као и угаоно померање око попречне осе у – галопирање. [4]



Слика 11: Најједноставнији модел са два степена слободe [9]

Модел приказан на претходној слици је прикладан за проучавање понашања система ослањања код возила чије фреквенције иду изнад природних фреквенција неослоњених маса. [6]

Једначина кретања модела са слике је:

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_u \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}_s \\ \ddot{z}_u \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c + c_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}_s \\ \dot{z}_u \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & -K \\ -K & K + P \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_s \\ z_u \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ c_t \dot{h} + Ph \end{Bmatrix}$$

Где су:

- z_s и z_u одступања од статичке равнотеже и зависе од времена;
- m_s је ослоњена маса;
- m_u је неослоњена маса;
- K је коефицијент пригушења;
- c је еквивалентна крутост;
- P је тврдоћа пнеуматика;
- h је висина неравнина пута.

Одзив на хармонијску побуду је добијен занемаривши пригушење пнеуматика c_t које је углавном и занемарљиве вредности, следи да је:

$$\begin{cases} \frac{|z_{s0}|}{|h_0|} = P \sqrt{\frac{K^2 + c^2 \omega^2}{f^2(\omega) + c^2 \omega^2 g^2(\omega)}} \\ \frac{|z_{n0}|}{|h_0|} = P \sqrt{\frac{(K - m\omega^2)^2 + c^2 \omega^2}{f^2(\omega) + c^2 \omega^2 g^2(\omega)}} \end{cases}$$

Функције кружне фреквенције су:

$$\begin{cases} f(\omega) = m_s m_u \omega^4 - [P m_s + K(m_s + m_u)] \omega^2 + K P \\ g(\omega) = (m_s + m_u) \omega^2 - P \end{cases}$$

Где су:

- $f(\omega)$ је функција зависности кружне фреквенције у вертикалној оси;
- $g(\omega)$ је функција зависности кружне фреквенције у попречној оси.

Динамичка компонента силе која се врши у правцу z осе која се преноси са подлоге на пнеуматик може се лако изразити као:

$$\frac{|F_{z0}|}{|h_0|} = P \omega^2 \sqrt{\frac{[K(m_s + m_u) - m_s m_u \omega^2]^2 + c^2 (m_s + m_u) \omega^2}{f^2(\omega) + c^2 \omega^2 g^2(\omega)}}$$

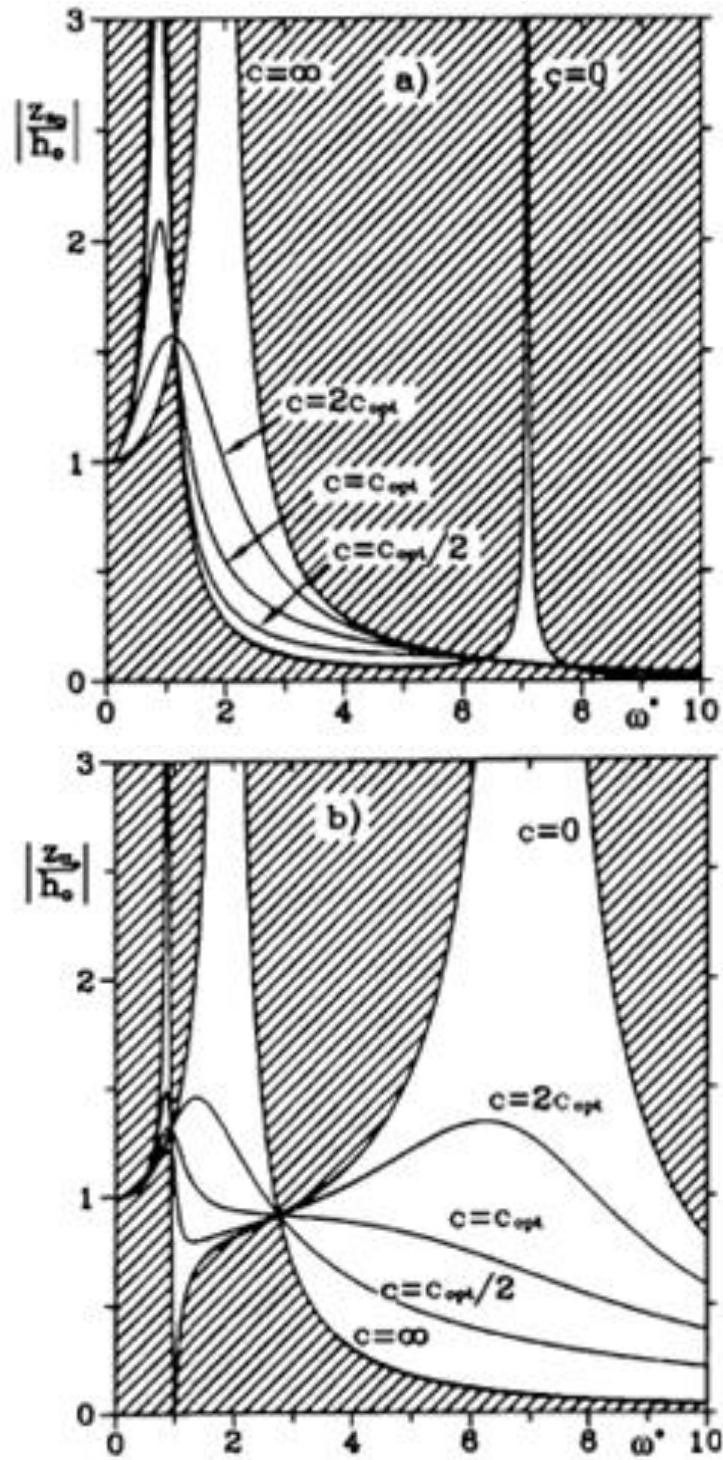
Фреквентни одзиви који се односе на ослоњену и неослоњену масу су приказани на следећим графицима a и b представљају систем са $P = 4K$ и $m_s = 10m_u$. Графици, приказани су коришћењем недимензионалне фреквенције:

$$\omega^* = \omega \sqrt{\frac{m}{K}}$$

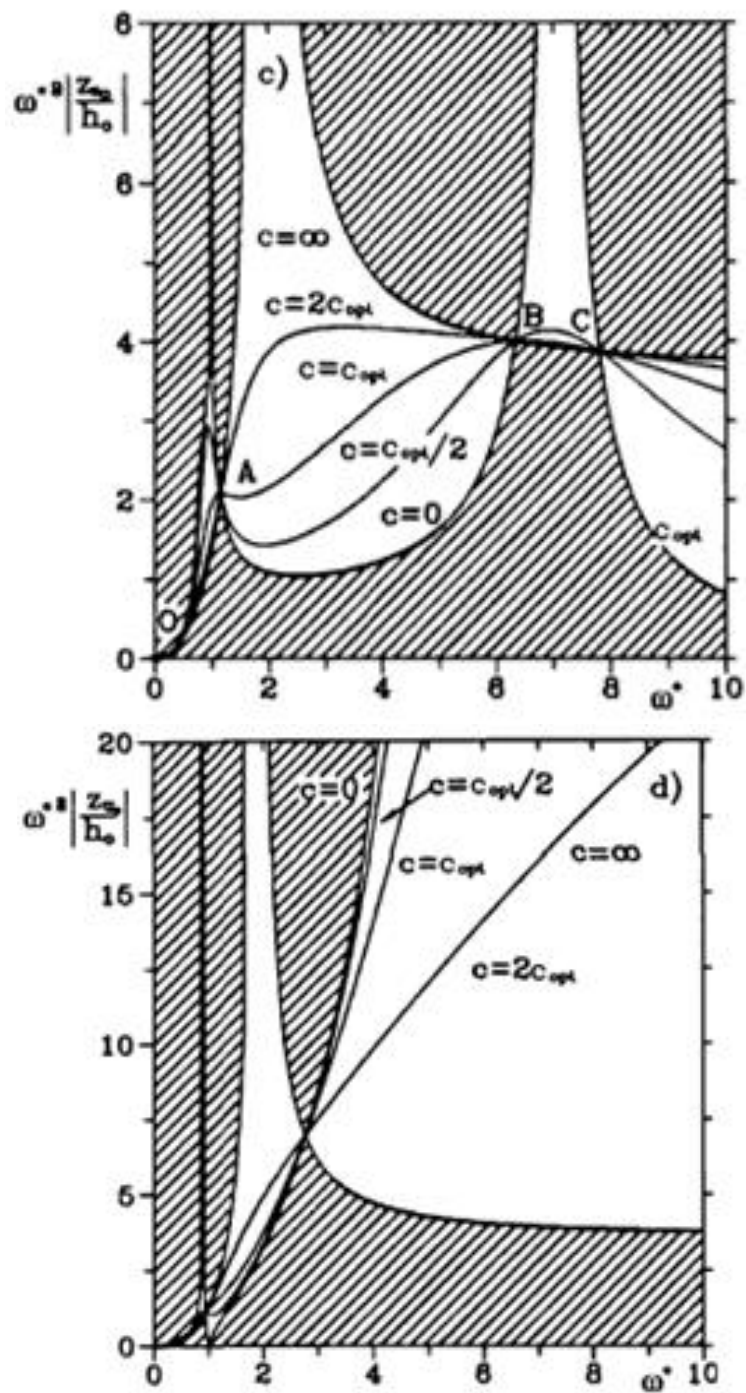
Која подразумева и криве добијене различитим вредностима од крутости c , све криве леже у нешрафираној области графика.

Ако је $c=0$ природне фреквенце су два максимума која теже бесконачности. Такође ако је $c \rightarrow \infty$, максимум, одговарајући природној фреквенцији целог система, који је сада крут, тако што опруга мења пнеуматик, иде у бесконачност.

Фреквентни одзиви који се односе на ослоњену и неослоњену масу су приказани на следећим графицима a и b , а помножени са ω^{*2} на графицима под c и d , они дају недимензионалан однос између убрзања две масе и одступања на местима где се налазе ослонци. Све криве које пролазе кроз тачке O , A , B и C . Између тачака O и A као и између тачака B и C максимално убрзање ослоњене масе повећава се са смањењем пригушења, док између тачака A и B , а изнад C се убрзање повећава са растом пригушења.



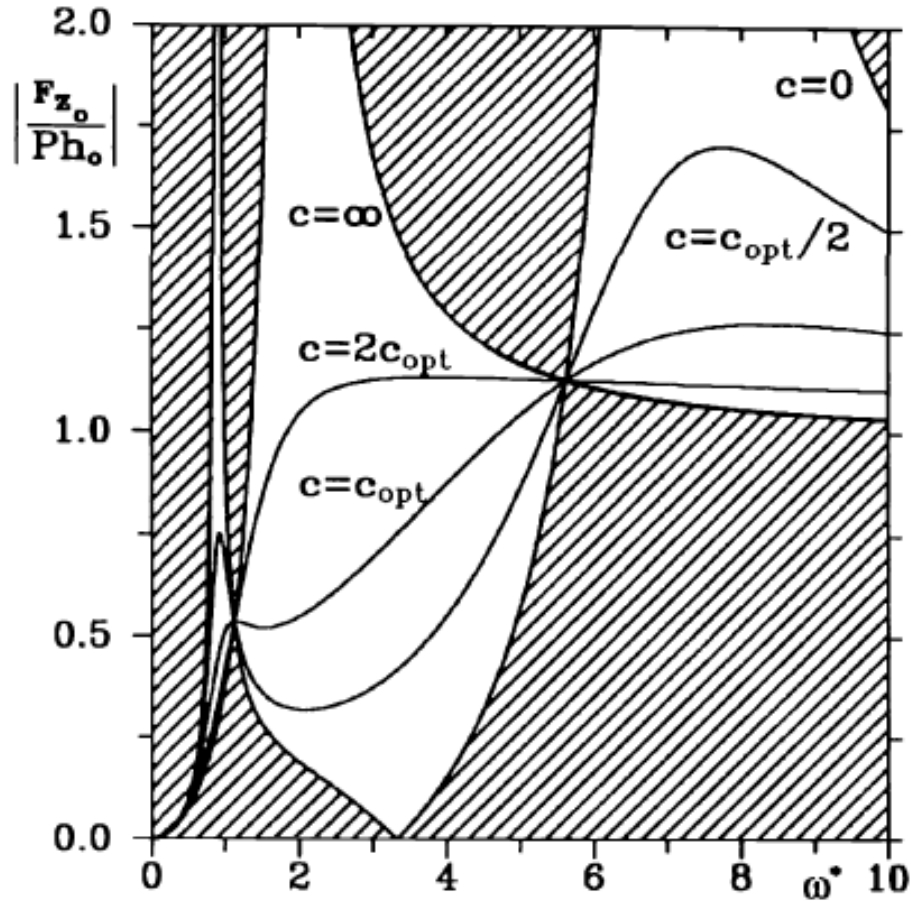
Слика 12 и 13: Равански модел са два степена слободe, одзив на хармонијску побуду;
График који приказује однос између амплитуда одступања ослођених и неослеђених маса
(a, b) [10]



Слика 14 и 15: Равански модел са два степена слободe, одзив на хармонијску побуду;
График који приказује однос између убрзања ослоњених и неослоњених маса (c, d) [10]

Оптимална вредност пригушења c_{opt} може се пронаћи тежећи да се убрзање одржи што је ниже могуће у великој области која иде до природне фреквенције неослоњене масе, тј. гледајући криву која има релативни максимум у стационарној тачки А.

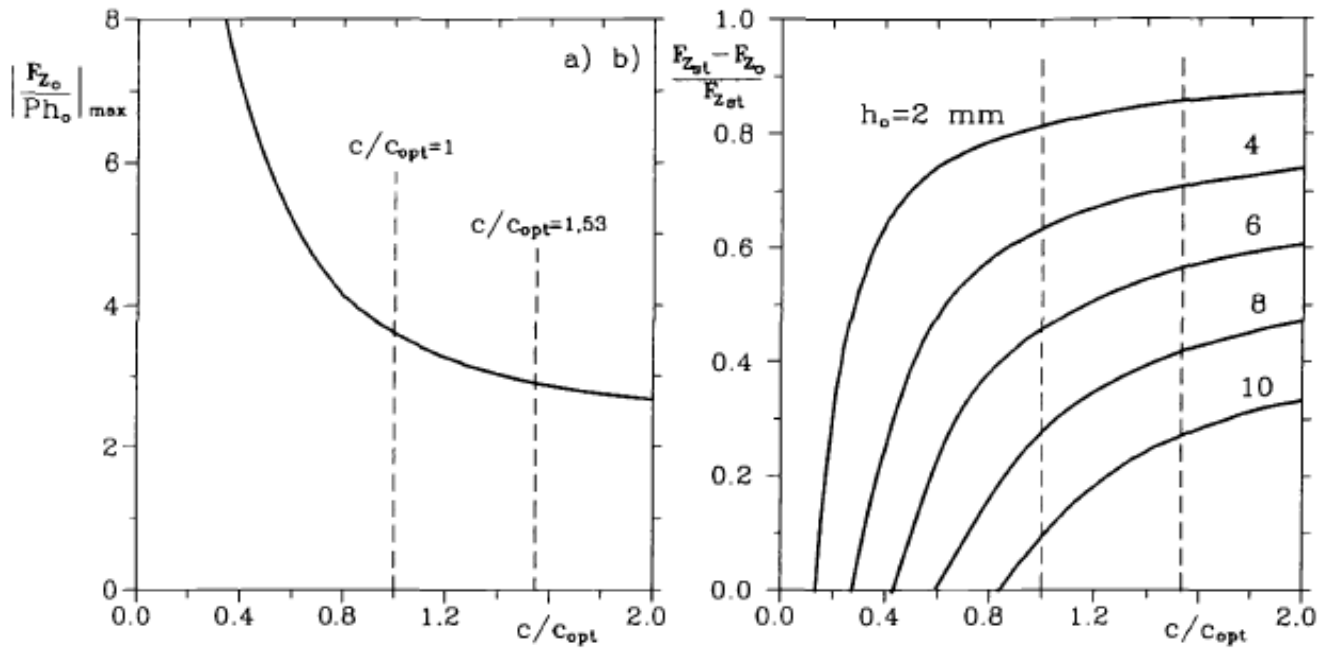
$$c_{opt} = \sqrt{\frac{Km}{2}} \sqrt{\frac{P+2K}{P}}$$



Слика 16: Равански модел са два степена слободе; График вредности пригушења у зависности од односа компоненте динамичке силе F_z и висине неравнина помножене са тврдоћом пнеуматика, приказаном за различите вредности кружне фреквенције ω^* [10]

Амплитуда компоненте динамичке силе F_z је приказана у недимезионалној форми тако што је подељена са $P|h_0|$ као функција недимензионалне кружне фреквенције. Вредност оптималног пригушења је заиста ефикасна само када се фреквенција одржава што је ниже могуће у интервалу истом као и максимум компоненте динамичке силе F_z при нижим осцилацијама. На вишим фреквенцијама, незнатно већа вредност пригушења може бити ефикасна, па чак иако би резултирало већим убрзањем ослоњене масе.

Максимална вредност недимензионалне амплитуде силе F_z је приказана као функција односа c/c_{opt} на следећем графику:



Слика 17: График максималне вредности амплитуде компоненте динамичке силе F_z у зависности од односа c/c_{opt} у опсегу фреквенција од 0 до $30 \sqrt{K/m}$ [10]

Минимална вредност силе реакције подлоге (статичка сила умањена за амплитуду компоненте динамичке силе) је функција односа c/c_{opt} за равански модел са параметрима типичног модела мањег возила: $m_s = 238 \text{ kg}$; $m_u = 38 \text{ kg}$; $K = 15,7 \text{ kN/m}$; $P = 135 \text{ kN/m}$; стварна вредност односа c/c_{opt} је 1,53.

Према претходним разматрањима могуће је извести закључак да је вредност пригушења дата у једначини за оптималну крутост која је погодна са аспекта разматрања ослањања и са аспекта удобности, јер води мањим варијацијама реакције подлоге. Наравно, повећано пригушење може побољшати перформансе ослањања. Заједничко разматрање проблематике је приказано на графику добијеног разматрањем различитих брзина чији спектар снага је у опсегу фреквенција „белог шума“ између 0,1 и 100 Hz. Како је густина спектра снаге одзива система S_o је добијена из побуде S_i једноставним множењем са квадратом одзива система $H(\omega)$.

$$S_o = H^2(\omega) S_i$$

Ако је побуда из опсега фреквенција „белог шума“ између ω_1 и ω_2 , онда је вредност одзива система квадратни корен из:

$$O_{rms} = \sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} S_o d\omega} = \sqrt{S_i} \sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} H^2(\omega) d\omega}$$

Услови који воде када оптималној удобности (у случају минималног убрзања) и оптималног ослањања (у случају минималних промена реакционих сила) је лако идентификовати: У случају када је пригушење мање од оптималног пригушења дефинисаног у претходним формулама. [10]

Како је већ наведено, присуство пнеуматика има негативан ефекат на фреквентни одзив при ниским фреквенцијама, док при вишим фреквенцијама морамо урачунати и тврдоћу пнеуматика. [11]

6. Закључак

Са константним развојем возила, напретком техничких система и електронских компоненти које контролишу кретање возила су потребна детаљна истраживања на тему осцилација које утичу на ослањање возила, његову удобност и општу удобност. Динамика моторних возила нам омогућава проучавање понашања возила у различитим условима и како оно утиче на путнике у њему и понашање возила на путу. Пут са својим карактеристикама знатно утиче на вертикалне осцилације возила које се одражавају на делове система еластичног ослањања и путнике. Величине које димензионишу профил пута могу зависити од доста фактора, тако да је избор величина којима ћемо проучавати утицај неравнина пута на возило комплексан задатак који зависи од вредности пригушења и крутости делова система ослањања.

Констатација да неравнине подлоге имају неповољни, имплусивни, утицај на системе возила, а посебно на систем еластичног ослањања, погонски и управљачки систем, може се дати на основу чињенице да је точак возила истовремено елемент наведена три система возила. При овоме не треба заборавити чињеницу да силе генерисане између точка и подлоге имају примарни значај за остваривање основне функције возила која се огледа у потреби остваривања довољног интензитета ових сила да не би дошло до губитка стабилности и управљивости возила.

Равански модели са два степена слободе нам на поједностављен начин приказују вертикална померања ослоњених и неослоњених маса, као и угаона померања око попречне осе. У овом раду су вариране величине које карактеришу параметре система еластичног ослањања и статистичке величине које дефинишу профил пута које представљају кретање возила на реалним путевима. Услови који воде када оптималној удобности у случају минималног убрзања, и оптималног ослањања у случају минималних промена реакционих сила је сложен проблем јер систем ослањања мора да задовољи контрадикторне захтеве због којих су изведене неке од оптималних вредности пригушења. Избор свих величина које су узете у обзир у овом раду имају утицај на осцилаторно понашање возила и тако да је њихово проучавање од велике важности за стабилност возила.

7. Литература

- [1] Симић Д., „*Моторна возила I*“, 1988. године, Београд;
- [2] Martino R., „*Modelling and simulation of the dynamic behaviour of the automobile*“, 2005. године, Haute Alsace универзитет у Мулхаусу, Мулхаус;
- [3] Секулић Д., *скрипта „Возна динамика“*, 2016. године, Саобраћајни факултет у Београду, Београд;
- [4] Јанковић А., „*Динамика аутомобила*“, 2008. године, Факултет инжењерских наука у Крагујевцу, Крагујевац;
- [5] Демић М., Лукић Ј., Милорадовић Д., Глишовић Ј., „*Influence of deterioration of vibration parameters on motor vehicles's vibration comfort*“, 2012. године, Mobilty and Vehicle Mechanics, vol. 38, no. 1, pp. 21-30, 2012;
- [6] Лукић Ј., Глишовић Ј., Милорадовић Д., *скрипта „Моторна возила и њихов развој“*, 2013. године, Факултет инжењерских наука у Крагујевцу, Крагујевац;
- [7] Миљанић З., Симовић С., „*Утицај неких грешака од пута и управљача пута на настанак саобраћајних незгода*“, 2013. године, XII симпозијум „Вештачење саобраћајних незгода и преваре у осигурању“, Дивчибаре;
- [8] Stoner J.W., „*Dynamic Simulation Methods for Evaluating Motor Vehicle and Roadway Design and Resolving Policy Issues*“, Ајова;
- [9] Limebeer D., Sharp R., Evangelou S., „*Motorcycle Steering Oscillations due to Road Profiling*“, 2002. године, Лондон;
- [10] Genta G., „*Motor vehicle Dynamics: Modeling and Simulation*“, 1998. године, Политехнички факултет у Торину, Торино;
- [11] Стојић Б., *скрипта „Теорија кретања друмских возила“*, 2012. године, Факултет техничких наука у Новом Саду, Нови Сад;