

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу

Данијела П. Павловић

**Анализа оптерећења теретних вагона
који превозе насуте материјале**

дипломски рад

Крагујевац, 2017.

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Дипломске академске студије

Модул: Примењена механика и аутоматско управљање

Предмет: Нумеричке методе и прорачун конструкција

Број индекса: 52/92

Данијела П. Павловић

Анализа оптерећења теретних вагона који превозе насуте материјале

дипломски рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. Проф. др Мирослав Живковић - ментор

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог дипломског рада кандидат треба да

изложи укратко основне појмове и карактеристике насипних материјала који ће бити коришћени, дефинише напоне као основне механичке величине, одреди оптерећења зидова вагона од насutih материјала, израчуна напонско стање конструкције теретног вагона за транспорт насутог материјала.

Препоручена литература:

[1] Татомировић Милорад: Оптерећења течностима и насутим материјалима, интерни материјал за предавања из предмета Дејства на објекте, Факултет техничких наука Нови Сад, Нови Сад 2010.

[2] Tomas Jurgen: Silo and bunker pressure calculations, Faculty of Process and Systems Engineering, Otto von Guericke, University Magdeburg, Germany 2014.

[13] Којић Милош, Славковић Радован, Живковић Мирослав, Грујовић Ненад: Метод коначних елемената I, Машински факултет Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац 2010.

Крагујевац, 13.3.2017.

ментор:

др Мирослав Живковић, ред. проф.

САДРЖАЈ

Резиме, кључне речи; Abstract, key words	3
УВОД	5
1 НАСУТИ МАТЕРИЈАЛИ	6
1.1 Карактеристике насутих материјала	6
1.1.1 Густина	6
1.1.2 Запреминска тежина	7
1.1.3 Гранулометријски састав	7
1.1.4 Абразивност, лепљивост, слегање	9
1.1.5 Коефицијент трења	10
1.1.6 Угао насипања (угао природног пада)	10
2 НАПОНСКО СТАЊЕ	15
2.1 Појам напона	15
2.2 Равно стање напона	16
2.3 Моров круг напона	19
2.4 Морови кругови напона и угао унутрашњег трења насутих материјала	21
2.5 Улога механике стена при решавању проблема напонских стања насутих материјала	22
2.6 Напонско стање тла	24
3 АНАЛИЗА ОПТЕРЕЋЕЊА ВАГОНА ЗА ТРАНСПОРТ НАСУТИХ МАТЕРИЈАЛА	29
3.1 Оптерећење силоса са равним дном	30
3.2 Оптерећење силоса са левком при пуњењу и пражњењу	37
3.3 Преглед израза и вредности коефицијента притиска $\lambda = p_h / p_v$	41
4 ОСНОВЕ МЕТОДЕ КОНАЧНИХ ЕЛЕМЕНАТА	43
4.1 Коначни елемент љуске	44
4.2 FEMAP, API	45
5 ДЕЛОВИ ИЗВЕШТАЈА АНАЛИЗЕ ОПТЕРЕЋЕЊА ТЕРЕТНИХ ВАГОНА	47
5.1 Анализа четвороосовинског отвореног вагона високих страна типа Eass-z (K)	48
5.2 Анализа четвороосовинског отвореног вагона типа Eamos	54
5.3 Анализа четвороосовинског оптимизованог вагона типа Falns 58m ³	58
ЗАКЉУЧАК	64
ЛИТЕРАТУРА	65
ПРИЛОЗИ	66
Прилог 1: API програм за одређивање притисака на странице вагона	66

РЕЗИМЕ

Насути материјали који се превозе теретним вагонима оптерећују странице и дно вагона. Напонско стање унутар масе насутог материјала одговара напонском стању у тлу, па се анализа заснива на Ренкиновој теорији о бочним притисцима тла уз примену Јансенових једначина помоћу којих се решава диференцијална једначина услова равнотеже сила у вертикалном правцу и Моровог круга напона помоћу кога су повезани притисци у хоризонталном и вертикалном правцу. Нумеричка анализа вагона ради се помоћу методе коначних елемената. Вагони су моделирани коначним елементима љуске. Модел коначних елемената анализираних вагона урађен је у програму FEMAP. За задавање оптерећења од насутих материјала на странице и дно вагона написан је API програм. Анализа вагона урађена је у програму NX Nastran. За приказ резултата анализе коришћен је програм FEMAP.

КЉУЧНЕ РЕЧИ: теретни вагони, насути материјали, Јансенове једначине, метод коначних елемената (МКЕ)

ABSTRACT

Bulk materials that are transported by freight wagons load the sides and the bottom of the wagon. Stress state inside the bulk material corresponds to the stress state in a soil, so the analysis is based on the Rankine's theory of earth pressure using Janssen's equations for solving the differential equation of the force balance in the vertical direction and Mohr's circle for two-dimensional state of stress. The structural analysis of the wagon is done using the finite element method. Wagons are modeled with shell finite elements created in software FEMAP and NX Nastran. API program has been written for calculation of the load from bulk materials onto the sides and the bottom of the wagon. The FEMAP program was used to display the results of the analysis.

KEY WORDS: freight wagon, bulk material, Janssen's equations, finite element method (FEM)

Дипломски рад посвећујем својим родитељима

УВОД

Превоз најразличитијих врста насутих материјала данас се масовно обавља железничким транспортом због његове економичности и енергетске ефикасности. За одређивање оптерећења вагона услед насутих материјала који се превози, потребно је познавати карактеристике тих материјала. Напонско стање унутар масе насутог материјала одговара напонском стању у тлу, па се анализа заснива на Ренкиновој теорији о бочним притисцима тла уз примену Јансенових једначина помоћу којих се решава диференцијална једначина услова равнотеже сила у вертикалном правцу и Моровог круга напона помоћу кога су повезани притисци у хоризонталном и вертикалном правцу.

Нумеричка анализа вагона ради се помоћу методе коначних елемената. Модел коначних елемената анализираних вагона урађен је у програму FEMAP. Вагони су моделирани коначним елементима љуске. За задавање оптерећења од насутих материјала на странице и дно вагона написан је API програм. Анализа вагона урађена је у програму NX Nastran. За приказ резултата анализе коришћен је програм FEMAP.

1

НАСУТИ МАТЕРИЈАЛИ

Насути материјали су широко распрострањени и присутни у индустрији, рударству, грађевинарству, пољопривреди и многим другим областима.

Под појмом насутих материјала подразумевају се различити материјали који могу бити ситнокомадни, зрнасти и прашкасти материјали са основном карактеристиком да се могу сипати и грабити (руда, угаљ, камен, житарице, песак, цемент итд). По својим особинама налазе се између чврстих и течних материјала јер поседују ограничену покретљивост између честица што им омогућује транспортовање у слободно насутом стању.

У употреби се могу срести различити називи за ове материјале, као што су расути, насипни, сипки, зрнасти, растресити и други.

За успешну анализу оптерећења услед насутих материјала морају се, између осталог, познавати или одредити и својства материјала који ће се превозити.

1.1 КАРАКТЕРИСТИКЕ НАСУТИХ МАТЕРИЈАЛА

Код насутих материјала честице су ограничене покретљивости. Степен покретљивости зависи од унутрашњих сила трења као и од међусобне повезаности честица и карактеришу их следећа физичка и механичка својства:

- густина,
- запреминска тежина,
- гранулометријски састав,
- абразивност,
- лепљивост,
- особина слегања,
- влажност,
- понашање на ниским температурама,
- коефицијент трења,
- угао природног пада (угао насипања) и др.

1.1.1 ГУСТИНА

Под густином материјала (ρ) се подразумева однос масе и запремине коју та маса заузима.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.1)$$

Код насутих материјала се дефинише насипна густина (ρ_m) која зависи од густине комада, гранулометријског састава, влажности и др. Код влажних материјала насипна густина ($\rho_{m,v}$) се одређује као:

$$\rho_{m,v} = \rho_{m,s}(1+w) \text{ [kg/m}^3\text{]}, \quad (1.2)$$

где су

$\rho_{m,s}$ [kg/m³] – густина сувог материјала,

w – влажност (одређује се експерименталним путем),

$$w = \frac{m_1 - m_2}{m_2}, \quad (1.3)$$

m_1 и m_2 [kg] – масе узорака пре и после сушења.

Класификација материјала у зависности од густине приказана је у табели Т1.1.

Табела Т1.1 Класификација материјала у зависности од густине

Опсег густине материјала ρ_m [t/m ³]	Класификација материјала
$\rho_m > 0,6$	лаки
$0,6 \leq \rho_m < 1,1$	средњи
$1,1 \leq \rho_m < 2,0$	тешки
$\rho_m > 2,0$	веома тешки

1.1.2 ЗАПРЕМИНСКА ТЕЖИНА

Запреминска тежина представља однос између тежине и запремине материјала.

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g \quad (1.4)$$

Одређивање насипне запреминске тежине своди се на мерење тежине на одређени начин добијеног материјала који је смештен у одговарајућу запремину без накнадног растресања или збијања уз регистровање природне влажности у моменту испитивања.

У табели Т1.2 дат је преглед анализираних запреминских тежина за неке минералне сировине.

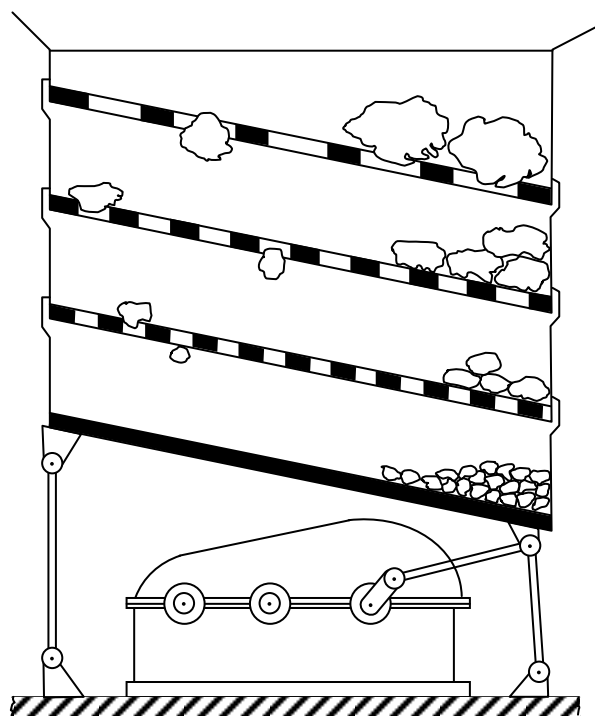
Табела Т1.2 Преглед запреминских тежина минералних сировина

Врста материјала	Специфична тежина γ_s [kN/m ³]	Запреминска тежина у природном стању γ [kN/m ³]	Запреминска тежина у сувом стању γ_d [kN/m ³]	Насипна запреминска тежина γ_n [kN/m ³]
Глина	26,50	18,50	14,50	12,00
Мрки угаљ	13,50	12,50	11,00	7,50
Камени угаљ	14,50	13,50	12,50	9,00
Кречњак	27,50	26,50	26,50	16,00
Гранит	27,50	26,00	26,00	16,00
Лапорац	25,70	18,20	16,00	13,00

1.1.3 ГРАНУЛОМЕТРИЈСКИ САСТАВ

Гранулометријски састав дефинише крупноћу комада као и њихову количину у транспортованом материјалу. Одређује се методом просејавања приказаној на слици 1.1.

На процес транспорта насутих материјала велики утицај има и сортираност материјала која је дефинисана односом димензија највећег и најмањег комада. При односу димензија највећег (a_{max}) и најмањег (a_{min}) комада већим од 2,5 материјал је несортиран, а ако је тај однос мањи од 2,5 материјал је сортиран.



Слика 1.1 Шема постројења за просејавање

Ако су димензије комада (измерене у правцу три координатне осе) x , y и z , то се средња димензија дефинише као:

$$a = \sqrt[3]{xyz} . \quad (1.5)$$

Комади са димензијом од $0,8a_{\max}$ до $a_{\max}$ образују групу највећих комада.

Ако је m_0 маса тих комада која се налази у пробном узорку масе m , онда се може дефинисати однос $c = m_0/m$ који је меродаван за утврђивање димензије карактеристичног представника комада a' .

Димензије карактеристичног представника комада a' се одређују на следећи начин:

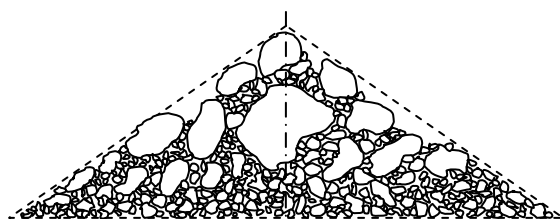
- код несортираних материјала (сл. 1.2а):

$$a' = a_{\max}, \text{ ако је } c > 0,1 \quad (1.6)$$

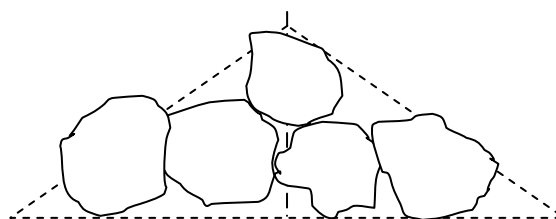
$$a' = 0,8a_{\max}, \text{ ако је } c < 0,1; \quad (1.7)$$

- код сортираних комада (сл. 1.2б):

$$a' = \frac{a_{\max} + a_{\min}}{2} . \quad (1.8)$$



а) несортирани материјал
 $a_{\max}/a_{\min} > 2,5$



б) сортирани материјал
 $a_{\max}/a_{\min} < 2,5$

Слика 1.2 Сортираност материјала

Класификација насутих материјала у зависности од димензија карактеристичног комада приказана је у табели Т1.3.

Табела Т1.3 Класификација насутих материјала у зависности од димензија карактеристичног комада

Крупноћа		Димензије карактеристичног комада a' [mm]	Типични представници
Комадни	веома крупни	$a' > 320$	камен добијен минирањем
	крупни комади	$160 < a' \leq 320$	руда
	средње крупни комади	$60 < a' \leq 160$	камени угаљ
	ситни комади	$10 < a' \leq 60$	туцаник (шодер)
Зрнасти	крупнозрнасти	$2 < a' \leq 10$	шљунак ситни
	ситнозрнасти	$0,5 < a' \leq 2$	песак крупни
Прашкасти	прашкасти	$0,05 < a' \leq 0,5$	песак ситни
	прах	$a' \leq 0,05$	цемент

Ако је $a' > 10\text{mm}$ насути материјали су комадни, $0,5 < a' \leq 10\text{mm}$ материјали су зрнасти, а за $a' \leq 0,5\text{mm}$ прашкасти.

1.1.4 АБРАЗИВНОСТ, ЛЕПЉИВОСТ, СЛЕГАЊЕ

Насути материјали у току кретања по површини другог тела узрокују појаву тарења те површине. Ова појава се дефинише као својство абразивности насутих материјала. У зависности од степена абразивности, насути материјали се деле на неабразивне (А), малоабразивне (В), средње абразивне (С) и веома абразивне (D).

Својство абразивности (степен абразивности) насутих материјала је дато у табели Т1.4.

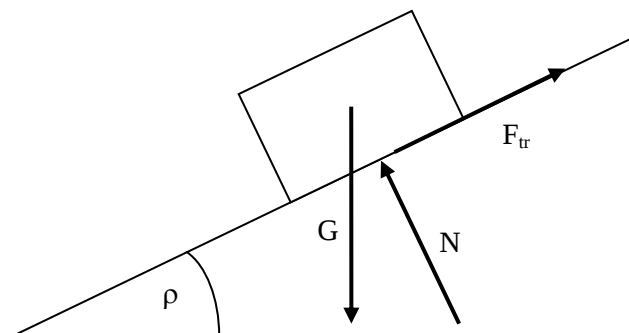
Од свих хидрофизичких својстава материјала, за транспорт је најбитније хигроскопност и с тим у вези бубрење материјала услед чега може доћи до повећања запремине и до 50 %. Водоупијање материјала може изазвати проблеме код утовара, транспорта и ускладиштења таквих маса.

Пропратна појава, и редовно веома неугодна, је лепљивост која узрокује хватање материјала на дно и зидове теретних вагона, бункера и силоса за складиштење или на површине транспортних средстава. Лепљивост је својство материјала да се при премештању по неком другом материјалу или при краћем или дужем задржавању пријања, односно лепи за његову површину. Степен лепљивости се мери силом отпора смицања таквог материјала на залепљеној површини.

Слегање је особина материјала да губи покретљивост честица при дужем стајању.

1.1.5 КОЕФИЦИЈЕНТ ТРЕЊА

Отпор при премештању тела од једног материјала по површини тела од другог материјала одређен је коефицијентом трења μ који се изражава преко угла трења ρ . Угао трења материјала по различитим подлогама ρ је угао при којем материјал почиње клизати по косој површини другог материјала као што је приказано на слици 1.3.



Слика 1.3 Трење при клизању тела по косој површини другог тела

Угао трења, односно коефицијент трења се дефинише за случај када је материјал у стању мировања (μ_1) и стању кретања (μ_2). Између њих постоји следећа веза:

$$\mu_2 \approx (0,7 \div 0,9)\mu_1 \quad (1.9)$$

$$\mu_1 = \operatorname{tg}(\rho_1), \quad (1.10)$$

где је ρ_1 угао трења.

Вредности коефицијента трења између различитих насутих материјала и челика и гуме приказани су у табели Т1.4.

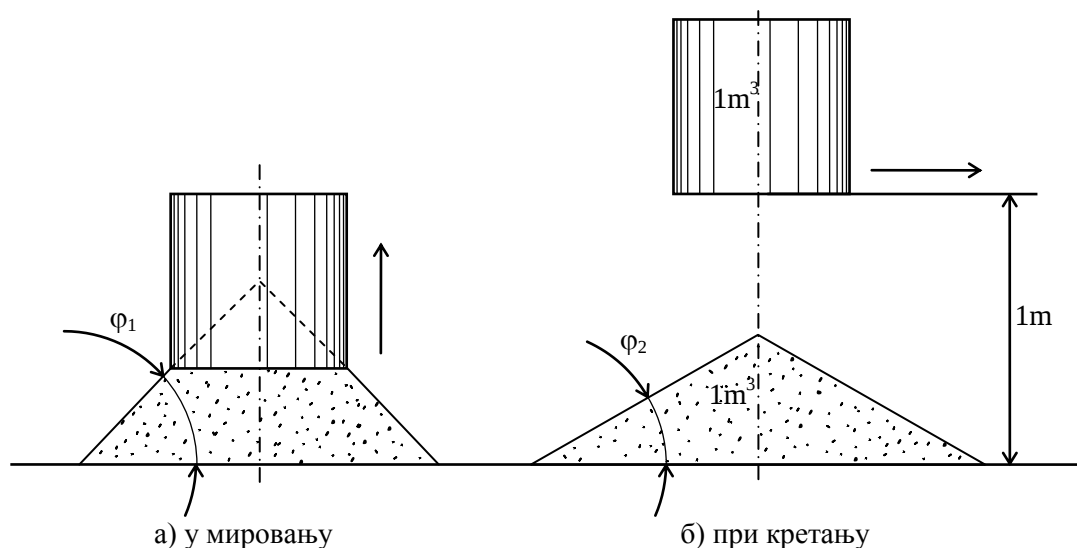
Однос угла трења и угла природног пада (угла насипања), обично се изражава релацијом:

$$\rho \leq \varphi.$$

1.1.6 УГАО НАСИПАЊА (УГАО ПРИРОДНОГ ПАДА)

Угао природног пада односно угао насипања материјала (φ) се дефинише као највећи угао нагиба конуса према хоризонталу, кога образује слободна површина насипног материјала када се сипа на гомилу. Дефинише се за случај када је материјал у стању мировања (φ_1) и стању кретања (φ_2), на начин који је приказан на слици 1.4. Експерименталним путем је утврђен следећи однос:

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_1} \approx 0,7. \quad (1.11)$$



Слика 1.4 Одређивање угла природног пада

Види се да је φ_2 мањи од φ_1 , што је резултат трансформације потенцијалне енергије при падању материјала (са висине од око 1m) у кинетичку енергију која изазива додатно кретање материјала, односно долази до смањења угла нагиба конуса слободне површине материјала према хоризонталу.

Угао насипања је различите величине за разне материјале. Угао је мањи што је већа висина са које се сипа и што је већа покретљивост појединих честица материјала. Величина угла такође зависи и од: глаткоће, величине комада, влажности, облика, температуре, састава и стања материјала, као и начину сипања. Знатно ситни материјали су као такви носиоци влаге што има велики утицај на величину угла.

Природни угао насипања представља унутрашњи угао трења насутог материјала, па се може аналитички изразити. Према начину сипања мења се и угао у извесним границама. Ако се материјал сипа с веће висине, имаће знатну брзину, па ће боље склизнути по површини конуса. Овај угао одговара углу природног пада за време кретања, а аналитички израз би био:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 \approx \mu_2, \quad (1.12)$$

где је μ_2 - коефицијент трења материјала по материјалу. У формули је узет знак $\approx$ због тога што се угао природног пада материјала донекле разликује због извесног међусобног захватања честица. Вредност угла φ_2 може знатно осцилирати у зависности од услова насипања.

Ако се материјал сипа с мале висине, а при том не дође до одскакања материјала на ободу конуса, постиже се максимални угао φ_1 . Тај угао одговара коефицијенту трења честица материјала при мировању, а изражава се са:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 \approx \mu_1. \quad (1.13)$$

Овај угао се сигурније одређује од претходног, па чини темељ за прорачуне.

Са слике 1.4 на једноставан начин можемо одредити угао насипања за насуте материјале. Цилиндар без дна запремине 1m^3 напуни се материјалом. Затим се цилиндар полако подигне и материјал заузме облик конуса. Угао нагиба добијеног

конуса према хоризонталу тада се може израчунати по формули G.W. Köhlera, ако је h висина конуса:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 \approx \sqrt{h^3}. \quad (1.14)$$

До овог израза долазимо преко запремине цилиндра и запремине конуса за које знамо да износе 1 m^3 .

$$\text{Запремина цилиндра: } V_c = r_c^2 \cdot \pi \cdot h_c = 1 \text{ m}^3 \quad (1.15)$$

$$\text{Запремина конуса: } V_k = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3} = 1 \text{ m}^3 \quad (1.16)$$

$$V_c = V_k \quad \Rightarrow \quad r_c^2 \cdot \pi \cdot h_c = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3} \quad (1.17)$$

$$\frac{r^2 \pi \cdot h}{3} = 1 \quad \text{односно} \quad r^2 \pi \cdot h = 3 \quad (1.18)$$

Из геометрије конуса произлази да је:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{h}{r} \quad \text{односно} \quad r = \frac{h}{\operatorname{tg} \varphi_1} \quad (1.19)$$

Уврштавањем ових израза добија се:

$$\begin{aligned} \frac{h^2}{\operatorname{tg}^2 \varphi_1} \cdot \pi \cdot h &= 3 \\ h^3 \cdot \pi &= 3 \operatorname{tg}^2 \varphi_1 \\ \operatorname{tg}^2 \varphi_1 &= \frac{\pi}{3} \cdot h^3 \\ \operatorname{tg} \varphi_1 &= \sqrt{\frac{\pi}{3}} \cdot \sqrt{h^3} \end{aligned} \quad (1.20)$$

Узимајући да је заокружено $\sqrt{\frac{\pi}{3}} = 1$, (тачно 1,0233267) добија се коначан израз:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 \approx \sqrt{h^3}. \quad (1.21)$$

Искуство показује да несортирани материјал има већи угао насипања него сортирани.

Основне карактеристике насutih материјала су приказане у табели T1.4.

С обзиром да се при транспортовању материјала јављају осцилације, долази до допунског „разливања“ материјала, па се дефинише рачунски угао насипања материјала:

$$\varphi_3 \approx 0,5\varphi_2 = (0,35 \div 0,40)\varphi_1. \quad (1.22)$$

На основу вредности φ_1 и φ_3 насuti материјали се могу, у зависности од покретљивости честица, поделити на лако, средње и слабо покретљиве (сипљиве) као што је дато у табели T1.5.

Код веома сипких материјала угао природног пада материјала једнак је углу унутрашњег трења који ће бити описан другом поглављу овог рада.

Угао природног пада, односно способност насutih материјала да се држе на равној подлози у облику конуса без придржавања са стране, зависи осим од крупноће и од облика и садржаја воде, посебно код ситног материјала. У табели T1.6 су приказане вредности угла насипања неких материјала у зависности од њихове влажности.

Табела Т1.4 Основне карактеристике насутих материјала [2]

Назив материјала	Насипна густина ρ [t/m ³]	Угао природног пада [°]			Коефицијент трења при мировању		Абразивност
		у миру φ_1	при крет. φ_2	рачунски φ_3	по челику	по гуми	
агломерат гвоздене руде	1,7-2,0	45	30	20	0,8-1,0		D
антрацит, ситнозрнасти суви	0,8-0,95	45	30	20	0,84	0,61	C
апатит, суви	1,5-1,7	31-45	20-30	15			D
шљунак, суви	1,5-1,8	30	20	15			
глина:							
ситнозрна сува	0,7-1,5	50	35	25	0,75-1,0		A
влажна	1,9-2,0	45	30	20			B
шљунак	1,5-2,0	45	30	15	0,58-1,0		B
земља у комаду:							
сува	1,1-1,6	30-40	30	20	0,8		C
влажна	1,6-1,9	30-40	30	20			C
доломит суви	1,7-1,9	40	30	20			C
пепео суви	0,4-0,72	50	40	25	0,6-0,85		D
кречњак:							
ситнозрни	1,5-2,2	45	30	20	0,66-0,96		A
у праху	1,6	40	30	20			A
креч:							
гашени у праху	0,32-0,8	40-50	35	25	0,30		B
печени	1,0-1,1	30-40	30	20			B
камен:							
крупнокомадни	1,8-2,2	45	30	20			A
средње и ситноком.	1,3-1,5	45	30	20	0,6-0,81		A
кокс средњекомадни	0,48-0,53	35	20	15	0,84		
креда:							
у праху	0,95-1,2	30-40	20-30	20			A
средње и ситни комади	1,4-2,5	40					A
дрвени опилци, суви	0,16-0,32	40	30	20	0,39-0,83	0,5-0,65	A
песак:							
суви	1,4-1,65	40	25	15			
влажни	1,5-1,70	45	35	20			C
руда гвожђа, ситни и средње крупни комади	2,1-3,5	40-50	35	25	1,2		D
со техничка	0,72-1,28	40	30	20	0,5-1,2		
тресет:							
суви	0,33-0,4	45	30	20	0,27-0,75		A
влажни	0,5-0,6	55	40	25	0,52-0,66		A
угаљ мрки (сушени)	0,6-0,78	35-45	35	20	0,84		
угаљ камени:							
комадни	0,6-0,8	35-40	25	15	0,42-0,6	0,53	B
ситнозрни сортирани	0,8-1,0	40	30	20	0,4-0,6	0,64	C
цемент	1,0-1,8	40	30		0,65-0,8	0,64	C
шљака каменог угља:							
сува	0,6-1,0	50	35	25	0,4-1,2	0,5-0,66	C
влажна	0,62-0,71						
шљака тресета, ситна	1,3-1,9				0,4-0,6	0,46	
туцаник суви	1,2-1,8	45	35	25	0,47-0,53		D
дробљени гипс, комадни	1,3-1,6	40			0,61	0,7	
цемент портланд	1,0-1,6	40	25	15	0,35-0,65	0,64	C
ломљени камен	1,4-1,6	45	35	25	0,5-0,6		
материјал за опеке (цигле)	1,2-1,35	45	35	25	0,5-0,6		C

Напомена: А – абразивни; В – мало абразивни; С – средње абразивни; D – веома абразивни

Табела Т1.5 Подела насутих материјала према покретљивости [2]

Покретљивост честица материјала	Типични представници	Угао природног пада при миравању φ_1 [°]	Угао насипања φ_3 [°]
лака покретљивост	апатит, суви песак, цемент, суви камени угаљ, суви кокс, суви шљунак	30÷35	15
средња покретљивост	агломерат, антрацит, земља, доломит, кречњак, камен, креда, дрвени опилци, со	40÷45	20
слаба покретљивост	пепео, руде гвожђа, мрки угаљ, шљака каменог угља, туцаник суви, камен ломљени	50÷55	25

Табела Т1.6 Угао природног пада материјала у зависности од влажности [2]

Материјал	Сув	Влажан	Мокар
Ископина различите крупноће	32-45°	36-48°	30-40°
Песак	28-35°	30-40°	22-27°
Глина	40-45°	35°	15-20°

2

НАПОНСКО СТАЊЕ

Да би се извршила анализа оптерећења зидова вагона услед насутих материјала који се транспортују потребно је познавање напонског стања насутог материјала и његовог дејства на зидове вагона.

2.1 ПОЈАМ НАПОНА

Напон је механичка величина коју изучава механика континуума и представља меру унутрашњег дејства између појединих материјалних тачака непрекидне средине.

У механици континуума посматра се круто (деформабилно) тело, мада се сви резултати сматрају општим, важећим и за друге непрекидне средине, течне и гасовите.

На круто тело приказано на слици 2.1 услед дејства спољашњих сила, у телу се јављају реакције као унутрашње силе. У пресечној равни π са нормалом $\vec{n}$ у тачки A делује резултујућа сила ΔF , услед које се јавља тотални напон дат следећим изразом:

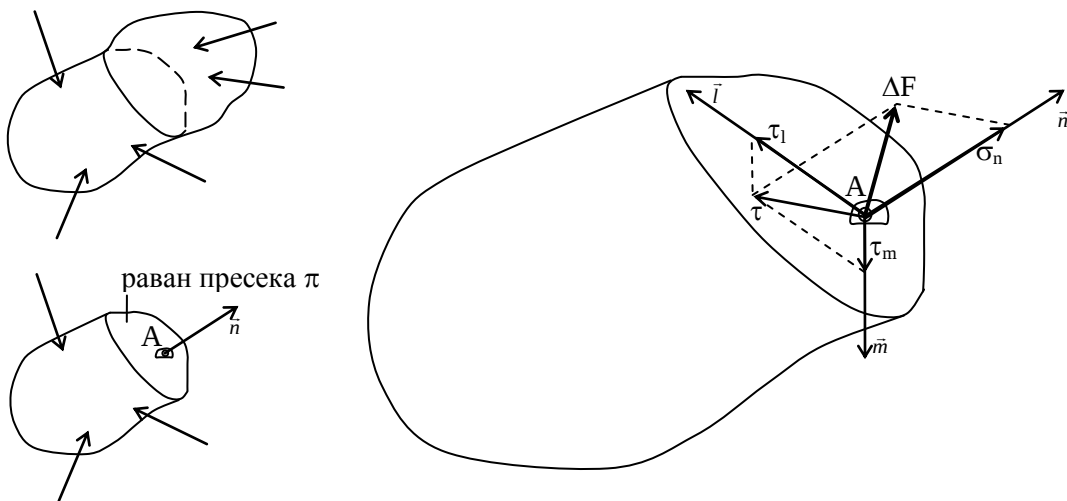
$$t^{(n)} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}. \quad (2.1)$$

Резултујућа сила може да се разложи на три међусобно управна правца. Исто важи и за напоне. На тај начин добија се напон σ_n у правцу нормале, и то је нормални напон, и смичући напон τ у равни пресека који се може разложити на два смичућа напона τ_l и τ_m , односно тотални напон добија се као векторски збир нормалног и смичућег напона по следећем изразу:

$$\vec{t}^{(n)} = \vec{\sigma}_n + \vec{\tau} = \vec{\sigma}_n + \vec{\tau}_l + \vec{\tau}_m, \quad (2.2)$$

док је интензитет

$$t^{(n)} = \sqrt{\sigma_n^2 + \tau^2}. \quad (2.3)$$

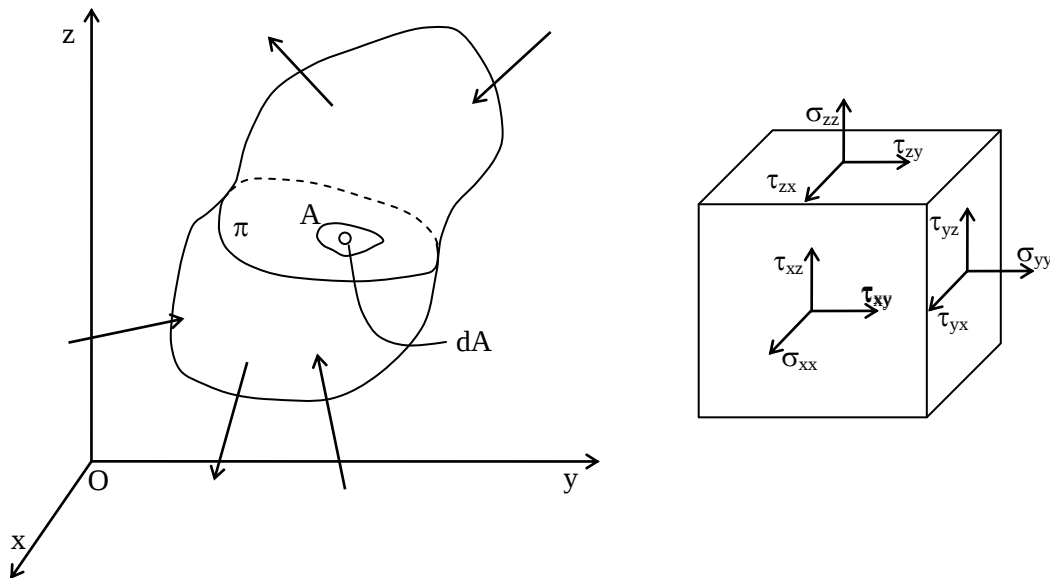


Слика 2.1 Круто тело изложено дејству спољашњих сила и резултујућа сила у пресечној равни

Дакле, за једну раван кроз тачку A напон може да се разложи на један нормални и два смичућа напона. Кроз тачку A може да се постави бесконачно много равни, а самим тим и бесконачно много нормалних и смичућих напона. Може се показати да је за потпуно познавање стања напона у једној тачки тела изложеном дејству спољних сила потребно познавати напоне у три међусобно управне равни, на основу којих се може одредити укупни напон у произвољној равни која пролази кроз задату тачку деформисаног тела.

Кошијев (Cauchy) тензор напона за Декартов координатни систем x, y, z са слике 2.2 гласи:

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{Bmatrix}. \quad (2.4)$$

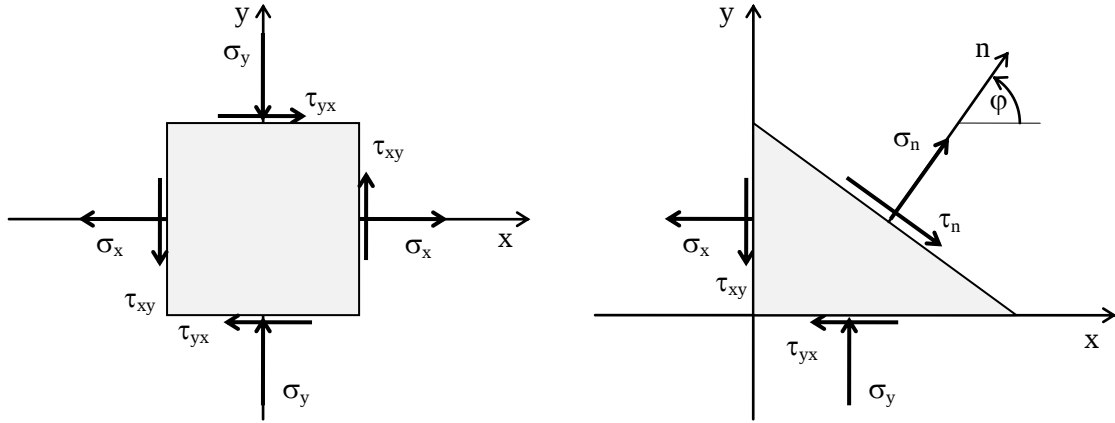


Слика 2.2 Кошијев тензор напона за Декартов координатни систем x, y, z

Тензор напона за просторно стање напона је симетричан тензор другог реда, односно матрица тензора напона је симетрична у односу на дијагоналу на основу става о коњугованости смичућих напона ($\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$) што значи да је за потпуно познавање стања напона у једној тачки потребно познавати три нормална напона и три смичућа напона.

2.2 РАВНО СТАЊЕ НАПОНА

Ако напони у некој тачки за било коју пресечну раван леже у једној равни, односно нема компоненти у правцу z -осе као што је приказано на слици 2.3, стање напона је равно.



Слика 2.3 Равно стање напона

Тензор напона при равном стању напона има следећи облик:

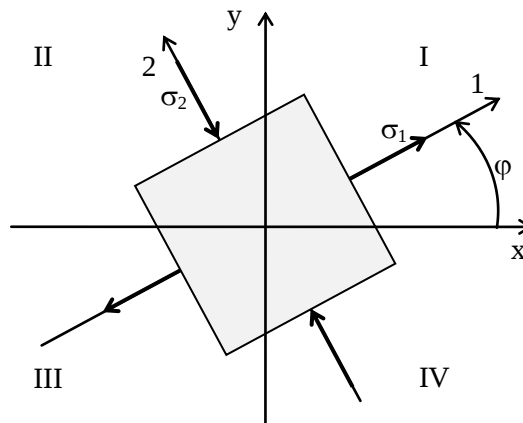
$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{Bmatrix}. \quad (2.5)$$

За неку пресечну раван чија нормала $\vec{n}$ лежи у равни xOy и заклапа угао φ са осом x, нормални и тангенцијални напон одређују се по следећим изразима:

$$\sigma_n = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\varphi + \tau_{xy} \sin 2\varphi, \quad (2.6)$$

$$\tau_n = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\varphi - \tau_{xy} \cos 2\varphi. \quad (2.7)$$

Постоје равни у којима се не јављају смичући напони, односно одређени положај $\varphi = \alpha$ када нормални напон достиже екстремну вредност. Те равни се називају главне равни, а нормални напони за те равни су главни напони и приказани су на слици 2.4.



Слика 2.4 Главни напони и главне равни

Угао α се може одредити диференцирањем израза за нормални напон по углу φ и изједначавањем са нулом.

$$\frac{d\sigma}{d\varphi} = -2 \left(\frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\varphi - \tau_{xy} \cos 2\varphi \right) = -2\tau = 0 \quad (2.8)$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \Rightarrow \alpha_2 = \alpha_1 + \frac{\pi}{2} \quad (2.9)$$

Равни у којима се јављају екстремне вредности нормалних напона међусобно су ортогоналне.

Ако је $\tau_{xy} > 0$ оса-1 пролази кроз I и III квадрант, а ако је $\tau_{xy} < 0$ оса-1 пролази кроз II и IV квадрант.

Како је $\sigma = \sigma(\varphi)$ непрекидна и периодична функција са периодом π , једна вредност је максимум $\sigma_1 = \sigma_{\max}$, а друга минимум $\sigma_2 = \sigma_{\min}$. Ове екстремне вредности се зову главни напони, а равни у којима се они јављају, равни главних напона или главне равни. Правци са којима су ти напони паралелни зову се правци главних напона, а одговарајуће осе, осе главних напона или главне осе.

Главни напони се рачунају према следећим изразима:

$$\sigma_1 = \sigma_{\max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad (2.10)$$

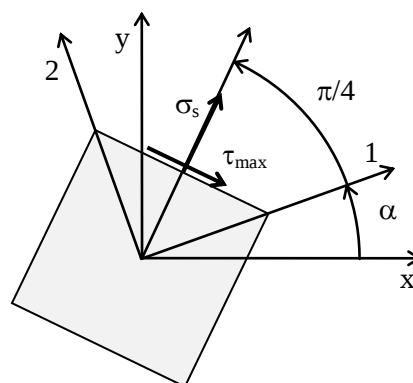
$$\sigma_2 = \sigma_{\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}. \quad (2.11)$$

Екстремни смичући напон и њему одговарајући нормални напон приказани су на слици 2.5. Екстремна вредност смичућег напона делују под углом $\alpha + 45^\circ$ и одређује се на основу следећег израза:

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2). \quad (2.12)$$

Њему одговарајући нормални напон дат је следећим изразом:

$$\sigma_s = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2). \quad (2.13)$$



Слика 2.5 Екстремни смичући напон и њему одговарајући нормални напон

2.3 МОРОВ КРУГ НАПОНА

Изрази за напоне се могу графички приказати помоћу Моровог (Mohr) круга.

Ако се једначине за нормални и смичући напон у косој равни прикажу у следећем облику:

$$\sigma - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\varphi + \tau_{xy} \sin 2\varphi, \quad (2.14)$$

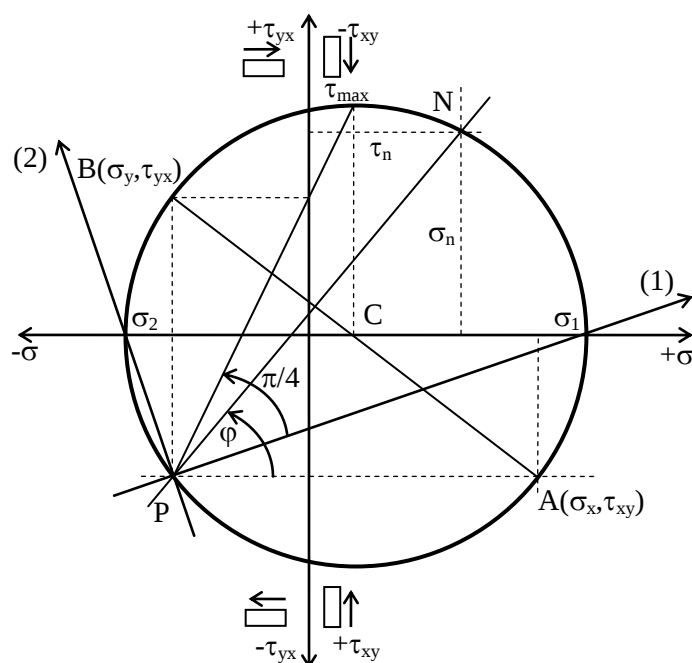
$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\varphi - \tau_{xy} \cos 2\varphi, \quad (2.15)$$

и уколико се претходни изрази квадрирају и саберу, добија се једначина круга у следећем облику:

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2. \quad (2.16)$$

Овај круг се назива Моров круг напона и представља једначину круга у координатном систему σ - τ са центром на апциси и полупречником $\frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$.

Конструкција Моровог круга приказана је на слици 2.6. У координатном систему σ - τ одреде се тачке $A(\sigma_x, \tau_{xy})$ и $B(\sigma_y, \tau_{yx})$, споје се и где секу σ -осу, ту је центар круга. Опише се круг из центра тако да пролази кроз тачке A и B . У крајњим пресецима круга са σ -осом добијају се екстремне вредности напона σ_1 и σ_2 . Сада се одреди пол P тако што се из тачке A повуче хоризонтала, а из тачке B вертикала. Ове две праве секу се на кругу и ту је пол P . Главни правци добијају се спајањем пола P са вредностима главних напона σ_1 и σ_2 . Такође, повлачењем паралела из пола P одређују се напони на произвољно одабраној равни.



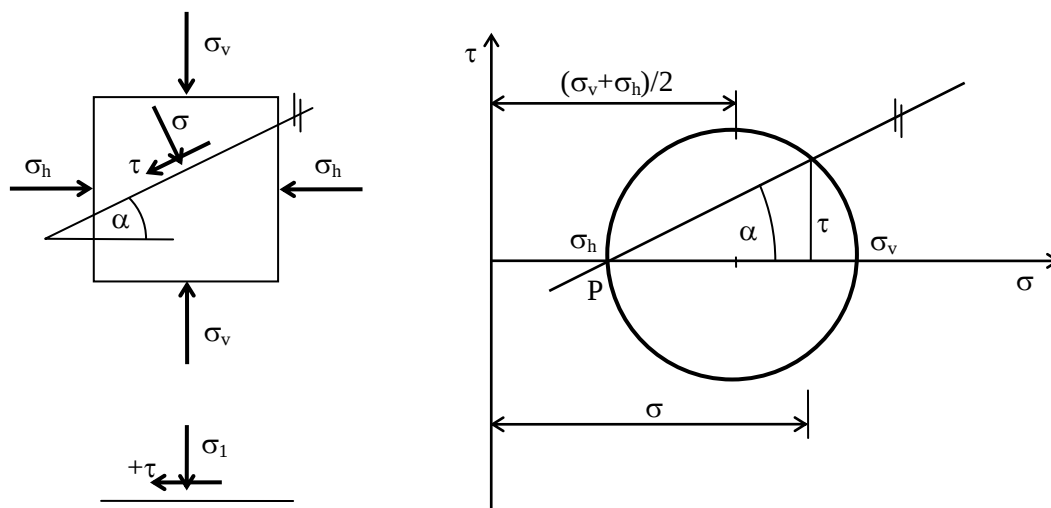
Слика 2.6 Конструкција Моровог круга за равно стање напона

Могу се показати два карактеристична примера употребе Моровог круга напона.

Уколико су хоризонтални и вертикални уједно и главни напони, одређивање напона у косој равни помоћу Моровог круга напона повлачењем паралеле са правцем косе равни кроз пол P је приказано на слици 2.7, а изрази за нормални и тангенцијални напон за косу раван тада су следећи:

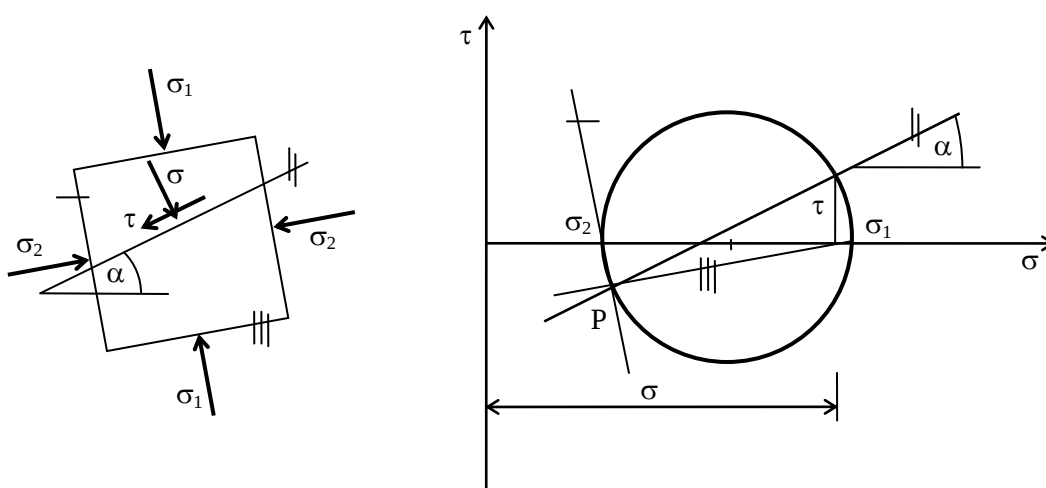
$$\sigma = \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2} + \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} \cos 2\alpha, \quad (2.17)$$

$$\tau = -\frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} \sin 2\alpha. \quad (2.18)$$



Слика 2.7 Одређивање напона у косој равни када су главни напони у вертикалној и хоризонталној равни

На слици 2.8 приказано је одређивање напрезања помоћу Моровог круга када су главни напони на косим равнинама.



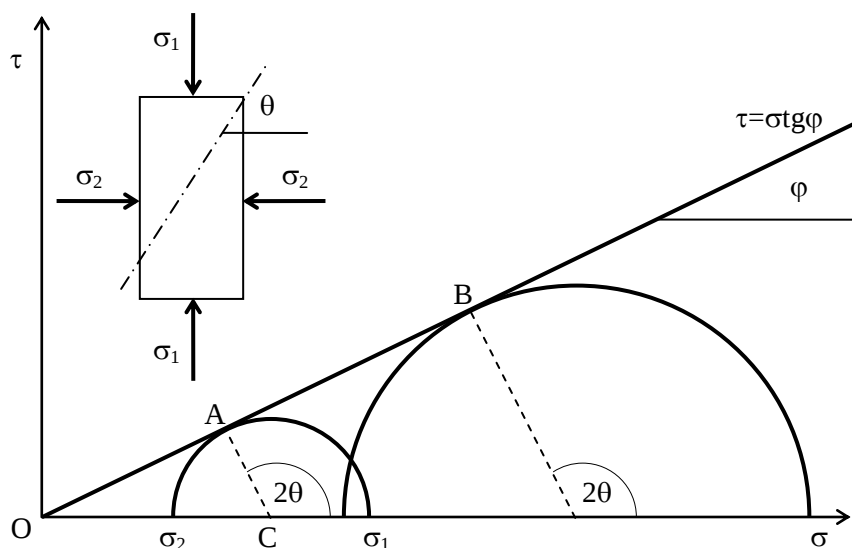
Слика 2.8 Одређивање напона када су главни напони на косим равнинама

2.4 МОРОВИ КРУГОВИ НАПОНА И УГАО УНУТРАШЊЕГ ТРЕЊА НАСУТИХ МАТЕРИЈАЛА

Слично анализи напонског стања у чврстим материјалима, и у случају насутог материјала користи се теорија заснована на Моровом кругу напона. Видели смо да су помоћу Моровог круга повезани главни напони σ_1 и σ_2 . Угао између енvelope Моровог круга и осе нормалног напона је угао унутрашњег трења φ што је приказано на слици 2.9. Познавање унутрашњег трења је веома важно за анализу сила унутар масе насутог материјала. Тестом се могу одредити главни нормални напони. На основу добијених података из најмање две пробе приликом испитивања конструише се Моров круг напона и одређује угао енvelope према оси нормалног напона, односно угао унутрашњег трења φ . Енvelope (обвојница) напона лома тангира Морове кругове ефективних напона.

Угао смицања (угао лома) θ је теоријски угао између равни у којој делује максимални главни напон σ_1 и равни лома. Раван смицања (раван лома) одређена је смичућом чврстоћом која представља највећи смичући напон који се може нанети у одређеном правцу а да не дође до слома материјала. С обзиром на симетричност Моровог дијаграма у односу на осу нормалних напона, постоје две такве равни које заклапају једнаке углове у односу на правац највећег главног напона. Угао између нормале конструисане из центра Моровог круга на енvelopу напона лома и осе нормалног напона представља двоструки угао лома 2θ . Величина угла θ се може одредити из геометријских односа обзиром да је 2θ спољашњи угао правоуглог троугла ΔOCA и узимајући у обзир симетричност Моровог круга, добија се следећи израз:

$$\theta = \pm (45^\circ + \varphi/2). \quad (2.19)$$



Слика 2.9 Морови кругови напона и
веза између угла унутрашњег трења φ и угла лома θ

Овде треба напоменути да је угао унутрашњег трења насутог материјала исто што и угао природног пада насутог материјала при кретању описан у првом поглављу.

Величина угла природног нагиба при кретању је мања од величине угла природног нагиба у мировању, односно њихов однос је следећи:

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_1} \approx 0,7. \quad (2.20)$$

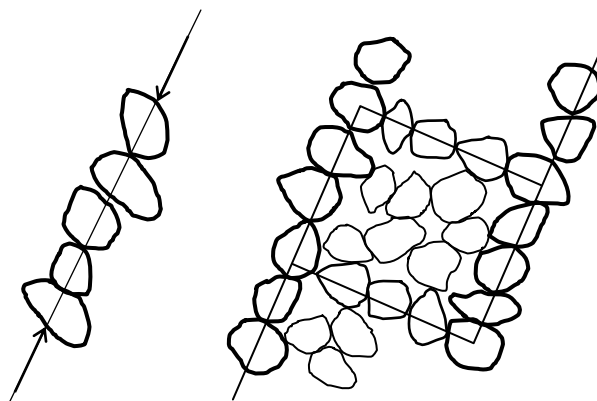
Из претходне једначине за величину угла природног нагиба за материјале са нарушеном везом између честица произилази да се равнотежа честица, које се налазе на нагибу, у таквом случају обезбеђује само силама унутрашњег трења што дозвољава да се изведе однос:

$$\mu_2 \approx \operatorname{tg} \varphi_2, \quad (2.21)$$

где је μ_2 коефицијент трења материјала по материјалу.

На тај начин, из вредности угла природног нагиба материјала може се одредити вредност унутрашњег трења материјала.

На слици 2.10 шематски је илустрован положај зрна песка на изводници насипне купе.



Слика 2.10 Шематски макро приказ положаја зрна песка на изводници насипне купе

2.5 УЛОГА МЕХАНИКЕ СТЕНА ПРИ РЕШАВАЊУ ПРОБЛЕМА НАПОНСКИХ СТАЊА НАСУТИХ МАТЕРИЈАЛА

Механика стена је научна и техничка дисциплина која се бави испитивањем и истраживањем стенских материјала, у циљу што бољег упознавања њихових физичко-механичких и техничких карактеристика и њиховог понашања под дејством разних оптерећења или напонских стања. Под појмом стенска маса подразумевају се сви материјали који сачињавају доступни део Земљине коре.

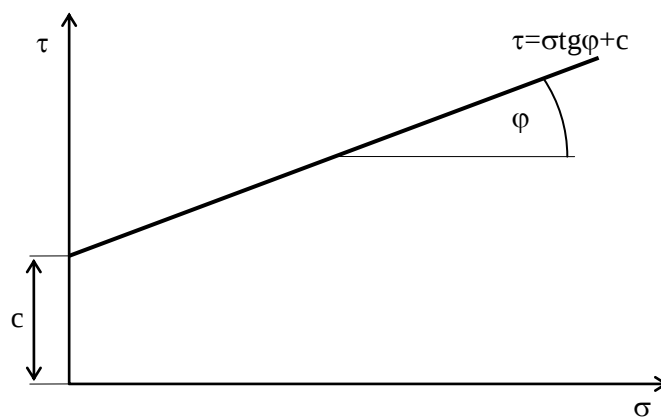
Поделу стенских материјала можемо извршити на основу многих критеријума, а један од њих је по степену конзистенције, на основу кога се стенски материјали деле на три групе: чврсте или везане, пластичне или полувезане и растресите или неvezане.

Чврсте или везане стене се одликују чврстом везом међу својим минералним састојцима, која је резултат двеју унутрашњих сила: силе кохезије која држи минералне састојке заједно и силе трења међу минералним састојцима која дејствује и у случају да се под дејством спољних сила уништи кохезија. У ову групу спадају угаљ, кречњак, гранит, базалт и друге стене.

На слици 2.11 приказана је механичка карактеристика чврстих стенских материјала дијаграм чврстоће смицања, која је дата изразом за тангенцијално напрезање:

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c, \quad (2.22)$$

при чему је c (τ_c) – кохезија која представља одсечак на ординатној оси на дијаграму $\tau = f(\sigma)$ за $\sigma = 0$.



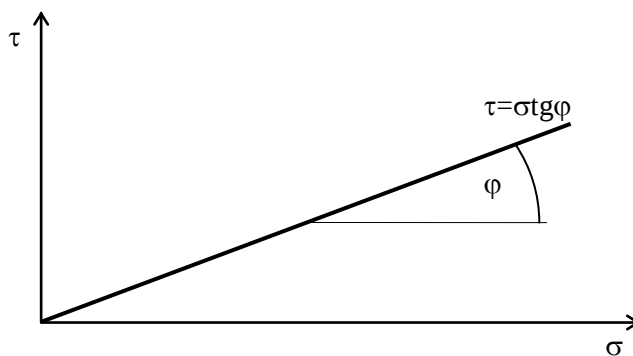
Слика 2.11 Механичка карактеристика чврстих стенских материјала

Пластичне или полувезане стене одликују се слабом везом међу минералним састојцима где најважнији утицај има садржина воде у порама ситних минерала. Зато се стене из ове групе при одређеном степену влажности понашају пластично, односно имају својство да мењају облик под дејством спољних сила без разарања. У ову групу спадају стене као што су: глина, глинац, глиновити пешчар и сличне. Механичка карактеристика ових стенских материјала је иста као и за чврсте стенске материјале, с тим што је кохезија мање изражена него код претходне групе.

Растресите или невезане стене одликују се одсуством везе међу минералним састојцима, па се механичка карактеристика ових стена приказана на слици 2.12 изражава изразом:

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi. \quad (2.23)$$

У ову групу стена спадају материјали познати у пракси као дробина, шљунак, песак и слично.



Слика 2.12 Механичка карактеристика чврстих стенских материјала

Дакле, многи насути материјали по својој природи су управо стенски материјали, а на оне друге који то нису, као нпр. житарице, разне грађевинске, индустријске и остале, се такође могу применити закони и теорије развијени у механици стена као дисциплини која широко обрађује ту проблематику и која је заступљена у многим областима као што су геологија, рударство, грађевинарство и друге. Тако се анализа притисака унутар масе насутог материјала и оптерећења услед насутих материјала на зидове вагона ослања на теорију о бочним притисцима тла, те ће у наставку бити укратко изложена.

2.6 НАПОНСКО СТАЊЕ ТЛА

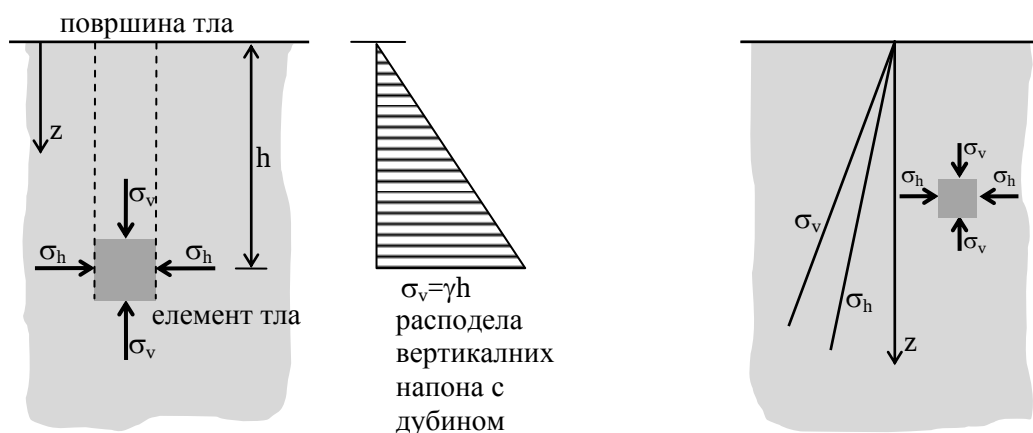
Посматра се најпре хоризонтално тло у стању мировања на слици 2.13 и одређују почетни напони на елемент тла који је представљен коцком од тла јединичних димензија на дубини z . Хоризонтални и вертикални напони су уједно и главни напони јер су због услова симетрије тангенцијални напони једнаки нули.

Алберт Хејм (Albert Heim) је још у прошлом веку закључио да се тунели налазе под дејством напона у свим правцима и да постоји вертикална компонента нормалног напона која зависи од тежине више лежеће масе, односно да се вертикални напон израчунава као сопствена тежина стуба тла изнад посматране дубине по следећем изразу:

$$\sigma_v = \gamma z, \quad (2.24)$$

где су γ запреминска тежина тла, а z висина посматране тачке до површине тла. Такође је закључио да постоји хоризонтална компонента која је највероватније приближно једнака вертикалној.

До знатно мање вредности за хоризонталну компоненту напона од вредности добијене по Хејмовој теорији касније је дошао Терзаги (Karl von Terzaghi) који је полазећи од претпоставки о еластичности и континууму стенске масе, закључио да ако се стенска маса налази у вертикалном напонском пољу због дејства гравитације, она мора да се поред деформације у вертикалном правцу деформише и у хоризонталном правцу. Ова бочна деформација је спречена због присуства околне стене.



Слика 2.13 Почетно стање напона у елементу тла од сопствене тежине

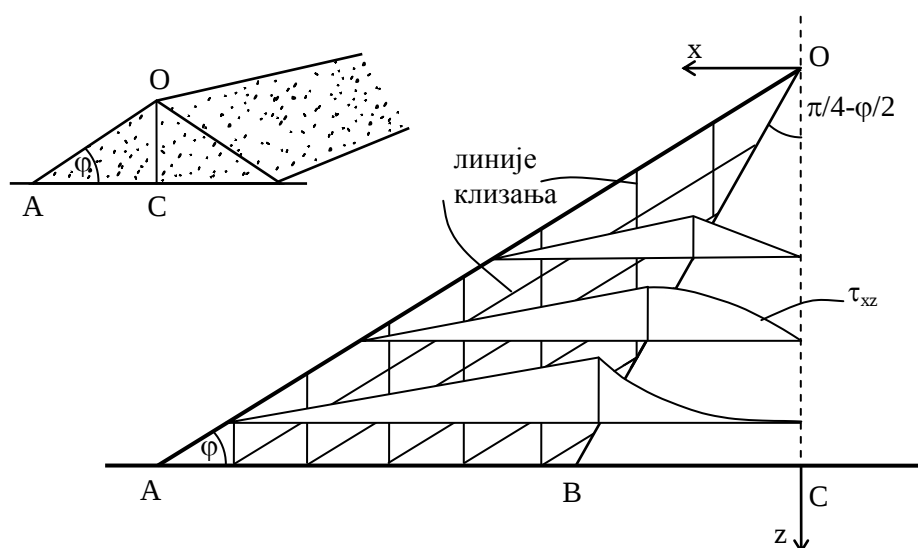
Хоризонтални нормални напон, односно бочни притисак тла одређује се по следећем изразу:

$$\sigma_h = K_0 \sigma_v, \quad (2.25)$$

где је K_0 коефицијент бочног притиска тла при мировању и за тло углавном има вредност 0,5.

Ипак, не постоји ниједан теоретски приступ који би дао задовољавајућа решења за анализу природних напона, па су решења тражена у експерименталном истраживању, мерењу природних напона, што је данас једино решење за добијање релативно реалне вредности коефицијента бочног притиска.

Поред многих других, коефицијент бочног притиска при мировању K_0 одређивао је и Јаку (1944) изучавајући стање напона које се јавља у гомили песка облика призме, при чему је дошао до дијаграма приказаног на слици 2.14.



Слика 2.14 Стање напона у гомили песка облика призме

Јаку је посматрао промену напона осне равни призме ка нагнутим бочним странама и закључио да је у вертикалном пресеку гомиле песка на правцу ОС однос хоризонталног и вертикалног притиска $\sigma_x/\sigma_z=1$, односно да у тој равни нема смицања, док за регион АВО важе следећи изрази за напон:

$$\sigma_x = \gamma(z \cos \varphi - x \sin \varphi) \cos \varphi \quad (2.26)$$

$$\sigma_z = \gamma(z - x \tan \varphi)(1 + \sin^2 \varphi) \quad (2.27)$$

$$\tau_{xz} = \gamma(z \cos \varphi - x \sin \varphi) \sin \varphi, \quad (2.28)$$

где је φ угао унутрашњег трења материјала.

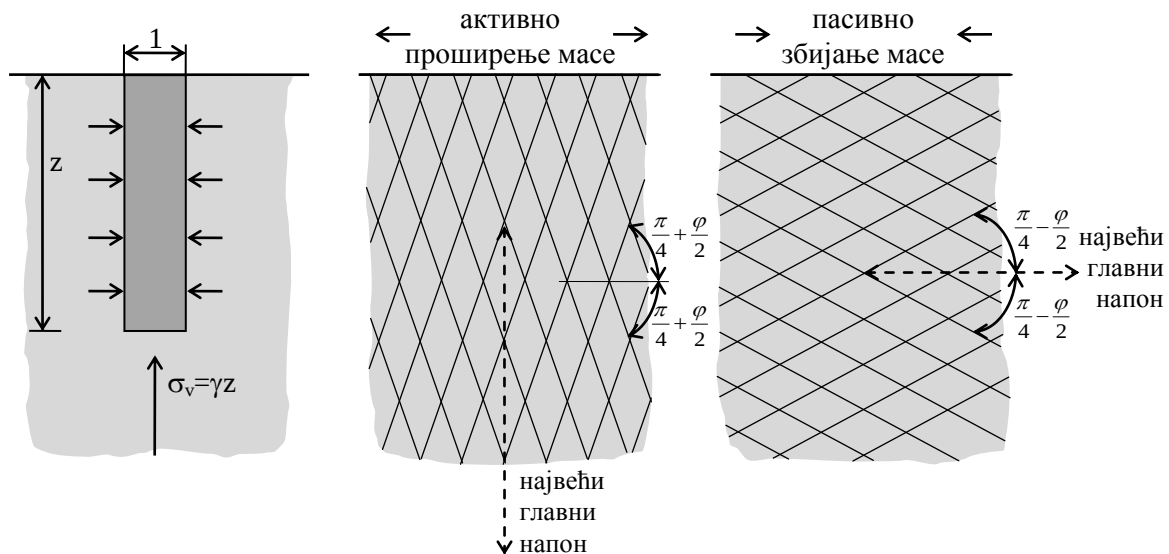
Даљим извођењем дошао је до коефицијента бочног притиска при мировању у следећем облику:

$$K_0 = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} = (1 - \sin \varphi) \frac{1 + \frac{2}{3} \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}, \quad (2.29)$$

да би касније упростио овај израз и дошао до облика који доста верно описује реалну вредност коефицијента притиска при мировању добијеним мерењем и који је због тога и данас у широкој употреби:

$$K_0 = 1 - \sin \varphi. \quad (2.30)$$

Дакле, за анализу напона тла у стању мировања важи коефицијент K_0 . Ако на посматрано тло које је у стању мировања дође до промене вертикалног оптерећења, настају и одговарајуће промене хоризонталног напона. Ова промена може да се илуструје ако се замисли да у тлу постоји вертикални зид који делује на тло, уколико се зид удаљава од тла, тло се хоризонтално релаксира, а уколико се зид приближава тлу, тло се хоризонтално збија, што је приказано на слици 2.15.



Слика 2.15 Активно проширење и пасивно збијање тла

Стање напона у дубини z може да се прикаже Моровим кругом напона на слици 2.16. Дакле, ако се полупростор равномерно растеже или збија, вертикални напон се неће мењати, али ће хоризонтални достићи своју минималну (круг C_A) или максималну вредност (круг C_P). То су уједно и стања слома материјала јер кругови тада додирују обвојнице кругова, односно енvelope лома. Напонско стање добијено на овај начин називамо активно односно пасивно Ренкиново стање напрезања (Rankine, 1857).

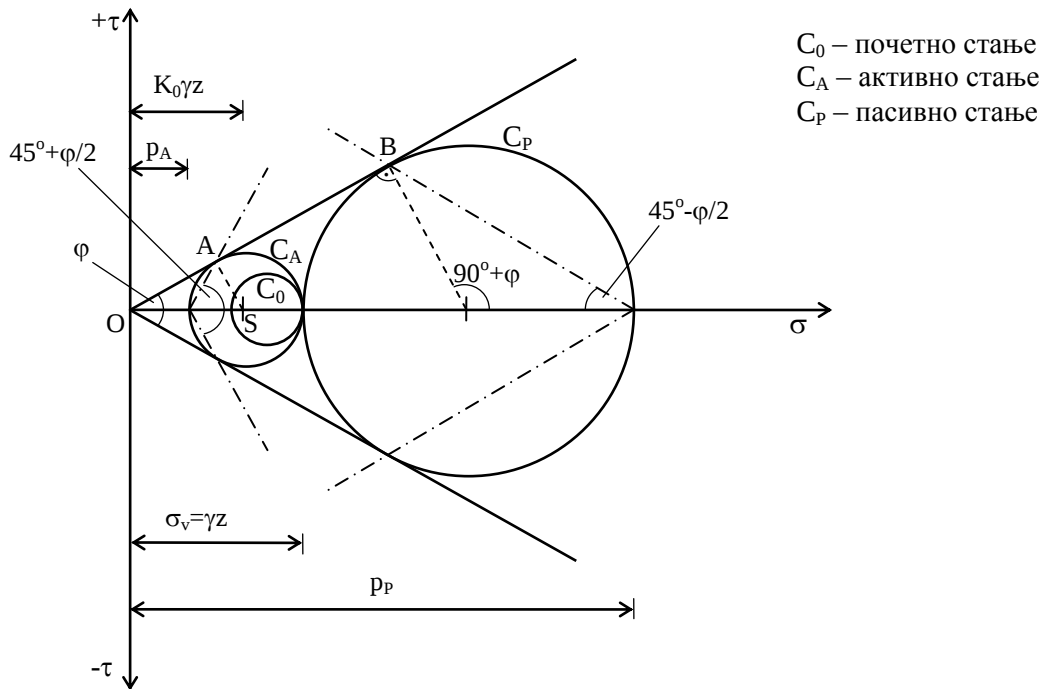
Услед релаксације, напрезање у хоризонталном смеру које је првобитно било σ_h опада на p_A , односно хоризонтални напон једнак је тада минималном главном напону $\sigma_2 = p_A$, док је $\sigma_1 = \gamma z$ максимални главни напон. Из правоуглог троугла ΔOSA може се успоставити однос:

$$\frac{1}{2}(\gamma z + p_A) \sin \varphi = \frac{1}{2}(\gamma z - p_A), \quad (2.31)$$

$$\Rightarrow p_A = \gamma z \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}. \quad (2.32)$$

Тригонометријским трансформацијама добија се следећи израз за активни притисак:

$$p_A = \gamma z \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (2.33)$$



Слика 2.16 Морови кругови напона
за активно и пасивно стање материјала на дубини z

Израз

$$K_A = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.34)$$

представља коефицијент активног притиска, па израз за активни притисак постаје:

$$p_A = \gamma z K_A = K_A \sigma_v. \quad (2.35)$$

Аналогно активном, за пасивно стање хоризонтални напон достиже максималну вредност главног напона при лому $\sigma_1 = p_P$, док је $\sigma_2 = \gamma z$ и из Моровог круга добија се израз за коефицијент пасивног отпора K_P у следећем облику:

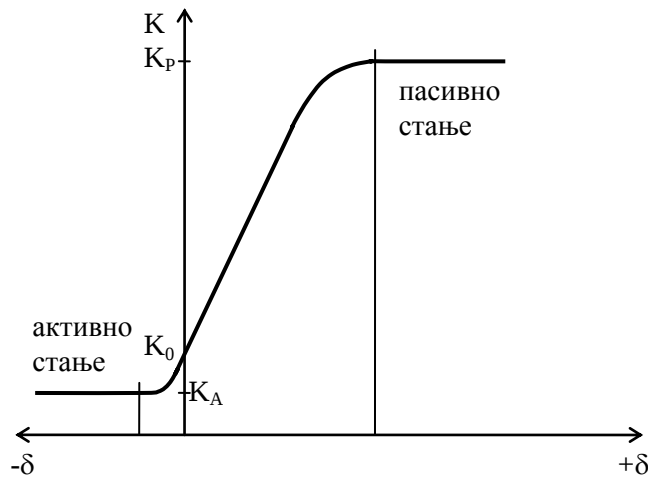
$$K_P = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right). \quad (2.36)$$

Може се закључити да нагиб потенцијалне равни лома тла за активно стање (померање зида од тла) заклапа угао према хоризонталној равни од $45^\circ + \varphi/2$, а за пасивно стање (померање зида ка тлу) угао од $45^\circ - \varphi/2$.

На слици 2.17 дат је дијаграм коефицијента бочног притиска тла у односу на померање зида δ .

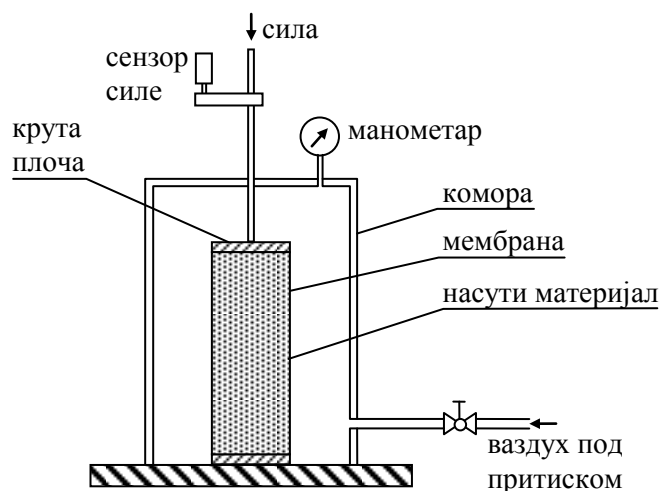
Ренкинова теорија изведена је за хоризонталан терен и за идеално гладак зид без трења, али може да се прошири на трење са зидом и на површину тла под нагибом.

Опонашајући напонско стање тла развијене су многе лабораторијске методе испитивања насутих материјала. Метод триаксијалне компресије приказан је на слици 2.18.



Слика 2.17 Промена коефицијента бочног напона тла у односу на примицање или одмицање зида

Насути материјал налази се унутар флексибилне мембране која је цилиндричног облика. Подлога и горња база цилиндра су крути. Узорак са мембраном се налази у херметички затвореној комори. На горњу базу делује се силом, која се мери помоћу осетљивог сензора. При дејству ове силе узорак са мембраном заузима буричаст облик. Кад је то постигнуто, затвара се вентил за довод ваздуха и очитава се притисак у комори. Очитани притисак једнак је хоризонталном напону у узорку. Вертикални напон је последица вертикалне силе на горњу базу. Ту силу треба поделити са површином базе цилиндра да би се добио вертикални напон. Ако је конструкција апаратуре као на датој слици, тада овом напону треба придодати и притисак који дејствује и одозго на базу. Помоћу оваквих метода долази се до одређивања коефицијента притиска насутих материјала.



Слика 2.18 Принцип теста за одређивање напонског стања насутих материјала триаксијалном компресијом

3

АНАЛИЗА ОПТЕРЕЋЕЊА ВАГОНА ЗА ТРАНСПОРТ НАСУТИХ МАТЕРИЈАЛА

Први вагони на пругама почели су да се употребљавају још у XVI веку у Немачкој и Енглеској за превоз ископане руде, а вукли су их коњи. Енглески инжењер Џорџ Стивенсон изумео је прву парну локомотиву. Могла је брзином пешака вући неколико рудничких вагона. После споре парне железнице настале су дизелске, па модерне електричне железнице.

Железнички транспорт је веома погодан копнени вид транспорта за превоз насутих материјала као што су угаљ, руде, песак, житарице и други, а карактеристике га економичност и енергетска ефикасност.

Теретни вагони пројектовани су тако да омогуће што једноставнији утовар и истовар терета. По свом облику и намени подељени су у четири серије: отворени (Е и F серије), затворени (G, H, I и серије T), плато-кола (K, L, O, R, S) и специјални (U, Z).

Отворена кола серије Е највише се користе за превоз расутог терета свих гранулација који не захтевају заштиту од спољних услова. Утовар је могућ одозго или са стране кроз бочна врата. Двоосовинска кола имају по једна врата на бочним странама, а четвороосовинска кола имају по двоја или троја врата на бочним странама. Најчешће се користе за превоз боксита, шљунка, металних отпадака, необрађеног и полуобрађеног дрвета.

Затворени вагони могу имати покретни кров, као што имају вагони серије Т ради што једноставнијег утовара. Током транспорта товар је заштићен од атмосферских утицаја, а истовар се обавља гравитацијом отварањем бочних испуста обострано.

Дно вагона за транспорт насутог товара је углавном равно, али може бити и нагнуто.



Анализа оптерећења бочних и чеоних страна, као и дна вагона се ради применом теорије бочних притисака тла јер је напонско стање унутар масе насутог материјала адекватно напонима у тлу. Теорија бочних притисака тла се користи и за анализу оптерећења бункера и силоса за чување и складиштење насутог материјала. И геометрија силоса и бункера је такође релативно једноставна као и геометрија вагона, најчешће су у облику кружног цилиндра, зидови су вертикални, а дно може да буде равно или нагнуто у облику левка или рогља ради лакшег испуштања ускладиштеног материјала. Израђују се од армираног бетона или челика и за потребе њиховог

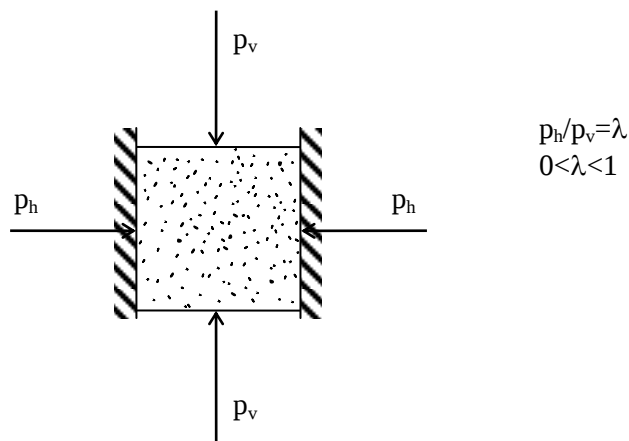
пројектовања и конструкције доступна је обимна литература јер се користе одвајкада и више од сто година бројни научници као што су Janssen, Koenen, Kézdi (Jaky), Jenike, Walker, Walters, Motzkus, Schulze и многи други, изучавају ову област усавршавајући старе и развијајући нове теорије и приступе анализи оптерећења. Уз то, Европски комитет за стандардизацију (CEN – European Committee for Standardization) донео је десет међусобно усаглашених Еврокодова за конструкције који чине јединствену целину на захтев Европске комисије (EC – European Commission), а Еврокод 1 (СРПС EN 1991): Дејства на конструкције део 4 (EN 1991-4: „Eurocode 1: Actions on structures, Part 4: Silos and tanks“, May 2006, CEN) се највећим делом односи на прорачун и анализу силоса.

Због свега наведеног, у наредном излагању биће дати изводи из анализе оптерећења силоса која је у потпуности применљива и на вагоне.

3.1 ОПТЕРЕЋЕЊЕ СИЛОСА СА РАВНИМ ДНОМ

Материјал усут у силос притиска бочне зидове и доњу површину. При томе, притисци који се јављају разликују се од притисака других чврстих или течних материјала. Ово настаје због чињенице да је маса насутог материјала састављена из ситних чврстих честица које нису међусобно повезане привлачним силама. Као и у тлу у стању мировања, на некој дубини усутог материјала постоји одговарајући вертикални притисак p_v од сопствене тежине изнад датог хоризонталног пресека. Као резултат вертикалног напона, а због спреченог бочног померања, као и у тлу, јавља се хоризонтални притисак p_h .

Хоризонтални и вертикални притисак унутар масе насутог материјала за силосе са идеално глатким зидовима, без трења, су истовремено главни напони који делују на међусобно управне равни ($p_v = \sigma_1$, $p_h = \sigma_2 = \sigma_3$) као што је приказано на слици 3.1.

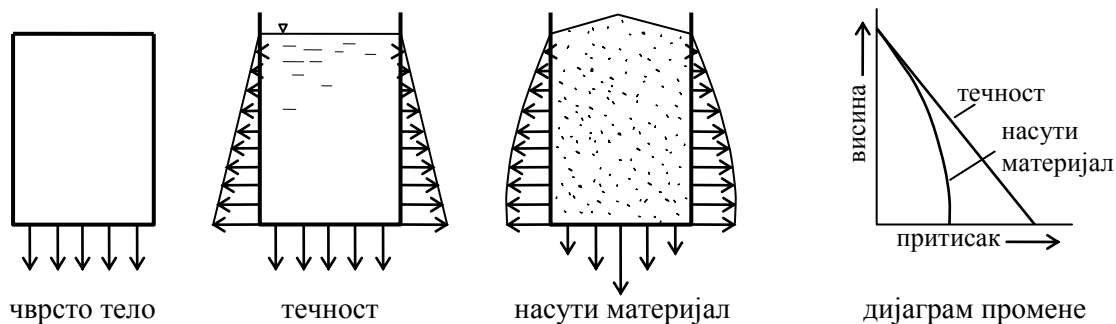


Слика 3.1 Притисак унутар масе усутог материјала у силосу

Однос хоризонталног и вертикалног притиска насутог материјала λ (у механици тла се углавном означава са K , односно K_0 за мировање и K_A и K_P за активно и пасивно стање и представљен је у претходном поглављу) дат је изразом:

$$\lambda = \frac{p_h}{p_v}. \quad (3.1)$$

На слици 3.2 приказана је промена притиска са порастом дубине за резервоар са флуидом и за силос са насутим материјалом. У резервоару са флуидом вертикални притисци линеарно се преносе са дубином. Хоризонтални и вертикални притисци материјала у силосима не расту линеарно са дубином, као код притиска флуида, него се са повећањем дубине прираст притиска смањује. За разлику од флуида, растресити материјал у мировању може да преноси и смичуће напоне јер се јавља трење са зидовима силоса услед чега се део притиска са доње хоризонталне површине преноси на бочне зидове.



Слика 3.2 Промена притиска са порастом дубине

За анализу напона у стању мировања ускладиштеног насутог материјала вертикалног дела силоса примењује се Јансенова (Janssen) теорија. Појава да се хоризонтални притисци на бочне зидове вертикалног дела силоса не повећавају по закону праве линије као код течности, већ по кривој линији експоненцијалног типа уочена је доста давно, те су чињени покушаји да се то оптерећење аналитички изрази. Решења која су и данас у примени дао је Јансен 1895. године узимајући да је ускладиштени насут материјал хомоген и изотропан и може да се посматра као континуум, претпостављајући да су испуњени следећи услови:

- статичка вертикална равнотежа,
- равномерни вертикални притисак који делује на сваки хоризонтални пресека,
- у цилиндричном силосу бочни притисци су симетрично расподељени по обиму зида,
- трење о зид зависи само од бочног притиска,
- константна вредност коефицијента трења о зид, тј. Кулоново трење.

Све ове претпоставке идеализоване су или поједностављене.

Из материјала се издваја диференцијални слој бесконачно мале дебљине dz пресецањем са две блиске хоризонталне равни на дубини z као што је приказано на слици 3.3. Дубина z се узима од еквивалентне површине, односно нивоа изравнате насипне купе расутог материјала.

Услов равнотеже за слој dz у вертикалном правцу је:

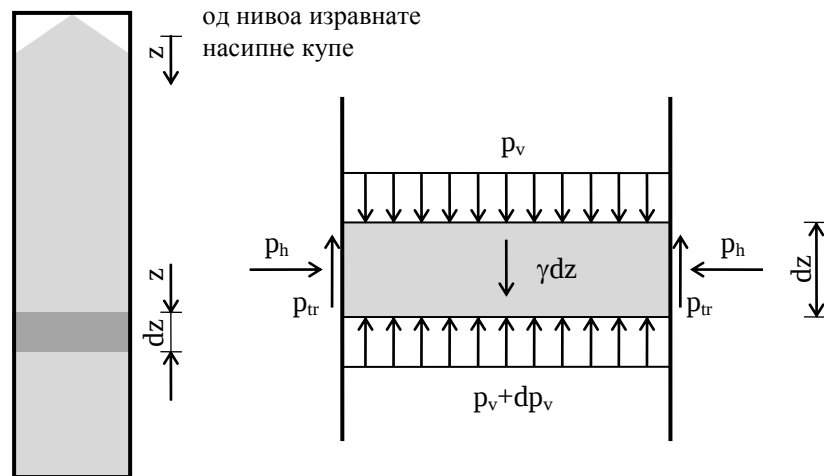
$$z: \sum \vec{F}_z = 0 \quad (3.2)$$

На зидове силоса и на материјал у ћелији делују:

p_v – вертикални притисак од ускладиштеног материјала,

p_h – хоризонтални притисак на материјал (хоризонтални бочни притисак на зид ћелије,

p_{tr} – површинско оптерећење услед трења материјала о зид ћелије.



Слика 3.3 Оптерећење у ћелији силоса и диференцијални слој материјала

На посматрани диференцијални слој материјала дебљине dz , који у основи има површину A попречног пресека ћелије силоса делују следеће силе:

$p_v A$ – вертикална сила на доле,

$(p_v + dp_v)A$ – вертикално противдејство на горе,

$\gamma A dz$ – сопствена тежина насутог материјала запреминске тежине γ ,

$p_h O dz$ – хоризонтално противдејство које врше зидови по обиму ћелије силоса и

$p_{tr} O dz$ – сила трења по обиму услед трења које се јавља између зидова силоса и насутог материјала.

Дакле, за издвојени слој dz услов равнотеже је:

$$p_v(z) A + \gamma A dz - [p_v(z) + dp_v] A - p_{tr}(z) O dz = 0. \quad (3.3)$$

Јансен је увео следеће две прорачунске претпоставке при одређивању решења претходне једначине где је првом претпоставком трење изразио преко хоризонталног притиска, а другом хоризонтални притисак преко вертикалног:

$$1) \mu = \tan \rho = \frac{p_{tr}(z)}{p_h(z)} = \text{const}_1. \quad (3.4)$$

μ - коефицијент трења;

ρ - угао трења ускладиштеног материјала о површину зида ћелије;

$$2) \lambda = \frac{p_h(z)}{p_v(z)} = \text{const}_2. \quad (3.5)$$

Однос хоризонталног и вертикалног притиска у материјалу је константан.

$$1) J \Rightarrow p_{tr}(z) = p_h(z) \mu \quad (3.6)$$

$$2) J \Rightarrow p_h(z) = \lambda p_v(z) \quad (3.7)$$

$$1 \text{ i } 2) \Rightarrow p_{tr}(z) = \lambda \mu p_v(z) \quad (3.8)$$

Користећи ове смене у једначини равнотеже, добијамо диференцијалну једначину само по p_v :

$$p_v(z) A + \gamma A dz - p_v(z) A - dp_v(z) A - \lambda p_v(z) O \mu dz = 0 \quad (3.9)$$

$$dp_v(z)A = -\lambda O\mu p_v(z)dz + \gamma Adz \quad (3.10)$$

$$dp_v(z) = \left(-\frac{\lambda O\mu}{A} p_v(z) + \gamma \right) dz \quad (3.11)$$

$$\frac{dp_v(z)}{dz} = -\frac{\lambda O\mu}{A} p_v(z) + \gamma \quad (3.12)$$

Уводи се Јансенова карактеристична дубина силосног материјала z_0 :

$$z_0 = \frac{A}{\lambda O\mu} \quad (3.13)$$

$$\frac{dp_v(z)}{dz} = \gamma - \frac{p_v(z)}{z_0} \quad (3.14)$$

$$dp_v(z) = \gamma \left(1 - \frac{1}{z_0} p_v(z) \right) dz \quad (3.15)$$

$$\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{dp_v(z)}{\left(1 - \frac{1}{z_0} p_v(z) \right)} = dz \quad (3.16)$$

$$\frac{1}{\gamma} \int \frac{dp_v(z)}{\left(1 - \frac{1}{z_0} p_v(z) \right)} = \int dz \quad (3.17)$$

$$-z_0 \ln \left(1 - \frac{1}{z_0} p_v(z) \right) = z + C \quad (3.18)$$

Константа интеграције C се одређује из почетних услова:

$$\text{За почетне услове } \begin{cases} z = 0 \\ p_v = 0 \end{cases} \Rightarrow C=0 \quad (3.19)$$

$$-z_0 \ln \left(1 - \frac{1}{z_0} p_v(z) \right) = z \quad (3.20)$$

$$\ln \left(1 - \frac{1}{z_0} p_v(z) \right) = -\frac{z}{z_0} \quad (3.21)$$

$$e^{-\frac{z}{z_0}} = 1 - \frac{1}{z_0} p_v(z) \quad (3.22)$$

$$\frac{1}{z_0} p_v(z) = 1 - e^{-\frac{z}{z_0}} \quad (3.23)$$

Дакле, израз за вертикални притисак је:

$$p_v(z) = \gamma z_0 \left(1 - e^{-\frac{z}{z_0}} \right). \quad (3.24)$$

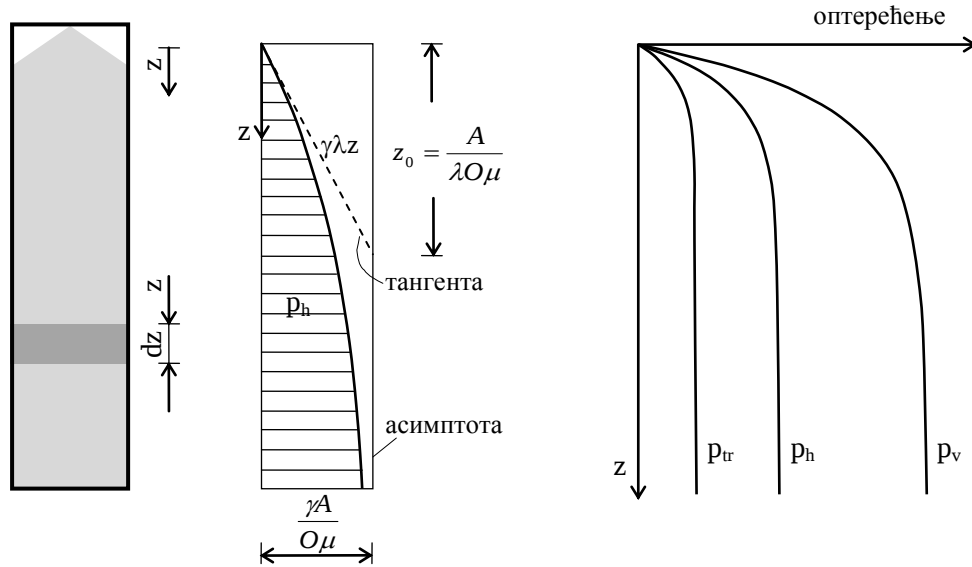
Изрази за притиске се често дају и у облику где се уводи функција облика дијаграма – расподела оптерећења Φ :

$$\Phi(z) = 1 - e^{-\frac{z}{z_0}}. \quad (3.25)$$

Изрази за вертикални притисак, хоризонтални притисак и оптерећење услед трења сада су:

$$\begin{cases} p_v(z) = \gamma z_0 \left(1 - e^{-\frac{z}{z_0}} \right) = \gamma z_0 \Phi(z) \\ p_h(z) = \lambda p_v(z) = \lambda \gamma z_0 \left(1 - e^{-\frac{z}{z_0}} \right) = \lambda \gamma z_0 \Phi(z) \\ p_{tr}(z) = \mu p_h(z) = \mu \lambda \gamma z_0 \left(1 - e^{-\frac{z}{z_0}} \right) = \mu \lambda \gamma z_0 \Phi(z) \end{cases} \quad (3.26)$$

На слици 3.4 дат је дијаграм хоризонталног притиска по висини, односно дубини силоса, као и дијаграм оптерећења.



Слика 3.4 Дијаграм хоризонталног притиска по висини силоса и дијаграм оптерећења

Ако се посматрана дубина насутог материјала у силосу повећа, експоненцијална функција негативног аргумента тежи нули, односно функција расподеле Φ тежи јединици, док оптерећења расту и теже коначним асимптотским вредностима.

$$\text{За } z \rightarrow \infty \Rightarrow \Phi(z) = 1 - e^{-\frac{z}{z_0}} \rightarrow 1 \Rightarrow \begin{cases} \max p_v = z_0 \gamma = \frac{\gamma A}{\lambda O \mu} = \frac{\gamma_h}{\lambda \mu} \\ \max p_h = \lambda z_0 \gamma = \frac{\gamma A}{O \mu} = \frac{\gamma_h}{\mu} \\ \max p_{tr} = \lambda z_0 \gamma \mu = \frac{\gamma A}{O} = \gamma_h \end{cases} \quad (3.27)$$

У претходним изразима уведена је ознака r_h за хидраулички радијус попречног пресека који представља однос површине диференцијалног слоја A и његовог обима O :

$$r_h = \frac{A}{O}. \quad (3.28)$$

У случају да се ради о ускладиштеним материјалима у силосима кружног и квадратног пресека, хидраулички радијуси су:

$$r_o = \frac{\pi D^2 / 4}{\pi D} = \frac{D}{4} \text{ - за кружне попречне пресеке ћелије силоса пречника } D, \quad (3.29)$$

$$r_{\square} = \frac{a^2}{4a} = \frac{a}{4} \text{ - за квадратне попречне пресеке ћелије силоса странице } a. \quad (3.30)$$

Валидност Јансенових једначина проверавана је експерименталним путем преко сто година од када је постављена, али и данас представљају основу за стандарде који се односе на силосе.

Јансен је однос притисака λ одређивао мерећи га на моделу силоса са одговарајућим усутим материјалом.

Касније се за израчунавање λ почело да се користи решење које је дао Јаку (1948):

$$\lambda = 1 - \sin \varphi, \quad (3.31)$$

где је φ угао унутрашњег трења насутог материјала.

Немачки стандард DIN 1055 део 6 који се односи на силосе препоручује следећи израз за однос притисака повећан фактором сигурности:

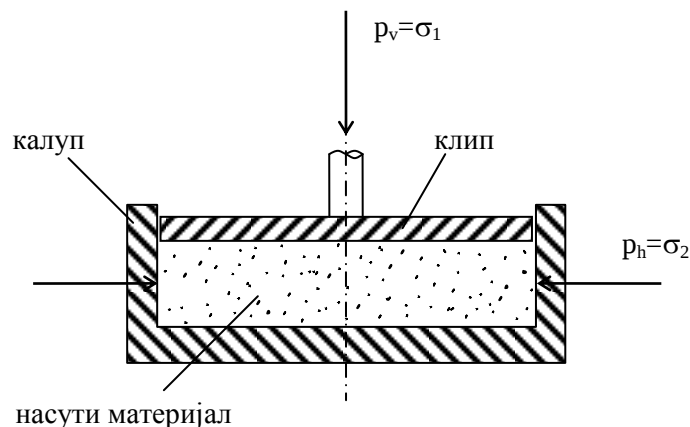
$$\lambda = 1,2(1 - \sin \varphi). \quad (3.32)$$

Сваки материјал се карактерише својом вредношћу овог коефицијента, па тако за идеално нееластичан материјал ова вредност је 0, код флуида је једнака 1, а за насуте материјале креће се у распону од 0,3 до 0,6 и за грубе прорачуне може се користити оријентациона вредност 0,4.

Због тога што претходни изрази за однос притисака λ не укључују многе параметре стварних услова и због тога што вредност угла унутрашњег трења φ варира у неким границама у зависности од тих услова, упутство ISO TC98/SC3/WG5: Оптерећење од насutih материјала (нацрт, Карлсруе, септембар 1990) даје смернице да се овај однос одређује директно из теста једнооксијалне компресије коју су вршили Lohnes и Kwade, а препоручују је и Nielsen и Kolymbas. На слици 3.5 приказан је тзв. ламбдаметар, модификовани уређај за тест компресије који даје однос притисака λ . Цилиндрични калуп испуни се насутим материјалом који се испитује, а затим се на узорак делује одређеним вертикалним притиском и читава добијени хоризонтални притисак, односно добија вредност за λ .

Кенен (Koenen) је 1896. године уопштио Јансенову теорију (стога се у литератури ова теорија наводи и као Јансен-Кененова теорија) уводећи константну вредност за однос притисака λ према Кулон-Ренкинеовој (Coulomb-Rankine) теорији за притиске тла при граничном случају активне равнотеже:

$$\lambda = \frac{p_h(z)}{p_v(z)} = \lambda_A = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}. \quad (3.33)$$



Слика 3.5 Одређивање односа притисака λ помоћу ламбдаметра

Коефицијент трења растреситог материјала о зидове силоса утиче на слику оптерећења тако што је код силоса са храпавим зидовима већи угао трења, односно зидови преузимају већи део тежине усутог материјала преко трења о зидове него силоси са глатким зидовима. Ако су сви остали параметри исти, максимални хоризонтални напони већи су код силоса са глатким зидовима пошто је коефицијент трења у имениоцу израза за хоризонтални и вертикални притисак.

У табели Т3.1 дат је преглед карактеристика које улазе у прорачун оптерећења зидова силоса за насуте материјале који се најчешће складиште и односе се на стање пуњења, односно мировања насутог материјала.

Табела Т3.1 Карактеристичне вредности за насуте материјале према СРПС ISO 11697

Растресити материјал	Запреминска тежина γ [kN/m ³]	Однос притисака λ_m	Коефицијент трења о зид μ_m	
			глатки зидови	храпави зидови
Јечам	8,50	0,60	0,30	0,40
Цемент	16,00	0,60	0,40	0,50
Цементни клинкер	16,00	0,50	0,40	0,50
Суви песак	16,00	0,50	0,40	0,50
Брашно	7,50	0,40	0,30	0,40
Летећи пепео	13,00	0,50	0,50	0,60
Кукуруз	8,50	0,60	0,30	0,40
Шећер	10,00	0,60	0,50	0,60
Пшеница	8,50	0,60	0,30	0,40
Угаљ	10,00	0,60	0,50	0,60

Дате табеларне вредности запреминске тежине γ представљају горњу границу. Дате табеларне вредности односа хоризонталног и вертикалног притиска λ и коефицијента трења насутог материјала о зид силоса μ представљају средње вредности и стога је код ових параметара у табели уведен индекс m . Према стандарду СРПС ISO 11697 вредности из табеле треба или увећати фактором 1,15 или умањити фактором 0,9 у циљу одређивања меродавног максималног оптерећења, односно највећих вредности за p_v , p_h и p_{tr} .

У том смислу, користе се следеће комбинације параметара при одређивању меродавних притисака и трења према описаној Јансеновој теорији:

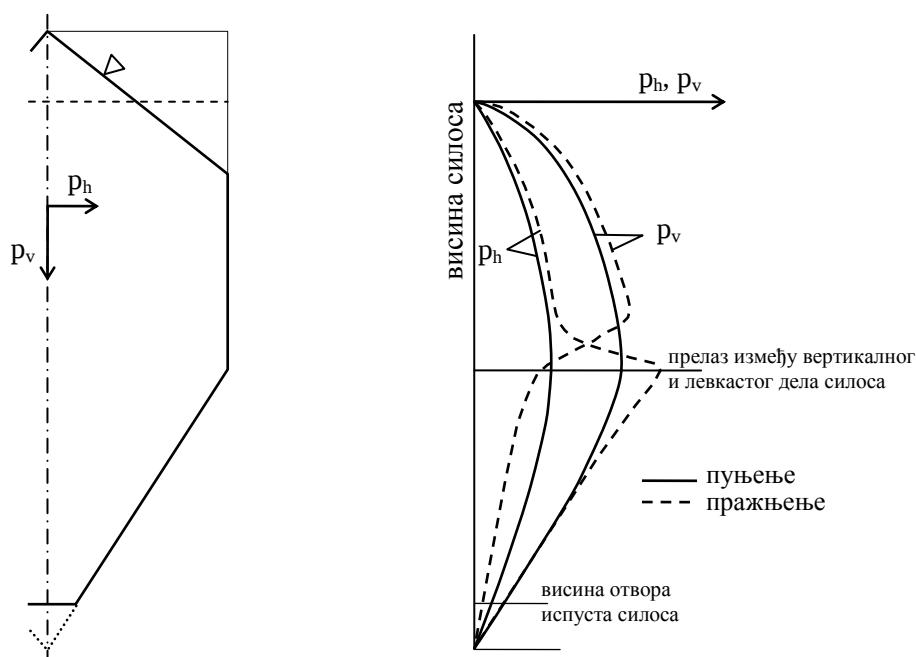
- при одређивању p_v користе се параметри: $\lambda=0,9\lambda_m$ и $\mu=0,90\mu_m$,
- при одређивању p_h користе се параметри: $\lambda=1,15\lambda_m$ и $\mu=0,90\mu_m$ и
- при одређивању p_{tr} користе се параметри: $\lambda=1,15\lambda_m$ и $\mu=1,15\mu_m$.

На овај начин добијене вредности за p_v , p_h и p_{tr} се узимају да делују симултано и скупа представљају оптерећење од ускладиштеног насутог материјала на зидове силоса. При анализи статичких утицаја у силосу, као и при комбинацији са другим оптерећењима, ово оптерећење се узима као један посебан случај оптерећења.

3.2 ОПТЕРЕЋЕЊЕ СИЛОСА СА ЛЕВКОМ ПРИ ПУЊЕЊУ И ПРАЖЊЕЊУ

Силоси се најчешће конструишу тако да су у облику цилиндра вертикалних зидова и тај део намењен је да се главнина материјала ускладишти, док се дно израђује у облику левка чија је првенствена функција испуштање ускладиштеног материјала. Оптерећење за нагнуте зидове због различите геометрије није исто као за вертикалне зидове већ се може раставити на нормалну и тангенцијалну компоненту, тако да нормално оптерећење делује управно на нагнуту површину, а тангенцијално у равни нагнуте површине. Са становишта напонског стања, такође постоје две врсте напонског стања у зависности да ли се ради о пуњењу или пражњењу силоса. Као код тла када се вертикални зид удаљава односно приближава тлу, тако приликом пуњења силоса настаје тзв. активно стање напона када се усути материјал хоризонтално растеже, док при пражњењу настаје пасивно стање материјала када се материјал хоризонтално збија због суженог протока материјала кроз левак.

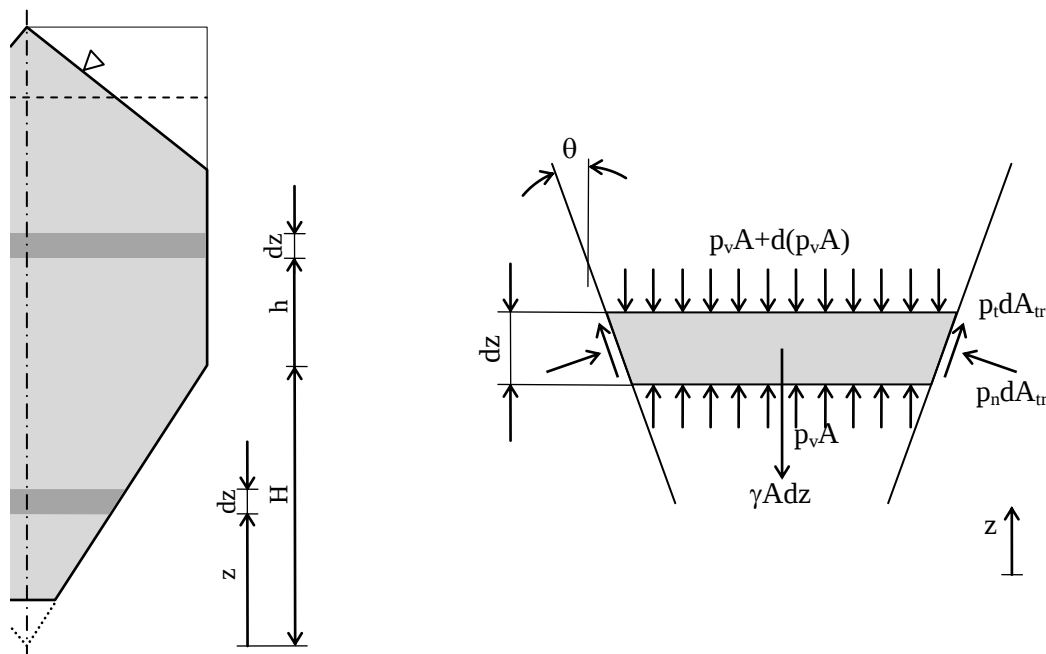
Промена хоризонталног и вертикалног притиска по висини силоса са левком при пуњењу и пражњењу приказана је на слици 3.6.



Слика 3.6 Промена хоризонталног и вертикалног притиска по висини силоса са левком при пуњењу и пражњењу

У конусном делу силоса, због промене геометрије, вертикални напони при пуњењу смањују се у односу на доњи део цилиндра. У горњем делу конусног дела вертикални напони се мање смањују, а у доњем делу конуса смањују се више. Приликом пражњења, чим се нешто материјала по први пут испразни из силоса, у конусу преовладава стање напона при пражњењу, односно пасивно напонско стање. Када почне да тече кроз левак, материјал се одупире о зидове левка тако да зидови левка преузимају већи део тежине материјала. Због тога су вертикални напони у левку приликом пражњења мањи од вертикалних напона приликом пуњења. Дакле, притисци при пуњењу насутим материјалом зависе од својстава материјала, геометрије силоса укључујући ту и треће између зидова силоса и ускладиштеног материјала, док притисци при пражњењу доминантно зависе од врсте протока који се јавља за време пражњења силоса.

Због различите геометрије цилиндричног и левкастог дела, разликује се и одређивање оптерећења које им одговара. Одређивање напона цилиндричног дела је претходно приказано код силоса са равним дном. Слично као и за цилиндрични део, и за конусни се посматра равнотежа сила у вертикалном правцу за диференцијални слој материјала дебљине dz који је приказан на слици 3.7.



Слика 3.7 Оптерећење диференцијалног слоја материјала у конусном делу силоса

Вертикална координата z се узима од замишљеног темена левка са смером на горе, висина левка обележена је са H , h је дубина од прелазне равни између цилиндричног и левкастог дела до посматраног пресека површине A , док је угао нагиба левка θ .

Како је дејство силе од вертикалног притиска ускладиштеног материјала $p_v A$ на горе и противдејство $p_v A + d(p_v A)$ на доле, услов равнотеже за посматрани диференцијални слој у правцу осе z гласи:

$$d(p_v A) + \gamma A dz = p_n \sin \theta \cdot dA_{tr} + p_t \cos \theta \cdot dA_{tr}, \quad (3.34)$$

где је dA_{tr} површина левка по обиму O посматраног диференцијалног слоја у којој се јавља трење између усугог материјала и левка силоса и одређена је следећим изразом:

$$dA_{tr} = O \frac{dz}{\cos \theta}. \quad (3.35)$$

Увођењем претходног израза у услов равнотеже, добија се:

$$dp_v A + p_v dA - p_n \operatorname{tg} \theta \cdot O dz - p_t O dz + \gamma A dz = 0. \quad (3.36)$$

Дељењем претходне једначине са $A dz$ добија се:

$$\frac{dp_v}{dz} + p_v \frac{dA}{dz} \frac{1}{A} - p_n \frac{O}{A} \operatorname{tg} \theta - p_t \frac{O}{A} + \gamma = 0. \quad (3.37)$$

Да би се добила диференцијална једначина само по p_v , уводе се две претпоставке где се по првој претпоставци сматра да је однос нормалног напона на нагнутој површини левка и вертикалног притиска константан, а по другој да је коефицијент трења између усугог материјала и материјала левка силоса константан:

$$1) \frac{p_n}{p_v} = k \Rightarrow p_n = k p_v \quad (3.38)$$

$$2) \frac{p_t}{p_n} = \mu \Rightarrow p_t = \mu p_n = k \mu p_v. \quad (3.39)$$

Заменом ових израза добијамо као услов равнотеже диференцијалну једначину у следећем облику:

$$\frac{dp_v}{dz} + p_v \left[\frac{dA}{dz} \frac{1}{A} - k(\operatorname{tg} \theta + \mu) \frac{O}{A} \right] + \gamma = 0. \quad (3.40)$$

Уводи се да је

$$n = (m+1) \left[k \left(1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \theta} \right) - 1 \right] = (m+1) \frac{\mu \lambda}{\operatorname{tg} \theta}, \quad (3.41)$$

при чему је $m=1$ за конусни левак, а $m=0$ за левак у облику рогља и на овај начин, уз одређене апроксимације, може да се при прорачуну параметра n користи вредност за однос хоризонталног и вертикалног притиска λ који се користи и за вертикалне зидове силоса. Вредности коефицијената k и n зависе од врсте протока усугог материјала при испуштању, облика левка и да ли се ради о пуњењу, за које је решења која одговарају стварној слици оптерећења дао Motzkus, или пражњењу силоса, које су истраживали Arnold и McLean.

Коначно, као услов равнотеже добија се следећа диференцијална једначина по p_v :

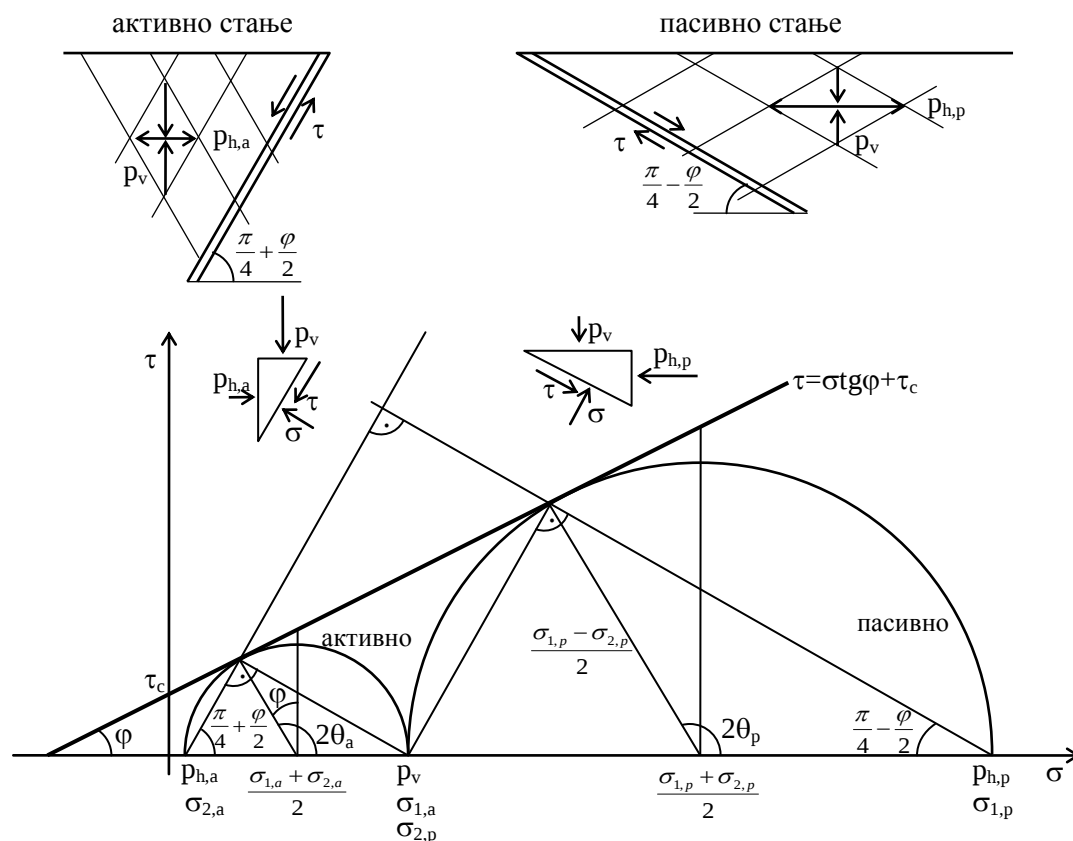
$$\frac{dp_v}{dz} - n \frac{p_v}{z} + \gamma = 0, \quad (3.42)$$

$$\text{где су } z = H - h, \quad H = \frac{2A}{O \operatorname{tg} \theta}. \quad (3.44)$$

За почетне услове $p_v = p_{v0}$ при $z = H$, добија се вертикални притисак као:

$$p_v = \frac{\gamma H}{n-1} \left[\frac{H-h}{H} - \left(\frac{H-h}{H} \right)^n \right] + p_{v0} \left(\frac{H-h}{H} \right). \quad (3.45)$$

Стање напона унутар масе растреситог материјала адекватно је Ренкиновом активном и пасивном стању напрезања у тлу у зависности од тога да ли се ради о пуњењу или пражњењу силоса и може се представити Моровим круговима напона као на слици 3.8, а главни напони и коефицијент притисака λ одређују се према изразима у табели Т3.2.



Слика 3.8 Морови кругови напона при пуњењу и пражњењу силоса

Табела Т3.2 Главни напони и однос притисака при пуњењу и пражњењу силоса

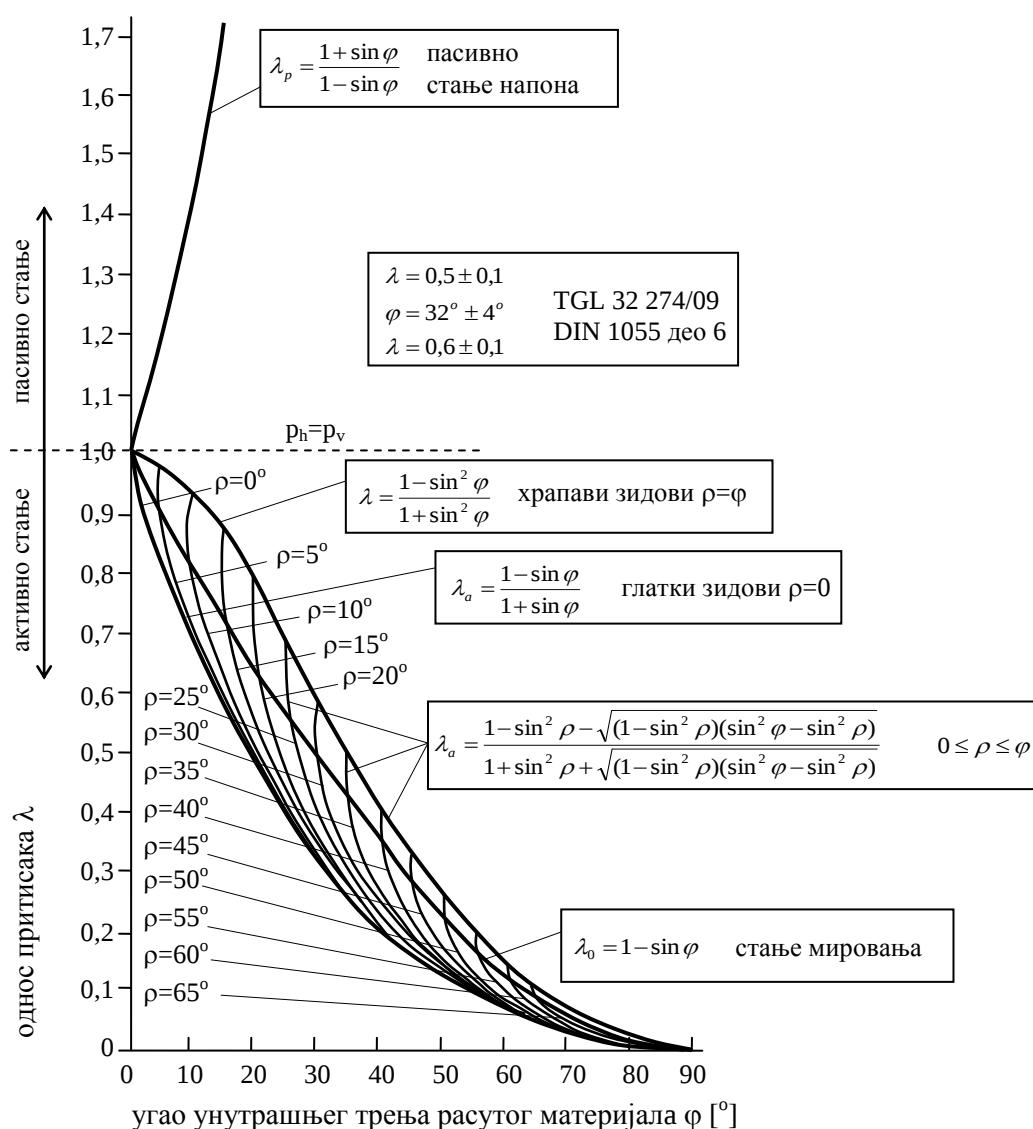
	Активно стање	Пасивно стање
главни напони	$\sigma_{2,a} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \sigma_1 + \frac{2 \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \tau_c$	$\sigma_{1,p} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_{2,p} + \frac{2 \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \tau_c$
однос притисака	доња граница кохезије $\tau_c=0$ $\frac{p_{h,a}}{p_v} = \lambda_a = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$	горња граница кохезије $\tau_c=0$ $\frac{p_{h,p}}{p_v} = \lambda_p = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$

3.3 ПРЕГЛЕД ИЗРАЗА И ВРЕДНОСТИ КОЕФИЦИЈЕНТА ПРИТИСКА

$$\lambda = p_h / p_v$$

Показано је да се за прорачун оптерећења силоса користе једначине равнотеже. За решавање диференцијалних једначина до којих се на тај начин долази уводе се одређене претпоставке у зависности од примењене теорије. Како решења зависе од одређених параметара који улазе у прорачун, потребно је правилно извршити њихов избор.

На слици 3.9 графички је приказан преглед израза и вредности за однос бочног и вертикалног притиска λ у зависности од величине угла унутрашњег трења насутог материјала φ и угла трења материјала по материјалу ρ за подручје како активног, тако и пасивног стања.



Слика 3.9 Графички преглед коефицијента притиска $\lambda = p_h / p_v$ са вредностима и изразима у зависности од угла унутрашњег трења φ и угла трења ρ [°]

Вредности угла унутрашњег трења φ појединих материјала дате су у првом поглављу. Правилним избором, односно правилним одређивањем коефицијента λ добијају се и веродостојне вредности бочног притиска на зидове силоса, односно веродостојан прорачун силоса.

ОСНОВЕ МЕТОДЕ КОНАЧНИХ ЕЛЕМЕНАТА

Метод коначних елемената (МКЕ) је данас најопштији нумерички метод, примењен у готово свим наукама, а посебно у инжењерским областима. У новије време, са драстичним растом процесорске моћи рачунара све значајнији и готово незаменљиви постају нумерички прорачуни који се изводе методом коначних елемената. Развој МКЕ је директно везан за појаву рачунара јер практична примена МКЕ, поред осталог, подразумева решавање великих система алгебарских једначина, чији број иде на стотине хиљада, па и милион једначина.

Метода коначних елемената (позната још и као FEM – Finite Element Method или FEA - Finite Element Analysis) спада у методе дискретне анализе. За разлику од осталих нумеричких метода, које се заснивају на математичкој дискретизацији једначина граничних проблема, МКЕ се заснива на физичкој дискретизацији разматраног подручја.

Основна идеја анализе методом коначних елемената је моделирање проблема подразумевајући да је просторни домен проблема подељен – дискретизован на поддомене на које се потом примењују општа знања и искуства из механике континуума и нумеричке математике. Због оваквог начина дискретизације, основне једначине помоћу којих се описује стање у појединим елементима, а помоћу којих се формулише и проблем у целини, уместо диференцијалних или интегралних, су обичне алгебарске.

Поддомени добијени дискретизацијом континуума се термилолошки означавају као коначни елементи. Анализа система спрегнутих коначних елемената омогућава нумеричку симулацију одзива континуума на задате побуде. Физичке величине које су обухваћене моделом добијају се у дискретном облику, тј. у тачкама које произилазе из дискретизације. Ове тачке зову се чворне тачке или једноставно чворови.

На основу дискретизације физичког проблема, интерполирањем и увођењем интерполационих функција уз увођење природног (локалног) координатног система, успостављањем равнотежне једначине за елементе и за целокупну структуру, долази се до матрица елемената и система. Увођењем ограничења и сила које делују на систем у нумерички модел и решавањем се добијају померања тачака која представљају решење проблема. У даљем поступку се добијени резултати користе за анализу напрезања појединих делова, односно елемената система.

Да би се добило што веродостојније решење, потребно је изабрати модел који најбоље апроксимира дати проблем. Коначни елементи могу бити 3D или 2D са различитим бројем чворова и различитог облика. Основни 3D модел има шест површи које га ограничавају, али од овог елемента се могу формирати и други просторни облици, тзв. дегенерисани 3D елементи као што су просторна призма, тетраедар или четворострана пирамида или, пак, побољшани 3D елементи увођењем корективних функција за поље деформација у елементу. Код раванских и површинских структура моделира се троугаоним и четвороугаоним облицима плоча, љуски, мембрана.

За моделирање вагона и анализу напрезања зидова вагона услед оптерећења од насутих материјала који се њима транспортују, користи се моделирање помоћу љуски.

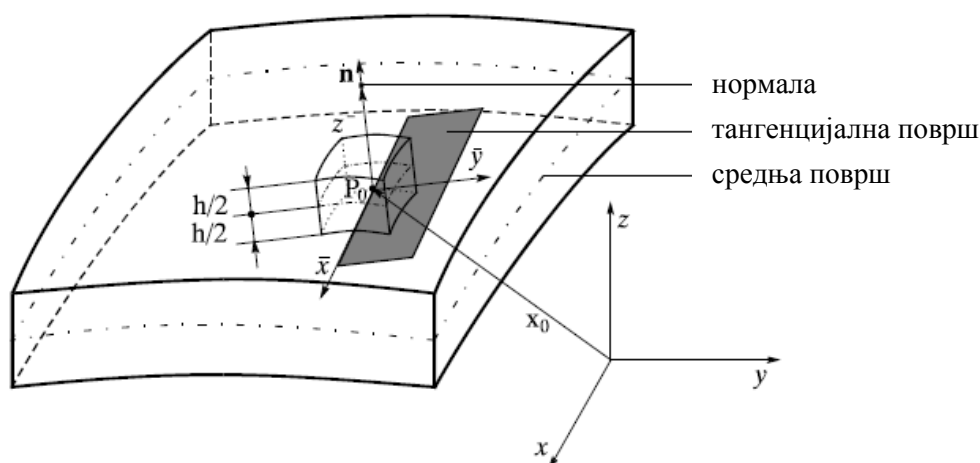
4.1 КОНАЧНИ ЕЛЕМЕНТ ЛЪУСКЕ

Танки површински носачи општег облика зову се љуске. Дебљина љуске може бити веома мала у односу на остале димензије, па се каже да се ради о танкој љуски, али она може бити и значајна у односу на остале димензије, тако да се даље може увести градација од љуски средње дебљине до дебелих љуски.

Љуске су одувек биле изазов за конструкторе и пројектанте, али и за теоретичаре. Притом су увођене разне хипотезе и развијене одговарајуће теорије љуски. У теоријском смислу љуске представљају сложен задатак при израчунавању напонског стања и поља деформације, као и одзива у различитим условима оптерећења.

У методи коначних елемената љуска представља огромно подручје истраживања. Постоји велики број коначних елемената љуски заснован на различитим теоријским прилазима, али се може рећи да не постоји општи коначни елемент који је апсолутно супериоран у односу на друге, мада се и данас томе тежи.

За дефинисање геометрије љуске неопходно је увести појмове средње површи, дебљине и нормале на љуску (слика 4.1).



Слика 4.1 Геометрија љуске

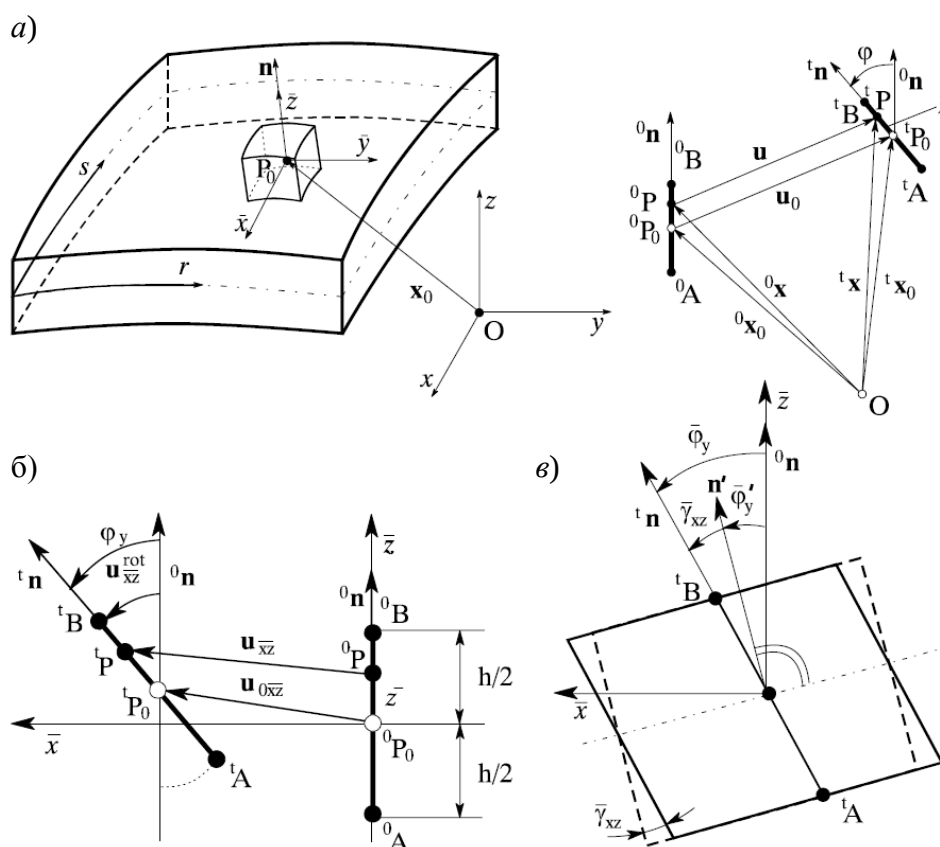
У тачки на средњој површи може се поставити раван на коју је нормала управна; ова раван се зове тангенцијална раван. Осе $\bar{x}$ и $\bar{y}$ локалног Декартовог координатног система $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$, леже у тангенцијалној равни, а оса $\bar{z}$ је у правцу нормале $\mathbf{n}$. У правцу нормале дефинише се дебљина h љуске и притом, како је на слици назначено, средња површ полови дебљину. Дакле, може се рећи да средња површ представља скуп тачака које леже на половинама дебљине. У општем случају дебљина љуске није иста у свим тачкама средње површи.

Што се тиче основних претпоставки о кинематици деформисања љуске, опште прихваћени прилаз се састоји у томе да се укупно померање неке тачке љуске може представити као збир:

1. померања средње површи,
2. померања услед савијања и

3. померања услед трансверзалног смицања.

Ове претпоставке геометријски су показане на слици 4.2.



Слика 4.2 Геометрија деформисања љуске

а) Материјални елемент љуске и померање материјалне дужи АВ

б) Померање материјалне дужи у равни $\bar{x}$, $\bar{z}$

в) Ротација нормале у равни $\bar{x}$, $\bar{z}$

4.2 FEMAP, API

Као резултат веома интензивног рада у МКЕ и могућности примене у инжењерској пракси, развијен је велики број комерцијалних пакета опште намене.

Софтвер за анализу, сходно начину моделирања, може да се развија као интегрални и модуларни. Интегрални подразумева софтверски потпуно интегрисане све фазе развоја модела, анализе и постпроцесирања. Модуларни приступ подразумева развој, коришћење и дистрибуцију софтверских модула за појединачне етапе анализе (геометријско моделирање, препроцесирање, постпроцесирање, анализа). Модуларни програми подразумевају и богатији интерфејс за рад са различитим форматима и програмима. Пример таквих програма је FEMAP (Finite Element Modeling And Postprocessing).

FEMAP је програм који омогућује широку анализу напрезања, температуре и динамике модела. Може бити коришћен за креирање геометрије, али може и да увози CAD моделе.

За модел се прво дефинишу оптерећења у жељеним тачкама, поставе гранични услови и број степени слободе, односно подаци о фиксирању модела (лежишта и тачке ослоња), а затим се приступа постављању мреже. Након што је проблем у потпуности постављен, на сцену ступа солвер – програм који обавља израчунавања и враћа резултате FEMAP-у.

FEMAP је веома популаран у машинском пројектовању јер важи за најквалитетнији програм за постављање мрежа, а поред тога је у потпуности независан како према CAD апликацији из које преузима модел, тако и према солверу коме предаје податке. За специфичне намене је могуће написати посебне модуле за солвер.

API (Application Program Interface) је windows интерфејс који омогућава додатну функционалност FEMAP-а користећи његове алате, особине и податке. То је самостални програм који интерагује са FEMAP-ом, а за његово кодирање се најчешће користе Visual Basic, VBA и WinWrap.

FEMAP API омогућује једноставан и ефикасан начин за креирање програма за FEMAP.

5

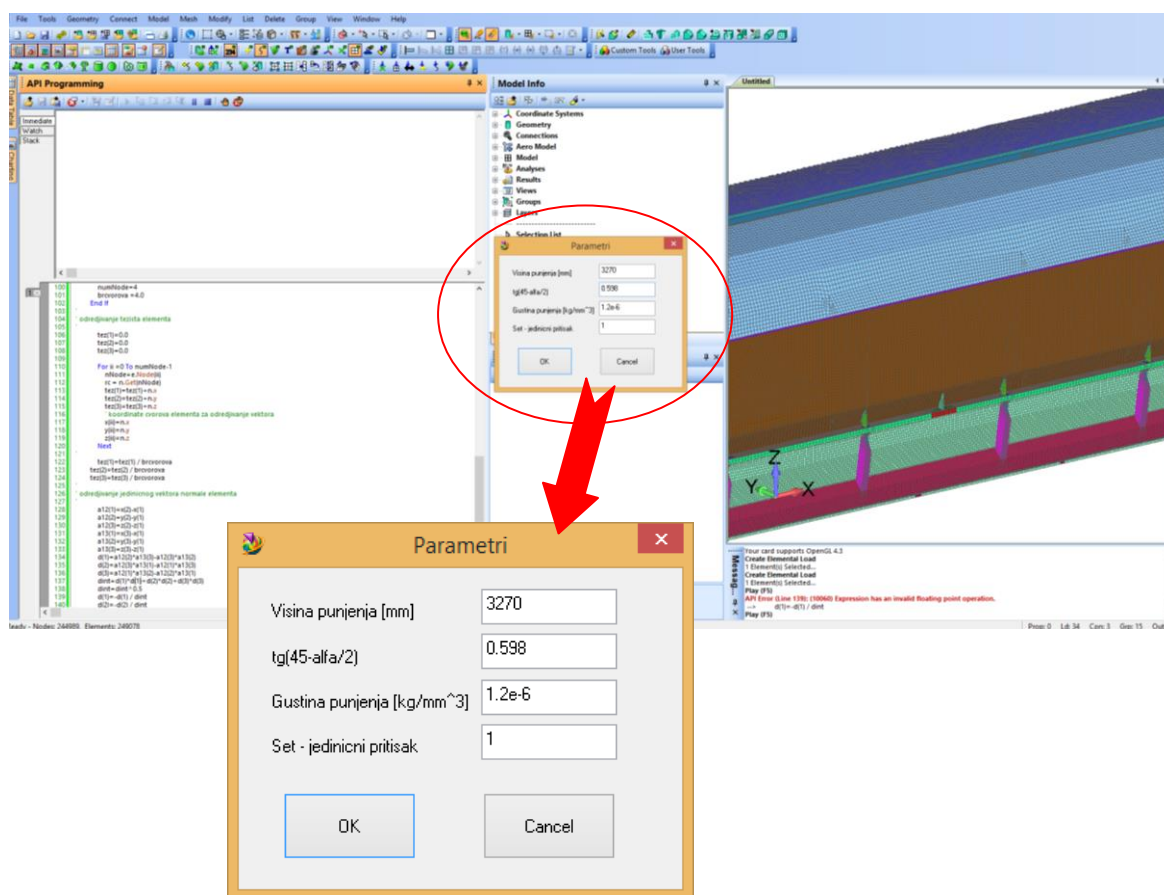
ДЕЛОВИ ИЗВЕШТАЈА АНАЛИЗЕ ОПТЕРЕЋЕЊА ТЕРЕТНИХ ВАГОНА

Анализа (прорачун) статичког оптерећења и замора теретних вагона рађена је у Лабораторији за инжењерски софтвер Факултета инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу за фабрику „Ђуро Ђаковић“ Група д.д. из Славонског Брода, Хрватска и овде ће у наставку бити приказани делови анализе који се односе на вертикално оптерећење вагона услед насутог терета [14, 15, 16].

Циљ анализе био је израчунавање статичке и заморне чврстоће теретних вагона, у складу са захтевима дефинисаним стандардом TSI и нормом BS EN 12663-2: 2010. Требало је да резултати докажу да статичка и заморна чврстоћа вагона задовољавају критеријуме дефинисане поменутиим стандардима.

Нумеричка анализа вршена је за све специјалне случајеве оптерећења и заморну чврстоћу прописане стандардом TSI у клаузулама 4.2.2.3.1 – 4.2.2.3.3 и нормом BS EN 12663-2:2010. Структурна анализа је урађена користећи се моделима коначних елемената креираних у софтверу Femap и NX Nastran.

За задавање притисака од насutih материјала на странице вагона написан је API програм који је дат у Прилогу 1 овог рада, а чији се део може видети на слици 5.1.



Слика 5.1 Унос података у API програм за одређивање притисака на зидове вагона од насutih материјала

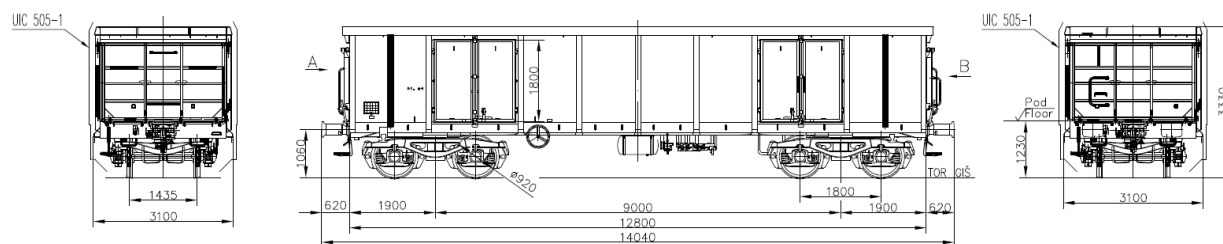
Пре покретања API програма потребно је задати јединични притисак на елементе на страницама вагона. Када се покрене програм, потребно је унети следеће податке: висину пуњења [mm]; густину материјала који се транспортује [kg/mm^3]; $\text{tg}(45\text{-}\alpha/2)$; и сет оптерећења у коме је задат јединични притисак, као што се може видети на слици 5.1. Јединице су написане за случај када је вагон моделиран у милиметрима. Када је завршен унос потребних података, у програму се потом проверава да ли је тежиште елемента, на коме је задат јединични притисак, испод висине пуњења, ако јесте израчунава се притисак од насутог материјала према једначини (3.27) која је одређена у трећем поглављу овог рада. У програму се креира нови сет оптерећења “pritisци од nasutog materijala” у који се смештају израчунати притисци. Сет оптерећења са притисцима се користи за креирање вертикалних оптерећења, комбинација, подизања на крају, замора.

5.1 АНАЛИЗА ЧЕТВОРООСОВИНСКОГ ОТВОРЕНОГ ВАГОНА ВИСОКИХ СТРАНА ТИПА EASS-Z (K)

Теретни вагони серије Eass-z (K) су четвороосовински отворени вагони са високим странама намењени за превоз насutih или комадних материјала, али првенствено за робу која не захтева заштиту од временских услова током транспорта. Због високих страна погодни су за робу којој треба више слободног простора. Утовар се врши одозго или преко бочних и чеоних врата, а истовар бочним ротирањем, односно нагињањем вагона, испуштањем кроз чеона врата или пражњењем одозго. Уколико је потребно, вагон је опремљен покривачима којима се терет може заштити од неповољних временских услова.

Тежина вагона је 22t, максимална тежина терета је 58t, а максимална допуштена брзина 120km/h. Ови вагони испуњавају европске и светске регулативе које се тичу железничког транспорта.

На слици 5.2 приказан је технички цртеж вагона Eass-z (K).



Слика 5.2 Технички цртеж вагона Eass-z (K)

Делови вагона који су важни за чврстоћу конструкције су израђени од челика S355J2+N у складу са EN 10025-2. У табели T5.1 дате су физичке и механичке карактеристике овог материјала, док су у табели T5.2 дати фактор сигурности и дозвољена чврстоћа на притисак.

Табела Т5.1 Физичке и механичке карактеристике материјала вагона

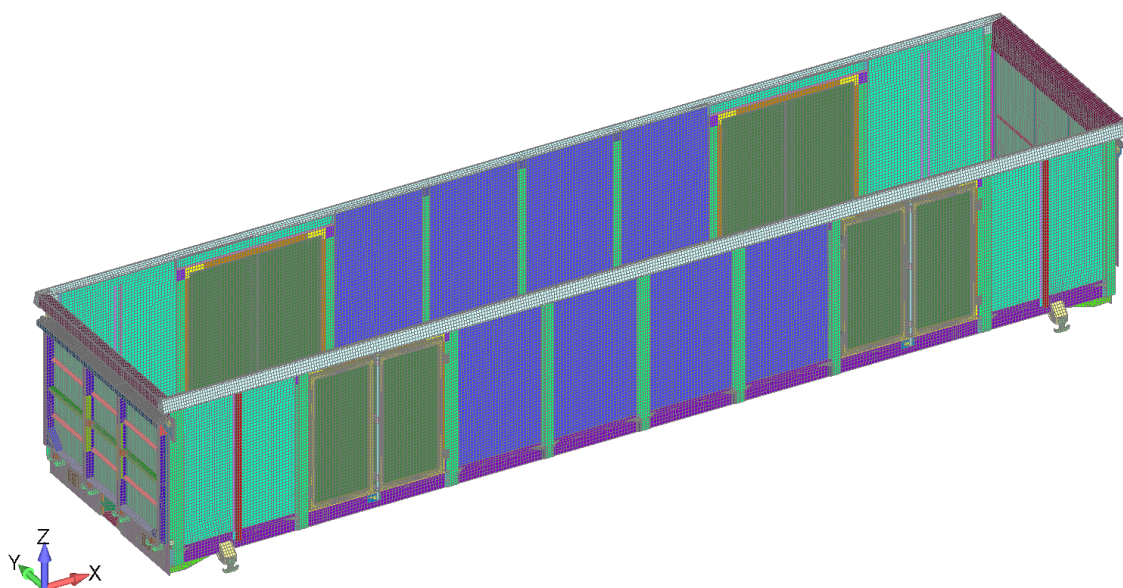
Физичке карактеристике			
Ознака челика	E [N/mm ²]	ρ [kg/mm ³]	ν
S355J2+N	$2.1 \cdot 10^5$	$7.85 \cdot 10^{-6}$	0.3
Механичке карактеристике			
Ознака челика	R_e [N/mm ²]	R_m [N/mm ²]	KV [J]
S355J2+N	355	470	27

Табела Т5.2 Фактор сигурности и дозвољена чврстоћа на притисак за статичко оптерећење за странице вагона и заварене спојеве

Материјал	Фактор сигурности S_1	$\sigma_{\max}$ [MPa]
S355J2+N	1.0	355
Делови вагона у непосредној близини варова	1.1	323

Прорачунски примери представљају најнеповољније случајеве, које корисник жели да буду узети у обзир у току експлоатације вагона (укључујући и случајеве некоректне употребе који се могу предвидети).

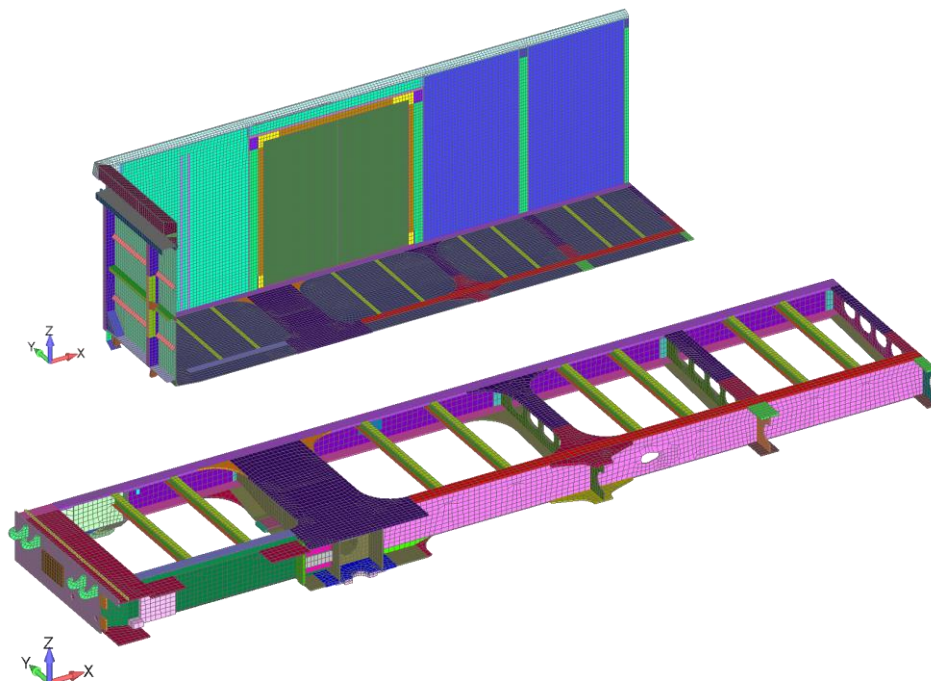
Модел вагона урађен је помоћу софтвера Femap са NX Nastran солвером чији се рад заснива на методи коначних елемената. За формирање мреже коначних елемената су коришћени елементи љуске одређене дебљине и 3D елементи у зависности од конструкцијских делова вагона који се анализирају. Структура је детаљно моделирана са 172468 елемената и 170536 чворова, а у оквиру прорачуна постоји систем од око милион и две стотине хиљада решених једначина. Дужина стране елемента је око 40mm. На слици 5.3 приказан је добијени 3D модел читавог вагона без постоља.



Слика 5.3 3D модел вагона Eass-z (K)

Боје на слици 5.3 одговарају различитим дебљинама елемената љуске. Цео модел се користи за анализу несиметричних оптерећења вагона, за симетричне случајеве оптерећења вагона користи се четвртина модела, док се половина модела користи за анализу оптерећења при подизању вагона.

На слици 5.4 дата је репрезентативна четвртина модела кола и постоље вагона.



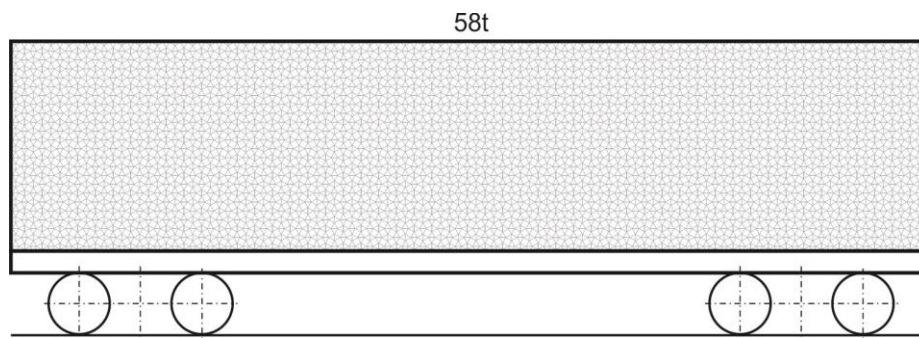
Слика 5.4 Четвртина модела вагона и модел постоља

У случају вертикалних оптерећења од расутих терета рађено је девет анализа за различите материјале који се транспортују, а чије су карактеристике дате у табели Т5.3.

Табела Т5.3 Карактеристике насутих терета

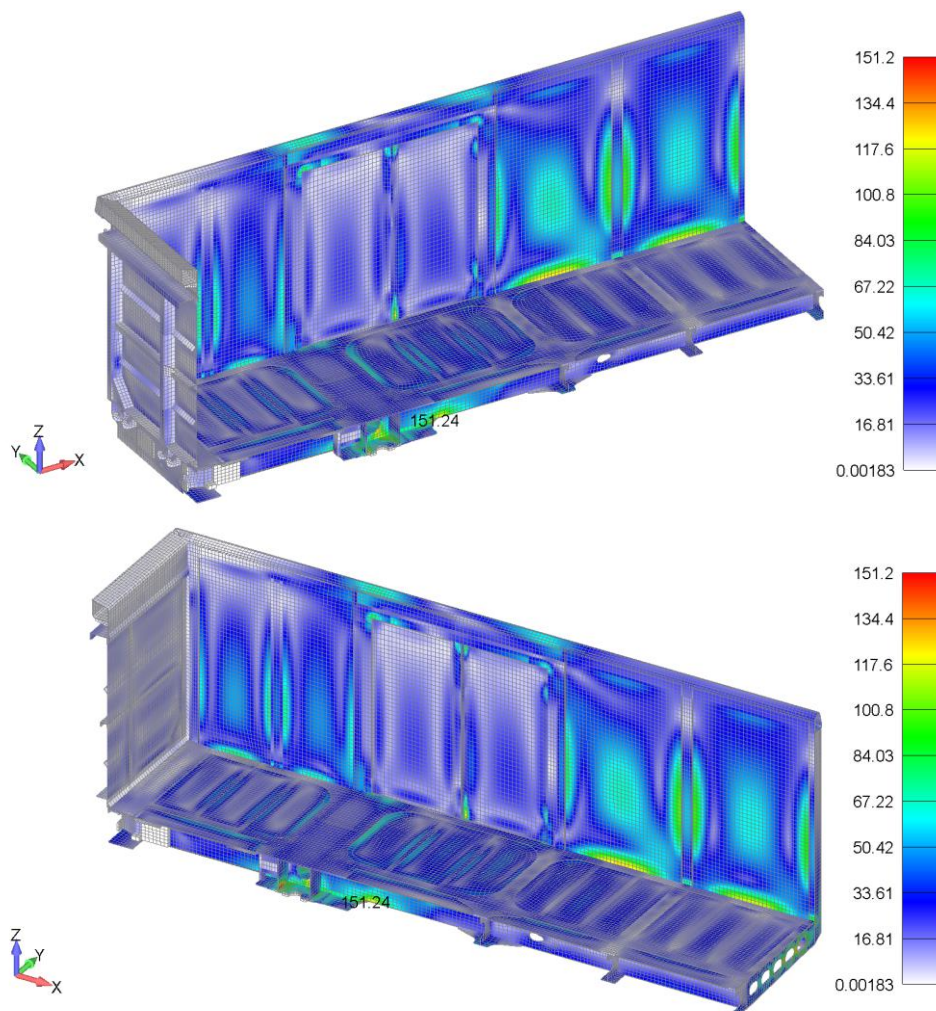
Материјал	Густина [kg/m^3]	Угао природног пада [$^\circ$]	
		при пуњењу	при транспорту
Угаљ (мрки, камени) као трошни материјал	~800	45	35
Мрки угаљ као чврсти материјал	~1200	45	35
Песак, ливнички (растресен)	~1200	45	30
Камени угаљ као чврсти материјал	~1500	40	30
Песак, ливнички (набијен)	~1650	45	30
Туцаник (дробљенац)	~1700	45	35
Шљунак (сув)	~1700	30	20
Шљунак (влажан)	~2000	45	30
Кречњак (густ)	~2600	45	30

На слици 5.5 приказан је вагон натоварен мрким угљем у трошном стању.

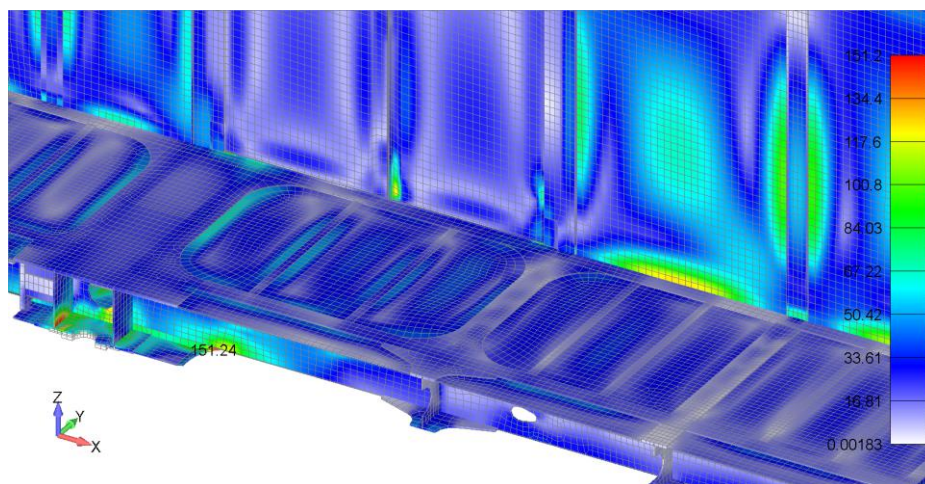


Слика 5.5 Вагон Eass-z (K) натоварен мрким угљем у трошном стању - 58t

На слици 5.6 приказани су добијени резултати Вон Мизесовог еквивалентног поља напона из различитих углова, а на слици 5.7 увећани поглед на критичне зоне.

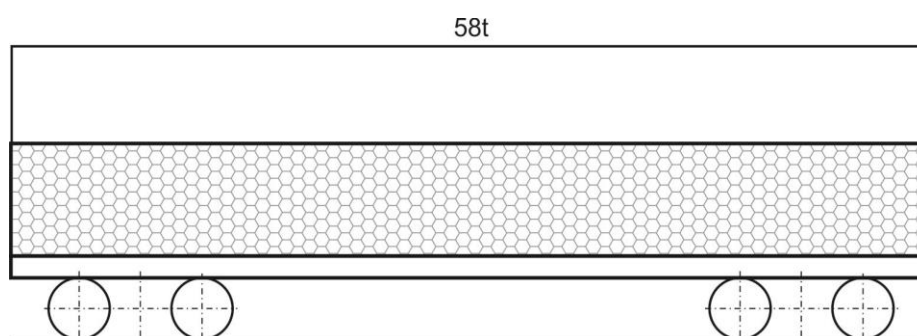


Слика 5.6 Вон Мизесово еквивалентно поље напона
услед оптерећења од 58t мрког угља



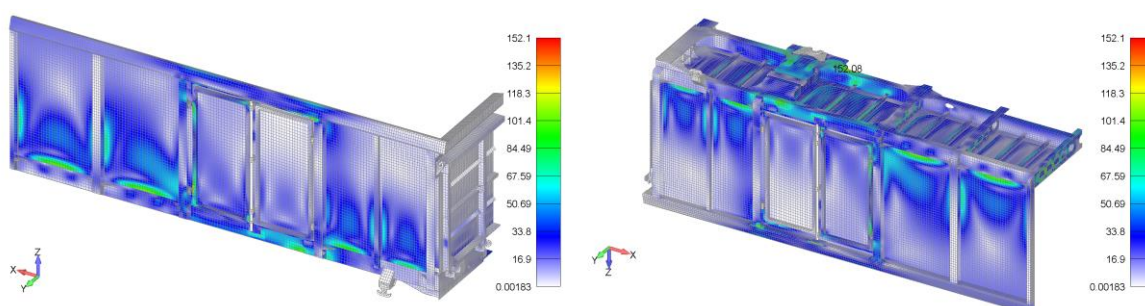
Слика 5.7 Увећани поглед на критичне зоне вагона Eass-z (K) услед оптерећења од 58t мрког угља

Шематски приказ вагона натовареног шљунком у сувом стању масе 58t дат је на слици 5.8.



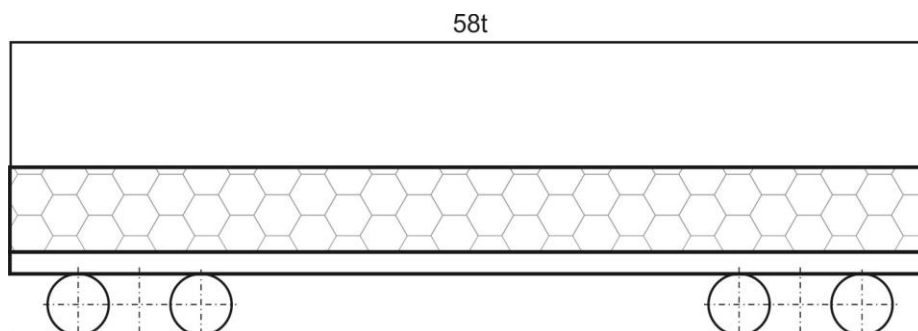
Слика 5.8 Вагон Eass-z (K) натоварен шљунком (сувим) - 58t

На слици 5.9 дати су добијени снимци оптерећења услед шљунка у сувом стању из различитих погледа.

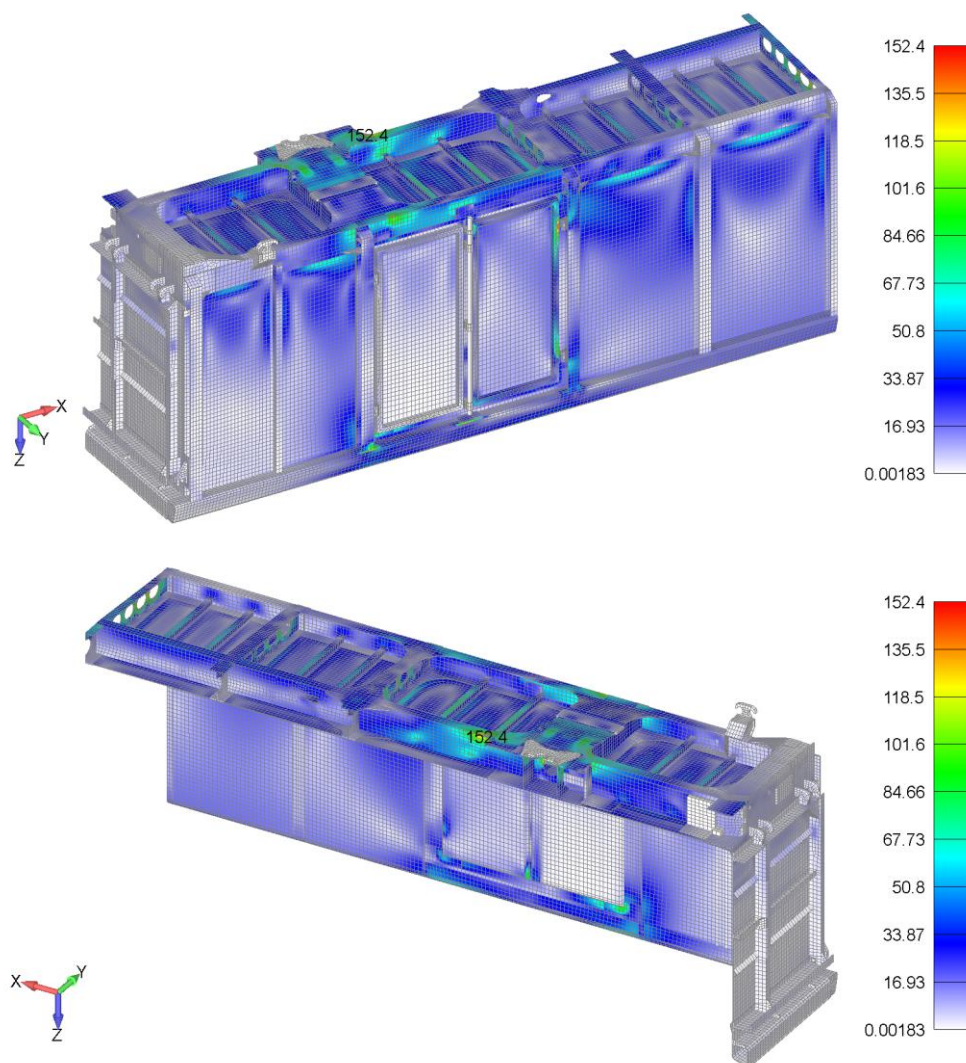


Слика 5.9 Снимак напонског стања вагона услед оптерећења од 58t шљунка (сувог)

Шема вагона натовареног влажним шљунком дата је на слици 5.10, док је стање напона вагона услед тог оптерећења приказана на слици 5.11.



Слика 5.10 Вагон Eass-z (K) натоварен влажним шљунком - 58t



Слика 5.11 Снимак напонског стања вагона услед оптерећења од 58t шљунка (влажног)

5.2 АНАЛИЗА ЧЕТВОРООСОВИНСКОГ ОТВОРЕНОГ ВАГОНА ТИПА ЕАМОС

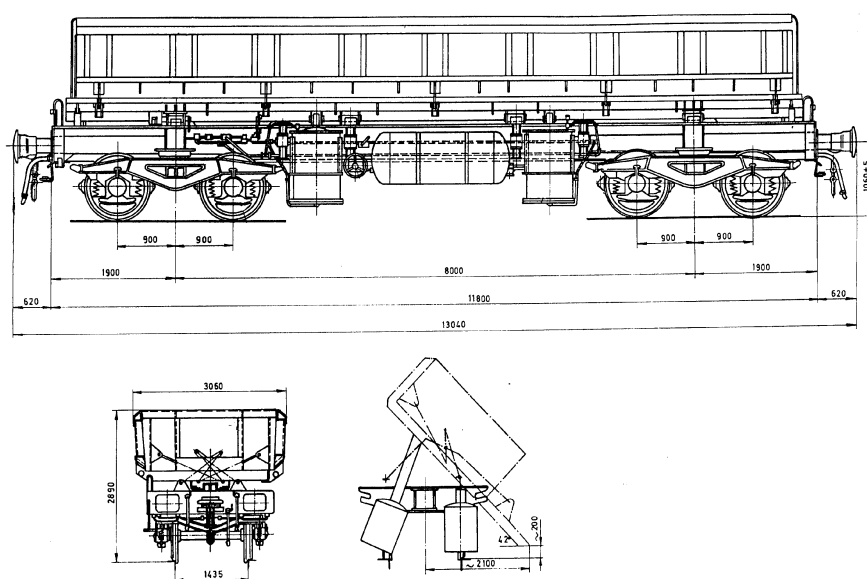
Теретни вагон типа Еамос (90т) је четвороосовински вагон отвореног типа са могућношћу киповања и служи за транспорт насутих материјала који под дејством атмосферских утицаја не губе могућност да могу да се истоварају киповањем, односно не лепе се, као што су шљунак, ломљени камен и слично и чије карактеристике не прелазе $1,7\text{t/m}^3$ и 42° што се тиче угла трења.

Утовар терета може се вршити слободним падом из танкова, специјалним возилима утоваривачима или преко покретне траке. Максимална запремина утоваривача не сме да пређе 6т, а висина од точкова утоваривача до пода вагона 2м. Истовар вагона врши се киповањем које се обавља помоћу пнеуматских цилиндара са обе стране.

Техничке карактеристике вагона дате су у табели Т5.4, а технички цртеж на слици 5.12.

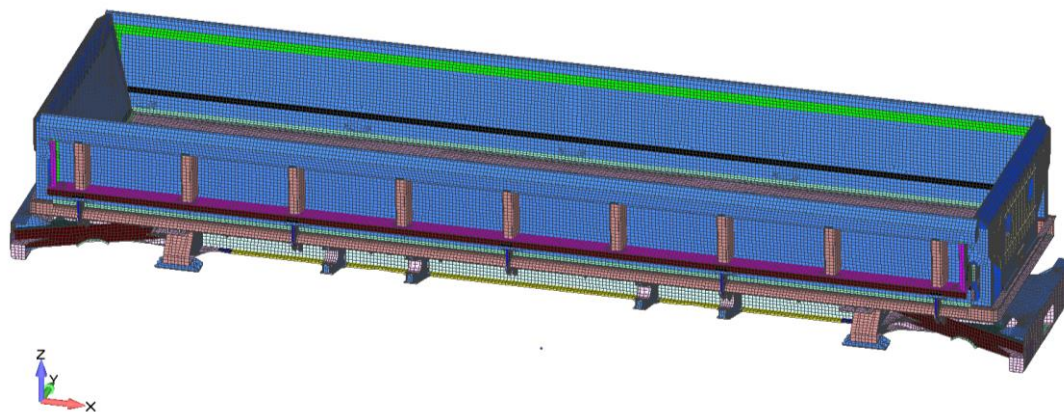
Табела Т5.4 Техничке карактеристике вагона типа Еамос

Ширина колосека	1435mm
Број осовина	4
Дужина кола преко несабијених одбојника	13040mm
Дужина преко грудне греде	11800mm
Растојање између обртних постоља	8000mm
Ширина вагона	3060mm
Оптерећење по осовини	22,5t
Запремина надградње	32m^3
Висина вагона од пруге	2890mm
Тежина празног вагона	31t
Тежина терета	59t
Укупна тежина натовареног вагона	90t
Минимални радијус кривине	60m
Максимална брзина (празног вагона)	120km/h
Максимална брзина (натовареног вагона)	100km/h



Слика 5.12 Технички цртеж теретног вагона типа Еамос

За формирање мреже коначних елемената коришћени су елементи љуске одговарајуће дебљине и 3D елементи. Структура је детаљно моделирана са 179616 елемената и 159319 чворова, а у оквиру прорачуна постоји систем од око милион решених једначина. Дужина стране једног елемента је око 40mm. На слици 5.13 приказан је добијени 3D модел читавог вагона без постоља.



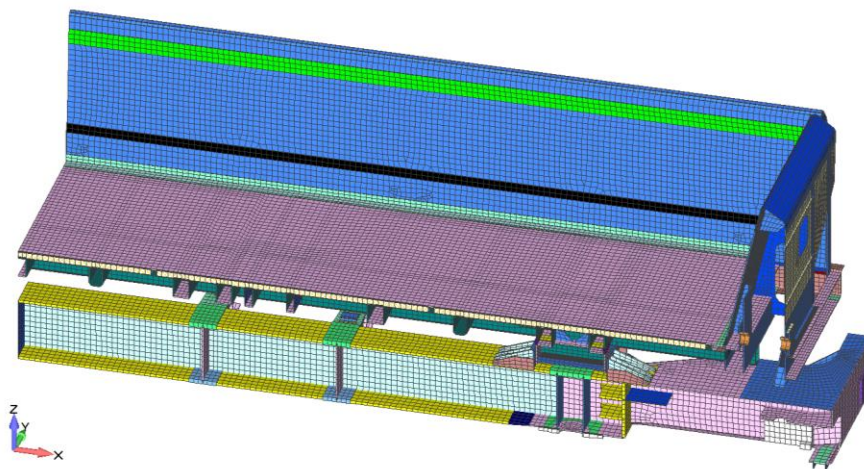
Слика 5.13 Моделирани вагон типа Eatos

Боје на слици 5.13 одговарају различитим дебљинама елемената љуске. Цео модел се користи за анализу несиметричних оптерећења вагона, за симетричне случајеве оптерећења вагона користи се четвртина модела, док се половина модела користи за анализу дизања, односно ослањања вагона.

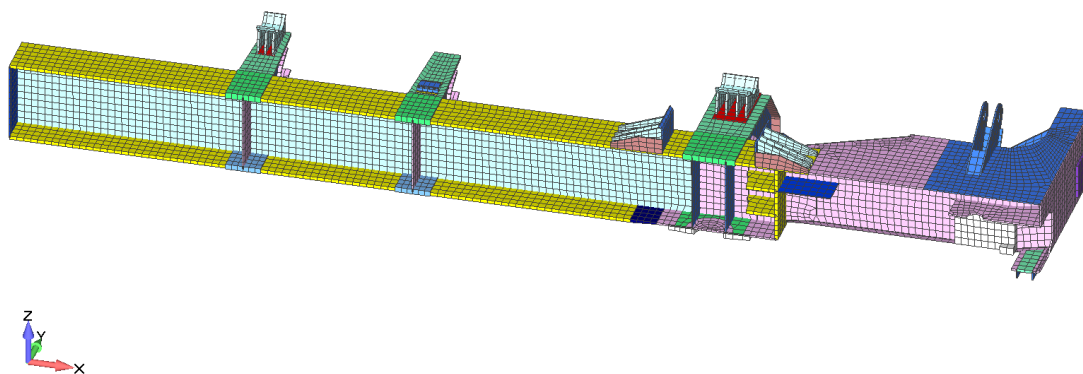
У табели Т5.5 дат је број елемената и чворова појединих делова модела, док су на сликама 5.14-5.17 дати моделирани сегменти вагона коришћени при анализи.

Табела Т5.5 Број елемената и чворова за поједине делове модела вагона типа Eatos

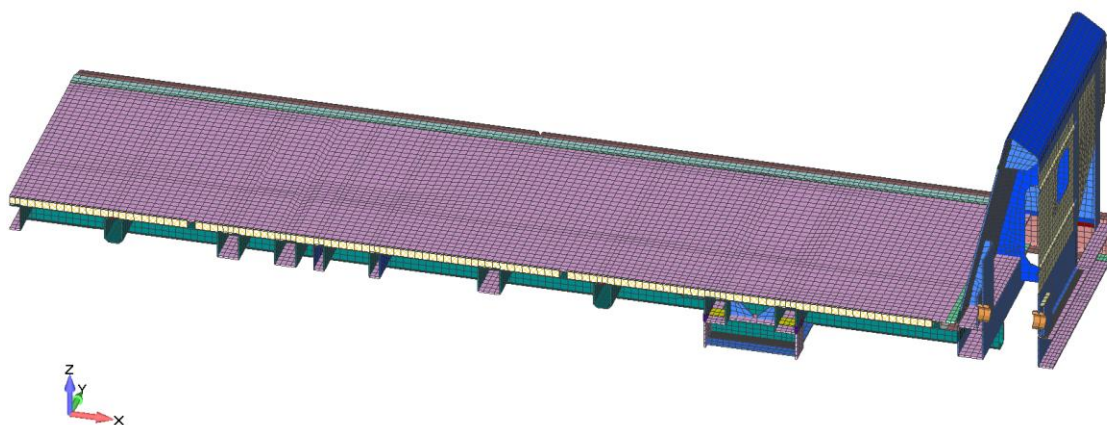
Део модела вагона	Број елемената	Број чворова
постоље	9328	9391
надградња	26711	22456
врата	8806	8849



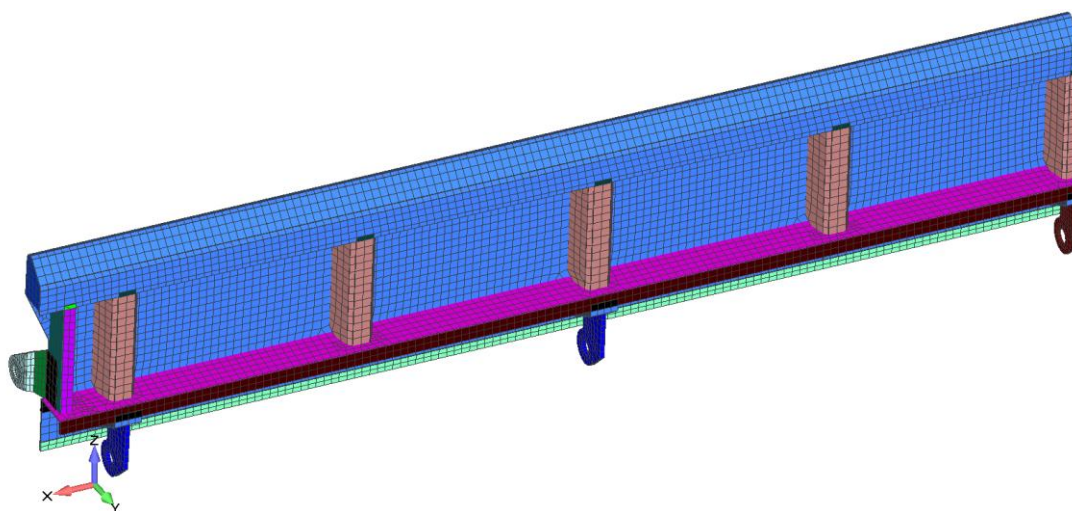
Слика 5.14 Четвртина 3D модела вагона типа Eatos



Слика 5.15 3D модел постоља вагона типа Еатос



Слика 5.16 3D модел надградње вагона типа Еатос



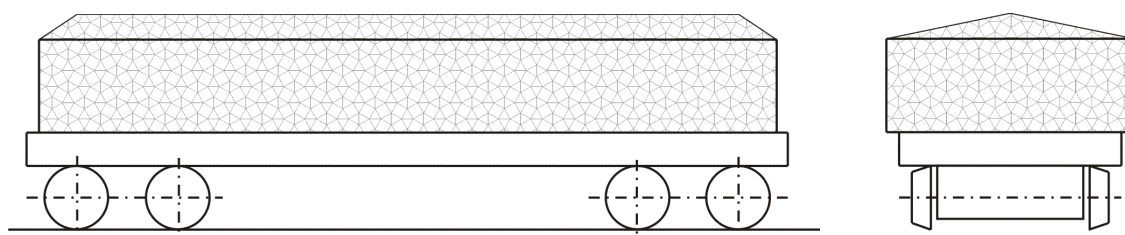
Слика 5.17 3D модел покретне стране вагона типа Еатос

Прорачун вертикалног оптерећења услед насутих материјала који се превозе ради се за вертикалне и нагнуте површине вагона. Карактеристике ломљеног камена дате су у табели Т5.6.

Табела Т5.6 Карактеристике терета који се транспортује вагонима типа Еатос

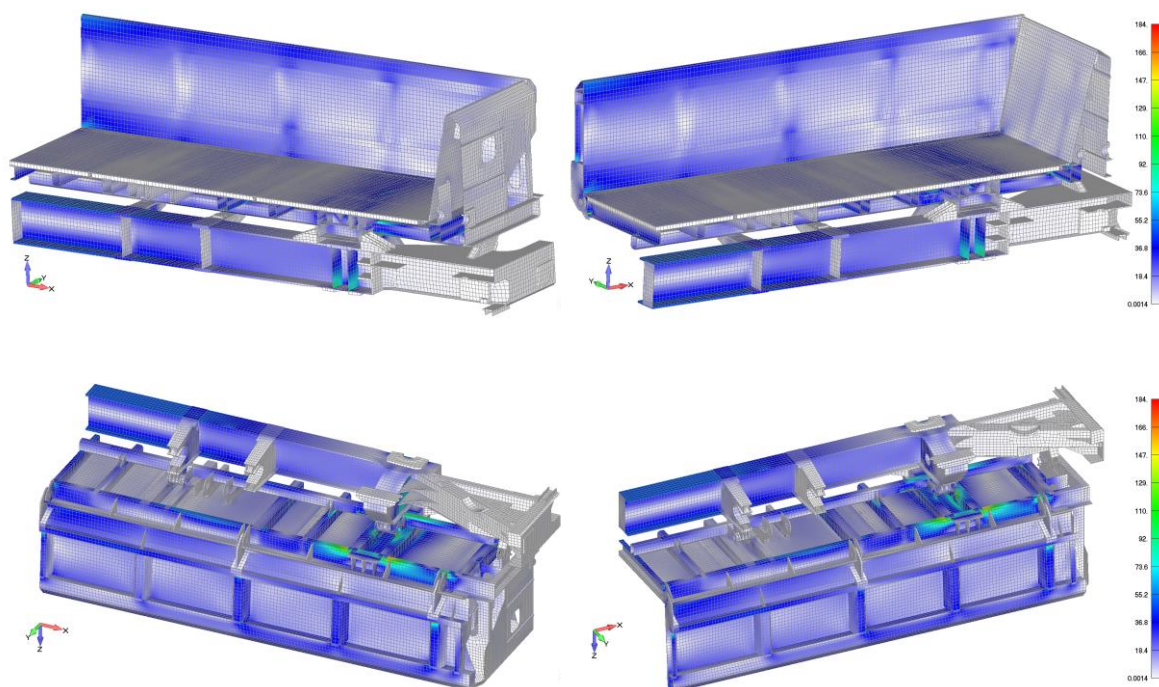
Насути материјал	Густина [kg/m^3]	Угао природног пада [$^\circ$]	
		Статички	Динамички
Ломљени камен	1700	40	30

Шематски приказ вагона типа Еатос натовареног ломљеним каменом чија висина прелази 185mm изнад висине вагона приказан је на слици 5.18.

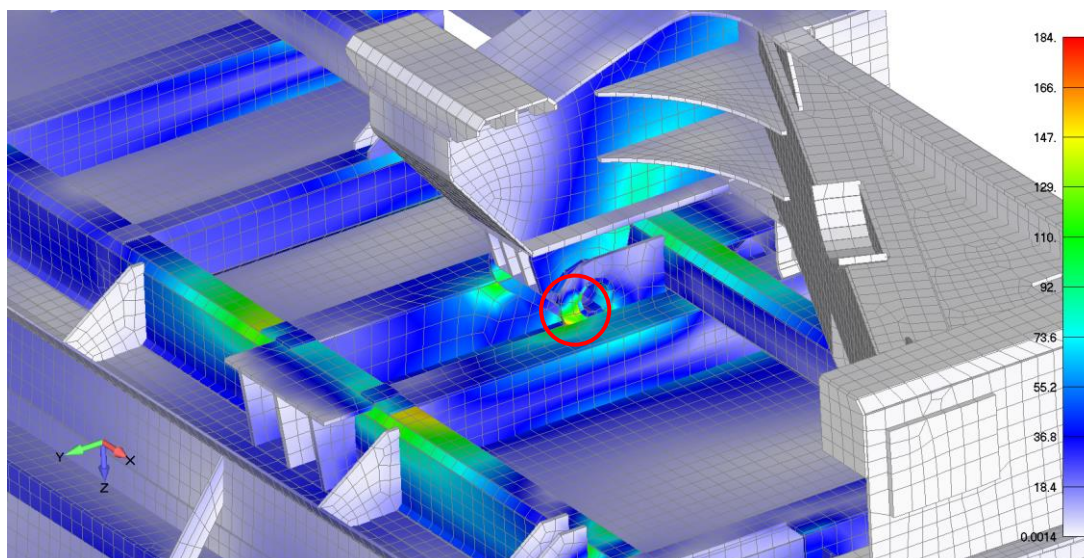


Слика 5.18 Шематски приказ вагона типа Еатос натовареног ломљеним каменом

На слици 5.19 приказане су четвртине модела са добијеним еквивалентним пољем напона у различитим погледима, док је на слици 5.20 приказан део са добијеним најнеповољнијим напоном.



Слика 5.19 Вон Мизесов еквивалентни напон вагона типа Еатос



Слика 5.20 Максимални Вон Мизесов еквивалентни напон вагона типа Еатос

Највећи добијени напон при прорачуну мора да буде у дозвољеним границама и добијене вредности за најнеповољнији случај оптерећења дате су у табели Т5.7.

Табела Т5.7 Максимални Вон Мизесов напон и фактор сигурности

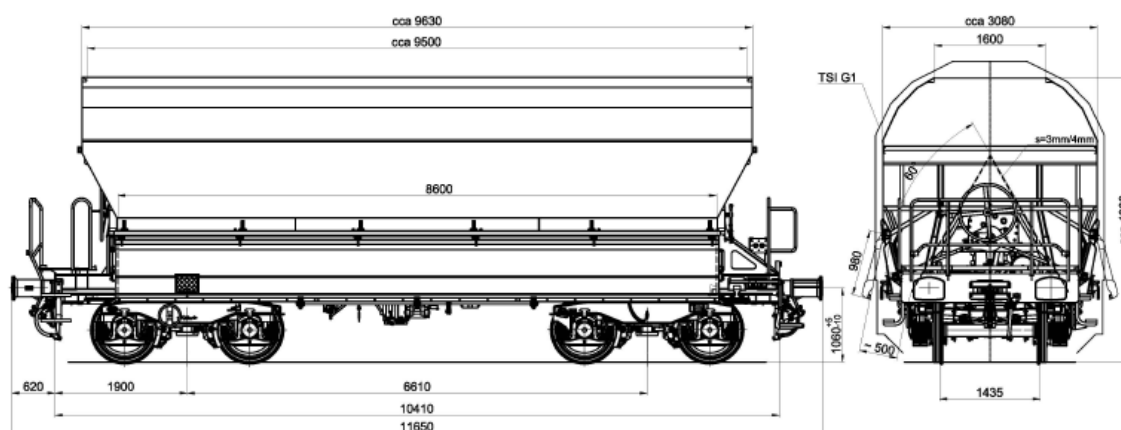
Слика	Максимални напон [МПа]	Фактор сигурности, S_1
5.20	184	1,93 > 1,15

5.3 АНАЛИЗА ЧЕТВОРООСОВИНСКОГ ОПТИМИЗОВАНОГ ВАГОНА ТИПА FALNS 58M³

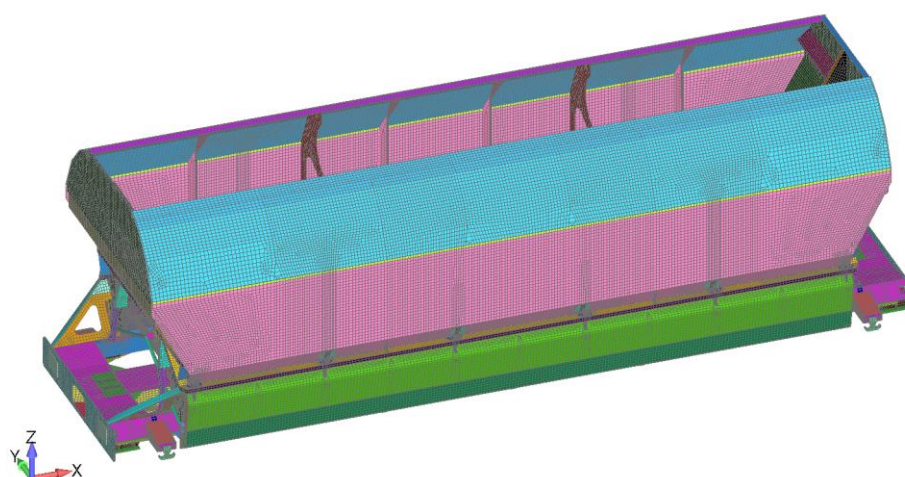
Теретни оптимизовани 4-осовински вагон типа Falns 58m³ је пројектован за превоз кречњака и других насутих терета који имају особину да под утицајем атмосферских услова задржавају чврсто стање. Истовар вагона у подземна складишта се остварује коришћењем гравитације, а за заостали неистоварен терет из појединих делова вагона мора се обезбедити истоварање. Утовар се врши преко горњих складишта робе или путем утоваривача чиме се обезбеђује равномерно распоређивање терета. Вагон је опремљен пнеуматским системом за бочна врата који омогућује истовремено отварање и затварање бочних страница. Капацитет вагона је 58m³ терета. Дизајниран је да задовољи све одреднице европских и светских стандарда који се односе на ову област.

Технички цртеж вагона дат је на слици 5.21.

За формирање мреже коначних елемената коришћени су елементи љуске одговарајуће дебљине и 3D елементи. Структура је детаљно моделирана са 210242 елемената и 208608 чворова, а у оквиру прорачуна постоји систем од око милион и две стотине хиљада решених једначина. Дужина стране једног елемента је око 40mm. На слици 5.22 приказан је добијени 3D модел читавог вагона без постоља.



Слика 5.21 Технички цртеж теретног вагона типа Falns 58m³



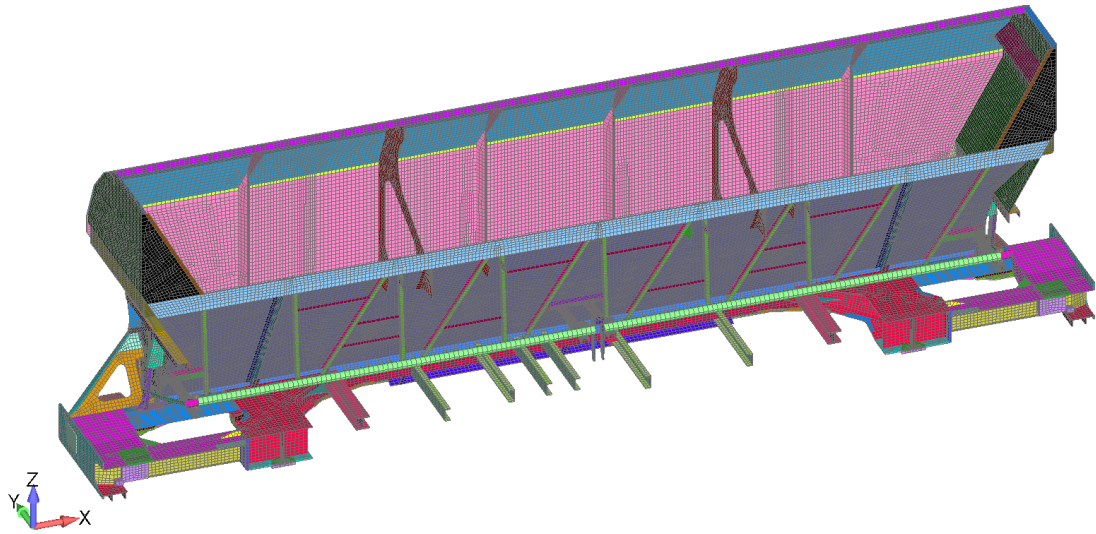
Слика 5.22 Моделирани вагон типа Falns 58m³

Боје на слици 5.22 одговарају различитим дебљинама елемената љуске. Услед асиметрије за анализу и добијање резултата се користи цео модел, али су резултати приказани на половини модела због прегледности и јасноће.

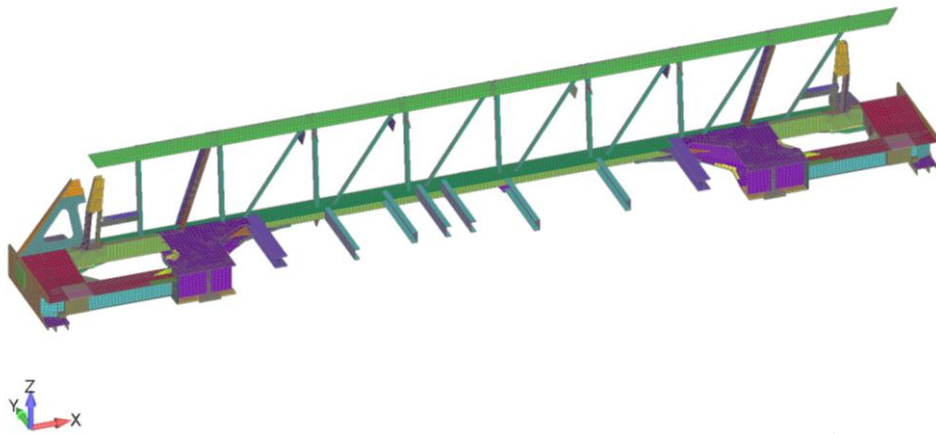
У табели Т5.8 дат је број елемената и чворова појединих делова модела, док су на сликама 5.23-5.26 дати моделирани сегменти вагона коришћени при анализи.

Табела Т5.8 Број елемената и чворова за поједине делове модела вагона типа Falns 58m³

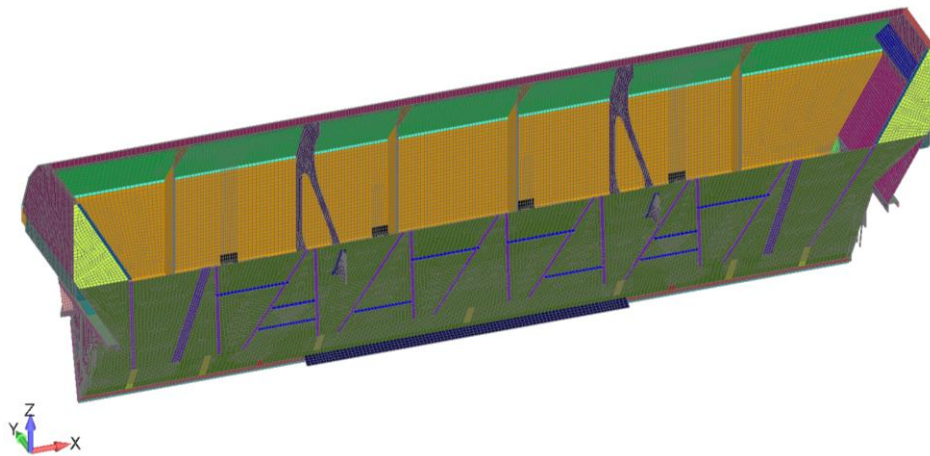
Део модела вагона	Број елемената	Број чворова
постоље и седло	27674	29096
надградња	58548	58610
врата	14826	14558



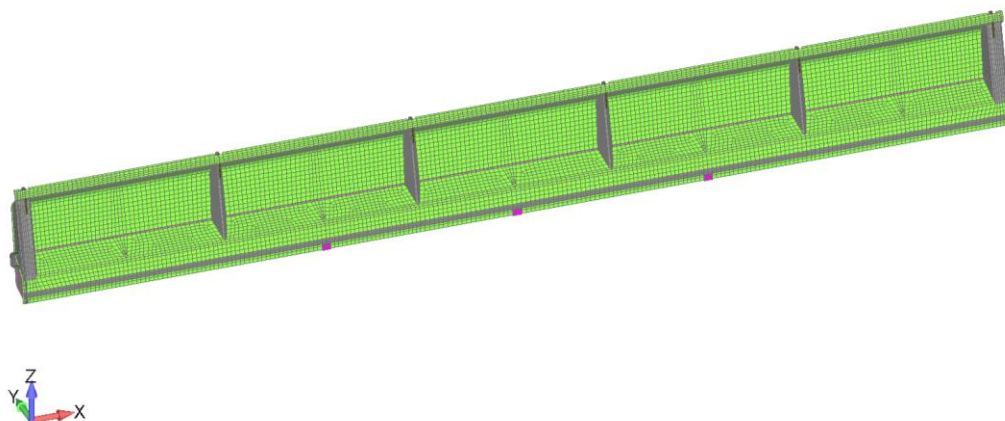
Слика 5.23 Половина 3D модела вагона типа Falns 58m³



Слика 5.24 3D модел постоља вагона типа Falns 58m³



Слика 5.25 3D модел теретног дела вагона типа Falns 58m³



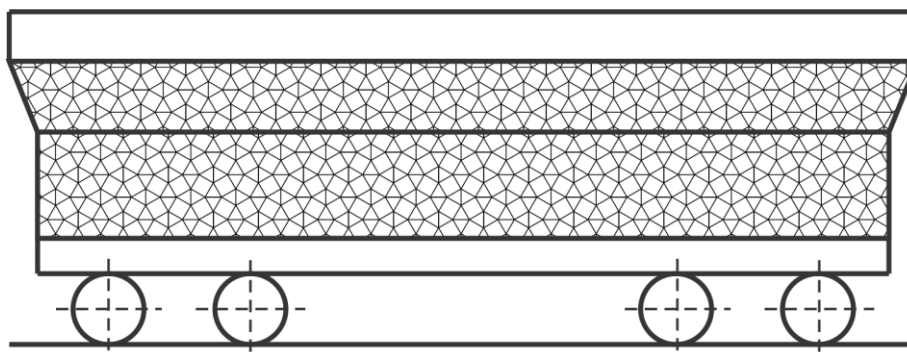
Слика 5.26 3D модел покретне бочне стране вагона типа Falns 58m³

Прорачун вертикалног оптерећења услед насутих материјала који се превозе ради се за вертикалне и нагнуте површине вагона. Карактеристике кречњака дате су у табели T5.9.

Табела T5.9 Карактеристике терета који се транспортује вагонима типа Falns 58m³

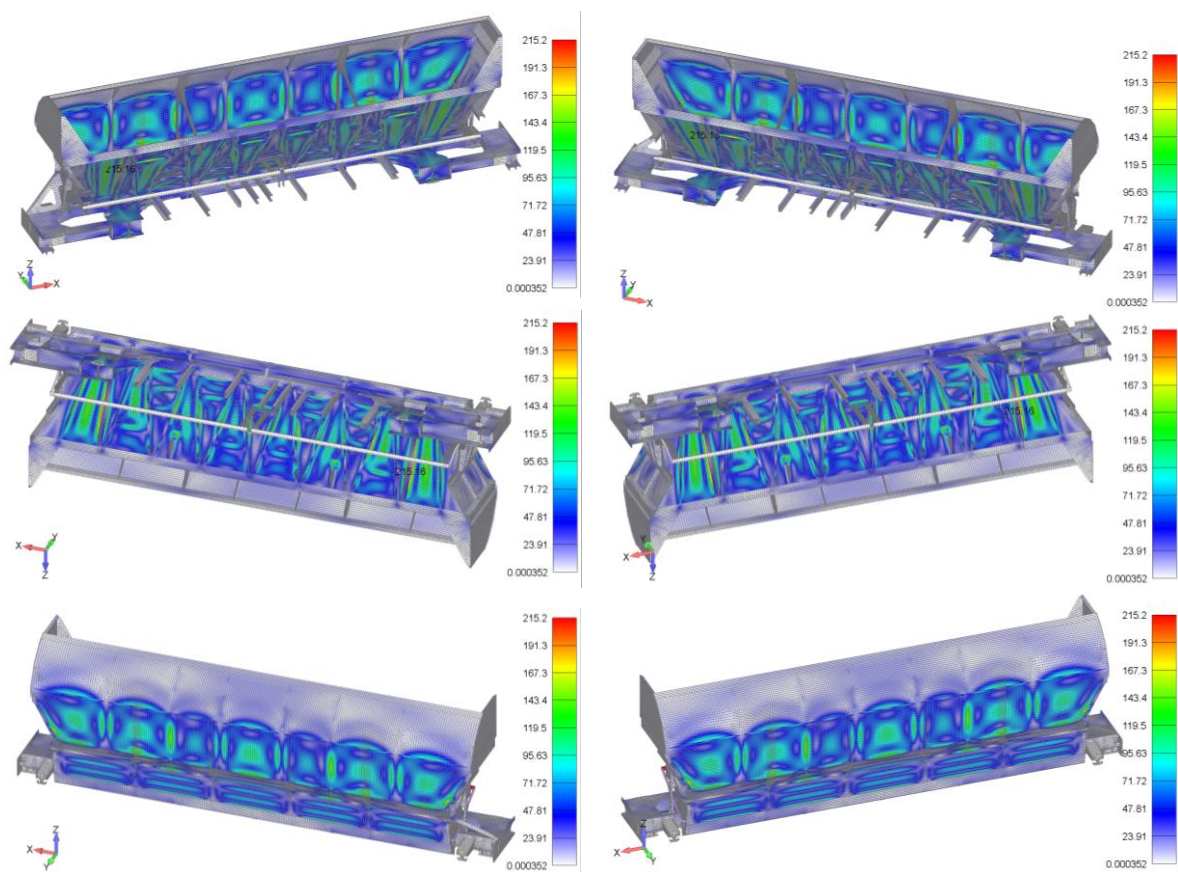
Расути материјал	Густина [kg/m ³]	Угао природног пада [°]	
		Статички	Динамички
Кречњак	1300	45	30

Шематски приказ вагона типа Falns 58m³ натовареног ломљеним каменом чија висина прелази 185mm изнад висине вагона приказан је на слици 5.27.

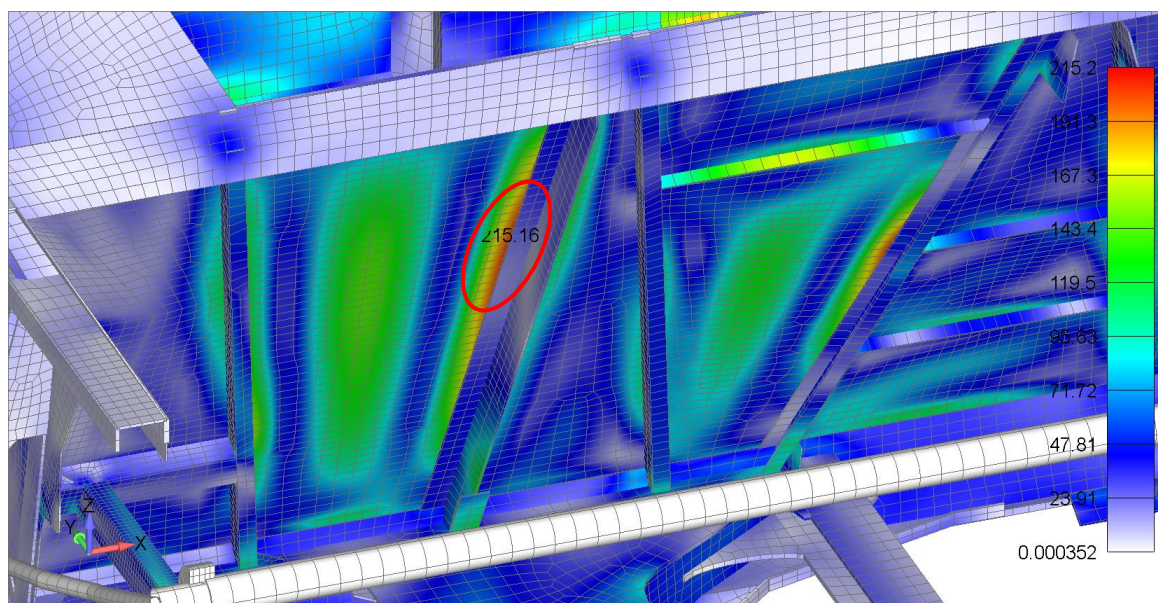


Слика 5.27 Шематски приказ вагона типа Falns 58m³ натовареног каменом

На слици 5.28 приказане су половине модела са добијеним еквивалентним пољем напона у различитим погледима, док је на слици 5.29 приказан део са добијеним најнеповољнијим напоном.



Слика 5.28 Вон Мизесов еквивалентни напон вагона типа Falns 58m³



Слика 5.29 Максимални Вон Мизесов еквивалентни напон вагона типа Falns 58m³

Највећи добијени напон при прорачуну мора да буде у дозвољеним границама и добијене вредности за најнеповољнији случај оптерећења дате су у табели Т5.10.

Табела Т5.10 Максимални Вон Мизесов напон и фактор сигурности за вагон типа Falns 58m³

Слика	Максимални прорачунски напон [МПа]	Фактор сигурности, S_1
5.29	215,2	1,65>1,10

ЗАКЉУЧАК

Железнички транспорт је веома погодан копнени вид транспорта за превоз насутих материјала као што су угаљ, песак, шљунак, кречњак, руде, житарице и други, а карактерише га економичност и енергетска ефикасност. За потребе анализе оптерећења теретних вагона услед насутих материјала који се превозе, потребно је познавати физичка и механичка својства тих материјала. Угао природног пада (угао насипања) φ је угао кога заклапа изводница насипне купе насутог материјала са хоризонталом, али је то уједно и угао унутрашњег трења насутог материјала и на Моровом кругу напона представља угао кога обвојница Моровог круга заклапа са осом нормалног напона. Овај угао је веома значајан за анализу оптерећења вагона од насутих материјала јер се помоћу њега одређује коефицијент притиска λ који је саставни део једначина за одређивање притисака на странице и дно вагона.

За одређивање напонског стања унутар масе насутог материјала користи се Ренкинова теорија бочних притисака тла јер се насути материјали могу посматрати као врста стенских материјала код којих је нарушена кохезија. Исто напонско стање важи и за материјале усуте у бункере и силосе који се већ дуго изучавају и за које стога постоји обимна литература.

Притисци на зидове се одређују полазећи од услова равнотеже сила у вертикалном правцу која се поставља за диференцијални слој насутог материјала. До решења диференцијалне једначине која се на овај начин добија долази се увођењем Јансенових претпоставки.

Нумеричка анализа успешно се ради користећи се методом коначних елемената. За задавање оптерећења од насутих материјала на странице и дно вагона написан је API програм. Анализа вагона урађена је у програму NX Nastran. За формирање мреже коначних елемената моделирањем помоћу елемената љуске и приказ резултата анализе коришћен је програм FEMAP.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Реџић Нермин: Физичка својства материјала: Угао природног нагиба, влажност и густина, семинарски рад, Машински факултет, Универзитет у Тузли, Тузла 2014.
- [2] Гашић Миломир: Транспортни уређаји, Машински факултет Краљево, Универзитет у Крагујевцу, 2010.
- [3] Ћировић Милан: Отпорност материјала I, Машински факултет Крагујевац, Универзитет у Крагујевцу, 2008.
- [4] Квасничка Предраг, Домитровић Дубравко: Механика тла, Рударско геолошко нафтни факултет, Свеучилиште у Загребу, Загреб 2007.
- [5] Гојковић Небојша: Механика стена и тла, Рударско-геолошки факултет Београд, Универзитет у Београду, Београд 2015.
- [6] Michalowski Radoslaw: Coefficient of Earth Pressure at Rest, Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering, ASCE, November 2005.
- [7] EN 1991-4 (2006) (English): Eurocode 1: Actions on structures - Part 4: Silos and tanks, Authority: The European Union Per Regulation 305/2011, Directive 98/34/EC, Directive 2004/18/EC
- [8] Татомировић Милорад: Оптерећења течностима и насутим материјалима, интерни материјал за предавања из предмета Дејства на објекте, Факултет техничких наука Нови Сад, Нови Сад 2010.
- [9] Schulze Dietmar: Powders and Bulk Solids: Behavior, Characterization, Storage and Flow, Springer Science & Business Media, Germany 2007.
- [10] Tomas Jurgen: Silo and bunker pressure calculations, Faculty of Process and Systems Engineering, Otto von Guericke, University Magdeburg, Germany 2014.
- [11] O'Neill James Christopher: Stress distributions in silos and hoppers, Teesside University, England 2016.
- [12] Schwedes Jorg: Review on testers for measuring flow properties of bulk solids (based on an IFPRI-Report 1999), Granular Matter 5, Springer-Verlag, Germany 2003.
- [13] Којић Милош, Славковић Радован, Живковић Мирослав, Грујовић Ненад: Метод коначних елемената I, Машински факултет, Универзитет у Крагујевцу, Крагујевац 2010.
- [14] Milovanović Vladimir, Dišić Aleksandar, Vulović Snežana, Živković Miroslav: Static and fatigue strength analysis of four-axle open top freight wagon with high sides series Eass-z (K), Faculty of Mechanical Engineering in Kragujevac, University of Kragujevac, 2014.
- [15] Milovanović Vladimir, Dišić Aleksandar, Vulović Snežana, Živković Miroslav: Static and fatigue strength analysis of freight wagon type Eamos, Faculty of Mechanical Engineering in Kragujevac, University of Kragujevac, 2014.
- [16] Milovanović Vladimir, Dišić Aleksandar, Vulović Snežana, Živković Miroslav: Static and fatigue strength analysis of optimized 4-axle bogie wagon type Falns 58m³, Faculty of Mechanical Engineering in Kragujevac, University of Kragujevac, 2014.

ПРИЛОГ 1: API програм за одређивање притисака на странице вагона

```
' Izracunavanje pritiska od nasutog materijala
' kreirale: Danijela Pavlovic i Snezana Vulovic
Sub Main ()
    Dim App As femap.model
    Set App = feFemap()
'---- Declare femap objects ----
    Dim e As femap.Elem
    Dim n As femap.Node
    Dim pressSet As femap.Set
    Dim eload As femap.LoadMesh
    Dim neweload As femap.LoadMesh
    Dim ldset As femap.LoadSet
    Dim newldset As femap.LoadSet
'---- Setting femap objects ----
    Set e = App.feElem
    Set n = App.feNode
    Set pressSet = App.feSet
    Set eload = App.feLoadMesh
    Set ldset = App.feLoadSet
    Set neweload = App.feLoadMesh
    Set newldset = App.feLoadSet
' deklarisanje promenljivih
    Dim index, ii, nNode As Long
    Dim ipress, eFace, elD As Long
    Dim npr, pid, idmat, ldsetID, ilpress As Long
    Dim phorx, phory, pverz, prez As Double
    Dim zmax, gust, fka, fak As Double
    Dim cgXYZ, normalXYZ As Variant
'
    Begin Dialog UserDialog 400,200,"Parametri" ' %GRID:10,7,1,1
        OKButton 40,140,120,42
        CancelButton 220,140,120,42
        TextBox 220,14,120,21,.Val1
        TextBox 220,42,120,21,.Val2
        TextBox 220,70,120,21,.Val3
        TextBox 220,98,120,21,.Val4
        text 30,21,180,14,"Visina punjenja [mm]",.Stiff1
        text 30,49,180,14,"tg(45-alfa/2)",.Stiff2
        text 30,77,180,14,"Gustina punjenja [kg/mm^3]",.Stiff3
        text 30,105,180,14,"Set - jedinicni pritisak",.Stiff4
    End Dialog
    Dim dlg As UserDialog
    If Dialog(dlg) = 0 Then
        GoTo OK
    End If
' zapisivanje promenljivih iz dijaloga
    zmax = Val (dlg.Val1)
    fka = Val (dlg.Val2)
    gust = Val (dlg.Val3)
```

```

ilpress = Val (dlg.Val4)
fak=-1.0
,
eload.setID=ilpress
npr = App.Info_Count(FT_SURF_LOAD)
ReDim newpress (npr-1) As Double
rc=pressSet.AddAll(FT_SURF_LOAD)
ipress=pressSet.First
index=0
,
' kreiranje novog load seta
,
ldsetID=newldset.NextEmptyID
newldset.title= "pritisci od nasutog materijala"
newldset.Put(ldsetID)
neweload.setID=ldsetID
,
' petlja po elementima na kojima je zadat pritisak
,
While ipress>0
    rc=eload.Get(ipress)
    elD=eload.meshID
    eFace=eload.FaceNumber
    rc = e.Get(elD)
' koordinate centra stranice elementa
    rc= e.GetFaceCentroid(eFace,cgXYZ)
' vektor normalne na stranicu elementa
    rc= e.GetFaceNormal(eFace,normalXYZ)
' racunanje komponenata pritisaka u dekartovom sistemu
' pritisak se zadaje na elementima cije teziste je ispod visine punjenja
    If (cgXYZ(2) < zmax) Then
        phorx= normalXYZ (0)*fak*gust*9.81*(zmax-cgXYZ(2))*fka
        phory= normalXYZ (1)*fak*gust*9.81*(zmax-cgXYZ(2))*fka
        pverz= normalXYZ (2)*fak*gust*9.81*(zmax-cgXYZ(2))
        prez=phorx*phorx+phory*phory+pverz*pverz
        prez=prez^0.5
    ,
' stampanje pritisaka u novi load set
' zahvaljujem dr Snezani Vulovic na konsultacijama, vremenu i pomoci oko izrade ovog rada
        neweload.type=FLT_EPRESSURE
        neweload.meshID=elD
        neweload.FaceNumber=eFace
        neweload.Pressure=prez
        neweload.Put(neweload.NextEmptyID)
    End If
    index=index+1
    ipress=pressSet.Next
Wend
OK:
End Sub

```