

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Машинске конструкције и механизација

Предмет: Металне конструкције

Број индекса: 47/2011

Александар М. Гајић

Докази при димензионисању металних конструкција

Завршни рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. **Др Весна Марјановић-ментор**

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог рада студент треба да представи основна својства металних конструкција, као и основне доказе за њихово димензионисање.

Препоручена литература:

[1] Петковић З., Острић Д., Металне конструкције у машиноградњи 1, Универзитет у Београду, 1996, ISBN: 86-70803-274-7

[2] Бабин Н., Бркљач Н., Шостаков Р., Металне конструкције, Универзитет у Новом Саду, 2006, ISBN: 86-7892-032-7

[3] Буђевац Д., Марковић З., Богавац Д., Тошић Д., Металне конструкције-основе прорачуна и конструисања, Универзитет у Београду, 1997, ISBN: 86-80049-91-3, ISBN: 86-80049-92-1

Крагујевац, датум

ментор:

Име, презиме и звање ментора

Апстракт:

У почетном делу рада је представљен историјски развој металних конструкција. Затим је сваки од осам захтева, који се још називају и докази, који су потребни за димензионисање неке конструкције детаљно објашњени.

Основни докази су:

- доказ напона;
- доказ еластичне стабилности;
- доказ деформације;
- доказ сигурности веза;
- доказ времена пригушења осциловања конструкције;
- доказ напона у погледу јачине при замору материјала;
- доказ диманичке стабилности;
- доказ сигурности против превртања.

Кључне речи: конструкција, сигурност, челик, доказ, веза

Abstract:

The introduction, in this paper, includes historical development of metal structures. Then, each of the eight demands, which is still called proof, is explained in detailed, that is necessary for the dimensioning of constructions.

The basic proofs are:

- proof of voltage;
- proof of elastic stability;
- proof of deformation;
- proof of connection security;
- proof of the time of attenuation of the oscillation of the structure;
- proof of the voltage in terms of tensile strength;
- proof of dynamic stability;
- proof of safety against overturning.

Key words: construction, safety, steel, proof, connection

Садржај

Увод.....	5
1. Историјски развој металних конструкција.....	7
2. Докази при димензионисању металних конструкција.....	9
2.1 Доказ напона.....	9
2.2 Доказ еластичне стабилности.....	12
2.2.1 Основне теоријске подлоге еластичне стабилности притиснутих штапова	14
2.3 Доказ деформација	22
2.4 Доказ сигурности веза	23
2.4.1 Пример:.....	40
2.5 Доказ времена пригушења осциловања конструкције	44
2.6 Доказ напона у погледу јачине при замору материјала	48
2.7 Доказ динамичке стабилности	52
2.8 Доказ сигурности против превртања	53
Закључак.....	54
Литература.....	56

Увод

Под појмом металне конструкције подразумевају се конструкције које су претежно или потпуно израђене од метала. Сама конструкција се састоји од делова, који уграђени у конструкцију сачињавају функционалну целину. Конструкције се деле према конструисању, изради и примени на [6]:

- Мостове,
- Зграде,
- Транспортна средства (бродови, авиони, шинска возила, аутомобили),
- Конструкције индустријских постројења (дизалице, транспортери, багери, резервоари, постоља...)

Као материјал израде се у металним конструкцијама у највећој мери користи челик а затим алуминијум.

На основу облика елемената, конструкције се могу поделити на:

- Решеткасте конструкције
- Лимене конструкције

Појам металне конструкције потиче из области грађевинарства и везан је превасходно за материјал од кога се конструкција израђује. Уствари, разматрају се специфичности: прорачуна, пројектовања и израде носећих структура конструкција широког спектра намене, како у грађевинарству, тако и у машинству.

Имајући у виду изузетно широк спектар производних достигнућа машинске технике, где носећа структура представља скелет пројектоване машине, постоји велика тежња да она буде што рационалнија у смислу што мање сопствене масе.

Овај процес је достигао свој највећи градијент тек у другој половини XIX века, када су развојем компјутерске технике овладале моћне методе структурне анализе, технологије израде и стварања нових материјала.

Прорачун носећих структура конструкција користи методе засноване на принципима механике чврстог деформабилног тела.

Димензионисање металних конструкција се изводи на бази познавања распореда спољашњих дејстава (сила и момената) и аналитичког утврђивања распореда унутрашњих сила и момената, односно простирања напрезања унутар конструкције. Ови утицаји се одређују на основу теорија отпорности (еластичности) материјала. Одређивање распореда оптерећења унутар конструкције врши се методама анализе статике и динамике конструкција. Утврђивање способности конструкције да пренесе задате утицаје, врши се на основу карактеристика уграђеног материјала - допуштених напона. Допуштени напони су прописани за челичне

конструкције и одредјују се у функцији изабраног материјала и карактера спољашњег оптерећења. Карактер оптерећења носећих конструкција машина, тешких возила и разноврсне друге опреме је статички и динамички. Особине понашања материјала при статичком оптерећењу основа су за одређивање свих врста дозвољених напона [7].

1. Историјски развој металних конструкција

Руда гвожђа се у природи углавном јавља као ферит, магнетит, хематит, лимонит и пирит. Да би се гвожђе могло користити руда се мора ослободити знатних процената нечистоћа. Дуги низ година су археолози покушавали да одгонетну тајну о томе ко је био проналазач гвожђа и његове израде. Међутим ни најстарији списи не дају одговор на ово питање, јер они говоре како је сваки стари културни народ добијао своје знање о добијању гвожђа од неког божанства или некакве мистериозне личности. При истраживању велике Кеопсове пирамиде 1837. године, Енглеz Хил (*Hill*) је у њеним зидинама пронашао парче гвожђа, чија старост достиже око 5000 година, а које се као највећа реткост чува у Британском музеју у Лондону. Добијање метала у Кини и Индији било је познато од давнина, тако да је цар Ју (*Yu*), 2000 година пре нове ере, добијао од становника Тибета гвожђе као данак. Од Јевреја, Феничана, Јермена и других старих народа пренета је вештина израде метала у најстарије културне државе Европе [3].

Вештина ливења гвожђа и гвоздених предмета старим народима није била позната, јер се ливено гвожђе јавља тек почетком XV века и то махом за израду топова. Све до средњег века гвожђе се добијало редукцијом помоћу дрвеног угља у рововима или ниским шахтним пећима изграђеним од блата и ломљеног камена, а касније и у већим пећима. У XV веку из шахтних пећи је развијена висока пећ, која је због довода ваздуха помоћу водом покретаних мехова могла бити загрејана на вишу температуру. Тек проналаском поступка добијања сировог гвожђа помоћу кокса у високим пећима 1735. године омогућена је већа производња сировог гвожђа, а тиме и његова шири примена.

Примена гвожђа у грађевинским конструкцијама била је углавном ограничена на побољшање познатих техника спајања елемената. Употреба ексера датира још од првог миленијума пре нове ере. Завртњевци почињу да се користе од средине XVI века, а подвезице од кованог гвожђа за спајање елемената дрвене грађе од XVII века. До пред крај XVIII века ливено гвожђе углавном је коришћено за алате и ратну технику, тако да познатих примера употребе гвожђа као главног материјала за носеће конструкције нема све до касних година XVIII века, осим изузетно ретких случајева у којима је гвожђе једноставно замењивало дрво, камен или опеку.

Прва носећа конструкција од гвожђа у свету подигнута је у периоду 1777-1779. године у месту Колбрукдејл у Енглеској преко реке Северно од стране Абрахама Дарбија. Мост је лучни, распона 30,6 m, са стрелом од 13,7 m. Мост се састоји од пет сегментних лукова на три зглоба на размаку од 1,5 m. Лукови су изливени из две половине. У мост је уграђено 378 t гвожђа. Мост је и данас у употреби и служи за пешачки саобраћај.

Прописи, прорачуни и пројектовање конструкција нису појмови који су блиски првим конструкторима и градитељима у историји, мада им то није сметало да подигну велелепне објекте којима се и данас дивимо. Они су углавном били вођени интуицијом, примерима из природе, пропорцијама и сличношћу а првенство искуством. Управо то искуство подпомогнуто развојем теоријских дисциплина, механике и отпорности материјала, доводи и до првих рачунских метода. Крајем XIX века установљен је математички апарат за моделирање понашања металних конструкција у домену линеарно-еластичног понашања.

Имајући у виду да се челик до достигања границе развлачења понаша по Хуковом закону као идеално еластичн материјал, достигање напона на граници развлачења означено је као почетак лома конструкције односно критеријум за њено димензионисање. На овој претпоставци заснована је теорија допуштених напона.

Дуги низ година прописи за прорачун металних конструкција били су засновани на концепту допуштених напона. Савремени начини прорачуна који се постепено уводе у нашу земљу а увелико су заживели у Европској унији последњих тридесетак година, засновани су на теорији граничних стања, коју прописују најновији европски стандарди-ЕВРОКОДОВИ. Ове промене настале су пре свега због тежње конструктора да се приближе реалном понашању челичних конструкција и искористе пост-еластичне резерве које челик као изразито еласто-пластичан материјал поседује. Граничним стањима се називају она стања конструкције чијим достигањем, односно прекорачењем, конструкција престаје да испуњава прописане услове носивости или употребљивости, и могу се поделити на две суштински различите групе: гранична стања носивости (*ULS – Ultimate Limit State*) и гранична стања у употребљивости (*SLS – Serviceability Limit State*).

2. Докази при димензионисању металних конструкција

При димензионисању конструкција потребно је испунити одређене захтеве који се називају докази како би усвојено решење остварило своју намену.

Основни докази су [1]:

- доказ напона;
- доказ еластичне стабилности;
- доказ деформације;
- доказ сигурности веза;
- доказ времена пригушења осциловања конструкције;
- доказ напона у погледу јачине при замору материјала;
- доказ диманичке стабилности;
- доказ сигурности против превртања.

2.1 Доказ напона

Доказ напона представља најчешће основни критеријум, њиме се упоређује рачунско напонско стање конструкције са неким допуштеним напоном [1].

За рачунање допуштеног напона на основу резултата добијених затезањем епрувета (аксијално напрезање), потребно је сложено напонско стање у конструкцији изразити преко неког фиктивног аксијалног напона, да би упоређивање било адекватно.

Фиктивни аксијални напон назива се упоредним напоном и његова форма се мењала током историје, пратећи развој науке из отпорности материјала. Најбоље поклапање рачунских и експерименталних резултата показала је хипотеза највећег рада утрошеног на промену облика (VI хипотеза), коју је поставио Хубер (1904), а разрадили је Вон Мисес (1913) и Хенки (1924).

За тродимензионално напонско стање, упоредни напон износи:

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 \right] + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (2.1)$$

За двоосно (раванско) стање напона, упоредни напон износи:

$$\sigma_u = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \quad (2.2)$$

При томе морају бити испуњени и парцијални услови:

$$\sigma_x \leq \sigma_{\text{dop}} \sigma_y \leq \sigma_{\text{dop}} \tau_{xy} \leq 0,577 \sigma_{\text{dop}} \quad (2.3)$$

Упоредни напон за двоосно напонско стање може бити већи од допуштеног напона код претежно мирног оптерећења за максимално 10%.

За једноосно напонско стање, упоредни напон износи:

$$\sigma_u = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad (2.4)$$

Доказ напона у било ком од напонских стања гласи:

$$\sigma_u \leq \sigma_{\text{dop}} \quad (2.5)$$

Допуштени напон се утврђује на основу података добијених истезањем епрувете од одговарајућег материјала и утврђивањем напона границе течења – R_e и затезне чврстоће – R_m .

За конструктивне угљеничне челике који се примењују за носеће конструкције допуштени напони се рачунају у односу на напон границе течења, подељеног са степеном сигурности зависним од случаја оптерећења.

$$\sigma_{\text{dop}} = \frac{R_e}{v_i} \quad (2.6)$$

Степени сигурности износе:

- $v_i = 1,5$ за I случај оптерећења
- $v_i = 1,33$ за II случај оптерећења
- $v_i = 1,20$ за III случај оптерећења

Када се за носећу конструкцију примењују микролегирани челици, допуштени напони се рачунају према изразу:

$$\sigma_{\text{dop}} = \frac{R_{p0,2} + R_m}{v_{pi}} \quad (2.7)$$

Где је $R_{p0,2}$ конвенционални напон границе течења.

У овом случају степени сигурности су следећи:

- $v_{p1} = 3,66$ за I случај оптерећења
- $v_{p2} = 3,25$ за II случај оптерећења
- $v_{p3} = 2,69$ III случај оптерећења

Вредности за напон границе течења конструктивних угљеничних челика се усвајају из таблица. Променом границе течења са дебелином материјала, усвајањем дебелина лимова одређује се и одговарајући допуштени напон који опада са повећањем дебелине лима.

Доказ напона заснива се на “методи допуштених напона”. У циљу спровођења прецизнијих прорачуна примењује се и “метода граничних стања”. Под граничним стањем се сматра стање, када конструкција губи своју експлатациону способност услед појава које су на пример претходно набројане при доказима.

Код методе граничних стања је уведен фактор сигурности, као производ више утицаја специфичних за ту врсту конструкције:

$$K_b = m_1 m_2 m_3 \quad (2.8)$$

Фактор сигурности је променљив и одређује се посебно за сваку конструкцију, док је степен сигурности увек исти и у крајњем случају представља специјални случај фактора сигурности.

Недостатак фактора сигурности је потреба за прецизнијим познавањем фактора везаних за израду и експлатациону одговорност конструкције у смислу последица њеног лома, што представља извесну произвољност, тако да најчешће упросечени производ фактора који чине укупни фактор сигурности свде његове вредности на оне које има степен сигурности, а што се констатује и код стандарда JUS U. E7.081/1986.

При провери чврстоће, форма писања израза по методи граничних стања је у облику:

$$\frac{K_b \sigma_r}{R_e} \leq 1 \quad (2.9)$$

где су: σ_r - рачунски нормални напон,

K_b - фактор сигурности.

Гранични напон у конструкцији, при коме она још увек остварује своју функцију, по овом критеријуму је напон границе течења R_e . При провери стабилности плоче код двоосног напонског стања, избочавање је спречено ако је задовољена неједначина:

$$\bar{\sigma}^2 = \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_{ux}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_{uy}} \right)^2 - \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_{ux} \sigma_{uy}} + \left(\frac{\tau}{\tau_u} \right)^2 \leq 1 \quad (2.10)$$

где су:

σ_x , σ_y , τ - напони од спољњег оптерећења помноженог фактором сигурности K_b (факторисано оптерећење),

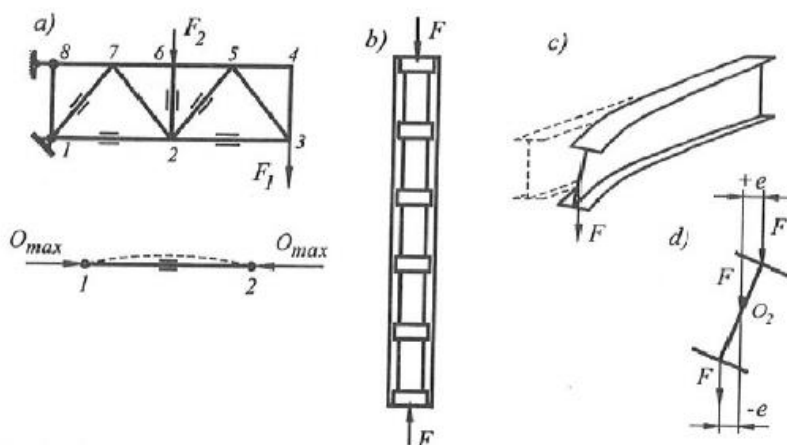
σ_{ux} , σ_{uy} , τ_u - гранични напони избочавања према стандарду SRPS U. E7. 121/1986.

2.2 Доказ еластичне стабилности

Еластична стабилност је појава везана за понашање елемената конструкције (штапови, носачи, лимови...) напрегнутих на притисак. Ако су елементи конструкције стабилни, онда је величина оптерећења толика, да изазива њихову деформацију у границама неизменљивости карактера њихове улоге у конструкцији. Губитком еластичне стабилности долази до појаве значајних деформација елемената конструкције (извијање, избочавање...), које мењају облик оптерећења (јављају се допунски моменти савијања), тако да до лома конструкције долази и са знатно мањим оптерећењем од оног које задовољава критеријум доказа напона [1].

Према томе, доказ еластичне стабилности је обавезан у следећим карактеристичним случајевима:

- Притиснути штапови код решеткастих носача (слика 1, а));
- Стубови (слика 1, б));
- Носачи *I* облика (ваљани или лимени) изложени савијању у смислу њихове провере на бочно извијање (слика 1, с));
- Локална стабилност лимова код лимених носача (слика 2).

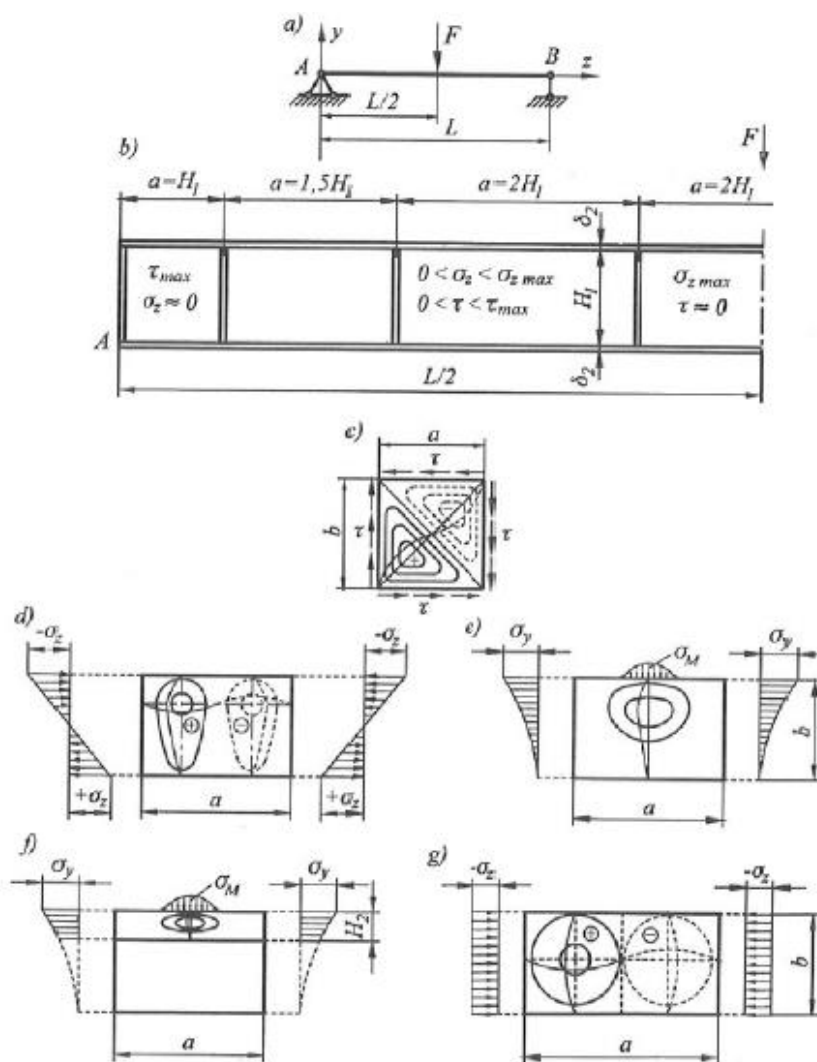


Слика 1: а) решеткасти носач, б) стуб, ц) *I* профил [1]

Провера лимених или ваљаних носача *I* пресека на бочно извијање врши се због њихове мале торзионе крутости, карактеристичне за отворене танкозидне профиле. Без обзира што је носач оптерећен на савијање у равни своје највеће савојне крутости (слика 1. с)), услед бочног извијања притиснутог појаса долази до појаве увијања, тако да носач губи општу стабилност и равански облик свога савијања.

На величину критичног напона који одговара тренутку губљења стабилности, утиче положај оптерећења у односу на центар увијања O_2 . Очигледно, дејство силе по горњем појасу ствара момент који повећава увијање носача, док га положај оптерећења на доњем појасу смањује, тако да је први случај оптерећивања најнеповољнији и даје мању вредност критичног оптерећења.

Кутијасти носачи су због затворене контуре торзионо неосетљиви, па се код њих проверава само локална стабилност лимова на избочавање.



Слика 2: Могући случајеви напрезања и губитка стабилности лимова код кутијастих носача и вертикалног лима отворених осносиметричних лимених носача [1]

Слика 2, c) - доминантан утицај код ослонаца носача услед оптерећења је трансверзална сила, услед које се јавља највећи тангенцијални напон (τ_{max}) у вертикалном лиму носача. Величина момента савијања је веома мала, па је $\sigma_z \approx 0$ (слика 2, b)). Губитак стабилности, односно максимално избочавање лима се одвија дуж дијагонале поља, па је због тога постављено вертикално укрућење на растојању $a=H_1$.

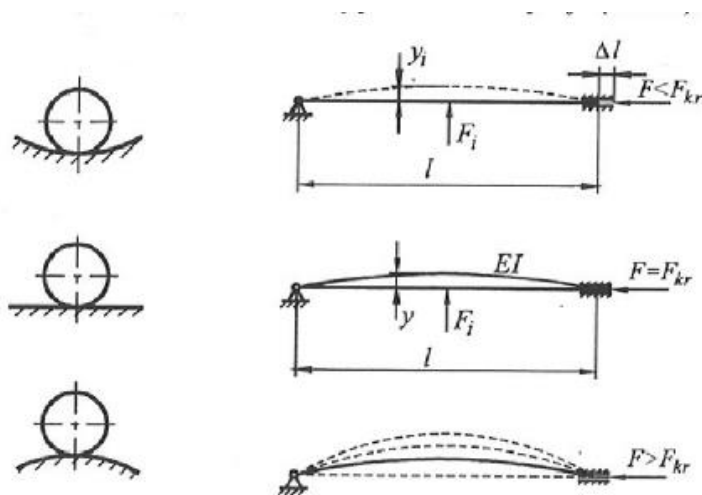
Слика 2, d) - услед оптерећења доминантан утицај у средини распона носача је момент савијања. Зато је у средњем пољу носача нормални напон максималан ($\sigma_{z,max}$), док је трансверзална сила минимална, па је $\tau \approx 0$ (слика 2b)). Губитак стабилности вертикалног лима носача настаје у зони притискајућих норманих напона ($-\sigma_z$). Дужина таласа избочавања лима (плоче) је једнака растојању између вертикалних укрућења $a= 2H_1$.

Слика 2, с), f) - овде је приказан утицај локалног дејства оптерећења за поље без подужних укрућења, односно за поље са подужним укрућењем (слика 2, f)), на могућност његовог избочавања. Уградњом хоризонталног укрућења знатно се повећава стабилност лима против избочавања.

Слика 2, g) – притиснути појас кутијастих носача се услед момента савијања може исто избочити, односно изгубити стабилност.

2.2.1 Основне теоријске подлоге еластичне стабилности притиснутих штапова

Равнотежа апсолутно крутог тела може бити: стабилна, индиферентна и лабилна. Карактеристични модел за илустровање ових равнотежних стања је кугла на конкавној, равној и конвексној површини котрљања (Слика 3).



Слика 3: Притиснути штапови [1]

У положају стабилне равнотеже, према *Langraž – Dirihleovoј* теореме, потенцијална енергија има минимум, доказује се померањем кугле уз конкавну површину и њеним враћањем у почетни положај, када је потенцијална енергија најмања.

Аналогно, ако је штап притиснут силом (F) која је мања од критичне силе (F_{kr}), он се налази на стабилној равнотежи задржавајући своју праволинијску форму. Прав облик штапа одговара минимуму енергије, јер ако на штап делујемо неком попречном силом (F_i) стварајући утиб (y_i) (а услед њега и аксијално померање Δl), након престанка дејства силе (F) штап се враћа у првобитни прав облик. Дакле, величина силе (F) је толика, да није у стању да одржи штап у савијеном положају после престанка дејства силе (F_i), пошто је створена унутрашња потенцијална енергија савијања (ΔU) већа од спољњег рада ($T = F\Delta l$). Промена потенцијалне енергије у близини положаја стабилне равнотеже је позитивна величина ($\Delta\Pi = \Delta U - \Delta T > 0$), јер је већа од оне коју штап има у самом положају стабилне равнотеже, када је потенцијална енергија минимална.

Даљим повећањем силе (F) долази се до ситуације, да при деловању на прав штап са додатном силом (F_i), штап задржава извијену форму и после уклањања силе (F_i). Значи да је величина силе (F) толика, да штап има два могућа облика равнотеже: прав или мало извијен. Ову вредност силе називамо критичном, односно ($F = F_{kr}$). У овом случају ради се о индиферентној равнотежи за коју је ($\Delta\P = 0$), односно ($\Delta U = \Delta T$).

Оваква, мало извијена форма штапа под дејством критичне силе је био модел, који је први Ојлер 1774. године математички описао и одредио величину критичне силе, која као што је познато износи:

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{l} \quad (2.11)$$

Ово се исто добија ако се сила (F) мало повећа преко (F_{kr}), штап ће се благо извити и успоставити равнотежу само у извијеној форми. Ако при константној вредности силе која је извила штап и успоставила равнотежу, делујемо са попречном силом (F_i) као и у претходним случајевима, при томе стварајући мало дупунско бочно померање, након уклањања попречне силе (F_i) штап ће се вратити у почетни извијени равнотежни положај.

Даље повећање силе (F) доводи до све већег извијања штапа, јер се услед угиба штапа поред притискујуће силе појавио и значајан момент, тако да веома брзо долази до лома штапа, односно до губитка стабилности. Овај случај одговара лабилној равнотежи, јер је ($\Delta\P < 0$) односно, ($\Delta U - \Delta T < 0$).

При извођењу Ојлерове формуле претпоставља се следеће:

- штап је у почетном положају идеално прав,
- положај нападне тачке силе је идеално центричан,
- материјал штапа је хомоген и изотропан, па Хуков закон неограничено важи.

Ојлерово решење је у тренутку свога појављивања имало само теоријски значај, јер се односило само на витке штапове уз претходно наведене претпостављене услове, које ондашње конструкције израђене преваходно од дрвета или камена, због релативно мале чврстоће материјала и самим тим пунијих пресека према својој дужини, нису изискивале.

Технолошким развојем у производњи челка почиње масовна градња носећих конструкција са витким елементима.

Искуство је показало, да је до отказивања извесног броја првих конструкција дошло због недовољне, еластичне стабилности витких елемената, тако да се том проблему поново свестрано пришло, како експериментално тако и теоријски.

Сва досадашња истраживања се могу поделити у две етапе [1]:

1. Класична теорија еластичне стабилности идеалних штапова.
2. Еластична стабилност реалних штапова са геометријским и структурним имперфекцијама.

2.2.1.1 Класична теорија еластичне стабилности идеалних штапова

Ојлер је започео прву етапу, а прве експерименте са кратким стубовима је извршио *Baušinger* 1887. године. Иако је извршио релативно мали број експеримената уочио је да се извијање стубова мора одвојено посматрати у еластичној или пластичној области [1].

Извијање челичног штапа у еластичној области је у случају, када је напон у штапу мањи од напона границе пропорционалности (R_p), тј. важи Хуков закон, а самим тим и Ојлерова формула за критичну силу извијања. Критична сила извијања (F_{kr}) зависи од услова ослањања на крајевима штапа. За штапове са различитим условима ослањања од базног (обострано зглобно ослоњен штап), уводи се ефективна дужина извијања штапа, дефинисана стандардом JUS U. E7. 086/1986.

$$l_i = \beta l \quad (2.12)$$

где је β – коефицијент дужине извијања ($0,5 \leq \beta \leq \alpha$).

Критичан напон извијања, који одговара критичној сили извијања износи:

$$\sigma_{ki} = \frac{F_{kr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{l_i^2 A} = \frac{\pi^2 E i^2}{l_i^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (2.13)$$

где су: I , i – минимални момент, односно полупречник инерције пресека,

A – бруто површина попречног пресека штапа,

$\lambda = \frac{l_i}{i}$ – виткост штапа.

Виткост штапа, када је критичан напон једнак напону границе пропорционалности, добијамо из израза (2.13)

$$\lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{R_p}} \quad (2.14)$$

Напон границе пропорционалности је за конструктивне угљеничне челике обично ($R_p \approx 0,8R_e$), па су границе виткости које деле области еластичног или пластичног извијања штапова, за уобичајено коришћне челике, следеће:

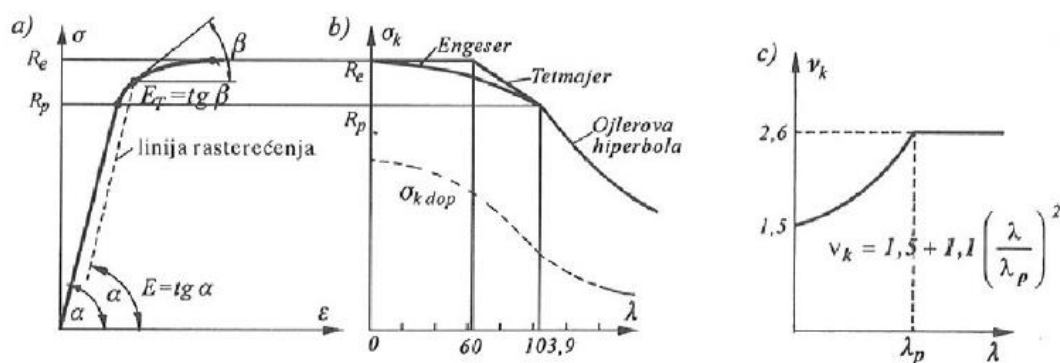
Табела 1: Вредности извијања штапова за одређене врсте челика [1]

	$R_e \text{ kN/cm}^2$	$R_p \text{ kN/cm}^2$	λ_p
Č0361	24	19.2	103.9
Č0362			
Č0363			
Č0561	36	28.8	84.8
Č0562			
Č0563			

Модул еластичности челика је за напоне мање од (R_p) константан ($E = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$), тако да критични напон зависи само обрнуто пропорционално од виткости (λ).

Крива линија, којом је представљена ова зависност, назива се Ојлеровом хиперболом (слика 4, b)).

Извијање штапова са виткостима мањим од (λ_p) наступа када напон у штапу пређе границу пропорционалности, тј. дешава се у зони криволинијског дела дијаграма ($\sigma - \varepsilon$), а у напонском интервалу од (R_p) до (R_e).

Слика 4: Зависност R_p и R_e од λ [1]

Испитивања које је спровео *Tetmajer* 1896. године, покушала су да дефинишу везу између критичног напона и виткости у пластичној области, која је са гледишта градње конструкције изузетно значајна. Он је предложио линеарне зависности између (σ_k) и (λ).

Даља истраживања је наставио *Engeser* 1889. године, побољшавајући теорију извијања у пластичном подручју. У првобитном прилазу је посматрајући дијаграм ($\sigma - \varepsilon$) увео у нелинеарној – пластичној области променљиви тангентни модул еластичности (E_t). Задржавајући Бернулијеву хипотезу о равним пресецима при савијању, применио је исти модел као и Ојлер за еластично подручје, тако да је добио формално исти израз за критичну

силу извијања, само са тангентним модулом (E_T) уместо константног модула еластичности (E).

Тангентни модул (E_T) је једнак нагибу тангенти на криву ($\sigma - \varepsilon$). Ако је за материјал дат дијаграм напона притиска и дилатације ($\sigma - \varepsilon$) (слика 4, а)), за било коју вредност (σ) може се одредити (E_T). Узимајући низ вредности за (σ_k) те добијајући одговарајуће (E_T), може се из израза

$$\lambda = \pi \sqrt{\frac{E_T}{\sigma_k}} \quad (2.15)$$

одредити одговарајућа виткост. На тај начин успостављена је веза између критичног напона и виткости, а која се може представити кривом на дијаграму ($\sigma_k - \lambda$) (слика 4, б)). На ово *Engeserovo* решење, *Jasinski* је 1985. године ставио примедбу да није испоштовао понашање челичног материјала при његовом растерећењу из пластичне области које се дешава по правој линији, дакле са константним модулом (E).

Растерећење се јавља у делу попречног пресека на конвексној страни извијеног штапа, пошто је он оптерећен на притисак и савијање (услед кога постоје затегнута влакна). Други део попречног пресека штапа је напрегнут услед оба оптерећења само на притисак и пластифицира са тангентним модулом (E_T). Узимајући ову примедбу у обзир *Engeser* је кориговао своју теорију 1895. године, уводећи редуковани модул (E_R), чија се вредност налази између (E_T) и (E).

Engeserova истраживања је експериментално потврдио и дефинитивно формулисао све изразе *Karman* 1910. године, па се ово назива *Engeser – Karmanova* теорија стабилности притиснутих штапова.

На извесне противуречности ове теорије је указао *Šanli* 1946. Године, мада његова истраживања имају углавном само теоретски прилог, због проширивања дефиниције критичне силе у пластичној области. Према његовом предлогу, требало би *Engeserovi* силу са тангентним модулом (E_T) узимати као основу за димензионисање притиснутих штапова.

Допуштени критични напони се добијају дељењем критичног напона са степеном сигурности, који је у пластичној зони променљив, а у еластичној зони константан (Слика 4, с)).

$$\sigma_{k,dop} = \frac{\sigma_k}{\nu_k} \quad (2.16)$$

Код нас је све до 1981. године био у употреби ω – поступак, заснован на *Ojlerovoj* формули за извијање у еластичном подручју, а на *Engeser – Šanlijevoj* формули са тангентним модулом за извијање центрично притиснутог штапа у пластичном подручју. Овај поступак је уведен ради димензионисања притиснутих штапова слично затегнутим, тако да доказ еластичне стабилности у овом случају гласи:

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \sigma_{k,dop} \frac{\sigma_{dop}}{\sigma_{dop}} = \frac{\sigma_{dop}}{\omega} \rightarrow \omega \frac{F}{A} \leq \sigma_{dop} \quad (2.17)$$

где су: σ_{dop} - допуштени напон на затезање материјала штапа

$\omega = \frac{\sigma_{\text{dop}}}{\sigma_{\text{k,dop}}}$ – коефицијент извијања који је зависно од врсте челика и виткости (λ) израчунат и дат табеларно.

2.2.1.2 Еластична стабилност реалних штапова са геометријским и структурним имперфецијама

1. Геометријске имперфекције су:

- одступања у геометрији попречног пресека штапа,
- одступање реалне осе штапа од идеалне праве линије која спаја тежишта крајњих пресека штапа,
- ексцентричности уношења притискујуће силе.

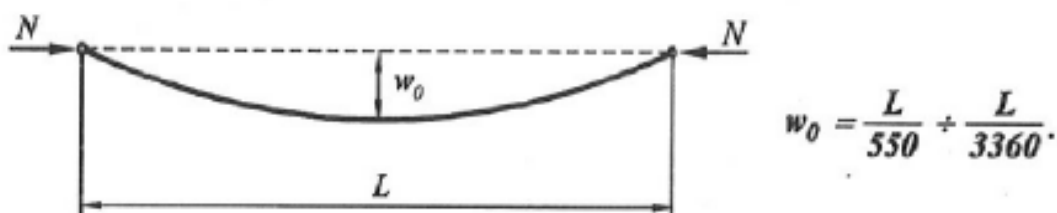
2. Структурне имперфекције су:

- променљивост вредности механичких карактеристика материјала у тачкама попречног пресека штапа,
- појава заосталих напона насталих при изради штапа.

Одступања у геометрији попречног пресека у односу на његове стандардизоване вредности, настају услед хабања ваљака при изради ваљаних профила [1].

Такође, произвођачи ради уштеде материјала, подешавају ваљке на минимално толерисану меру. Мерења I профила су показала, да су одступања у висини и ширини профила релативно мала у односу на одступања дебљине појасева (тањи од номиналног) и ребра (дебље од номиналног). Статистички подаци показују, да је више од 50% вредности геометријских карактеристика попречног пресека испод номиналних стандардизованих вредности.

Услед неравномерног загревања и хлађења у фази израде, долази до кривљења профила и одступања осе штапа од идеалне праве која спаја тежишта крајњих пресека. Мерењима је установљено да је ово одступање у границама:



Слика 5: Одступање осе штапа од идеалне праве [1]

Ексцентрицитет притискујуће силе у односу на тежиште пресека штапа потиче углавном услед конструктивних потешкоћа центисања штапа, и његове везе са осталим деловима конструкције.

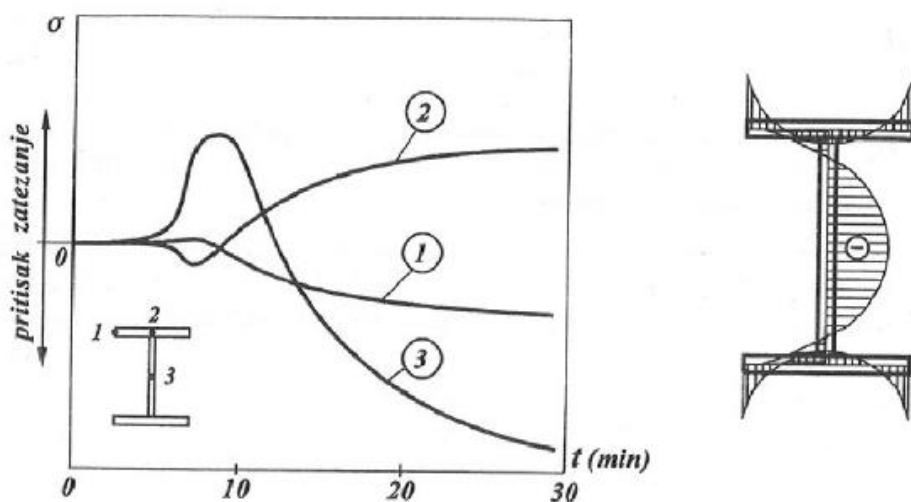
Због неједнаке дебљине контуре попречног пресека, распоред механичких карактеристика (R_e , R_m , A [%]) је променљив, јер на њих утичу услови загревања, хлађења, као и интензитет и начин ваљања.

Познато је да напон границе течења опада са повећањем дебљине елемента, па појасеви *I* профила имају мање (R_e) од вредности коју има ребро, пошто је оно тање. Ово одступање зависи од врсте профила и креће се од $7 \div 20\%$.

Заостали напони се углавном јављају услед уношења топлоте у процес израде профила. Због различите дебљине контуре пресека, поједини делови се брже хладе. Ова неравномерност хлађења има доминантан утицај на стварање заосталих напона. Мерења код профила са широким појасевима HE 200 В су показала, да се ребро као најтањи део најбрже хлади. У почетку, створена охлађена зона у средини ребра је услед скупљања напрегнута на затезање, али каснијим хлађењем централног дела појаса, које окружују на неки начин ребро, долази до укупног скупљања профила, тако да ће охлађени део централног дела ребра бити на крају напрегнут на притисак. Иско тако, крајеви појасева се брже хладе од његовог централног дела који се спаја са ребром, тако да ће на крају и они бити напрегнути на притисак, док је средина појасева и део ребра напрегнут на затезање.

Заостали напони у ваљаним профилима се стварају и приликом исправљања профила у хладном стању, да би се постигле жељене толеранције у геометрији.

Код профила израђених од лимова заваривањем, заостали напони зависе и од начина да ли су лимови добијени топлим ваљањем трака или гасним сечењем. Заварени *I* профил од ваљаних трака имају заостали напон притиска на крајевима ножица, а од гасно резаних трака имају на крајевима појасева заостали напон затезања.



Слика 6: Распоред напона код *I* профила [1]

Присуство напона притиска смањује носивост, односно отпорност на извијање, па *I* профили израђени од гасно сечених трака имају већу носивост на притисак.

Приликом заваривања се на месту вара уноси велика количина топлоте, услед чега се на том месту поништавају заостали напони. Приликом хлађења настаје скупљање материјала и појава заосталих напона.

Код сандучастих профила, заостали напони затезања се јављају у угловима на месту шавова, док се заостали напони притиска јављају на срединама лимова.

Вредности заосталих напона не зависе много од врсте челика, као и од места где се пресек налази дуж штапа, већ доминантан утицај има геометрија попречног пресека.

За разлику од идеалних правих штапова, када се под дејством притискујуће силе посматра њихов еластично стабилан извијен облик, код реалних штапова се поставља проблем носивости штапа с обзиром на укључене имперфекције, које стварају сложено напонско стање услед напрезања притиска и савијања. Исцрпљеност носивости штапа настаје у тренутку достизања напона границе течења у неком попречном пресеку штапа.

2.3 Доказ деформација

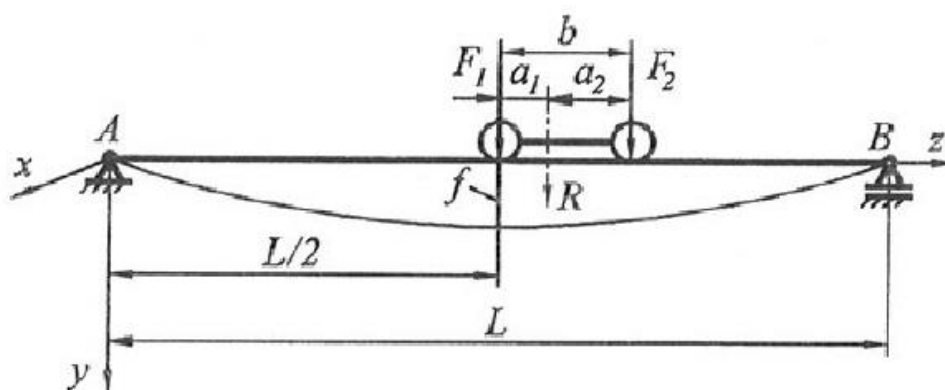
Испуњавање овог доказа значи остваривање потребне крутости конструкције, која остварује поуздан рад њених механизма, односно машине, обезбеђујући жељену функционалност конструкције [1].

Претерано витке конструкције могу да у раду појаве нежељена допунска статичка и динамичка оптерећења, која могу да доведу до лошег и кратког експлоатационог рада машине.

Дакле, ограничавајућом вредношћу статичког угиба конструкције, остварују се повољности за њена добра експлоатациона својства.

Доказ деформација (угиба) спроводи се према критеријуму:

$$f \leq f_{\text{доп}} \quad (2.18)$$



Слика 7: Угиб [1]

Угиб главног носача услед покретног оптерећења (точкови колица), када су у општем случају притисци точкова различити ($F_1 > F_2$) и када је F_1 у средини распона, износи:

$$f = \frac{F_1 L^3}{48EI_x} [1 + \alpha(1 - 6\beta^2)] \quad (2.19)$$

где су: $\alpha = \frac{F_2}{F_1} \leq 1$, $\beta = \frac{b}{L}$,

EI_x – савојна крутост носача.

Постављањем силе F_1 у средину распона учињена је занемарљива грешка, јер би егзактно силу F_1 требало поставити за $a_1/2$ лево од средине распона, пошто у том положају две везане силе остварују максималан момент савијања носача али би се непотребно компликовао израз за угиб.

Допуштени угиб одређујемо према изразу:

$$f_{\text{доп}} = k \cdot L \quad (2.20)$$

2.4 Доказ сигурности веза

Конструкција се ствара спајањем елемената који су претходно, сагласно радионичкој документацији, обрађени на потребну меру. Спојеви елемената или делова сложене конструкције, могу бити раздвојиви или нераздвојиви. Раздвојиви спојеви се остварују вијцима и чеповима, а нераздвојиве везе се остварују закивцима и шавовима. Примена закивка је данас потиснута широком применом преднапрегнутих вијака, који немају особину самоодвртања обичних вијака код динамички оптерећених конструкција, тако да ће главни акценти код доказа веза бити усмерени на вијчане и заварене везе [1].

Вијчане везе

Према начину преношења оптерећења у вези, вијчане везе се деле у две основне групе:

- 1) Обични вијчани спојеви без претходног притезања вијка;
- 2) Спојеви са преднапрегнутим вијцима.

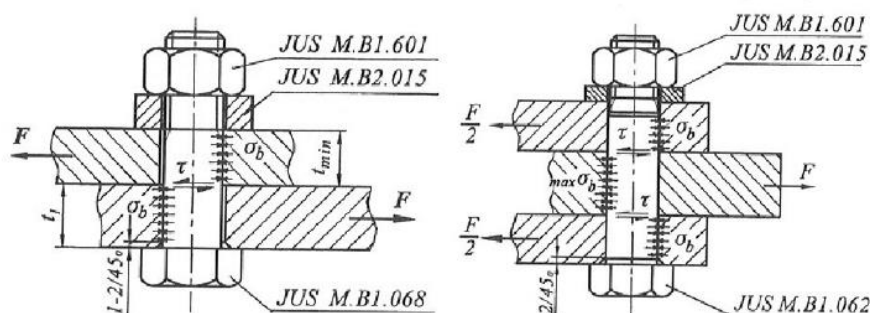
1) Обични вијчани спојеви без претходног притезања вијка

Преношење оптерећења код ових вијчаних веза остварују се смицањем врата вијка или контактним притиском врата вијка на зид отвора.

Према величини зазора врата вијка и отвора постоје два типа вијака код обичних веза:

- Вијци без тачног налегања – ознака О, код којих је зазор између врата и отвора $\Delta d \leq 1\text{mm}$.
- Вијци са тачним налегањем – ознака ОТ, код којих је зазор између врата и отвора $\Delta d \leq 0,3\text{mm}$.

Због бољег попуњавања отвора и мањих померања у вези, допуштени напони за ОТ вијке су већи од одговарајућих за О вијке. На слици 8 су приказана напонска стања код једносечног О вијка и двосечног ОТ вијка.



Слика 8: Напонска стања једносечног О вијка и двосечног ОТ вијка [1]

Пречник отвора који се буши у склопу лименог пакета је увек код О и ОТ вијака за 1mm већи од називног пречника навоја. Код вијака са тачним налегањем пречник стабла вијка је за 1,2mm већи од називног пречника навоја, па стабло треба обрадити на стругу, тако да се постигне зазор између стабла и отвора од 0,2 до 0,3mm.

На глави вијка, а и на навртки, утиснуте су бројчане ознаке класе чврстоће, на пример 5.6. Ова ознака представља карактеристике чврстоће материјала вијка и значи да је у овом случају затезна чврстоћа $R_m = 50 \text{ kN/cm}^2$, а граница течења $R_e = R_m \cdot 0,6 = 50 \cdot 0,6 = 30 \text{ kN/cm}^2$. Одговарајући материјали класа чврстоће вијака приказани су у табели 2:

Табела 2: Материјали за одређене класе чврстоће [1]

Класа чврстоће		МАТЕРИЈАЛ	$R_m \left[\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right]$
ВИЈАК	НАВРТКА		
4.6	4	Č.0370	40
5.6	5	Č.0545	50
5.8	5	Č.1330	50
6.6	6	Č.0645	60
6.8	6	Č.1430	60
6.9	6	Č.1530	60
8.8	8	Č.1730	80
10.9	10	Č.4130	100
12.9	12	Č.4732	120
14.9	14	Č.5431	140

Означавање вијака на цртежима приказано је у табели 3.

Табела 3: Означавање вијака на цртежима [1]

Називни пречник	M12	M16	M20	M22	M24	M27	M30
О							
ОТ							

Оријентациони максимални пречник вијка у зависности од дебљине елемента који се наставља, одређујемо емпиријски изразом:

$$d_{(cm)} \approx \sqrt{5t_{min}(cm)} - 0,2 \quad (2.21)$$

где је t_{min} - најтањи елемент у вези.

Доказ сигурности веза са вијцима без тачног налегања (необрађеним вијцима) – ознака "О" и вијцима са тачним налегањем (обрађени вијци) ознака "ОТ", врши се тако што се услед спољњег оптерећења одреде величине утицаја по једном вијку у вези и са њима израчунају величине радних напона у вијку. Добијене вредности радних напона (τ , σ_b , σ_z) се упоређују са допуштеним вредностима датим у табелама. Доказ сигурности ових вијчаних веза подразумева испуњавање следећих услова:

$$\tau \leq \tau_{dop}, \sigma_b \leq \sigma_{b,dop}, \sigma_z \leq \sigma_{z,dop} \quad (1) \quad (2.22)$$

При истовременом дејству напона смицања и затезања, треба поред парцијалних услова (1) да буде испуњен и услов:

$$\left(\frac{\tau}{\tau_{dop}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{z,dop}}\right)^2 \leq 1, \text{ (JUS U. E7.140/I 1991.)} \quad (2.23)$$

Допуштени напони смицања и затезања врата вијка рачунају се према затезној чврстоћи (R_m) вијка. Допуштени контактни притисак између врата вијка и зида отвора одређује се на основу допуштеног напона основног материјала σ_{dop} .

Табела 4: Вијци без тачног налегања – необрађени "О" [1]

Врста напона (kN/cm^2)	I случај оптерећења				II случај оптерећења			
	за спајање делова од челика							
	Č.0361	Č.0451	Č.0561		Č.0361	Č.0451	Č.0561	
	Č.0362	Č.0452	Č.0562		Č.0362	Č.0452	Č.0562	
	Č.0363	Č.0453	Č.0563		Č.0363	Č.0453	Č.0563	
$\sigma_{b,dop}$ притисак на зид отвора	1,70 $\sigma_{dop I}$				1,70 $\sigma_{dop II}$			
	27	31,5	41		30,5	35	45	
τ_{dop} СМИЦАЊЕ	0,28 R_m				0,315 R_m			
	4.6	5.6	6.8	8.8	4.6	5.6	6.8	8.8
$\sigma_z dop$ ЗАТЕЗАЊЕ	11,2	14	16,8	22,4	12,6	15,7	18,9	25,2
	11	13,7	16,5	22	12,5	15,6	18,8	25
	0,275 R_m				0,312 R_m			

Табела 5: Вијци са тачним налегањем – "ОТ" [1]

Врста напона <i>(kN/cm²)</i>	I случај оптерећења				II случај оптерећења			
	за спајање делова од челика							
	Č.0361	Č.0451	Č.0561		Č.0361	Č.0451	Č.0561	
	Č.0362	Č.0452	Č.0562		Č.0362	Č.0452	Č.0562	
	Č.0363	Č.0453	Č.0563		Č.0363	Č.0453	Č.0563	
<i>σ_{b,dop}</i> притисак на зид отвора	2,0 <i>σ_{dop I}</i>				2,0 <i>σ_{dop II}</i>			
	32	37	48		36	41	53	
<i>τ_{dop}</i> СМИЦАЊЕ	0,35 <i>R_m</i>				0,40 <i>R_m</i>			
	4.6	5.6	6.8	8.8	4.6	5.6	6.8	8.8
<i>σ_{z dop}</i> ЗАТЕЗАЊЕ	14	17,5	21	28	16	20	24	32
	11	13,7	16,5	22	12,5	15,6	18,8	25
	0,275 <i>R_m</i>				0,312 <i>R_m</i>			

Уколико се примене високовредни вијци у спојевима без претходног притезања, допуштени напони за вијке класе чврстоће 10.9 су дати у табели 6.

Табела 6: "О" и "ОТ" вијци класе чврстоће 10.9 [1]

Врста напона (kN/cm^2)	I случај оптерећења		II случај оптерећења	
	За спајање делова од челика			
	Č.0361	Č.0561	Č.0361	Č.0561
	Č.0362	Č.0562	Č.0362	Č.0562
	Č.0363	Č.0563	Č.0363	Č.0563
$\sigma_{b\ dop}$ О - вијци	28	42	32	47
$\sigma_{b\ dop}$ ОТ - вијци	32	48	36	54

τ_{dop} О - вијци	24	27
τ_{dop} ОТ - вијци	28	32
$\sigma_{z dop}$	27,5	31,2

За вијке 12.9 вредности из табеле 6 се множе коефицијентом 1,2. Изрази за вредности радних напона вијака су:

- смичући напон $\tau = \frac{F_S}{mA}$ (2.24)

- напон притиска врата вијка на зид отвора $\sigma_b = \frac{F_S}{d(\sum t)_{min}}$ (2.25)

- напон затезања вијка:

а) веза оптерећења силом $\sigma_z = \frac{F_{zl}}{A_s}$ (2.26)

б) веза оптерећена моментом $\sigma_z = \frac{M_s}{I_\alpha} h$ (2.27)

где су: F_S - оптерећење једног вијка попречно на његову подужну осу;

$A = \frac{d^2 \pi}{4}$ - површина пресека стабла вијка, када је раван смицања изван навоја;

$A = A_s$ - површина смицања је једнака испитном пресеку при затезању вијка у случају када је раван смицања у зони навоја;

m - број равни смицања;

d - пречник стабла необрађеног вијка, односно пречник отвора за вијке са тачним налагањем.

$(\sum t)_{min}$ - најмања укупна дебљина лимова који на истој страни притискују стабло вијка;

F_{zl} - оптерећење једног вијка услед силе паралелне подужној оси вијка (сила затезања вијка);

M_s - момент који оптерећује вијке на затезање код везе под углом;

I_α - момент инерције радних површина код везе под углом, за осу $\alpha - \alpha$ око које се веза може окренути;

h - растојање крајњег вијка везе под углом у односу на осу $\alpha - \alpha$.

Испитни пресек $A_s = \left(\frac{d_2 + d_3}{2}\right)^2 \frac{\pi}{4}$, дефинисан је према стандардима JUS M. B0.014 и JUS M. B1.023 (вредности су приказане у табели 7).

Табела 7: Испитни пресек [1]

Md	M12	M16	M20	M22	M24	M27	M30
$A_S(cm^2)$	0,843	1,570	2,450	3,030	3,530	4,590	5,610

Врло често се уместо радних напона користи форма доказа преко моћи ношења вијка, која у ствари користи исте претходно наведене изразе за радене напоне. При томе моћ ношења вијка представља силу коју вијак може да пренесе када у њему напон достигне допуштену вредност (τ_{dop} , σ_{bdop} , σ_z). Доказ се врши упоређивањем силе моћи ношења са силом по једном вијку услед задатог оптерећења.

$$\begin{aligned}
 F_t &= m \cdot A \cdot \tau_{dop} \geq F_S \\
 F_\sigma &= d \cdot (\sum t)_{min} \cdot \sigma_{bdop} \geq F_S \\
 F_z &= A_s \cdot \sigma_{zdop} \geq F_{zl}
 \end{aligned}
 \tag{2.28}$$

Спојеве са преднапрегнутим вијцима

Спојеве са преднапрегнутим високовредним вијцима преносе оптерећење помоћу силе трења између тарних површина у споју.

Контролисаним притезањем вијка момент – кључем, остварује се сила затезања у врату вијка која ствара притисак између тарних површина, односно одговарајућу силу трења.

Снажним притезањем навртке, поред затезања врата вијка, јавља се истовремено и његово увијање услед момента насталог због трења у навојном пару. Да би се могло остварити ово високо преднапрезање вијка, тако да је номинална класа чврстоће за преднапрегнуте вијке 10.9.

Код обичних преднапрегнутих вијака – ознака VV, зазор између отвора и врата вијка за претежно мирне (грађевинске) конструкције је $\Delta d = 1 \div 3mm$. Код дизалица, тороних багера итд., је због динамичког оптерећења $0,3 < \Delta d < 1mm$.

Доказ сигурности везе представља упоређење носивости VV вијка према величини спољњег оптерећења. Уколико дође до повећања оптерећења, па оно буде веће од остварене силе трења, доћи ће до клизања у вези и врат вијка ће се наслонити на зид отвора. На овај начин, оптерећење ће се преносити поред силе трења и преко врата вијка.

Уколико се примене вијци са тачним налегањем у преднапрегнутом споју – ознака VVT, онда се стално јавља претходна комбинована моћ ношења. Преднапрегнути вијци због знатне силе трења у навојном пару немају особину самоодвртања навртке при динамичком оптерећењу, а што није случај код обичних вијчаних веза које треба посебним мерама обезбедити од самоодвртања навртке.

Утицајна зона притиска између лимова у вези повољно утиче на смањење утицаја концентрације напона услед отвора, јер се оптерећење преноси великим делом ван самог отвора.

Преднапрегнути вијци имају у односу на обичне вијке ширу главу, ширу навртку и већи радијус заобљења преласка врата ка глави вијка. На овај начин је у односу на обичне вијке повећана носивост за око 20%.

Због потребе доброг налегања, убацује се подлошка и испод главе вијка (испод навртке је обавезна). Уколико се вијци уграђују на појасеве ваљаних “Г” и “У” профила, треба уградити поред равних и косе подлошке.

Табела 8: Означавање преднапегнутих вијака [1]:

Називни пречник	M12	M16	M20	M22	M24	M27	M30
VV							
VVT							

Да би се избегла евентуална забуна око ознака вијака, треба на радионичким цртежима дати легенду примењених ознака.

У зависности од конфигурације везе и њеног положаја према оптерећењу, постоје два општа карактеристична случаја оптерећења вијка:

- оптерећење делује управно на подужну осну вијка;
- оптерећење делује у правцу подужне осе вијка.

Ова оптерећења могу да буду и комбинована. У првом случају, када оптерећење делује управно на подужну осу вијка, основни начин његовог преношења је остварен помоћу силе трења и ово се односи на VV вијке.

Уколико су примењени вијци са тачним налегањем VVT, онда се поред тарног споја јавља и преношење оптерећења преко додира врата вијка и зида отвора – TST спој

Носивост једног VV вијка у TS споју износи:

$$F_{TS} = \frac{\mu \cdot F_P}{v_2} m \quad (2.29)$$

где су: F_P - сила претходног притезања вијка,

μ - коефицијент трења између тарних површина,

ν_2 – коефицијент сигурности против приклизавања споја,

m - број тарних површина у споју (аналоган броју смичућих површина код О и ОТ вијака).

$$F_p = \nu_1 \cdot R_{p0,2} \cdot A_s \quad (2.30)$$

ν_1 – коефицијент којим се обезбеђује да упоредни напон остане у границама еластичног напрезања вијка. Он представља реципрочну вредност производа два коефицијента који су обухватили утицаје истовременог дејства увијања вијка и стварање напонске резерве у вијку у односу на границу течења. С обзиром да је коефицијент трења у навојном пару $K=0,14 + 0,16$, усвајајући $K= 0,16$, може се усвојити $\nu_1 = 0,7$.

$R_{p0,2}$ - конвенционални напон границе течења материјала вијка.

A_s - испитни пресек вијка при затезању (JUS M. B1.023) који је дат у табели (3.20).

Уобичајена класа чврстоће VV и VVT вијака је 10.9 ($R_{p0,2} = 90 \text{ kN/cm}^2$). Силе и моменти претходног притезања за ове вијке су приказани у табели (9).

Момент претходног притезања вијка је израчунат према изразу:

$$M_u = F_p \cdot K \cdot d \quad (2.31)$$

За VV вијке класе чврстоће 8.8 треба вредности из табеле 9 помножити са коефицијентом 0,7, а за VV вијке 12.9 са коефицијентом 1,2.

Табела 9: Силе и моменти претходног притезања VV вијака [1]

$d[\text{mm}]$	$A_s[\text{cm}^2]$	$F_p[\text{kN}]$	$M_u[\text{Nm}]$
M12	0,843	53	102
M16	1,57	99	253
M20	2,45	154	493
M22	3,03	191	672
M24	3,53	222	852
M27	4,59	289	1495
M30	5,61	353	1694

Коефицијент трења између тарних површина зависи од начина обраде и стања тарних површина у време оптерећења споја. Његове најчешће остварене вредности приказане су у табели 10:

Табела 10: Најчешће остварене вредности коефицијента трења [1]

Начин обраде належућих (тарних) површина			μ	
			Č.0361	Č.0561
			Č.0362	Č.0562
			Č.0363	Č.0563
Тарне површине	незаштићене	Без посебне обраде (тачка 1.1)	0,30	0,30
		Чишћење пламеном (тачка 1.2)	0,40	0,40
		Чишћење млазом абразива (тачке 1.3 и 1.4)	0,50	0,50
	заштићене	Површине очишћене млазом абразива, а потом заштићене превлаком од легуре алуминијума (тачка 1.7) ¹⁾	0,50	0,50
¹⁾ Може се користити и неко друго заштитно средство, уз услов да се његова својства – добра антикорозиона заштита и постојаност коефицијента трења – претходно докажу.				

Коефицијент сигурности против проклизавања код дизаличних конструкција, где је зазор $0,3 < \Delta d \leq 1mm$, износи:

$\nu_2 = 1,4$ за I случај оптерећења;

$\nu_2 = 1,25$ за II и III случај оптерећења.

Контактна носивост вијка износи:

$$F_b =_{\text{doz}} \sigma_b \cdot \sum t \cdot d \quad (2.32)$$

Дозвољени контактни напон одређује се према граници течења основног материјала, чије су вредности дате у табели 11.

Табела 11: Дозвољени контактни напон [1]:

	Č.0361 Č.0362 Č.0363		Č.0561 Č.0562 Č.0563	
Случај оптерећења	I	II, III	I	II, III
	$2R_e$	$2,25R_e$	$2R_e$	$2,25R_e$
$\text{doz}\sigma_b(\text{kN/cm}^2)$	48	54	72	81

Σt - најмања укупна дебљина лимова који на исту страну притискају стабло вијка;

d - пречник стабла вијка у TS споју када веза проклиза, односно пречник отвора у лиму код TST споја.

Ако је веза са преднапрегнутим вијцима напрегнута и у правцу подужне осе врата вијка са силом F_z по једном вијку, онда се носивост тарног споја смањује и износи:

$$F_{TS}^* = \frac{\mu(F_P - F_Z)}{\nu_2} m \quad (2.33)$$

При томе затежуће оптерећење F_z може да буде највише (у зависности од случаја оптерећења):

$$F_{zI} \leq 0,6F_P, F_{zII} \leq 0,7F_P, F_{zIII} \leq 0,8F_P \quad (2.34)$$

Носивост VVT вијка у TST споју износи:

$$F_{TST} = F_b + 0,25F_{TS} \quad (2.35)$$

односно,

$$F_{TS}^* = F_b + 0,25F_{TS}^* \quad (2.36)$$

Докази сигурности веза са преднапрегнутим вијцима износе:

$$\text{-VV вијци: } F_{TS} \geq F_1, F_{TS}^* \geq F_1, F_b \geq F_1 \quad (2.37)$$

$$\text{-VVT вијци: } F_{TST} \geq F_1, F_{TS}^* \geq F_1 \quad (2.38)$$

F_1 – је оптерећење управно на осу врата једног вијка,

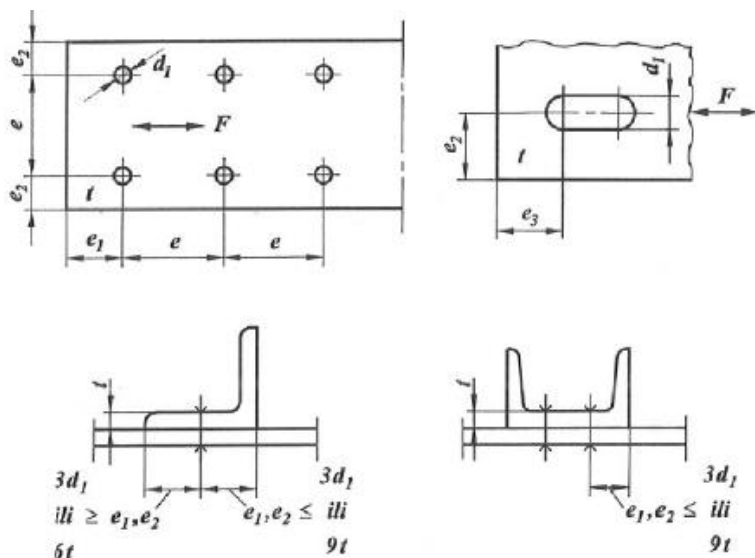
При појави затежућег оптерећења F_z морају бити испуњени услови:

$$F_{zI} \leq 0,6F_P, F_{zII} \leq 0,7F_P, F_{zIII} \leq 0,8F_P \quad (2.39)$$

Распоред вијака

За носеће вијке, као и конструктивне вијке у притиснутим штаповима и укрућењима ребра, међусобно растојање вијака треба усвојити:

$$e_{min} = 3d_1 \text{ или } 8d_1 \text{ или } 15t$$



Слика 9: Распоред вијака [1]

За носеће вијке, у правцу дејства силе $e_{max} = 6d_1$, јер већа близина вијака подразумева бољу равномерност расподеле оптерећења. Максималан број вијака у једном реду, код веза где је оптерећење управно на врат вијка, износи $6 \div 7$.

Растојање између средишта отвора и ивице у правцу дејства силе износи:

$$e_{1min} = 2d_1 - \text{за кружне отворе,}$$

$$e_{3min} = 1,5d_1 - \text{за овалне отворе,}$$

$$e_{1min} = (3d_1 \text{ или } 6t) - \text{када је ивица обично извршена,}$$

$$e_{1min} = (3d_1 \text{ или } 9t) - \text{када је ивица укрућена (превијена),}$$

$$e_{3min} = e_{1max}.$$

Растојање између средишта отвора и ивице попречно на правац дејства силе:

$$e_{2min} = 1,5d_1 - \text{за кружне и овалне отворе,}$$

$$e_{2max} = (3d_1 \text{ или } 6t) - \text{када је ивица обично извршена,}$$

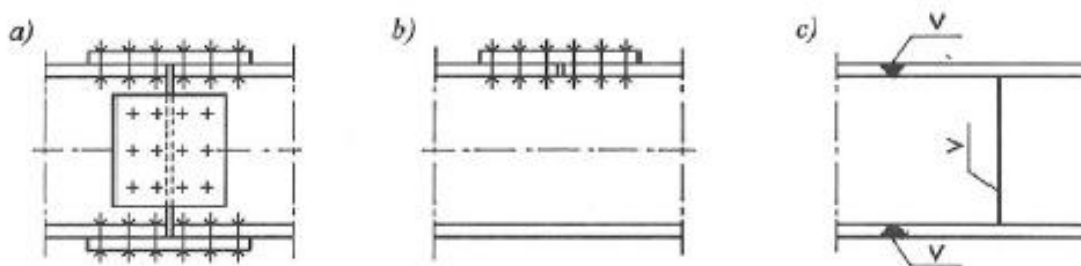
$$e_{2max} = (3d_1 \text{ или } 9t) - \text{када је ивица укрућена (превијена)}$$

Врсте наставка

Независно од врсте везног средства (вијци, заваривање), настављање неког штапа или носача може бити извршено помоћу два конструктивна решења:

Ако се у једном пресеку настављају сви саставни елементи штапа или носача, онда је то универзални наставак (слика 10 а)).

Ако се у једном пресеку настављају само поједини саставни елементи штапа или носача, онда је то парцијални наставак (слика 10 б, с))

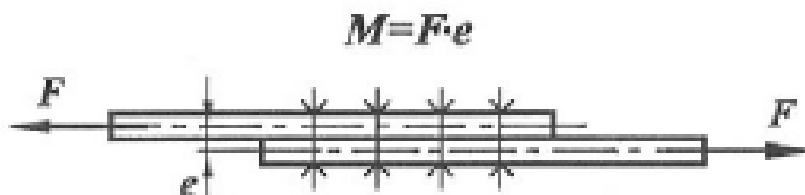


Слика 10: Врсте наставка [1]

У зависности да ли се наставак извршава на градилишту или у радионици, разликујемо према месту извршавања наставка монтажни и радионички наставак.

Наставак се може остварити:

а) преклапањем елемената (слика 11)



Слика 11: Веза код елемената који се преклапају [1]

Услед непоклапања тежишних линија елемената, веза је ексцентрична и овакви наставци се примењују само код споредних веза.

б) сучељавањем елемената и то као:

- 1) једнострано покривен наставак (слика 12 а));
- 2) обострано покривен наставак (слика 12 б)).



Sl. 3.22

Слика 12: Веза код сучеоних елемената [1]

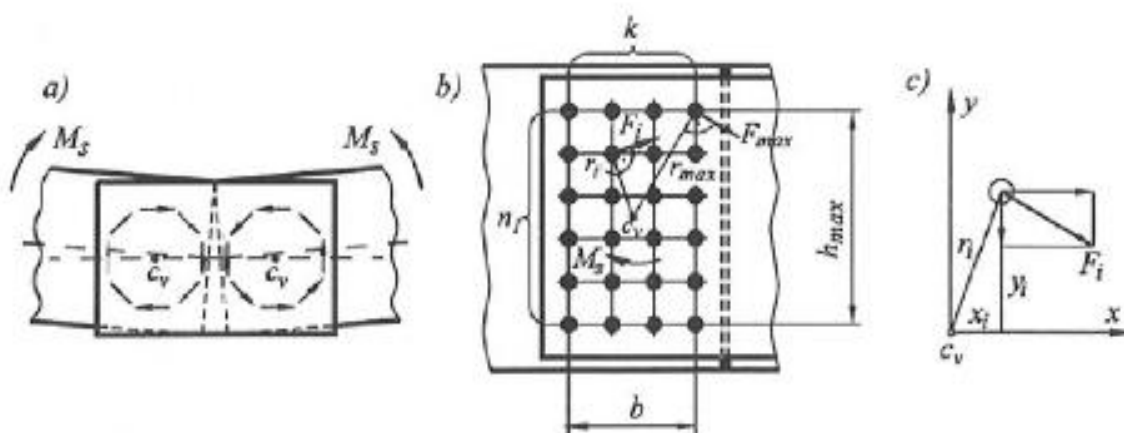
Обострано покривен сучеони наставак је симетричан и представља право решење при настављању, јер нема момента ексцентричности.

За једну подвезицу ослабљену са три отвора напон износи:

$$\sigma_{III} = \frac{F_{III}}{2(bt_1 - 3d_1t_1)} \quad (2.40)$$

Одређивање оптерећења вијака код наставка оптерећених моментом

Момент савијања који дејствује у равни лимова наставка, тежи да окрене везу око њеног тежишта c_v .



Слика 13: Вијци оптерећени моментом [1]

У сваком вијку се услед спољњег оптерећења јавља сила, управна на линију повучену из тежишта везе до осе вијка. Деформација сваког вијка је пропорционална његовом удаљењу од тежишта везе, па је самим тим и оптерећење сваког вијка истог карактера. Сума момената припадајућих сила сваком вијку је једнака спољашњем моменту M_S .

$$M_S = \sum_{i=1}^{kn_1} F_i \cdot r_i \quad (2.41)$$

k – број вертикалних редова вијака,

n_1 - број вијака у једном вертикалном реду.

За димензионисање, односно доказ сигурности везе, меродавна је највећа сила, а то се односи на најудаљенији вијак од тежишта везе. Због пропорционалности сила и растојања, свака сила се може изразити преко највеће силе, односно:

$$F_i = F_{max} \frac{r_i}{r_{max}} \quad (2.42)$$

Заменом $F_i = F_{max} \frac{r_i}{r_{max}}$ у $M_S = \sum_{i=1}^{kn_1} F_i \cdot r_i$ добија се оптерећење најудаљенијег вијка:

$$F_{max} = M_S \frac{r_{max}}{\sum_{i=1}^{kn_1} r_i^2} \quad (2.43)$$

Ако се ова спољашња сила подели са одговарајућом површином ношења вијка на смицање A_τ , или на контактни притисак између врата вијка и омотача отвора A_σ , добиће се одговарајући напони у вијку:

$$\tau = M_S \frac{r_{max}}{A_\tau \sum_{i=1}^{kn_1} r_i^2} \quad (2.44)$$

$$\sigma_b = M_S \frac{r_{max}}{A_\sigma \sum_{i=1}^{kn_1} r_i^2} \quad (2.45)$$

Како су: $A_\tau = m \frac{d_1^2 \pi}{4}$, $A_\sigma = d(\sum t)_{min}$, $r_i^2 = x_i^2 + y_i^2$, онда имениоци израза представљају поларне моменте инерције радних површина вијака.

$$I_0 = \int_A r^2 dA, I_{0\tau} = A_\tau \sum_{i=1}^{kn_1} r_i^2, I_{0\sigma} = A_\sigma \sum_{i=1}^{kn_1} r_i^2 \quad (2.46)$$

Овај начин рада назива се "прорачун према полаарном моменту вијка" и универзалног је карактера у односу на геометрију везе и њене глобалне габарите (однос h_{max}/b).

Код уских, а високих вијчаних веза, када је $h_{max}/b > 2$, може се величина x_i^2 занемарити, па је $r_i^2 \sim y_i^2$, $r_{max} \sim y_{max}$, тако да су све силе у вијцима паралелне (x) оси (слика 14). Оптерећење у крајњем вијку у овом случају износи:

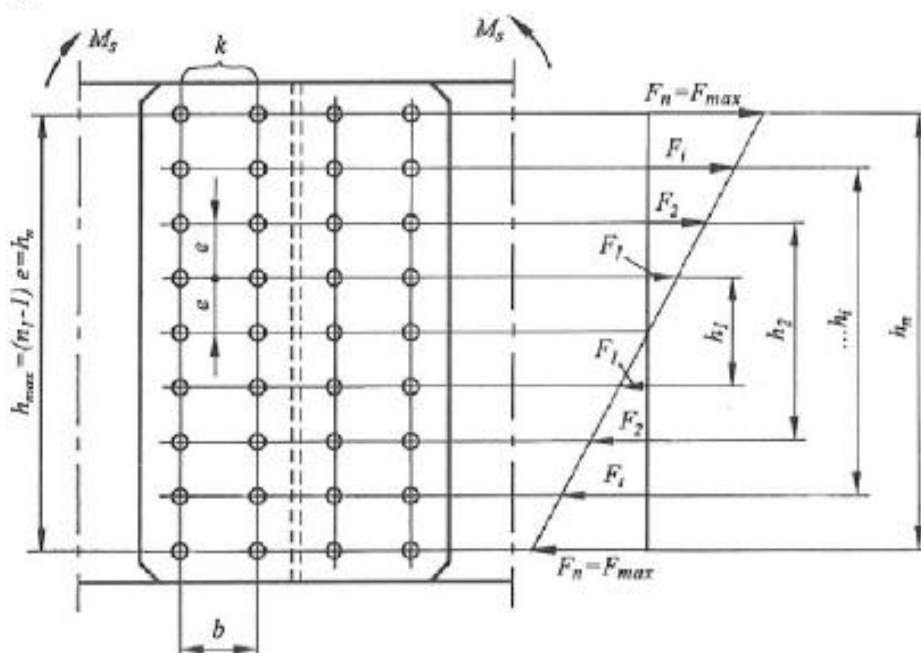
$$F_{max} = M_S \frac{y_{max}}{\sum_{i=1}^{kn_1} y_i^2} \quad (2.47)$$

Ако аналогно претходном поделимо ову силу са одговарајућим радним површинама A_σ и A_τ , имениоци у изразима за напоне τ и σ_b представљаће њихове аксијалне моменте инерције.

$$I_x = \int_A y^2 dA, I_{x\tau} = A_\tau \sum_{i=1}^{kn_1} y_i^2, I_{x\sigma} = A_\sigma \sum_{i=1}^{kn_1} y_i^2 \quad (2.48)$$

Овакав прорачун се назива "прорачун према аксијалном моменту вијака" и важи за општи случај било да је веза симетрична или не.

У специјалном случају, када је размак између вијака у сваком вертикалном реду исти, веза ће бити симетрична у односу на подужну осу (x), тако да се израз $F_{max} = M_S \frac{y_{max}}{\sum_{i=1}^{kn_1} y_i^2}$ још поједностављује, а расподела сила по сваком вертикалном реду је праволинијска.



Слика 14: Силе у вијцима [1]

k – број паралелних редова,

n – број спрегова.

$$M_S = (F_1 h_1 + F_2 h_2 + \dots + F_i h_i + \dots + F_n h_n) k; \quad (2.49)$$

$$F_1 = F_n \frac{h_1}{h_n}, F_2 = F_n \frac{h_2}{h_n}, F_i = F_n \frac{h_i}{h_n}, F_n = F_n \frac{h_n}{h_n}; \quad (2.50)$$

$$M_S = \frac{F_n}{h_n} (h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_i^2 + \dots + h_n^2) k, F_n = F_{max}, h_n = h_{max}. \quad (2.51)$$

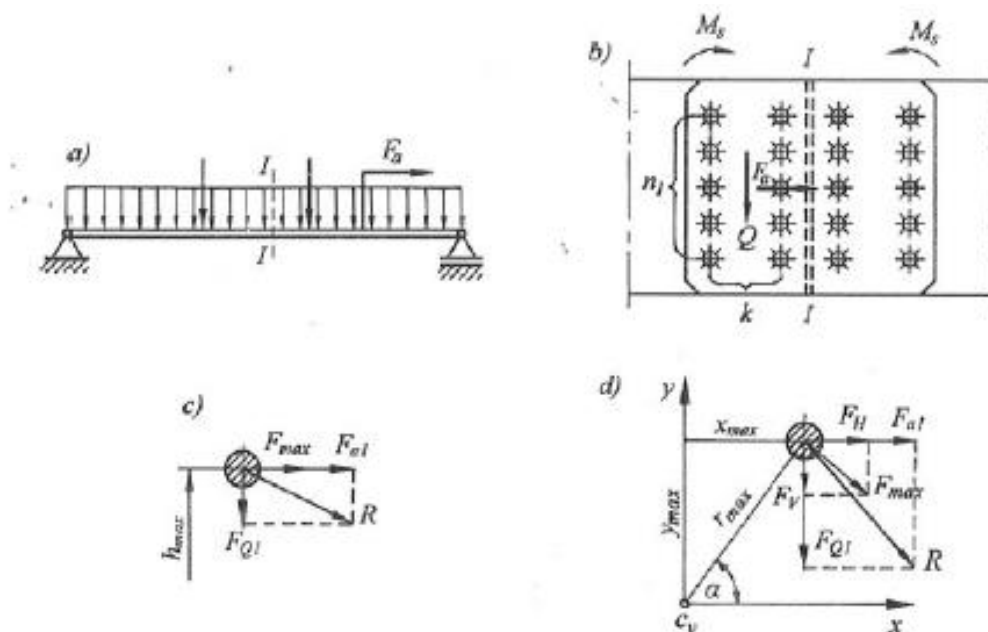
Највећа сила у најудаљенијем вијку има вредности:

$$F_{max} = M_S \frac{h_{max}}{k \sum_{i=1}^n h_i^2} \quad (2.52)$$

Одређивање оптерећења вијака код наставака оптерећених трансвезалном и аксијалном слом и моментом савијања

Сматра се да трансвезалну силу носе сви вијци у вези подједнако, тако да је сила по једном вијку:

$$F_{Q1} = \frac{Q}{kn_1} \quad (2.53)$$



Слика 15: Вијци оптерећени трансвезалном и аксијалном силом, моментом савијања [1]

Смер и правац силе F_{Q1} је паралелан правцу и смеру трансверзалне силе Q у пресеку I-I. Исте претпоставке важе и за аксијалну силу по једном вијку.

$$F_{a1} = \frac{F_a}{kn_1} \quad (2.54)$$

У зависности од висине везе према њеној ширини, резултујућа сила у најудаљенијем и најоптерећенијем вијку може да буде:

$$R = \sqrt{(F_{max} + F_{a1})^2 + F_{Q1}^2}, \quad F_{max} = M_s \frac{h_{max}}{k \sum_{i=1}^n h_i^2} \quad (2.55)$$

$$R = \sqrt{(F_{max} \sin \alpha + F_{a1})^2 + (F_{max} \cos \alpha + F_{Q1})^2}, \quad (2.56)$$

$$F_{max} = M_s \frac{h_{max}}{k \sum_{i=1}^n r_i^2}, \quad \alpha = \arctg \frac{y_{max}}{x_{max}} \quad (2.57)$$

Прорачун наставка сложеног пресека

На месту универзалног наставка носача сложеног пресека (ребро, појасеви...) сваки елемент пресека треба наставити. Да би извршили димензионисање наставка, треба одредити расподелу оптерећења по елементима пресека носача.

Момент савијања се на поједине елементе пресека дели сразмерно њиховим аксијалним моментима инерције:

$$M_d = M_x \frac{I_{xd}}{I_x} \quad (2.58)$$

где су: M_x - укупни спољни момент савијања који делује у равни управној на главну тежишну осу x ,

M_d - део спољашњег момента који отпада на одређени елемент пресека,

I_x - момент инерције целог пресека за тежишну осу управну на раван дејства момента (нпр. оса x),

I_{xd} - момент инерције посматраног дела пресека за тежишну осу x .

Трансвезална сила се дели на поједине елементе пресека према изразу:

$$Q:Q_d = \frac{I_x}{S_x} : \frac{I_{xd}}{S_{xd}} \quad (2.59)$$

где су: Q - укупна трансвезална сила у пресеку,

Q_d - део укупне трансвезалне силе која отпада на одређени елемент пресека,

S_x - статички момент површине половине пресека,

S_{xd} - статички момент површине посматраног елемента пресека.

Аксијална сила се дели на поједине елементе пресека сразмерно површини тих елемената:

$$F_{ad} = F_a \frac{A_d}{A} \quad (2.60)$$

где су: A - укупна повшина пресека,

F_a - укупна аксијална сила,

F_{ad} - део аксијалне силе која отпада на посматрани елемент пресека,

A_d - површина посматраног елемента пресека штапа.

2.4.1 Пример:

Прорачунати и конструисати монтажни универзални наставак носача $I\ 340$, када су везе изведене са [1]:

а) Обичним вијцима без тачног налегања (О), класе чврстпће 5.6

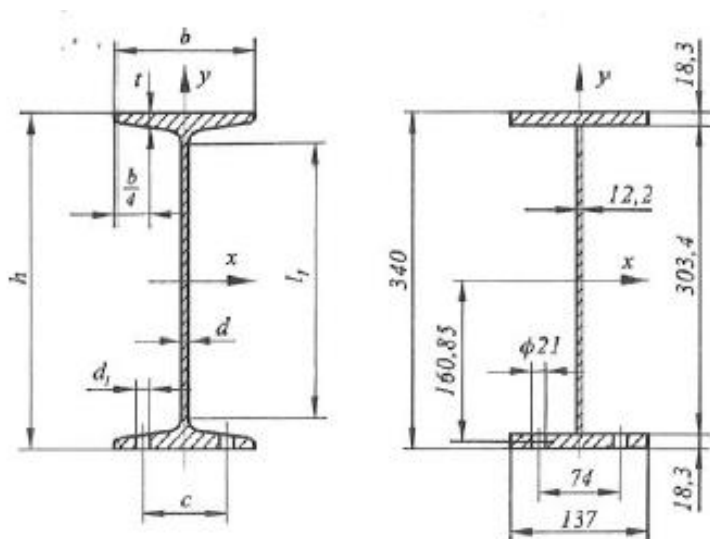
б) Преднапрегнутим вијцима без тачног налегања (VV), класе чврстоће 10.9 ($\mu = 0,50$, $\kappa = 0,16$).

Основни материјалн је Č.0361. Оптерећење на месту наставка износи: $M=10000\text{ kNcm}$, $Q=65\text{ kN}$, I случај оптерећења.

Допуштени напони:

$$\sigma_{dop}^I = 16 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}, \tau_{dop}^I = 9,2 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \text{ (за основни материјал).}$$

$$\tau_{dop}^I = 14 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}, \sigma_{b\ dop}^I = 27 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \text{ (за "O" вијке).}$$



1. Геометријске карактеристике носача:

$$h = 340\text{ mm}$$

$$b = 137\text{ mm}$$

$$t = 18,3\text{ mm}$$

$$d = 12,2\text{ mm}$$

$$\max d_1 = 20\text{ mm (JUS)}$$

$$\max d_1 = 20\text{ mm (DIN)}$$

$$c = 74\text{ mm}$$

$$l_1 = 274\text{ mm}$$

$$I_x = 15700\text{ cm}^4$$

$$S_x = 540\text{ cm}^3$$

2. Доказ напона у носачу

Момент инерције отвора (ΔI) у затегнутом појасу за усвојене вијке M20 и отворе пречника

$d_1 = 21\text{ mm}$ износи:

$$\Delta I = 2 \cdot 2,1 \cdot 1,83 \cdot 16,085^2 = 1987\text{ cm}^4$$

$$I_{neto} = I_x - \Delta I = 15700 - 1987 = 13713 \text{ cm}^4$$

$$\sigma = \frac{M}{I_{neto}} y = \frac{10000}{13713} 17 = 12,4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < 16 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau = \frac{QS_x}{I_x d} = \frac{65 \cdot 540}{15700 \cdot 1,22} = 1,8 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < 9,2 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{sr} = \frac{Q}{d(h - 2t)} = \frac{65}{1,22(34 - 2 \cdot 1,83)} = 1,76 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < 9,2 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

3. Расподела оптерећења на елементе пресека носача

Спољни момент савијања M , дели се на елементе пресека носача сразмерно њиховим моментима инерције.

$$M_{reb} = \frac{I_{reb}}{I_x} = 10000 \frac{2810}{15700} = 1800 \text{ kNcm}$$

$$I_{reb} = \frac{1,22 \cdot 30,34^3}{12} = 2810 \text{ cm}^4$$

$$M_{poj} = M - M_{reb} = 10000 - 1800 = 8200 \text{ kNcm}$$

Усваја се да целу попречну силу носи само ребро носача, а што је на страни сигурности прорачуна. Ово је уобичајени поступак, тачнија расподела би била:

$$\frac{Q}{Q_{reb}} = \frac{I_x S_{reb}}{I_{reb} S_x}, Q_{reb} = Q \frac{I_{reb} S_x}{I_x S_{reb}}$$

$$S_{reb} = 1,22 \cdot 30,34 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 30,34 = 140 \text{ cm}^3$$

$$Q_{reb} = 65 \frac{2810 \cdot 540}{15700 \cdot 140} = 65 \cdot 0,69 = 44,87 \text{ kN}$$

Међутим, ово би само искомпликовало прорачун са реално занемарљивим ефектом. Према томе:

$$Q_{reb} = Q = 65 \text{ kN}$$

4. Прорачун подвезица

Сила у појасевима носача. Меродавна за прорачун њихових подвезица, износи:

$$F_{z poj} = -F_{p poj} = \frac{M_{poj}}{h} = \frac{8200}{34} = 241 \text{ kN}$$

4.1 Прорачун притиснуте подвезице

У овом случају се посматра бруто пресек подвезице (без одбитка отвора за вијке). Потребна површина подвезице износи:

$$A_{pot} = \frac{F_{p\ poj}}{\sigma_{dop}^I} = \frac{241}{16} = 15\text{cm}^2$$

Усвојена ширина подвезица:

$$b_p \geq b + 10(\text{mm}) = 137 + 10 = 147\text{mm} \rightarrow 150\text{mm}$$

Минимална дебљина притиснуте подвезице износи:

$$t_{p\ min} \geq \frac{A_{pot}}{b_p} = \frac{15}{15} = 1\text{cm}.$$

4.2 Прорачун затегнуте подвезице

Овде се посматра нето површина пресека подвезице (одбијају се отвори за вијке). С обзиром на претходно усвојену ширину, потребна дебљина износи:

$$t_{p\ min} \geq \frac{A_{pot}}{b_p - 2d_1} = \frac{15}{15 - 2 \cdot 2,1} = 1,39\text{cm} \rightarrow t_p = 15\text{mm}$$

Принципијално је могуће усвојити различите дебљине подвезица, уколико то има економског оправдања због смањења тежине, мада се веома често усвајају подвезице исте дебљине (што ће се у овом случају урадити), тако да су димензије усвојених подвезица $\neq 150 \cdot 15$... Коначну дужину подвезица усвајамо након дефинисања потребног броја вијака и њиховог конструктивног размештаја.

4.3 Оријентациони доказ напона у подвезицама појаса:

- затегнута подвезица

$$\sigma_z = \frac{F_{z\ poj}}{(b_p - 2d_1)t_p} = \frac{241}{(15 - 2 \cdot 2,1)1,5} = 14,9 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < 16 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

-притиснута подвезица

$$\sigma_p = \frac{F_{p\ poj}}{b_p \cdot t_p} = \frac{241}{15 \cdot 1,5} = 10,7 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < 16 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

4.4 Прорачун подвезица на ребру

2.5 Доказ времена пригушења осциловања конструкције

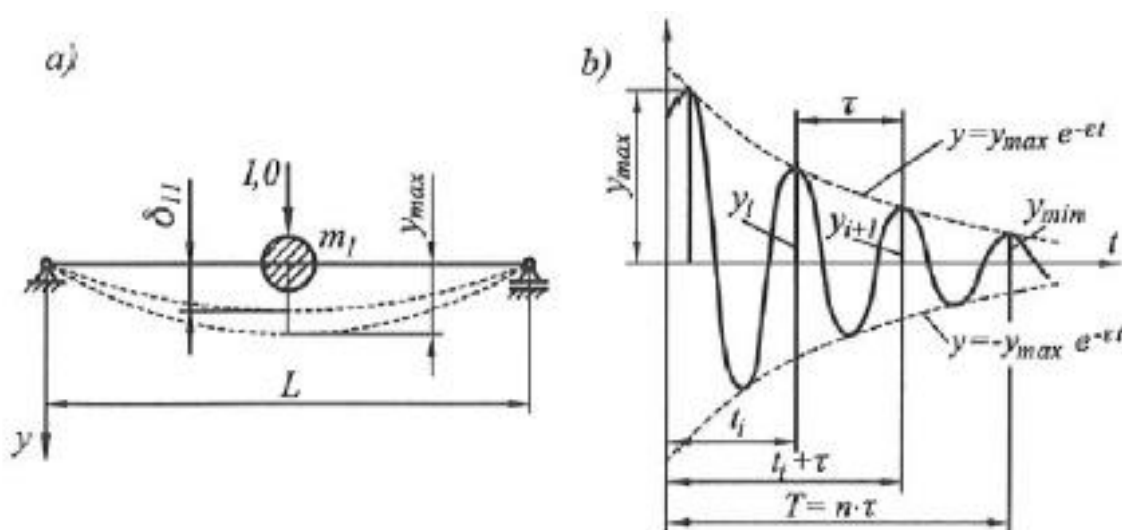
Примена овог критеријума је сврсисходна углавном код витких носача мостних дизалица, тј. када је однос висине носача (H) према распону носача (L) мањи од (1/20).

У том случају може доћи до дужег времена осциловања носача, а асамим тим и транспортованог терета, што има утицаја на:

- смањење тачности позиционирања терета,
- замор материјала конструкције,
- здравље дизаличара у кабини везаној за главни носач или колица.

Ако се као основни материјал користе високовредни челици, код којих је допуштени напон релативно висок, овај критеријум може да буде веома значајан.

Да би се одредило време пригушења осциловања главног носача са колицима и погонским теретом, усваја се једноставан једномасени динамички модел (слика 16).



Слика 16: Пригушење осциловања [1]

Као што је познато, диференцијална једначина осциловања за овај модел је:

$$m_1 \ddot{y} + \alpha \dot{y} + cy = 0 \quad (2.61)$$

где су: m_1 - редукована сопствена маса носача у средини распона,

α - коефицијент вискозног отпора,

C – крутость носача.

Ако се уведу ознаке $\frac{\alpha}{m_1} = 2\varepsilon$; $\frac{c}{m_1} = \omega^2$, добија се познато опше решење:

$$y = y_{max} e^{-\varepsilon t} \sin(\sqrt{\omega^2 - \varepsilon^2} \cdot t + \varphi_0) \quad (2.62)$$

Пошто су амплитудне вредности тригонометријског члана (± 1), график пригушених слободних осцилација се простире између две симетричне криве.

$$y = \pm y_{max} e^{-\varepsilon t} \quad (2.63)$$

Максимална амплитуда у почетном тренутку је једнака максималном угибу носача - y_{max} .

Да би се оценила брзина пригушења осциловања, посматрају се две узастопне апмлитуде:

$$\frac{y_i}{y_{i+1}} = \frac{y_{max} e^{-\varepsilon t_i}}{y_{max} e^{-\varepsilon(t_i+\tau)}} = e^{\varepsilon \tau}, \quad (2.64)$$

Односно

$$\ln \frac{y_i}{y_{i+1}} = \varepsilon \tau = \rho \quad (2.65)$$

где су: ρ - логаритамски декремент који представља показатељ брзине пригушења осциловања. Он се тачно за неку конструкцију може одредити само експериментално на основу снимљеног стварног графика осциловања,

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_p} - \text{период једне пригушене осцилације,}$$

ε - коефицијент пригушења (има димензију фреквенције).

Заменом израза $\tau = \frac{2\pi}{\omega_p}$ у израз $\ln \frac{y_i}{y_{i+1}} = \varepsilon \tau = \rho$ добија се да је $\varepsilon = \omega_p \frac{\rho}{2\pi}$. Како је према изразу $y = y_{max} e^{-\varepsilon t} \sin(\sqrt{\omega^2 - \varepsilon^2} \cdot t + \varphi_0)$ фреквенција пригушених осцилација једнака

$$\omega_p = \sqrt{\omega^2 - \varepsilon^2} \quad (2.66)$$

Може се лако доказати блискост величина фреквенција пригушеног и непригушеног осциловања.

Уобичајена горња вредност логаритамског декремента за металне конструкције износи ($\rho = 0,2$), тако да ће бити:

$$\omega_p^2 = \omega^2 - \varepsilon^2 = \omega^2 - \omega_p^2 \frac{\rho^2}{4\pi^2}, \quad (2.67)$$

односно

$$\omega_p^2 \left(1 + \frac{\rho^2}{4\pi^2}\right) = \omega^2, \quad \omega_p^2(1 + 0,001) = \omega^2 \quad (2.68)$$

Према томе, може се потпуно оправдано у овим случајевима сматрати да су:

$$\omega_p \approx \omega, \quad \tau \approx \tau_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{c}} = 2\pi \sqrt{\delta_{11} m_1} [s] \quad (2.69)$$

где је: $\frac{1}{c} = \delta_{11} = \frac{1,0L^3}{48EI} \left[\frac{m}{N} \right]$ – коефицијент еластичности носача, одређен као померање од јединичне силе постављене на месту редуковане масе (m_1).

$$m_1 = 0,5(m_Q + m_{kol}) + 0,486m_{nos}[kg], \quad (2.70)$$

где су:

m_Q, m_{kol}, m_{nos} – масе терета, колиса и носача респективно.

$$E = 2,1 \cdot 10^{11} [N/m^2].$$

Осциловање се сматра практично завршеним, када је минимална амплитуда 20 пута мања од почетне амплитуде једнаке статичком угибу носача, односно:

$$y_{min} = \frac{1}{20} y_{max}. \quad (2.71)$$

Како је: $y_{min} = y_{max} e^{-\varepsilon T} = y_{max} e^{-\frac{\rho}{\tau} T}$, добија се:

$\ln 20 = \frac{\rho}{\tau} T$, одакле се одређује укупно време пригушења осцилација:

$$T = 3 \frac{\tau}{\rho} < T_d \quad (2.72)$$

Допуштене вредности времена пригушења осциловања за мосне дизалице, зависно од њене намене, дате су у табели 12.

Табела 12: Допуштене вредности времена пригушења осциловања за мостне дизалице [1]

НАМЕНА ДИЗАЛИЦЕ	$T_d[s]$
Транспорт растопљеног метала	8 ÷ 10
Општа намена у индустрији	12 ÷ 15
Дизалица ради у погонској класи I и време пригушења нема битан значај	20 ÷ 22

Оријентационе вредности логаритамског декремента за мостне дизалице су дате у табели 13. За носеће конструкције решеткастог типа (роторни багери),

Вредности логаритамског декремента се усвајају након одређивања спектра сопствених фреквенција чије су вредности дате у табели 14.

Табела 13: Вредности логаритамског декремента за мостне дизалице [1]

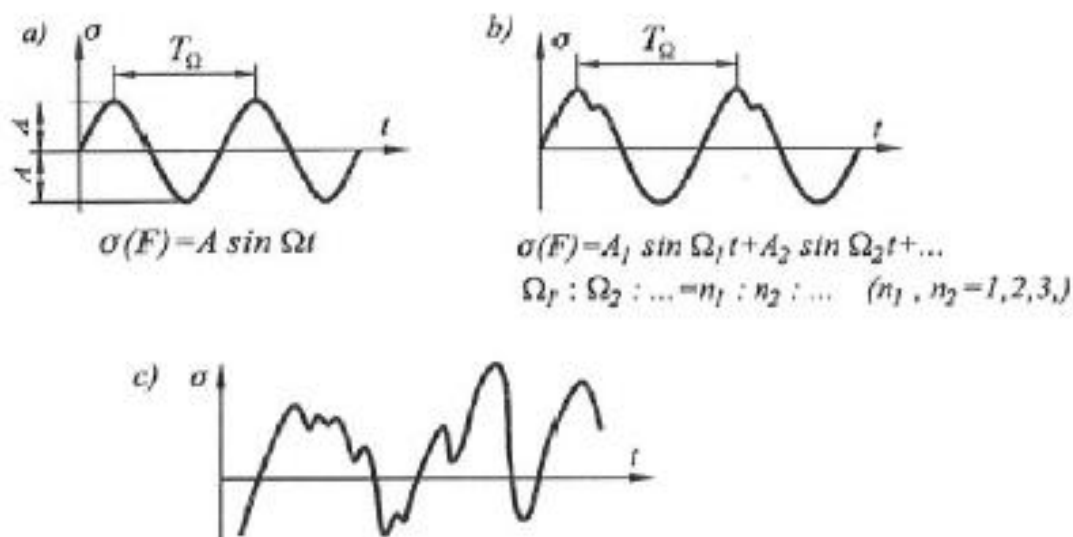
Висона носача пре распону	ρ
$\frac{H}{L} > \frac{1}{16}$	0,12
$\frac{H}{L} = \frac{1}{16} + \frac{1}{17}$	0,10
$\frac{H}{L} = \frac{1}{18} + \frac{1}{20}$	0,07
$\frac{H}{L} < \frac{1}{20}$	0,05

Табела 14: Спектар сопствених фреквенција [1]

$\omega[\text{rad/s}]$	3 ÷ 5	6 ÷ 10	1 ÷ 20
ρ	0,20 ÷ 0,15	0,12 ÷ 0,08	0,07 ÷ 0,05

2.6 Доказ напона у погледу јачине при замору материјала

Носећа структура машина за механизацију је услед експлоатационог процеса оптерећена променљивим оптерећењем. Карактер промене оптерећења интересантног за замор, може да буде: а) хармонијски, б) периодичан и в) стохастички (слика 17) [1].



Слика 17: Карактер промене оптерећења интегрисаног на замор [1]

Познато је да вишеструка промена оптерећења током времена рада конструкције изазива појаву замора материјала, тј. долази до појаве лома конструкције са оптерећењем мањим од оног које конструкција може да издржи ако је статички оптерећена.

Изглед места лома конструкције индикативно указује на његов узрок. Уопште, разликујемо три изгледа лома: пластични, крти и заморени.

Пластични лом карактеришу заостале деформације са влакнастом површином лома, пошто је пре пуцања дошло до развлачења материјала услед прекорачења границе течења материјача. У односу на површину елемента, лом је обично крт. Ако наслонимо површине лома, оне се не поклапају, а зона почетка лома је неуочљива. Ова врста лома настаје услед недопуштеног – хаваријског оптерећења конструкције.

Крти лом карактерише релативно равна површина пуцања са крупно или ситнозрном храпавошћу, без пластичних деформација. Површина лома је нормална на површину елемента и поломљени делови се при наслањању један на други потпуно поклапају. Појава кртог лома обично настаје при ниским температурама и на местима концентрације напона. Лом настаје тренутно и могу да изазвати оптерећења која су мања од рачунских за ту конструкцију.

Лом од замора се разликује од кртог лома по карактеристичној поцрпштини лома, на којој се уочавају две зоне. Полазећи од иницијалне пукотине у материјалу услед замора, ова се пукотина шири и обично је захваћена корозијом. У тренутку када је површина пресека елемента толико ослабљена да не може пренети основно оптерећење, долази до пластичног

лома. Лом услед замора се најчешће јавља код заварених решеткастих конструкција, док је код лимених конструкција ова појава ређа. Дакле, појава лома услед замора се превасходно јавља на местима са израженом локалном концентрацијом напона услед конструктивних и технолошких узорка, а не као што би се априорно претпоставило, у пресецима са максималним општим оптерећењем конструкције.

Појава прслине услед замора се искључиво јавља на местима спојева затегнутих елемената, док се код притиснутих елемената она уопште не јавља.

Проверу напона у погледу јачине при замору треба вршити код дизалица које раде у тешкој или врло тешкој погонској класи, као и код дизалица које раде у средњој погонској класи, али су укључени у перманентни технолошки процеси. Исто тако, уколико је промена оптерећења периодична услед радног циклуса (роторни багери), треба извршити ову проверу.

Карактер циклуса промене напрезања је одређен са следећим параметрима:

- коефицијентом асиметрије циклуса

$$\chi = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}, \quad (2.73)$$

- средњим напрезањем

$$\sigma_m = 0,5(\sigma_{max} + \sigma_{min}), \quad (2.74)$$

- амплитудом напрезања

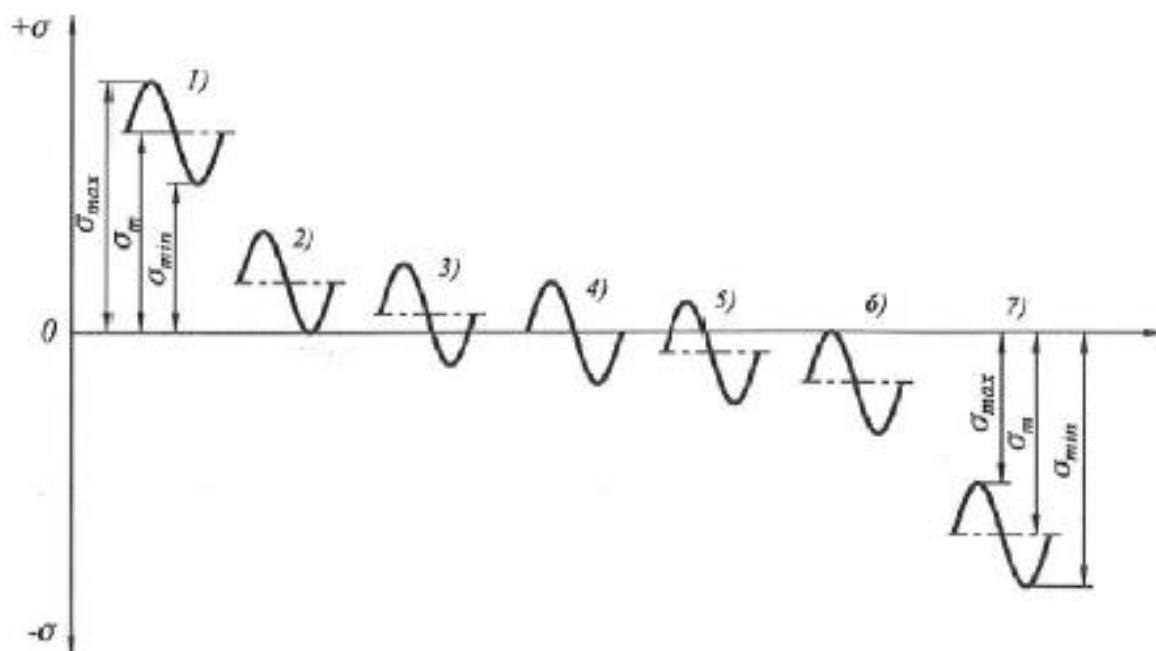
$$\sigma_a = 0,5(\sigma_{max} - \sigma_{min}), \quad (2.75)$$

где су: σ_{max} - највећи износ по апсолутној вредности: напона, силе или момента савијања;

σ_{min} - најмањи износ по апсолутној вредности: напона, силе или момента савијања;

Величине (σ_{max} и σ_{min}) се уносе у горње изразе са својим предзнаком (+ затетање, - притисак).

Ако су вредности (σ_m) и (σ_a) сталне током процеса напрезања, називамо их **стационарним**, а у супротном случају **нестационарним**.



Слика 18: Различити циклуси напрезања [1]

На (слици 18) приказани су циклуси разних стања напрезања, наведених кроз примере конструкција где се јављају.

1. Ово је циклус доминантног затезања, дакле једносмерног напрезања где је ($0 < \chi < 1$) и ($\sigma_m > 0$), карактеристичан за затегнути појас кутијастих и решеткастих носача као и затегнутих дијагонала тих решетки.

2. Ако је ($\sigma_{min} = 0$), дакле и ($\chi = 0$), онда је у питању чисто једносмерно напрезање. Овај случај се јавља у елементима наведеним у случају 1, код којих је напрезање од сталног оптерећења занемарљиво мало према величини радног променљивог напрезања.

3. Наизменично променљив циклус са доминантним затезањем у односу на притисак. Овде је ($0 > \chi > -1$), ($\sigma_m > 0$). Овај случај се јавља код дијагонала решеткастих носача изложених покретном оптерећењу.

4. Ово је чисто наизменично променљив циклус код кога је ($\chi = -1$), пошто је ($|\sigma_{min}| = \sigma_{max}$). Често се за напон при овом циклусу користи ознака (σ_{-1}). Овај циклус се јавља код кутијастих и решеткастих носача и њихових дијагонала када оптерећење мења смер. Други пример су савијени делови у једном смеру који се обрћу, тако да је исто влакно наизменично напрегнуто на притисак или затезање.

5. Наизменично променљив циклус са доминантним притиском где је $\chi < -1$ и $\sigma_m < 0$. Овај циклус је карактеристичан код дијагонала решетки изложених покретном оптерећењу.

6. Чисто једносмерно променљив циклус код притиснутих елемената где су: ($\sigma_{max} = 0, \chi = -\infty, \sigma_m < 0$). Овај циклус се јавља код притиснутих појасева кутијастих и решеткастих носача

и њихових дијагонала, када се напрезање од сталног оптерећења може занемарити према величини радног променљивог напрезања.

7. Једносмерни циклус доминантног притиска, који се јавља код притиснутих појасева кутијастих и решеткастих носача и њихових дијагонала, када је ($\sigma_{max} < 0, \chi > 1, \sigma_m < 0$).

2.7 Доказ динамичке стабилности

Овај доказ се врши код конструкција изложених периодично променљивом оптерећењу током времена. Облик промене оптерећења може бити хармонијски (слика 17 а)) или по некој функцији која се периодично понавља (слика 17 б)) [1].

Стварањем динамичког модела конструкције и његовим математичким описивањем, омогућује се одређивање сопственог фреквентног спектра. Уколико је промена оптерећења хармонијског карактера, до резонантног стања долази ако се нека од сопствених фреквенција конструкције поклопи са фреквенцијом промене оптерећења.

За конструкцију су најопаснија резонантна стања у прва два – три главна облика осциловања, јер су тада амплитуде осциловања највеће и брзо доводе до лома конструкције. Собзиром да је императив носећих конструкција транспортних, грађевинских и рударских машина, релативно мала маса, односно њихова виткост, уобичајено је да прва – најнижа (основна) фреквенца буде у дијапазону од $0,5 \div 3,5 \text{ Hz}$.

Уколико је оптерећење периодичног карактера приказано помоћу Фуријеовог реда, постоји могућност поклапања неке од сопствених фреквенци са неком од фреквенци оптерећења у тригонометријском реду. У том случају се јављају и такозвана виша резонантна стања или резонанце другог, трећег..., или вишег реда.

Дакле, овај доказ представља динамичку анализу конструкције на могућа резонантна стања и од изузетног је значај на пример код роторних багера или шаржирних кранова за Сименс – Мартинове пећи, пошто је код њих оптерећење периодичног карактера.

2.8 Доказ сигурности против превртања

Овај доказ се врши код носећих конструкција мобилних машина где постоји могућност превртања ауто – дизалица, порталних лучких дизалица, грађевинских торањских дизалица, багера итд.

Ове машине имају обртни део са стрелом и због неисправности искључивача ограничења тежине терета или пак рада на терену под већим нагибом, може се десити да резултанта свих сила (тежина конструкције, тежина контратега и тежина терета) прође изван контуре коју образују ослонци. У том случају долази до дизања ослонца са подлоге и до губитка статичке стабилности односно превртања. За сваку групу машина зависно од њених радних услова и могућих положаја, дефинисана је вредност степена сигурности против превртања, који представља однос [1]:

$$V_{pre} = \frac{M_{odr}}{M_{pre}} = 1,15 \div 1,5 \quad (2.76)$$

M_{odr} - момент сила које одржавају стабилност за осу превртања,

M_{pre} – момент сила које теже да преврну машину за осу превртања.

Закључак

Савемени приступ при димензионисању и обликовању заснива се на дефинисању поступака за доказивање да конструкција може да поднесе све могуће утицаје у експлоатацији, а да при томе сви ти утицаји не оставе последице на моћ ношења конструкције, односно не изазову разарање конструкције. Неопходни докази се свode на следеће концепте: доказ напона, доказ еластичне стабилности, доказ деформације, доказ сигурности веза, доказ времена пригушења осциловања конструкције, доказ напона у погледу јачине при замору материјала, доказ диманичке стабилности, доказ сигурности против превртања [3].

Приликом експлоатације направљене конструкције, пре њене употребе иста се мора подвргнути пробном испитивању, које морају обавити овлашћене и стручне установе, на основу чега се код иоле значајнијих конструкција издаје употребна дозвола. У већини случајева поступак испитивања таквих конструкција је унапред прописан (мостови, грађевински објекти, дизалице, бродови, вагони...), при чему се ови прописи временом допуњавају са појавом нових могућности испитивања, односно теоријским сазнањима о понашању конструкције.

Ради обезбеђивања предвиђене временске и експлоатационе сигурности конструкције, сваки пројекат мора да садржи упутство за руковање и одржавање, као и предвиђене прегледе, како би конструкција одговорила својој намени и обезбеђивала предвиђени степен сигурности у раду.

Адекватно димензионисање конструкције, везано је у првом реду за детаљну и правилну анализу свих дејстава на конструкцију или њен део. Оптерећења се комбинују у циљу израчунавања максималних напона у елементима конструкције. Дејствима се обухватају сва оптерећења и принудне деформације које могу да изазову утицаје у елементима конструкције. Она могу да буду различитог порекла и природе (статичка и динамичка). Поједина дејства не зависе од својства конструкције (на пример корисна оптерећења) и могу се независно одредити или усвојити, док друга, као што су дејства ветра и сеизмички утицаји зависе од динамичких својстава конструкције, као што је сопствена фреквенција и по правилу се одређују итеративним поступком.

Прорачун дејстава на конструкције је обрађен у Еврокоду 1 (SRPS EN 1991), где су дата детаљна правила за одређивање скоро свих дејстава која се могу јавити код конструкција. Поједина дејства као што су снег, ветар и температура зависе од климатских услова локације на којој се објекат поставља. Зато поједини параметри као што су основна брзина ветра, или основно дејство снега, морају бити дефинисани у Националном прилогу земље у којој се објекат изводи. Слично је и са сеизмичким дејствима, чији интензитет зависи од региона у коме је објекат. Релевантни подаци као што је убрзање тла, такође треба да буду садржани у одговарајућем Националном прилогу у виду сеизмичких карти.

У свакодневном животу поузданост представља пожељну људску особину то јест врлину која нам указује на то да се на такве партнере или пријатеље можемо слободно ослонити и да нас

неће изневерити без обзира на промену околности. У инжењерској терминологији, када мислимо на конструкције, појам поузданост има слично значење. Да би се конструкција могла сматрати поузданом она мора да прихвати сва дејства и утицаје која ће се јавити током њеног животног века и да притом остане подобна за употребу за коју је намењена. Може се рећи да поузданост конструкција обухвата: сигурност, функционалност и трајност. При овоме је очигледно да конструкција као прво треба да испуни све услове сигурности који су директно повезани са њеном носивости, то јест да је способна да се одупре свим дејствима која се могу јавити током експлоатације. Ови услови се могу квантификовати одговарајућим прорачунским доказима којима се показује да конструкција има задовољавајући степен сигурности.

Литература

- [1] Петковић З., Острић Д., Металне конструкције у машиноградњи 1, Универзитет у Београду, 1996, ISBN: 86-70803-274-7
- [2] Марковић З., Гранична стања челичних конструкција према *evrokodu*, Универзитет у Београду, 2014 ISBN: 978-86-7466-510-7
- [3] Бабин Н., Бркљач Н., Шостаков Р., Металне конструкције, Универзитет у Новом Саду, 2006, ISBN: 86-7892-032-7
- [4] Буђевац Д., Марковић З., Богавац Д., Тошић Д., Металне конструкције-основе прорачуна и конструисања, Универзитет у Београду, 1997, ISBN: 86-80049-91-3, ISBN: 86-80049-92-1
- [5] Андроић Б., Дарко Дујмовић Д., Џеба И., Металне конструкције 1, Институт Грађевинарства Хрватске
- [6] Домазет Ж., Крстуловић-Опара Л., Подлоге за предавања из Металних конструкција и Конструисања, Факултет електротехнике, стројарства и бродоградње, Катедра за конструкције, Свеучилиште у Сплиту, 2006
- [7] Буђевац Д., Прорачун челичних конструкција-основе за димензионисање челичних конструкција, Универзитет у Београду, 1995