

**Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу
Војна академија Универзитета одбране у Београду**

Предраг Р. Пантовић

**Нумеричка симулација процеса
пенетрације модела панцирног
пројектила калибра 30 mm**

Мастер рад

Крагујевац, 2016.

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу
Војна академија Универзитета одбране у Београду



Назив студијског програма: Војноиндустријско инжењерство
Ниво студија: Мастер академске студије
Модул: Пројектили и упаљачи
Предмет: Напредна анализа и компјутерска симулација система
Број индекса: 353/2015

Предраг Р. Пантовић

**Нумеричка симулација процеса
пенетрације модела панцирног
пројектила калибра 30 mm**

Мастер рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. проф. др Мирослав Живковић, дипл. инж. – ментор
2. потпуковник доц. др Александар Кари, дипл. инж. – члан
3. потпуковник др Дамир Јерковић, дипл. инж. – члан

**Датум
одбране:** _____

Оцена: _____

У оквиру овог мастер рада кандидат треба да изврши нумеричку симулацију процеса пенетрације модела панцирног пројектила калибра 30 mm. У уводном делу рада потребно је дати теоријски осврт на панцирне пројектиле и фамилију муниције калибра 30 mm, затим објаснити проблематику пенетрације и дати алгоритам експлицитне интеграције диференцијалних једначина кретања. У раду је потребно извршити избор и дефинисање материјалног модела којим ће бити представљени реални модели пројектила и препреке. На основу предложеног модела тела панцирног пројектила и препреке извршити генерисање мреже у одговарајућем софтверу коришћењем методе коначних елемената. Након извршених нумеричких симулација пенетрације, упоредити добијене резултате са резултатима добијеним аналитичким прорачуном, као и резултатима са експерименталних испитивања.

Препоручена литература:

- [1] Стаматовић А.: *Основи конструисања пројектила*, Iвеху, Београд, 1995.
- [2] Елек П.: *Балистика на циљу*, радни материјал, Машински факултет, Београд, 2014.
- [3] Дуница Ш., Колунџија Б.: *Нелинеарна анализа конструкција*, Грађевински факултет, Београд, 1986.
- [4] Којић М., Славковић Р., Живковић М., Грујовић Н.: *Метод коначних елемената I*, Машински факултет, Крагујевац, 1998.

Крагујевац, октобар 2016.

Ментор:
проф. др Мирослав Живковић, дипл. инж.

Садржај

Резиме	1
1. Увод.....	2
2. Теоријске основе.....	3
2.1. Фамилија муниције калибра 30 mm	3
2.1.1. Општи појмови и подела муниције	3
2.1.2. Панцирни пројектили	4
2.1.3. Муниција калибра 30 mm	6
2.2. Теоријски осврт на проблематику пенетрације	8
2.2.1. Дефиниција проблема и значај проучавања пенетрације.....	8
2.2.2. Типови пенетрационих процеса.....	8
2.2.3. Приступи проблему пенетрације	10
2.2.4. Основни појмови механике пенетрације	10
2.3. Нелинеарна динамичка анализа.....	12
2.3.1. Експлицитна интеграција диференцијалних једначина кретања	12
2.3.2. Метода централних разлика.....	13
2.3.3. Алгоритам експлицитне интеграције диференцијалних једначина кретања ..	17
2.4. Материјални модели	18
2.4.1. Џонсон–Куков материјални модел.....	18
2.4.2. Џонсон–Куков материјални модел оштећења.....	19
2.5. Мие–Грунеисенова једначина стања.....	19
3. Модели плоче и панцирног пројектила калибра 30 mm	21
3.1. Модел пројектила.....	21
3.2. Модел плоче	21
3.3. Дефинисање материјалних карактеристика	22
3.4. Дефинисање модела коришћењем методе коначних елемената	23
3.4.1. 3Д изопараметарски коначни елемент	23
3.4.2. Основни 3Д елемент	23
3.4.3. Дегенерисан 3Д коначни елемент	30
3.4.4. Приказ мреже коначних елемената	31
3.4.5. Квалитет мреже	33
3.5. Предпроцесирање модела у <i>LS PrePost</i> – у	34
3.5.1. Дефинисање почетних и граничних услова.....	34
3.5.2. Џонсон–Кукови параметри	36
3.5.3. Параметри Мие–Грунеисенове једначине стања	36
3.5.4. Дефинисање различитих случајева	36
4. Резултати.....	42
4.1. Случај 1 – плоча <i>Weldox 460</i> дебљине 10 mm	42
4.2. Случај 2 – плоча <i>Weldox 460</i> дебљине 20 mm	46
4.3. Случај 3 – плоча <i>Weldox 460</i> дебљине 30 mm	50
4.4. Случај 4 – плоча <i>Weldox 460</i> дебљине 40 mm	54
4.5. Случај 5 – плоча <i>Weldox 460</i> дебљине 50 mm	58
4.6. Додатни случајеви.....	61
4.6.1. Случај 6 – плоча <i>Weldox 460</i> дебљине 33 mm	62
4.6.2. Случај 7 – плоча <i>Weldox 460</i> дебљине 34 mm	66
5. Поређење резултата са аналитичким и експерименталним подацима	70
5.1. Аналитички прорачун пенетрације	70
5.2. Експериментални подаци	75
5.3. Упоредни преглед добијених резултата	76
6. Закључак.....	78
Литература.....	80

Abstract

Thin plates of high-strength steel are frequently being used both in civil and military ballistic protection systems. To choose the type of alloy which is going to be used is necessary to fulfill a number of criteria such as condition of use, the desired ballistic performance, weight, dimensions and price.

An analysis of the penetration of anti-aircraft projectile caliber 30 mm in plates of different thicknesses made of steel alloy *Weldox 460* has been done in this paper. The analysis has been performed using the numerical methods, and for defining the characteristics of material, Johnson–Cook’s physical model and fracture of materials model have been used. In the end, the comparisons of the obtained results with experimental data and data obtained by analytical methods has been performed.

In this paper, software packages *FEMAP* and *LS Dyna* have been used for defining models and performing numerical simulations.

Key words: alloy, projectile, penetration, *Weldox 460*, numerical methods

Резиме

Танке плоче израђене од челика високе чврстоће веома често се користе као балистичка заштита код цивилних и војних система. За избор врсте легуре која ће бити коришћена потребно је задовољити велики број критеријума као што су услови примене, жељене балистичке перформансе, тежина, габарити и цена.

У оквиру овог рада извршена је анализа пенетрације противавионског панцирног пројектила калибра 30 mm у плоче различите дебљине израђене од легуре челика *Weldox 460*. Анализа је извршена применом нумеричких метода, а за дефинисање материјалних карактеристика коришћени су Џонсон–Куков материјални модел и модел оштећења материјала. На крају је извршено поређење добијених резултата са експерименталним подацима и подацима који су добијени аналитичким методама.

За дефинисање модела и извођење нумеричких симулација у раду су коришћени софтверски пакети *FEMAP* и *LS Dyna*.

Кључне речи: легура, пројектил, пенетрација, *Weldox 460*, нумеричке методе

1. Увод

Изучавање дејства ударних оптерећења, и као последица тога насталих оштећења у некој структури, веома је захтевно и сложено. То проистиче из саме природе процеса, који представља динамички догађај, као и због проблема дефинисања тако насталих оштећења.

Балистичка пенетрација је изузетно комплексан механички процес који се истражује више од 200 година. Данас се могу дефинисати три различита правца истраживања проблематике пенетрације: емпиријски, аналитички и нумерички. Емпиријски приступ се заснива на формирању одговарајућих релација између релевантних величина на бази експериментално утврђених зависности. За разлику од тога, аналитичке методе одликује развој релативно једноставних модела процеса пенетрације и примена релевантних једначина кретања и понашања материјала, док нумерички приступ карактерише дискретизација структуре на мање елементе и примена фундаменталних закона физике за сваки елемент појединачно. Свака од поменуте три методе проучавања пенетрације има предности и недостатке. Нумеричка анализа се показала као способна да одреди тачна решења за врло сложене проблеме, али је потребно уложити доста времена за тражене прорачуне. У већини случајева, најбоље је користити комбинацију сва три приступа. Због потребе за рачунарским ресурсима и трошковима извршења великог броја параметарских истраживања, постоји значајан интерес за прелазна решења или приближна инжењерска моделирања.

У последњих неколико година објављен је велики број радова из области балистичке пенетрације. Неки од њих садрже детаљне описе и дају одређене препоруке за различите инжењерске моделе и нумеричке технике, а такође присутне су и активности на развоју нових модела процеса пенетрације. Поред тога, учињени су велики напори на добијању модела и алгоритама за симулацију стварне реакције материјала при високобрзинском оптерећењу. За прорачун отпорности на хидростатичко сабијање (компресију), повећање унутрашње енергије изазвано термодинамички неповратним процесима (на пример, ударно оптерећење, пластични рад) и фазне промене (из чврстог у чврсто стање, топљење, испаравање) потребне су једначине стања (енг. *equation of state*), а за прорачун ефеката чврстоће захтева се дефинисање конститутивних модела.

Нумеричка симулација удара у неку структуру могућа је употребом софистицираних софтверских пакета. Они су примењују већ дужи низ година и непрестано се побољшавају додатним могућностима, тј. појављују се новије, унапређене верзије већ постојећих софтвера. Њиховом употребом, односно одговарајућим прорачунима, добија се прелиминарни увид у стање структуре (напони, деформације, померања, итд.), након дејства удара у исту. Програми који се користе за ову намену су доста сложени, скупи и захтевају јаче рачунарске конфигурације за извођење неопходних прорачуна. Од њих данас највећу примену имају софтвери ANSYS и LS-DYNA.

У складу са тим, у овом раду ће бити извршена нумеричка симулација процеса пенетрације противавионског панцирног пројектила калибра 30 mm у плоче различите дебљине израђене од легуре Weldox 460.

2. Теоријске основе

2.1. Фамилија муниције калибра 30 mm

2.1.1. Општи појмови и подела муниције

Сва тела напуњена експлозивом или неком другом материјом, која су способна да на циљу изазову одређени ефекат, називамо заједничким именом – муниција. Данас је у употреби велики број различитих типова муниције, које међусобно разликујемо по намени, облику, конструктивним параметрима, начину лансирања, дејству на циљу, итд.

По најопштијој подели, сву муницију можемо поделити на следеће основне групе:

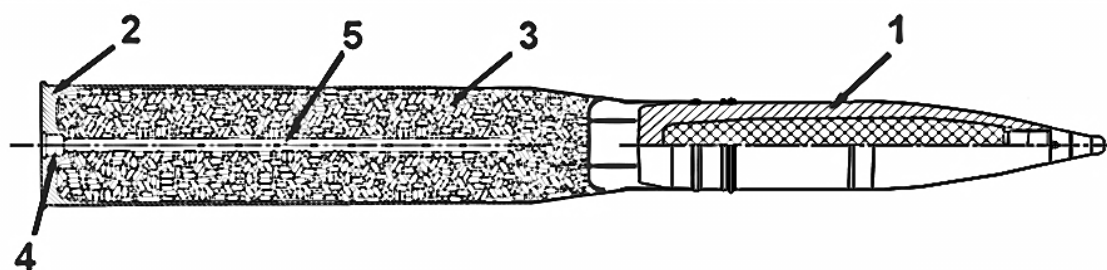
- пешадијска муниција,
- артиљеријска муниција,
- мине за минобацаче,
- муниција за бестрзајна оруђа,
- мине за ручне бацаче,
- тромблонске мине,
- артифиције,
- ручне бомбе и
- ракете.

У ширем смислу, у муницију се сврставају и минско–експлозивна средства.

Артиљеријска муниција је намењена за уништавање непријатељске живе силе и техничких средстава, као и за остваривање одређеног специјалног ефекта на циљу, као што је то задимљавање или осветљавање циља.

Класични артиљеријски метак представља сложен систем који се састоји од неколико најважнијих склопова, и то:

- пројектила,
- чауре,
- погонског пуњења и
- топовске каписле са пламеником.



Слика 2.1. Артиљеријски метак [1]

1 – пројектил, 2 – чаура, 3 – барутно пуњење, 4 – топовска каписла са пламеником,
5 – централна припална цев – пламеник

У односу на околност како је комплетирана појединим елементима, артиљеријска муниција може бити са сједињеним, полусједињеним и дводелним метком.

За дејство против живе силе, где пре свега треба да дође до изражаја парчадно дејство, употребљава се муниција са тренутним пројектилом. За гађање где је неопходно извршити извесно рушење (ударним таласом) користи се муниција са фугасним пројектилом. Ако је карактер циља такав да је потребно комбиновати и једно и друго дејство (парчадно и рушеће), употребљава се тренутно–фугасна муниција.

Уништавање циљева који се налазе иза оклопа врши се муницијом са панцирним, поткалибарним и кумулативним пројектилима. Панцирни и поткалибарни пројектили дејствују на циљ искључиво својом кинетичком енергијом, док кумулативна зрна врше пробијање препреке кумулативним млазом. Поред њих постоје пројектили на бази Хопкинсоновог и Миснај–Шардиновог ефекта [2].

У групу пројектила специјалне намене убрајају се пројектили за задимљавање, осветљавање, пројектили запаљивог дејства, пројектили са бојним отровима и пројектили за обуку.

Према калибру, артиљеријска муниција се дели на муницију:

- малог (20–57 mm),
- средњег (75–127 mm) и
- великог калибра (преко 150 mm).

Посебну групу муниције чине 128 mm ракете за вишецевни лансер ракета [2].

2.1.2. Панцирни пројектили

Панцирни пројектили су намењени за уништавање оклопних циљева – тенкова, оклопних возила, челично–бетонских утврђења, ратних бродова, авиона чији су витални делови заштићени оклопом и сл.

Ова врста пројектила се среће код топова од калибра 20 mm па до оних најтежих, односно код свих топова где је пројектилу могуће дати такву почетну брзину да путања буде положена, а ударна брзина толика да је кинетичка енергија пројектила довољна да савлада отпор тврде препреке–панцира.

Панцирни пројектил продире у оклоп захваљујући кинетичкој енергији којом располаже у моменту судара са оклопом и великој издржљивости свога тела. Отуда панцирни пројектил има већу ефикасност, уколико:

- располаже већом кинетичком енергијом у тренутку сусрета са циљем,
- без већих трајних деформација издржи напоне који се јављају у телу пројектила у току пробијања оклопа и дејствује (детонира) иза оклопа, уколико је у тело уграђен експлозив и
- има већу прецизност погађања циља.

Панцирни пројектили се састоје од кошуљице, балистичке и панцирне капе, трасера, а извесни панцирни пројектили поседују експлозивно пуњење и упаљач.

Кошуљица (језгро) панцирног пројектила представља масивно тело израђено од висококвалитетног челика и пројектована је тако да издржи велика напрезања при продирању кроз препреку. Вођење се остварује на класичан начин, помоћу предњег центрајућег и задњег водећег прстена. Задњи део је цилиндричан, а врх може бити оштар или туп. Са задње стране неких кошуљица, постоји отвор мале запремине за

смештај експлозива, упаљача и трасера. Уколико је кошуљица без експлозива, са задње стране постоји само отвор за увијање трасера или за утискивање трасерне смеше.

Трасер се при опаљењу метка пали од пламена насталог сагоревањем барутног пуњења. При лету пројектила, трасер гори и оставља светао траг. Панцирни пројектили снабдевени трасером називају се панцирно–обележавајућим пројектиlima.

Панцирна капа је по правилу израђена од истог челика као и кошуљица или нешто нижих механичких карактеристика – обрађена на нешто нижу тврдоћу. Задатак панцирне капе је да у тренутку сусрета пројектила са циљем повећа контактну површину између врха пројектила и оклопа и на тај начин умањи специфично оптерећење врха. Уколико се нагиб оклопа повећава, утолико се позитиван утицај панцирне капе смањује. При нагибима оклопа испод 50° , панцирна капа више не врши позитивну улогу већ повећава рикошетна својства панцирног пројектила. Како би се спречила оваква појава, користе се панцирни пројектили са тупим врхом, тзв. антирикошетни пројектили.

Балистичка капа – облик врха панцирног пројектила у аеродинамичком погледу не одговара великим брзинама. Због тога се облик пројектила поправља уградњом балистичке капе на врх пројектила, односно на панцирну капу, чиме се постиже смањење коефицијента аеродинамичког отпора [3].

У даљем раду биће извршена анализа дејства на циљу управо панцирног пројектила без експлозивног пуњења, па стога неће бити детаљно описани делови као што су то експлозивно пуњење и упаљач.

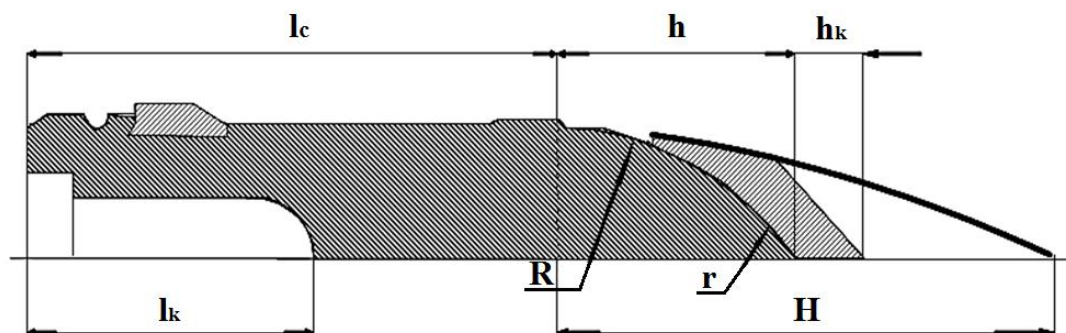


Слика 2.2. Панцирни метак – калибарни [1]

У табели испод дате су главне конструкционе карактеристике савремених панцирно–пробојних пројектила (пројектилима без панцирне капе одговарају веће вредности дужине l_k).

Табела 1. Конструкционе карактеристике савремених панцирно–пробојних пројектила [1]

l_c / d	h / d	h_k / d	H / d	R / d	r / d	l_k / d	m / d^3	m_e / d^3	$k (\%)$
1,5–2,0	0,8–1,0	0,3–0,4	2,0–2,5	1,3–1,36	0,2–0,4	0,8–1,3	13–20	0,1–0,4	0,4–2,5



Слика 2.3. Конструкционе карактеристике панцирних пројектила

2.1.3. Муниција калибра 30 mm

Муниција калибра 30 mm је муниција намењена за авионске и противавионске аутоматске топове. Постоји велики број најразличитијих врста у зависности од дужине чауре, па је тако најпознатија муниција Нато (енг. *Nato*) стандарда 30x173 mm и 30x113 mm, док је у Русији присутан метак 30x165 mm. Муниција овог калибра се обично не користи за дејство против живе силе, већ за дејство против оклопљених циљева. Подједнако су ефикасни и за дејство против оклопљених средстава, као и против утврђених бункера. Муниција калибра 30 mm уобичајено се јавља у неколико различитих варијанти:

- против–оклопна (енг. *Armor Piercing, AP*, слика 2.5),
- против–оклопна поткалибарна (енг. *Armour Piercing Fin Stabilized Discarding Sabot, APFSDS*, слика 2.6),
- високо–експлозивна (енг. *High Explosive, HE*, слика 2.8) и
- вежбовна (енг. *Target Practice, TP*, слика 2.9).



Слика 2.4. Муниција 30x173 mm [4]



Слика 2.5. Метак AP-T 30x173 mm [5]



Слика 2.6. Метак APFSDS 30x173 mm [6]



Слика 2.7. Метак API 30x173 mm [6]



Слика 2.8. Метак HE-T 30x173 mm [6]



Слика 2.9. Метак TP-T 30x173 mm [6]

2.2. Теоријски осврт на проблематику пенетрације

Балистика на циљу се бави интеракцијом пројектила и циља. Генерално, разликујемо два основна типа процеса који зависе од врсте пројектила. У прву групу сврставају се сви тзв. инертни пројектили – пројектили који не садрже експлозивно пуњење, тј. пројектили чије се дејство заснива искључиво на принципу претварања њихове кинетичке енергије у користан рад. Ово најчешће подразумева пробијање одређене препреке. Процес започиње контактом пројектила и препреке. Управо ова врста пројектила и процеса биће анализирана у раду.

Друга група процеса карактеристична је за пројектиле који садрже експлозивно пуњење. У овом случају терминалнобалистички процес је знатно сложенији и започиње активирањем упалача, односно иницирањем експлозивног пуњења. Балистика на циљу уско је повезана са механизмима деловања бојних глава и подразумева моделирање бројних процеса као што су: детонација, фрагментација, балистика парчади, формирање кумулативног млаза, пенетрација, итд. За ову групу пројектила такође је карактеристично и рушеће дејство (енг. *blast*) које настаје као последица детонације експлозивног пуњења [7].

2.2.1. Дефиниција проблема и значај проучавања пенетрације

Пенетрација, односно пробијање, представља процес кретања пенетратора кроз препреку. Под појмом пенетратор подразумева се свако тело које је намењено за пробијање, а препреку представља средина која је изложена дејству пенетратора.

Проучавање процеса пенетрације има велики значај како у области војне технике, тако и у области цивилне примене. Балистика на циљу је једна од основних дисциплина која се бави дефинисањем механизма пробојности што значајно доприноси оптимизацији конструкције пројектила пробојног и разорног дејства, као и за пројектовање панцирне заштите. Са друге стране, постоје и бројне цивилне примене процеса пробијања као што су заштита објеката (нпр. нуклеарних електрана), затим примене у рударству и грађевинарству. Примена у војне сврхе је свакако приоритетна и најзначајнији покретач истраживања у области пенетрације.

Разматрање процеса пробијања незамисливо је без свестраних експерименталних испитивања, док су теоријска истраживања мултидисциплинарна, будући да обухватају велики део механике крутог и деформабилног тела (отпорност материјала, теорију еластичности и пластичности, простирање таласа деформације, итд.) [7].

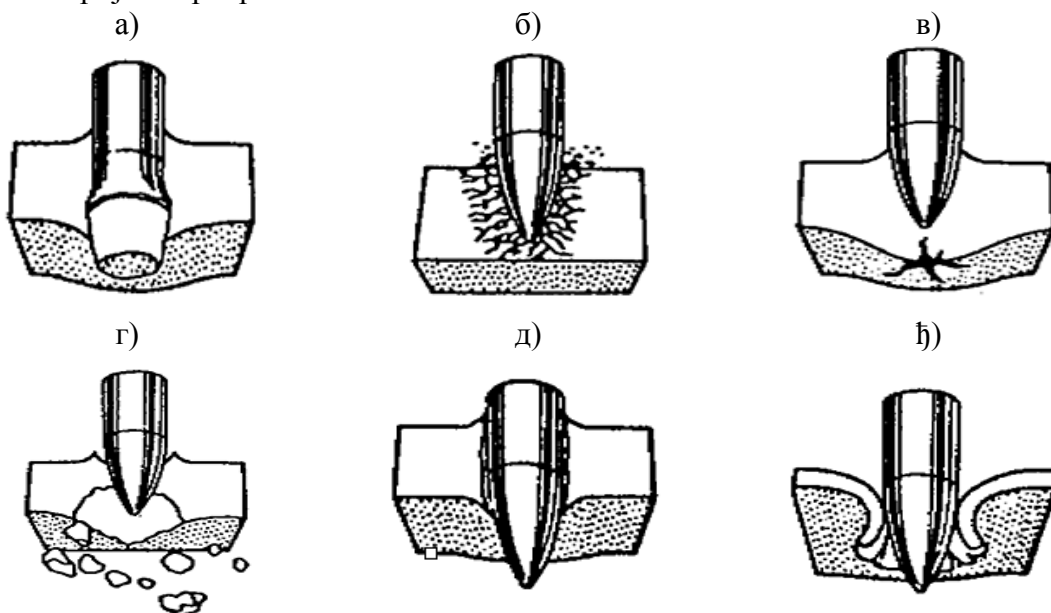
2.2.2. Типови пенетрационих процеса

Процес пенетрације може имати различиту природу у зависности од "улазних" параметара. Под улазним параметрима пенетрације подразумевају се карактеристике пенетратора, препреке и услови удара.

На слици 2.10. представљени су основни типови пенетрације за случај металних препрека:

- пробијање путем формирања одсечка (енг. *plugging*, слика 2.10.а) карактеристично је за пенетраторе са равним врхом и препреке значајне чврстоће и напона на граници течења. Основна карактеристика овог режима је формирање цилиндричног одсечка материјала препреке (енг. *plug*) чији је пречник приближно једнак пречнику пенетратора, а доминантна напрезања препреке у току процеса су сабијање и смицање одсечка које у одређеном тренутку може да доведе оптерећену зону у нестабилно стање, што изазива лом материјала услед смицања и одвајање одсечка;

- пробијање препрека израђених од кртих материјала представљено је на сликама 2.10.б, 2.10.в и 2.10.г (дробљење, стварање радијалних прскотина и фрагментација);
- формирање отвора у препреци радијалним потискивањем материјала (енг. *ductile hole enlargement*, слика 2.10.д) и "расцветавање" препреке (енг. *petaling*, слика 2.10.ђ) представљају типове пенетрације карактеристичне за врло еластичне материјале препреке.



Слика 2.10. Основни типови пенетрационих процеса [7]

- а) формирање одсечка, б) дробљење, в) стварање радијалних напрелина,
 г) фрагментација, д) формирање отвора у препреци, ђ) "расцветавање" препреке

Због сложености самог процеса у реалним условима режим пробијања представља комбинацију неколико различитих типова пенетрације од којих је један доминантан, што ће бити представљено резултатима нумеричке симулације процеса пенетрације.

2.2.3. Приступи проблему пенетрације

Као и многе друге феномене, процес пенетрације карактеришу три основна приступа истраживању:

- емпиријски,
- аналитички и
- нумерички приступ.

Емпиријски приступ се заснива на формирању одговарајућих релација између релевантних величина на бази експериментално утврђених зависности. Овај приступ је по правилу захтеван у погледу цене експерименталних истраживања, али су добијене релације веома поуздане. Оне се, међутим, не могу примењивати изван домена у коме су извршени експерименти.

Аналитички приступ базира се на примени основних физичких законитости на разматрани процес. Резултат представља мање или више сложен аналитички модел, који може бити исказан у форми једне релације, али и врло сложених система једначина за чије је решавање неопходно формирање комплексних рачунарских програма. Ове моделе одликује инжењерски прихватљива тачност и најчешће шири домен примене него у случају емпиријских модела.

Нумерички приступ је најмодернији и подразумева примену физичких закона одржања на дискретизовану структуру која се разматра. Примена рачунара и одговарајућег симулационог софтвера омогућава решавање комплексних једначина за системе са веома великим бројем степени слободе. Резултати у највећој мери зависе од тачности коришћених модела понашања материјала.

У истраживањима се често користи комбиновани метод који подразумева примену најмање два приступа (нпр. емпиријски и нумерички) у циљу добијања квалитетног модела који верно описује разматрани процес [7].

2.2.4. Основни појмови механике пенетрације

У зависности од исхода процеса пенетрације, разликују се четири различита случаја:

- **пробој** – подразумева пролазак целог пенетратора кроз препреку, при чему се формира правилан, приближно цилиндричан отвор у препреци,
- **продор** – представља гранични случај пробијања јер је отвор у препреци неправилног облика и мање површине од површине попречног пресека пенетратора за разлику од пробоја, односно кроз отвор пролазе само делови разбијеног пенетратора,
- **задор** – карактерише заустављање (заглављивање) пенетратора у препреци или његово разбијање током пробијања и
- **рикошет** – представља одбијање пенетратора услед клизања по површини препреке уколико је она нагнута.

Под пробојношћу пенетратора подразумева се његова пробојна моћ – способност пробијања препреке. Повећање пробојности пенетратора се може постићи повећањем дужине и густине пенетратора, као и смањењем његовог пречника. Супротно томе, способност одупирања пробијању представља отпорност препреке. Повећање отпорности препреке се постиже повећањем њене дебљине и густине, као и побољшањем механичких карактеристика материјала.

При разматрању пробојности највећи значај имају ударна, излазна и брзина балистичког лимита.

Ударна брзина v_s (или v_0) је тренутна вредност линијске брзине пенетратора у моменту иницијалног контакта са препреком. При томе се подразумева да је вектор ударне брзине колинеаран са осом пенетратора, тј. увек се претпоставља лет пенетратора са нултим нападним углом. Ефекти угаоне брзине пенетратора око сопствене осе, за случај жиростабилисаних пенетратора, не узимају се у разматрање.

Излазна (резидуална) брзина v_r је брзина пенетратора (и одсечка) у тренутку проласка дна пенетратора кроз раван одређену задњом површином препреке.

Брзина балистичког лимита v_L је једна од основних карактеристика система пенетратор–препрека и може се дефинисати на више начина. Теоријски, реч је о минималној вредности ударне брзине при којој долази до пробоја, односно максималној вредности ударне брзине при којој не долази до пробоја препреке [7].

Дакле, важи

$$v_L = \inf \{v_s : v_r > 0\} = \sup \{v_s : v_r = 0\} \quad (1.1)$$

Брзина балистичког лимита увек се одређује експерименталним путем, тј. извођењем извесног броја гађања различитим ударним брзинама. При мањем броју експеримената, брзином балистичког лимита може се сматрати средња вредност најмање ударне брзине V_{smin} при којој је остварен пробој и највеће брзине V_{smax} при којој је дошло до задора

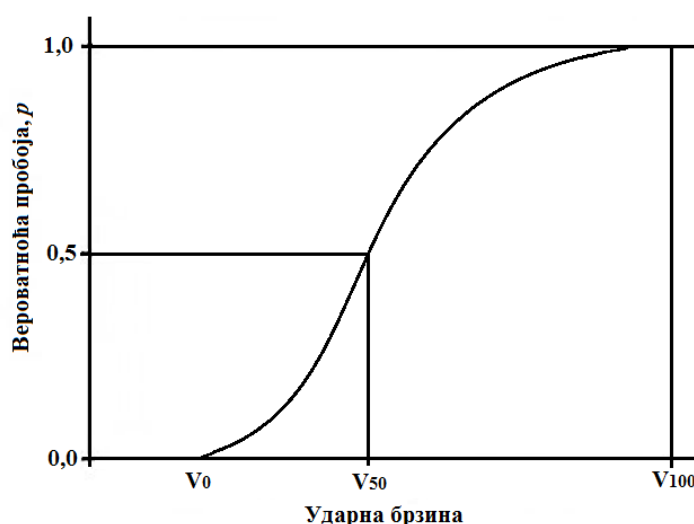
$$v_L = \frac{1}{2}(v_{smin} + v_{smax}) \quad (1.2)$$

Суштински, међутим, само пробијање је појава која у извесној мери има и стохастички карактер. При извођењу експеримената под "истим" условима, реално се појављују извесне разлике у почетним параметрима процеса (ударна брзина, ударни угао, нападни угао, нехомогеност материјала препреке, итд.) које је тешко избећи, услед чега долази до различитих исхода процеса. Зато се уводи појам вероватноће пробијања препреке, p [7].

Наиме, постоји минимална вредност ударне брзине V_{min} испод које практично никада не долази до пробоја ($p=0$) и максимална ударна брзина V_{max} изнад које се пробој увек дешава, $p=1$ (слика 2.11.). Брзина балистичког лимита се статистички дефинише као вредност ударне брзине пенетратора (између V_{min} и V_{max}) за коју је вероватноћа пробијања препреке једнака једној половини

$$v_L = v_{50} = v_s \Big|_{p=\frac{1}{2}} \quad (1.3)$$

Ова дефиниција користи се за одређивање брзине балистичког лимита помоћу експеримента са великим бројем гађања и представља најпоузданију процену овог параметра.



Слика 2.11. Вероватноћа пробијања препреке у зависности од ударне брзине пенетратора [7]

2.3. Нелинеарна динамичка анализа

Решења динамичког одговора нелинеарног система могу се добити на бази различитих поступака [8]:

- итеративне методе за решавање нелинеарних једначина,
- инкрементална формулација применом методе коначних елемената и
- поступци временске интеграције.

2.3.1. Експлицитна интеграција диференцијалних једначина кретања

У линеарној анализи основна равнотежна једначина у времену $t + \Delta t$ је

$$\underline{M}^{t+\Delta t} \ddot{\underline{U}} + \underline{C}^{t+\Delta t} \dot{\underline{U}} + \underline{K}^{t+\Delta t} \underline{U} = {}^{t+\Delta t} \underline{R} \quad (2.1)$$

Ова једначина може бити решена коришћењем имплицитне временске интеграције, експлицитне временске интеграције или режимом суперпозиционе анализе [9].

У нелинеарној анализи равнотежне једначине инкременталних коначних елемената које се користе су, у имплицитној временској интеграцији,

$$\underline{M}^{t+\Delta t} \ddot{\underline{U}} + \underline{C}^{t+\Delta t} \dot{\underline{U}} + {}^t \underline{K} \underline{U} = {}^{t+\Delta t} \underline{R} - {}^t \underline{F} \quad (2.2)$$

и у експлицитној временској интеграцији,

$$\underline{M}^t \ddot{\underline{U}} + \underline{C}^t \dot{\underline{U}} = {}^t \underline{R} - {}^t \underline{F} \quad (2.3)$$

где су:

$\underline{M}$ – константа матрица маса,

$\underline{C}$ – константа матрица пригушења,

$\underline{K}$ – константа матрица крутости,

${}^t \underline{K}$ – тангентна матрица крутости у тренутку t ,

${}^t\mathbf{R}$, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{R}$ – спољашњи вектори сила у тренуцима $t, t + \Delta t$,

${}^t\mathbf{F}$ – вектор чворне силе у тренутку t ,

${}^t\dot{\mathbf{U}}$, ${}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{U}}$ – вектори чворне брзине у тренуцима $t, t + \Delta t$,

${}^t\ddot{\mathbf{U}}$, ${}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{U}}$ – вектори чворних убрзања у тренуцима $t, t + \Delta t$ и

$\mathbf{U}$ – вектори чворних померања од тренутка t до тренутка $t + \Delta t$, на пример $\mathbf{U} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{U} - {}^t\mathbf{U}$.

Решење једначине (2.2) доприноси, генерално, приближно одређивање инкременталног померања $\mathbf{U}$. Да би се побољшала тачност решења у неким случајевима и да се спречи развој нестабилности, потребно је користити равнотежну итерацију у сваком временском кораку [9].

У овом случају подразумевамо равнотежну једначину

$$\mathbf{M}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{U}}^{(i)} + \mathbf{C}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{U}}^{(i)} + {}^t\mathbf{K}\Delta\mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)}, i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4)$$

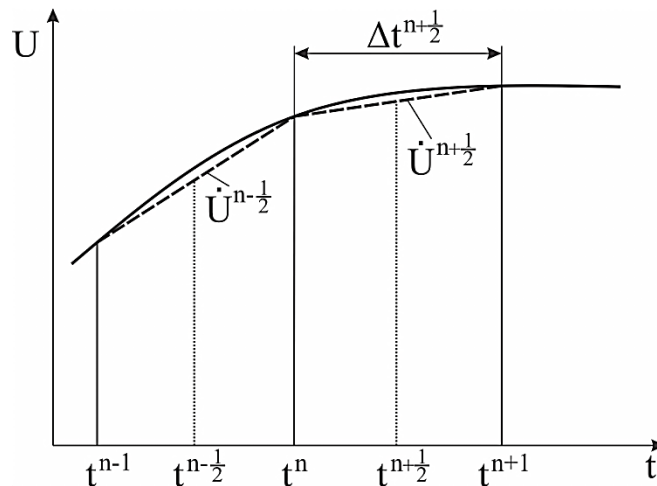
где су $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, ${}^t\mathbf{K}$ и ${}^{t+\Delta t}\mathbf{R}$ већ дефинисани, а ${}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{U}}^{(i)}$, ${}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{U}}^{(i)}$, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\mathbf{U}^{(i)}$ су апроксимације убрзања, брзине и померања добијени у i -тој итерацији. Прва итерација, нпр. $i = 1$ у једначини (2.4), одговара решењу једначине (2.2) где је $\Delta\mathbf{U}^{(1)} = \mathbf{U}$, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(0)} = {}^t\mathbf{U}$, ${}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{U}}^{(1)} = {}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{U}}$, ${}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{U}}^{(1)} = {}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{U}}$, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(0)} = {}^t\mathbf{F}$.

Шема решења коришћена у једначини (2.4) одговара модификованој Њутновој (енг. *Newton*) итерацији.

Од експлицитних поступака интеграције у динамичкој анализи најчешће се користи метода централних разлика (централни диференцијални поступак), а од имплицитних поступака Њумаркова (енг. *Newmark*) или Вилсонова (енг. *Wilson*) метода [9].

2.3.2. Метода централних разлика

Ово разматрање узима у обзир, промену временског корака у току симулације [10], [11].



Слика 2.12. Метод централних разлика са променљивим временским кораком [10]

На слици 2.12. ознаке представљају:

t – време симулације ($0 \leq t \leq t_E$) и

Δt^n – временски корак у n -том тренутку.

$$\Delta t^{n+\frac{1}{2}} = t^{n+1} - t^n \quad (3.1)$$

$$\Delta t^{n-\frac{1}{2}} = t^n - t^{n-1} \quad (3.2)$$

$$t^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(t^n + t^{n+1}) \quad (3.3)$$

$$t^{n-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(t^{n-1} + t^n) \quad (3.4)$$

$$\Delta t^n = t^{n+\frac{1}{2}} - t^{n-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(t^{n+1} + t^n) - \frac{1}{2}(t^n + t^{n-1}) = \frac{1}{2}(t^{n+1} - t^{n-1}) \quad (3.5)$$

Из (3.1) следи да је:

$$t^{n+1} = t^n + \Delta t^{n+\frac{1}{2}} \quad (3.6)$$

Из (3.2) следи:

$$t^{n-1} = t^n - \Delta t^{n-\frac{1}{2}} \quad (3.7)$$

Заменом (3.6) и (3.7) у (3.5), добијамо:

$$\Delta t^n = \frac{1}{2} \left(t^n + \Delta t^{n+\frac{1}{2}} - t^n + \Delta t^{n-\frac{1}{2}} \right) \quad (3.8)$$

$$\Delta t^n = \frac{1}{2} \left(\Delta t^{n+\frac{1}{2}} + \Delta t^{n-\frac{1}{2}} \right) \quad (3.9)$$

Израз за брзину гласи:

$$\underline{V}^{n+\frac{1}{2}} \equiv \dot{\underline{U}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\underline{U}^{n+1} - \underline{U}^n}{t^{n+1} - t^n} = \frac{1}{\Delta t^{n+\frac{1}{2}}} (\underline{U}^{n+1} - \underline{U}^n) \quad (3.10)$$

Одавде следи:

$$\underline{U}^{n+1} = \underline{U}^n + \underline{V}^{n+\frac{1}{2}} \Delta t^{n+\frac{1}{2}} \quad (3.11)$$

Убрзање може бити написано као:

$$\underline{A}^n \equiv \ddot{\underline{U}}^n = \frac{\underline{V}^{n+\frac{1}{2}} - \underline{V}^{n-\frac{1}{2}}}{t^{n+\frac{1}{2}} - t^{n-\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\Delta t^n} \left(\underline{V}^{n+\frac{1}{2}} - \underline{V}^{n-\frac{1}{2}} \right) \quad (3.12)$$

Из (3.12) следи:

$$\underline{V}^{n+\frac{1}{2}} = \underline{V}^{n-\frac{1}{2}} + \underline{A}^n \Delta t^n \quad (3.13)$$

Видимо да су брзине дефинисане у средишњим тачкама временског интервала или полуторацама.

Заменом (3.10) у (3.12) добијамо убрзање у функцији померања:

$$\underline{\underline{A}}^n \equiv \underline{\underline{\ddot{U}}}^n = \frac{1}{\Delta t^n} \left(\frac{1}{\Delta t^{n+\frac{1}{2}}} (\underline{\underline{U}}^{n+1} - \underline{\underline{U}}^n) - \frac{1}{\Delta t^{n-\frac{1}{2}}} (\underline{\underline{U}}^n - \underline{\underline{U}}^{n-1}) \right) \quad (3.14)$$

$$\underline{\underline{A}}^n \equiv \underline{\underline{\dot{U}}}^n = \frac{\Delta t^{n-\frac{1}{2}} (\underline{U}^{n+1} - \underline{U}^n) - \Delta t^{n+\frac{1}{2}} (\underline{U}^n - \underline{U}^{n-1})}{\Delta t^n \Delta t^{n+\frac{1}{2}} \Delta t^{n-\frac{1}{2}}} \quad (3.15)$$

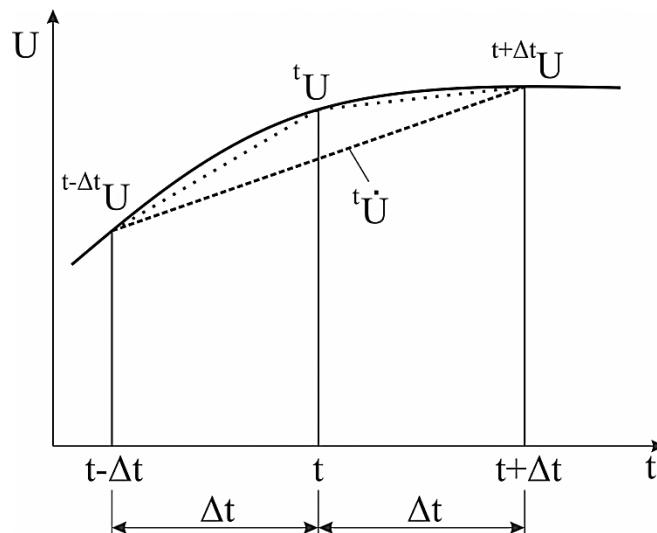
За случај једнаких временских корака, имамо:

$$\underline{A}^n \equiv \underline{\ddot{U}}^n = \frac{\Delta t^n (\underline{U}^{n+1} - \underline{U}^n) - \Delta t^n (\underline{U}^n - \underline{U}^{n-1})}{(\Delta t^n)^3} \quad (3.16)$$

$$\underline{A}^n \equiv \underline{\ddot{U}}^n = \frac{\underline{U}^{n+1} - 2\underline{U}^n + \underline{U}^{n-1}}{(\Delta t^n)^2} \quad (3.17)$$

Једначина (3.17) може бити написана и у другом облику, према [10]:

$${}^t\ddot{\underline{U}} = \frac{1}{\Delta t^2} \left({}^{t+\Delta t}\underline{U} - 2 {}^t\underline{U} + {}^{t-\Delta t}\underline{U} \right) \quad (3.18)$$



Слика 2.13. Метод централних разлика са константним временским кораком [10]

док брзина на основу слике 2.13, може бити написана у облику:

$${}^t\dot{\underline{U}} = \frac{1}{2\Delta t}({}^{t+\Delta t}\underline{U} - {}^{t-\Delta t}\underline{U}) \quad (3.19)$$

Заменом (3.18) и (3.19) у једначину кретања система (2.1), у тренутку t , следи:

$$\underline{\mathbf{M}} \frac{1}{\Delta t^2} \left({}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{U}} - 2 {}^t \underline{\mathbf{U}} + {}^{t-\Delta t} \underline{\mathbf{U}} \right) + \underline{\mathbf{C}} \frac{1}{2\Delta t} \left({}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{U}} - {}^{t-\Delta t} \underline{\mathbf{U}} \right) + \underline{\mathbf{K}} {}^t \underline{\mathbf{U}} = {}^t \underline{\mathbf{R}} \quad (3.20)$$

Сређивањем (3.20) добијамо:

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2}\underline{\mathbf{M}}+\frac{1}{2\Delta t}\underline{\mathbf{C}}\right)^{t+\Delta t}\underline{\mathbf{U}}={}^t\underline{\mathbf{R}}-\left(\underline{\mathbf{K}}-\frac{2}{\Delta t^2}\underline{\mathbf{M}}\right)^t\underline{\mathbf{U}}-\left(\frac{1}{\Delta t^2}\underline{\mathbf{M}}-\frac{1}{2\Delta t}\underline{\mathbf{C}}\right)^{t-\Delta t}\underline{\mathbf{U}} \quad (3.21)$$

или краће:

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2} \underline{\underline{M}} + \frac{1}{2\Delta t} \underline{\underline{C}} \right)^{t+\Delta t} \underline{\underline{U}} = {}^t \hat{\underline{\underline{R}}} \quad (3.22)$$

$$\hat{\underline{\underline{M}}}^{t+\Delta t} \underline{\underline{U}} = {}^t \hat{\underline{\underline{R}}} \quad (3.23)$$

где је:

$${}^t \hat{\underline{\underline{R}}} = {}^t \underline{\underline{R}} - \left(\underline{\underline{K}} - \frac{2}{\Delta t^2} \underline{\underline{M}} \right) {}^t \underline{\underline{U}} - \left(\frac{1}{\Delta t^2} \underline{\underline{M}} - \frac{1}{2\Delta t} \underline{\underline{C}} \right) {}^{t-\Delta t} \underline{\underline{U}} \quad (3.24)$$

док је:

$$\hat{\underline{\underline{M}}} = \frac{1}{\Delta t^2} \underline{\underline{M}} + \frac{1}{2\Delta t} \underline{\underline{C}} \quad (3.25)$$

Дакле, решење за ${}^{t+\Delta t} \underline{\underline{U}}$ се добија на основу једначине (2.1), у тренутку t . Из тог разлога метода је названа експлицитна.

За тренутак $t = 0$ на основу (3.18) и (3.19) можемо да пишемо:

$${}^0 \ddot{\underline{\underline{U}}} = \frac{1}{\Delta t^2} \left({}^{\Delta t} \underline{\underline{U}} - 2 {}^0 \underline{\underline{U}} + {}^{-\Delta t} \underline{\underline{U}} \right) \quad (3.26)$$

$${}^0 \dot{\underline{\underline{U}}} = \frac{1}{2\Delta t} \left({}^{\Delta t} \underline{\underline{U}} - {}^{-\Delta t} \underline{\underline{U}} \right) \quad (3.27)$$

Из последње једначине следи:

$${}^{-\Delta t} \underline{\underline{U}} = {}^{\Delta t} \underline{\underline{U}} - 2\Delta t {}^0 \dot{\underline{\underline{U}}} \quad (3.28)$$

Заменом (3.28) у (3.26) добијамо:

$${}^0 \ddot{\underline{\underline{U}}} = \frac{1}{\Delta t^2} \left({}^{\Delta t} \underline{\underline{U}} - 2 {}^0 \underline{\underline{U}} + {}^{\Delta t} \underline{\underline{U}} - 2\Delta t {}^0 \dot{\underline{\underline{U}}} \right) \quad (3.29)$$

Одакле добијамо да је:

$${}^{\Delta t} \underline{\underline{U}} = {}^0 \underline{\underline{U}} + \Delta t {}^0 \dot{\underline{\underline{U}}} + \frac{\Delta t^2}{2} {}^0 \ddot{\underline{\underline{U}}} \quad (3.30)$$

2.3.3. Алгоритам експлицитне интеграције диференцијалних једначина кретања

Основне зависно–променљиве у овом алгоритму су брзина и Кошијев напон. Почетне вредности за брзину и Кошијев напон морају бити задате, као и све материјалне константе. Претпоставља се да почетна померања нестају, тј. почетна померања су безначајна у нелинеарној анализи, осим у случају хипереластичних материјала где напон, у општем случају, зависи од историје деформације [10], [11].

Табела 2. Алгоритам експлицитне интеграције диференцијалних једначина кретања

Стартовање у кораку:

n

Познато:

$$\underline{U}^n, \underline{V}^{n-1/2}, t^n, \Delta t^{n-1/2}, \underline{\sigma}^{n-1}$$

Израчунавање брзине деформације у полукораку:

$$\underline{L} = \left(\nabla \underline{V}^{n-1/2} \right)^T \quad (\text{тензор градијента брзине})$$

$$\dot{\underline{\epsilon}}^{n-1/2} = \frac{1}{2} (\underline{L} + \underline{L}^T) = [\underline{B}] \underline{V}^{n-1/2} \quad (\text{тензор брзине деформације})$$

Израчунавање напона:

$$\underline{\dot{\sigma}}^{n-1/2} = f(\dot{\underline{\epsilon}}^{n-1/2})$$

$$\underline{\sigma}^n = \underline{\sigma}^{n-1} + \underline{\dot{\sigma}}^{n-1/2} \Delta t^{n-1/2}$$

Рачунање унутрашњих сила:

$$\underline{F}_e^n = \int [\underline{B}]^T \underline{\sigma}^n dV$$

Израчунавање критичног временског корака:

$$\Delta t_{\text{crit}}^e = \min \frac{1}{c_e}, \text{ ако } \Delta t_{\text{crit}}^e < \Delta t_{\text{crit}} \text{ онда } \Delta t_{\text{crit}}^{n+1/2} = \Delta t_{\text{crit}}^e$$

Рачунање спољних сила:

$\underline{R}$

Рачунање равнотежне једначине:

$$\underline{A}^n = \underline{M}^{-1} \underline{F}^n = \underline{M}^{-1} [\underline{R}(\underline{U}^n, t^n) - \underline{F}(\underline{U}^n, t^n)]$$

Рачунање инкремента Δt коришћењем фактора скалирања из услова стабилности:

$$\Delta t^{n+1/2} = \alpha \Delta t_{\text{crit}}^{n+1/2}$$

$$t^{n+1} = t^n + \Delta t^{n+1/2}$$

$$\Delta t^n = \frac{1}{2} (\Delta t^{n-1/2} + \Delta t^{n+1/2})$$

Брзина:

$$\underline{V}^{n+1/2} = \underline{V}^{n-1/2} + \underline{A}^n \Delta t^n \quad \underline{V}^{n+1} = \underline{V}^{n+1/2} + \frac{1}{2} \Delta t^n \underline{A}^n$$

Положај:

$$\underline{U}^{n+1} = \underline{U}^n + \underline{V}^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2}$$

Познато:

$$\underline{U}^{n+1}, \underline{V}^{n+1/2}, t^{n+1}, \Delta t^{n+1/2}, \underline{\sigma}^n$$

Крај корака:

$$n = n + 1$$

2.4. Материјални модели

У оквиру *LS-DYNA* – е могуће је дефинисати велики број материјалних модела и једначина стања. Приближно 150 материјалних модела се налази у бази, а корисницима је омогућено да дефинишу и десетине других модела [12].

Неки од материјалних модела са којима је могуће радити у *LS-DYNA* – и су:

1. *Elastic*
2. *Orthotropic Elastic*
3. *Kinematic/Isotropic Elastic-Plastic*
-
15. *Johnson/Cook Strain and Temperature Sensitive Plasticity*
16. *Pseudo TENSOR Concrete/Geological Model*
17. *Isotropic Elastic-Plastic Oriented Crack Model*
-

2.4.1. Џонсон–Куков материјални модел

Џонсон и Кук (енг. *Johnson & Cook*) су предложили полу–експериментални конститутивни модел за метале које одликују велика напрезања, високе брзине деформације и високе температуре. Сваки од феномена (деформационо ојачање, брзина деформационог ојачања и термичко омекшање) представља се независним фактором. Узимањем у обзир свих фактора, напон течења се добија као функција ефективне пластичне деформације, брзине пластичне деформације и температуре [12], [16].

Џонсон и Кук представљају напон течења једначином:

$$\sigma_y = (A + B \bar{\epsilon}_p^{-n})(1 + c \ln \dot{\epsilon}^*)(1 - T^{*m}) \quad (4.1)$$

где су:

A – почетни напон течења,

B – коефицијент ојачања,

n – експонент ојачања,

c – константа брзине деформације,

m – експонент термичког омекшавања,

$\bar{\epsilon}_p$ – ефективна пластична деформација,

$\dot{\epsilon}^* = \frac{\bar{\epsilon}_p}{\dot{\epsilon}_0}$ – брзина ефективне пластичне деформације за $\dot{\epsilon}_0 = 1s^{-1}$,

$$T^* = \frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}},$$

T_{room} – собна температура и

T_{melt} – температура топљења материјала.

Константе за материјале се одређују различитим типовима тестова, као што су испитивање на кидалици, испитивање на Хопкинсоновом штапу, итд.

2.4.2. Џонсон–Куков материјални модел оштећења

Деформација материјала приликом оштећења дата је једначином [12]:

$$\varepsilon^f = \left[D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*) \right] (1 + D_4 \ln \varepsilon^*) (1 + D_5 T^*) \quad (4.2)$$

где су:

$D_i, i = 1, \dots, 5$ – параметри којима се дефинише критеријум оштећења материјала и

σ^* – представља однос притиска подељеног са ефективним напонам.

До лома материјала долази када параметар

$$D = \sum \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon^f} \quad (4.3)$$

достигне вредност 1.

Избор три врсте модела лома (енг. *spall models*) понуђен је да се представе одвајање (енг. *splitting*), настанак прелина (енг. *cracking*) и оштећење (енг. *failure*) материјала под дејством оптерећења. Модел граничног притиска ограничава минимални хидростатички притисак на специфичну вредност, $p \geq p_{\min}$. Ако притисак има већу вредност него што је израчуната гранична вредност, онда се он враћа на $p_{\min}$.

Тип материјалног модела број 15, односно Џонсон–Куков материјални модел, је применљив за високе вредности деформације великог броја материјала, укључујући већину метала. Џонсон–Куков модел остаје важећи до веома ниских брзина деформације, укључујући и квазистатички режим. Типична примена овог материјалног модела је за анализе експлозивних процеса, обраде метала, балистичке пенетрације, и удара/судара.

2.5. Мие–Грунеисенова једначина стања

Мие–Грунеисенова (енг. *Mie–Grüneisen*) једначина стања представља однос између притиска и запремине чврсте материје на задатој температури. Користи се за одређивање притиска у чврстим материјама које су изложене великом притиску у кратком временском периоду. Постоји неколико различитих релација којима се дефинише дата зависност. Грунеисенов модел може бити представљен у облику [13],[14]:

$$\Gamma_0 = V \left(\frac{dp}{dE} \right)_V \quad (4.4)$$

где су:

Γ_0 – Грунеисенов параметар који представља топлотни притисак који настаје из скупа вибрирајућих атома,

V – запремина,

p – притисак и

E – унутрашња енергија.

Ако претпоставимо да Γ_0 не зависи од притиска и унутрашње енергије, можемо написати:

$$p - p_0 = \frac{\Gamma_0}{V} (E - E_0) \quad (4.5)$$

где су:

p_0 – референтни притисак на температури од $T = 0 \text{ K}$ и

E_0 – референтна унутрашња енергија на температури од $T = 0 \text{ K}$.

У том случају су p_0 и E_0 независни од температуре па се вредности ових параметара могу проценити из Игнојеве једначине [13], [14].

Једна од верзија једначине стања је:

$$p = \frac{\rho_0 C_0^2 \chi \left(1 - \frac{\Gamma_0}{2} \chi \right)}{(1 - s\chi)^2} + \Gamma_0 E \quad (4.6)$$

$$\chi = 1 - \frac{\rho_0}{\rho} \quad (4.7)$$

$$s = \frac{dU_s}{dU_p} \quad (4.8)$$

где су:

C_0 – брзина звука кроз материјал,

ρ_0 – почетна густина материјала,

ρ – тренутна густина материјала,

Γ_0 – Грунеисенов параметар,

s – линеарни коефицијент нагиба Игонијеве праве,

U_s – брзина ударног таласа,

U_p – брзина честица и

E – унутрашња енергија по јединици референтне запремине.

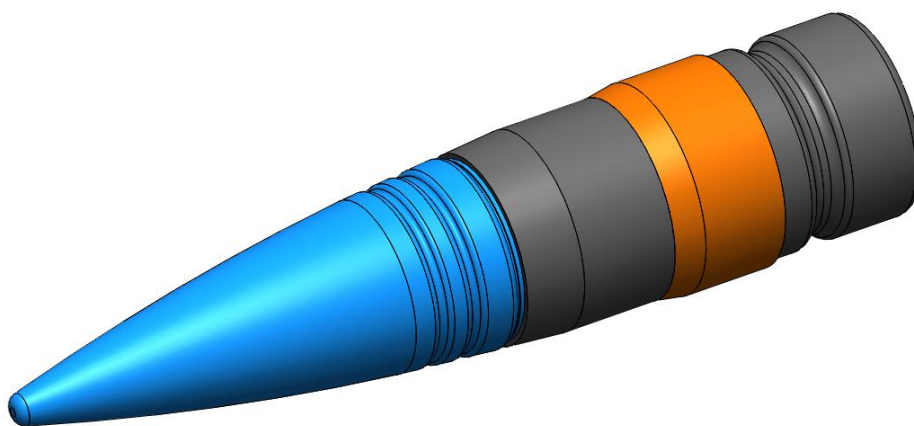
3. Модели плоче и панцирног пројектила калибра 30 mm

3.1. Модел пројектила

Панцирни пројектил калибра 30 mm састоји се из три главне целине, а то су:

- панцирно језгро,
- балистичка капа и
- водећи прстен.

Пројектил је подсклоп метка калибра 30x165 mm који се користи код противавионских топова руске производње, 2А42 и 2А72. Дати пројектил је производ домаће фабрике наменске индустрије. 3Д модел пројектила за који ће бити извршена анализа приказан је на сликама 3.1. и 3.2.



Слика 3.1. Изометријски приказ панцирног пројектила калибра 30mm



Слика 3.2. Изометријски приказ подсклопова панцирног пројектила калибра 30mm

3.2. Модел плоче

Плоча за испитивање је израђена од панцирног челика *Weldox 460*. Димензије као што су висина и ширина плоче немају неког великог значаја у овој анализи, док се дебљина плоче разликује од случаја и износи редом 10 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm и 50 mm. Модел плоче израђен је коришћењем софтвера *FEMAP* и *LS PrePost*.

3.3. Дефинисање материјалних карактеристика

Панцирно језгро израђује се од челика *AISI 4340*, балистичка капа од челика *AISI 1006*, а водећи прстен од бакра. Испитивање пробојности (пенетрације) извршено је на плочи која је израђена од панцирног челика *Weldox 460*. Физичке, механичке и термичке карактеристике ових материјала представљене су у табели према *SAE* стандарду.

На сликама 3.1. и 3.2 приказани су различити материјали у оквиру склопа пројектила. Тамно сивом бојом обележен је челик *AISI 4340*, плавом бојом челик *AISI 1006*, а наранџастом бојом обележен је бакар.

Табела 3. Физичке, механичке и термичке карактеристике материјала [15], [16], [17]

Физичке карактеристике			
Материјал	Модул еластичности	Густина материјала	Поасонов коефицијент
	$E [N/mm^2]$	$\rho [t/mm^3]$	ν
Челик <i>AISI 4340</i>	$2 \cdot 10^5$	$7,85 \cdot 10^{-9}$	0,29
Челик <i>AISI 1006</i>	$2,06 \cdot 10^5$	$7,87 \cdot 10^{-9}$	0,29
Бакар	$1,1 \cdot 10^5$	$8,96 \cdot 10^{-9}$	0,343
<i>Weldox 460</i>	$2 \cdot 10^5$	$7,85 \cdot 10^{-9}$	0,33
Механичке карактеристике			
Материјал	Напон на граници течења	Затезна чврстоћа	Тврдоћа по Бринелу
	$R_e [N/mm^2]$	$R_m [N/mm^2]$	HB
Челик <i>AISI 4340</i>	470	745	217
Челик <i>AISI 1006</i>	285	330	95
Бакар	54	224	85
<i>Weldox 460</i>	460	530-720	180
Термичке карактеристике			
Материјал	Температура топљења	Специфична топлота	
	$T_m [K]$	$c_p [J/kgK]$	
Челик <i>AISI 4340</i>	1793	477	
Челик <i>AISI 1006</i>	1811	450	
Бакар	1356	383	
<i>Weldox 460</i>	1800	452	

3.4. Дефинисање модела коришћењем методе коначних елемената

3.4.1. 3Д изопараметарски коначни елемент

Овај коначни елемент се користи за моделирање тродимензионалних тела општег облика (3Д континуума). Елемент може имати различит број чворова – уобичајен је број од 8 до 21, и овакав елемент зваћемо основни, који има шест површи које га ограничавају. Међутим, од овог елемента се могу формирати и други просторни облици, као што су просторна призма, тетраедар или четворострана пирамида. Овакви елементи настали поклапањем неких чворова основног елемента, зову се дегенерисани 3Д елементи. Побољшање резултата добијених моделирањем 3Д елементима са осам чворова, у случају општих услова деформисања, може се постићи увођењем корективних функција за поље деформације у елементу, помоћу тзв. инкомпатибилних померања. Овакви елементи се зову побољшани 3Д елементи. Даље излагање је организовано тако што је прво појашњен основни 3Д елемент, а затим дегенерисани елемент [18].

3.4.2. Основни 3Д елемент

Интерполације геометрије и померања су, облика

$$\underline{x} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \underline{H}\underline{X} \quad (5.1)$$

$$\underline{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix} = \underline{H}\underline{U} \quad (5.2)$$

где су интерполациона матрица $\underline{H}$

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 & \dots & h_N & 0 & 0 \\ 0 & h_1 & 0 & 0 & h_2 & 0 & \dots & 0 & h_N & 0 \\ 0 & 0 & h_1 & 0 & 0 & h_2 & \dots & 0 & 0 & h_N \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

и вектори координата чворова $\underline{X}$ и померања чворова $\underline{U}$,

$$\underline{X}^T = [X_1^1 \ X_2^1 \ X_3^1 \ X_1^2 \ X_2^2 \ X_3^2 \ \dots \ X_1^N \ X_2^N \ X_3^N] \quad (5.4)$$

$$\underline{U}^T = [U_1^1 \ U_2^1 \ U_3^1 \ U_1^2 \ U_2^2 \ U_3^2 \ \dots \ U_1^N \ U_2^N \ U_3^N] \quad (5.5)$$

Приметимо да се (5.1) и (5.2) могу написати у компонентном облику као

$$x_i = \sum_{k=1}^N h_k X_i^k \quad i=1, 2, 3 \quad (5.6)$$

$$u_i = \sum_{k=1}^N h_k U_i^k \quad i=1, 2, 3 \quad (5.7)$$

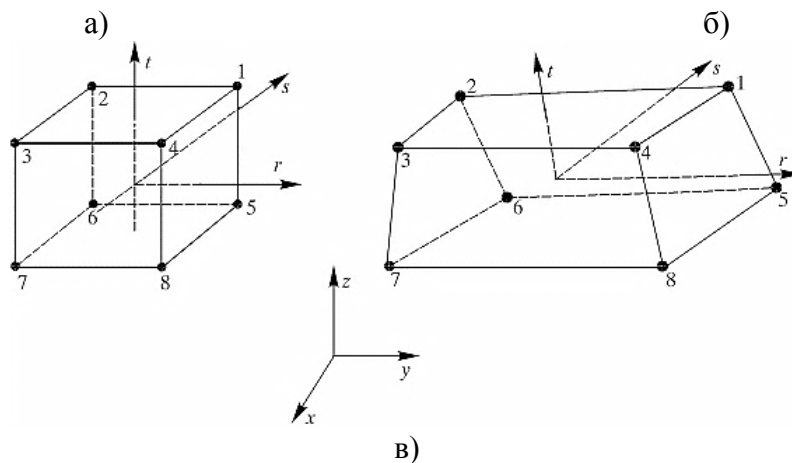
где $i=1$ одговара оси x , $i=2$ – оси y , а $i=3$ – оси z . У случају коначног елемента са 8 чворова, интерполационе функције су

$$\begin{aligned}
 h_1 &= \frac{1}{8}(1+r)(1+s)(1+t) & h_5 &= \frac{1}{8}(1+r)(1+s)(1-t) \\
 h_2 &= \frac{1}{8}(1-r)(1+s)(1+t) & h_6 &= \frac{1}{8}(1-r)(1+s)(1-t) \\
 h_3 &= \frac{1}{8}(1-r)(1-s)(1+t) & h_7 &= \frac{1}{8}(1-r)(1-s)(1-t) \\
 h_4 &= \frac{1}{8}(1+r)(1-s)(1+t) & h_8 &= \frac{1}{8}(1+r)(1-s)(1-t)
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

односно

$$h_i(r,s,t) = \frac{1}{8}(1+tr_i)(1+ss_i)(1+tt_i) \quad i=1,2,\dots,8 \tag{5.9}$$

Функције $h_i(r,s,t)$ су линеарне по r,s,t и зато се овај елемент зове линеаран. Његове површи су, како се види на слици 3.3. равни у физичком простору. Елемент се из x,y,z простора пресликава на коцку чије су координате чворова r_i, s_i, t_i једнаке ± 1 , као што је дато на слици 3.3.в. Приметимо да се усвојени редослед у нумерисању чворова мора користити у практичној примени 3Д елемената, да би се очувало једнозначно пресликавање и десна оријентација природног система r,s,t .

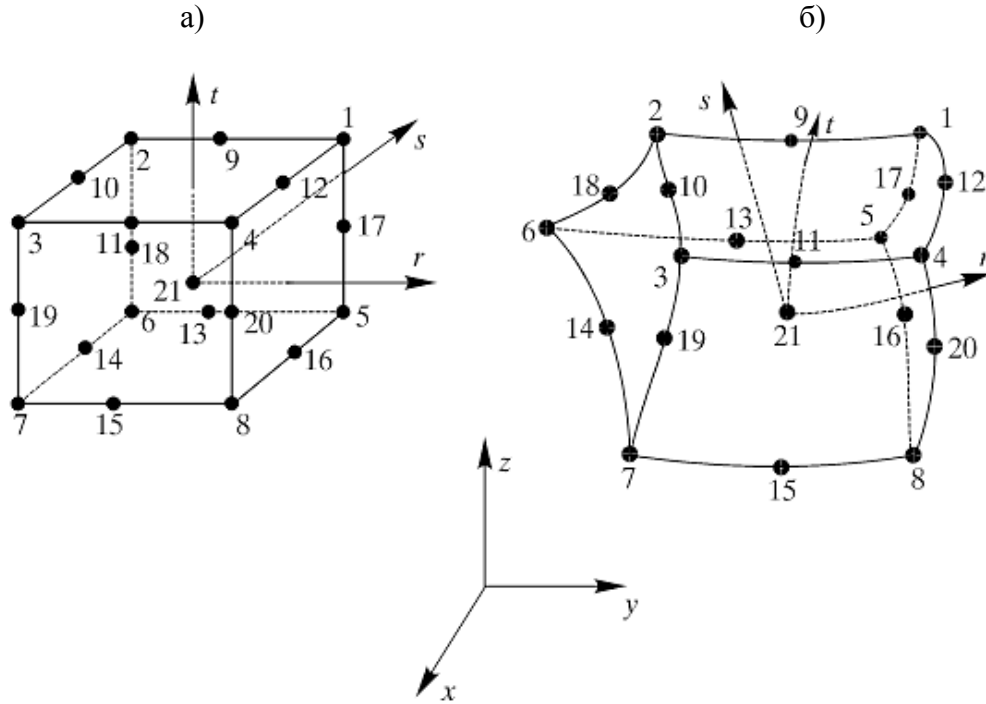


Чвор	r_i	s_i	t_i
1	+1	+1	+1
2	-1	+1	+1
3	-1	-1	+1
4	+1	-1	+1
5	+1	+1	-1
6	-1	+1	-1
7	-1	-1	-1
8	+1	-1	-1

Слика 3.3. 3Д коначни елемент са 8 чворова: а) Природни координатни систем r,s,t ; б) Декартов координатни систем x,y,z (физички простор); в) Вредности природних координата у чворовима елемента [18]

За моделирање кривих површи могу се користити 3Д елементи са више од 8 чворова. На слици 3.4. показан је 3Д елемент са 21 чвором. Површи елемента могу бити закривљене, а елемент се пресликава на коцку чији угаони чворови имају координате ± 1 у природном координатном систему r,s,t . Међучворови имају по једну природну

координату једнаку нули, како се и са слике види, док се чвор 21 налази у координатном почетку природног система.



Слика 3.4. 3Д елемент са 21 чвором а) Природни координатни систем
б) Декартов координатни систем (физички простор)[18]

Ако се користи нумерација чворова према слици 3.4, интерполационе функције h_i се могу изразити у облику

$$\begin{aligned}
 h_1 &= g_1 - \frac{1}{2}(g_9 + g_{12} + g_{17}) & h_5 &= g_5 - \frac{1}{2}(g_{13} + g_{16} + g_{17}) \\
 h_2 &= g_2 - \frac{1}{2}(g_9 + g_{10} + g_{18}) & h_6 &= g_6 - \frac{1}{2}(g_{13} + g_{14} + g_{18}) \\
 h_3 &= g_3 - \frac{1}{2}(g_{10} + g_{11} + g_{19}) & h_7 &= g_7 - \frac{1}{2}(g_{14} + g_{15} + g_{19}) \\
 h_4 &= g_4 - \frac{1}{2}(g_{11} + g_{12} + g_{20}) & h_8 &= g_8 - \frac{1}{2}(g_{15} + g_{16} + g_{20}) \\
 h_k &= g_k & k &= 9, 10, \dots, 20 \\
 h_k &= 0 & \text{ако чвор не постоји}
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

где су функције g_i одређене као

$$\begin{aligned}
 g_k &= G(r, r_k)G(s, s_k)G(t, t_k) \\
 G(\beta, \beta_k) &= \frac{1}{2}(1 + \beta_k \beta) & \text{за } \beta_k = \pm 1 \quad \beta = r, s, t \\
 G(\beta, \beta_k) &= 1 - \beta^2 & \text{за } \beta_k = 0
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

Приметимо да се основне интерполационе функције за угаоне чворове, одређене преко (5.8) и (5.9), коригују интерполационим функцијама суседних међучворова.

Коначно, интерполациона функција h_{21} одређена је као

$$h_{21} = (1-r^2)(1-s^2)(1-t^2) \quad (5.12)$$

У случају постојања чвора 21 коригују се интерполационе функције h_i дате са (5.10), према следећем

$$\begin{aligned} h_k &= \bar{h}_k - \frac{1}{8} h_{21} & k &= 1, 2, \dots, 8 \\ h_k &= \bar{h}_k - \frac{1}{4} h_{21} & k &= 9, 10, \dots, 20 \end{aligned} \quad (5.13)$$

где је са $\bar{h}_k$ означена интерполациона функција одређена једначином (5.10).

Интерполационе функције дате са (5.10), односно са (5.13), садрже квадрате природних координата, па се овакви елементи зову и параболични. Интересантно је приметити да интерполационе функције h_i , дефинисане било једначином (5.8) или (5.13), имају особину као код елемената штапа; функција $h_k = 1$ у чвору "k", а једнака је нули у свим осталим чворовима. Дакле

$$h_k(r_j, s_j, t_j) = \delta_{kj} \quad (5.14)$$

где је δ_{kj} Кронекеров делта симбол ($\delta_{kj} = 1, k = j$; $\delta_{kj} = 0, k \neq j$).

Како се види на сликама 3.3. и 3.4. површи које ограничавају елемент одређене су условом да је једна од природних координата константа и једнака +1 или -1. На пример, површи $r = -1$ одговара површ на којој, према слици 3.4, леже чворови 2, 6, 7, 3, 18, 14, 19, 10. Координатне линије природног координатног система су одређене условом да су две природне координате једнаке нули. На пример, координатна r – линија одређена је са $s = t = 0$; на слици 3.4.а то је права, а на слици 3.4.б то је крива линија.

У принципу, елементи вишег реда дају тачније резултате за опште случајеве поља деформације и напона, и сложене геометријске облике тела. Међутим, моделирање помоћу оваквих елемената је сложеније, па се користе линеарни елементи, али са гушћом мрежом. Такође, значајно је побољшање тачности линеарних елемената помоћу инкомпатибилних померања.

Често се у литератури користе ознаке за смичуће деформације облика $e_{xy} = \gamma_{xy} / 2$, $e_{yz} = \gamma_{yz} / 2$, $e_{zx} = \gamma_{zx} / 2$ тако да се, користећи индексну нотацију, деформација може писати

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (5.15)$$

Ради одређивања деформације сада ће бити изведена матрица $\underline{B}$. У складу са дефиницијом деформације $\underline{e}$ према (5.15) и интерполацијама за померање (5.2), односно (5.7), имамо да је

$$\underline{e} = \begin{Bmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ e_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{1,1} \\ u_{2,2} \\ u_{3,3} \\ u_{1,2} + u_{2,1} \\ u_{2,3} + u_{3,2} \\ u_{1,3} + u_{3,1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & 0 & 0 & \dots & h_{N,1} & 0 & 0 \\ 0 & h_{1,2} & 0 & \dots & 0 & h_{N,2} & 0 \\ 0 & 0 & h_{1,3} & \dots & 0 & 0 & h_{N,3} \\ h_{1,2} & h_{1,1} & 0 & \dots & h_{N,2} & h_{N,1} & 0 \\ 0 & h_{1,3} & h_{1,2} & \dots & 0 & h_{N,3} & h_{N,2} \\ h_{1,3} & 0 & h_{1,1} & \dots & h_{N,3} & 0 & h_{N,1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1^1 \\ U_2^1 \\ U_3^1 \\ \vdots \\ U_1^N \\ U_2^N \\ U_3^N \end{Bmatrix} = \underline{B} \underline{U} \quad (5.16)$$

одакле се очигледно виде чланови B_{ij} матрице $\underline{B}$. Ради краћег писања уведено је означавање извода као

$$h_{k,j} = \frac{\partial h_k}{\partial x_j} \quad (5.17)$$

Овде је потребно детаљније показати начин рачунања извода $h_{k,j}$. Наиме, h_k су функције природних координата, r, s, t , па се мора применити поступак посредног диференцирања,

$$h_{k,j} = \frac{\partial h_k}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x_j} + \frac{\partial h_k}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x_j} + \frac{\partial h_k}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x_j} \quad (5.18)$$

Ако се уведе Јакобијан трансформација између Декартовог и природног система, као

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{x}}{\partial \underline{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

а инверзни Јакобијан

$$\underline{J}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{r}}{\partial \underline{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial x} & \frac{\partial s}{\partial x} & \frac{\partial t}{\partial x} \\ \frac{\partial r}{\partial y} & \frac{\partial s}{\partial y} & \frac{\partial t}{\partial y} \\ \frac{\partial r}{\partial z} & \frac{\partial s}{\partial z} & \frac{\partial t}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

онда се изводи (5.17) могу написати у облику

$$h_{k,j} = J_{j1}^{-1} \frac{\partial h_k}{\partial r} + J_{j2}^{-1} \frac{\partial h_k}{\partial s} + J_{j3}^{-1} \frac{\partial h_k}{\partial t} \quad (5.21)$$

Изводи $\partial h_k / \partial r$, $\partial h_k / \partial s$, $\partial h_k / \partial t$ се добијају диференцирањем које директно следи из дефиниције $h_k(r, s, t)$ према одговарајућим изразима датим једначинама (5.8), (5.10), (5.13). Чланови Јакобијана J_{mn} следе из дефиниције (5.19) и интерполације за геометрију (5.6),

$$J_{mn} = \sum_{k=1}^N \frac{\partial h_k}{\partial r_m} X_n^k \quad (5.22)$$

где је $r_1 = r$, $r_2 = s$, $r_3 = t$.

Горњи поступак одређивања извода функција h_k по Декартовим координатама x_i применљив је на било коју функцију природних координата. Дакле, вектор извода $\partial / \partial \underline{x}$, дефинисан као

$$\left(\frac{\partial}{\partial \underline{x}} \right)^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

може се матрично изразити релацијом

$$\frac{\partial}{\partial \underline{x}} = \underline{J}^{-1} \frac{\partial}{\partial \underline{r}} \quad (5.24)$$

где је

$$\left(\frac{\partial}{\partial \underline{r}} \right)^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial s} & \frac{\partial}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

И обрнуто, ако имамо неку функцију координата x_i , изводи у односу на природне координате су

$$\frac{\partial}{\partial \underline{r}} = \underline{J} \frac{\partial}{\partial \underline{x}} \quad (5.26)$$

У практичној примени у МКЕ, вредност чланова J_{mm} Јакобијана у посматраној тачки елемента (за одређене вредности природних координата r, s, t) одређује се нумерички, а затим се врши инверзија матрице $\underline{J}$. Наравно, инверзија је могућа за случај несингуларне матрице $\underline{J}$. До сингуларности може доћи у случају 3Д елемента са угловима између граничних површи елемента већим од 180° .

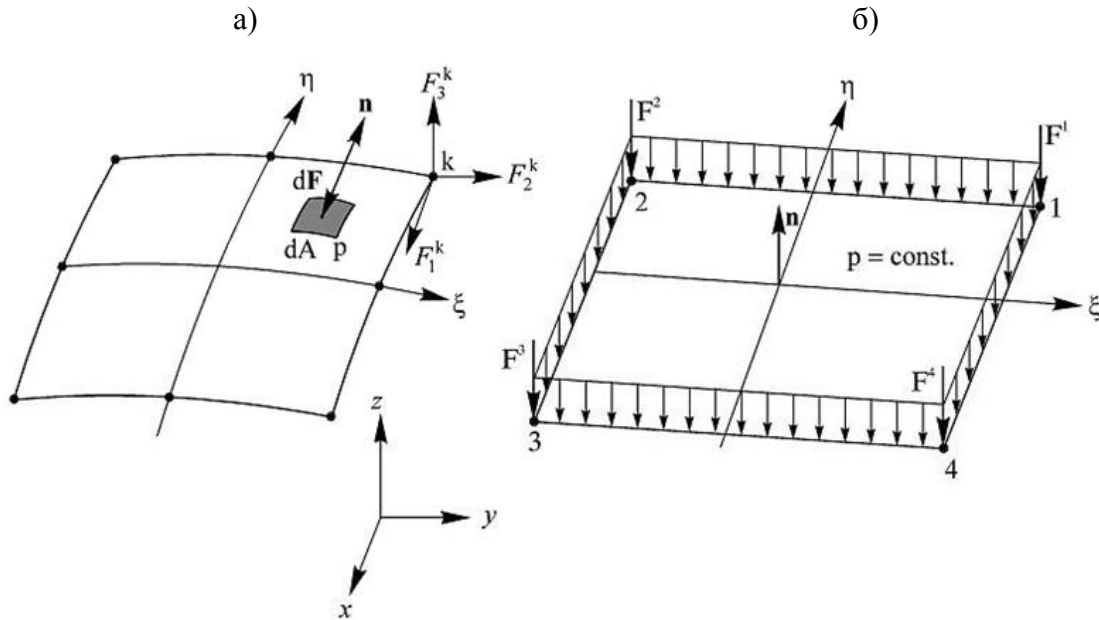
Матрица еластичности $\underline{C}$ одговара 3Д условима и дата је једначином (5.12). Дакле, и вектор напона $\underline{\sigma}$ има шест компоненти, у складу са редоследом компоненти деформације $\underline{\epsilon}$ у једначини (5.16). Приметимо да матрица крутости елемента $\underline{K}$ има димензије $3N \times 3N$, тј.

$$\underline{K}_{3N \times 3N} = \int_V \underline{B}_{3N \times 6}^T \underline{C}_{6 \times 6} \underline{B}_{6 \times 3N} dV \quad (5.27)$$

а вектор сила у чворовима $\underline{F}^u$ има $3N$ компоненти,

$$\underline{F}^u_{3N \times 1} = \int_V \underline{B}_{3N \times 6}^T \underline{\sigma}_{6 \times 1} dV = \underline{K}_{3N \times 3N} \underline{U}_{3N \times 1} \quad (5.28)$$

На крају разматрања основног 3Д елемента биће приказан начин одређивања еквивалентних сила у чворовима које одговарају површинском притиску на површини елемента. Претпоставља се да на површи чији су чворови 1, 2, ..., K делује површински притисак p , како је шематски приказано на слици 3.5.



Слика 3.5. Површински притисак на страници 3Д елемента
 а) Општи случај, б) Униформни притисак на равној правоугаоној страници [18]

У случају опште криве површи имамо да је елементарна сила притиска $\underline{dF}$, која одговара притиску $p(\xi, \eta)$ у тачки површи одређеној координатама ξ, η ,

$$\underline{dF} = -p \underline{n} dA \quad (5.29)$$

где је $\underline{n}$ нормала у тачки површи, а dA елементарна површ. Еквивалентне силе се одређују на основу једнакости виртуалних радова притиска и сила у чворовима површи,

$$\sum_{k=1}^K (F_1^k \delta U_1^k + F_2^k \delta U_2^k + F_3^k \delta U_3^k) = - \int_A \delta u_n p dA \quad (5.30)$$

где је δu_n виртуално померање у правцу нормале. Померање неке тачке на површи можемо изразити у облику (5.7), узимајући једну од природних координата која има вредност +1 или -1. Овим се функције $h_k(r, s, t)$ свде на функције две природне координате ξ и η , како је назначено на слици 3.5. Ове функције следе из 3Д интерполационих функција. Дакле, користећи 2Д интерполационе функције које одговарају чворовима $k=1, \dots, K$ на површи, можемо писати

$$\delta u_n = \sum_{k=1}^K h_k (n_1^k \delta U_1^k + n_2^k \delta U_2^k + n_3^k \delta U_3^k) \quad (5.31)$$

где су n_1^k, n_2^k и n_3^k пројекције нормале $\underline{n}^k$ у чвору k на осе x, y, z . Заменом (5.31) у (5.30) и изједначавањем коефицијента уз виртуална померања δU_i^k , добијамо

$$F_i^k = - \int_A p h_k n_i^k dA \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.32)$$

Одређивање површинског интеграла врши се у општем случају нумерички. Притисак се обично задаје у чворовима, па се вредност у тачки површи израчунава интерполацијом, тј.

$$p = \sum_{k=1}^K h_k P^k \quad (5.33)$$

где је P^k притисак у чвору k . У случају униформног притиска на правоугаоној површи моделираној са четири чвора, еквивалентне силе су нормалне на површи и једнаке четвртини укупне површинске силе, како је назначено на слици 3.5.б.

3.4.3. Дегенерисан 3Д коначни елемент

У практичном моделирању може бити погодно да се употребе 3Д коначни елементи облика који се могу извести из основног 3Д елемента. Овде ће бити изложен поступак добијања 3Д елемената облика троугаоне призме, тетраедра и четворостране пирамиде, путем дегенерисања основног 3Д елемента. Посматраћемо само линеарне елементе чија је дегенерација најједноставнија (а и најједноставнији су за практичну примену), док се дегенерација елемената вишег реда може наћи у литератури [10].

На слици 3.6. показани су коначни елементи троугаоне призме, тетраедра и четворостране пирамиде добијени поклапањем одговарајућих чворова основног елемента. Да би се добиле интерполационе функције дегенерисаних елемената, треба узети у обзир поклапање одговарајућих чворова. Дакле, за троугаону призму на слици 3.6.б имамо поклапање чворова 1 и 4, 5 и 8, па заменом $X_1^4 = X_1^1$ и $X_1^8 = X_1^5$ у (5.6) добијамо да је

$$x_i = h_1^* X_1^1 + h_2 X_1^2 + h_3 X_1^3 + h_5^* X_1^5 + h_6 X_1^6 + h_7 X_1^7 \quad (5.34)$$

при чему су

$$h_1^* = h_1 + h_4 = \frac{1}{4}(1+r)(1+t) \quad (5.35)$$

$$h_5^* = h_5 + h_8 = \frac{1}{4}(1+r)(1-t) \quad (5.36)$$

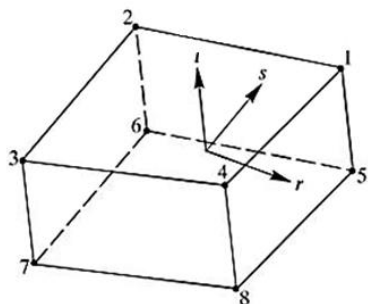
док су остале интерполационе функције h_k непромењене и дате су једначином (5.8). На исти начин за тетраедар на слици 3.6.б добијају се само четири интерполационе функције, од којих су h_6 и h_7 непромењене, а кориговане су h_1^* и h_5^* ,

$$h_1^* = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = \frac{1}{2}(1+t) \quad (5.37)$$

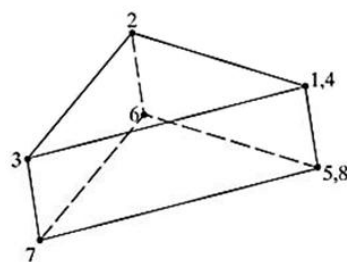
$$h_5^* = h_5 + h_8 \quad (5.38)$$

У случају четвороугаоне пирамиде имамо пет чворова, при чему је интерполациона функција h_1^* одређена као и код тетраедра, а функције h_5, h_6, h_7, h_8 су непромењене у односу на основни 3Д елемент.

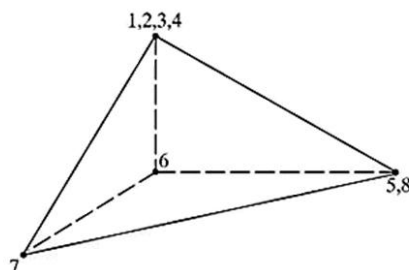
а) основни елемент



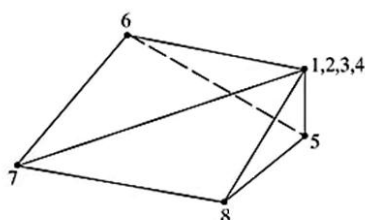
б) троугаона призма



в) тетраедар



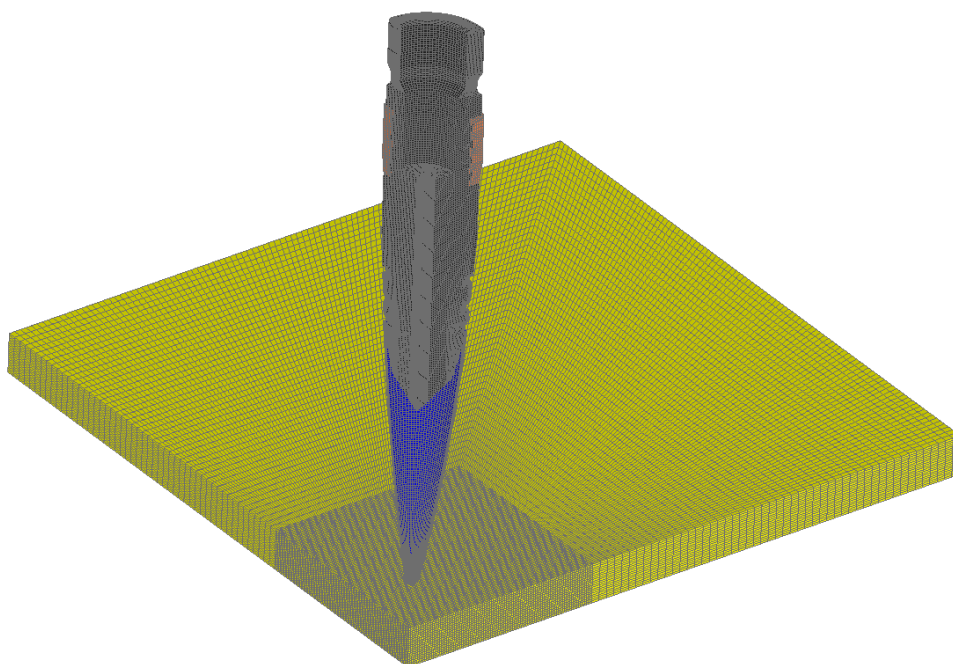
г) четвороугаона пирамида



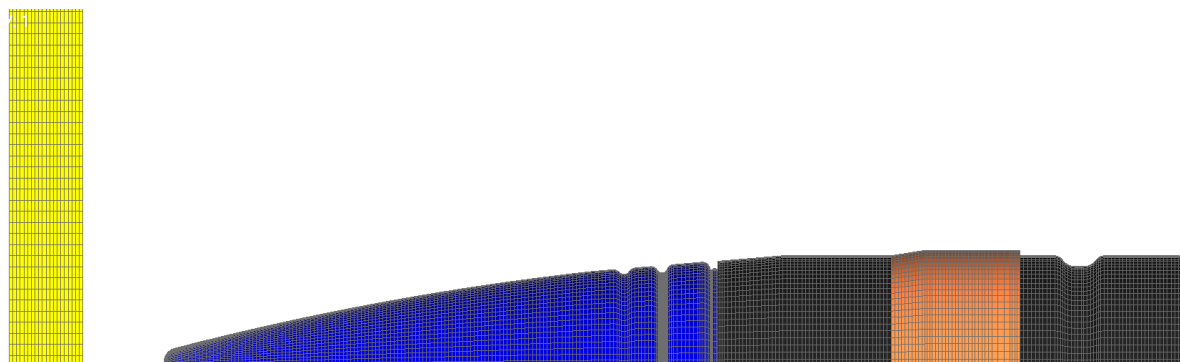
Слика 3.6. Дегенерисани 3Д елементи [18]

3.4.4. Приказ мреже коначних елемената

Креирање модела методом коначних елемената извршено је на основу постојећег 3Д модела пројектила. Мрежа коначних елемената дефинисана је коришћењем софтвера *FEMAP*. У складу са обликом и конструкцијом испитиваних пројектила и плоче, да би било извршено правилно дефинисање мреже, коришћен је 3Д тип елемента – хекса. Модел пројектила и плоче приказани су на сликама 3.7. и 3.8. Структура пројектила моделирана је коришћењем 141086 чворова (енг. *nodes*) и 127296 елемената (енг. *elements*), док је плоча дебљине 10 mm моделирана коришћењем 425271 чворова и 400000 елемената. Просечна величина елемената износи 0,5 mm.

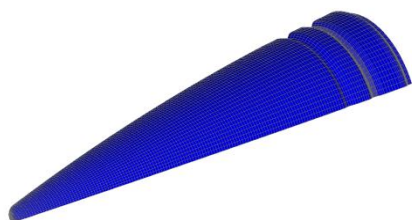


Слика 3.7. МКЕ модел пројектила и плоче, изометријски поглед



Слика 3.8. *МКЕ модел пројектила и плоче, поглед са стране*

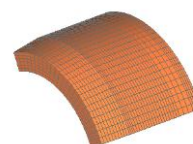
Као што се може приметити на сликама 3.7. и 3.8, креиран је четвртински модел пројектила и плоче. Разлог за то је тај што обе структуре имају две осе симетрије, па је због смањења времена прорачуна усвојен дати модел. Важно је напоменути да ово поједностављање модела не утиче на крајње резултате анализе. У даљем тексту рада биће објашњено дефинисање граничних услова оваквог модела. На сликама 3.9, 3.10. и 3.11. представљени су изоловани четвртински модели балистичке капе, панцирног језгра и водећег прстена.



Слика 3.9. *МКЕ модел балистичке капе*

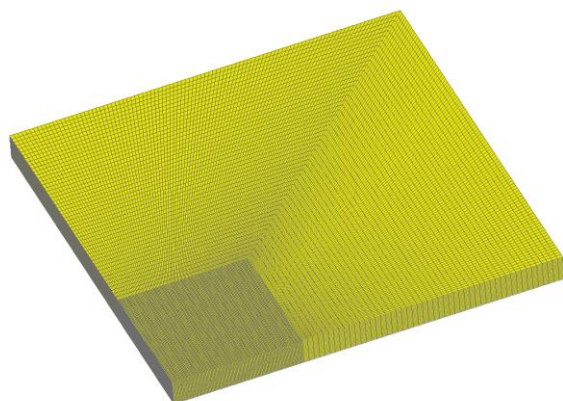


Слика 3.10. *МКЕ модел панцирног језгра*

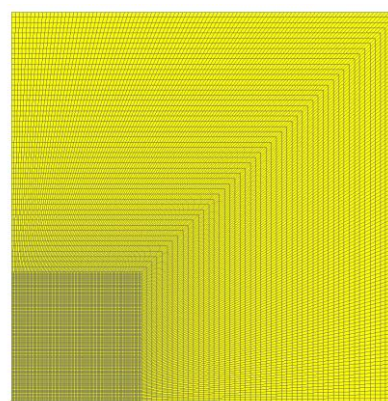


Слика 3.11. *МКЕ модел водећег прстена*

Приликом креирања мреже коначних елемената плоче извршено је контролисање мреже, односно као што је приказано на сликама 3.12. и 3.13, у зони у којој се очекује контакт пројектила и плоче мрежа је гушћа и просечна величина елемента износи 0,5 mm, а у зонама плоче који се неће налазити у директном контакту са пројектилом просечна величина елемента износи 2 mm.



Слика 3.12. *МКЕ модел плоче, изометријски поглед*



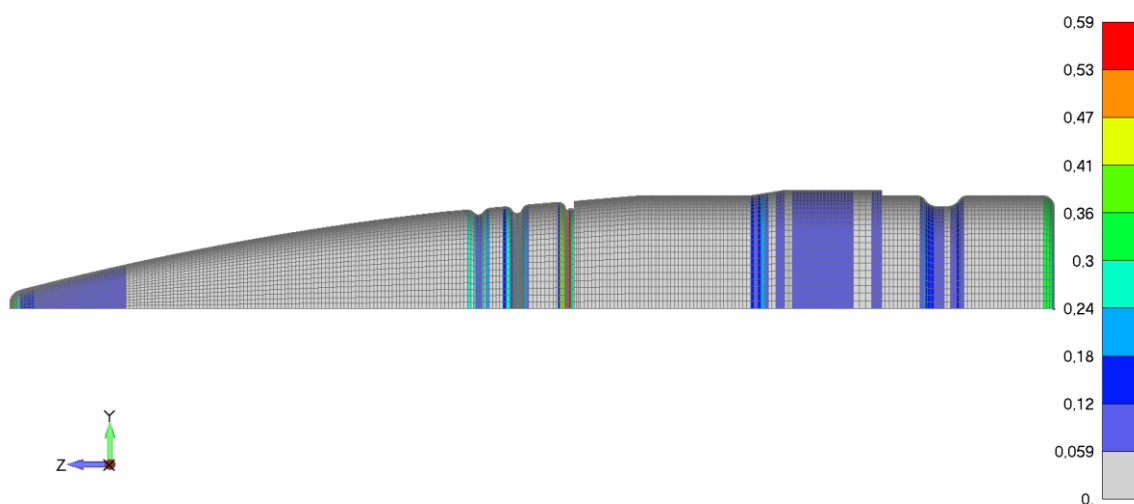
Слика 3.13. *МКЕ модел плоче, поглед одозго*

3.4.5. Квалитет мреже

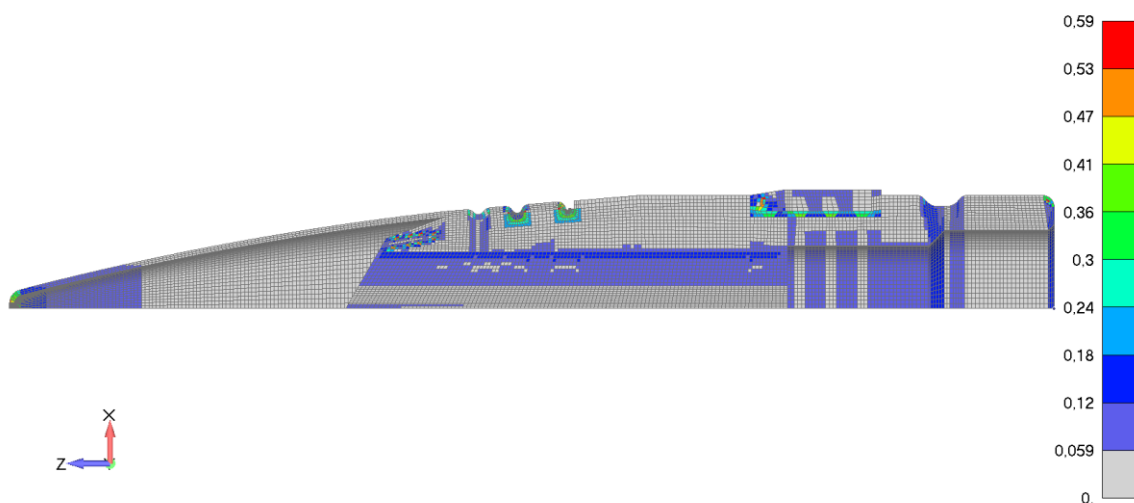
Да би се проверио квалитет израђене мреже коришћен је критеријум Јакобијана.

Критеријум Јакобијана упоређује облик елемента са „идеалним обликом“ елемента исте топологије. Исправни елементи имају Јакобијан између 0,0 и 0,6 где се елементи који имају Јакобијан 0,0 сматрају елементима са ”идеалним обликом“. Елементи који имају велико одступање од таквог облика, односно чије јакобијанске детерминанте су локално испрекидане или недефинисане имају вредност Јакобијана 2,0. Ако у моделу постоји неки елемент који има дату вредност потребно је пре пуштања анализе извршити његову корекцију [19].

Елементи модела пројектила и плоче израђени коришћењем софтвера *FEMAP* задовољавају критеријум Јакобијана, односно сви елементи имају вредност мању од 0,6 што је приказано на сликама 3.14. и 3.15.



Слика 3.14. Квалитет елемената пројектила према критеријуму Јакобијана, поглед са стране 1



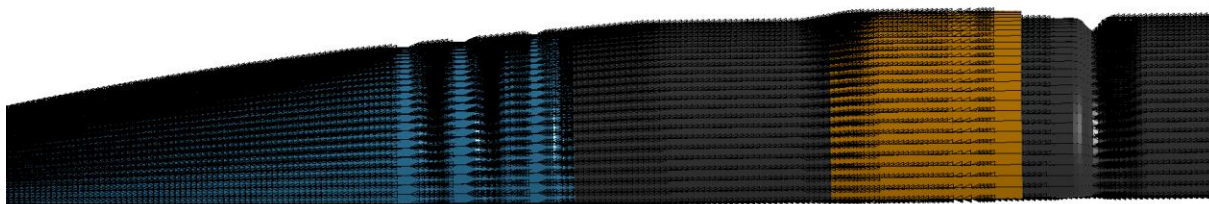
Слика 3.15. Квалитет елемената пројектила према критеријуму Јакобијана, поглед са стране 2

3.5. Предпроцесирање модела у *LS PrePost* – у

3.5.1. Дефинисање почетних и граничних услова

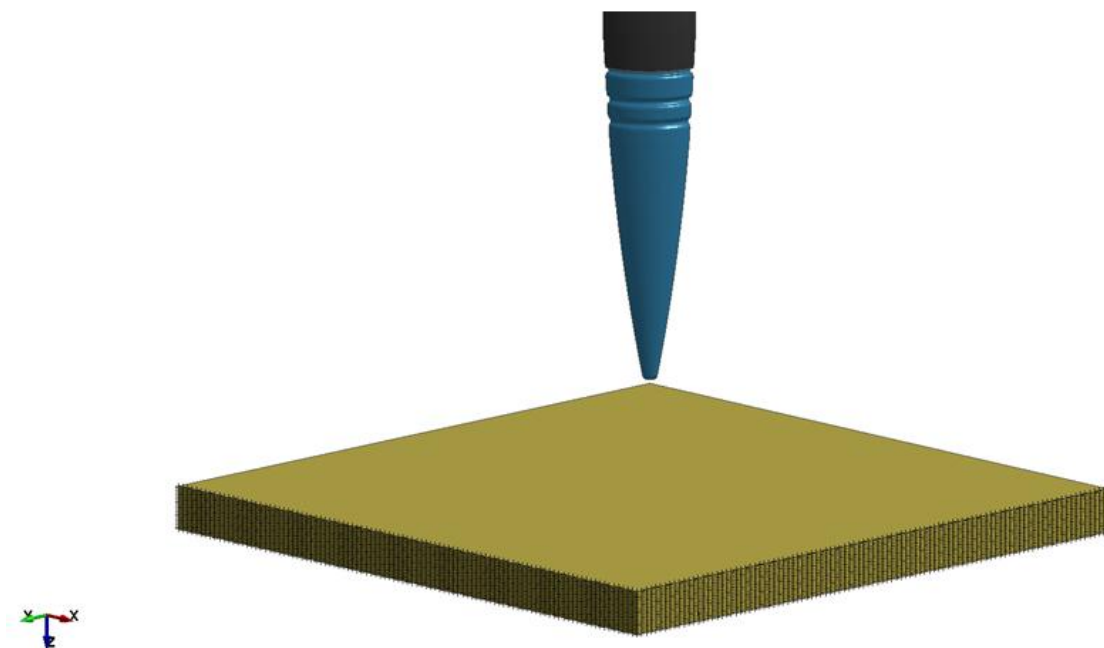
Након израде модела пројектила и плоче, приступа се дефинисању почетних и граничних услова.

Нумеричка симулација процеса пенетрације извршена је за вредност ударне брзине пројектила од $V_s = 750 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Разлог за избор ове вредности брзине је тај што ће након нумеричке симулације бити извршено поређење добијених резултата са резултатима добијеним аналитичким прорачуном пенетрације, као и експерименталним подацима. На слици 3.16. приказано је дефинисање вектора брзине у свим чворовима модела пројектила.



Слика 3.16. Дефинисање брзине пројектила

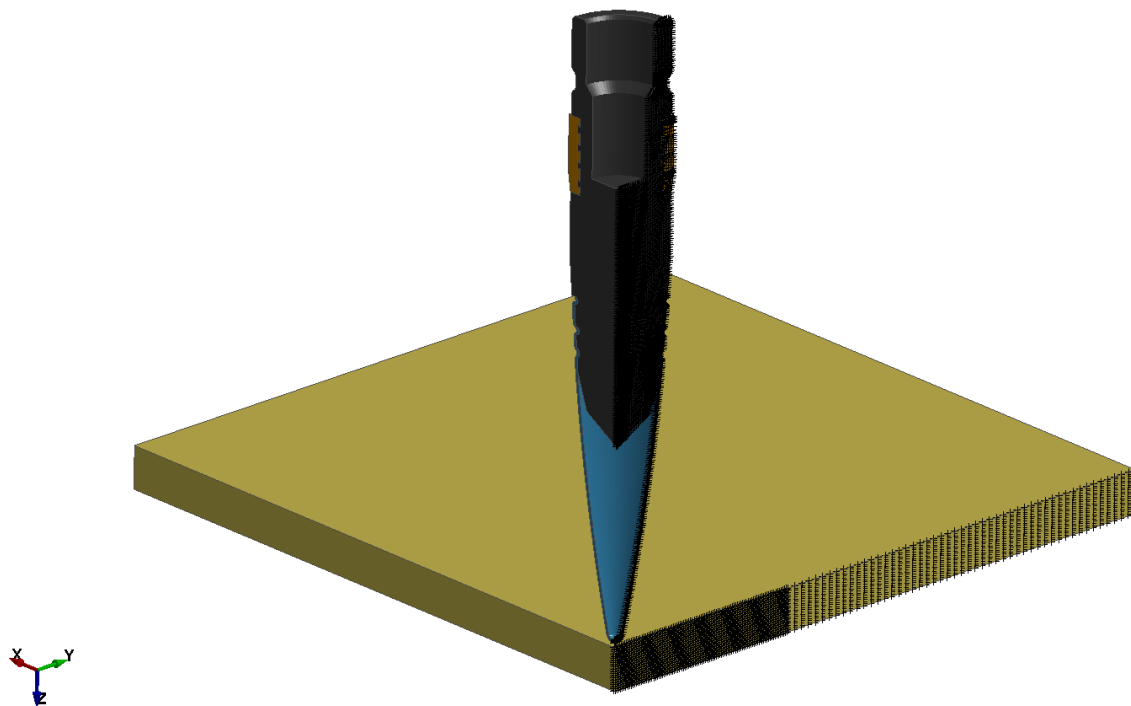
Након задавања брзине пројектила, потребно је дефинисати граничне услове. Под овим се подразумева задавање ограничења крајевима плоче, односно ограничава се померање крајева плоче у сва три правца (слика 3.17).



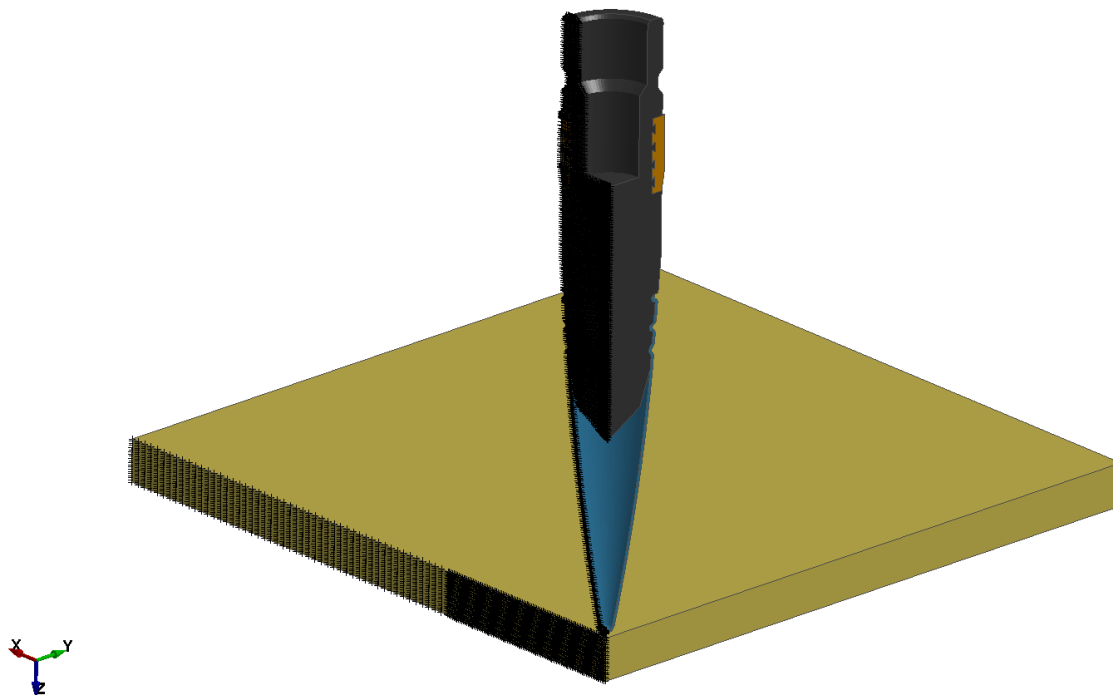
Слика 3.17. Задавање граничног услова плочи – фиксирани крајеви

Као што је у оквиру тачке 3.4.4. објашњено, за анализу је израђен четвртински модел. Да би се добили коректни резултати након овог упрошћења модела, потребно је дефинисати још неке граничне услове.

На слици 3.18. приказано је задавање граничног услова плочи и пројектилу у виду симетрије у X правцу, а на слици 3.19. гранични услов у виду симетрије у Y правцу.



Слика 3.18. Задавање граничног услова плочи и пројектилу – симетрија у X правцу



Слика 3.19. Задавање граничног услова плочи и пројектилу – симетрија у Y правцу

3.5.2. Џонсон–Кукови параметри

У оквиру табеле 4. представљени су Џонсон–Кукови параметри за различите типове материјала који се користе у оквиру нумеричке симулације пенетрације панцирног пројектила калибра 30 mm. Такође, у оквиру табеле 5. налазе се параметри оштећења за исте материјале. Овим параметрима се дефинише Џонсон–Куков материјални модел који је коришћен у нумеричкој симулацији.

Табела 4. Џонсон–Кукови параметри за различите материјале [15], [16], [17]

Материјал	A [MPa]	B [MPa]	n	C	m
Челик AISI 4340	792	510	0,26	0,014	1,03
Челик AISI 1006	350	275	0,36	0,022	1
Бакар	90	292	0,31	0,025	1,09
Weldox 460	490	807	0,73	0,0114	0,94

Табела 5. Параметри оштећења за различите материјале [15], [16], [17]

Материјал	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅
Челик AISI 4340	0,05	3,44	-2,12	0,002	0,61
Челик AISI 1006	-0,8	2,1	-0,5	0,0002	0,61
Бакар	0,54	4,89	-3,03	0,014	1,12
Weldox 460	0,0705	1,732	-0,54	-0,015	0

3.5.3. Параметри Мие–Грунеисенове једначине стања

У оквиру табеле 6. представљени су параметри једначине стања за различите материјале који се користе у оквиру нумеричке симулације.

Табела 6. Параметри једначине стања за различите материјале [16], [20], [21]

Материјал	$C_0 \left[\frac{\text{mm}}{\text{s}} \right]$	s	Γ_0
Челик AISI 4340	$3,850 \cdot 10^6$	1,354	1,707
Челик AISI 1006	$3,075 \cdot 10^6$	1,294	1,587
Бакар	$3,940 \cdot 10^6$	1,489	1,990
Weldox 460	$3,574 \cdot 10^6$	1,920	1,690

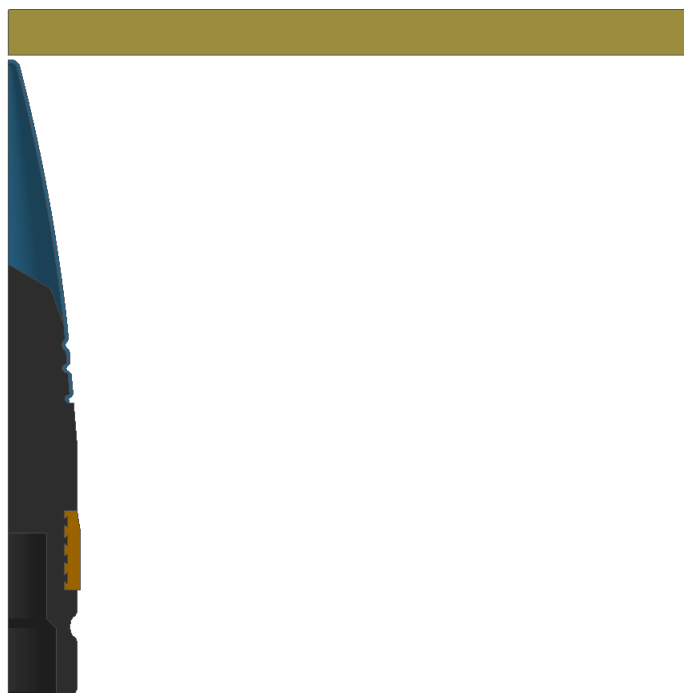
3.5.4. Дефинисање различитих случајева

У складу са теоријским и практичним знањима, веома је лако закључити да се са повећањем дебљине препреке (притом је важно поменути да се задржавају њене исте физичко–хемијске карактеристике) смањује вероватноћа остваривања ефекта пробоја, односно продора.

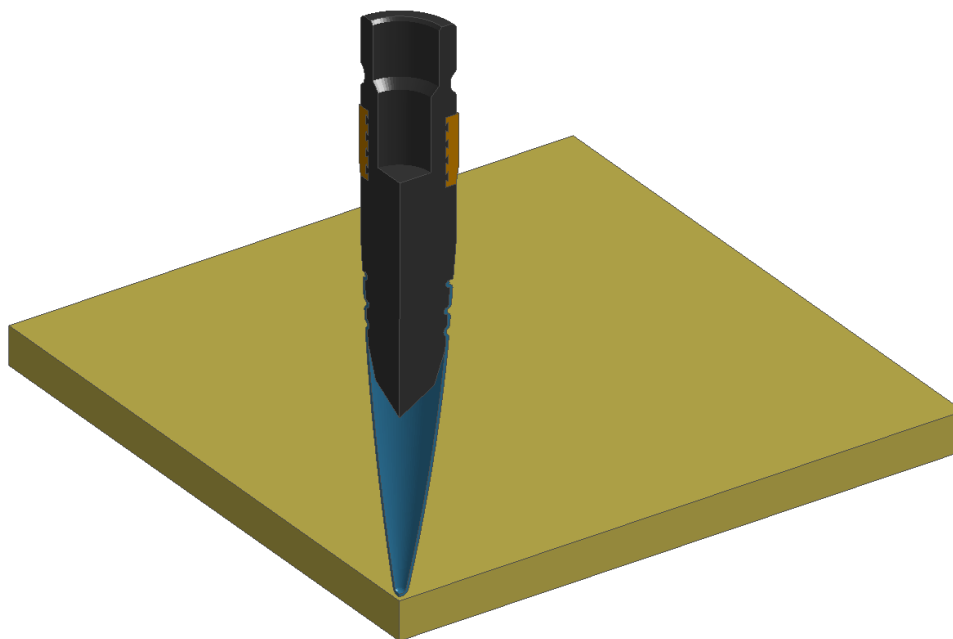
У оквиру овог рада извршена је нумеричка симулација пенетрације панцирног пројектила калибра 30 mm за пет различитих случајева, односно за пет различитих дебљина препреке.

Случај 1 – слике 3.20 и 3.21.

- Ударна брзина пројектила $V_s = 750 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Дебљина плоче $e = 10 \text{ mm}$
- Трајање симулације $t = 0,3 \text{ ms}$



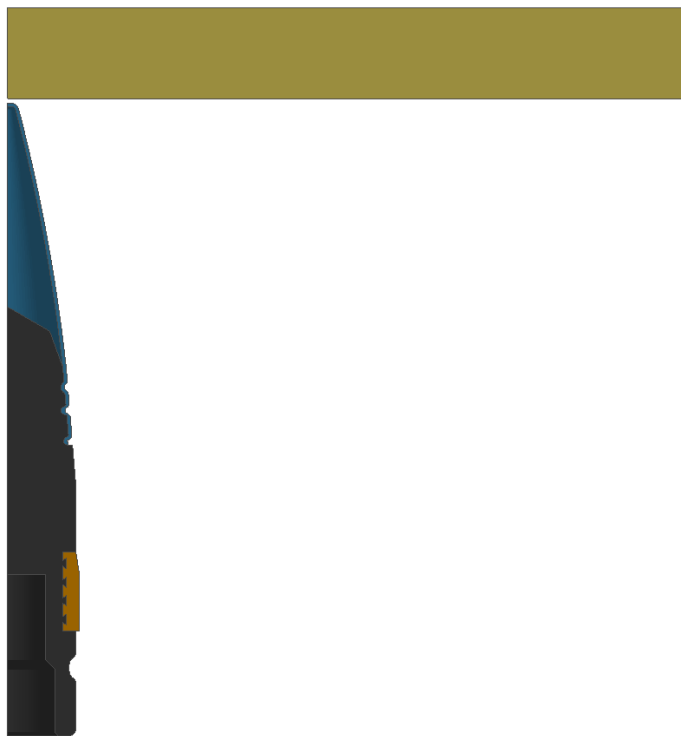
Слика 3.20. Случај 1 – плоча Weldom 460 дебљине $e=10 \text{ mm}$, поглед са стране



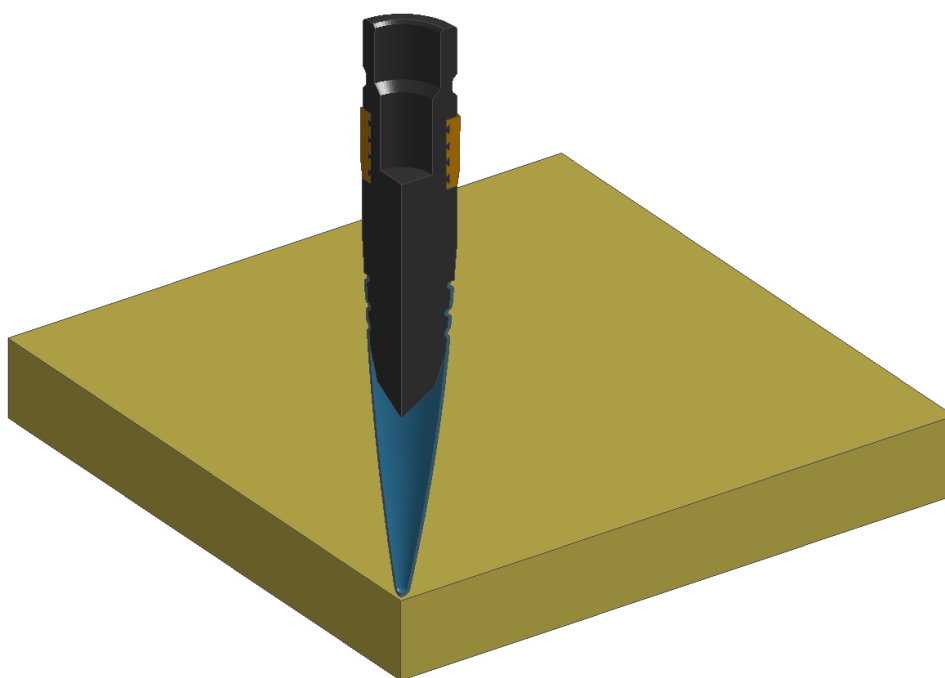
Слика 3.21. Случај 1 – плоча Weldom 460 дебљине $e=10 \text{ mm}$, изометријски поглед

Случај 2 – слике 3.22 и 3.23.

- Ударна брзина пројектила $V_s = 750 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Дебљина плоче $e = 20 \text{ mm}$
- Трајање симулације $t = 0,4 \text{ ms}$



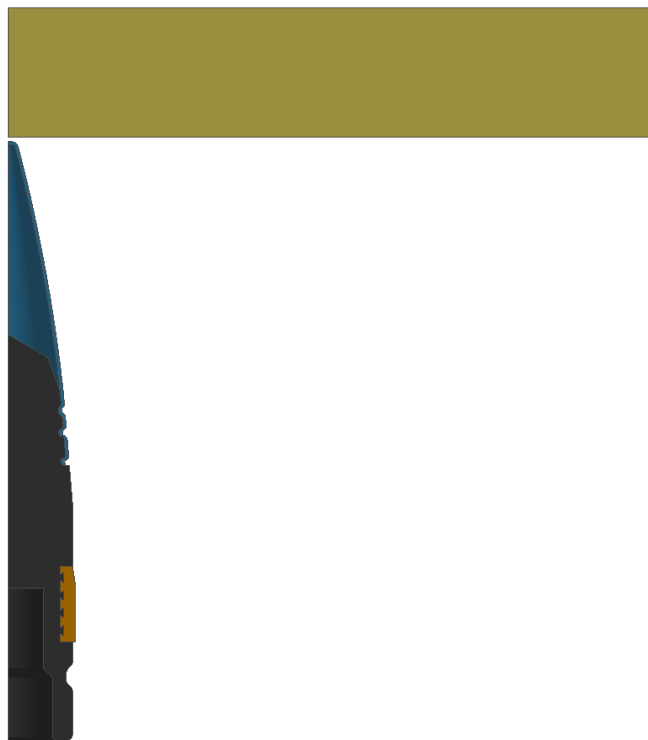
Слика 3.22. Случај 2 – плоча Weldom 460 дебљине $e=20 \text{ mm}$, поглед са стране



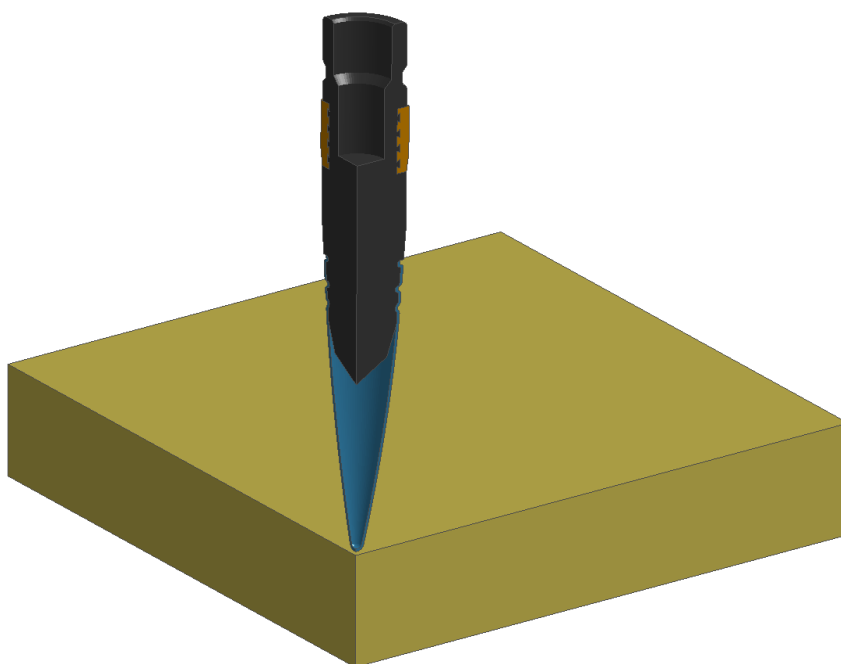
Слика 3.23. Случај 2 – плоча Weldom 460 дебљине $e=20 \text{ mm}$, изометријски поглед

Случај 3 – слике 3.24 и 3.25.

- Ударна брзина пројектила $V_s = 750 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Дебљина плоче $e = 30 \text{ mm}$
- Трајање симулације $t = 0,5 \text{ ms}$



Слика 3.24. Случај 3 – плоча Weldom 460 дебљине $e=30 \text{ mm}$, поглед са стране



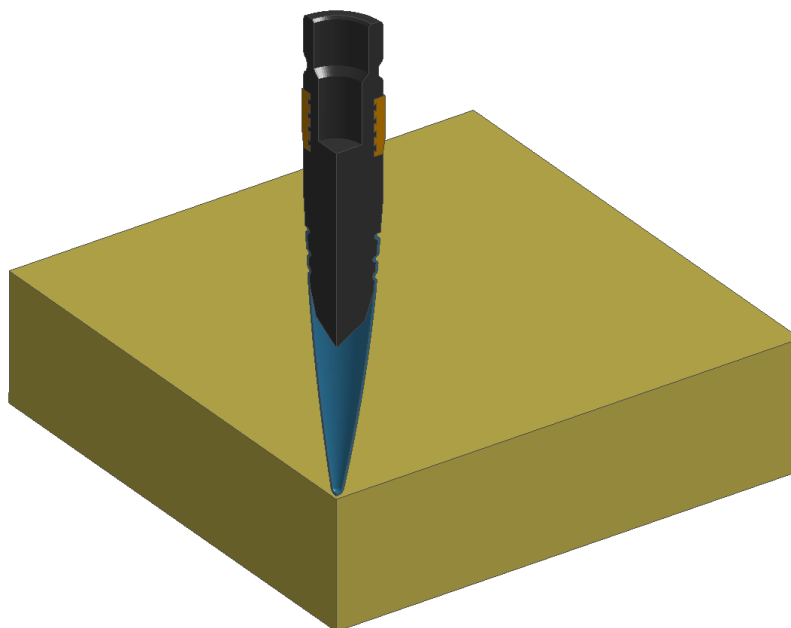
Слика 3.25. Случај 3 – плоча Weldom 460 дебљине $e=30 \text{ mm}$, изометријски поглед

Случај 4 – слике 3.26 и 3.27.

- Ударна брзина пројектила $V_s = 750 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Дебљина плоче $e = 40 \text{ mm}$
- Трајање симулације $t = 0,5 \text{ ms}$



Слика 3.26. Случај 4 – плоча Weldom 460 дебљине $e=40 \text{ mm}$, поглед са стране



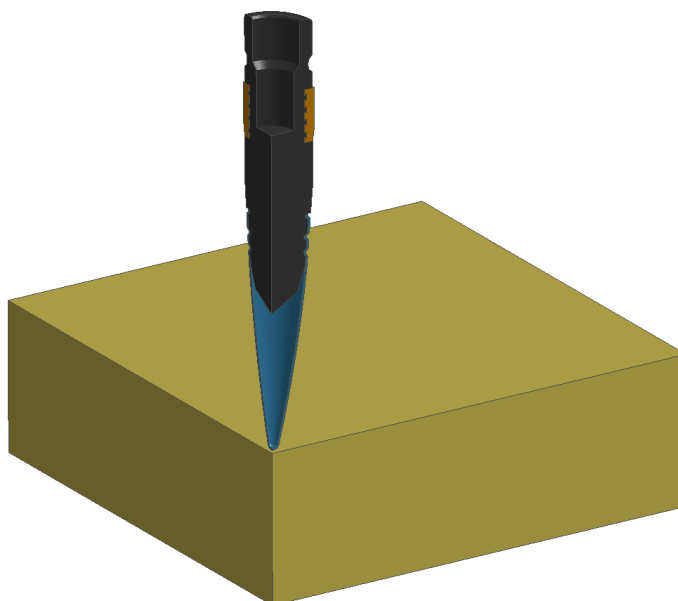
Слика 3.27. Случај 4 – плоча Weldom 460 дебљине $e=40 \text{ mm}$, изометријски поглед

Случај 5 – слике 3.28 и 3.29.

- Ударна брзина пројектила $V_s = 750 \frac{m}{s}$
- Дебљина плоче $e = 50 \text{ mm}$
- Трајање симулације $t = 0,3 \text{ ms}$



Слика 3.28. Случај 5 – плоча Weldom 460 дебљине $e=50 \text{ mm}$, поглед са стране



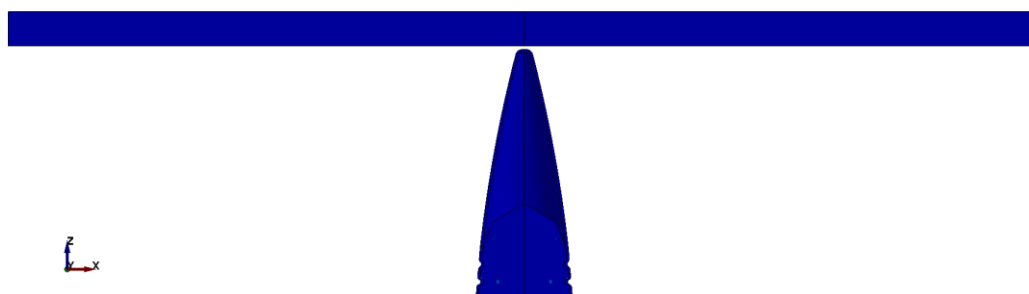
Слика 3.29. Случај 5 – плоча Weldom 460 дебљине $e = 50 \text{ mm}$, изометријски поглед

4. Резултати

4.1. Случај 1 – плоча Weldox 460 дебљине 10 mm

Penetracija - Ploca Weldox 460, e=10mm, Vo=750m/s
Time = 0
Contours of Effective Stress (v-m)
min=0, at elem# 92069
max=5.20417e-18, at elem# 169376

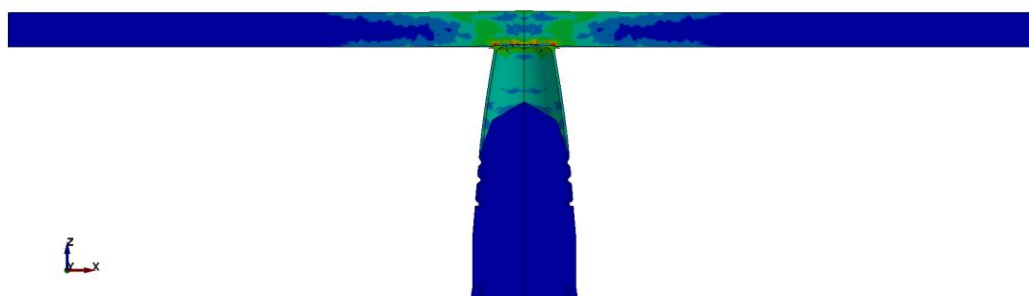
Fringe Levels
5.204e-18
4.554e-18
3.903e-18
3.253e-18
2.602e-18
1.952e-18
1.301e-18
6.505e-19
0.000e+00



Слика 4.1. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 10 mm, корак 1.

Penetracija - Ploca Weldox 460, e=10mm, Vo=750m/s
Time = 3.9994e-005
Contours of Effective Stress (v-m)
min=0.129895, at elem# 419510
max=1268.24, at elem# 147415

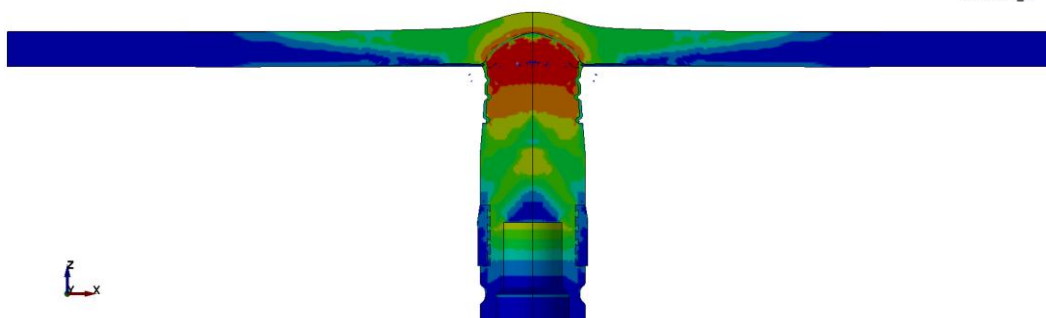
Fringe Levels
1.268e+03
1.110e+03
9.512e+02
7.927e+02
6.342e+02
4.757e+02
3.172e+02
1.586e+02
1.299e-01



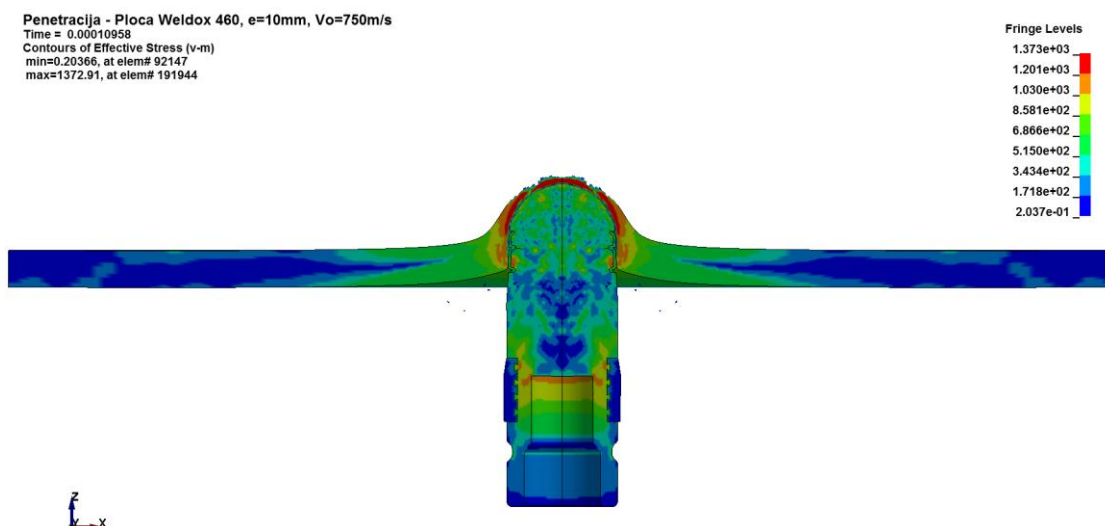
Слика 4.2. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 10 mm, корак 2.

Penetracija - Ploca Weldox 460, e=10mm, Vo=750m/s
Time = 8.0294e-005
Contours of Effective Stress (v-m)
min=0.866977, at elem# 226684
max=1393.49, at elem# 207684

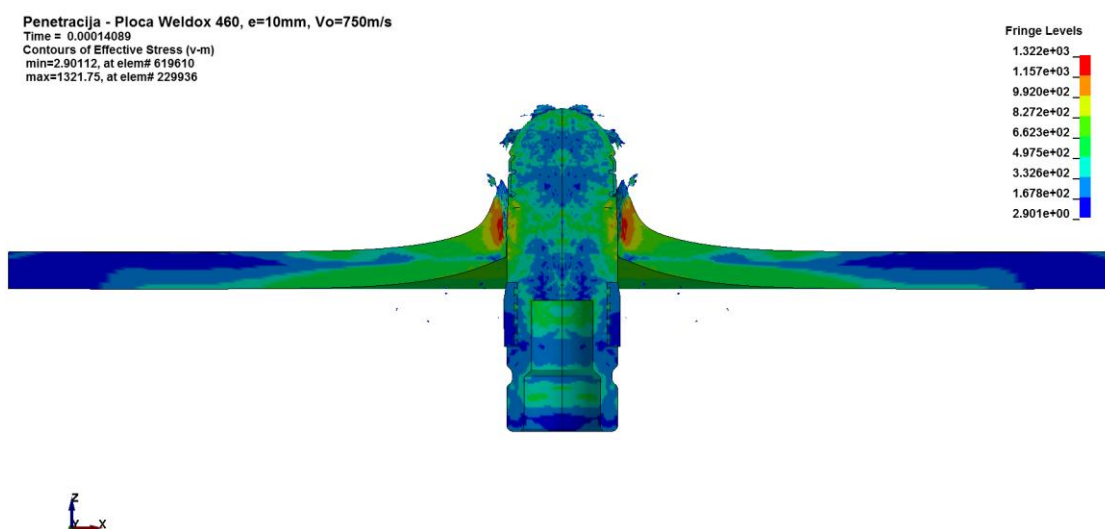
Fringe Levels
1.393e+03
1.219e+03
1.045e+03
8.713e+02
6.972e+02
5.231e+02
3.490e+02
1.749e+02
8.670e-01



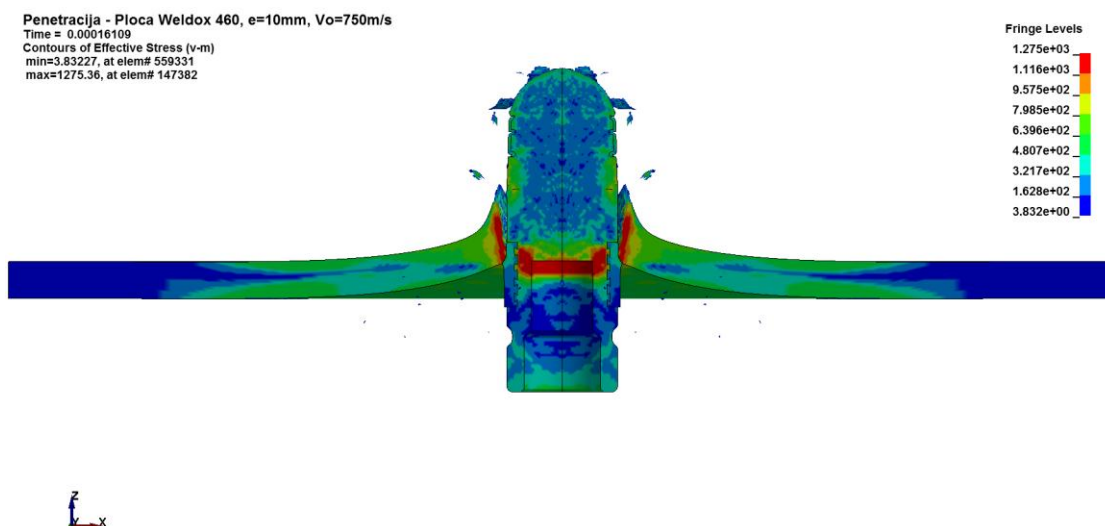
Слика 4.3. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 10 mm, корак 3.



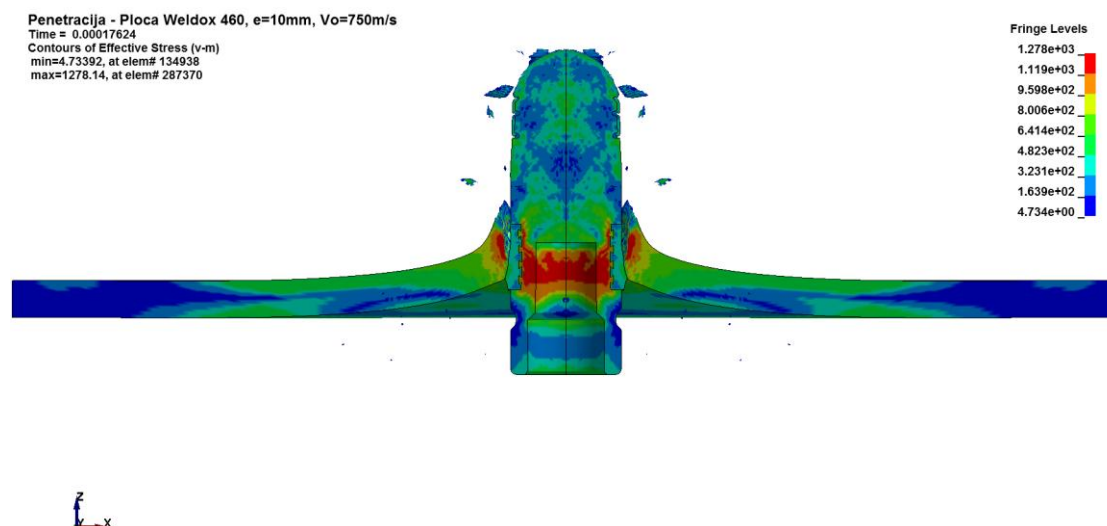
Слика 4.4. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 10 mm, корак 4.



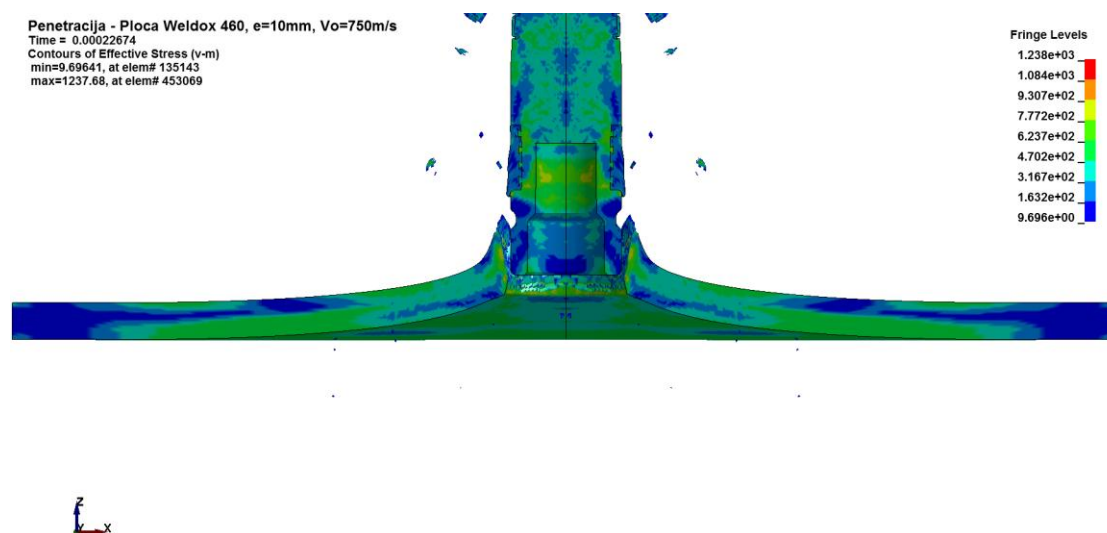
Слика 4.5. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 10 mm, корак 5.



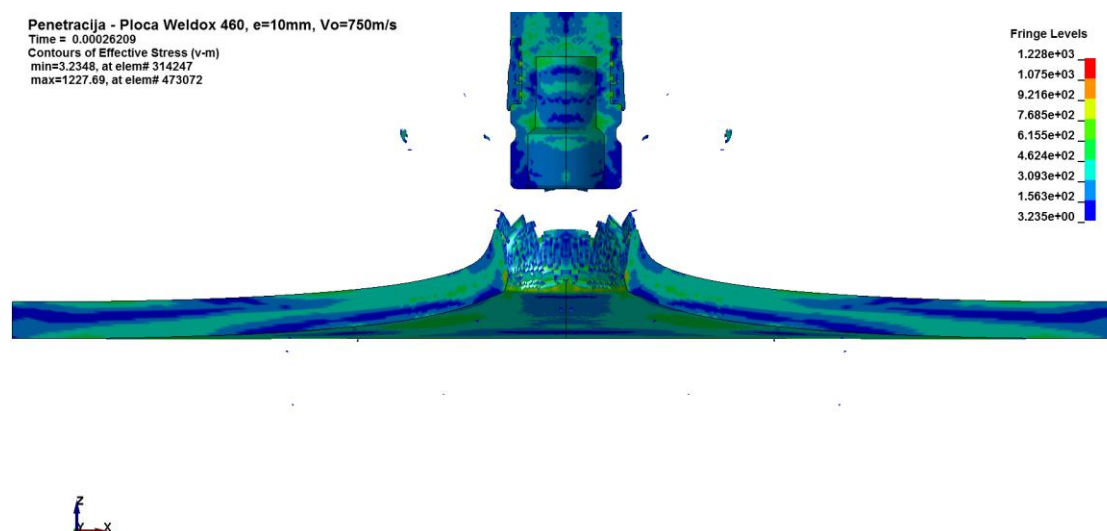
Слика 4.6. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 10 mm, корак 6.



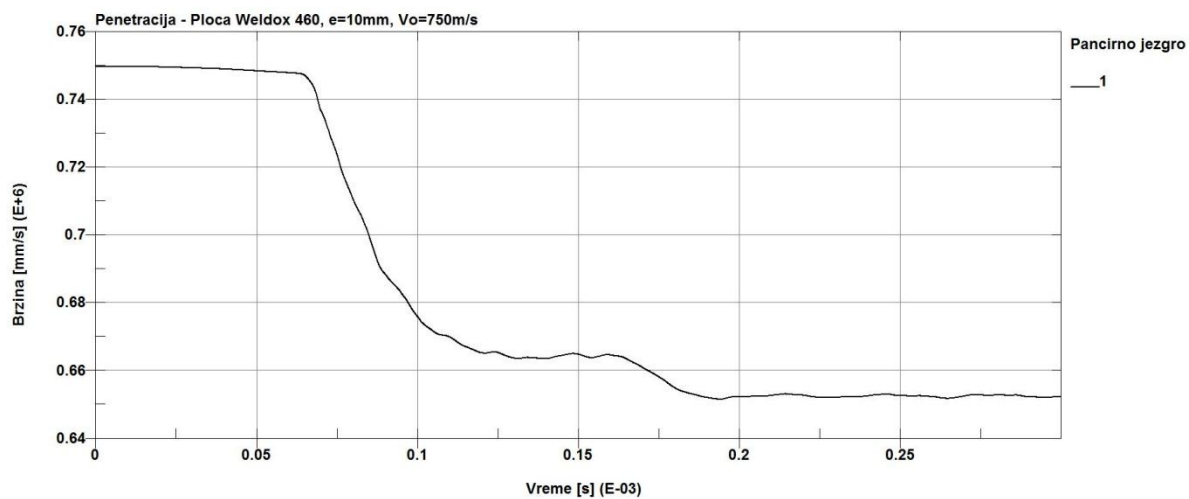
Слика 4.7. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 10 mm, корак 7.



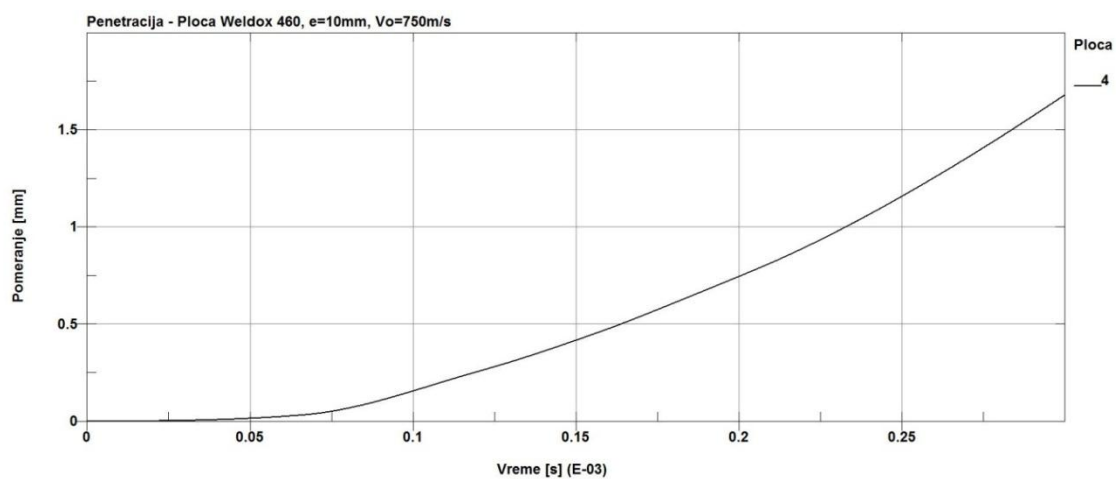
Слика 4.8. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 10 mm, корак 8.



Слика 4.9. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 10 mm, корак 9.



Слика 4.10. Брзина панцирног језгра у функцији времена – плоча дебљине 10 mm

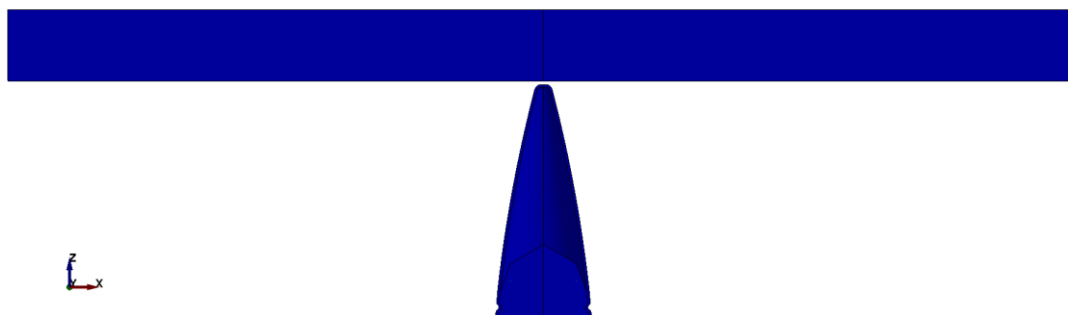


Слика 4.11. Померање плоче у функцији времена – плоча дебљине 10 mm

4.2. Случај 2 – плоча Weldox 460 дебљине 20 mm

Penetracija - Ploca Wldox 460, e=20mm, Vo=750m/s
Time = 0
Contours of Effective Stress (v-m)
min=0, at elem# 92069
max=5.20417e-18, at elem# 169376

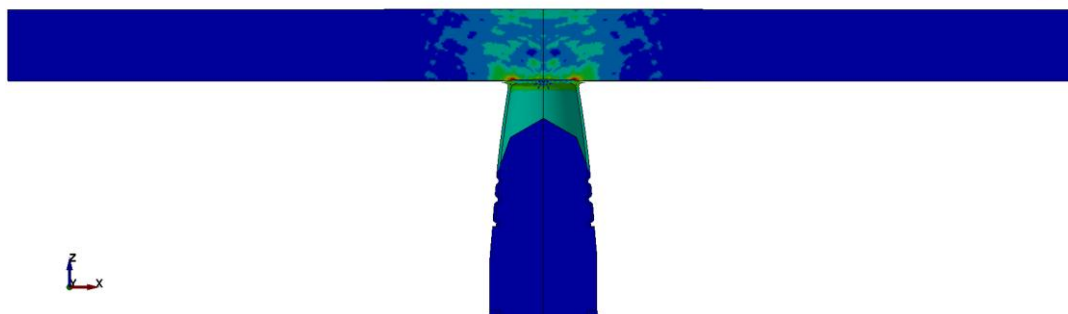
Fringe Levels
5.204e-18
4.554e-18
3.903e-18
3.253e-18
2.602e-18
1.952e-18
1.301e-18
6.505e-19
0.000e+00



Слика 4.12. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 20 mm, корак 1.

Penetracija - Ploca Wldox 460, e=20mm, Vo=750m/s
Time = 4.7131e-005
Contours of Effective Stress (v-m)
min=0.202805, at elem# 248202
max=1251.4, at elem# 147711

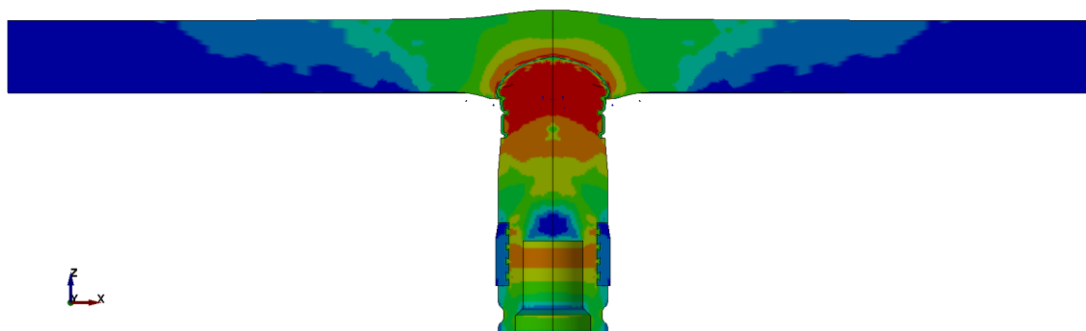
Fringe Levels
1.251e+03
1.095e+03
9.386e+02
7.822e+02
6.258e+02
4.694e+02
3.130e+02
1.566e+02
2.028e-01



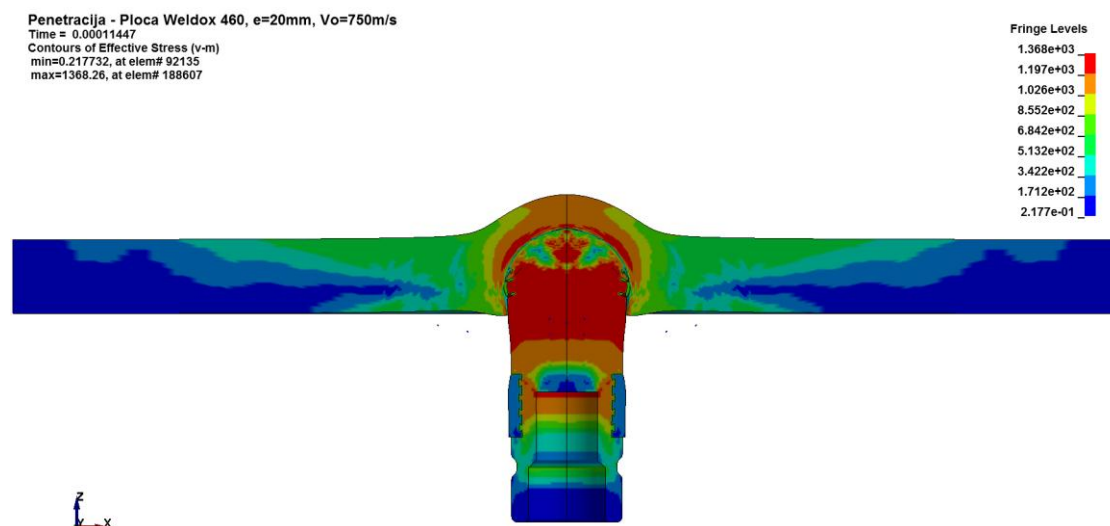
Слика 4.13. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 20 mm, корак 2.

Penetracija - Ploca Wldox 460, e=20mm, Vo=750m/s
Time = 8.5608e-005
Contours of Effective Stress (v-m)
min=0.214499, at elem# 92122
max=1382.81, at elem# 213582

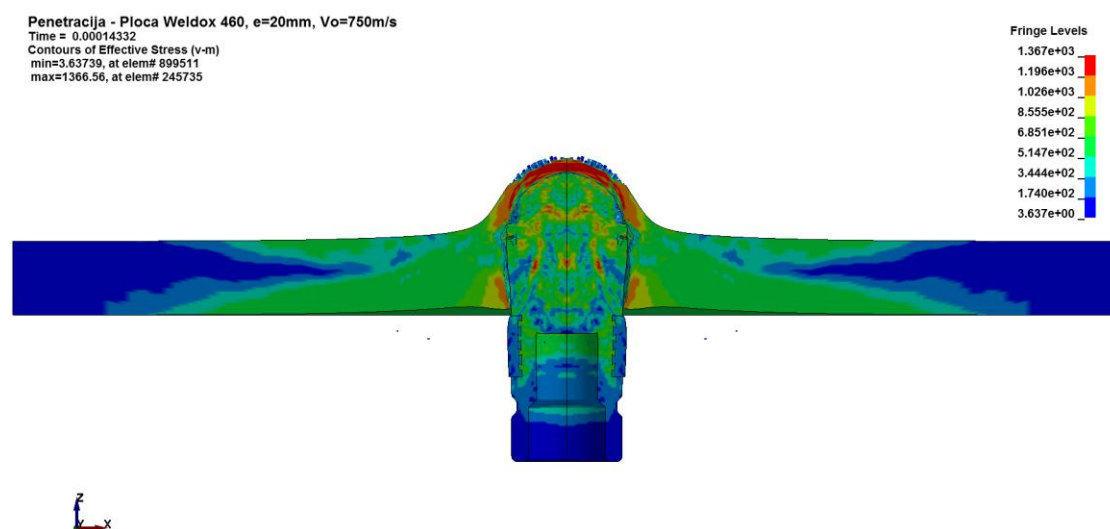
Fringe Levels
1.383e+03
1.210e+03
1.037e+03
8.643e+02
6.915e+02
5.187e+02
3.459e+02
1.730e+02
2.145e-01



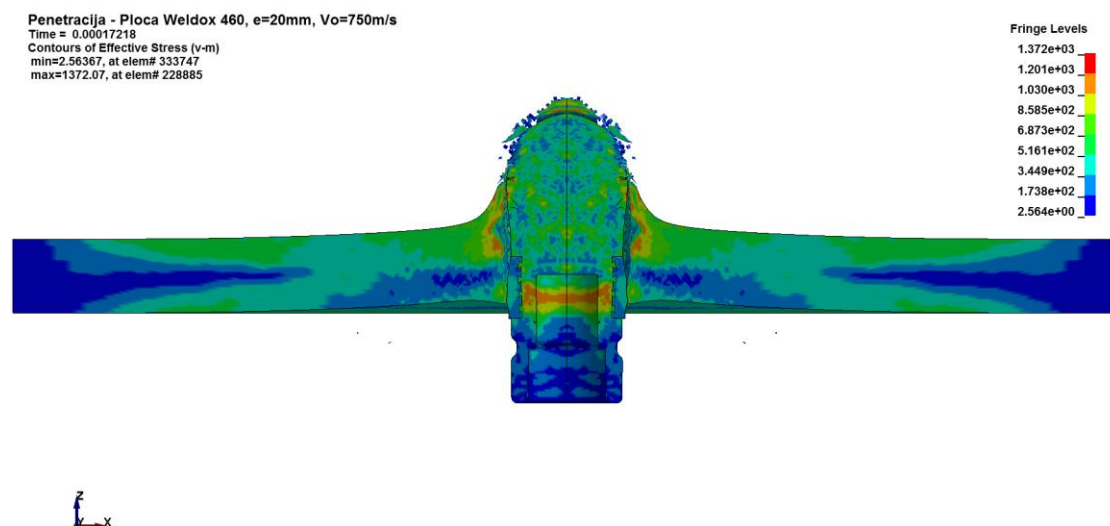
Слика 4.14. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 20 mm, корак 3.



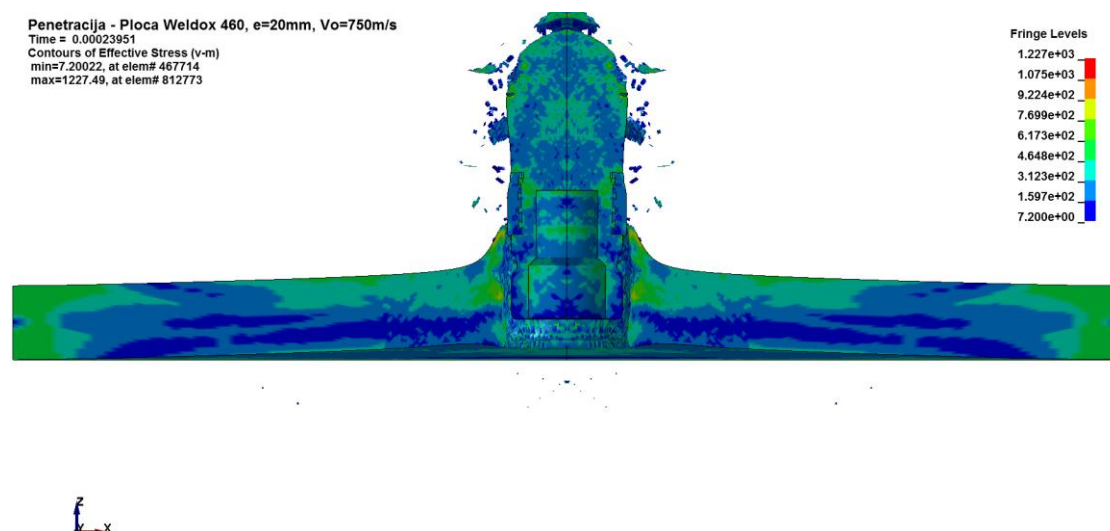
Слика 4.15. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 20 mm, корак 4.



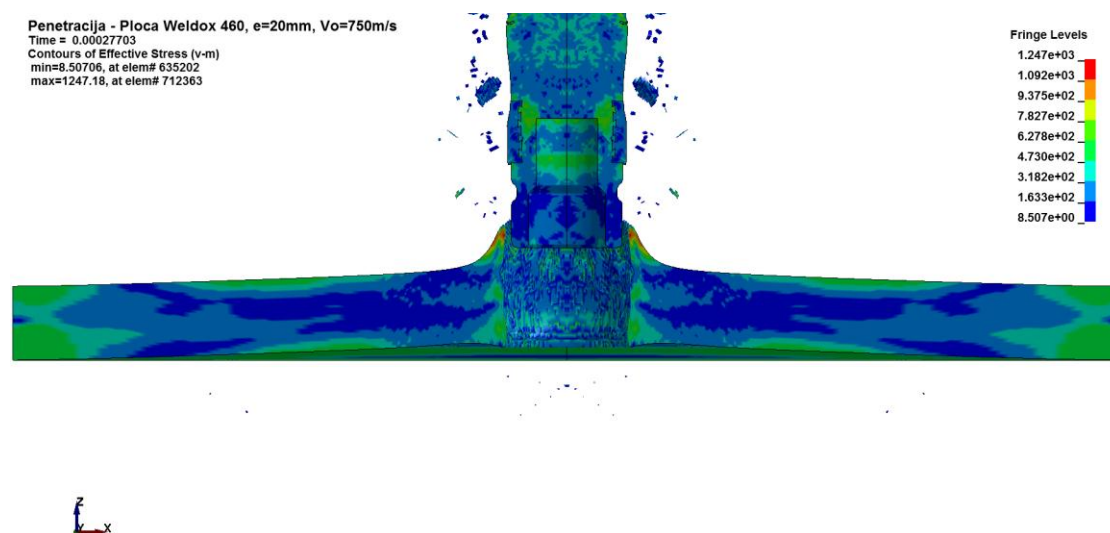
Слика 4.16. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 20 mm, корак 5.



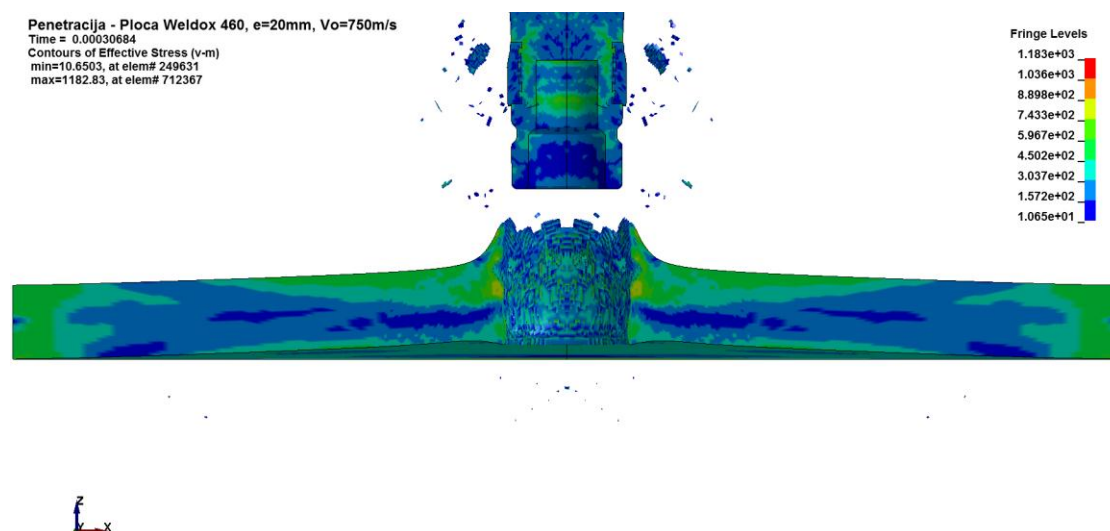
Слика 4.17. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 20 mm, корак 6.



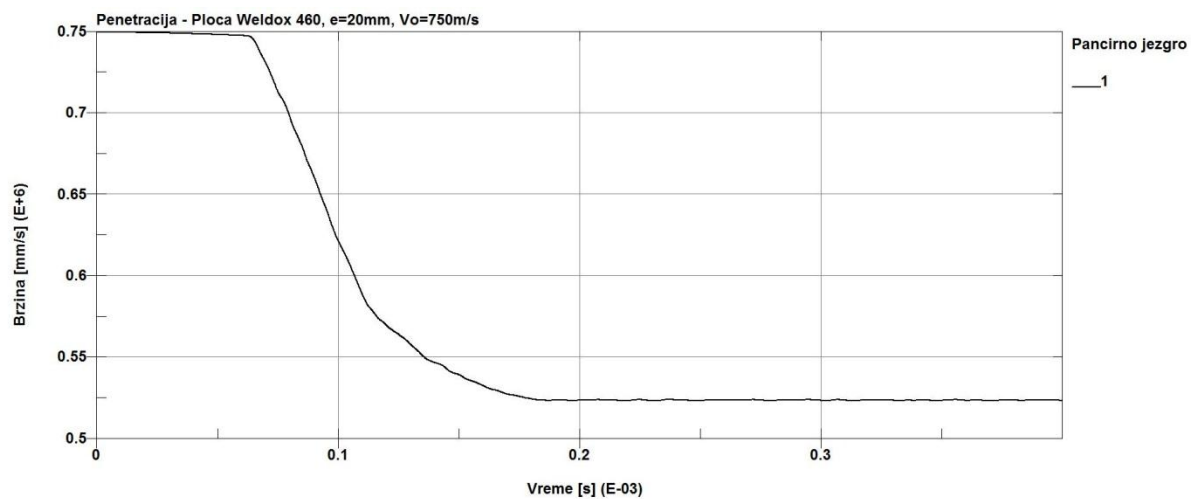
Слика 4.18. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 20 mm, корак 7.



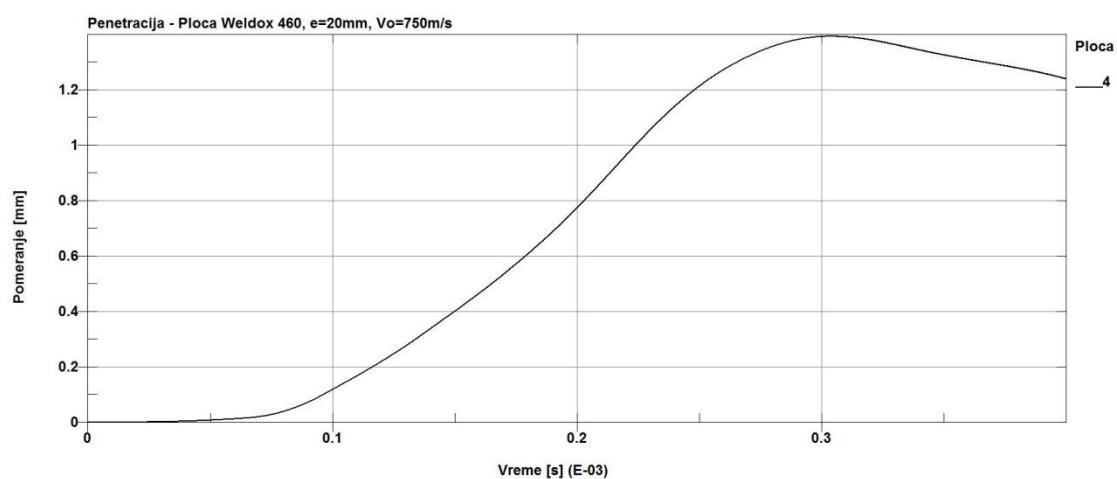
Слика 4.19. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 20 mm, корак 8.



Слика 4.20. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 20 mm, корак 9.



Слика 4.21. Брзина панцирног језгра у функцији времена – плоча дебљине 20 mm

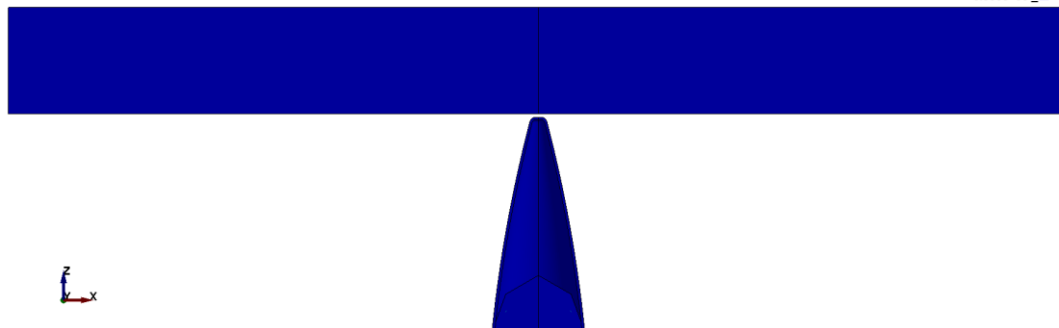


Слика 4.22. Померање плоче у функцији времена – плоча дебљине 20 mm

4.3. Случај 3 – плоча Weldox 460 дебљине 30 mm

Penetracija - Ploca Wldox 460, e=30mm, Vo=750m/s
 Time = 0
 Contours of Effective Stress (v-m)
 min=0, at elem# 92069
 max=5.20417e-18, at elem# 169376

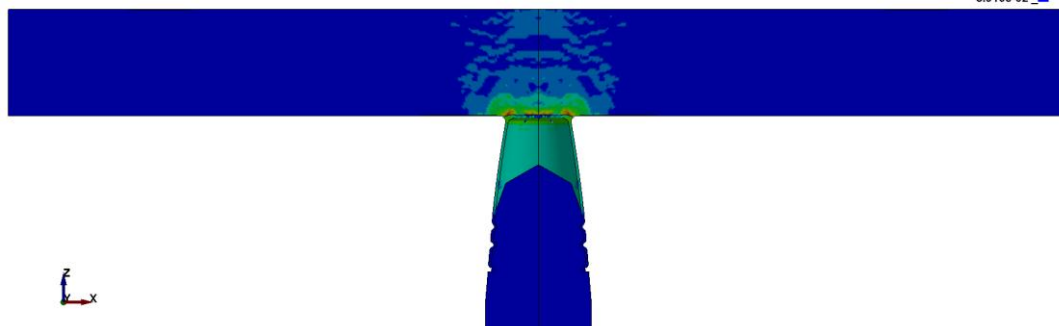
Fringe Levels
 5.204e-18
 4.554e-18
 3.903e-18
 3.253e-18
 2.602e-18
 1.952e-18
 1.301e-18
 6.505e-19
 0.000e+00



Слика 4.23. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 30 mm, корак 1.

Penetracija - Ploca Wldox 460, e=30mm, Vo=750m/s
 Time = 4.2586e-005
 Contours of Effective Stress (v-m)
 min=0.0891641, at elem# 235919
 max=1256.68, at elem# 147366

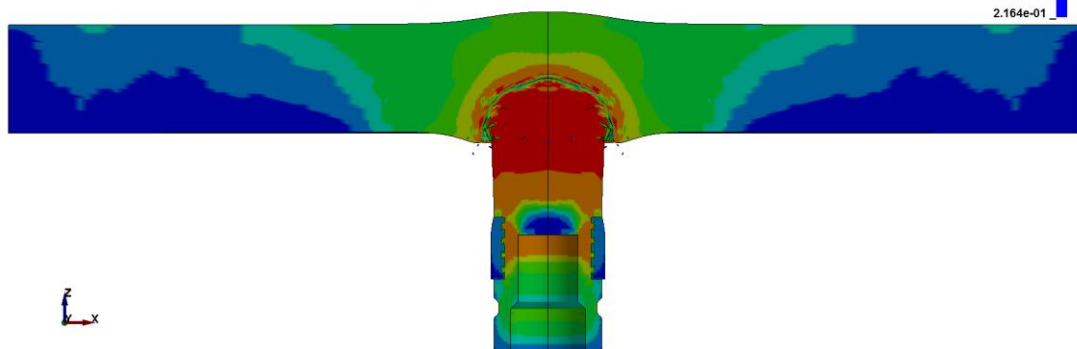
Fringe Levels
 1.257e+03
 1.100e+03
 9.425e+02
 7.855e+02
 6.284e+02
 4.713e+02
 3.142e+02
 1.572e+02
 8.916e-02



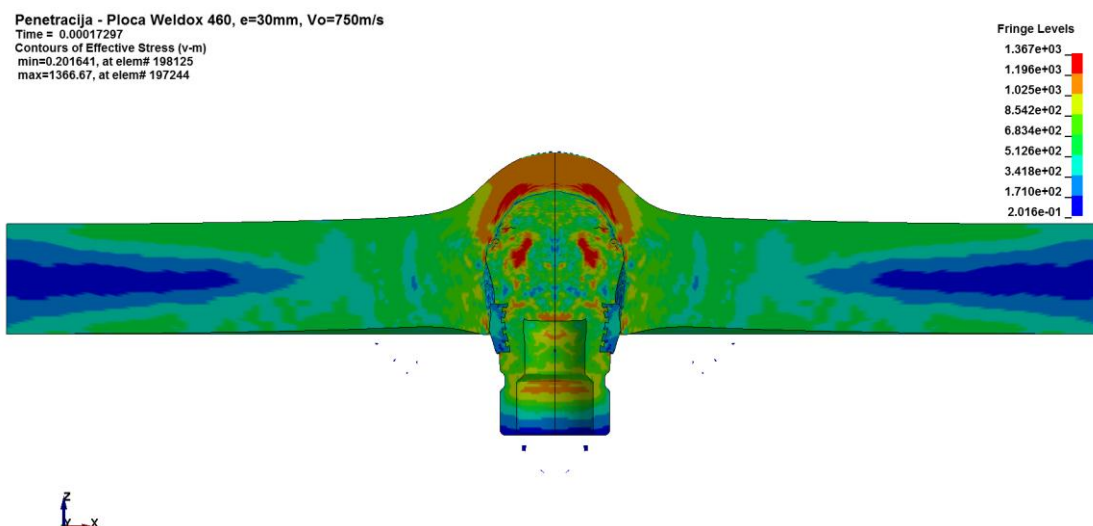
Слика 4.24. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 30 mm, корак 2.

Penetracija - Ploca Wldox 460, e=30mm, Vo=750m/s
 Time = 0.00010343
 Contours of Effective Stress (v-m)
 min=0.216398, at elem# 92163
 max=1371.48, at elem# 225752

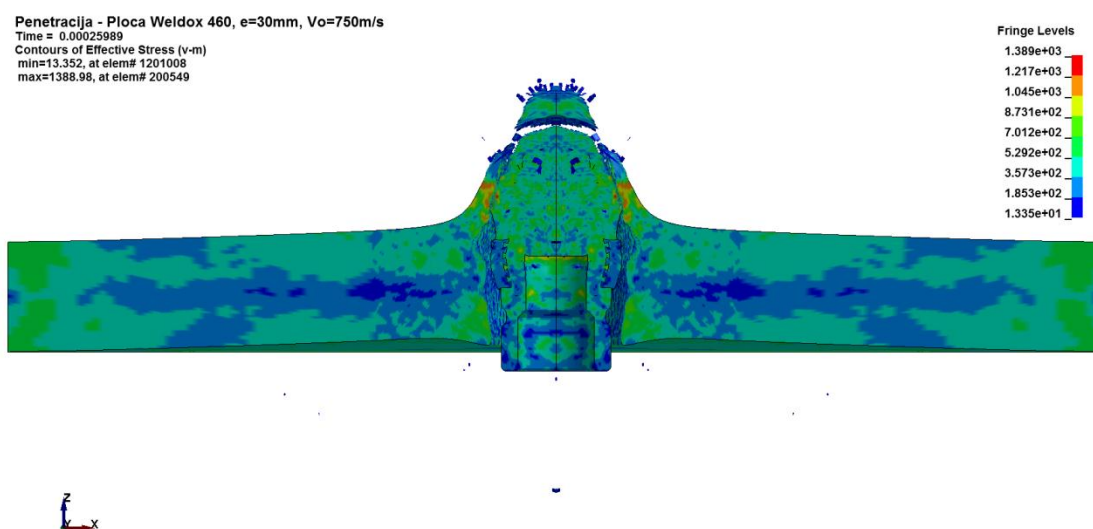
Fringe Levels
 1.371e+03
 1.200e+03
 1.029e+03
 8.573e+02
 6.858e+02
 5.144e+02
 3.430e+02
 1.716e+02
 2.164e-01



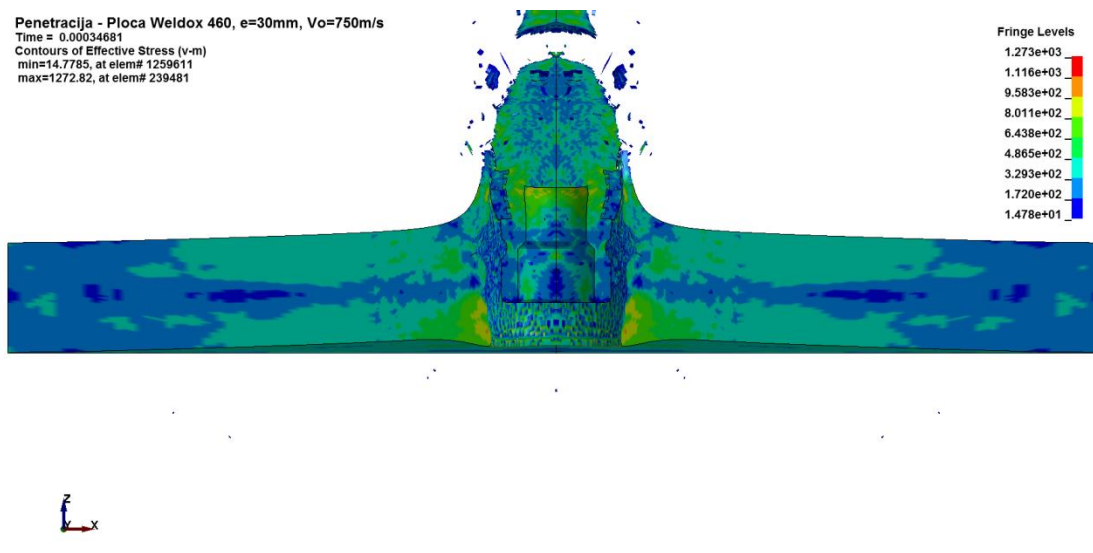
Слика 4.25. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 30 mm, корак 3.



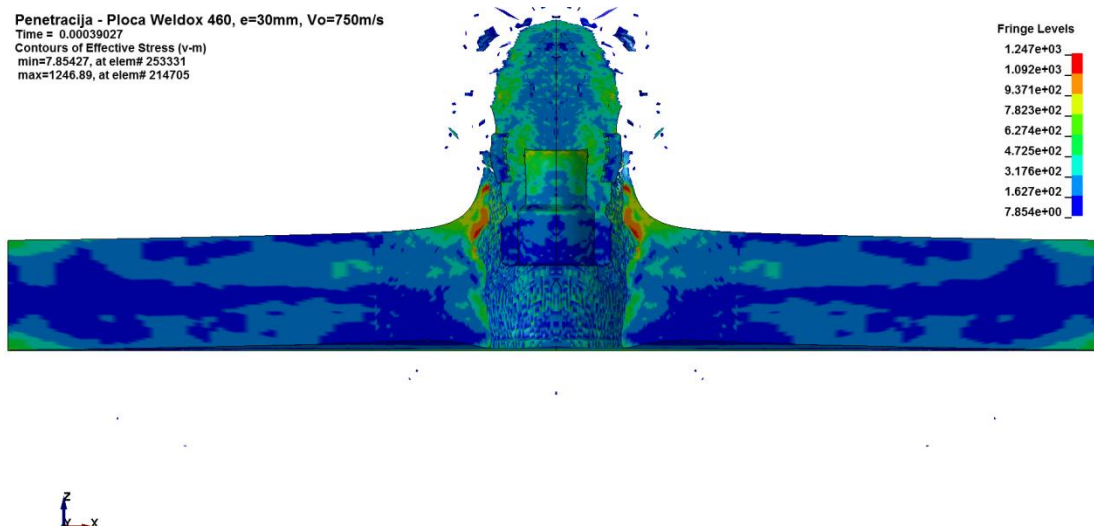
Слика 4.26. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 30 mm, корак 4.



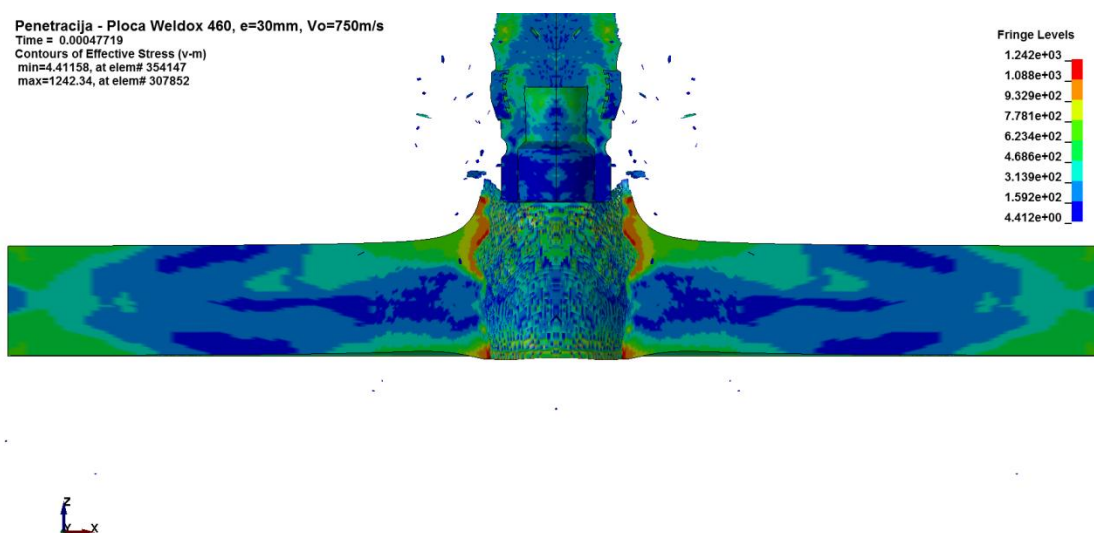
Слика 4.27. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 30 mm, корак 5.



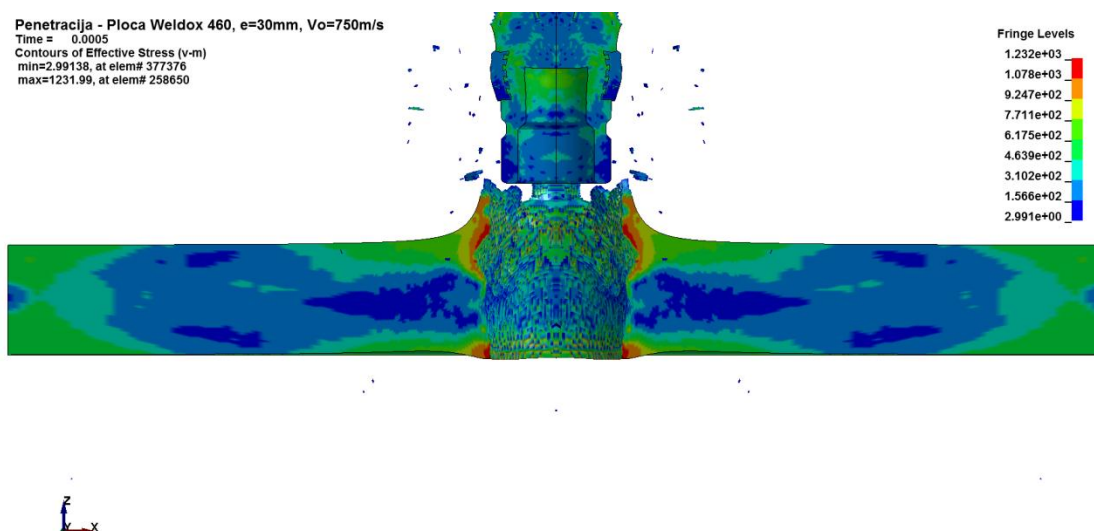
Слика 4.28. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 30 mm, корак 6.



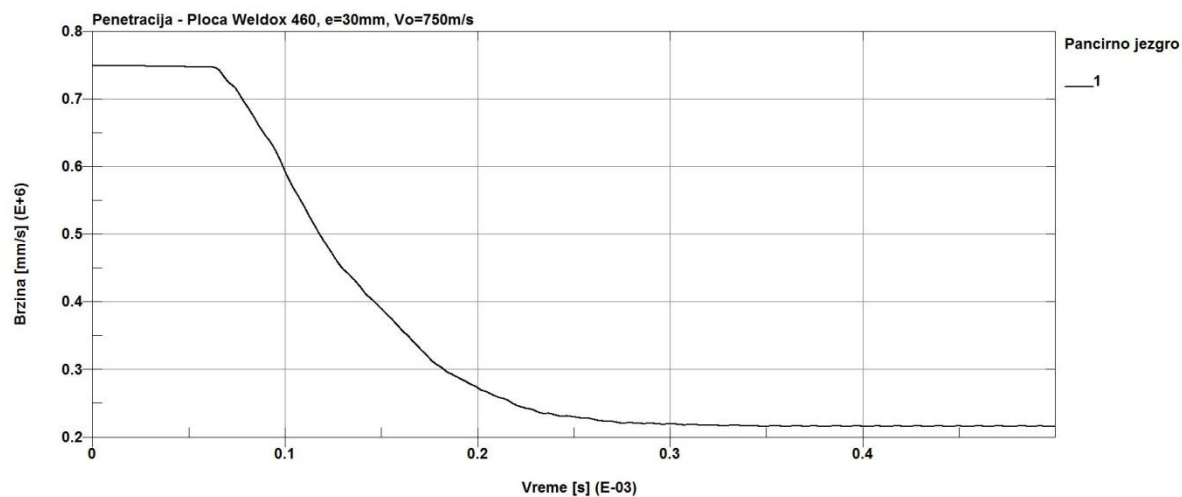
Слика 4.29. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 30 mm, корак 7.



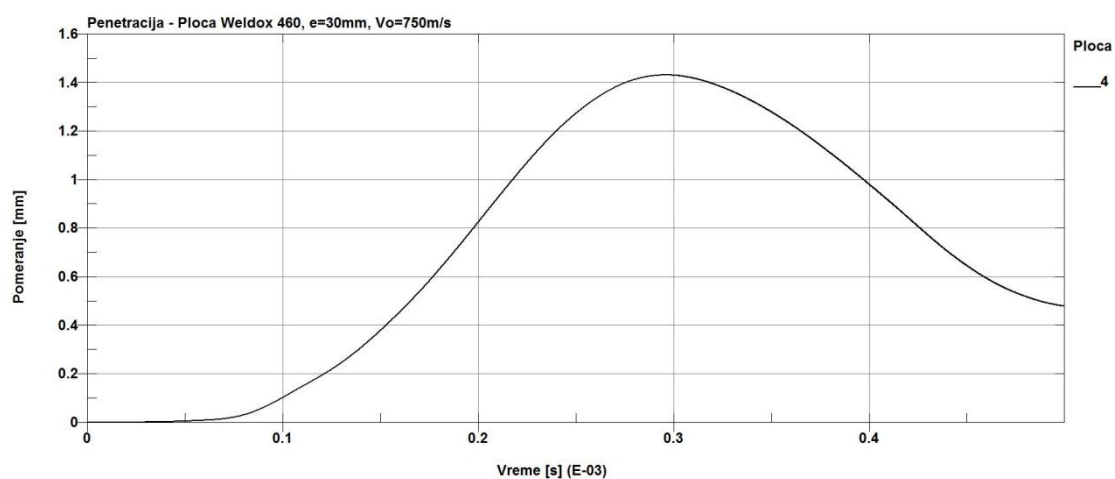
Слика 4.30. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 30 mm, корак 8.



Слика 4.31. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 30 mm, корак 9.



Слика 4.32. Брзина панцирног језгра у функцији времена – плоча дебљине 30 mm

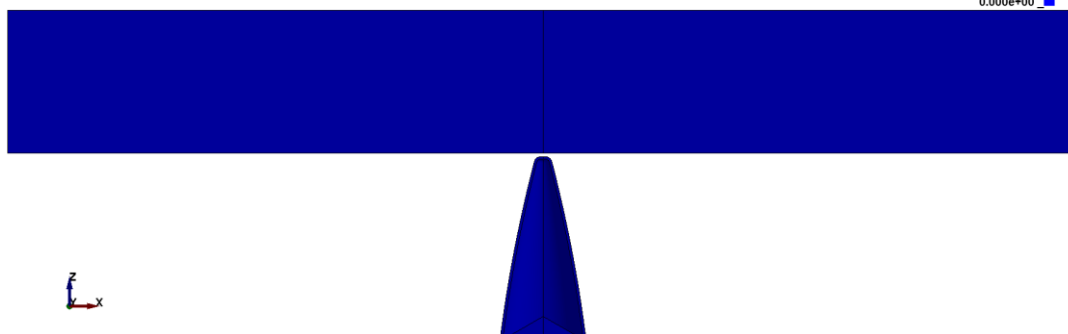


Слика 4.33. Померање плоче у функцији времена – плоча дебљине 30 mm

4.4. Случај 4 – плоча Weldox 460 дебљине 40 mm

Penetracija - Ploca Weldox 460, e=40mm, Vo=750m/s
 Time = 0
 Contours of Effective Stress (v-m)
 min=0, at elem# 92069
 max=5.20417e-18, at elem# 169376

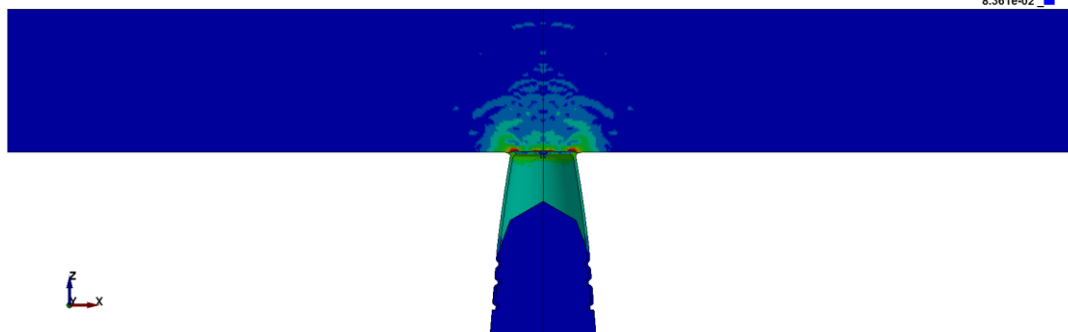
Fringe Levels
 5.204e-18
 4.554e-18
 3.903e-18
 3.253e-18
 2.602e-18
 1.952e-18
 1.301e-18
 6.505e-19
 0.000e+00



Слика 4.34. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 40 mm, корак 1.

Penetracija - Ploca Weldox 460, e=40mm, Vo=750m/s
 Time = 4.2662e-005
 Contours of Effective Stress (v-m)
 min=0.0836077, at elem# 1238918
 max=1253.94, at elem# 147704

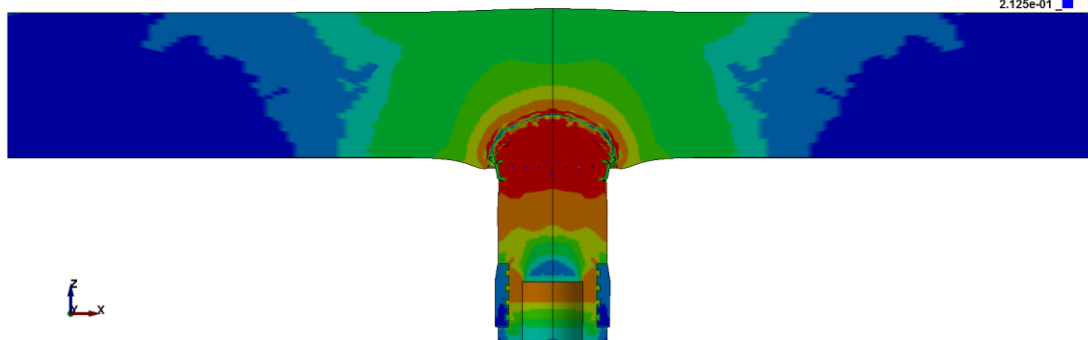
Fringe Levels
 1.254e+03
 1.097e+03
 9.405e+02
 7.837e+02
 6.270e+02
 4.703e+02
 3.135e+02
 1.568e+02
 8.361e-02



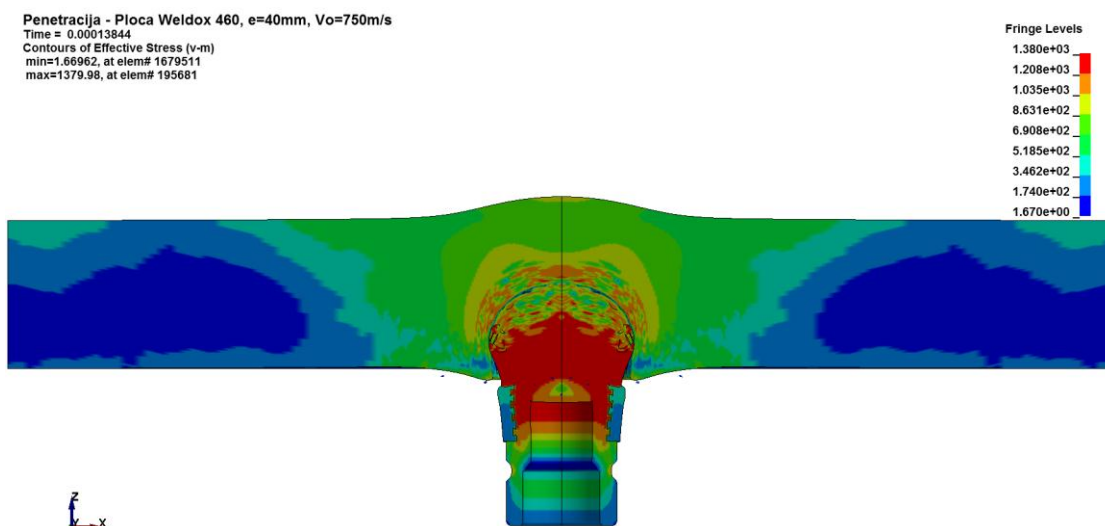
Слика 4.35. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 40 mm, корак 2.

Penetracija - Ploca Weldox 460, e=40mm, Vo=750m/s
 Time = 9.4904e-005
 Contours of Effective Stress (v-m)
 min=0.212496, at elem# 169308
 max=1374.74, at elem# 208805

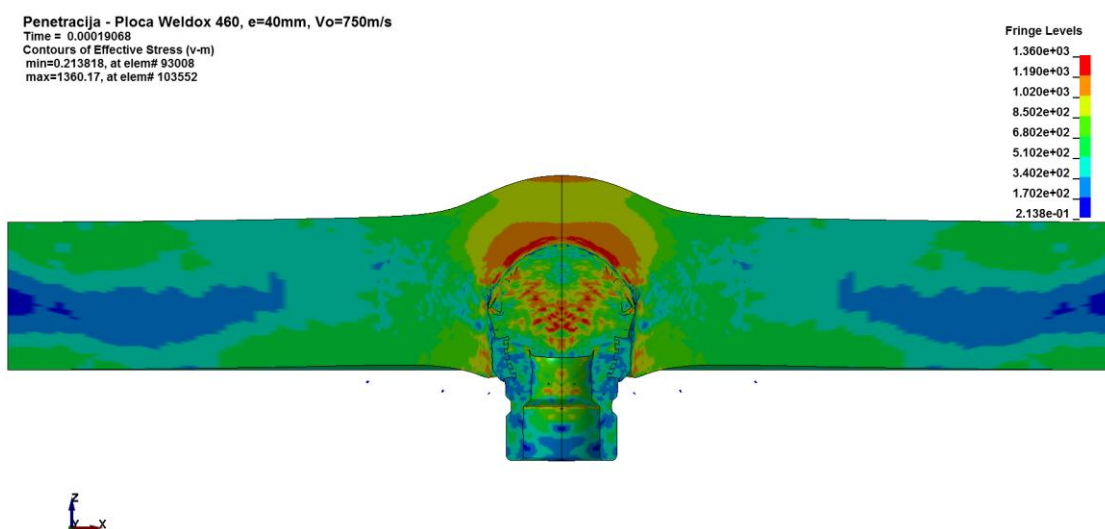
Fringe Levels
 1.375e+03
 1.203e+03
 1.031e+03
 8.593e+02
 6.875e+02
 5.157e+02
 3.438e+02
 1.720e+02
 2.125e-01



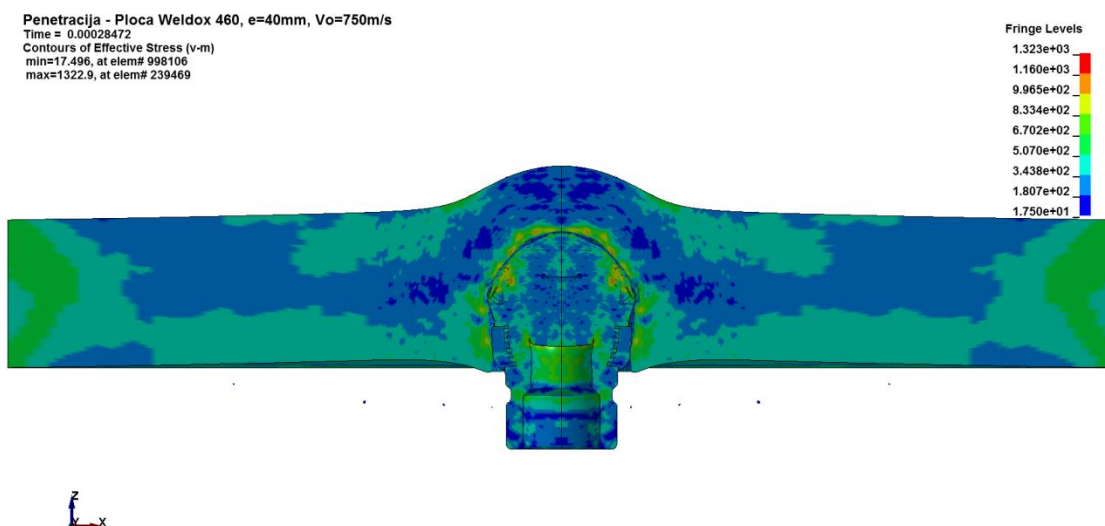
Слика 4.36. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 40 mm, корак 3.



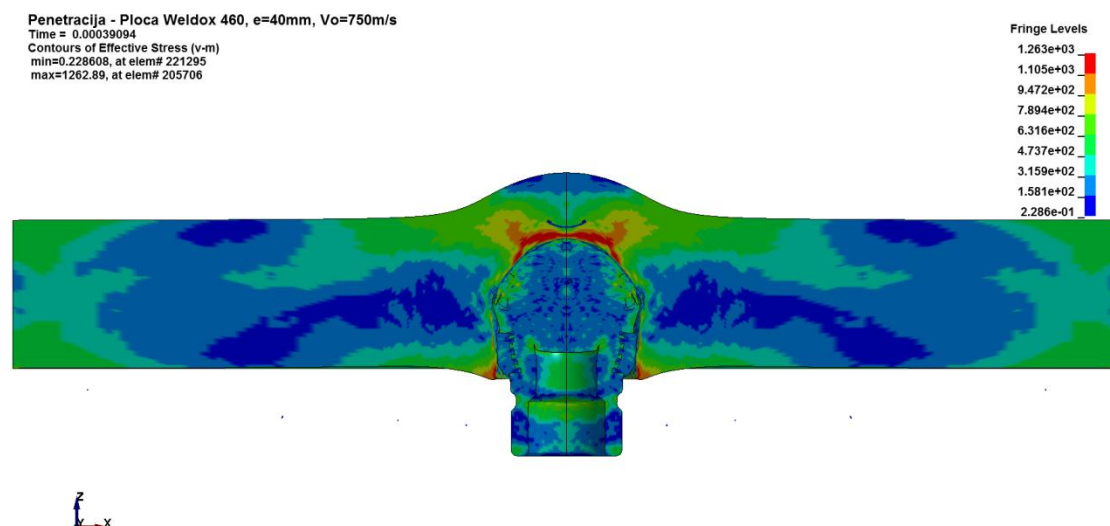
Слика 4.37. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 40 mm, корак 4.



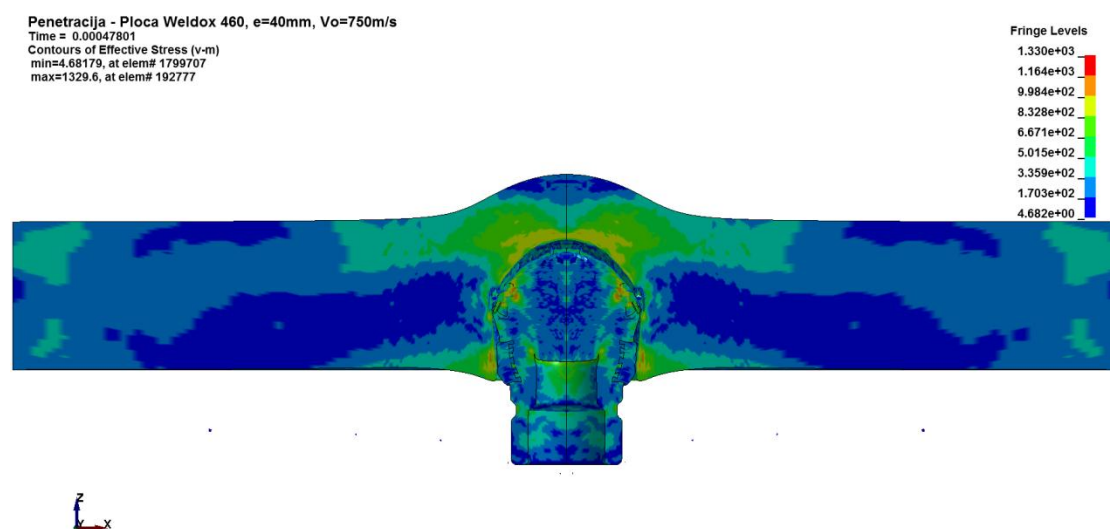
Слика 4.38. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 40 mm, корак 5.



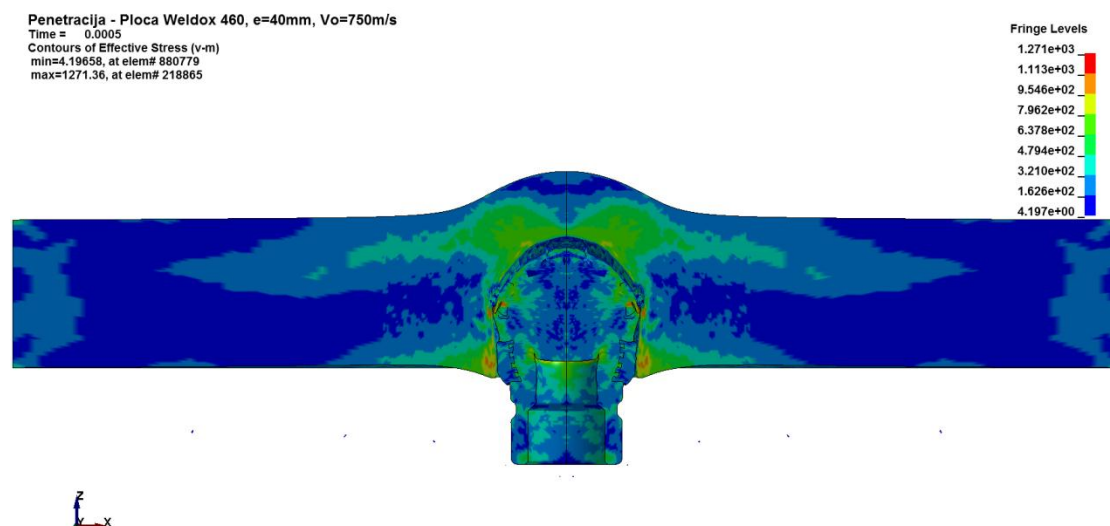
Слика 4.39. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 40 mm, корак 6.



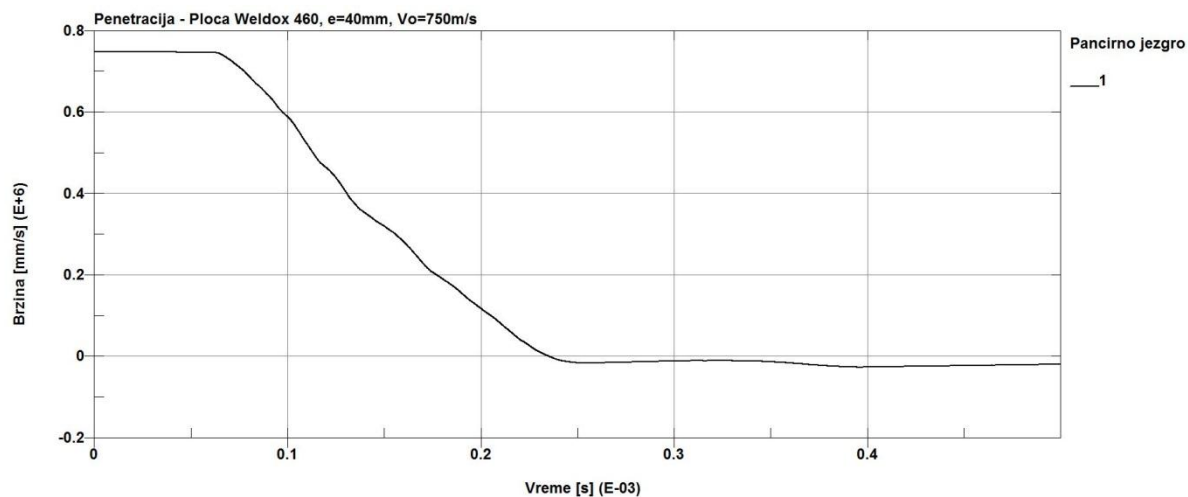
Слика 4.40. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 40 mm, корак 7.



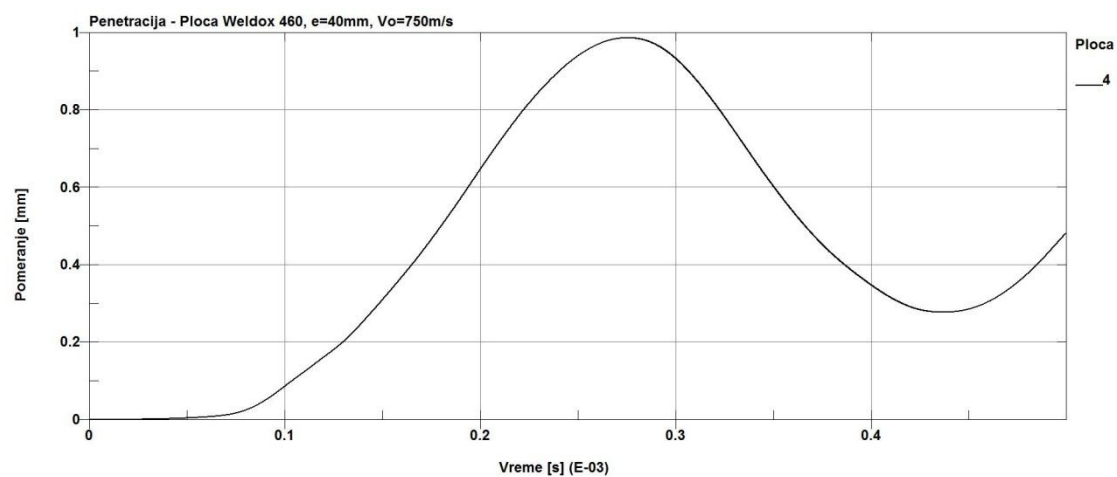
Слика 4.41. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 40 mm, корак 8.



Слика 4.42. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 40 mm, корак 9.



Слика 4.43. Брзина панцирног језгра у функцији времена – плоча дебљине 40 mm

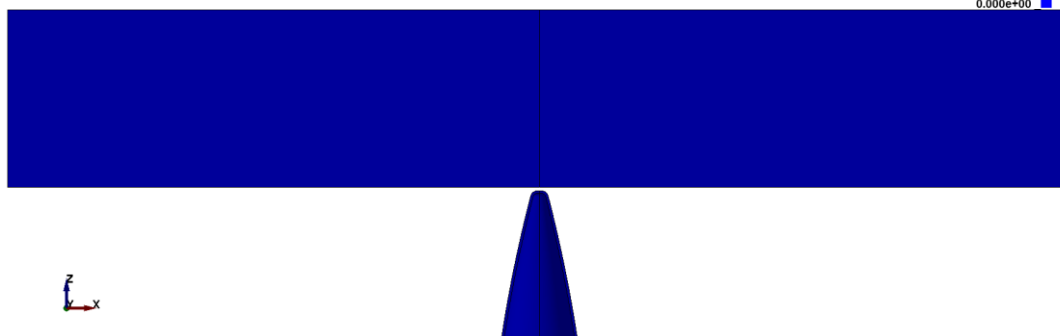


Слика 4.44. Померање плоче у функцији времена – плоча дебљине 40 mm

4.5. Случај 5 – плоча Weldox 460 дебљине 50 mm

Penetracija - Ploca Weldox 460, e=50mm, Vo=750m/s
 Time = 0
 Contours of Effective Stress (v-m)
 min=0, at elem# 92069
 max=5.20417e-18, at elem# 169376

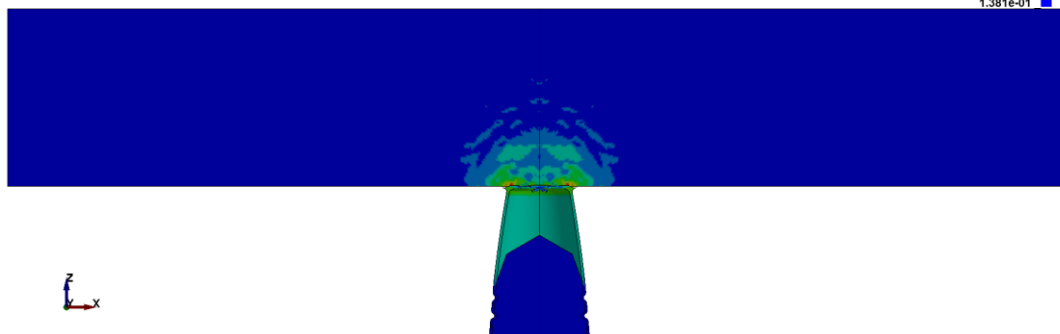
Fringe Levels
 5.204e-18
 4.554e-18
 3.903e-18
 3.253e-18
 2.602e-18
 1.952e-18
 1.301e-18
 6.505e-19
 0.000e+00



Слика 4.45. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 50 mm, корак 1.

Penetracija - Ploca Weldox 460, e=50mm, Vo=750m/s
 Time = 4.2661e-005
 Contours of Effective Stress (v-m)
 min=0.138117, at elem# 226767
 max=1264.55, at elem# 147068

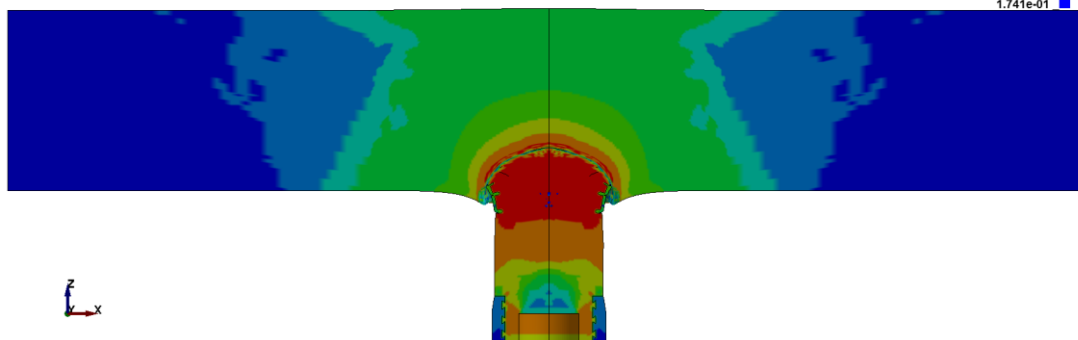
Fringe Levels
 1.265e+03
 1.106e+03
 9.484e+02
 7.904e+02
 6.323e+02
 4.743e+02
 3.162e+02
 1.582e+02
 1.381e-01



Слика 4.46. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 50 mm, корак 2.

Penetracija - Ploca Weldox 460, e=50mm, Vo=750m/s
 Time = 9.4903e-005
 Contours of Effective Stress (v-m)
 min=0.174124, at elem# 165858
 max=1379.67, at elem# 222574

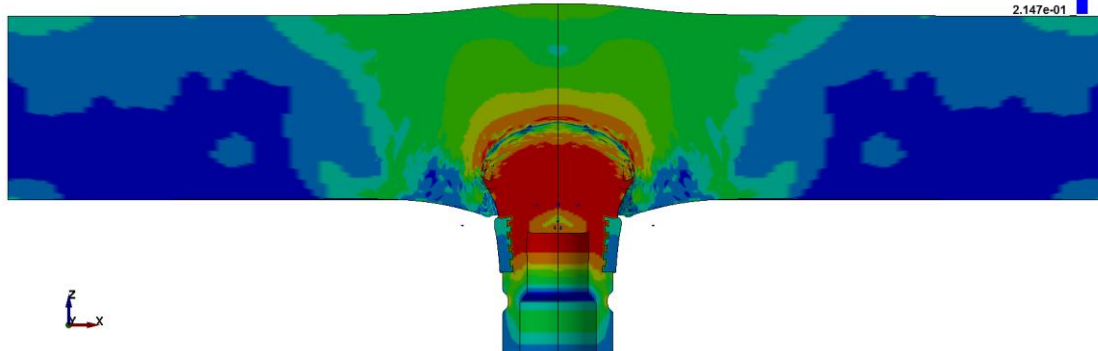
Fringe Levels
 1.380e+03
 1.207e+03
 1.035e+03
 8.624e+02
 6.899e+02
 5.175e+02
 3.450e+02
 1.726e+02
 1.741e-01



Слика 4.47. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 50 mm, корак 3.

Penetracija - Ploca Weldox 460, e=50mm, Vo=750m/s
 Time = 0.00013844
 Contours of Effective Stress (v-m)
 min=0.214655, at elem# 165873
 max=1387.61, at elem# 197245

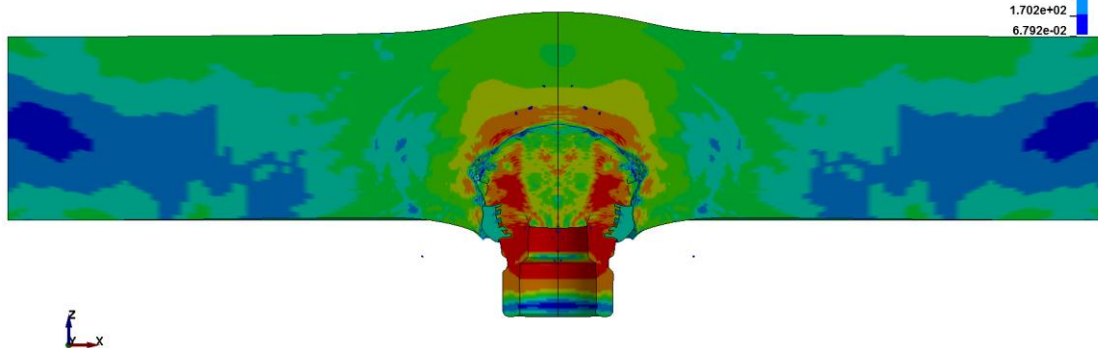
Fringe Levels
 1.388e+03
 1.214e+03
 1.041e+03
 8.673e+02
 6.939e+02
 5.205e+02
 3.471e+02
 1.736e+02
 2.147e-01



Слика 4.48. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 50 mm, корак 4.

Penetracija - Ploca Weldox 460, e=50mm, Vo=750m/s
 Time = 0.00018198
 Contours of Effective Stress (v-m)
 min=0.0679182, at elem# 110645
 max=1361.03, at elem# 218626

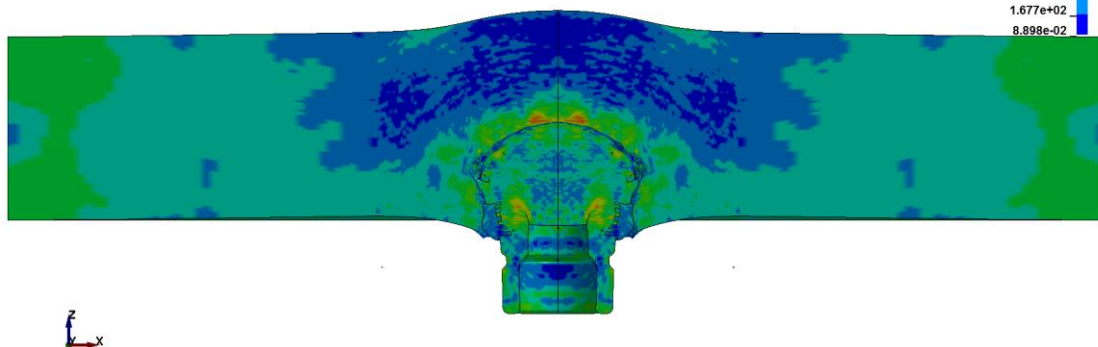
Fringe Levels
 1.361e+03
 1.191e+03
 1.021e+03
 8.507e+02
 6.806e+02
 5.104e+02
 3.403e+02
 1.702e+02
 6.792e-02



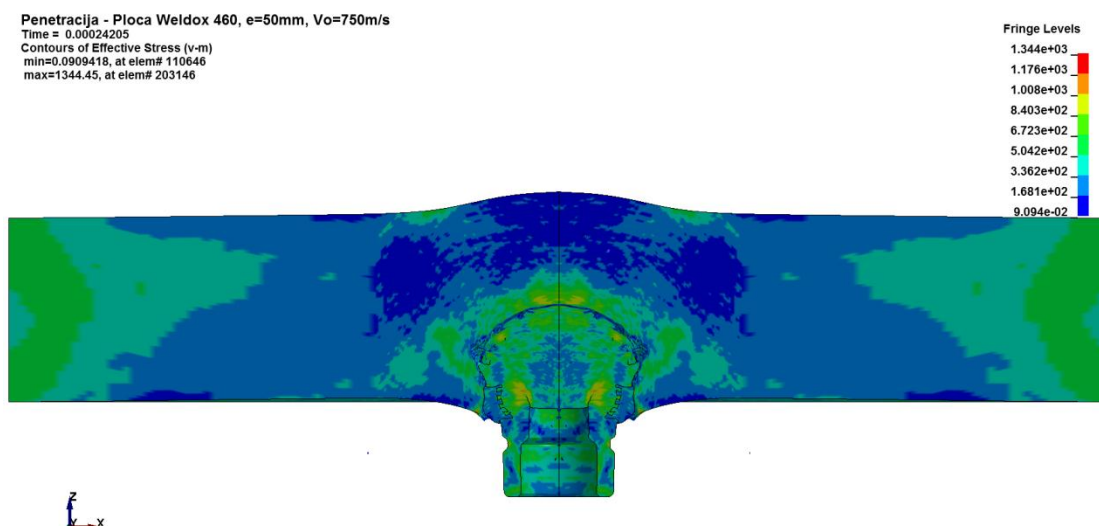
Слика 4.49. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 50 mm, корак 5.

Penetracija - Ploca Weldox 460, e=50mm, Vo=750m/s
 Time = 0.00022551
 Contours of Effective Stress (v-m)
 min=0.0889784, at elem# 110646
 max=1340.94, at elem# 192300

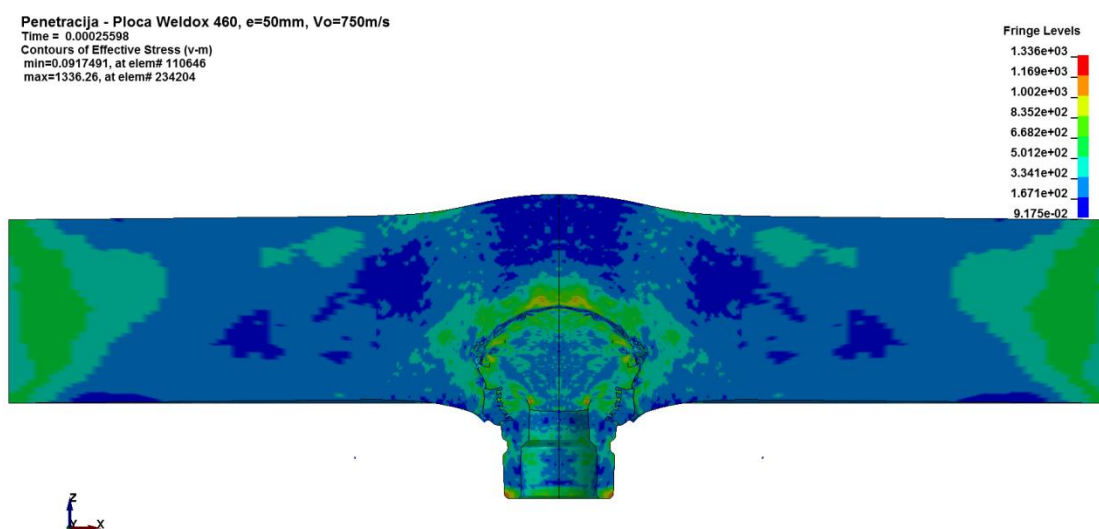
Fringe Levels
 1.341e+03
 1.173e+03
 1.006e+03
 8.381e+02
 6.705e+02
 5.029e+02
 3.353e+02
 1.677e+02
 8.898e-02



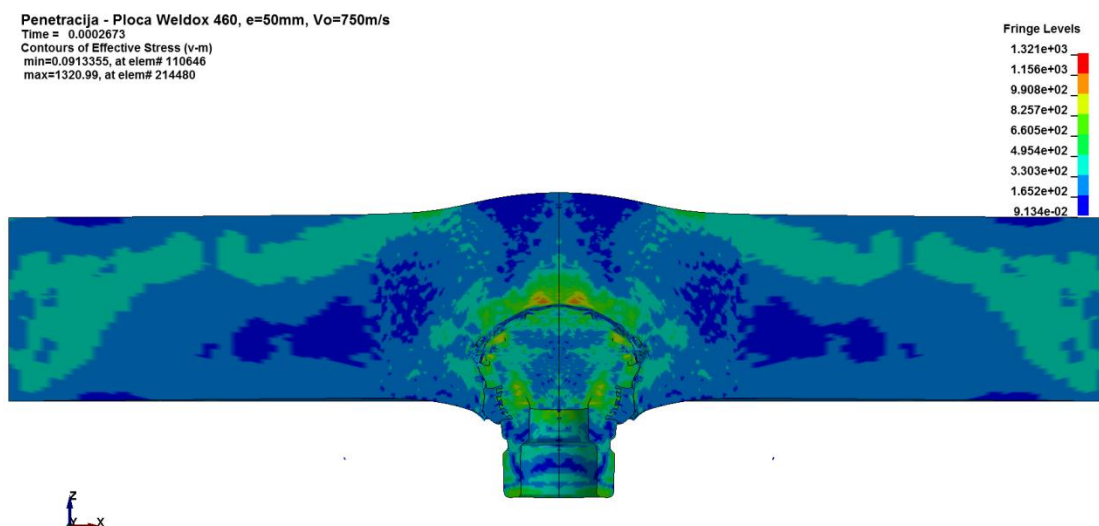
Слика 4.50. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 50 mm, корак 6.



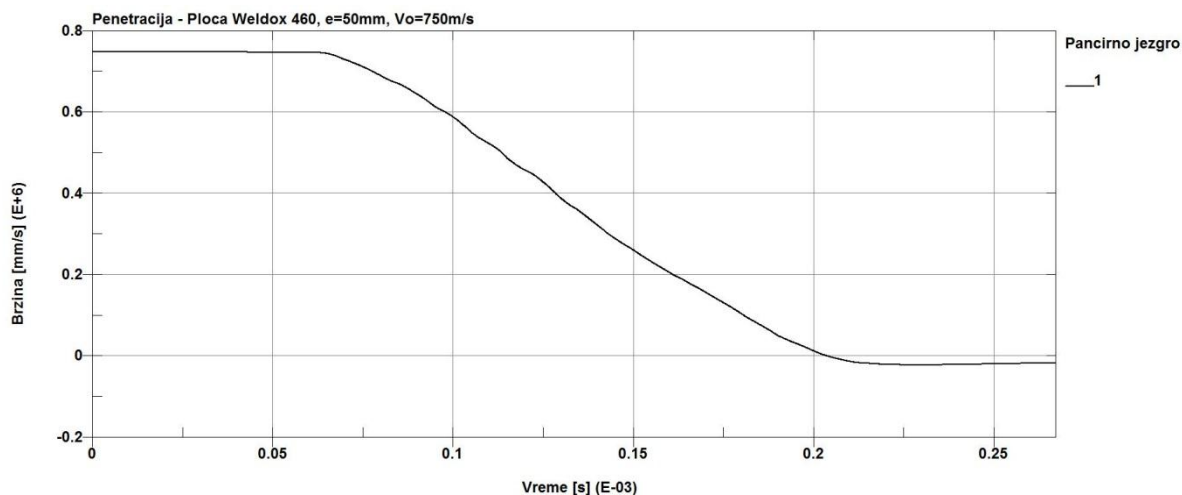
Слика 4.51. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 50 mm, корак 7.



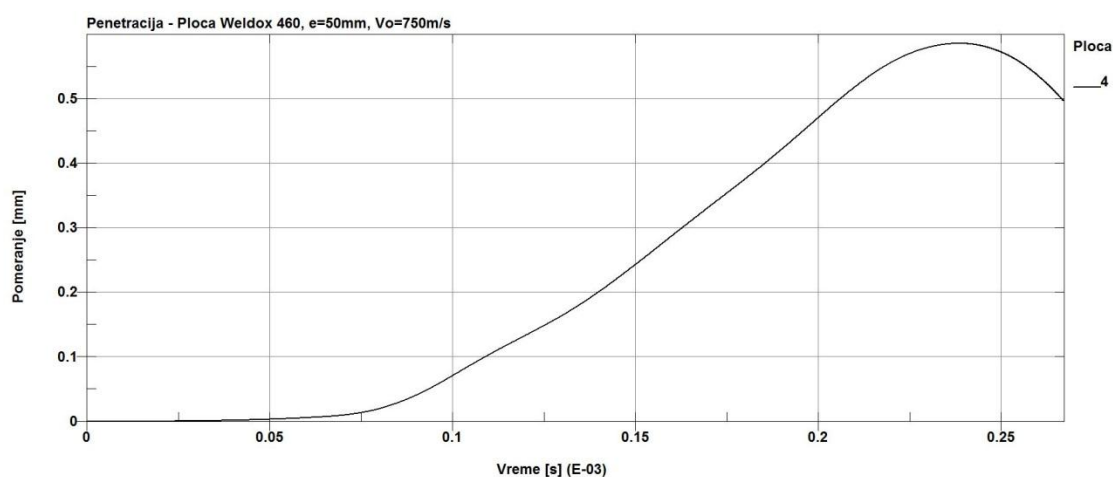
Слика 4.52. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 50 mm, корак 8.



Слика 4.53. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 50 mm, корак 9.



Слика 4.54. Брзина панцирног језгра у функцији времена – плоча дебљине 50 mm



Слика 4.55. Померање плоче у функцији времена – плоча дебљине 50 mm

4.6. Додатни случајеви

Након представљања резултата добијених нумеричком симулацијом процеса пенетрације, лако се може закључити у којим случајевима пројектил има довољну енергију да изврши пробијање препрека одређених дебљина. У овом случају као препрека је коришћена плоча израђена од легуре *Weldox 460* и утврђено је да панцирни пројектил калибра 30 mm при ударној брзини од $750 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ остварује ефекат пробоја на плочама од 10 mm, 20 mm и 30 mm, док се код плоча дебљина 40 mm и 50 mm остварује ефекат задора, односно не долази до пробоја.

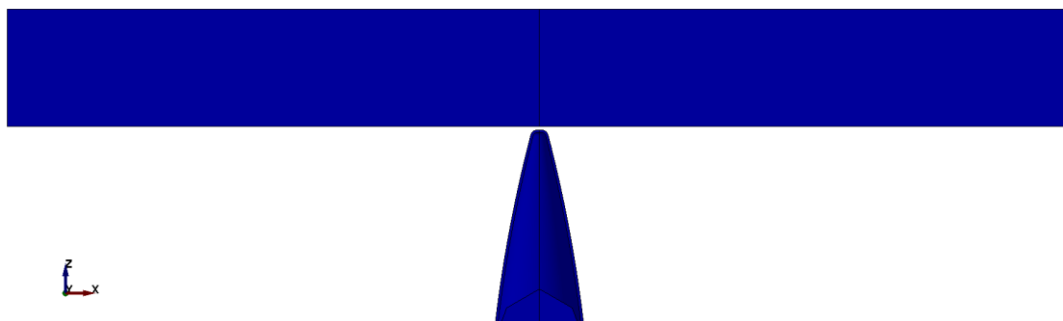
Такође, од великог значаја је утврђивање највеће вредности дебљине плоче при којој долази до остваривања ефекта пробоја, као и најмање вредности дебљине плоче при којој долази до појаве ефекта задора, при истој ударној брзини као и у претходним случајевима.

У складу са претходно дефинисаним моделима, користећи исте почетне и граничне услове, извршене су додатне нумеричке симулације и том приликом је утврђено да се ефекат пробоја остварује на плочама дебљине до 33 mm, а након тога долази до појаве ефекта задора. Резултати су представљени у оквиру тачака 4.6.1. и 4.6.2.

4.6.1. Случај 6 – плоча Weldom 460 дебљине 33 mm

Penetracija - Ploca Weldom 460, e=33mm, Vo=750m/s
Time = 0
Contours of Effective Stress (v-m)
min=0, at elem# 92069
max=5.20417e-18, at elem# 169376

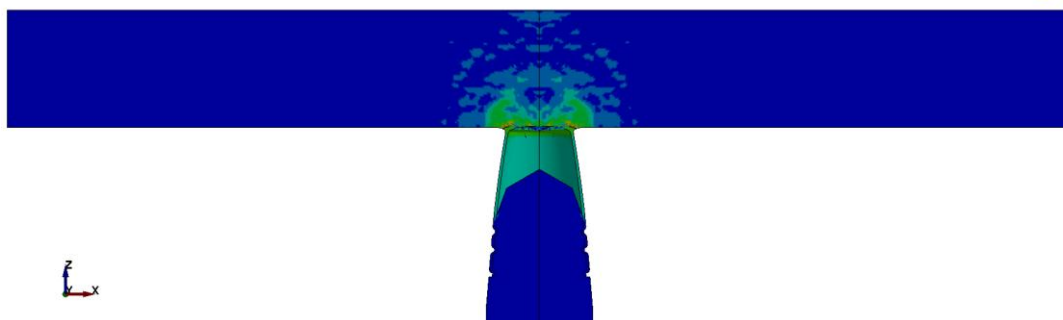
Fringe Levels
5.204e-18
4.554e-18
3.903e-18
3.253e-18
2.602e-18
1.952e-18
1.301e-18
6.505e-19
0.000e+00



Слика 4.56. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 33 mm, корак 1.

Penetracija - Ploca Weldom 460, e=33mm, Vo=750m/s
Time = 4.5374e-005
Contours of Effective Stress (v-m)
min=0.165139, at elem# 225066
max=1260.2, at elem# 147710

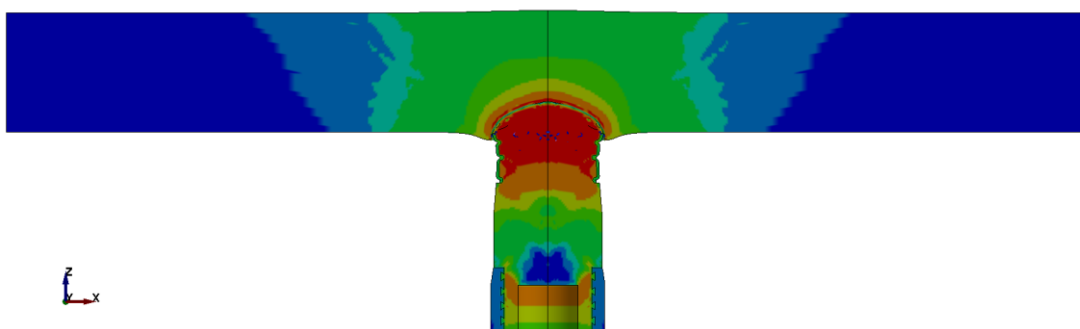
Fringe Levels
1.260e+03
1.103e+03
9.452e+02
7.877e+02
6.302e+02
4.727e+02
3.152e+02
1.577e+02
1.651e-01



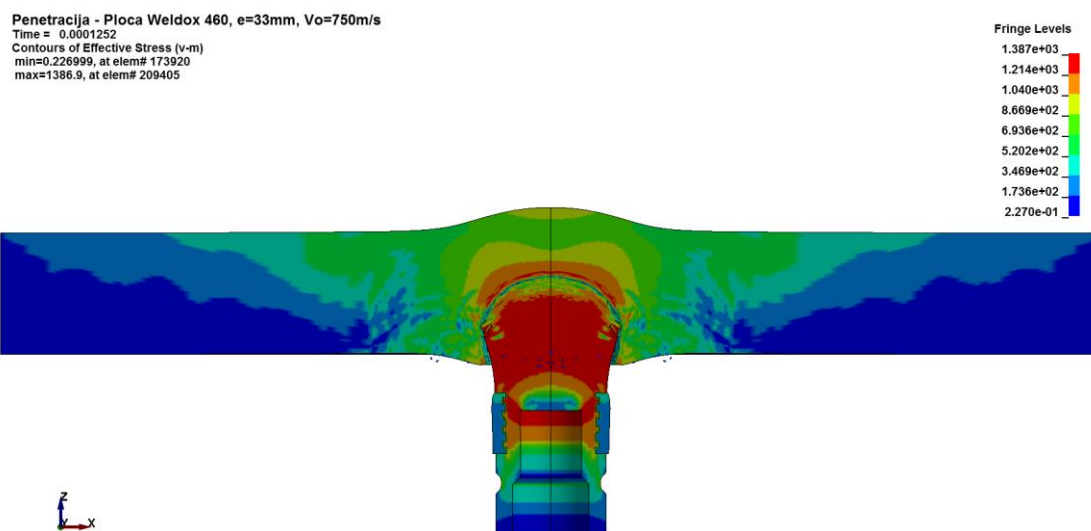
Слика 4.57. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 33 mm, корак 2.

Penetracija - Ploca Weldom 460, e=33mm, Vo=750m/s
Time = 8.3186e-005
Contours of Effective Stress (v-m)
min=0.18794, at elem# 161333
max=1385.53, at elem# 216754

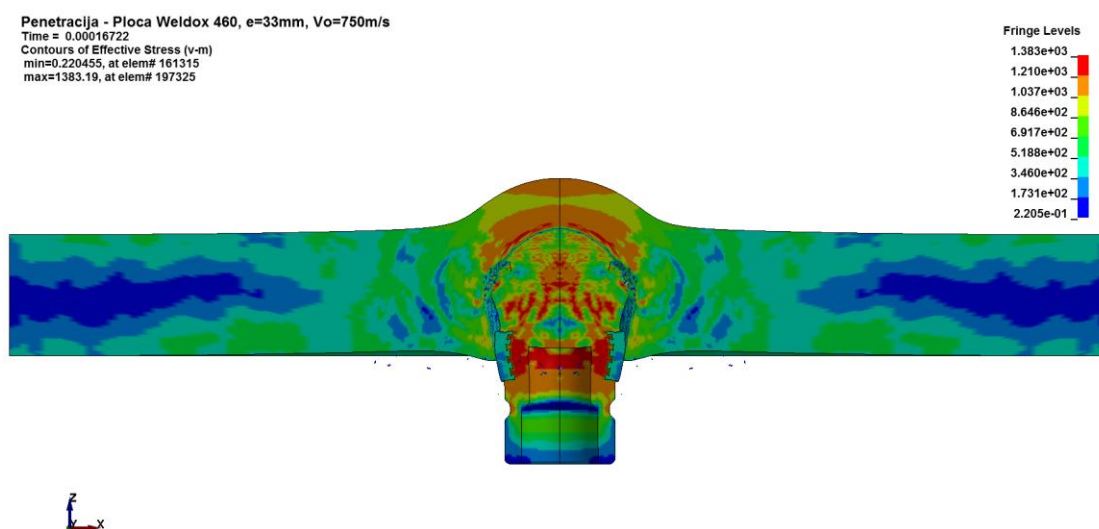
Fringe Levels
1.386e+03
1.212e+03
1.039e+03
8.660e+02
6.929e+02
5.197e+02
3.465e+02
1.734e+02
1.879e-01



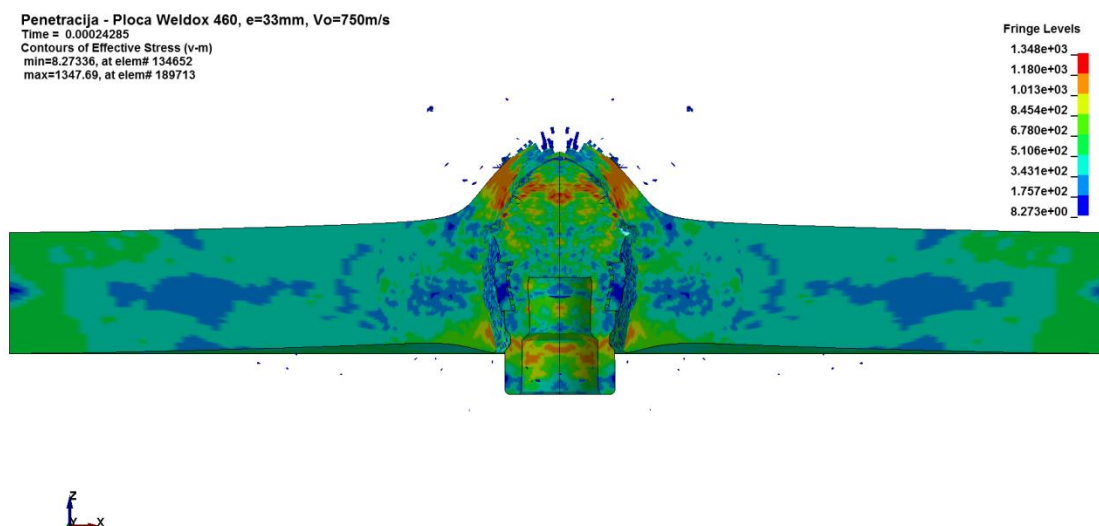
Слика 4.58. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 33 mm, корак 3.



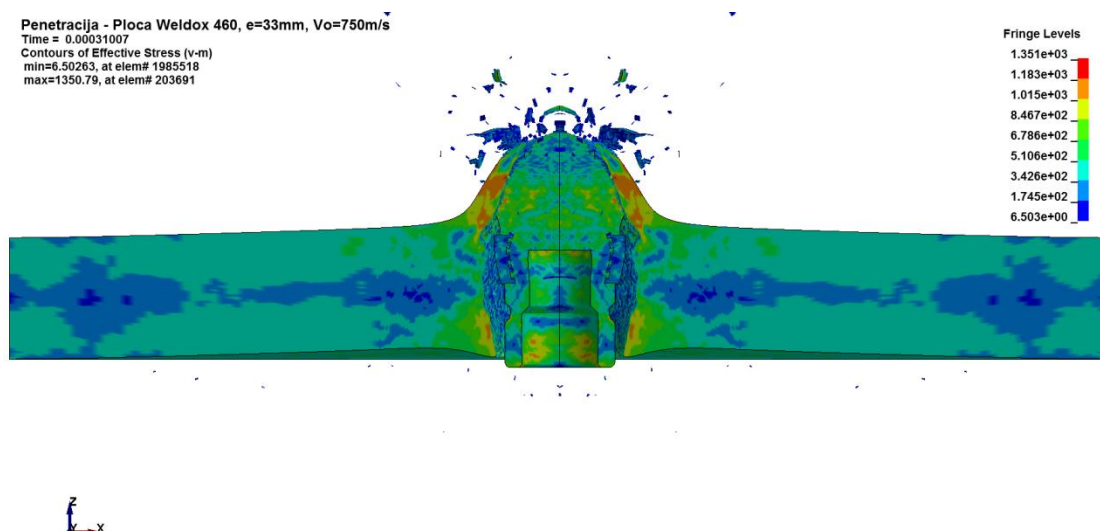
Слика 4.59. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 33 мм, корак 4.



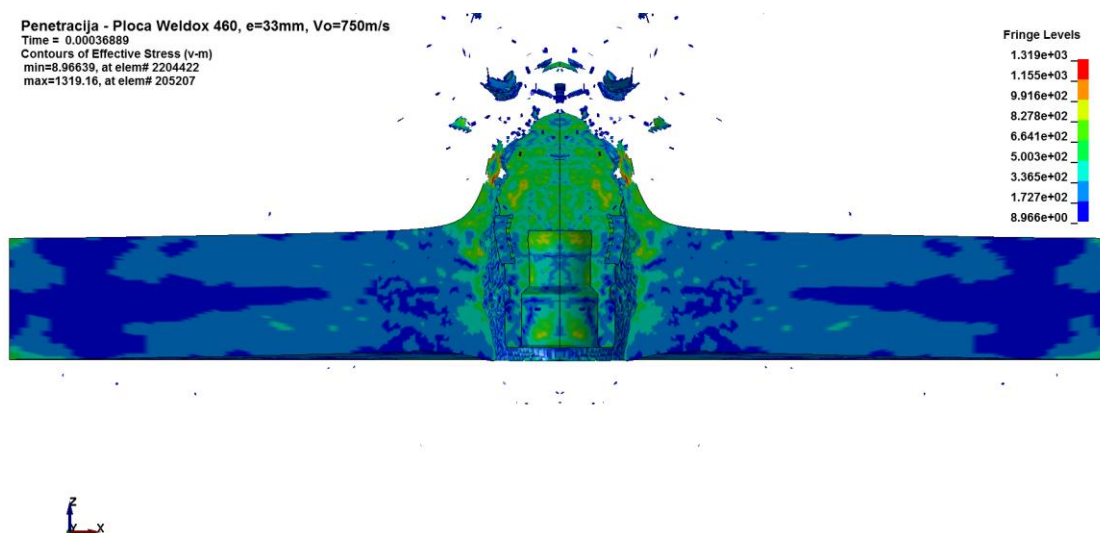
Слика 4.60. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 33 мм, корак 5.



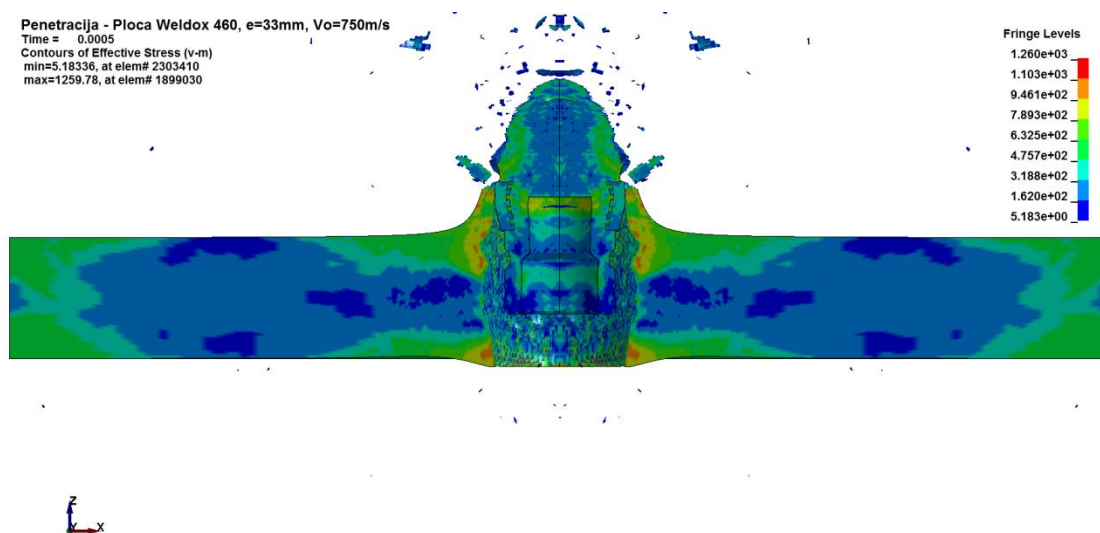
Слика 4.61. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 33 мм, корак 6.



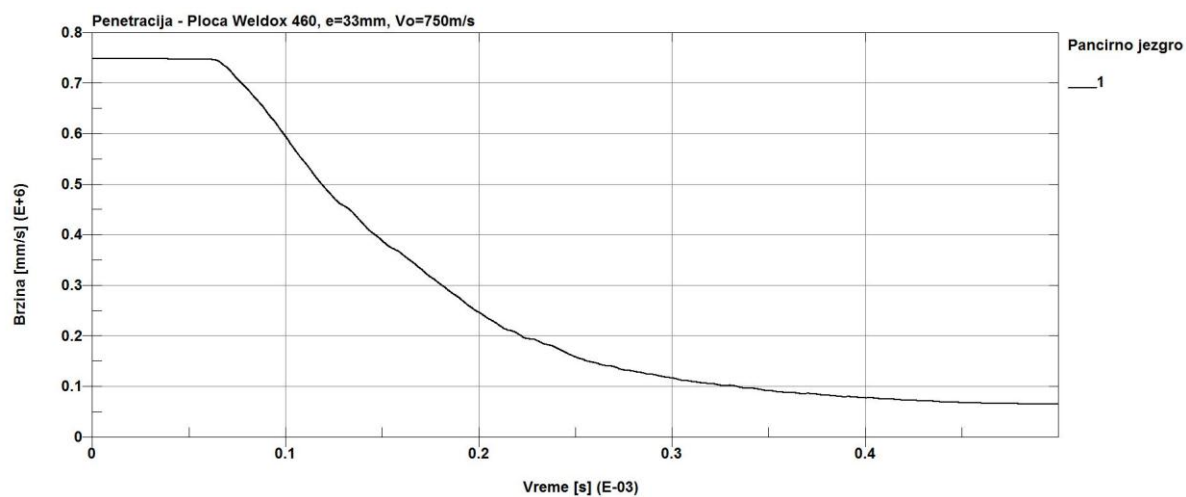
Слика 4.62. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 33 мм, корак 7.



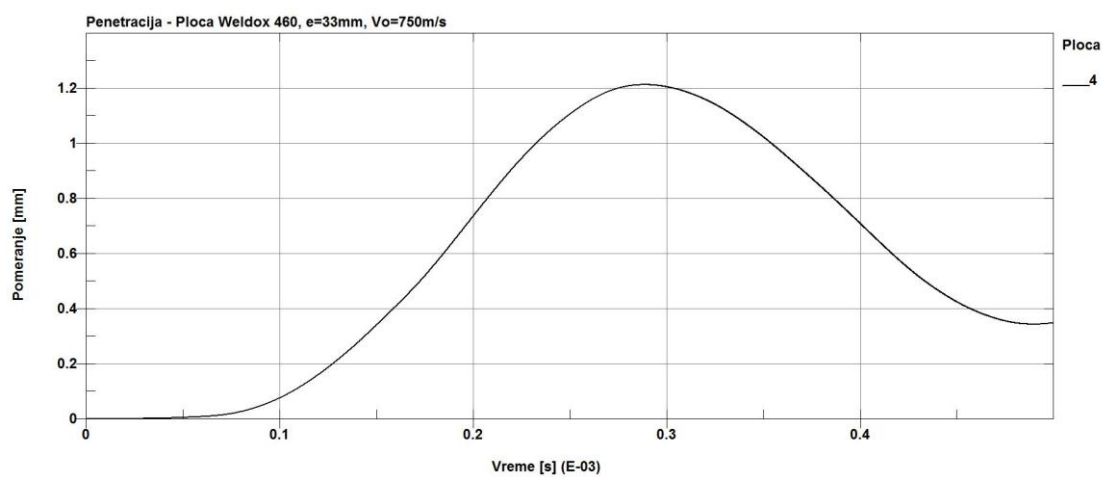
Слика 4.63. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 33 мм, корак 8.



Слика 4.64. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 33 мм, корак 9.



Слика 4.65. Брзина панцирног језгра у функцији времена – плоча дебљине 33 mm

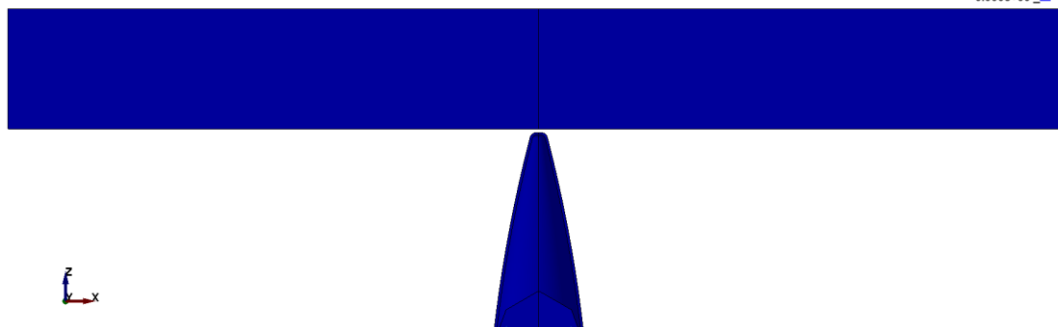


Слика 4.66. Померање плоче у функцији времена – плоча дебљине 33 mm

4.6.2. Случај 7 – плоча Weldom 460 дебљине 34 mm

Penetracija - Ploca Weldom 460, e=34mm, Vo=750m/s
Time = 0
Contours of Effective Stress (v-m)
min=0, at elem# 92069
max=5.20417e-18, at elem# 169376

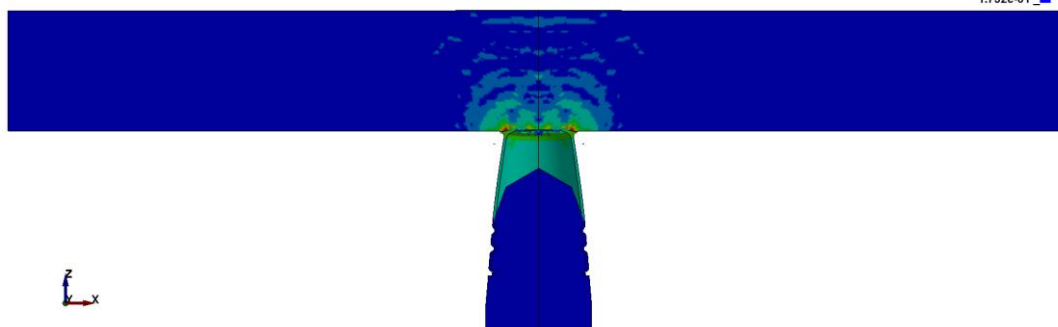
Fringe Levels
5.204e-18
4.554e-18
3.903e-18
3.253e-18
2.602e-18
1.952e-18
1.301e-18
6.505e-19
0.000e+00



Слика 4.67. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 34 mm, корак 1.

Penetracija - Ploca Weldom 460, e=34mm, Vo=750m/s
Time = 4.7016e-005
Contours of Effective Stress (v-m)
min=0.173202, at elem# 1385503
max=1255.42, at elem# 147760

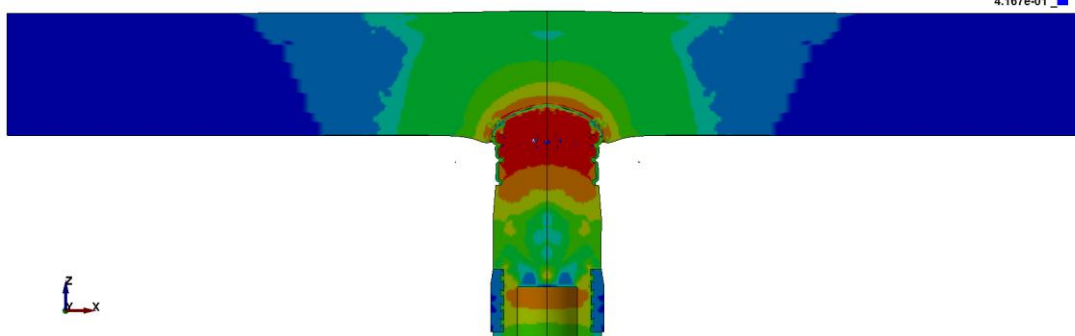
Fringe Levels
1.255e+03
1.099e+03
9.416e+02
7.847e+02
6.278e+02
4.709e+02
3.140e+02
1.571e+02
1.732e-01



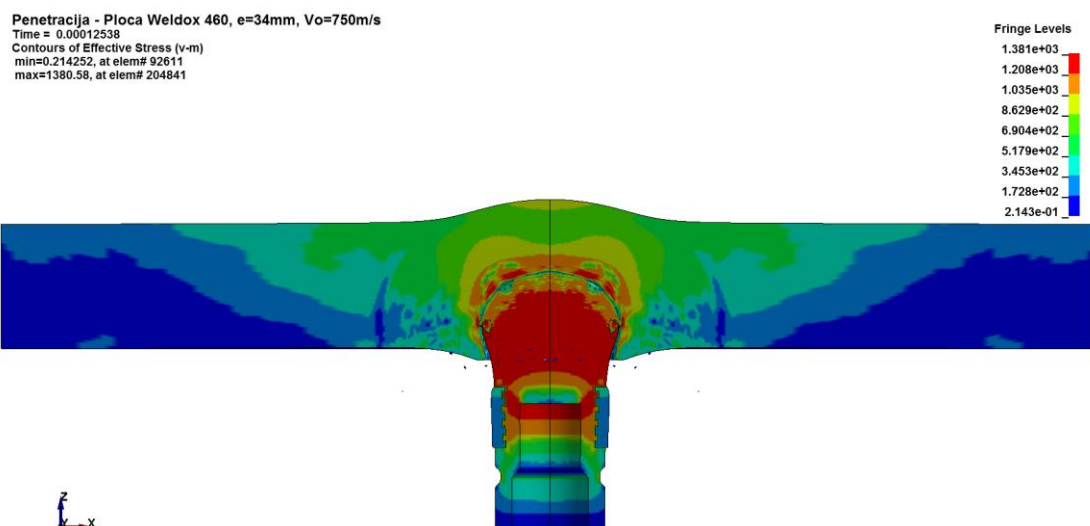
Слика 4.68. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 34 mm, корак 2.

Penetracija - Ploca Weldom 460, e=34mm, Vo=750m/s
Time = 8.3585e-005
Contours of Effective Stress (v-m)
min=0.416737, at elem# 274342
max=1389.98, at elem# 188859

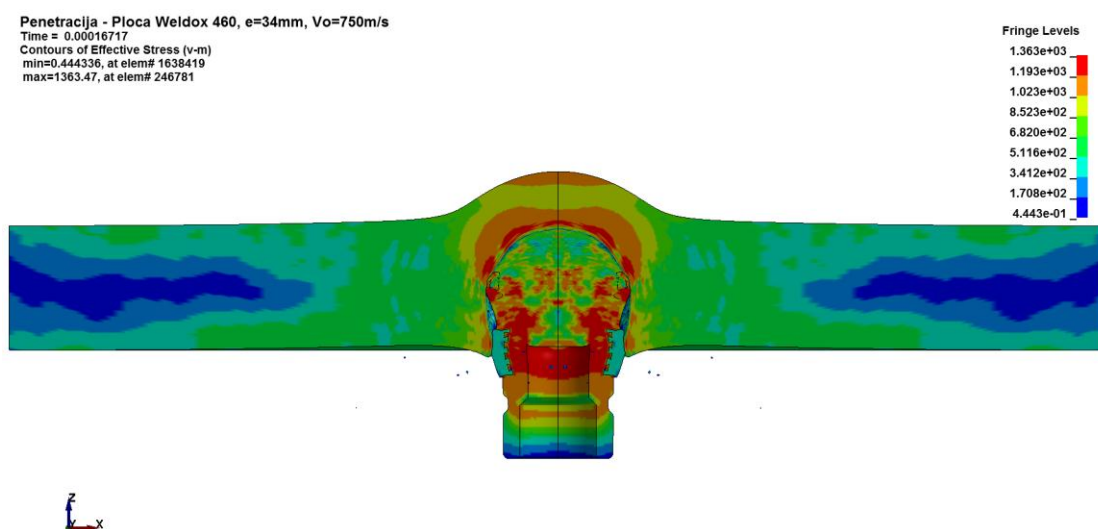
Fringe Levels
1.390e+03
1.216e+03
1.043e+03
8.689e+02
6.952e+02
5.215e+02
3.478e+02
1.741e+02
4.167e-01



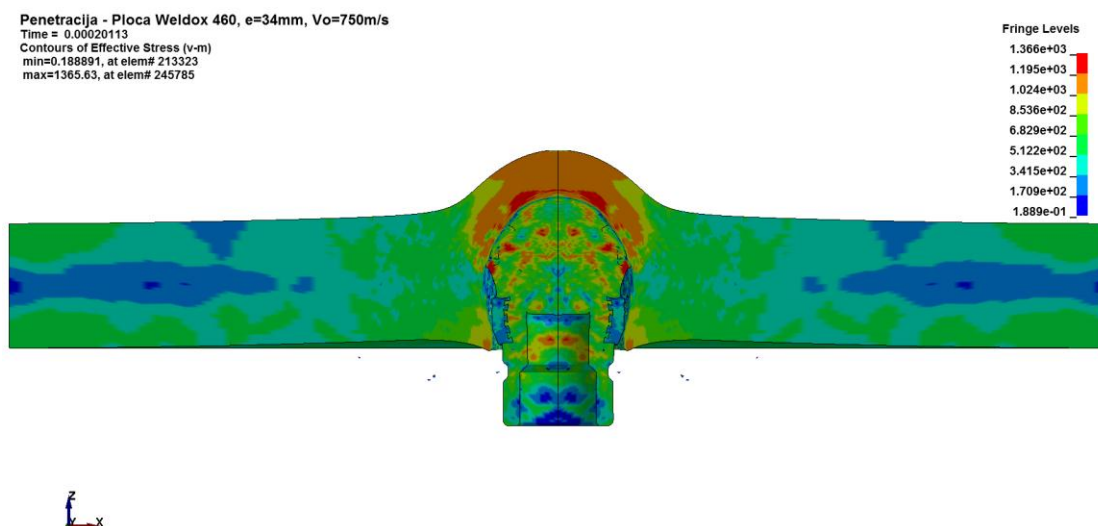
Слика 4.69. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 34 mm, корак 3.



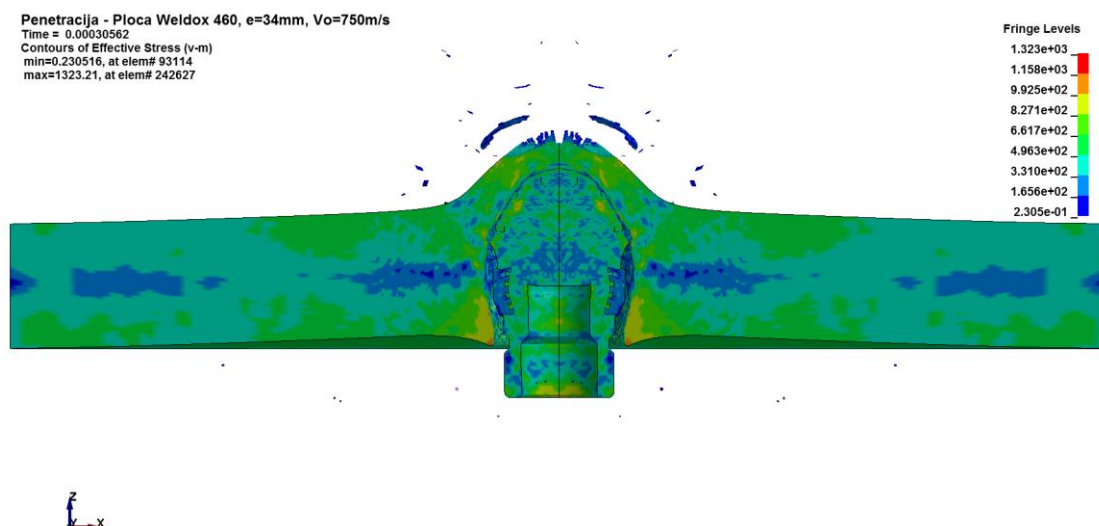
Слика 4.70. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 34 mm, корак 4.



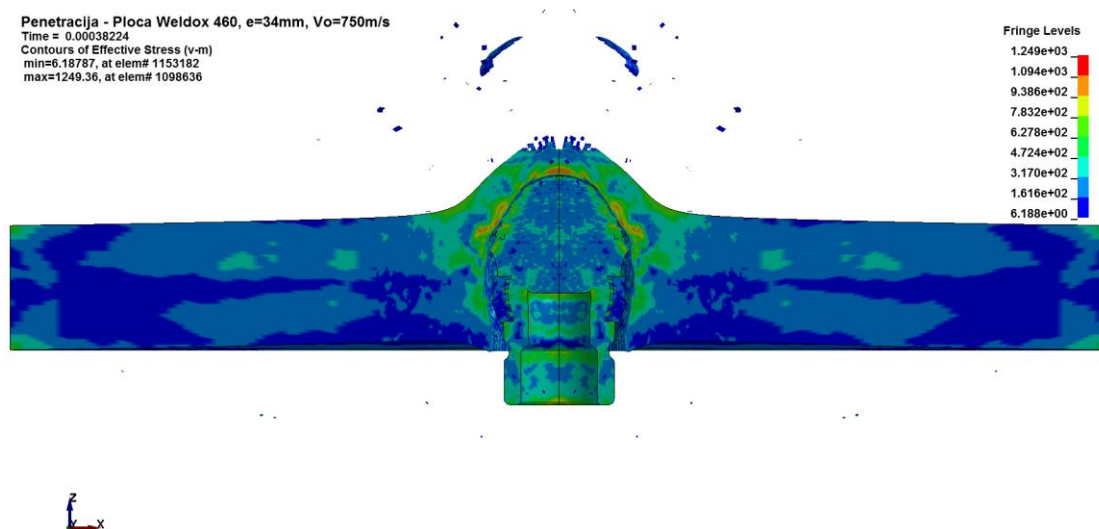
Слика 4.71. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 34 mm, корак 5.



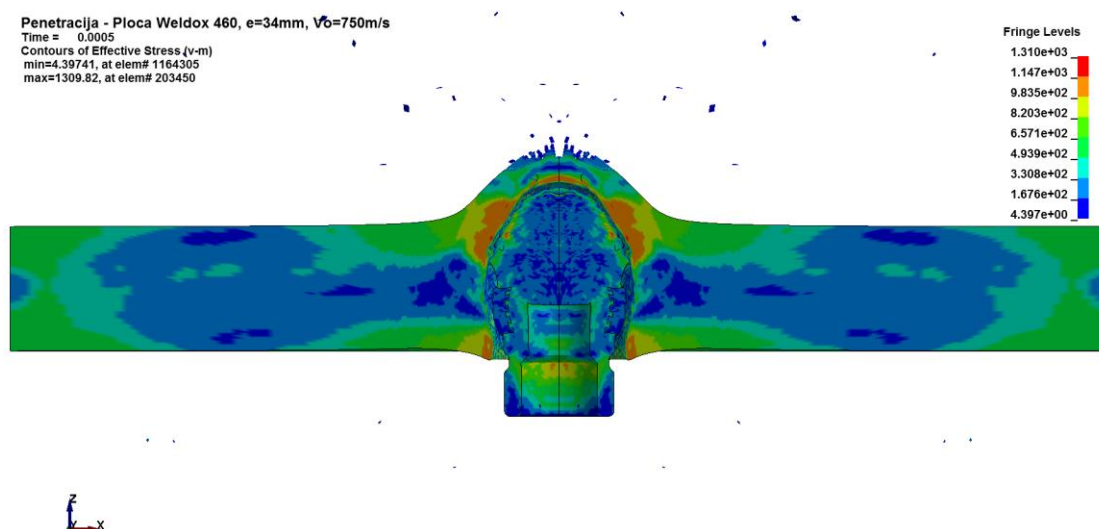
Слика 4.72. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 34 mm, корак 6.



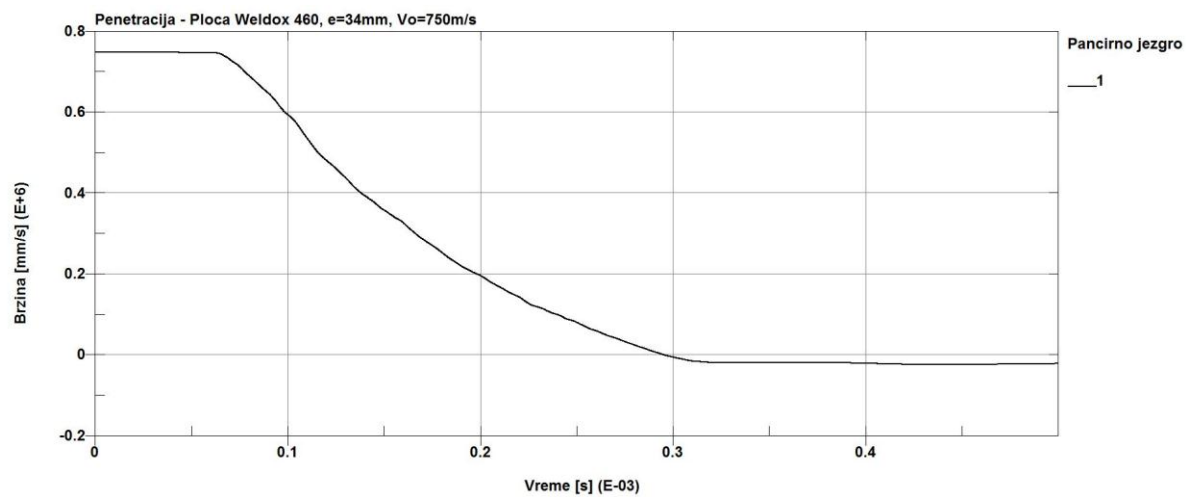
Слика 4.73. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 34 mm, корак 7.



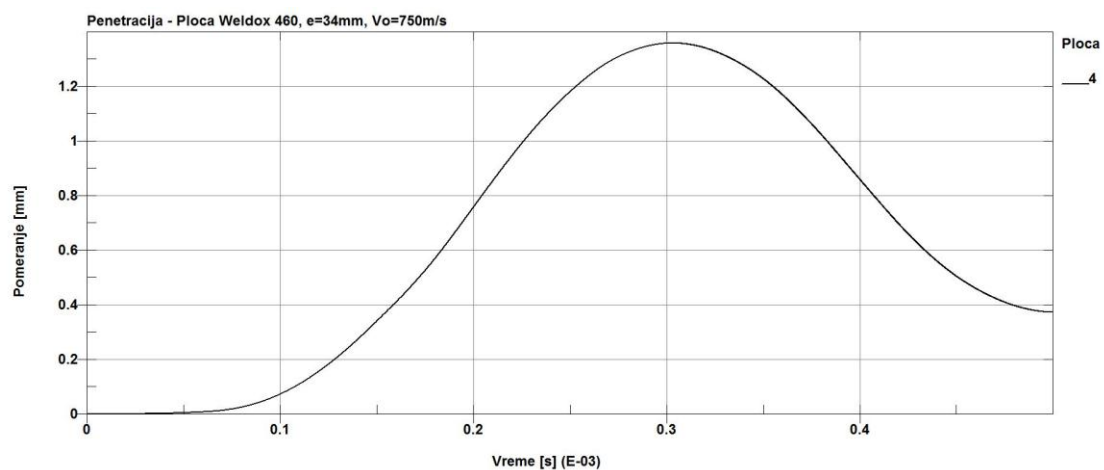
Слика 4.74. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 34 mm, корак 8.



Слика 4.75. Поље напона при пенетрацији пројектила – плоча дебљине 34 mm, корак 9.



Слика 4.76. Брзина панцирног језгра у функцији времена – плоча дебљине 34 mm



Слика 4.77. Померање плоче у функцији времена – плоча дебљине 34 mm

5. Поређење резултата са аналитичким и експерименталним подацима

5.1. Аналитички прорачун пенетрације

У оквиру дипломског рада на тему ”Анализа кретања и дејства на циљу модела панцирног пројектила 30 mm” [22] извршен је аналитички прорачун пенетрације према формули Жакоб де Мареа (енг. *Jacob de Marre*). На основу овог обрасца одређује се брзина балистичког лимита (v_L), уколико су познате карактеристике пенетратора и препреке:

- K – опитни коефицијент који се у зависности од материјала препреке и облика пенетратора одређује експерименталним путем,
- e – дебљина препреке у dm,
- d – калибар пројектила у dm,
- m – маса пројектила у kg и
- n и p параметри који се разликују у зависности од концепта, табела 7.

Лимитна брзина, v_L , која је потребна за пробијање препреке дебљине e , рачуна се на следећи начин [7]:

$$v_L = K \cdot \frac{e^n \cdot d^p}{m^{0.5}} \quad (6.1)$$

Израз важи за случај нормалног удара пенетратора у преперку ($\theta = 90^\circ$). У случају косог удара ($\theta < 90^\circ$), десну страну ових једначина потребно је помножити фактором b при чему је:

$$b = \frac{1}{\sin^c \theta} \quad (6.2)$$

где је c параметар који зависи од облика пенетратора и припада интервалу [1,2].

Табела 7. Параметри n и p у генерализованој формули Мареа [7]

Аутор	n	p
Маре	0,75	0,7
Ојлер	1,0	0,5
Нобел	0,5	1,0
Круп	5/6	2/3

Како бездимензиони коефицијент K зависи од великог броја фактора, његов прорачун је извршен на основу одређених експерименталних података, као и података произвођача о пробојности одређене врсте панцирних пројектила на челичним плочама. Коефицијент K се рачуна на основу изведеног обрасца:

$$K = \frac{v_L \cdot m^{0.5} \cdot \sin^c \theta}{e^n \cdot d^p}.$$

У табели 8. су дате вредности коефицијента K добијених након прорачуна са различитим вредностима експонената n и p (табела 7).

Табела 8. Вредности коефицијента K добијени прорачуном [22]

Пројектил	K			
	Маре	Ојлер	Нобел	Круп
AP-T 30 mm	2222	2500	2165	2383

Када су израчунате вредности коефицијента K према различитим ауторима, извршен је прорачун лимитне брзине пројектила за вредности K према експонентима Мареа (табела 9). Важно је поменути да се према литератури коефицијент K креће у опсегу 2000 до 2400, а као што се може закључити из табеле 8. то је у већини случајева задовољено. Након прорачуна приказана је могућност пробојности панцирног пројектила калибра 30 mm уз помоћ дијаграма.

Табела 9. Прорачун лимитне брзине пројектила, v_L [22]

K_J	e [dm]	d [dm]	m [kg]	$v_{L,Marre} \left[\frac{m}{s} \right]$
2222	0,1	0,3	0,4	269
	0,2			452
	0,3			613
	0,4			761
	0,5			899

Након извршене спољнобалистичке анализе кретања панцирног пројектила калибра 30 mm, добијени су подаци о брзини пројектила у свим тачкама путање, од „уста“ цеви до падне тачке. Како ефикасан домет код већине противавионских пројектила износи до 2000 m, тако је и прорачун пробојности извршен за дате домете.

Табела 10. Брзина пројектила у карактеристичним тачкама путање [22]

X [m]	$v \left[\frac{m}{s} \right]$
500	841
750	780
1000	719
1250	660
1500	604
1750	551
2000	500

Упоређивањем вредности лимитне брзине (табела 9) потребне да се изврши пробијање панцирне плоче одређене дебљине и вредности брзине коју пројектил поседује у карактеристичним тачкама путање (табела 10), лако је закључити да ли ће доћи до пробоја или не. Уколико је вредност брзине пројектила у одређеној тачки путање већа од вредности лимитне брзине, долази до пробоја и обратно.

Табела 11. Табеларни приказ ефекта на циљу према експонентима Марea за $K=2222$ [22]

$K=2222$		V_{500} $\left[\frac{m}{s}\right]$	V_{750} $\left[\frac{m}{s}\right]$	V_{1000} $\left[\frac{m}{s}\right]$	V_{1250} $\left[\frac{m}{s}\right]$	V_{1500} $\left[\frac{m}{s}\right]$	V_{1750} $\left[\frac{m}{s}\right]$	V_{2000} $\left[\frac{m}{s}\right]$
e [dm]	v_L $\left[\frac{m}{s}\right]$	841	780	719	660	604	551	500
		Учинак	Учинак	Учинак	Учинак	Учинак	Учинак	Учинак
0,1	269	пробија	пробија	пробија	пробија	пробија	пробија	пробија
0,2	452	пробија	пробија	пробија	пробија	пробија	пробија	пробија
0,3	613	пробија	пробија	пробија	пробија	не пробија	не пробија	не пробија
0,4	761	пробија	пробија	не пробија	не пробија	не пробија	не пробија	не пробија
0,5	899	не пробија	не пробија	не пробија	не пробија	не пробија	не пробија	не пробија

Како би било могуће извршити поређење резултата, потребно је утврдити ефекат на циљу који остварује пројектил при ударној брзини од $V_s = 750 \frac{m}{s}$, а који је добијен аналитичким прорачуном (табела 12). Ова брзина пројектила је изабрана управо из тог разлога јер је за исту брзину извршена нумеричка симулација.

Максималну вредност дебљине препреке коју овај пројектил може да пробије можемо добити инверзним прорачуном према формули Марea на следећи начин:

$$v_L = K \cdot \frac{e^n \cdot d^p}{m^{0,5}} \quad \Rightarrow \quad e = \sqrt[n]{\frac{v_L \cdot m^{0,5}}{K \cdot d^p}}$$

$$v_L = 750 \frac{m}{s} \quad K = 2222 \quad d = 0,3 dm \quad m = 0,4 kg \quad n = 0,75 \quad p = 0,7$$

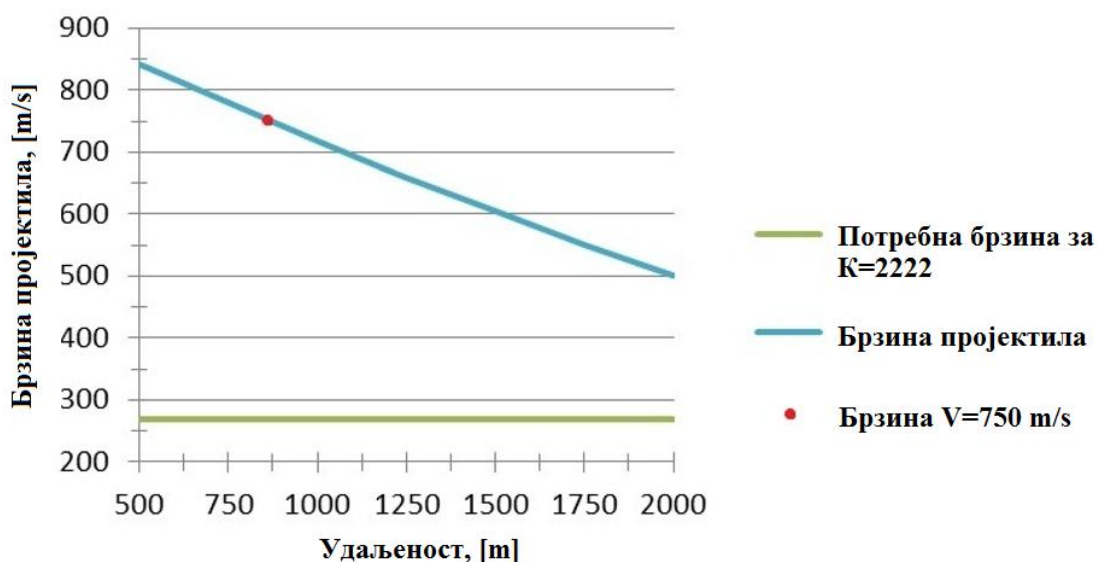
$$\Rightarrow e = 0,39 dm$$

Из претходног се закључује да према аналитичком прорачуну модел панцирног пројектила калибра 30 mm, масе 0,4 kg, при ударној брзини од $V_s = 750 \frac{m}{s}$ остварује ефекат пробоја на препрекама од челика дебљине до 39 mm. Ова вредност биће упоређена са вредношћу дебљине препреке добијеном након нумеричке симулације.

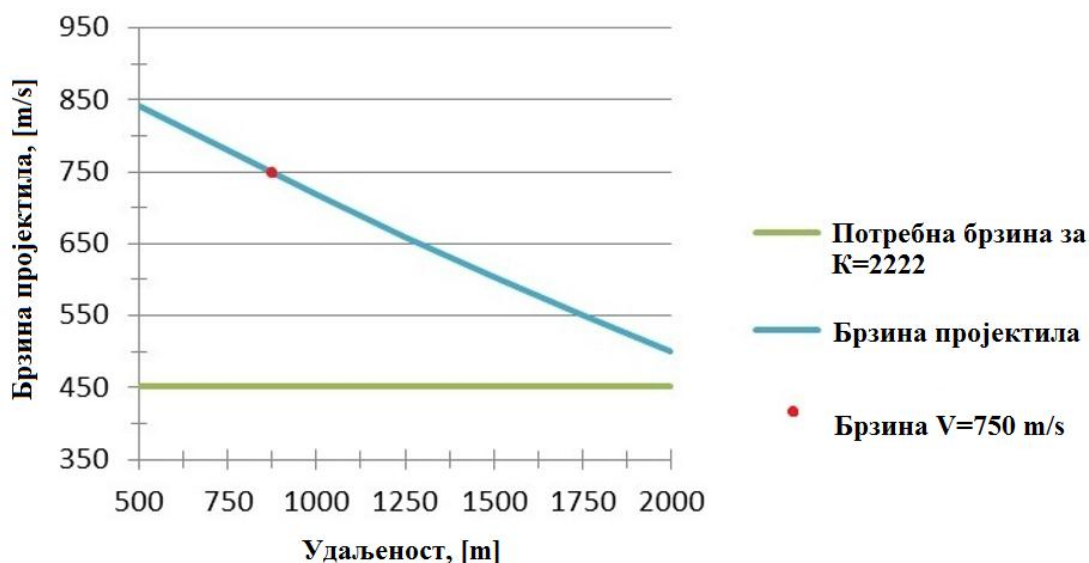
Табела 12. Ефекат на циљу при ударној брзини $V_s = 750 \frac{m}{s}$ добијен аналитичким путем

Ударна брзина пројектила	Дебљина плоче	Аналитички прорачун
$V_s \left[\frac{m}{s}\right]$	$e [mm]$	Ефекат
750	10	пробија
	20	пробија
	30	пробија
	40	не пробија
	50	не пробија

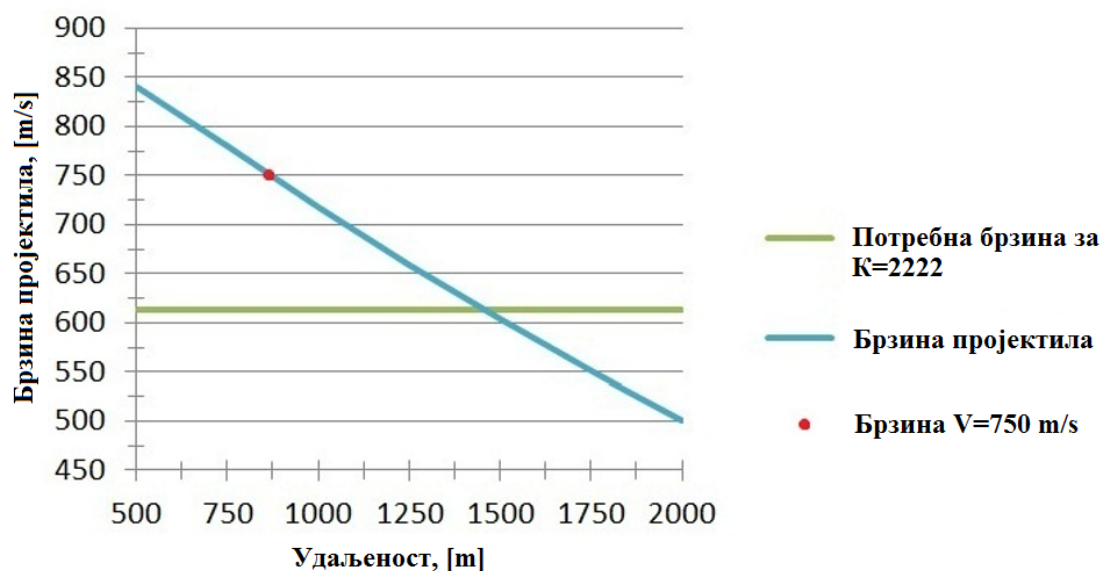
На сликама 5.1, 5.2, 5.3, 5.4. и 5.5. је представљена могућност пробојности челичних плоча дебљина 10 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm и 50 mm пројектилом калибра 30 mm која је добијена аналитичким прорачуном пенетрације. Са дијаграма се лако може закључити у којим тачкама путање пројектил поседује брзину довољну да изврши пробијање челичних плоча одређене дебљине. Такође, на дијаграму је означена тачка у којој пројектил поседује брзину од $V_s = 750 \frac{m}{s}$ јер је за ту брзину урађена нумеричка симулација пенетрације, а све то ради поређења аналитичких и нумеричких резултата.



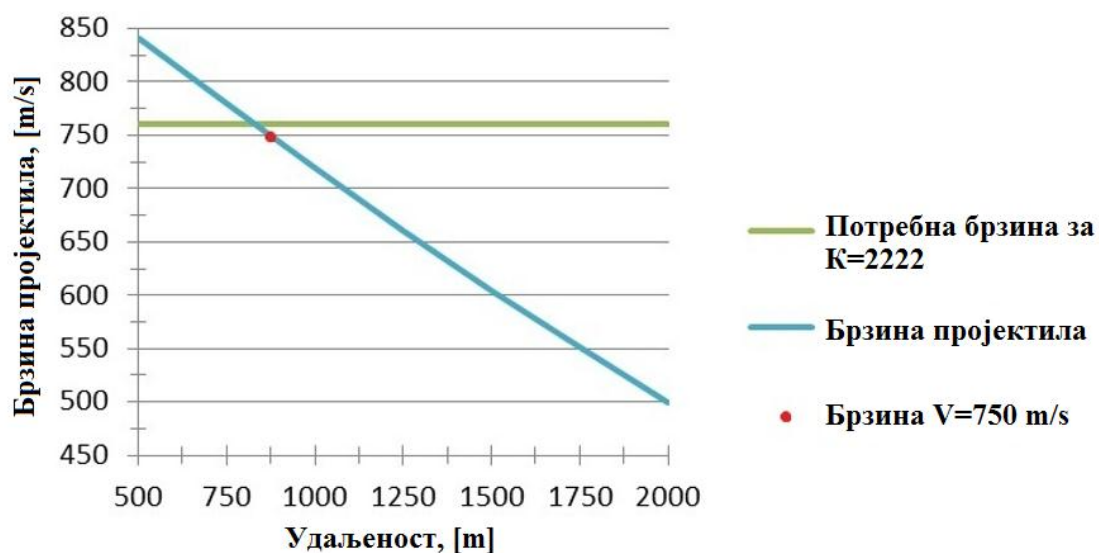
Слика 5.1. Графички приказ пробојности челичне плоче дебљине 10 mm [22]



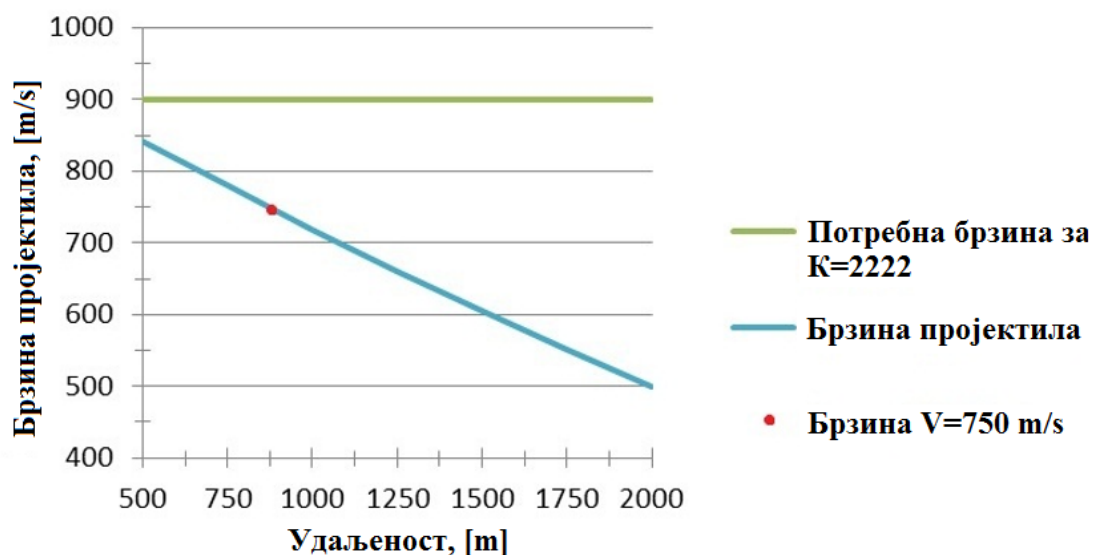
Слика 5.2. Графички приказ пробојности челичне плоче дебљине 20 mm [22]



Слика 5.3. Графички приказ пробојности челичне плоче дебљине 30 mm [22]



Слика 5.4. Графички приказ пробојности челичне плоче дебљине 40 mm [22]



Слика 5.5. Графички приказ прободности челичне плоче дебљине 50 mm [22]

5.2. Експериментални подаци

Као што је већ поменуто у раду, анализирани пројектил је производ домаће наменске индустрије. Међутим, и поред те чињенице веома је тешко добити неке конкретне званичне експерименталне податке због бројних ограничења присутних у овој грани индустрије.

Такође, не постоје стандарди према којима се испитује муниција овог калибра. Сви постојећи стандарди, као нпр. СТАНАГ (енг. STANAG) и ВПАМ (енг. VPAM), намењени су за испитивање стрелачке муниције, односно муниције мањег калибра – до 14,5 mm. Управо због тога, приликом производње муниције већих калибара корисник/наручилац дефинише тактичко–техничке захтеве који морају бити испуњени, а према којима конструктори врше развој.

Међутим, и поред тога добијени су одређени незванични подаци о ефектима на циљу овог пројектила. Панцирни пројектил калибра 30 mm, масе 0,4 kg и геометрије представљене на сликама 3.1. и 3.2. у строго дефинисаним условима испитивања остварује ефекат пробоја на плочама дебљине 40 mm, израђених од панцирног челика недефинисаних карактеристика, при ударним брзинама од $750 \pm 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Иако незванични, ови подаци су од велике користи при упоредној анализи експеримента и резултата добијених аналитичким и нумеричким приступом, јер дају увид у тачност добијених резултата.

5.3. Упоредни преглед добијених резултата

Након извршених прорачуна потребно је упоредити добијене резултате како би се стекао увид у тачност коришћених метода. На тај начин се проверава коректност примењених материјалних модела, почетних и граничних услова, као и провера самих модела креираних коришћењем методе коначних елемената. Уколико добијени резултати имају покриће у теорији (аналитички прорачуни) и пракси (експериментални подаци) онда се слободно може рећи да су сви аспекти нумеричке методе правилно изабрани и дефинисани. Међутим, уколико се јављају драстична одступања и феномени које је немогуће дефинисати у теорији, онда је потребно детаљно истражити проблем и отклонити потенцијалне узрочнике. Из свега овога је веома лако закључити важност постојања спреге између различитих методолошких приступа приликом анализирања феномена пенетрације.

У табели 13. дат је упоредни приказ резултата добијених прорачуном коришћењем две различите методе, аналитичке и нумеричке.

Табела 13. *Поређење резултата пенетрације добијених нумеричким и аналитичким прорачуном за панцирни пројектил калибра 30 mm*

Ударна брзина пројектила	Дебљина плоче	Нумерички прорачун	Аналитички прорачун
$V_s \left[\frac{m}{s} \right]$	$e [mm]$	Ефекат	
750	10	пробија	пробија
	20	пробија	пробија
	30	пробија	пробија
	40	не пробија	не пробија
	50	не пробија	не пробија

Као што се може закључити из приложених података постоји велика сличност између добијених резултата. У табели 14. дате су максималне вредности дебљина пробијених плоча добијених нумеричким и аналитичким прорачуном за вредност ударне брзине пројектила од $V_s = 750 \frac{m}{s}$. Такође, као што је дефинисано у тачки 5.2, ни резултати добијени експериментом не одступају у великој мери.

Табела 14. *Максималне вредности дебљина пробијених плоча добијене различитим методама*

	Нумерички прорачун	Аналитички прорачун
Ударна брзина пројектила	Максимална вредност дебљине пробијене плоче	
$V_s \left[\frac{m}{s} \right]$	$e [mm]$	
750	33	39

Када се врши поређење резултата добијених аналитичким, нумеричким и експерименталним путем треба бити веома обазрив.

При аналитичким прорачунима одређује се вредност лимитне брзине пројектила, дефинисаног калибра и масе, која је потребна да се пробије препрека одређене

дебљине. Притом, не дефинишу се прецизно услови који су од пресудног значаја при оваквом типу анализе, као што су материјал и облик пројектила, и материјал препреке. Поменути параметри су представљени преко коефицијента K добијеног експерименталним путем којим се узима у обзир све то. Самим тим може се стећи увид у површност примењене методе, али која и поред тога даје веома коректне резултате.

Са друге стране, приликом извођења експеримената пре свега је важно водити рачуна о стандардним условима испитивања. Они се морају одржавати у одређеном опсегу како би се при више поновљених тестова добијали што приближнији резултати. Када се сви ти услови обезбеде, након извођења експеримента лако се може стећи увид у то да ли је дошло до остваривања ефекта пенетрације или не. Међутим, проблем код оваквог вида добијања резултата је веома компликовано одређивање тачне брзине којом пројектил удара у препреку, односно брзине којом пројектил остварује ефекат пробоја. Управо због тога се даје одређен опсег вредности брзине у оквиру којег би она требала да се налази, као што је то дефинисано у тачки 5.2.

Нумерички приступ је најмодернији и подразумева примену физичких закона одржања на дискретизовану структуру која се разматра. Након дефинисања 3Д модела потребно је извршити његово дискретизовање, дефинисати материјалне моделе, почетне и граничне услове, итд. Нумерички прорачуни сложених структура и процеса су немогући без употребе савремених рачунара и одговарајућег симулационог софтвера који омогућавају решавање комплексних једначина за системе са веома великим бројем степени слободе. Резултати у највећој мери зависе од тачности коришћених модела понашања материјала.

6. Закључак

Панцирни пројектили су намењени за уништавање оклопних циљева. Они продиру у оклоп захваљујући огромној кинетичкој енергији којом располажу у моменту судара са препреком и великој издржљивости свога тела. Значај проучавања пенетрације огледа се у њеној примени која има два вида. Основно поље примене је војна техника, с обзиром да је пробијање један од важнијих механизма којим се баве конструкција пројектила, односно балистика на циљу. Разматрање процеса пробијања има фундаментални значај за оптимизацију пројектила пробојног дејства, као и за пројектовање панцирне заштите. Са друге стране, постоје и бројне цивилне примене процеса пробијања као што су заштита објеката (нпр. нуклеарних електрана), као и примене у рударству и грађевинарству.

Моделирање удара код панцирних препрека врло је сложено, обимно и захтевно, а формиран модели на веома успешан начин (или са одређеним одступањем) апроксимирају реалан проблем пенетрације пројектила. У новије време се као један од ефикаснијих приступа за решавање оваквих и сличних проблема показала анализа применом методе коначних елемената.

У овом раду извршена је нумеричка симулација процеса пенетрације против-авионског панцирног пројектила калибра 30 mm у плоче различите дебљине израђене од легуре *Weldox 460*.

Пре саме анализе, дат је преглед фамилије муниције и панцирих пројектила у овом калибру, као и теоријски осврт на проблематику пенетрације, типове пенетрационих процеса и основне појмове процеса пенетрације, да би након тога био дефинисан и алгоритам експлицитне интеграције диференцијалних једначина кретања. На основу детаљног прегледа литературе, утврђено је да појаве динамичког карактера које настају при процесу балистичке пенетрације у великој мери зависи од деформације, брзине деформације, температуре и притиска. Да би се ове појаве на коректан начин описале, неопходно је дефинисати једначине стања и моделе понашања материјала. Као најпогонији су се показали Џонсон–Куков материјални модел и модел оштећења материјала, и Мие–Грунеисенова једначина стања.

Након извођења нумеричких анализа и симулација процеса пенетрације, извршено је поређење добијених резултата са експерименталним подацима и резултатима који су добијени аналитичким прорачуном. У оквиру табеле 13. дат је упоредни приказ ефеката пенетрације, из којег је јасно да се резултати добијени различитим методама слажу у великој мери. У оба случаја пројектил је извршио пробијање препрека дебљине 30 mm, док код препрека дебљине 40 mm не долази до пробоја. Такође, ни резултати добијени експерименталним путем не одступају у великој мери од аналитичких и нумеричких. То још једном потврђује квалитет примењених метода.

Међутим, оно што је такође било веома важно одредити у овом раду је утврђивање граничних вредности дебљине препрека код којих долази до ефекта пробоја, односно задора. У табели 14. дат је упоредни приказ вредности добијених аналитичким и нумеричким приступом. На основу тога може се закључити да у овом случају постоје мала одступања примењених метода, али је потпуно јасно који су разлози за то.

Свака примењена метода има своје предности и недостатке, али у овом случају предност се даје нумеричкој методи због много детаљнијег и приближнијег представљања реалног модела за разлику од аналитичког приступа где се због бројних

недостатака врши апроксимирање геометрије и материјалних модела коришћењем одређених коефицијената.

Упркос томе што нам аналитичке и нумеричке методе прорачуна могу дати веома коректне податке о карактеру одређених феномена, увек је пожељно и потребно пре свега извршити експериментална испитивања на полигону, а након добијања одређених резултата извршити потребне корекције и испитати дати феномен нумеричким методама у циљу лакшег и економичнијег решавања проблема.

Литература

- [1] Стаматовић А.: *Основи конструисања пројектила*, Ivexу, Београд, 1995.
- [2] ТS1–1–1, М–715, *Муниција*, део 1., књига 1., 1974
- [3] ТS1–1–1, М–715, *Муниција*, део 2., књига 1., 1974
- [4] *Ammunition suite*, каталог
- [5] http://www.yugoimport.com/en/proizvodi/ammunition_30mm_x_165_ap_t_anti-aircraft_gun_30mm_2a72, септембар 2016.
- [6] *АТК 30 mm*, каталог
- [7] Елек П.: *Балистика на циљу*, радни материјал, Машински факултет, Београд, 2014.
- [8] Дуница Ш., Колунџија Б.: *Нелинеарна анализа конструкција*, Грађевински факултет, Београд, 1986.
- [9] ADINA R & D, Inc.: *ADINA User Manual*, ADINA Engineering, Inc., USA, 1981.
- [10] Bathe K. J.: *Finite Element Procedures*, USA, Massachusetts Institute of Technology, 1996.
- [11] Belytschko T., Liu W. K. and Moran B.: *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, John Wiley & Sons, 2001.
- [12] Hallquist J. O.: *LS-DYNA Theory manual*, Livermore Software Technology Corporation, Livermore California, March 2006.
- [13] Burshtein A. I.: *Introduction to thermodynamics and kinetic theory of matter*, 2008.
- [14] Wilkins M.L.: *Computer simulation of dynamic phenomena*, 1999.
- [15] Børvik T., Hopperstad O.S., Berstad T., Langseth M.: *A computational model of viscoplasticity and ductile damage for impact and penetration*, Department of Structural Engineering, Norwegian University of Science and Technology, N–7491 Trondheim, Norway, April 2001.
- [16] Adams B.: *Simulation of ballistic impacts on armored civil vehicles*, Eindhoven University of Technology
- [17] Johnson G. R., Cook W. H.: *Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures*, Honeywell Inc., Defense Systems Division, Edina, MN 55436, U.S.A.
- [18] Којић М., Славковић Р., Живковић М., Грујовић Н.: *Метод коначних елемената I*, Машински факултет, Крагујевац, 1998.
- [19] *FEMAP Commands*, Siemens Product Lifecycle Management Software Inc, 2015.
- [20] Qiaoguo W., Heming W.: *Numerical Simulations on the Perforation of Metal Plates under Normal Impact by Conical–nosed Projectiles*, 13th International Conference on Fracture, June, 2013, Beijing, China
- [21] Preece D. S., Berg V. S., Payne L. R.: *Bullet Impact on Steel and Kevlar/Steel Armor – Experimental Data and Hydrocode Modeling with Eulerian and Lagrangian Methods*, Explosives Applications Department, Sandia National Laboratories
- [22] Пантовић П.: *Анализа кретања и дејства на циљу модела панцирног пројектила 30 mm*, дипломски рад, Факултет инжењерских наука, Крагујевац и Војна академија, Београд, септембар 2015.