

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу

Војна академија Универзитета одбране у Београду



Назив студијског програма: Војноиндустријско инжењерство

Ниво студија: Мастер академске студије

Модул: Наоружање

Предмет: Експеримент у машинству

Број индекса: 319/2018

Тања М. Ракочевих

**ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ОДРЕЂИВАЊЕ КОЕФИЦИЈЕНТА
СТИШЉИВОСТИ ТЕЧНОСТИ**

мастер рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. Др Тадић Бранко, редовни професор - ментор

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

Резиме

На основу истраживања и анализе расположиве литературе у овом раду је приказано експериментално одређивање коефицијента стишљивости воде. У првом делу је дат преглед литературе, затим теоријско разматрање, како би се упознали са проблемима који се јављају приликом одређивања коефицијента стишљивости воде. У посебном поглављу представљена су експеримента испитивања везана за коефицијент стишљивости воде на постојећим уређајима. Затим је дата анализа резултата мерења са аспекта грешака мерења и цене коштања.

Кључне речи: стишљивост, течност, гас, деформације.

Summary

Based on the research and analysis of available literature in this paper, the experimental determination of the coefficient of compressibility of the liquid is shown. In the first part, a literature review is given, then a theoretical overview, in order to get acquainted with the problems that arise in determining the water compressibility coefficient. A separate chapter presents experiments that relates to the fluid compressibility coefficient of existing devices. Then analysis of the measurement results from the aspect of measurement errors and prices.

Key words: compressibility, liquid, gas, deformations.

УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ

МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ

Катедра за: ПРОИЗВОДНО МАШИНСТВО

Предмет: Експеримент у машинству

МАСТЕР РАД

са темом:

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ОДРЕЂИВАЊЕ КОЕФИЦИЈЕНТА СТИШЉИВОСТИ ТЕЧНОСТИ

За кандидата: Ракочевић Тања број индекса 319/2018.

У оквиру мастер рада кандидат треба да теоријски размотри проблематику одређивања коефицијента стишљивости течности. Посебним освртом на проблеме мерења веома осетљивих величина, реда величине 10^{-10} . Такође, кандидат треба да изврши део експерименталних испитивања на постојећим уређајима и анализу грешака мерења. У оквиру мастер рада, кандидат треба да изврши комплетну анализу проблема коефицијента стишљивости течности и да да предлог оптималног решења уређаја са аспекта цене и тачности мерења.

Препоручена литература:

1. Бранко Тадић, Обрадни процеси и специјалне машине и уређаји - монографија, Факултет инжењерских наука, Крагујевац 2006.
2. Бранко Р. Обровић, Механика флуида, Факултет инжењерских наука, Крагујевац 2007.

У Крагујевцу,
Јун, 2019.

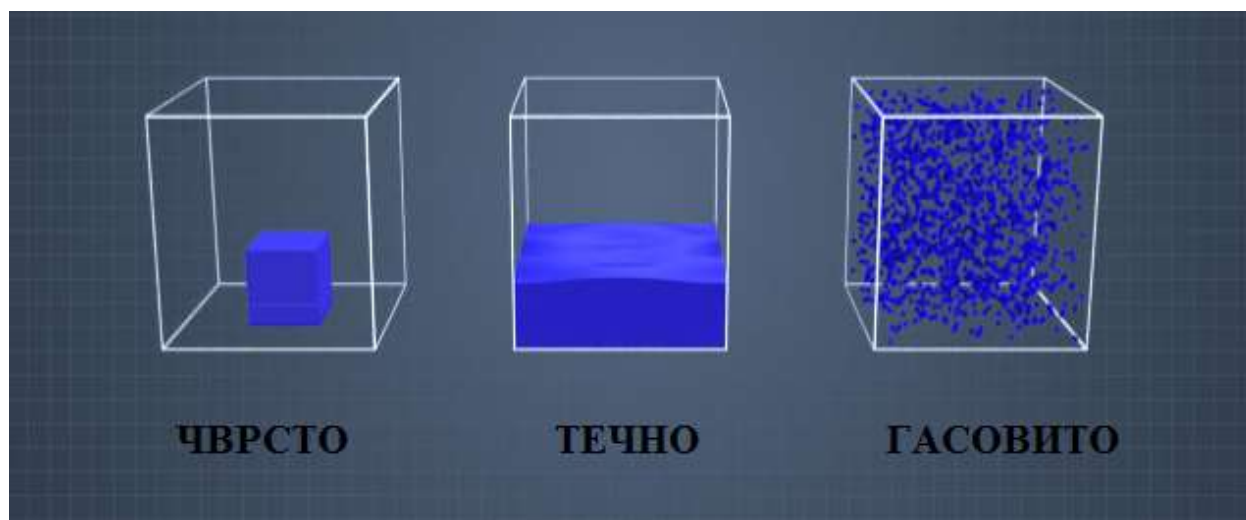
Проф. Др Бранко Тадић

Садржај

1. Уводна разматрања.....	1
1.1. Стишљивост флуида.....	3
2. Теоријска разматрања	7
2.1. Динамички модел преносника управљаног преко конзервативних сила.....	8
3. Експериментално одређивање коефицијента стишљивости воде коришћењем различитих мерних уређаја	14
3.1. Уређај 1.	14
3.1.1. Поступак мерења коефицијента стишљивости течности	14
3.1.2. Припрема уређаја за мерење	15
3.1.3. Поступак мерења	17
3.1.4. Прорачун коефицијента стишљивости.....	20
3.1.5. Пример експерименталног одређивања коефицијента стишљивости воде.....	21
3.2. Уређај 2.	23
3.2.1. План експеримента.....	24
3.2.2. Резултати мерења	26
3.3. Уређај 3.....	29
3.3.1. План експеримента.....	30
3.3.2. Резултати мерења	32
3.4. Уређај 4.....	35
3.4.1. План експеримента.....	36
3.4.2. Резултати мерења	37
4. Анализа резултата мерења са аспекта грешака мерења.....	40
5. Анализа уређаја са аспекта цене коштања.....	44
6. Закључак.....	49
7. Литература.....	50

1. Уводна разматрања

Сва жива бића на Земљи, као и ми сами, стално су у непрекидном контакту са флуидима. Крећемо се кроз њих, пливамо у њима, удишемо их, пијемо их. Најдрагоценији флуид присутан у свакодневном животу је вода. Цео свет, који нас окружује, изграђен је од молекула, атома, сићушних невидљивих честица чија својства и кретања одређују особине макроскопских тела. Међутим, ако би требало да укратко дефинишемо флуид потребно је да се удубимо у структуру супстанце макар до молекуларног нивоа и у анализу укључити међумолекуларне силе. Течност, у принципу може да буде у три агрегатна стања: чврстом, течном и гасовитом. Из свакодневног искуства је познато да тела која су у чврстом агрегатном стању имају и сталан облик и сталну запремину. Такође је познато да течности имају одређену запремину али не и облик (оне попримају облик суда у коме се налазе, при чему се увек формира и такозвана слободна површина течности). Када је реч о гасовима, они немају ни сталан облик ни сталну запремину (попуњавају целу запремину која им је на располагању и при томе попримају њен облик) [1].

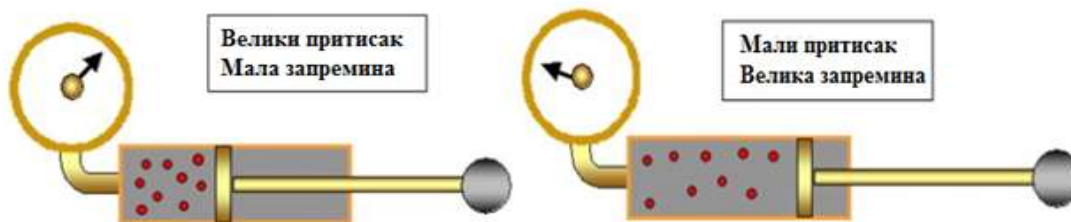


Слика 1. Течност у три агрегатна стања [2]

Оваква дефиниција три агрегатна стања нам помаже да стекнемо сликовиту представу различитих стања материје, али је у одређеном смислу вештачка и не сасвим тачна. На пример, обично се сматра да је асфалт у чврстом агрегатном стању, али након довољно дуго времена, његови слојеви почињу да клизе једни преко других, то јест, он почиње да се понаша као течност.

Стишљивост течности је веома мала у поређењу са стишљивошћу гасова када се нађу под дејством сила [1]. Стишљивост течности се у већини техничких проблема практично може и занемарити (изузев на пример код појаве хидрауличког удара). На слици 2 је представљена илустрација понашања флуида када на њега делује сила. Уколико

се делује великом силом, долази до смањења запремине, а до повећања запремине долази када се делује мањим притиском. Флуид се може дефинисати на основу тога како се понаша када на њега делује нека сила. Силе које делују на тела могу да се, према начину деловања, поделе на силе истезања, увртања, компримовања (оне изазивају притисак који на тело делује са свих страна).

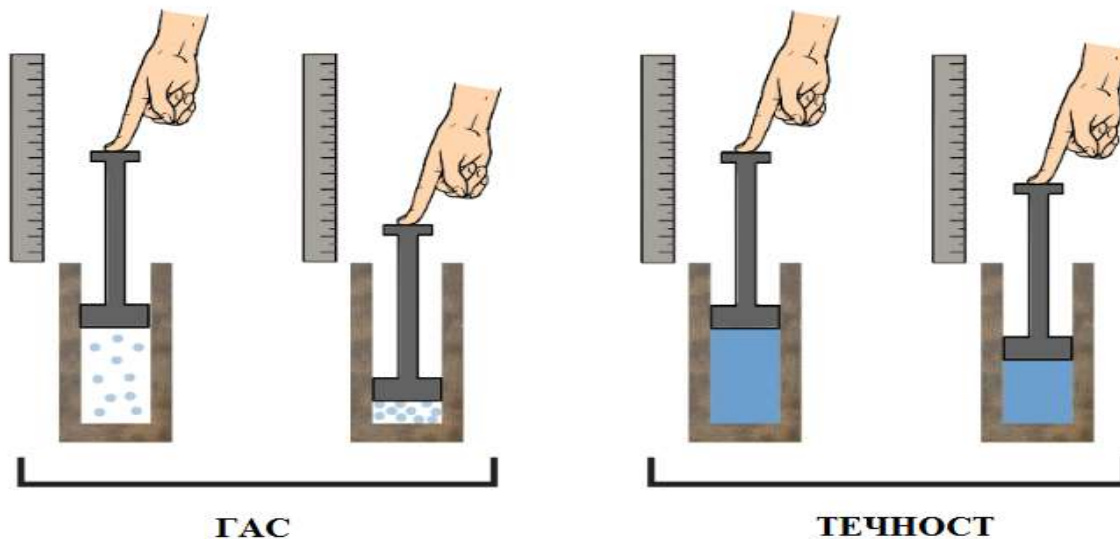


Слика 2. Илустрација понашања флуида када на њега делује сила [3]

Тела која су у чврстом агрегатном стању се веома мало деформишу када се налазе под дејство сила, а и кад се деформишу, уколико сила није претерано велика, након престанка њеног дејства, враћају се у претходно стање. Већина флуида се, међутим лако деформише и не враћа у претходно стање, јер флуиди могу да теку. Заправо, флуид је стање у коме материја може да тече и мења облик запремине под дејством веома малих сила. Флуиди су течности и гасови а њихов заједнички назив указује на заједничке особине. Заједнички назив флуиди за течности и гасове, јавља се због тога што у природи има много случајева када се гасови понашају баш као да су нестишљиви. Овакви случајеви настају када су брзине гасне струје знатно мање од брзине којом се звук простира кроз гас, или када су гасови изложени дејству малих разлика у притисцима у поређењу са апсолутним притисцима који у њима владају [4]. Пошто су течности скоро нестишљиве, јер незнатно мењају запремину по величини и када се подвргну врло великим притисцима, а гасови веома стишљиви, па се стога може слободно рећи да је увођење заједничког назива флуиди оправдано и корисно. Гасови се у природи често понашају као и течности. То је, на пример, када су брзине кретања гасова знатно мање од брзине којом се кроз гас простиру мали поремећаји (брзина звука), или када се гасови налазе на врло високим притисцима.

Често може доћи до проблема разликовања течности и гаса. Најважнија разлика између течности и гасова је у стишљивости. Оно што чини течност различитом од гаса је карактеристика компресибилности. Гас се лако сабија за разлику од течности [5]. Рецимо, на пример, да постоји клип унутар затворене цеви. Ако је цев напуњена паром, а затим се клип сабија, пару је лако сабити клипом. Као резултат, клип путује дубоко у цев. Сада када би ставили воду у затворену цев. Није лако гурнути клип доле у цев. Зашто? Па, течност је много тежа за компримовање од гаса, па се често сматра да су течности нестишљиве. То је зато што су молекули у гасу удаљенији од молекула у течности. У посебним околностима, међутим, ако се запремина неког гаса безначајно мало промени у

посматраном периоду, може се за тај гас рећи да је нестишљив. На слици 3 дата је илустрација мере колико се количина материје смањује под притиском.



Слика 3. Разлика између гаса и течности [2]

1.1. Стишљивост флуида

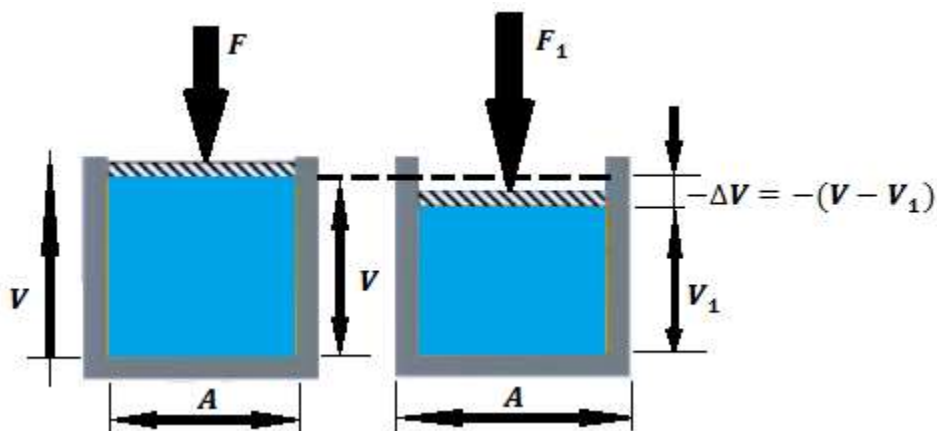
Дефинисањем притиска омогућава се разматрање појма стишљивости флуида, односно својства флуида да мења густину под дејством промене притиска. Гасови представљају стишљиве флуиде код којих мале промене притиска проузрокују промену густине флуида. Стишљив флуид је флуид код кога су еластичне силе доминантне, те због тога долази до промена запремине. Стишљивост је својство течности и гасова које се манифестује у виду промене запремине под дејством спољашњих (нормалних) површинских сила. Стишљивост течности веома се разликује од стишљивости гасова. Стишљивост течности је веома мала, па велике промене притиска изазивају мале промене запремине. Када дејство силе престане, сабијена течност заузима поново своју првобитну запремину. Стишљивост гасова је веома велика и притисак који је потребан за одређену промену запремине налази се по закону Boyle Mariotte [6]. Ако се због пораста притиска за dp првобитна запремина V флуида за dV , тада релативна промена запремине dV/V израчуната по јединици промене притиска представља коефицијент стишљивости који је у суштини и мера овог својства течности и гасова. Он се дефинише на следећи начин [6]:

$$s = -\frac{\Delta V}{V} \frac{1}{\Delta P}, \quad \left[\frac{m^2}{N} \right] \quad (1)$$

или у диференцијалном облику

$$s = -\frac{dV}{V} \frac{1}{dP}. \quad (2)$$

Посуда запремине V и површине A напуњена течношћу приказана је на слици 4. Деловањем силом F са горње стране, течност мења своју запремину. Долази до проширења површине A и до смањења запремине $V > V_1$. Израз $-\Delta V = -(V - V_1)$, показује релативно смањење запремине. Након престанка дејства силе F , посматрана запремина V добија своју првобитну запремину.



Слика 4. Одређивање стишљивости течности [7]

где је:

ΔV – промена почетне запремине V изазвана променом притиска ΔP , док s представља стишљивост флуида.

Знак минус у претходној формули долази због тога што порасту притиска одговара смањење запремине и обрнуто. Такође, из израза непосредно следи вредност елементарне промене запремине флуида.

$$dV = -sVdP \quad (3)$$

Одакле се интеграцијом, уз претпоставку да се коефицијент стишљивости s не мења са притиском, лако налази вредност V_1 која одговара повећаном притиску p_1 .

$$V_1 = Ve^{-s\Delta P} \quad (4)$$

Кад се функција $e^{-s\Delta P}$ развије у ред и у овом задрже само прва два члана добија се приближна формула

$$V_1 = V(1 - s\Delta P). \quad (5)$$

Овде је:

$\Delta P = (p_1 - p)$ – прираштај притиска, а

V_1 – запремина течности или гаса на притиску p_1

Реципрочна вредност коефицијента стишљивости назива се модулом стишљивости, који као што се види, има исту димензију као и притисак [6].

$$\varepsilon = \frac{-V dP}{dV} \quad (6)$$

За случај коначних промена притиска и запремине флуида, претходни израз може да се напише у облику

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta P}{\varepsilon} \quad (7)$$

који представља тзв. уопштени Хуков закон, при чему је $\Delta V = V - V_1$.

Често се уместо запремине V у изразу (6) за модул стишљивости уводи у рачун густина ρ флуида. Према Закону о одржању масе, посматрана маса m флуида је константна, то се диференцирањем једнакости

$$m = \rho V = \text{const} \quad (8)$$

добива

$$dm = \rho dV + V d\rho = 0. \quad (9)$$

Одакле, коришћењем изрази (6), следи

$$\varepsilon = \rho \frac{dP}{d\rho}. \quad (10)$$

Испитивања су показала да стишљивост течности опада са повећањем температуре и притиска, па према томе и коефицијент и модул стишљивости течности зависе од притиска и температуре [6].

У табели 1 наведене су средње вредности коефицијента и модула стишљивости за воду и то за неколико вредности температура уобичајених код хидрауличких постројења.

Табела 1. Вредности коефицијента и модула стишљивости за воду [6]

$t, ^\circ\text{C}$	10	20	30
$s, \text{m}^2/\text{N}$	$4,93 \cdot 10^{-10}$	$4,74 \cdot 10^{-10}$	$4,66 \cdot 10^{-10}$
$\varepsilon, \text{N}/\text{m}^2$	$20,30 \cdot 10^8$	$21,08 \cdot 10^8$	$21,48 \cdot 10^8$

где је:

t – температура,

s – коефицијент стишљивости и

ε – модул стишљивости.

Из табеле се види да су вредности коефицијента стишљивости сасвим мале и да се у већини практичних случајева стишљивост воде може да занемари.

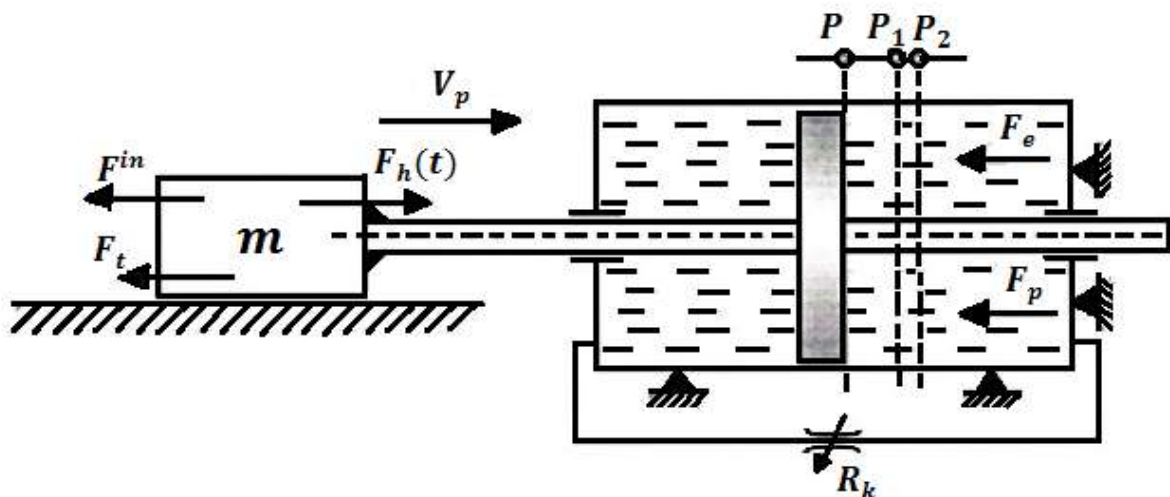
2. Теоријска разматрања

Након, прегледа литературе из ове области, у првом кораку, извршена је детаљнија анализа проблема одређивања веома малих физичких величина. Један од главних проблема јесте еластична деформација суда, која се јавља као последица повећања притиска течности у суду услед испитивања коефицијента стишљивости течности. Стишљивост се може представити као функција: $s = f(\Delta P, V, \Delta V)$, у којој су доминантне три величине, где свака величина доприноси одређени вид грешке. Уређај мале запремине, може довести до грешке одређивања коефицијента стишљивости, јер би се на тај начин добила мала померања, а самим тим и резултати мерења ће одступати од теоријске вредности коефицијента стишљивости воде. Главни проблем, јесте, мала запремина, како би се грешка отклонила, потребно је повећати запремину. Друга величина која може утицати, јесте промена притиска, ΔP . Очитавање задатог притиска врши се помоћу манометра. За правилно дефинисање манометра је потребно познавати основне техничке карактеристике манометра. Најбитније карактеристике за дефинисање су: опсег мерења, највиши радни притисак флуида треба да буде у зони друге трећине скале (опсега показивања) манометра. Трећа величина која може довести до грешке, јесте промена запремине, ΔV . Најутичајнија величина која утиче на промену запремине је пречник, d , (цев округла, прецизност мерења, температура мерења). Такође, висина може довести до грешке, (грешке су најчешће због необучености оператера, принципа мерења, као и мерило које се користи, сл.). Све ове величине утичу на промену запремине, па самим тим се јављају и деформације (еластичне). Деформације могу бити различите по облику и величини деформације. Величина деформације зависи од: јачине силе, димензија тела, положаја нападне тачке силе и врсте материјала од којег је тело направљено. Све деформације могу бити еластичне или нееластичне (пластичне). Судови под притиском су машински елементи најчешће кружно-цилиндричног облика, прстенастог попречног пресека, који се користе као: цеви за спровођење гасова, течности и растреситог или зрнастог материјала; судови у процесној индустрији; цилиндри клипних машина и др. Истраживања која ће бити детаљно описана у наредним поглављима имала су за циљ, да се, са теоријског и експерименталног аспекта размотри проблематика одређивања веома малих физичких величина. Циљ разматрања био је да се изврши анализа неког конкретног инжењерског проблема. У делу 2.1. представљен је преносник за помоћно кретање у обради глодањем, где је као основни проблем престављена стишљивост флуида. Затим, у делу 3 су представљена експериментална одређивања коефицијента стишљивости воде, коришћењем различитих мерних уређаја.

2.1. Динамички модел преносника управљаног преко конзервативних сила

Један од основних проблема везаних за динамичко моделирање преносника ове врсте је стишљивост флуида којим је испуњен цилиндар хидрауличког склопа. Прорачуни везани за кретање стишљивог флуида заснивају се на Навије-Стоксовим једначинама чије је решавање за реалне хидрауличне системе изузетно сложено. Уз одређене претпоставке и ограничења учињен је покушај да се у прорачуну брзине помоћног кретања узме у обзир и величина стишљивости флуида [8].

На основу шематског приказа динамичког модела преносника за помоћно кретање датог на слици 5 може се извршити анализа сила и померања.



Слика 5. Шематски приказ динамичког модела преносника за помоћно кретање [8]

Дати систем оптерећен је у правцу брзине помоћног кретања следећим силама:

Хоризонталном компонентом силе резања – F_h ,

Резултујућом инерцијалном силом – F^{in} ,

Силом трења – F_t ,

Силом отпора пригушнице – F_p , и

Еластичном силом која настаје услед стишљивости флуида – F_e .

При дејству датих сила у коначном интервалу времена Δt клип прелази из положаја P у положај P_2 . Део пута $\overline{PP_1}$ клип прелази на бази запремине флуида који је у времену Δt протекао кроз пригушницу, док је померање клипа $\overline{P_1P_2}$ настало услед стишљивости флуида [8].

На основу израза:

$$v_p = \sqrt{\frac{2}{\rho \cdot A_k \cdot \left[\left(\frac{A_k^2}{A_2^2} \right) \cdot (1 + \xi_g) - 1 \right]}} \cdot \sqrt{F_h(t)} \quad (11)$$

који дефинише брзину кретања клипа при струјању идеалног флуида, може се закључити да разлике у односу на струјање идеалног флуида постаје због промене густине [8]:

$$\rho = \rho(t) \quad (12)$$

Имајући у виду да маса флуида остаје непромењена може се написати [8]:

$$m_1 = \rho \cdot V \rightarrow d_{m1} = V \cdot d\rho + \rho \cdot dV = 0 \rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho} \quad (13)$$

где су:

m_1 – маса флуида,

ρ – густина флуида и

V – запремина флуида.

Стишљивост се према познатом изразу [9] дефинише преко коефицијента стишљивости:

$$s = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{d\rho} \quad (14)$$

где је s – коефицијент стишљивости.

На основу израза (14) и односа:

$$\frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho} \quad (15)$$

добива се једначина [8]:

$$\frac{d\rho}{\rho} = s \cdot d\rho \quad (16)$$

Величина притиска у цилиндру износи [8]:

$$p = p_0 + \frac{F_{re}(t)}{A} \rightarrow dp = \frac{dF_{re}(t)}{A} \quad (17)$$

где су:

F_{re} – резултанта сила која дејствује на дати систем и

p_0 – притисак у тренутку $t = 0$.

Заменом израза dP у једначину (16) добија се диференцијална једначина [8]:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{s}{A} \cdot dF_{re}(t) \quad (18)$$

Треба нагласити да коефицијент стишљивости нема константу вредност, већ зависи од величине притиска и температуре. Међутим, те промене су, за радни опсег притиска датог хидрауличког система небитне.

Решење једначине (18) има облик [8]:

$$\ln \rho = \frac{s}{A} \cdot F_{re}(t) + C \quad \text{за} \quad s = \text{const.} \quad (19)$$

Интеграциона константа одређује се из почетних услова [8]:

$$t = 0; \rho = \rho_0; F_r(t) = F_{r0} \rightarrow C = \ln \rho_0 - \frac{s}{A} \cdot F_{r0} \quad (20)$$

па се заменом добија:

$$\rho = \rho_0 \cdot e^{\frac{s}{A} [F_{re}(t) - F_{r0}]} \quad (21)$$

На пример, када је разлика сила $F_{re}(t) - F_{r0}$ једнака 10^4 , N, што би одговарало неким екстремно тешким условима обраде глодањем, и нека је радна површина клипа $100, \text{cm}^2 = 10^{-2}, \text{m}^2$, притисак у цилиндру за дате услове износи 10, *bara* [8].

Коефицијент стишљивости при промени притиска износи [8].:

$0 \div 1, \text{bara}$ и температуре 0°C износи $5.25 \cdot 10^{-10}, \text{S} \cdot \text{m}^2/\text{N}$,

$199 \div 200, \text{bara}$ и температуре 0°C износи $4.88 \cdot 10^{-10}, \text{S} \cdot \text{m}^2/\text{N}$,

за воду као радни флуид.

У таквим екстремним условима максимална промена густине износи

$$\frac{\rho}{\rho_0} < e^{5.25 \cdot 10^{-4}} \approx 1.0005$$

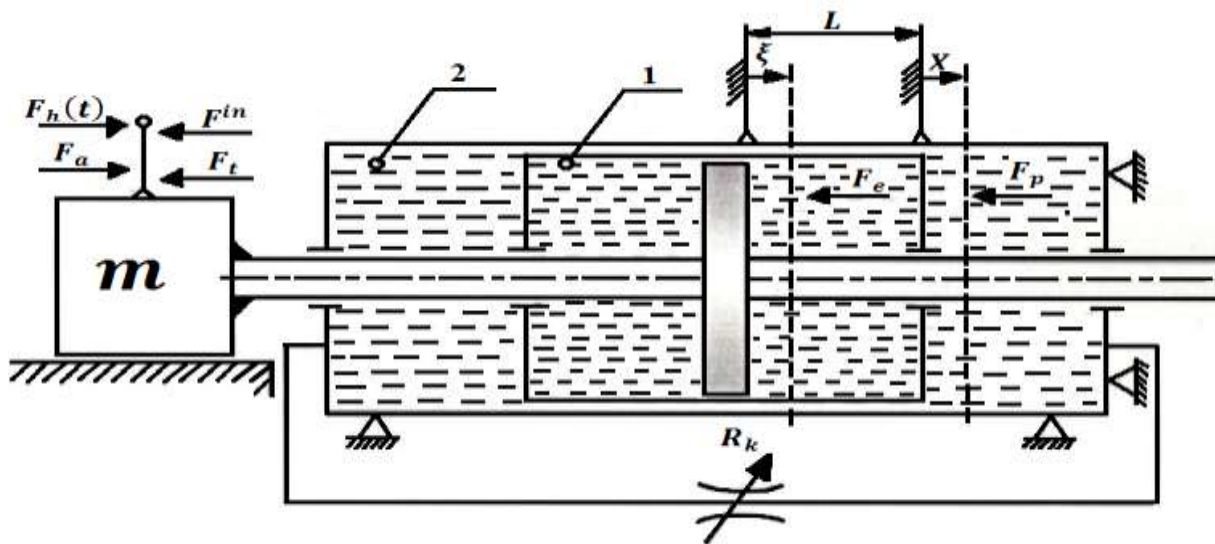
Пошто се подаци односе на воду као радни флуид то би густине пре и после дејства силе од $10^4, N$ износиле [8]:

$$\rho_0 = 1000, kg/m^3 \text{ и}$$

$$\rho = 1000.5. kg/m^3$$

На основу извршене анализе може се закључити да је за реални ниво оптерећења брзина протикања стишљивог флуида кроз пригушницу приближно једнак брзини протикања нестишљивог флуида, па се изведени израз који дефинише закон промене брзине у функцији спољашњег оптерећења, може користити и у оквиру предстојећег разматрања.

Динамички модел реалног преносника за помоћно кретање слика 6 има два степена слободе. Укупно померање предмета обраде састоји се од регулисаног дела померања $\overline{PP_1}$, који дефинише величина пригушења и нерегулисаног дела померања $\overline{P_1P_2}$ зависи од коефицијента стишљивости флуида и геометријских мера хидрауличког цилиндра [8]. Претходним разматрањем је да се за очекивани ниво оптерећења брзина струјања реалног флуида не разликује битно од брзине струјања савршеног флуида. Имајући то у виду, динамички модел преносника може се приказати и шемом на слици 6.



Слика 6. Динамички модел преносника за помоћно кретање [8]

У цилиндру (1) налази се реални стишљив флуид, док се у цилиндру (2) налази идеалан, нестишљив флуид. При дејству резултујуће силе доћи ће до одговарајућих померања по координатама ξ и x .

Једначина равнотеже сила које делују на овај систем гласи [8]:

$$\vec{F}^{in} + \vec{F}_e + \vec{F}_p + \vec{F}_t + \vec{F}_h + \vec{F}_{ak} = 0 \quad (22)$$

Инерцијална сила $\vec{F}^{in}$ представља укупну инерцијалну силу система и одређује се преко израза [8]:

$$F^{in} = m \cdot \frac{d^2\xi}{dt^2} + m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \quad (23)$$

где су:

m – укупна величина покретне масе (клизач, клипњача, ...),

ξ – померање клипа услед сабијања реалног – стишљивог флуида и

x – померање клипа које дозвољава изабрана величина пригушења,

Еластична сила F_e одређује се из израза (16):

$$s = \frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dp} = \frac{A \cdot d\xi}{A \cdot L \cdot \frac{1}{A} \cdot dF_e} \rightarrow$$

$$F_e = \frac{A}{s \cdot L} \cdot \xi \quad (24)$$

где је крутост одређена односом $(A/s \cdot L)$, при чему је:

A – активна површина клипа,

s – коефицијент стишљивости и

L – дужина цилиндра у посматраном тренутку времена.

Сила пригушења F_p задржава исти облик зависности па се одређује у функцији брзине промене координате x односно [8]:

$$F_p = \frac{1}{R_k} \cdot \left(\frac{dx^2}{dt^2} \right) \cdot \operatorname{sgn} \left(\frac{dx}{dt} \right) = R_r \cdot \left(\frac{dx^2}{dt^2} \right) \cdot \operatorname{sgn} \left(\frac{dx}{dt} \right) \quad (25)$$

где су:

R_r – реципрочна вредност константе регулације и

dx/dt – брзина померања клипа услед струјања флуида кроз пригушницу.

Сила трења F_t представља збир свих сила трења на покретним елементима преносника. Имајући у виду конструкционо решење преносника (уграђене линеарне котрљајне вођице) највећи део силе трења може бити занемарен. Поред тога, силе трења представљају додатну отпорну силу, па њихово изостављање даје критичнију димензију предстојећем разматрању.

Величина активне силе F_{ak} може бити произвољно изабрана, док је хоризонтална компонента силе резања одређена претходно изведеним изразима, односно [8]:

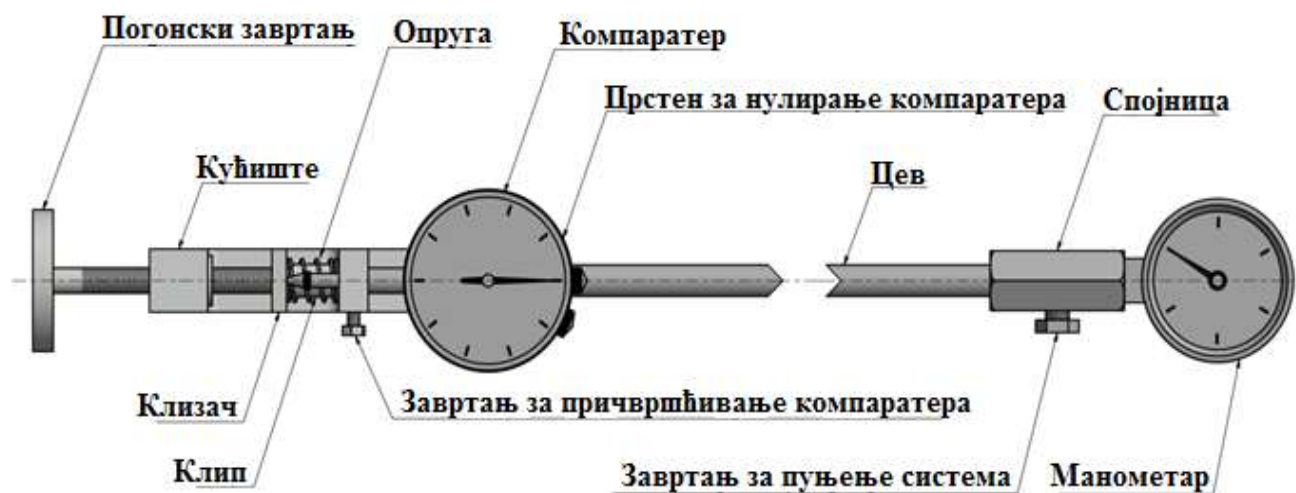
$$F_h(t) = \frac{F_{0max} \phi[-\sin(\Omega t + \beta)] \cdot \phi(\sin \Omega t)}{\sin \beta} \cdot \sin \Omega t \cdot (\cos \Omega t + K \sin \Omega t) \quad (26)$$

3. Експериментално одређивање коефицијента стишљивости воде коришћењем различитих мерних уређаја

У циљу провере теоријског модела извршена су експериментална испитивања. У делу 3 даје се преглед обављених експерименталних испитивања на постојећим уређајима. Експериментални део испитивања изведен је са циљем да се добију веома осетљиве величине, реда величине 10^{-10} . Извршена су четири експериментална испитивања на постојећим уређајима. У делу (3.1., 3.2., 3.3. и 3.4.) биће представљени уређаји на којима је извршено испитивање за одређивање коефицијента стишљивости воде.

3.1. Уређај 1.

На слици 7 је представљен уређај за одређивање коефицијента стишљивости флуида.



Слика 7. Делови уређаја

3.1.1. Поступак мерења коефицијента стишљивости течности

Појам стишљивости флуида може се дефинисати као својство флуида да смањује запремину при повећању притиска који на њега делује.

Стишљивост течности веома се разликује од стишљивости гасова. Стишљивост течности је врло мала и треба употребити висок притисак да би се запремина смањила.

Када дејство силе престане, сабијена течност заузме поново своју првобитну запремину. Величина која описује меру стишљивости флуида назива се коефицијентом стишљивости.

Коефицијент стишљивости се одређује мерењем промене запремине за задато повећање притиска.

3.1.2. Припрема уређаја за мерење

Будући да разматрани уређај има могућност мерења коефицијента стишљивости различитих флуида, неопходно је одабрати флуид чији ће се коефицијент стишљивости мерити.

На вредност коефицијента стишљивости утиче и висина температуре течности па је планом експеримента потребно прецизно одредити услове извођења експеримента.

Након одређивања услова за извођење експеримента приступа се пуњењу уређаја флуидом чији се коефицијент стишљивости одређује.

Пре наливања (пуњења) уређаја флуидом неопходно је одвити завртњеве за пуњење уређаја (на кућишту и на спојници), потом поставити клип у почетни положај који је дефинисан растојањем клизача од цилиндра и оно износи 20 mm. Клип се поставља у одређени положај одвијањем или завијањем погонског завртња.

Важно: Наливање уређаја се мора обавити тако да уређај заузме хоризонтални положај а да отвори за наливање буду окренути на горе, слика 8.

Напомена: Наливање уређаја је најлакше обавити помоћу шприца.



Слика 8. Положај у који треба поставити уређај приликом пуњења

Препоручује се да се наливање уређаја врши кроз отвор на кућишту, како би се у отвор на спојници убацила искривљена медицинска игла која се усмери ка манометру и спречава стварање ваздушног мехура испред манометра који би узроковао грешку мерења, слика 9.



Слика 9. *Спречавање стварања ваздушног мехура испред манометра*

Кроз отвор на цилиндру убризгавати течност све док из другог отвора не почне да излази иста. То је сигнал да је уређај напуњен, слика 10.



а) Наливна рупа на спојници



б) Наливна рупа на цилиндру

Слика 10. *Индикатори који показују да је уређај напуњен*

Препоручује се да се због могућности појаве гасних мехурова течност сада убризгава кроз постављену иглу у отвору на спојници иако ће то проузроковати истицање флуида кроз отвор на цилиндру, слика 11.



Слика 11. *Отклањање ваздушних мехура из система*

Овим је процес пуњења завршен.

Након наливања (пуњења) уређаја потребно је на заптивне завртњеве навити тефлон траку и завити их у тело цилиндра и спојнице. Ако се завијање завртњева одвија истовремено, због смањења запремине, могуће је повећање притиска у систему који се читава на манометру. Завијањем једног па другог завртња проузроковаће мање повећање притиска у систему. Уређај је сада спреман за мерење.

3.1.3. Поступак мерења

За одређивање коефицијента стишљивости неопходно је одредити:

- Почетну запремину V_p ,
- Почетни притисак P_p ,
- Крајњу запремину V_k ,
- Крајњи притисак P_k .

На основу ових параметара може се одредити промена запремине ΔV као и промена притиска ΔP , неопходних за одређивање коефицијента стишљивости s .

$$s = -\frac{\frac{\Delta V}{V_p}}{\Delta P} \quad (27)$$

Знак „-“ у изразу казује да се са смањењем притиска повећава и обрнуто.

Мерење горе наведених параметара треба извести на следећи начин. Окретањем главе погонског завртња у смеру казаљке на сату смањивати запремину цилиндра и упоредо посматрати скалу манометра. Са смањењем запремине притисак расте. Притисак повећати до одређење вредности која представља почетни притисак P_p , слика 12..



Слика 12. Очитавање референтног притиска P_p

У случају приказаном на слици 12 почетни притисак износи 1,4 bar-a.

По мерењу почетног притиска помичним кљунастим мерилом измерити растојање између цилиндра и клизача, величину “X”, слика 13.



Слика 13. *Merenje растоjanja X*

По извршеном мерењу притиска и растојања X нулирати компаратер. Нулурање се врши окретањем прстена за који је директно везана скала компаратера. Поклопити нулти положај скале са казаљком, слика 14.



а) Компаратер пре нулирања



б) Компаратер после нулирања

Слика 14. *Нулирање компаратера*

Након нулирања скале компаратера врши се окретање главе погонског завртња у смеру казаљке на сату (завијање). Истовремено се прати промена притиска на манометру као и промена положаја клипа на компаратеру. Када се постигне жељени притисак престати са завијањем завртња, очитати вредност притиска P_k на манометру и вредност померања клипа X_1 на компаратеру, слика 15.



а) Притисак P_k



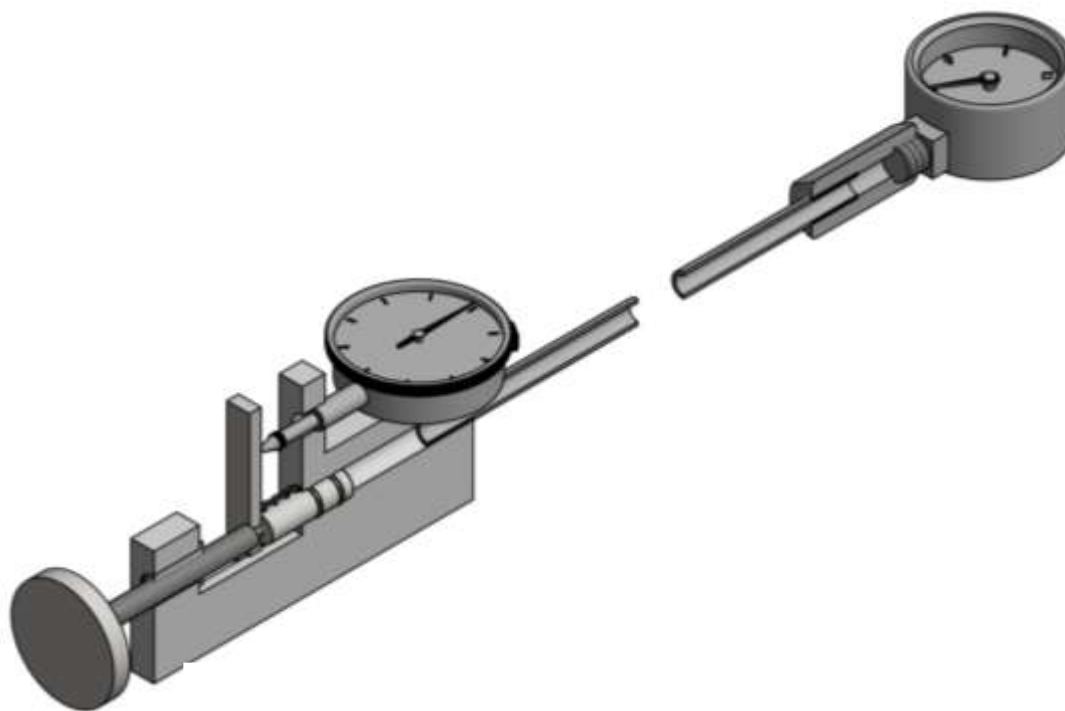
б) Померање X_1

Слика 15. Очитавање притиска P_k и померања клипа X_1

Након извршених мерења и прикупљања потребних података извршити прорачун коефицијента стишљивости.

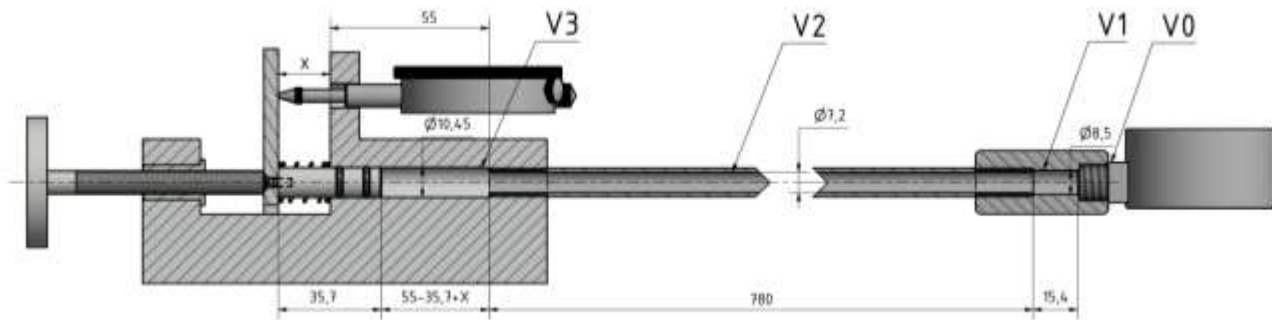
3.1.4. Прорачун коефицијента стишљивости

Због лакшег разумевања принципа функционисања уређаја на слици 16 приказан је пресек појединих делова уређаја.



Слика 16. Уздужни пресек појединих делова уређаја за испитивање коефицијента стишљивости

Укупна запремина уређаја (резервоара за течност) састоји се из четири запремине, од којих су три непроменљиве V_0, V_1, V_2 , док је V_3 променљива запремина. Промена запремине врши се променом положаја клипа. Све три запремине су облика ваљка, чије су потребне димензије назначене на слици 17.



Слика 17. Уздужни пресек уређаја за испитивање коефицијента стишљивости са назначеним свим потребним димензија за прорачун

3.1.5. Пример експерименталног одређивања коефицијента стишљивости воде

Експериментални резултати:

$$X = 20 \text{ mm},$$

$$P_p = 2 \text{ bar},$$

$$P_k = 6 \text{ bar},$$

$$X_1 = 0,99 \text{ mm}.$$

Почетна запремина: $V_p = V_0 + V_1 + V_2 + V_3$

$V_0 = 250 \text{ mm}^3$ - експериментално добијена вредност запремине течности у манометру

$$V_1 = \frac{D_1^2 * \pi * l_1}{4} = \frac{8.5^2 * 3.14 * 15.4}{4} = \frac{3493.72}{4} = 873.43 \text{ mm}^3$$

$$V_2 = \frac{D_2^2 * \pi * l_2}{4} = \frac{7.2^2 * 3.14 * 780}{4} = \frac{126966.52}{4} = 31741.63 \text{ mm}^3$$

$$V_3 = \frac{D_3^2 * \pi * l_3}{4} = \frac{10.45^2 * 3.14 * (55 - 35.7 + X)}{4} = \frac{10.45^2 * 3.14 * (55 - 35.7 + 20)}{4}$$

$$= \frac{10.45^2 * 3.14 * 39.3}{4} = \frac{13475,8}{4} = 3368,95 \text{ mm}^3$$

$$V_p = 250 + 873.43 + 31741.63 + 3368,95 = \mathbf{36234,01 \text{ mm}^3}$$

Крајња запремина: $V_k = V_0 + V_1 + V_2 + V_4$

$$V_4 = \frac{D_3^2 * \pi * l_4}{4} = \frac{10.45^2 * 3.14 * (55 - 35.7 + X - X_1)}{4}$$

$$= \frac{10.45^2 * 3.14 * (55 - 35.7 + 20 - 0,99)}{4} = \frac{10.45^2 * 3.14 * 38,31}{4}$$

$$= \frac{13136,34}{4} = 3284,08 \text{ mm}^3$$

$$V_k = 250 + 873.43 + 31741.63 + 3284,08 = \mathbf{36149,14 \text{ mm}^3}$$

Почетна запремина: $\Delta V = V_p - V_k = 36234,01 - 36149,14 = \mathbf{84,86 \text{ mm}^3}$

Промена притиска: $\Delta P = P_k - P_p = 6 - 2 = \mathbf{4 \text{ bar}}$

Коефицијент стишљивости испитиване течности:

$$S = -\frac{\frac{\Delta V}{V_p}}{\Delta P} = -\frac{\frac{84,86}{36234,01}}{4} = -\frac{0,0023421365}{4 * 10^5} = \mathbf{-5,855341 * 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}}$$

На основу добијене вредности коефицијента стишљивости испитиване течности, слободно се може рећи да су присутне грешке, приликом резултата мерења, јер теоријски коефицијент стишљивости течности износи, $4,5 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$. Како би се смањиле грешке, треба обратити пажњу на спојеве код вентила за регулацију притиска, као и обраду самог површинског слоја полуге, обученост стручних кадрова треба да буде на високом нивоу. Такође, један од проблема који може утицати на тачност резултата, јесте тај што се у цеви и манометру може наћи и други флуид као што је ваздух, јер нису сви флуиди исте стишљивости.

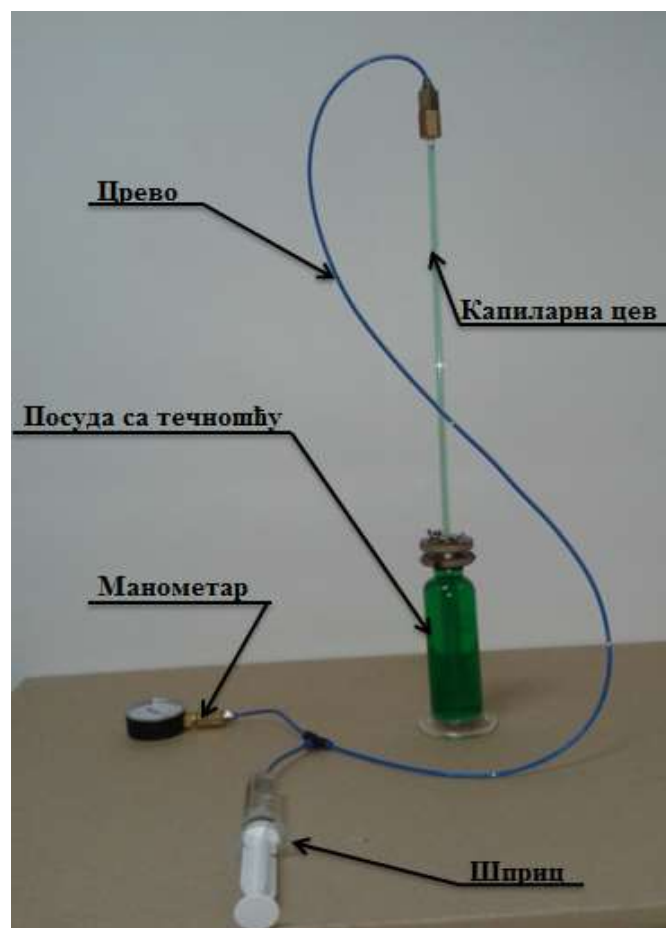
С обзиром на начин израчунавања мерних грешака разликују се апсолутне и релативне грешке. Стварна апсолутна грешка се дефинише као разлика између измерене вредности величине x_i и њене средње вредности $\bar{x}$ која одговара популацији, подразумевајући да је то тачна (стварна) вредност мерене величине:

$$a_i = x_i - \bar{x} \quad (28)$$

$$a_i = |-5,9 \cdot 10^{-9} - 4,5 \cdot 10^{-10}| \cdot 100 = 0,00000063\% = 6,3 \cdot 10^{-7} \%$$

3.2. Уређај 2.

Одређивање коефицијента стишљивости воде може се одредити помоћу више уређаја, један од уређаја приказан је на слици 7. Овде је представљен уређај, којим је извршен први експеримент. Основни делови уређаја за успешну реализацију експеримента су: посуда са водом, капиларна цев, вода, црево, манометар (мери натпритисак) и шприц (10-50 подеока), слика 18. Како је цео уређај стаклене конструкције, јавиће се мале еластичне деформације, јер је стакло склоно малим деформацијама за разлику од других конструкција.



Слика 18. Уређај са деловима

3.2.1. План експеримента

Будући да разматрани уређај има могућност мерења коефицијента стишљивости флуида, неопходно је уређај напунити водом али тако да вода није провидна, већ да има боју. Пре самог почетка извођења експеримента, потребно је проверити дали уређај испушта воду. Задавањем максималног притиска то се може проверити. На вредност коефицијента стишљивости утиче и висина температуре воде па је планом експеримента потребно прецизно одредити услове извођења експеримента (собна температура). Да би се успешно извео експеримент, потребно је саставити уређај, уколико се налази у растављеном облику. Делови који се могу одвојити од уређаја јесу манометар и шприц, који су спојени помоћу црева. Слободан крај црева се качи на горњи део капиларне цеви, слика 19.



Слика 19. Уређај у растављеном облику (лево) и у састављеном (десно)

За одређивање коефицијента стишљивости неопходно је одредити:

Почетну запремину V_0 ,
Промену притиска ΔP и
Промену запремине ΔV .

Када се одреде сва три параметра, може се одредити коефицијент стишљивости s .

$$s = - \frac{\frac{\Delta V}{V_0}}{\Delta P} \quad (29)$$

Знак "-" у изразу казује да се са смањењем запремине притисак повећава и обрнуто.

Мерење горе наведених параметара треба извести на следећи начин. Почетна запремина је дата и она износи $V_0 = 550 \text{ ml}$. Почетна запремина се не мења кроз време када расте притисак.

Промена притиска се одређује на следећи начин:

Вршено је петнаест мерења, на притисцима од 1, 2 и 3 bar-а. Уређај се састоји од манометра који мери натпритисак, на почетку мерења показује вредност 0 (атмосферски притисак).

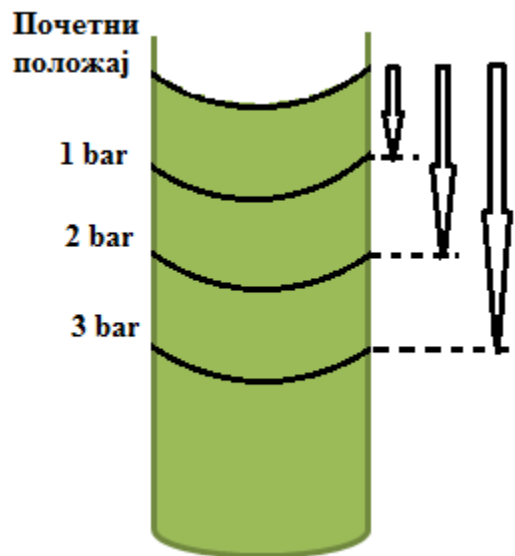
Пре остваривања притиска помоћу шприца који се читава на манометру, потребно је означити почетну висину воде, баш због тог разлога се налази обојена вода у капиларној цеви, ради лакшег уочавања нивоа. Означавање је вршено цртицама, помоћу маркера.

Следећи корак, јесте, задавање притиска помоћу шприца од 1 bar који се читава на манометру. Када се оствари притисак од 1 bar, ниво воде опада. Сваки пад означавамо маркером. Затим се задаје притисак од 2 bar, где ниво воде такође опада и поново се бележи маркером. На крају се задаје притисак од 3 bar и бележи цртицом, слика 20. Тако да се добијају три промене притиска, ΔP_1 , ΔP_2 и ΔP_3 . Промена притиска је потребна, како би се добила промена запремине. Како капиларна цев има облик ваљка, промена запремине се рачуна као запремина ваљка. Параметри, у изразу (29) h_1, h_2, h_3 , престављају висину, тј. промену висина течности, које су потребне за добијање промене запремине, и оне су заправо једнаке променама притисака $\Delta P_1, \Delta P_2, \Delta P_3$.



Слика 20. *Задавање притиска (лево), читавање на манометру (средино) и означавање пад течности (десно)*

Оно што је битно нагласити, јесте да је промена нивоа воде читана помоћу дигиталног кљунастог мерила, и то тако да се свака промена воде мери од почетног нивоа, слика 21. Овакав начин мерења се врши, како би се смањиле могуће грешке.



Слика 21. Илустрација мерења нивоа течности

Трећи параметар који се одређује, јесте промена запремине, ΔV . Промена запремине се одређује на следећи начин:

Како капиларна цев има облик ваљка, потребно је одредити пречник капиларне цеви. Она се одређује помоћу помичног кљунастог мерила, и износи $\varnothing = 5mm$. Па је промена запремине једнака запремини ваљка:

$$\Delta V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot h \quad (30)$$

3.2.2. Резултати мерења

Извршено је петнаест мерења на притисцима од 1, 2 и 3 bar-а. Експериментални резултати су представљени у табели 2.

Табела 2. Експериментални резултати

ПРОМЕНА ВИСИНЕ СТУБА ТЕЧНОСТИ - Δh [mm]															
Бр. мерења $\Delta P \rightarrow$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1 bar	2,15	2,2	1,73	2	2,3	2,41	1,43	1,71	7,97	2,36	1,65	2,02	2	1,92	1,91
2 bar	3,97	4,08	3,90	2,69	3,75	4,51	3,25	3,55	3,77	4,38	3,68	3,84	4,52	4,05	3,5
3 bar	6,39	6,22	5,83	5,55	6,23	6,36	5,6	5,38	6,07	6,49	5,88	6,05	6,44	6,05	5,59

Због лакшег израчунавања коефицијента стишљивости течности, израчуната је средња вредност експерименталних резултата, затим је средња вредност представљена у табели 3.

$$\Delta h_1 = \frac{2,15 + 2,2 + 1,73 + 2 + 2,3 + 2,41 + 1,43 + 1,71 + 7,97 + 2,36 + 1,65 + 2,02 + 2 + 1,92 + 1,91}{15} = 1,984 \text{ mm}$$

$$\Delta h_2 = \frac{3,97 + 4,08 + 3,90 + 2,69 + 3,75 + 4,51 + 3,25 + 3,55 + 3,77 + 4,38 + 3,68 + 3,84 + 4,52 + 4,05 + 3,5}{15} = 3,829 \text{ mm}$$

$$\Delta h_3 = \frac{6,39 + 6,22 + 5,83 + 5,55 + 6,23 + 6,36 + 5,6 + 5,38 + 6,07 + 6,49 + 5,88 + 6,05 + 6,44 + 6,05 + 5,59}{15} = 6,008 \text{ mm}$$

Табела 3. Добијене средње вредности

$\Delta P \rightarrow$	Промена висине стуба течности $-\Delta h$ [mm]
1 bar	1,984
2 bar	3,829
3 bar	6,008

Експериментално добијена вредност запремине течности у манометру:

$$V_0 = 550 \text{ ml} = 550\,000 \text{ mm}^3$$

Пречник капиларне цеви:

$$d = 5 \text{ mm}$$

Коефицијента стишљивости воде се рачуна по следећем обрасцу:

$$s = - \frac{\frac{\Delta V}{V_0}}{\Delta P} \quad (31)$$

где су:

ΔV - промена запремине,

V_p - почетна запремина и

ΔP - промена притиска.

Промена запремине:

$$\Delta V_1 = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot h_1 = \frac{5^2 \cdot \pi}{4} \cdot 1,984 = 38,936 \text{ mm}^3$$

$$\Delta V_2 = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot h_2 = \frac{5^2 \cdot \pi}{4} \cdot 3,829 = 75,144 \text{ mm}^3$$

$$\Delta V_3 = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot h_3 = \frac{5^2 \cdot \pi}{4} \cdot 6,008 = 117,907 \text{ mm}^3$$

где је:

$h_1, h_2, h_3 = \Delta h_1, \Delta h_2, \Delta h_3$ – промена висине воде на задатим притисцима (1bar, 2 bar и 3bar).

Промена притиска се рачуна тако што се крајњи притисак одузме од почетног:

$$\Delta P = 3 - 0 = 3 \text{ bar} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Након добијене промене запремине и промене притиска, може се израчунати коефицијент стишљивости испитиване воде:

$$s_1 = - \frac{\frac{38,936 \text{ mm}^3}{550000 \text{ mm}^3}}{3 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = -2,35 \cdot 10^{-10} \frac{1}{\text{Pa}}$$

$$s_2 = - \frac{\frac{75,144 \text{ mm}^3}{550000 \text{ mm}^3}}{3 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = -4,55 \cdot 10^{-10} \frac{1}{\text{Pa}}$$

$$s_3 = - \frac{\frac{117,907 \text{ mm}^3}{550000 \text{ mm}^3}}{3 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = -7,14 \cdot 10^{-10} \frac{1}{\text{Pa}}$$

На основу добијених резултата мерења, може се сазакључити да је могуће на тако једноставном уређају добити веома осетљиве величине, реда величине 10^{-10} . Иако су добијени жељени резултати, грешке су увек присутне. Неке од грешака које се могу јавити приликом извођења овог експеримента су: необученост оператера (отклањање грешке: стручан оператер), грешке које настају због конструкције инструмента (отклањање грешке: прецизније мерење промене положаја течности, прецизни манометар, спречавање цурења флуида), грешке које настају због флуида чији се коефицијент мери (отклањање грешке: хомогеност флуида који се мери, без присуства неког другог флуида).

Стварна апсолутна грешка се дефинише као разлика између измерене вредности величине x_i и њене средње вредности $\bar{x}$ која одговара популацији, подразумевајући да је то тачна (стварна) вредност мерене величине:

$$a_i = x_i - \bar{x} \quad (32)$$

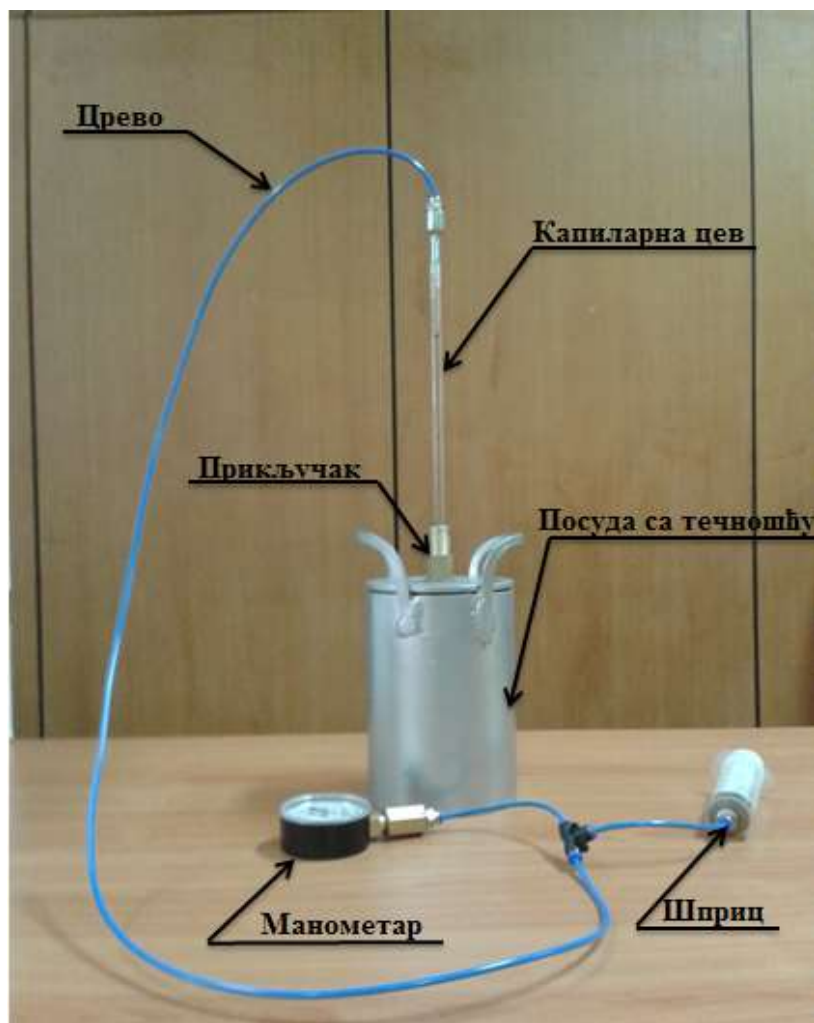
$$a_i = |-2,4 \cdot 10^{-10} - 4,5 \cdot 10^{-10}| \cdot 100 = 0,000000069\% = \mathbf{6,9 \cdot 10^{-8} \%}$$

$$a_i = |-4,6 \cdot 10^{-10} - 4,5 \cdot 10^{-10}| \cdot 100 = 0,00000091\% = \mathbf{9,1 \cdot 10^{-8} \%}$$

$$a_i = |-7,1 \cdot 10^{-10} - 4,5 \cdot 10^{-10}| \cdot 100 = 0,00000011\% = \mathbf{1,1 \cdot 10^{-8} \%}$$

3.3. Уређај 3.

На слици 22 је приказан други уређај, којим је извршен експеримент, за одређивање коефицијента стишљивости воде. Основни делови уређаја за успешну реализацију експеримента су: посуда са водом (робусне конструкције), прикључак, капиларна цев, течност, црево, манометар (мери натпритисак) и шприц (10-50 подеока). Оно што разликује прва два уређаја, јесте посуда у којој се вода налази. Посуда у којој се налази вода је дебелог зида па ће деформације бити минималне.



Слика 22. Делови уређаја

3.3.1. План експеримента

Као што је речено у делу 3.2.1., пре почетка експеримента потребно је проверити да ли уређај испушта воду, како би експеримент био успешан. Што се тиче услова испитивања, испитивање је вршено на идентичној температури као и претходни уређај. Да би се успешно извео експеримент, потребно је саставити уређај, уколико се налази у растављеном облику. Делови који се могу одвојити од уређаја јесу манометар и шприц, који су спојени помоћу црева, слободан крај црева се качи на горњи део капиларне цеви, слика 23.



Слика 23. Уређај у растављеном облику

За одређивање коефицијента стишљивости неопходно је одредити:

Почетну запремину V_0 ,
 Промену притиска ΔP и
 Промену запремине ΔV .

Када се израчунају сва три параметра, може се одредити коефицијент стишљивости s .

$$s = - \frac{\frac{\Delta V}{V_0}}{\Delta P} \quad (33)$$

Знак "-" у изразу казује да се са смањењем запремине притисак повећава и обрнуто.

Мерење горе наведених параметара се одређује на идентични начин као у делу 3.1.1., па из тог разлога неће детаљније бити објашњено одређивање параметара који су потребни за израчунавање стишљивости воде. Почетна запремина је дата и она износи $V_0 = 1250 \text{ ml} = 1250\,000 \text{ mm}^3$.

3.3.2. Резултати мерења

Извршено је пет мерења на притисцима од 1, 2 и 3 bar-a. Експериментални резултати су представљени у табели 4.

Табела 4. Експериментални резултати

ПРОМЕНА ВИСИНЕ СТУБА ТЕЧНОСТИ - Δh [mm]					
ΔP ↓ Бр. мерења →	1	2	3	4	5
1 bar	81,5	86	87	84	85
2 bar	112	113	114	113	113
3 bar	129	129	129	129	129

Због лакшег израчунавања коефицијента стишљивости течности, израчуната је средња вредност експерименталних резултата, затим је средња вредност представљена у табели 5.

$$\Delta h_1 = \frac{81,5 + 86 + 87 + 84 + 85}{5} = 84,7 \text{ mm}$$

$$\Delta h_2 = \frac{112 + 113 + 114 + 113 + 113}{5} = 113 \text{ mm}$$

$$\Delta h_3 = \frac{129 + 129 + 129 + 129 + 129}{5} = 129 \text{ mm}$$

Табела 5. Добијене средње вредности

ΔP ↓ Бр. мерења →	Промена висине стуба течности - Δh [mm]
1 bar	84,7
2 bar	113
3 bar	129

Експериментално добијена вредност запремине течности у манометру:
 $V_0 = 1250 \text{ ml} = 1250\,000 \text{ mm}^3$

Пречник капиларне цеви:
 $d = 5 \text{ mm}$

Коефицијента стишљивости течности се рачуна по следећем обрасцу:

$$s = - \frac{\frac{\Delta V}{V_0}}{\Delta P}$$

где су:

ΔV - промена запремине,
 V_p - почетна запремина и
 ΔP - промена притиска.

Промена запремине:

$$\Delta V_1 = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot h_1 = \frac{5^2 \cdot \pi}{4} \cdot 84,7 = 1662,24 \text{ mm}^3$$

$$\Delta V_2 = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot h_2 = \frac{5^2 \cdot \pi}{4} \cdot 113 = 2217,63 \text{ mm}^3$$

$$\Delta V_3 = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot h_3 = \frac{5^2 \cdot \pi}{4} \cdot 129 = 2531,63 \text{ mm}^3$$

где је:

$h_1, h_2, h_3 = \Delta h_1, \Delta h_2, \Delta h_3$ – промена висине воде на задатим притисцима (1bar, 2 bar и 3bar).

Промена притиска се рачуна тако што се крајњи притисак одузме од почетног:

$$\Delta P = 3 - 0 = 3 \text{ bar} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Након добијене промене запремине и промене притиска, може се израчунати коефицијент стишљивости испитиване воде:

$$s_1 = -\frac{\frac{1662,24 \text{ mm}^3}{1250000 \text{ mm}^3}}{3 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = -4,43 \cdot 10^{-9} \frac{1}{\text{Pa}}$$

$$s_2 = -\frac{\frac{2217,63 \text{ mm}^3}{1250000 \text{ mm}^3}}{3 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = -5,91 \cdot 10^{-9} \frac{1}{\text{Pa}}$$

$$s_3 = -\frac{\frac{2531,636 \text{ mm}^3}{1250000 \text{ mm}^3}}{3 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = -6,75 \cdot 10^{-9} \frac{1}{\text{Pa}}$$

На основу добијених резултата мерења, резултат коефицијента стишљивости се разликује од резултата коефицијента стишљивости првог уређаја, у делу 4.1.2. Најутичајнија величина која утиче, јесте промена запремине, ΔV . На њу утиче пречник цеви, који је на другом степену (цев је округла), висина (грешка настаје приликом читавања, уколико оператер нема довољно искуства, затим само мерило може довести до грешке као и принцип мерења), такође, на промену запремине утичу и еластичне деформације (посуда у којој се налази течност је дебелог зида, па су деформације минималне). На основу табеле 4 може се уочити да су померања воденог стуба велика за тако малу запремину, јер се у систему вероватно задржао ваздух.

Апсолутна грешка се дефинише као разлика између измерене вредности величине x_i и њене средње вредности $\bar{x}$ која одговара популацији, подразумевајући да је то тачна (стварна) вредност мерене величине:

$$a_i = x_i - \bar{x} \quad (34)$$

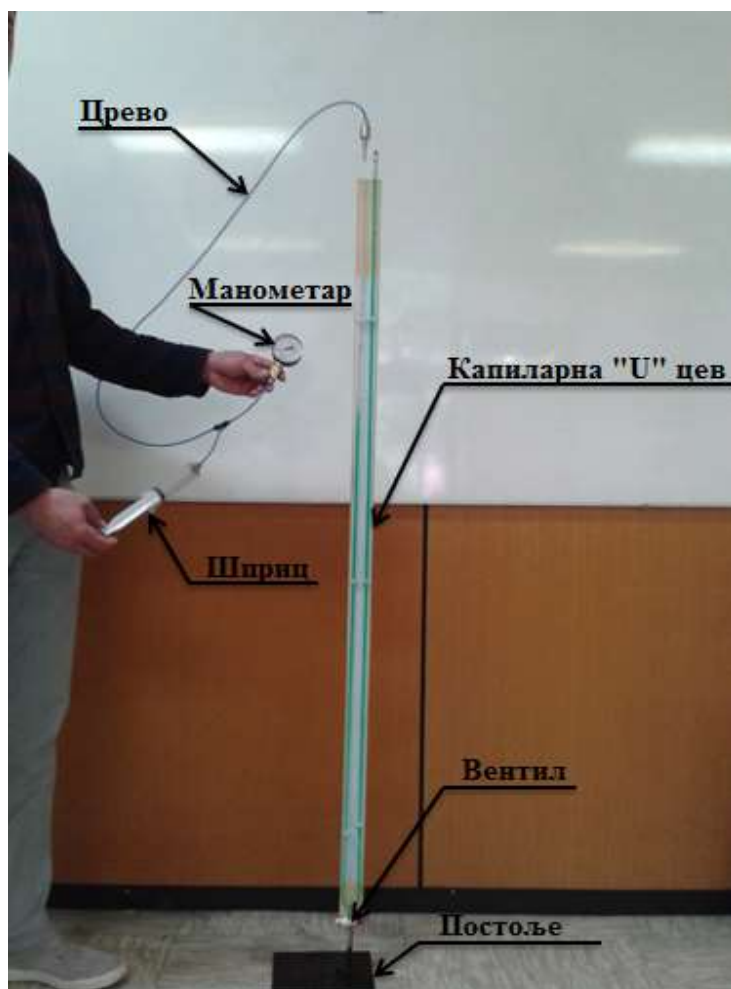
$$a_i = |-4,4 \cdot 10^{-9} - 4,5 \cdot 10^{-10}| \cdot 100 = 0,00000049\% = 4,9 \cdot 10^{-7}\%$$

$$a_i = |-5,9 \cdot 10^{-9} - 4,5 \cdot 10^{-10}| \cdot 100 = 0,00000063\% = 6,3 \cdot 10^{-7}\%$$

$$a_i = |-6,8 \cdot 10^{-9} - 4,5 \cdot 10^{-10}| \cdot 100 = 0,00000072\% = 7,2 \cdot 10^{-7}\%$$

3.4. Уређај 4.

На слици 24 приказан је трећи уређај, којим је извршен експеримент, за одређивање коефицијента стишљивости воде. Основни делови уређаја су: вентил (обезбеђује испуштање воде), капиларна цев (обезбеђује велике падове воде), течност, цево, манометар (мери натпритисак) и шприц (10-50 подеока). Оно што разликује прва два уређаја од трећег, јесте облик капиларне цеви, овде уређај има капиларну "U" цев. Карактеристично за капиларну "U" цев је њена велика дужина, која износи $l = 195\text{ cm}$ (дужина цеви напуњена водом). Пречник цеви је мали, запремина такође, што је лоше, па ће због тога следити врло мала померања воденог стуба.



Слика 24. Делови уређаја

3.4.1. План експеримента

Као што је напоменуто у делу 3.2.1. и 3.3.1., пре почетка експеримента потребно је проверити да ли уређај испушта воду, тако што задајемо максимални притисак са једне стране, слика 25. Што се тиче услова испитивања, испитивање је вршено на идентичној температури као и претходни уређаји. Делови који се могу одвојити од уређаја јесу манометар и шприц, који су спојени помоћу црева, слика 26. Поступак мерења је исти као за први и други уређај, па ће овде одмах бити приказани резултати мерења.



Слика 25. Провера да ли уређај испушта воду: 1 - задаје се максимални притисак, 2, 3 – место где се очекује да вода излази (цури)



Слика 26. Уређај у растављеном облику

3.4.2. Резултати мерења

Извршено је петнаест мерења на притисцима од 3 bar-а. Експериментални резултати су представљени у табели 6.

Табела 6. Експериментални резултати

ПРОМЕНА ВИСИНЕ СТУБА ТЕЧНОСТИ - Δh [mm]															
Бр. мерења $\Delta P \rightarrow$ $\downarrow$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3 bar	1,42	0,94	1,52	1,90	1,17	1,53	1,06	1,16	1,90	1,27	1,65	1,67	1,17	1,22	1,24

Због лакшег израчунавања коефицијента стишљивости течности, израчуната је средња вредност експерименталних резултата, затим је средња вредност представљена у табели 7.

$$\Delta h = \frac{1,42 + 0,94 + 1,52 + 1,90 + 1,17 + 1,53 + 1,06 + 1,16 + 1,90 + 1,27 + 1,65 + 1,67 + 1,17 + 1,22 + 1,24}{15} = 1,388 \text{ mm}$$

Табела 7. Добијене средње вредности

$\Delta P \downarrow \rightarrow$	Промена висине стуба течности $-\Delta h$ [mm]
3 bar	1,388

На основу дужине цеви која износи $l = 195 \text{ cm}$ и пречника $d = 5 \text{ mm}$, може се израчунати почетна запремина, V_0 .

$$V_0 = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot l = \frac{5^2 \cdot \pi}{4} \cdot 1950 = 38268,75 \text{ mm}^3$$

Коефицијента стишљивости течности се рачуна по следећем обрасцу:

$$s = -\frac{\frac{\Delta V}{V_0}}{\Delta P} \quad (35)$$

где су:

ΔV - промена запремине,

V_p - почетна запремина и

ΔP - промена притиска.

Промена запремине:

$$\Delta V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot h = \frac{5^2 \cdot \pi}{4} \cdot 1,388 = 27,255 \text{ mm}^3$$

где је:

$h = \Delta h$ – промена висина течности на задатом притиску (3 bar).

Промена притиска се рачуна тако што се крајњи притисак одузме од почетног:

$$\Delta P = 3 - 0 = 3 \text{ bar} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Након добијене промене запремине и промене притиска, може се израчунати коефицијент стишљивости испитиване течности:

$$s = -\frac{\frac{27,255 \text{ mm}^3}{38268,75 \text{ mm}^3}}{3 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = -2,37 \cdot 10^{-9} \frac{1}{\text{Pa}}$$

На основу добијене вредности коефицијента стишљивости испитиване течности, слободно се може рећи да су присутне грешке, приликом резултата мерења, јер теоријски коефицијент стишљивости течности износи, $4,5 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$. Грешке које се јављају су: превелика дужина капиларне цеви (мала запремина), мали пречник капиларне цеви за праћење промене нивоа воде, температура мерења, грешка оператера, могуће цурење кроз вентиле и спојеве, потребан је прецизнији манометар, прецизније мерило за читавање нивоа воде.

Апсолутна грешка се дефинише као разлика између измерене вредности величине x_i и њене средње вредности $\bar{x}$ која одговара популацији, подразумевајући да је то тачна (стварна) вредност мерене величине:

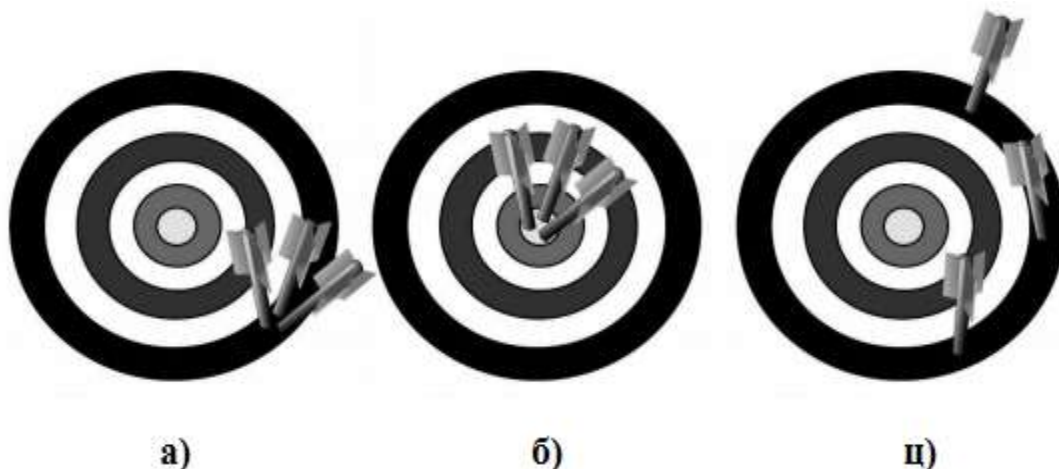
$$a_i = x_i - \bar{x} \quad (36)$$

$$a_i = |-2,4 \cdot 10^{-9} - 4,5 \cdot 10^{-10}| \cdot 100 = 0,00000028\% = 2,8 \cdot 10^{-7}\%$$

4. Анализа резултата мерења са аспекта грешака мерења

Анализа резултата мерења са аспекта грешака указује на могућност извођења експерименталних испитивања на постојећим уређајима.

Понављањем мерења, при истим условима, добијају се углавном различите вредности мерене физичке величине. То значи да се мерења никада не могу спровести са идеалном тачношћу, и да се измерена вредност увек, више или мање, разликује од тачне вредности. Прецизност мерења описује колико серије мерења истог објекта личе међусобно (поновљивост мерења), а зависи од квалитета прибора, величине најмањег подеока на скали инструмента, радног искуства и сл. Што су вредности мерења међусобно ближе, оне су тачније. Тачност описује колико је блиско измерена вредност од праве вредности (одступања од праве вредности), а зависи од избора методе, конструкције прибора и начина његове калибрације. На слици 27 је престављена илустрација прецизности и тачности мерења.

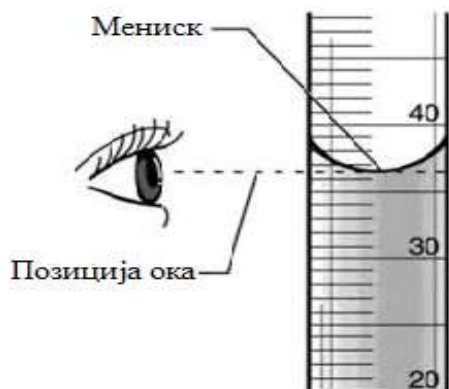


Слика 27. а) Прецизно/нетачно „мерење“; б) прецизно/тачно „мерење“; ц) непрецизно/нетачно „мерење“ [10]

Како би тачност и прецизност била што већа, потребно је водити рачуна од почетка реализације експеримента до обраде резултата. Уколико је извршено само једно мерење, онда се за грешку тог мерења узима инструментална грешка, што може бити: класа тачности експеримента, која је назначена на инструменту у процентима, вредност половине или целог најмањег подеока инструмента (уколико није назначена класа тачности).

Ако се измерене вредности представе табеларно, онда је основни резултат мерења интервал кога одређује најмања (минимална) и највећа (максимална) измерена вредност. Логично је очекивати да се тачна вредност мерене физичке величине налази унутар овог интервала. Према томе, мерењем се не може одредити тачна вредност, већ само интервал у коме се она налази. Одступање резултата мерења од тачне вредности назива се грешка мерења.

Поред грешака које се јављају услед непажње током експеримента, тј погрешног читавања скале, грешке се могу јавити и при свим експерименталним мерењима. Најуобичајније грешке су грешке услед паралаксе, грешке читавања и грешке нуле. Експериментална испитивања на постојећим уређајима су вршена помоћу капиларне цеви, где је потребно вршити читавање нивоа течности. Такође, грешка која се може јавити, јесте грешка паралаксе. Избегавање ове грешке при читавању нивоа течности се постиже уколико се читавање врши када је око поравнано са врхом или дном мениска, слика 28.



Слика 28. *Правилно читавање нивоа течности [10]*

Грешка нуле се јавља ако мерни инструмент не показује нулу када би требало. Уколико се уочи такво одступање, треба подесити инструмент тако да показује нулу у одговарајућем положају. Уколико то није могуће, при читавању треба узети у обзир уочено одступање. Наиме, при сваком следећем читавању се додаје или одузима одступање уочено на коришћеном инструменту. Помично кљунасто мерило може бити аналогно или дигитално. У раду су коришћена оба помична кљунаста мерила. Дигитално помично кљунасто мерило је коришћено на уређајима један и три, док је аналогно кљунасто мерило коришћено на уређају два.

На пример, ако се користи нонијус, када је затворен кљун нонијуса треба да се на лењиру нонијуса читава 0. На слици 29 (а) је приказан пример који показује да, када је затворен кљун нонијуса, на лењиру се читава 0,1 mm, па то представља грешку нуле. Зато, при мерењу, тј. при сваком читавању треба одузети 0,1 mm, као што је приказано на слици 29 (б). Уколико се при мерењу са нонијуса читава вредност 64,9 mm, онда је стварна дужина $64,9 \text{ mm} - 0,1 \text{ mm} = 64,8 \text{ mm}$.



Слика 29. Грешка нуле (а), корекција грешке нуле одузимањем уочене грешке (б) [11]

Наравно, осим грешака до којих долази при самом мерењу, могу се јавити и грешке при обради резултата мерења, тј. при рачуњању и заокруживању добијених резултата. Грешке које се јављају у овом раду, јесу, релативне грешке. Релативне грешке се увек заокружују на две цифре.

Као и до сада сваки експериментални инструмент има и своје недостатке који могу утицати на тачност добијених резултата. Један од проблема који може утицати на тачност резултата, јесте тај што се у цеви може наћи и други флуид, као што је ваздух, па и то може утицати на тачност, јер нису сви флуиди исте стишљивости. Могуће је овај проблем решити на тај начин ако се уведе додатни уређај који може избацити други флуид из инструмента.

Испитивања изведена кроз експерименте на уређајима 3.1., 3.2., 3.3. и 3.4., како је наглашено, имала су за циљ да се изврши поређење добијених резултата. На основу анализе измерених вредности, може се приметити да је код трећег уређаја померање воденог стуба велико за тако малу запремину. Разлог је што се други флуид (ваздух) задржао у систему.

Како би грешке биле што мање, за други уређај је вршено петнаест мерења, а затим због лакшег прорачуна коефицијента стишљивости, рачуната је средња вредност. Како је цео уређај направљен од стакла, јавиће се мале еластичне деформације, јер је стакло склоно малим деформацијама за разлику од других материјала. Присуство тих малих деформација може довести до грешке мерења, јер се на тај начин мења и сама запремина посуде у којој се налази вода.

За трећи уређај је вршено пет мерења, на притисцима од 1, 2 и 3 bar-а. Померање воденог стуба је драстично велико за разлику од првог уређаја. Како је уређај робусне конструкције, део у којем се налази вода је заправо посуда дебелог зида, где ће се јавити минималне деформације. Деформације су јако битне, јер ће тада посуда имати повећање запремине коју није могуће измерити, па ће самим тим и да се промени запремина.

Што је мањи пречник капиларне цеви, веће су промене висина стуба течности, па ће читавања бити лакша за оператера који врши мерење. Такође, за четврти уређај је вршено петнаест мерења али само на притиску од 3 bar-а. Оно што разликује овај уређај

од другог и трећег јесте облик капиларне цеви. Капиларна "U" цев је дужа. Пошто је "U" цев од стакла малог пречника, запремина је такође мала, што је лоше. Због тог разлога је мерење вршено само на притиску од 3 bar-а, јер су промене нивоа воде на 1 и 2 bar јако мале. Други проблем који може представити грешку при мерењу, јесте, вентил за испуштање воде, који се налази на дну капиларне цеви. Пошто вентил садржи заптивач који је од гуме, а како је гума еластична, она под дејством притиска мења запремину.

Како би видели колика је грешка направљена приликом мерења, вредност коефицијента стишљивости добијену на свим уређајима је потребно упоредити са теоријском а затим израчунати насталу грешку, табела 8. С обзиром на начин израчунавања мерних грешака разликују се апсолутне и релативне грешке. У раду су приказане апсолутне грешке, где се дефинише као разлика између измерене вредности и њене тачне вредности.

Табела 8. Упоредна анализа добијене стишљивости са теоријском и насталом грешком

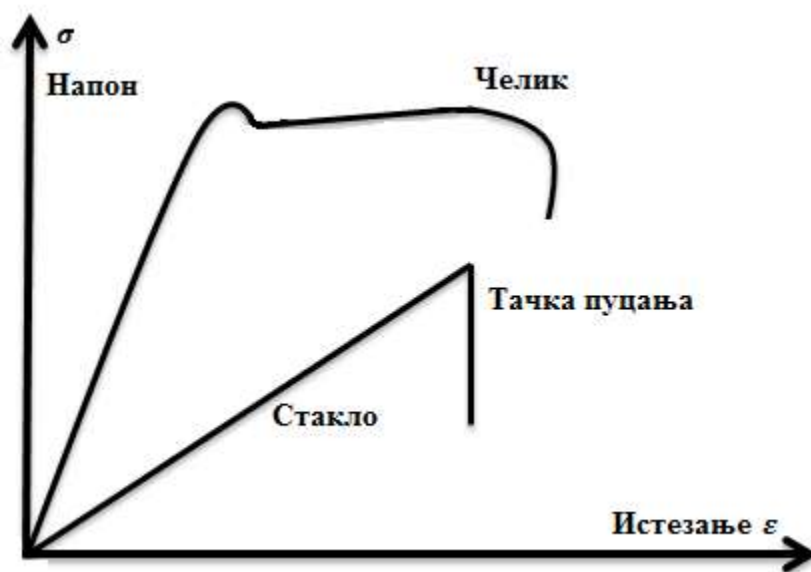
Вредности стишљивости и грешака Уређаји ↓ →	СТИШЉИВОСТ [Pa ⁻¹]	Теоријска стишљивост [Pa ⁻¹]	Апсолутна грешка [%]
Уређај 1.	$s = -5,9 \cdot 10^{-9}$	$s = 4,5 \cdot 10^{-10}$	$a_t = 6,3 \cdot 10^{-7}$
Уређај 2.	$s_1 = -2,4 \cdot 10^{-10}$	$s = 4,5 \cdot 10^{-10}$	$a_t = 6,9 \cdot 10^{-8}$
	$s_2 = -4,6 \cdot 10^{-10}$	$s = 4,5 \cdot 10^{-10}$	$a_t = 9,1 \cdot 10^{-8}$
	$s_3 = -7,1 \cdot 10^{-10}$	$s = 4,5 \cdot 10^{-10}$	$a_t = 1,1 \cdot 10^{-8}$
Уређај 3.	$s_1 = -4,4 \cdot 10^{-9}$	$s = 4,5 \cdot 10^{-10}$	$a_t = 4,8 \cdot 10^{-7}$
	$s_2 = -5,9 \cdot 10^{-9}$	$s = 4,5 \cdot 10^{-10}$	$a_t = 6,3 \cdot 10^{-7}$
	$s_3 = -6,8 \cdot 10^{-9}$	$s = 4,5 \cdot 10^{-10}$	$a_t = 7,2 \cdot 10^{-7}$
Уређај 4.	$s = -2,4 \cdot 10^{-9}$	$s = 4,5 \cdot 10^{-10}$	$a_t = 2,8 \cdot 10^{-7}$

На основу табеле 8, закључује се да је најмања грешка направљена на уређају 2, приликом мерења промене висине стуба воде. Грешка на овом уређају је најмања, јер израчунати коефицијент стишљивости воде је истог реда величине као и теоријски коефицијент стишљивости воде. Док је на остала три уређаја коефицијент стишљивости воде мањи за једну децималу од теоријске стишљивости. Такође, мала грешка је направљена и на уређају 4, иако је добијени коефицијент стишљивости већи од теоријског коефицијента стишљивости, за разлику од уређаја 1 и уређаја 3, где су приликом мерења нивоа воде направљене веће грешке.

5. Анализа уређаја са аспекта цене коштања

Пре сваког испитивања, поред жеље за успешно извођење, ту је и идеја како побољшати уређај, како га учинити бољим, односно економичнијим. У раду су представљена четири уређаја, која су се веома добро показала, на тај начин што су добијене тако осетљиве величине, на тако једноставним уређајима.

Стакло је крт материјал, због молекуларне структуре која није у форми кристалне решетке. Када је стакло оптерећено преко сопствених граница, лом се јавља одмах без упозорења, за разлику од челика и алуминијума, где прво долази до пластичних деформација. Напон или промена дистрибуције оптерећења не појављује се у стаклу, зато често долази до локалних, а затим последичних глобалних крахова. Веће оптерећење и већа површина под оптерећењем указују на већу вероватноћу за пуцањем. Упркос структурних недостатака стакла, његова употреба је неизбежна, јер су стаклени елементи транспарентни и естетски погодни јер могу да се прилагоде по облику и боји тако да одговарају различитим потребама. Можемо видети да већина награђених пројеката у иностранству садрже елементе од дебелог стакла. Такође, као код кртих материјала, стакло је теоретски неотпорно само на затезање док је дозвољено напрезање на притисак велико.



Слика 30. Упоредне механичке карактеристике стакла и челика (σ/ϵ) [12]

Модул еластичности се разликује за различите материјале, у табели 9 су дате приближне вредности за неке од материјала.

Табела 9. Приближне вредности модула еластичности за различите материјале [13]

МАТЕРИЈАЛ	Е [GPa]
Гума	0,01-0,1
Стакло	50-90
Алуминијум	69
Челик	200

где је:

Е – модул еластичности

У табелама 10, 11, 12 и 13 су представљене упоредне анализе уређаја 1, 2, 3 и 4. Анализа је урађена са економског аспекта, где су наведени делови уређаја као и њихова цена. Поред жеље за тачношћу и прецизношћу резултата мерења, добијања веома малих физичких величина, идеја представљене анализе, имала је за циљ добити што економичнији уређај.

Табела 10. Делови уређаја 1 и њихове цене

ДЕЛОВИ УРЕЂАЈА	ЦЕНА [РСД]
• Погонски завртањ • Кућиште • Клизач • Клип	14000,00
Манометар	630,00
Опруга	300,00
Прохромска цев	220,00
Компаратер	700,00
2 x Завртњеве	6,00
„О“ринг	70,00
Σ	15926,00

У табели 10 су наведени потребни делови уређаја 1, где је потребно извојити око, $\Sigma = 15926,00$ дин, како би се направио уређај за одређивање коефицијента стишљивости течности. У цену су урачунати и делови који захтевају посебну израду, оно што је лоше, поред цене, потребан је дужи временски период за састављање уређаја.

Табела 11. Делови уређаја 2 и њихове цене

ДЕЛОВИ УРЕЂАЈА	ЦЕНА [РСД]
Манометар	630,00
Црево (метар)	80,00
Муф	230,00
2 х прикључак за црево	600,00
Т - рачва	300,00
Лептир завртањ (М6)	4,00
Шрафови	6,00
Пластика (полуфабрикат)	1450,00
Бакарни прикључак	50,00
Шприц	60,00
Мензура	350,00
Капиларна цев	400,00
Σ	4160,00

За успешну реализацију експеримента одређивања коефицијента стишљивости воде, у табели 11 су наведени потребни делови уређаја 2, где је потребно извојити око, $\Sigma = 4160,00$ дин. У цену су урачунати и делови који захтевају посебну израду, оно што је најбитније, поред цене, потребан је кратак временски период за састављање уређаја.

Табела 12. Делови уређаја 3 и њихове цене

ДЕЛОВИ УРЕЂАЈА	ЦЕНА [РСД]
Манометар	630,00
Црево (метар)	80,00
Муф	230,00
2 х прикључак за црево	600,00
Т - рачва	300,00
Бакарни прикључак	50,00
Шприц	60,00
Посуда са водом	1400,00
Капиларна цев	400,00
Σ	3750,00

За уређај 3 потребно издвојити око $\Sigma = 3750,00$ дин. У цену су урачунати и делови који захтевају посебну израду.

Табела 13. Делови уређаја 4 и њихове цене

ДЕЛОВИ УРЕЂАЈА	ЦЕНА [РСД]
Манометар	630,00
Црево (метар)	80,00
Муф	230,00
2 х прикључак за црево	600,00
Т - рачва	300,00
Вентил	200,00
Дрво обрађено	350,00
Бакарни прикључак	50,00
Шприц	60,00
6 х Обујмица округла	18,00
Капиларна "У" цев	1200,00
Σ	3718,00

У табели 13 су наведени потребни делови уређаја 4, где је потребно извојити око, $\Sigma = 3718,00$ дин, како би се направио уређај за одређивање коефицијента стишљивости течности.

На основу табеларне анализе, може се закључити, да је уређај 4 са економског аспекта најјекономичнији. Предност самог уређаја је што садржи мањи број делова, који нису скупи, а притом омогућава да се успешно изведе експериментално испитивање за одређивање коефицијента стишљивости воде. Такође, уређај који се добро показао са економског аспекта је уређај 3. Остала два уређаја захтевају посебну израду појединих делова, па самим тим је потребан већи временски период за њихову израду, као и за састављење уређаја.

Што се тиче уређаја 1, он се драстично разликује од остала три уређаја. Оно што их на први поглед чини различитим је сама конструкција уређаја, где је за посебне делове потребна посебна израда (погонски завртањ, кућиште, клизач и клип). Такође, разликују се по начину извођења припреме и поступка мерења. Са економског аспекта се показао као најскупљи уређај.

Иако су уређаји 2, 3 и 4 сличних саставних делова, сваки од њих има одређени део који их чини различитим. Оно што их разликује је: облик посуде у којој се налази течност и облик капиларне цеви. На сва три уређаја се користи исти манометар и шприц, који су повезани цревом, и на све уређаје црево се качи са горње стране капиларне цеви. Припрема мерења као и поступак мерења је идентичан на сва три уређаја.

6. Закључак

Приликом повећања притиска који делује на флуид долази до смањења запремине (промене запремине). Код стишљивог флуида су деформације доминантне, па због тога и долази до промене запремине. Флуиди (течности и гасови) се разликују, течности су скоро нестишљиви (незнатно мењају запремину, чак и при великим притисцима, док су гасови веома стишљиви. Гасови се често понашају и као течности (када су брзине кретања знатно мање од брзине звука и када се ради о малим притисцима).

Највећи проблем за одређивање коефицијента стишљивости, поред величина које су доминантне у обрасцу (2), јесу деформације (еластичне). На основу расположиве литературе, циљ теоријског разматрања био је да се представи неки конкретан пример, где је један од основних проблема стишљивост флуида. У поглављу 2.1. је представљен пример, који је везан за динамичко моделирање преносника. Један од основних проблема везаних за динамичко моделирање преносника ове врсте је стишљивост флуида којим је испуњен цилиндар хидрауличног склопа.

Да би се добиле величине, реда величине 10^{-10} , на основу расположиве литературе, обављена су истраживања са теоријског и експерименталног аспекта. Извршена су четири експериментална испитивања на различитим уређајима. Након извршених испитивања, како би видели колика је грешка направљена приликом мерења, вредност коефицијента стишљивости добијену на свим уређајима је потребно упоредити са теоријском а затим израчунати насталу грешку. Најмања грешка је направљена на уређају 2. Грешка на овом уређају је најмања, јер израчунати коефицијент стишљивости воде је истог реда величине као и теоријски коефицијент стишљивости воде. Док је на остала три уређаја коефицијент стишљивости воде мањи за једну децималу од теоријске стишљивости.

Пре испитивања, поред жеље за успешно извођење, ту је и идеја како побољшати уређај, како га учинити бољим, односно економичнијим. У табелама 10, 11, 12 и 13 дат је кратак преглед са економског аспекта. Извршено је поређење цена свих уређаја. Уређај који се показао најбољим, односно, економичнијим, јесте уређај 4.

7. Литература

- [1] <http://tesla.pmf.ni.ac.rs/people/nesiclj/predavanja/biologija/2010/glava6.pdf>, приступљено 10.05.2019.
- [2] <http://yousense.info/617265/are-liquids-compressible-researchgate.html>, приступљено 27.05.2019.
- [3] <https://slideplayer.com/slide/10713019/>, приступљено 27.05.2019.
- [4] http://menso88.weebly.com/uploads/1/7/5/8/17586891/1._fizicka_svojstva_fluida.pdf, приступљено 12.05.2019.
- [5] <https://www.oerafrica.org/FTPFolder/guyana/CCTI%20CD/CCTI%20CD/webs/10429/text/matter/matter.htm>, приступљено 27.05.2019.
- [6] Бранко Р. Обровић, Механика флуида, Факултет инжењерских наука, Крагујевац 2007.
- [7] <https://www.coursera.org/lecture/fluid-power/fluid-compressibility-l8lnR>, приступљено 28.05.2019.
- [8] Бранко Тадић, Обрадни процеси и специјалне машине и уређаји - монографија, Факултет инжењерских наука, Крагујевац 2006.
- [9] Вороњец, К., Обрадовић, Н., Механика флуида, Грађевинска књига, Београд, 1979.
- [10] <http://www.kpu.edu.rs/cms/data/rezultati/Materijal%20za%20polaganje%20ulaznog%20testa%20UuH.pdf>, приступљено 04.06.2019.
- [11] http://www.gaf.ni.ac.rs/fizika/doc/Radni%20listovi/03%20Vez_G0.pdf, приступљено 03.06.2019.
- [12] <http://www.gf.uns.ac.rs/~zbornik/doc/ZR20.09.pdf>, приступљено 05.06.2019.
- [13] <https://www2.irb.hr/korisnici/capan/naprezanje.pdf>, приступљено 05.06.2019.