

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Машинске конструкције и механизација

Предмет: Металне конструкције

Број индекса: 78/2009

Којић Зоран Ивана

**Прорачун и конструисање притиснутих штапова
сложеног попречног пресека**

Комисија за преглед и одбрану:

1. Др Весна Марјановић - **ментор**

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру завршног рада кандидат треба да прикаже различите примере:

- Извијање аксијално притиснутих штапова
- Конструктивно обликовање стубова оптерећених аксијалном притискујућом силом сложеног попречног пресека
- Пример прорачуна притиснутог стуба сложеног попречног пресека
- Комплетна конструкција стуба (са спојним лимовима, ножицом и главом)
- Закључак

Препоручена литература:

[1] Буђевац Д., Марковић З. и др., Металне конструкције, , Београд 2007

[2] Милосављевић М., Радојковић М. И Кузмановић Б., Основи челичних конструкција

[3] Бабин Н., Бркљач Н., Шостаков Р., Металне конструкције, ФТН издаваштво, Нови Сад 2006

[4] Николић Р., Марјановић В., Металне конструкције – Приручник за прорачуне, Машински факултет, Крагујевац, 1998.

[5] Петковић З., Острић Д., Металне конструкције у машиноградњи, Институт за механизацију Машинског факултета у Београду, Београд, 1996

Крагујевац, 29.03.2012.

ментор:
Др Весна Марјановић, доцент

Резиме

У овом раду су детаљно разматрани притиснути штапови сложеног попречног пресека. За разлику од затегнутих штапова чије се димензионисање своди на контролу напона у попречном пресеку код притиснутих штапова то није довољно. Проблем еластичне стабилности који се при овоме јавља решава се налажењем границе до које постоји стабилна равнотежа између унутрашњих и спољашњих сила. Посебна пажња у раду посвећена је прорачуну и конструисању притиснутих штапова сложеног попречног пресека (вишеделни штапови) чије су предности у могућности промене геометријских карактеристика (момената инерције) размицањем елемената. Целина се постиже местимичним спајањем самосталних елемената спољним лимовима или дијагоналама и вертикалама. За један конкретан пример у раду је дат комплетан прорачун штапа, спољних лимова, главе и подножја стуба.

Кључне речи: Притиснути штапови, извијање, стабилност, моменти инерције...

This paper discussed the details of a push rods with complex cross section. Unlike the strained rods whose sizing down to control the force in the cross section of pressed rods is not enough. Elastic stability problem that arises when this is solved by finding the extent where is a stable equilibrium between the internal and external forces. Particular attention is paid to the calculation and construction of compressed rods of complex cross section (multipart sticks) whose benefits and abilities to change the geometric properties (moment of inertia) were changing elements. Assembly is achieved by connecting the individual elements of the periodic external plates or diagonals and verticals. For a specific example, the paper gives a complete calculation merges with external plate, head and foot of the rods.

Садржај

1. Увод.....	5
2. Извијање аксијално притиснутих штапова.....	8
2.1 Линерана теорија еластичног извијања.....	10
2.2 Извијање у пластичној области.....	13
3. Конструктивно обликовање стубова оптерећених аксијалном притискујућом силом сложеног попречног пресека.....	15
3.1. Аксијално притиснути штапови константног вишеделног попречног пресека.....	15
3.2 Прорачун стабилности аксијано притиснутих штапова константног вишеделног пресека према JUS U.E7. 091/1986.....	19
3.2 Крива извијања.....	27
4. Пример прорачуна притиснутог стуба сложеног попречног пресека.....	30
4.1 Димензионисање и конструисање штапова.....	30
4.2 Димензионисање пресека стуба.....	30
4.3 Прорачун спојних лимова и њихове заковане везе за појасеве стуба.....	34
4.4 Прорачун закивака.....	36

4. 5 Прорачун главе стуба.....	38
4. 6 Прорачун ножице (постоља) стуба.....	41
5. Комплетна конструкција стуба (са спољним лимовима, ножицом и главом стуба).....	43
6. Закључак.....	44
Литература.....	45

1. Увод

Назив металне конструкције потичу од материјала од кога су конструкције изведене: бетона, дрвене или металне. Групу металних конструкција чини низ конструкција:

- а) мостови (друмски, железнички, пешачки, гвоздене скеле);
- б) разне врсте зграда;
- ц) бродови, авиони и возови;
- д) носеће конструкције индустријских постројења.



Слика 1.

Металне конструкције најчешће подразумевају челик, а у задњем периоду и алуменију и његове легуре, због мање специфичне тежине. Алуминијум се примењује код конструкција код којих тежина има значајну улогу. Постоје и спрегнуте конструкције које су израђене од више различитих материјала.

Облици пресека елемената и решења општег облика конструкције као целине, треба да омогуће најекономичније коришћење материјала и да задовољи намену и карактер оптерећења.

Под појмом штапа подразумева се онај елемент конструкције, чије су попречне димензије у поређењу са дужином мале, а оптерећени су првенствено подужним силама у правцу његове тежишне осе, затезним или притисним силама.

У случају притиснутих штапова, слично затегнутим, разликујемо *центрично*, односно аксијално притиснуте штапове у којих се нападна линија притискујуће силе поклапа са тежишном осом штапа и *ексцентрично* притиснуте штапове од којих нападна линија силе одступа од осе штапа.

Притиснуте штапове димензионишемо на основу решавања проблема еластичне стабилности штапа који се састоји у налажењу границе до које још постоји стабилна равнотежа између спољашњих и унутрашњих сила.

Када се штап састоји од два или више самосталних делова, који су само са места на место међусобно везани, назива се сложени штап. За случај да се састоји само од два самостална дела, називамо га дводелним штапом.

Самостални делови таквог штапа могу бити међусобом везани решеткастом испуном изразличног система или спољним лимовима од плочастог челика.

Притиснути штапови изводе се или као прости штапови од једног јединог ваљаног профила (I- профила, U- профила, Т-профила, угаоника) или као сложени штапови од више ваљаних елемената.

Сложени штапови могу се извести на два начина:

1) Поједини саставни делови везују се међусобом на читавој дужини штапа конструктивним закивцима или завареним шавовима у целину. Што се тиче дебљине конструктивних шавова, треба их узимати што тање, водити рачуна о дебљини елемената које се спајају у јединствени штап.

2) Саставни делови штапа су самостални и само се са места на место везују међусобом да би се избегло извијање ових делова пре него што би наступило извијање сложеног штапа као целине.

Пресек сложених притиснутих штапова треба тако изабрати да се са што мање материјала добију што већи моменти инерције у односу на обе главне осе пресека.

Међусобне везе самосталних делова остварују се у случају малих размака између делова са везицама од плоснатог или округлог челика, док за веће размаке самосталних делова, везе између ових делова постиже се испоном од спојних лимова на извесном размаку или решеткастом испуном.

Штапови имају велику примену и у изради машина већих оптерећења.



Слика 2. Роторни багер

2. ИЗВИЈАЊЕ АКСИЈАЛНО ПРИТИСНУТИХ ШТАПОВА

Димензионисање притиснутих штапова заснива се на основу решавања проблема еластичне стабилности штапа који се састоји у налажењу границе до које још постоји стабилна равнотежа између спољашњих и унутрашњих сила. Овај вид проблема еластичне стабилности назива се проблем извијања притиснутих штапова.

Велики број елемената у носећим челичним конструкцијама или њихових делова изложен је потпуном или делимичном притиску. Стубови, притиснути штапови решеткастих носача (појасни и штапови испуне) као и лучни носачи изложени су напону притиска по целој површини попречног пресека, док су гредни носачи, ригле и стубови оквира као и остали елементи оптерећени на савијање само делимично притиснути (попречни пресеци изложени притиску и затезању).

За разлику од аксијално затегнутих штапова, при разматрању елемената чији су макар и поједини делови попречног пресека притиснути, мора се водити рачуна о њиховој стабилности.

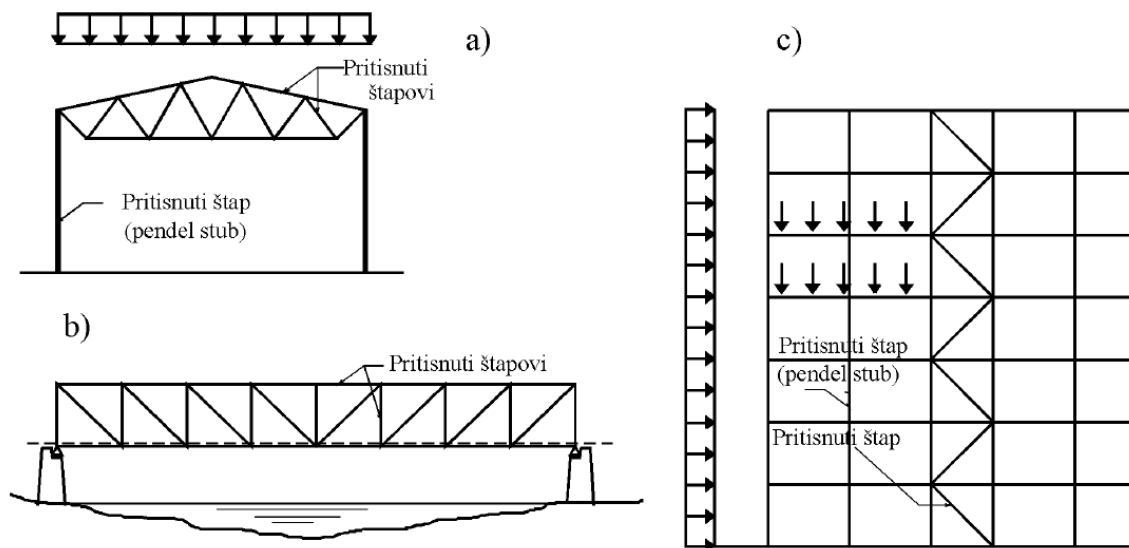
Може се рећи да напон притиска изазива појаве нестабилности челичних конструкција. Поље примене притиснутих штапова у грађевинским конструкцијама је изузетно велико, а неке могућности примене приказане су на слици 1.

Аксијално притиснути штапови се јављају као:

-појасни штапови и неки штапови испуне решеткастих носача у зградарству и мостостројарству (слика 3а, 3б)

-неки штапови хоризонталних и вертикалних спрегова у зградарству (слика 3с) и мостостројарству,

-стубови код индустријских и спратних зграда (слика 3а,с)



Слика 3. Неке могућности примене аксијално притиснутих штапова у челичним конструкцијама

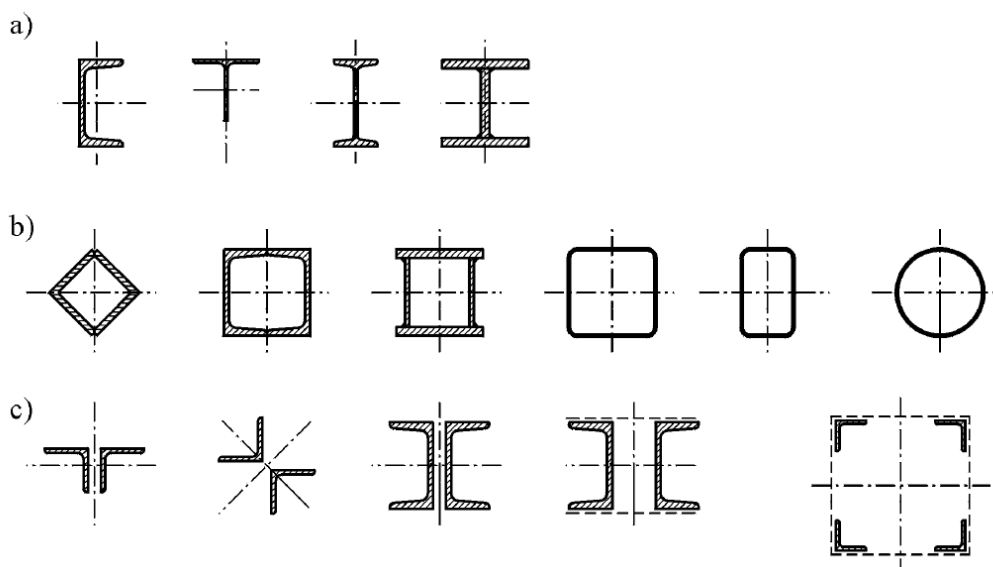
Код највећег броја притиснутих елемената гранична носивост није условљена критеријумом носивости, већ критеријумом стабилности. Појам стабилности може се, најједноставније, дефинисати као проблем "превременог" лома конструкције. Услед нестабилности притиснутих елемената, долази до исцрпљења носивости попречног пресека пре достизања допуштених напона.

Челични елементи се изводе као танкозитни (отворени или затворени) елементи, због тога што је челик материјал са високим механичким карактеристикама, поред тога је и релативно скуп, па се јављају сви проблеми везани за стабилност танкозитних носача, као бочно извијање и избочавање.

Попречни пресеци аксијално притиснутих штапова могу се изводити од једног или више међусобно повезаних делова. Према томе може се извршити подела на једноделне или вишеделне попречне пресеке. Ова подела није само систематска већ и суштинска, јер се начин прорачуна аксијално притиснутих штапова једноделног и вишеделног пресека битно разликује. Као једноделни попречни пресеци користе се ваљани или заварени профили отвореног попречног пресека приказани на слици 4а.

Због уједначених геометријских карактеристика за обе главне осе инерције, изузетно су рационални шупљи профили, првенствено цеви, мада се веома често употребљавају и сандучасти профили добијени заваривањем од ваљаних профила или лимова (слика 4б).

Широку примену имају и различити облици вишеделних попречних пресека, који се често користе, у мостоградњи и зградарству (слика 4с).



Слика 4. Попречни пресеци аксијално притиснутих штапова

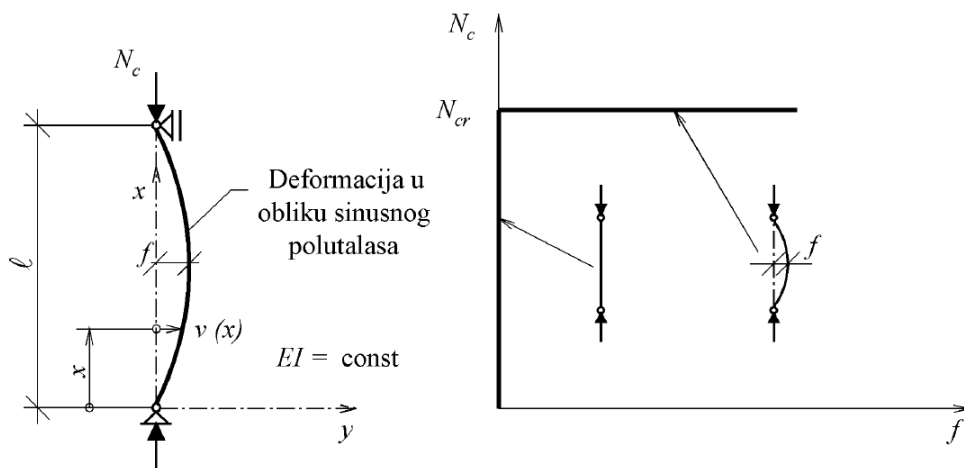
2.1 ЛИНЕАРНА ТЕОРИЈА ЕЛАСТИЧНОГ ИЗВИЈАЊА

Проблем извијања аксијално притиснутог штапа у еластичној области први је обрадио Ојлер (*Euler*) 1744. године. Он је разматрао извијање идеалног аксијално притиснутог штапа. Основне претпоставке на којима се заснива Ојлерова теорија еластичног извијања су:

- штап је идеално прав (нема геометријских имперфекција),
- штап је зглобно ослоњен на оба краја,
- попречни пресек је константан и једноделан,
- спречене су торзионе деформације и
- материјал је хомоген, изотропан и линеарно еластичан.

Осим ових претпоставки, сматра се да је крива $N-f$ (нормална сила - угиб) билинеарна, као што је приказано на слици 4. За све силе $N < N_{cr}$, нема бочних померања ϕ , што значи да нема ни извијања све док се не достигне $N = N_{cr}$.

Овај проблем назива се проблем бифуркационе стабилности.



Слика 5. Извијање аксијално притиснутог штапа

Да би се одредила вредност критичног оптерећења мора се посматрати деформисано стање штапа. Основну диференцијалну једначину овог проблема можемо извести од услова равнотеже деформисаног штапа.

Момент савијања услед нормалне силе у произвољном пресеку је:

$$M = N_c \cdot v(x) \quad (2.10)$$

Ако се у диференцијалну једначину савијања штапа:

$$v''(x) = -M / EI \quad (2.11)$$

уврсти момент у функцији померања v , добија се следећа диференцијална једначина:

$$v''(x) + k^2 v(x) = 0 \quad (2.12)$$

где је:

$$k^2 = N_c / EI \quad (2.13)$$

Једначина $v''(x) + k^2 v(x) = 0$ (2.13) је диференцијална једначина извијања аксијално притиснутог штапа. То је диференцијална једначина другог реда са константним коефицијентима (N_c и EI су константе) чије се опште решење може претпоставити у следећем облику:

$$v(x) = A \cdot \sin kx + B \cdot \cos kx \quad (2.14)$$

Увођењем граничних услова:

$$v(0) = 0 \text{ и } v(l) = 0 \quad (2.15)$$

из услова о егзистенцији нетривијалног решења добија се:

$$N_{cr} \equiv N_E = \pi^2 \frac{EI}{l^2} \quad (2.16)$$

где су:

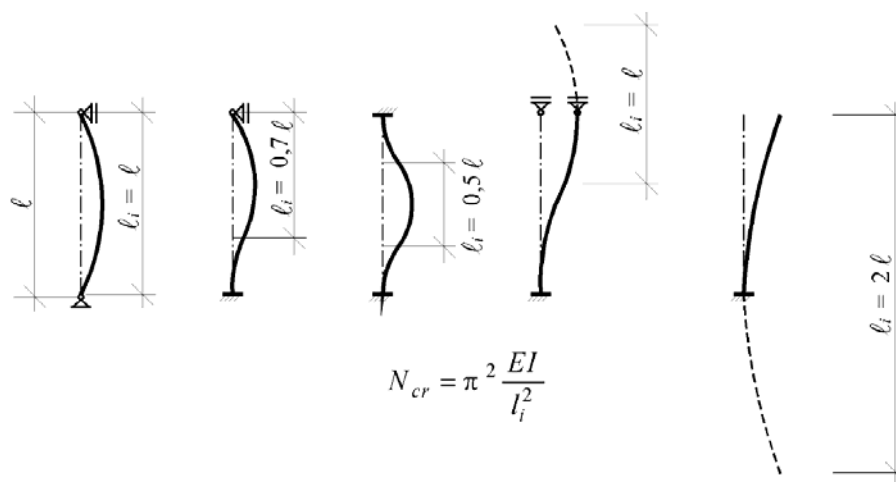
E модул еластичности,

I момент инерције попречног пресека у равни извијања,

l дужина штапа.

Извијање обострано зглобно ослоњеног штапа основни је случај извијања. Могуће је, међутим, одредити критичну силу и за штапове са другачијим условима ослањања увођењем појма *дужина извијања* l_i . Ако се у изразу $N_{cr} \equiv N_E = \pi^2 \frac{EI}{l^2}$ (2.16) дужина штапа замени дужином извијања добија се релација која важи и за друге случајеве ослањања.

На слици 6. приказане су дужине извијања штапова са различитим условима ослањања.



Слика 6. Дужина извијања штапова у функцији услова ослањања

Критични напон извијања може се лако одредити када је позната критична сила:

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot EL}{l_i^2 A} = \pi^2 \frac{E}{\lambda_i^2} \quad (2.17)$$

где су:

A површина попречног пресека,

$i = I / A$ полупречник елипсе инерције,

λ_i виткост штапа.

На основу претходне једначине (2.17) може се закључити да критични напон извијања зависи само од виткости елемената јер је у линеарно еластичној области модул еластичности $E = \text{const}$. Критични напон се мења у функцији виткости λ_i по закону хиперболе (Ојлерове хиперболе).

Челик је, као већина осталих реалних материјала еласто-пластичан. Он поседује еластичне особине само до одређеног нивоа напрезања ($\sigma < f_p$), а при вишим напонима долази до пластификације. У пластичној области више не важи претпоставка о линеарно еластичној вези напона и деформације, па је област примене Ојлерове хиперболе ограничена.

2.2 ИЗВИЈАЊЕ У ПЛАСТИЧНОЈ ОБЛАСТИ

Како је домен примене Ојлерове линеарне теорије еластичног извијања ограничен само на напоне мање од границе пропорционалности ($\sigma < f_p = 0,8 \cdot f_y$), јавља се потреба за дефинисањем закона промене критичног напона извијања σ_{cr} у области нелинеарног понашања материјала. Проблем стабилности притиснутих штапова у пластичном подручју решен је на два начина: експерименталним и теоријским путем.

Прве експерименте у овој области вршио је Баушингер (*Baushinger*), док је прве изразе за везу напона и виткости у пластичној области дао Тетмајер (*Tetmayer*). Тетмајер је предложио линеарну везу између критичног напона и виткости у пластичној области:

$$\sigma_{cr} = f_y \text{ за } 0 < \lambda < \lambda_p$$

$$\sigma_{cr} = C_1 - C_2 \cdot \lambda \text{ за } 0 < \lambda < \lambda_p$$

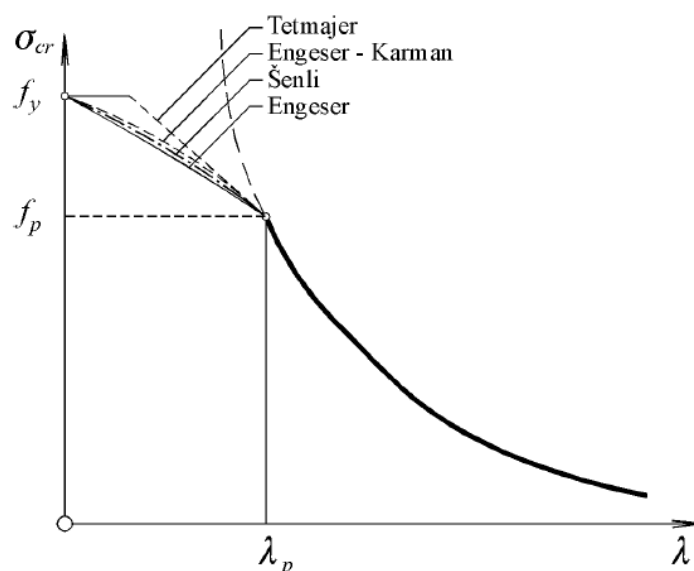
где је

$$\lambda_p = \pi \sqrt{E/f_p} \text{ виткост на граници пропорционалности.}$$

Теоријска истраживања потичу од немачког научника Енгесера (*Engesser*) који је у својим истраживањима обухватио промену модула еластичности у пластичној области уводећи тангентни модул еластичности ($E_T = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$) који је по облику сличан Ојлеровом обрасцу. Касније су се многи научници бавили овом проблематиком углавном ослањајући се на Енгесерова истраживања.

Међу њима су и Карман (*Karman*) и Шенли (*Shanley*) који су извршили модификацију Енгесерове криве.

На слици 7 приказане су неке од најзначајнијих кривих извијања у пластичној области.



Слика 7. Крива извијања у пластичној области

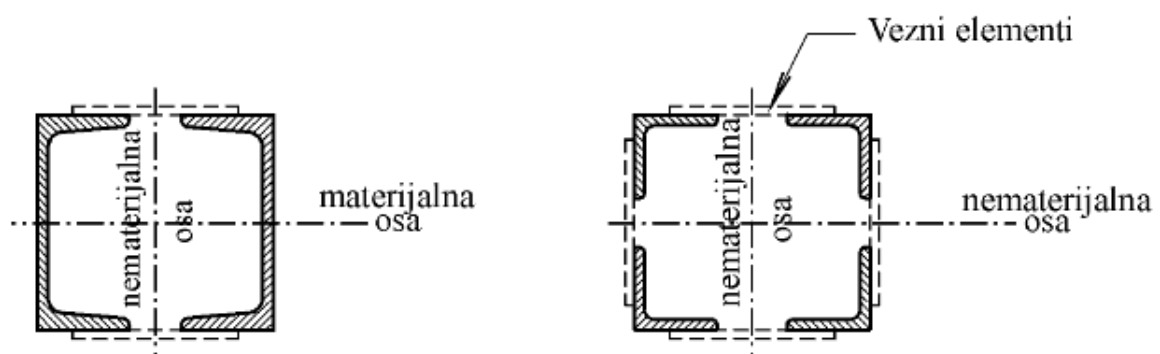
3. КОНСТРУКТИВНО ОБЛИКОВАЊЕ СТУБОВА ОПТЕРЕЋЕНИХ АКСИЈАЛНОМ ПРИТИСКУЈУЋОМ СИЛОМ СЛОЖЕНОГ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА

3.1 АКСИЈАЛНО ПРИТИСНУТИ ШТАПОВИ КОНСТАНТНОГ ВИШЕДЕЛНОГ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА

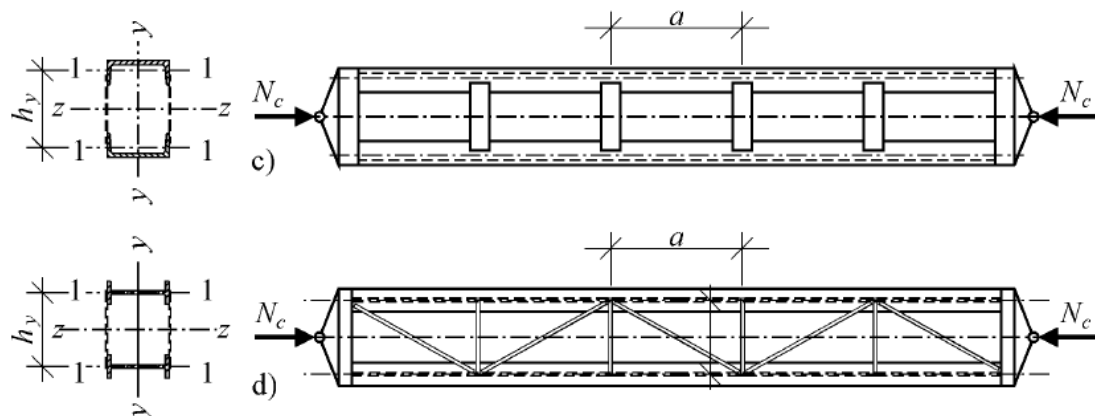
Карактеристике вишеделних штапова:

- Попречни пресек се састоји од више самосталних елемената који су местимично повезани;
- Размицањем самосталних елемената повећавају се геометријске карактеристике поперечног пресека;
- Рационалност у погледу утрошеног материјала;
- Више рада за израду вишеделног штапа;
- Једна од главних оса инерције је нематеријална;
- Другачије понашање у односу на једноделне штапове.

Једна од бољих особина због које се вишеделни штапови све чешће примењују је минимални утошак материјала. Вишеделни штапови се састоје од два или више самосталних елемената који су постављени на одређеном растојању и местимично су повезани (слика 8).



а) Пресек са једном материјалном и једном не материјалном осом б) Пресек са обе нематеријалне осе



Слика 8. Различити типови вишеделних штапова и њихових попречних пресека

Ови самостални елементи постављени су на извесном растојању од тежишта укупног пресека, па је на тај начин повећан момент инерције у односу на једну од главних оса без значајног повећања утrophка материјала. Код вишеделних штапова карактеристична је појава нематеријалне осе која је једна од главних оса попречног пресека. Нематеријална оса не сече ни један самостални елемент, односно не пролази кроз пуни део попречног пресека.

Друга главна оса може бити такође нематеријална, али је чешће материјална. Материјална оса, супротно нематеријалној, пролази кроз попречни пресек самосталних елемената. Везни елементи, којима се самостални елементи повезују, постављају се увек у равнима управним на нематеријалну осу.

Самостални елементи су међусобно повезани везним елементима на одређеном еквидистантном растојању ($a = \text{const}$). У зависности од облика и врсте везних елемената разликују се два типа вишеделних штапова: *рамовски* и *решеткасти*. Код рамовског типа везни елементи су пречке, а код решеткастих дијагонале и вертикале. Пречке се обавезно постављају на крајевима елемента и бар у трећинама дужине.

Гранична носивост вишеделног штапа на извијање око нематеријалне осе може се, међутим, одредити на исти начин као и код једноделног монолитног штапа, ако је растојање везних елемената $a < 15 \cdot i_1$.

У супротном случају постоји битна разлика, која се, пре свега, огледа у томе што код једноделних штапова ребро, уз релативно ниско искоришћење напона, прима трансверзалне силе, па се њихов утицај на деформацију носача може занемарити.

Код вишеделних пресека се, услед непостојања ребра, при извијању око нематеријалне осе мора узети у обзир учешће смицања на деформацију штапа.

$$v = v_M + v_V \quad (3.10)$$

где је:

v_M угиб услед момента савијања,

v_V угиб услед трансверзалних сила.

У колико се посматра вишеделни штап рамовског типа са почетном геометријском имперфекцијом, оптерећен аксијалном силом притиска која расте постепено од 0 до граничне вредности, може се уочити да од самог почетка уношења оптерећења долази до појаве савијања штапа као целине (услед почетне имперфекције јавља се момент савијања ($M_0 = N_c \cdot f_0$)).

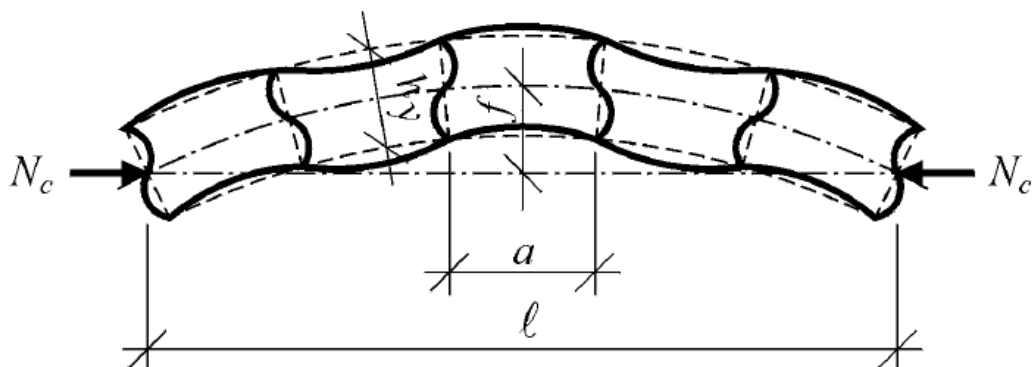
Попречне деформације изазване савијањем утичу на повећање момента савијања (расте стрела параболе $M = N_c \cdot f$; $f > f_0$), који изазива поновно повећање деформација.

Попречне деформације се нелинеарно повећавају са порастом оптерећења, што има за последицу и нелинеаран пораст аксијалне силе у самосталним елементима.

Највећа аксијална сила јавља се у самосталном елементу у средини распона и то у елементу са конкавне стране вишеделног штапа.

Насупрот томе, највећи утицаји у спојним елементима јављају се на крајевима штапа где су нагиб еластичне линије и трансверзална сила максимални.

Експериментална исраживања су показала да је гранична носивост вишеделног штапа достигнута када се исцрпи носивост, односно, стабилност најоптерећенијег самосталног елемента (слика 9) или, код решеткастих вишеделних штапова, најоптерећенијег штапа испуне.



Слика 9. Деформације рамовског штапа

Дифернцијална једначина извијања вишеделног штапа може се добити аналогно Ојлеровој диференцијалној једначини извијања једноделног штапа уз увођење утицаја трансверзалних сила на деформацију. Такође се и геометријске интерференције предпостављају у облику синусног полуталаса.

$$v_0(x) = f_0 \cdot \sin \frac{\pi}{l} x \quad (3.11)$$

где је f_0 почетна стрела штапа.

Момент савијања и трансверзална сила у штапу могу се написати:

$$M = N_c \cdot (v + v_0) \quad (3.12)$$

$$V = \frac{dM}{dx} \quad (3.13)$$

Кривина штапа једнака збиру кривина услед момента и трансверзалне силе:

$$\chi = \chi_M + \chi_V = v_M'' + v_V = v'' \quad (3.14)$$

Део кривине услед момента износи:

$$v_M'' = -\frac{M}{EI} = -\frac{N_c}{EI} \cdot (v + v_0) \quad (3.15)$$

док се део кривине услед смичућих сила одређује на основу клизања γ :

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = k \cdot \frac{V}{GA} \quad (3.16)$$

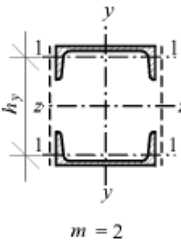
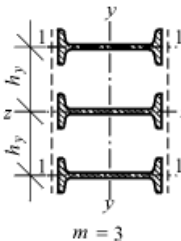
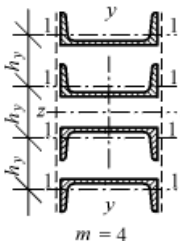
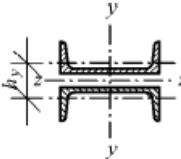
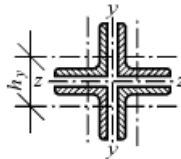
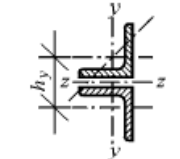
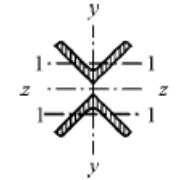
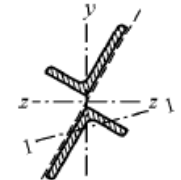
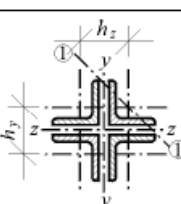
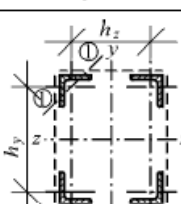
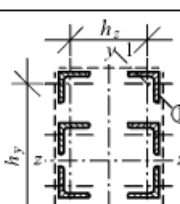
гдесу:

k коефицијентсмицањазависанодобликапопречногпресека,

G модул клизања.

3.2 ПРОРАЧУН СТАБИЛНОСТИ АКСИЈАЛНО ПРИТИСНУТИХ ШТАПОВА КОНСТАНТНОГ ВИШЕДЕЛНОГ ПРЕСЕКА ПРЕМА JUS U.E7. 091/1986

Циљ овог стандарда је провера глобалне и локалне стабилности вишеделних центрично притиснутих штапова. Штаповису, према облику попречног пресека, подељени у четири групе. Ова подела приказана је у оквиру табеле 1.

Tip	Opis	Oblik preseka		
1	Višedelni štapovi koji imaju bar jednu materijalnu osu	 $m = 2$	 $m = 3$	 $m = 4$
2	Višedelni štapovi koji imaju jednu materijalnu osu i kod kojih je čisto rastojanje između samostalnih elemenata jednako debljini čvornog lima	 $m = 2$	 $m = 3$	 $m = 4$
3	Dvodelni štapovi od ukrštenih ugaonika	 $m = 2$	 $m = 3$	
4	Višedelni štapovi koji nemaju materijalnu osu	 $m_y = m_z = 2$	 $m_y = m_z = 2$	 $m_y = 2, m_z = 4$

Табела 1. Подела вишedelних штапова

Провера стабилности на извијање око материјалне осе за пресек штапа 1 и 2 врши се на основу стандарда за аксијално притиснуте штапове једноделног пресека. За пресеке састављене од 2 угаоника (штап 3) такође се може спровести доказ стабилности према JUS U.E7.081 под условом да је растојање везних елемената $a \leq 70 imin$, где је $imin$ минимални полупречник инерције самосталног елемента.

Виткостоваквих штапова одређује се на основу израза:

$$\lambda_y = \frac{l_i}{i_y} \quad (3.20)$$

где је:

i_y полупречник инерције око материјалне осе у-у,

li дужина извијања штапа једнака средњој вредности дужина извијања штапа у равни носача и изван ње ($\beta_i = 0,9$).

Одређивање коефицијента извијања χ добија се према кривама извијања, а на основу облика попречног пресека (JUS U.E7.081),односно помоћу израза;

$$\sigma_N = \frac{N_c}{A} \leq \sigma_{i,dop} = \chi \cdot \sigma_{dop} = \chi \frac{f_y}{v} \quad (3.21)$$

$$\text{или у бездимензионалном облику, } \overline{\sigma_N} = \frac{1}{\chi} \cdot \frac{\gamma \cdot N_c}{N_{pl}} \leq 1 \quad (3.22)$$

где су:

N_c нормална сила притиска,

A површина попречног пресека,

σ_N нормални напон услед аксијалне силе притиска,

σ_{dop} допуштен нормални напон,

$\sigma_{i,dop}$ допуштен нормални напон извијања,

f_y граница развлачења челика,

$N_{pl} = f_y \cdot A$ пластична отпорност попречног пресека,

$\chi = \sigma_{cr,i} / f_y$ бездимензионални коефицијент извијања,

$\sigma_{cr,i}$ критични напон извијања,

v коефицијент сигурности,

γ фактор сигурности.

Утицај смичућих сила се узима у обзир тако што се коефицијент извијања χ (добijen из следећег израза):

$$\chi = \left\{ \frac{\frac{1}{2}}{\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\bar{\lambda}^2}} \right\} \quad (3.23)$$

где је:

$$\beta = 1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \quad (3.24)$$

добија на основу еквивалентне релативне виткости ($\bar{\lambda}_{z,eq}$) за извијање око нематеријалне осе. Еквивалентна релативна виткост може да се одреди на основу критичне силе за извијање око нематеријалне осе $N_{cr,V}$ на следећи начин:

$$\bar{\lambda}_{z,eq} = \sqrt{N_{pl}/N_{cr,p}} \quad \text{или преко еквивалентне виткости:} \quad (3.25)$$

$$\lambda_{z,eq} = \sqrt{\lambda_z^2 + \frac{m}{2} \lambda_f^2} \Rightarrow \quad (3.26)$$

$$\bar{\lambda}_{z,eq} = \frac{\lambda_{z,eq}}{\lambda_1}$$

где су:

$\bar{\lambda}_{z,eq}$ еквивалентна релативна виткост вишеделног штапа за нематеријалну осу $z-z$,

N_{pl} пластична отпорност попречног пресека ($N_{pl} = f_y \cdot A$),

A укупна површина попречног пресека $A = \sum_{i=1}^r A_i$,

$N_{cr,V}$ критична сила извијања вишеделног штапа,

λ_z виткост за осу $z-z$, без утицаја трансверзалних сила,

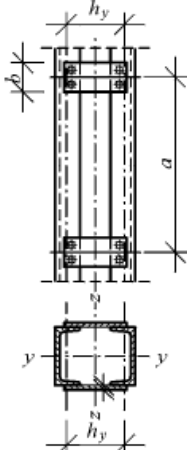
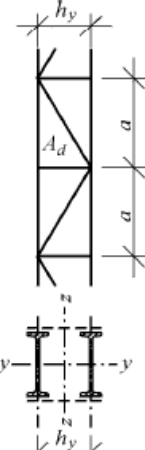
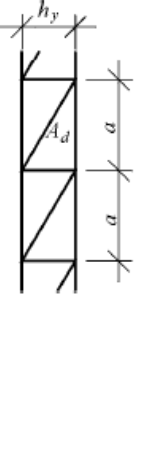
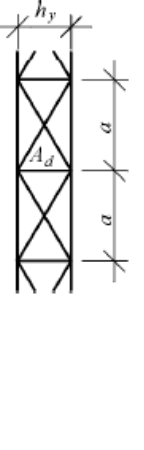
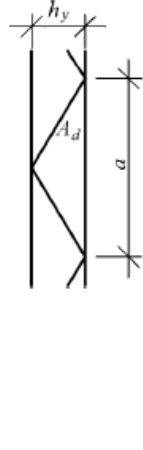
r број самосталних елемената,

m број самосталних елемената у једном правцу,

λ_f виткост самосталног елемента, односно појаса,

λ_1 виткост на граници развлачења према изразу.

Вредности крутости на смицање S_y за критичну силу извијања N_{cr}, V_y зависности од типа штапа и врсте испуне приказане су у табели 2.

	Ramovski štap	Rešetkasti štap			
					
S_y	$2 \frac{\pi^2 \cdot EI_f}{a^2}$	$n \cdot EA_r \cdot \frac{a \cdot h_y^2}{d^3}$			
λ_f	$\frac{a}{i_f}$	$\pi \sqrt{\frac{A}{n \cdot A_r} \cdot \frac{d^3}{a \cdot h_y^2}}$			
A_r		A_d	A_d	$2A_d$	$0,5A_d$
n - broj paralelnih ravni u kojima su postavljeni spojni limovi ili štapovi ispune d - sistemna dužina dijagonale					

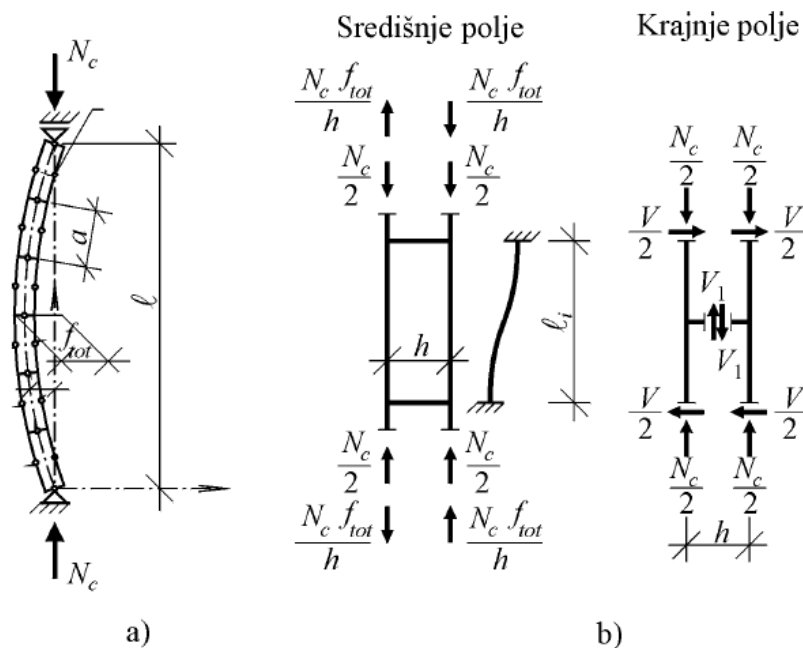
Табела 2. Вредности крутости на смицање S_y за различите типове вишеделних штапова

У табели су такође приказани и изрази за одређивање виткости самосталних елемената λ_f . Попречни пресек дијагонале обележен је са A_d , док A_r представља рачунску површину на основу које се одређује S_y и λ_f за решеткасте носаче, а у зависности од типа испуне.

Осим провере глобалне стабилности (извијање око нематеријалне и материјалне осе) неопходно је извршити и контролу локалне стабилности самосталних елемената и то у средини и на крају вишеделног штапа.

У средини штапа, услед извијања, уз нормалну силу јавља се и максималан момент савијања $M = N_c \cdot f$. Овај момент изазива додатно аксијално напрезање самосталних елемената као што је приказано на примеру дводелног штапа са слике 10.

Један самостални елемент трпи додатну силу притиска услед дејства момента савијања, док је други растерећен услед силе затезања.



Слика 10. а) Прорачунски модел; б) Распоред пресечних сила

Максимална нормална сила у самосталном елементу износи:

За дводелни штап:

$$N_f = \frac{N_c}{r} + \frac{M_z}{W_z} A_f \text{ или упрошћено } N_f = \frac{N_c}{2} + \frac{M_z}{h} \quad (3.27)$$

Где је:

$$M_z = \frac{N_c \cdot f}{1 - \frac{v \cdot N_c}{N_{cr,V}}} = \frac{N_c \cdot f}{1 - \frac{v \cdot N_c}{N_{pl}} \lambda_{z,eg}^2} \quad (3.28)$$

W_z отпорни момент у односу на тежишну осу најудаљенијег елемента ($W_z = I_z / y_{f,max}$),

f_0 почетна геометријска имперфекција ($f_0 = l / 500$).

Провера стабилности самосталног елемента у средини штапа врши се са нормалном силом N_f и виткошћу λ_f (на основу табеле 2), према JUSU.E7.081.

У крајњем пољу вишеделног штапа доминантан је утицај трансверзалних сила. Како је момент савијања функција угиба, а овај је претпостављен у облику синусне функције, добија се:

$$M = N_c \cdot (v + v_0) = N_c \cdot f \cdot \sin \frac{\pi}{l} x \quad (3.29)$$

Трансверзална сила, према томе, може да се одреди на следећи начин:

$$V = \frac{dM}{dx} = N_c \cdot f \cdot \frac{\pi}{l} \cdot \cos \frac{\pi}{l} x \quad (3.30)$$

Максимална вредност трансверзалне силе је, дакле:

$$V_{max} = N_c \cdot f \cdot \frac{\pi}{l} = \frac{\pi}{l} \cdot \frac{N_c \cdot f_0}{1 - v \frac{N_c}{N_{cr,V}}} \quad (3.31)$$

Максимални момент савијања у самосталном елементу на крају штапа је:

$$M_f = \frac{maxV}{r} \cdot \frac{a}{2} \quad (3.32)$$

Доказ носивости самосталног елемента у крајњем пољу врши се на основу следећег израза:

$$\sigma_{max} = \frac{N_c}{r} + \frac{M_f}{W_f} \leq \sigma_{dop} \quad (3.33)$$

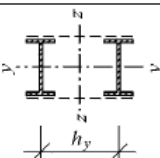
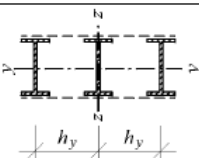
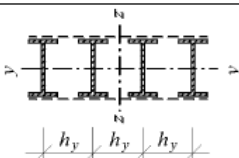
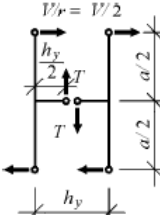
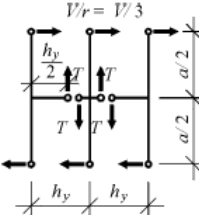
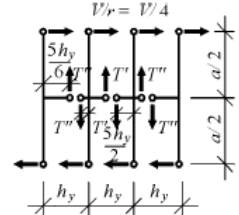
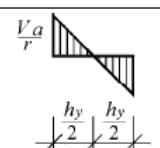
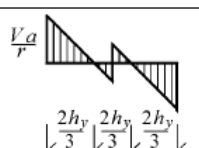
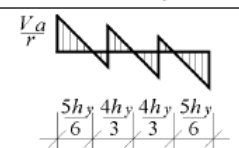
где је W_f отпорни момент самосталног елемента у односу на осу 1-1.

Поред провере глобалне и локалне стабилности вишеделног штапа неопходно је извршити контролу напона у везним елементима. Код вишеделних штапова рамовског типа спојни лимови прорачунавају се да приме утицаје смичућих сила V и момената M . Вредности утицаја V и M за поједине штапове вишеделних пресека приказане су у табели 3.

Штапови испуне код вишеделних носача решеткастог типа димензионишу се да приме нормалну силу:

$$max N_{c,d} = \frac{maxV}{n} \cdot \frac{d}{h_y} \quad (3.34)$$

где је n број паралелних равни у којима је постављена решеткаста испуна,
 d дужина дијагонале.

	Opis	$r=2$	$r=3$	$r=4$
1	Presek višedelnog štapa			
2	Utjecaji u jediničnom polju štapa			
3	Presečna sila T u spojnim limovima	$T = \frac{V \cdot a}{h_y}$	$T = \frac{V \cdot a}{2h_y}$	$T' = 0,4 \frac{V \cdot a}{h_y}$ $T'' = 0,3 \frac{V \cdot a}{h_y}$
4	Momentni dijagram u spojnim limovima			

Табела 3. Пресечне силе код везних елемената вишеделних штапова рамовског типа

Такође је потребно прорачунати везе спојних лимова односно штапова испуне за самосталне елементе према утицајима на основу којих су везни елементи димензионисани. Дакле везе спојних лимова се димензионишу на основу M и V , а везе решеткастих штапова испуне према $\max N_c, d$. При пројектовању вишеделних штапова треба водити рачуна и о конструктивним детаљима.

Број поља на који је штап подељен не сме бити мањи од три, а њихове дужине треба да буду једнаке. Код рамовских штапова обавезно је постављање спојних лимова и на крајевима штапа.

Везе спојних лимова односно решеткасте испуне за самосталне елементе остварују се заваривањем или завртњевима који не дозвољавају проклизавање (упасовани, преднапрегнути).

Уколико се употребљавају неупасовани завртњеви долази до наглог бочног померања и повећања почетних геометријских имперфекција (v_o), па је неопходно смањити смичућу крутост S_y дељењем са фактором 1,3, односно увећати виткост самосталног елемента фактором $\sqrt{1.3}$.

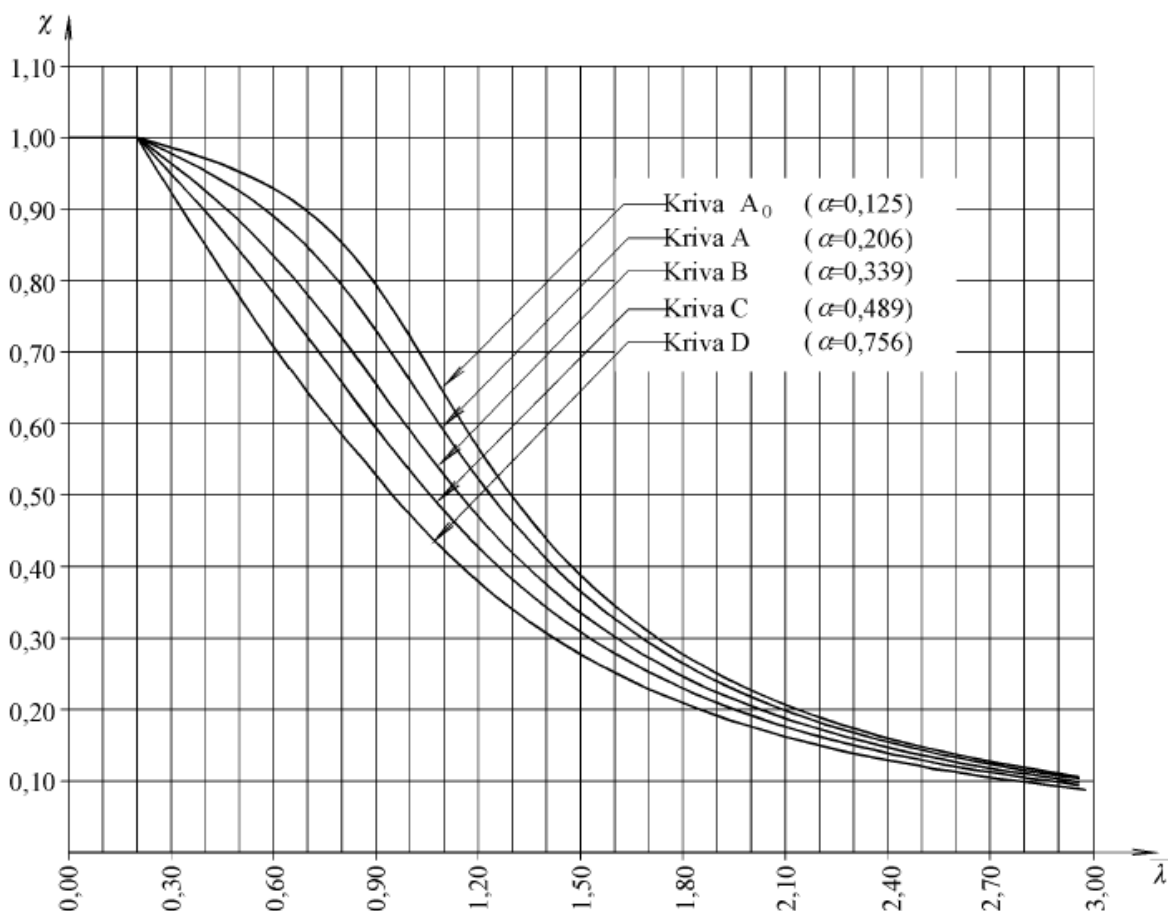
Штапови типа 2, 3 и 4.1 уместо спојних лимова имају везице. За штапове попречног пресека 3 и 4.1 дозвољено је постављање везица наизменично у две међусобно управне равни. Код вишеделних штапова типа 4.2 и 4.3 неопходно је предвидети попречна укрућења на местима спојних лимова односно у чворовима решеткасте испуне, како би се очувао непромењен облик попречног пресека.

3.2 Крива извијања

У изразу (3.24) α представља степен еквивалентних геометријских интерфекција и има вредности у зависности од криве извијања. У табели 4. дате су вредности α у зависности од криве извијања.

Kriva izvijanja	Ao	A	B	C	D
α	0,125	0,206	0,339	0,489	0,756

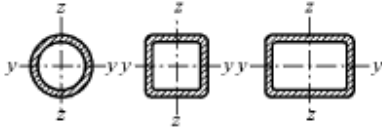
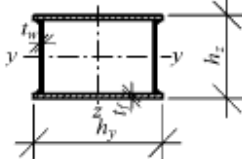
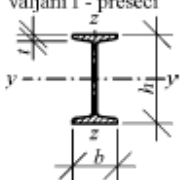
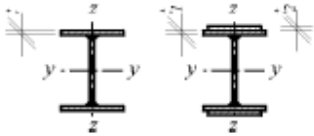
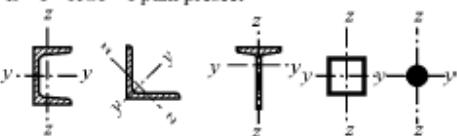
Табела 4. Вредности коефицијента геометријске несавршености α за различите криве извијања.



Слика 11. Крива извијања

JUS предвиђа пет кривих извијања A₀, A, B, C и D од којих су три основне (A, B и C). Крива A обухвата пресеке у чијим се ивичним влакнима јављају заостали напони затезања, док кривој C припадају пресеци са заосталим напонима притиска. Крива B је између ова два крајња случаја. Ако се ради о елементима израђеним од челика бољег квалитета са $f_y \geq 43,0 \text{ kN/cm}^2$ примењују се криве A₀, A и B уместо кривих A, B, C.

За пресеке код којих је дебљина $t > 40 \text{ mm}$, примењује се крива D. Класификација поједињених врста попречног пресека према припадајућим кривама извијања приказана је у табели 5.

Tip poprečnog preseka ¹⁾		Izvijanje upravno na osu	Kriva ^{2) 3)} izvijanja
Šuplji profili 		y-y z-z	A
Zavareni sandučasti preseci 	Konstruktivni šavovi	y-y z-z	B
	Debeli šavovi (puni provar)	y-y z-z	C
Valjani I - preseci 	$h/b > 1,2$ $t < 40 \text{ mm}$	y-y z-z	A(A ₀) B(A)
	$h/b \leq 1,2$ $t \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	B(A) C(B)
	$t > 40 \text{ mm}$	y-y z-z	D
Zavareni I - preseci 	$t \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	B C
	$t > 40 \text{ mm}$	y-y z-z	C D
U - L - T - HOP - I puni preseci 		y-y z-z	C

Табела 5. Избор криве извијања за различите облике попречних preseка и осе извијања.

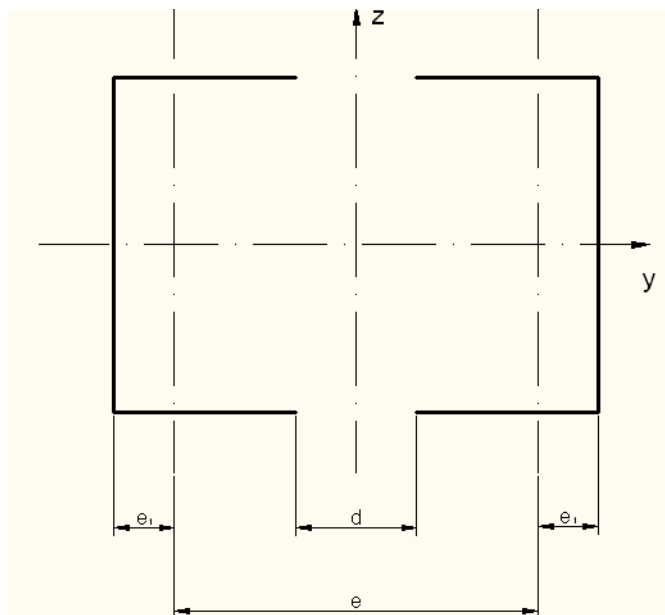
4. Пример прорачуна притиснутог стуба сложеног попречног пресека

4.1 Димензионисање и конструисање штапова

Стуб висине $h=8,00$ m прима притисак од 840 kN (I случај оптерећења). Облик попречног пресека је као на слици (□□). Димензионисати и конструисати стуб, главу стуба и ножицу стуба од Č 0361.

$$\sigma_{dop}=160 \text{ MPa} \quad (\text{Tab. 2.11. str 55 MK})$$

4.2 Димензионисање пресека стуба



Слика 12. Предложени облик попречног пресека

Усваја се за прву пробу профил $\square 26$ са подацима:

$$I_{y1} = 4\,823 \text{ cm}^4$$

$$I_{z1} = 317 \text{ cm}^4$$

$$A_1 = 48,3 \text{ cm}^2$$

$$i_{z1} = i_1 = 2,56 \text{ cm}$$

$$i_{y1} = 9,99 \text{ cm}$$

$$e_1 = 2,36 \text{ cm}$$

$$e_2 = 6,64 \text{ cm}$$

За пресек стуба $2\square 26$ је:

$$I_y = 2 I_{y1} = 2 \cdot 4\,823 = 9\,646 \text{ cm}^4$$

$$i_y = i_{y1} = 9,99 \text{ cm}$$

$$\lambda_y = \frac{h}{i_y} = \frac{800}{9,99} = 80$$

из таблица $\omega_y = 1,52$ (ČN 24 стр. 94. МК)

$$\sigma_{\omega_y} = \frac{F}{A_1} \cdot \omega_y = \frac{840}{2 \cdot 48,3} \cdot 1,52 = 132,1 \text{ МПа} < \sigma_{dop} = 160 \text{ МПа}$$

Пресек $2\square 26$ је добро изабран сто се тиче стабилности на извијање око осе у-у. Потребно је испитати да ли пресек задовољава критеријум стабилности и око z-z осе.

Како је размак $d=?$ то ћемо да одредимо из ослова да је материјал искоришћен на извијање око z-z осе до $\sigma_{dop} = 160 \text{ МПа}$.

$$\sigma_{\omega_z} = \frac{F}{A_1} \cdot \omega_z = \sigma_{dop}$$

$$A = 2 \cdot A_1 \Rightarrow$$

$$\omega_{z_1} = \frac{2 \cdot A_1 \cdot \sigma_{dop}}{F} = \frac{2 \cdot 48,3 \cdot 16}{840} = 1,84$$

$$\omega_{z_1} = 1,84$$

из таблица $\Rightarrow \lambda_{z_1} = 95$ (ČN 24 стр. 94. МК)

са друге стране је:

$$\lambda_{z_1} = \sqrt{\lambda_z^2 + \lambda_1^2}$$

λ_z – виткост штапа у односу на z-z осу

λ_1 – виткост једног појаса

$$\lambda_1 = \frac{C}{i_1} = \frac{100}{2,56} = 39,06 \quad i_{z_1} = i_1 = 2,56 \text{ cm}$$

C – размак средишта спојних лимова

За размак спољних лимова изабраћемо C= 100 cm

$$\lambda_z = \sqrt{\lambda_{z_1}^2 + \lambda_1^2} = \sqrt{95^2 + 39,06^2} = 86,59$$

$$\lambda_z = \frac{h}{i_z} = \frac{800}{9,23} = 86,59$$

$$i_z = \frac{h}{\lambda_z} = \frac{800}{86,59} = 9,23$$

$$i_z \neq i_{z_1}$$

Сада је:

$$I_z = 2 (I_{z_1} + X_{c_1}^2 A_1) = 2 (I_{z_1} + \frac{e^2}{4} A_1) = i_z^2 A$$

$$I_z = 9,23^2 \cdot 2 \cdot 48,3 = 8\,230 \text{ cm}^4 \quad e = ?$$

$$I_z = 2 (I_{z_1} + \frac{e^2}{4} A_1) = 2 (317 + \frac{e^2}{4} \cdot 48,3) \Rightarrow$$

$$e = 17,8 \text{ cm}$$

$$\text{за } e = 17,8$$

$$d = e - 2e_2 = 17,8 - 2 \cdot 6,64 = 4,5 \text{ cm}$$

$$\text{усвајам } \underline{d = 5 \text{ cm}}$$

$$\text{за } d = 5 \text{ cm}$$

$$I_z = 2 (I_{z_1} + \frac{e^2}{4} A_1) = 2 (317 + \frac{18,28^2}{4} \cdot 48,3) = 8\,703,92 \text{ cm}^4$$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{8\,703,92}{96,6}} = 9,49$$

$$\lambda_z = \frac{h}{i_z} = \frac{800}{9,49} = 85$$

$$e = d + 2e_2 = 5 + 2 \cdot 6,64 = 18,28 \text{ cm}$$

Котрола стабилности на извијање око z-z осе:

$$\lambda_{z_1} = \sqrt{\lambda_z^2 + \lambda_1^2} = \sqrt{85^2 + 39,06^2} = 94$$

$$\text{из таблица} \Rightarrow \omega_{z_i} = 1,81 \quad (\text{ČN 24 стр. 94. MK})$$

$$\sigma_{\omega_z} = \frac{F}{A_1} \cdot \omega_{z_i} = \frac{840}{96,6} \cdot 1,81 = 149,8 \text{ МПа} < \sigma_{dop} = 160 \text{ МПа}$$

Контрола размака спољних лимова

Према нашим прописима, треба да је:

$$\lambda_1 = \frac{c}{i_1} \leq 50 - \left(4 - 3 \frac{\sigma_{\omega z}}{\sigma_{dop}}\right)$$

$$39,06 \leq 50 - \left(4 - 3 \frac{14,98}{16}\right)$$

$$\underline{39,06 \leq 59,56}$$

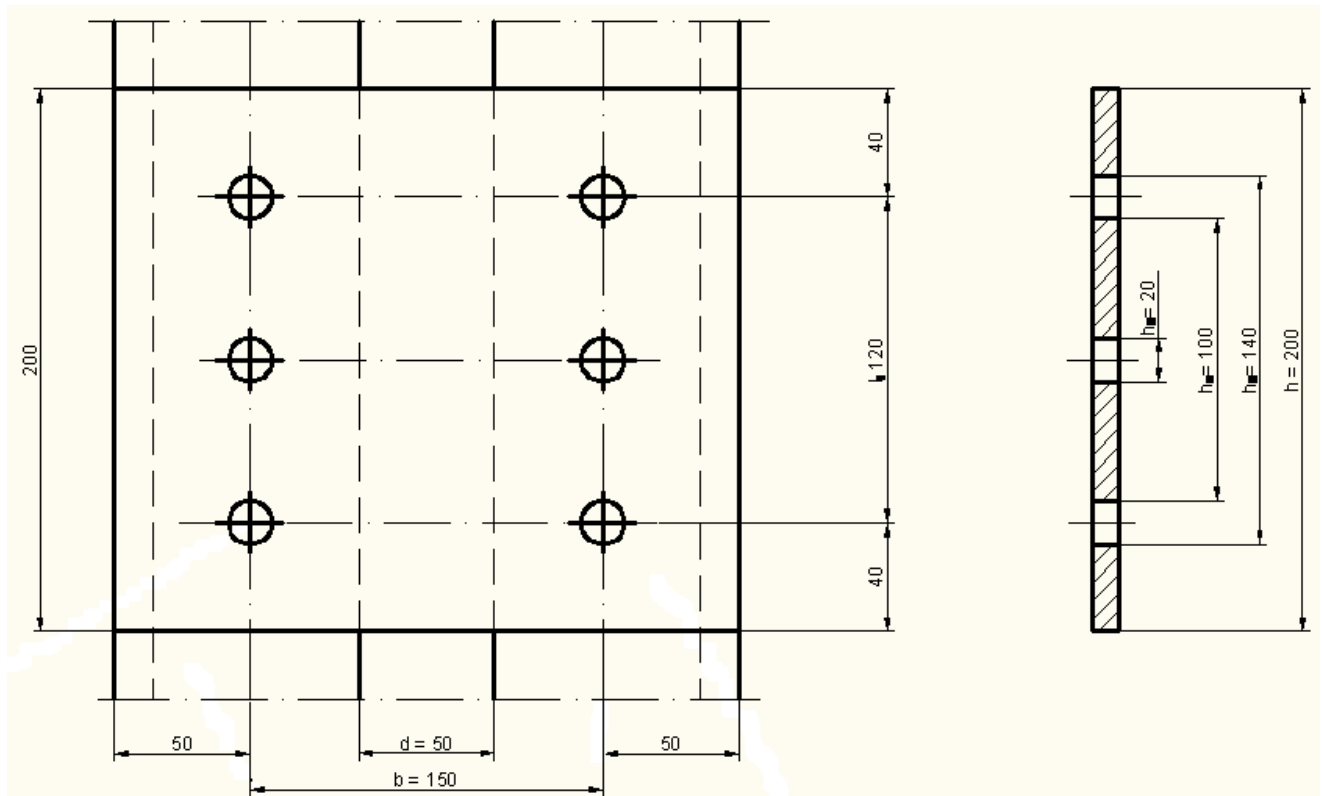
Усваја се попречни пресек стуба $2 \square 26$ са размаком $d = 5 \text{ cm}$

4.3 Прорачун спојних лимова и њихове заковане везе за појасеве стуба

Усвајају се за спојне лимове следеће димензије:

№ 200x8

$d_1 = 20 \text{ mm}$



Слика 13. Спољни лим

Трансферзална сила у стубу меродавна за димензионисање спојних лимова према прописима је:

За Č 0361 (ČN 24)

$$Q = \frac{A \cdot \sigma_{doz}}{80} = \frac{96,6 \cdot 16}{80} = 19,32 \text{ kN}$$

Смицајућа сила у средини спојних лимова је:

$$T = Q \cdot \frac{C}{e} = 19,32 \cdot \frac{100}{18,28} = 100,20 \text{ kN}$$

Момент савијања у пресеку спојних лимова на месту закивка:

$$M = \frac{T}{2} \cdot \frac{b}{2} = \frac{100,2}{2} \cdot \frac{15}{2} = 375,75 \text{ kNcm}$$

Котрала напона у закованом спојном лиму:

$$W_n = \frac{I_n}{\frac{h}{2}}$$

$$I_n = \frac{\delta (h^3 - h_1^3 + h_2^3 - h_3^3)}{12} = \frac{1(20^3 - 14^3 + 10^3 - 2^3)}{12}$$

$$I_n = 520,66 \text{ cm}^4$$

$$W_n = \frac{520,66}{20/2} = 52,06 \text{ cm}^3$$

$$\sigma = \frac{M}{W_n} = \frac{375,75}{52,06} = 7,21 \text{ kN/cm}^2 < \sigma_{dop} = 16,0 \text{ kN/cm}^2$$

4.4 Прорачун закивака

Распоред закивака, $d_1 = 20 \text{ mm}$

$$M = 375,75 \text{ kNcm} ;$$

$$Q = \frac{T}{2} = \frac{100,2}{2} = 50,1 \text{ kN}$$

Оптерећење једног закивка:

део од трансферзалне силе:

$$N_Q = \frac{Q}{3} = \frac{T}{6} = \frac{100,2}{6} = 16,7 \text{ kN}$$

део од момента:

$$N_M = \frac{M \cdot l_n}{\Sigma l i^2} = \frac{M \cdot l_1}{l_1^2} = \frac{375,75}{12} = 31,31 \text{ kN}$$

резултујућа сила биће:

$$N_R = \sqrt{16,7^2 + 31,31^2} = 35,48 \text{ kN}$$

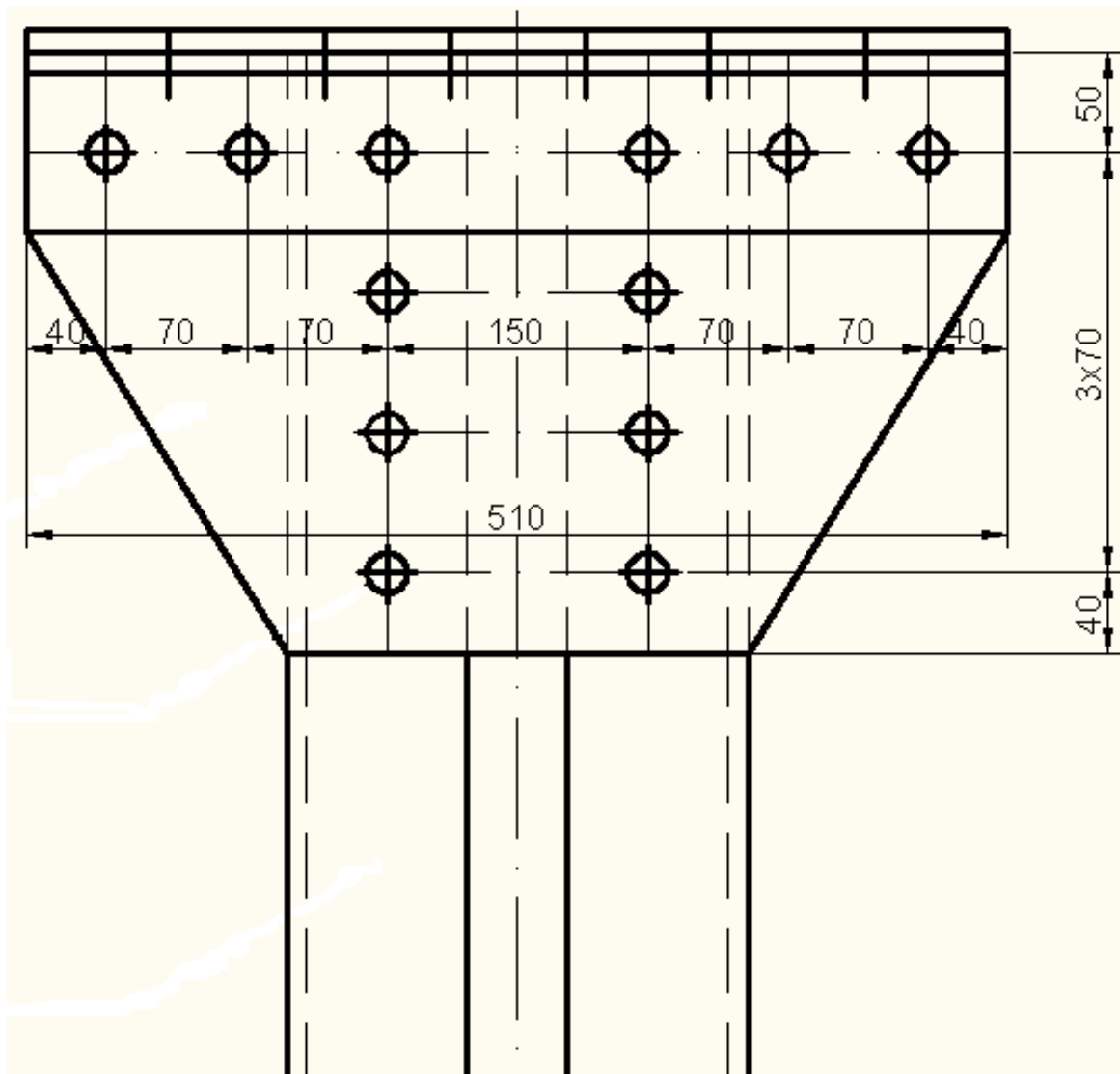
Смицајућа сила Т је различита за поједине спојне лимове на истом штапу. Међутим димензионисање се врши према највећој вредности Т и задржавају се димензије за све спојне лимове исте.

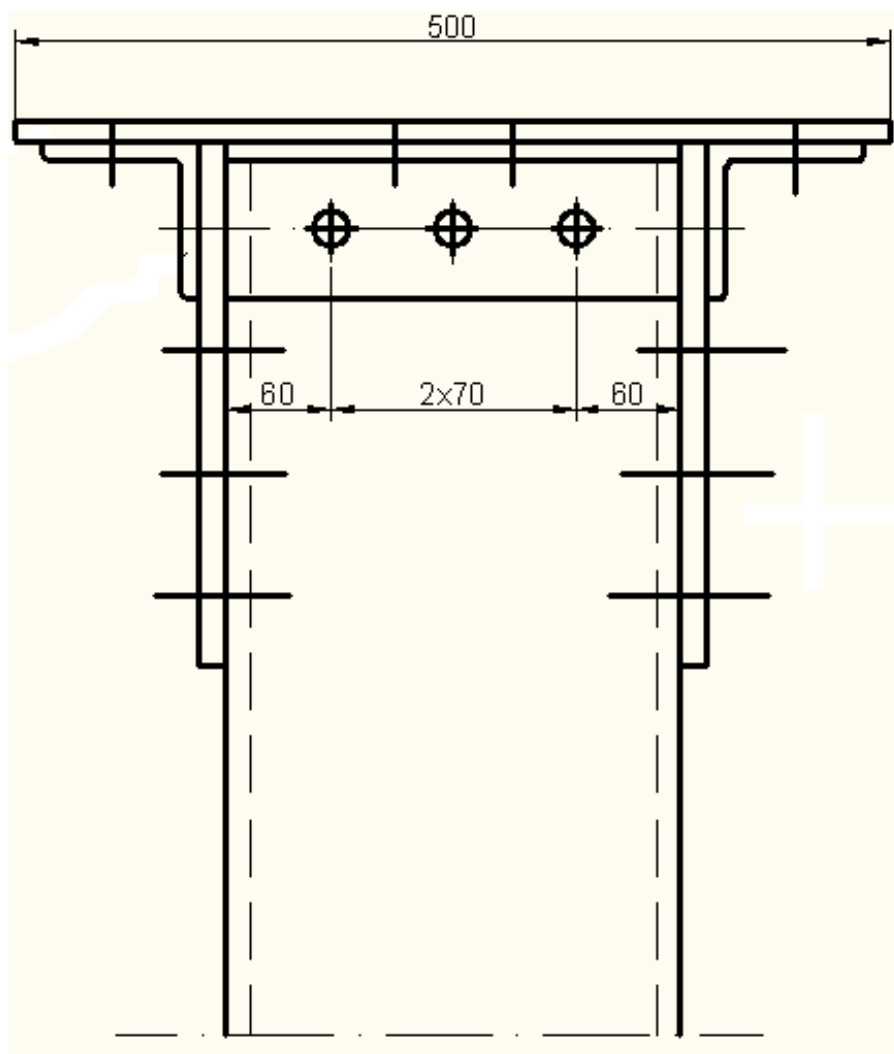
-Контрола напона:

$$\tau = \frac{N_R}{\frac{d_1^2 \pi}{4}} = \frac{35,48}{\frac{2^2 \pi}{4}} = 11,29 \text{ kN/cm}^2 = 112,9 \text{ Мра} < \sigma_{dop} = 2\sigma_{dop} = 320 \text{ Мра}$$

Потребна веза спојних лимова закивцима задовољава.

4. 5 Прорачун главе стуба





Слика 14. Једно од конструктивних решења главе стуба изложеног притиску

На ребру $\square 26$ профила преноси се сила преко 6 двосечних закивака $\Phi 20 = d_1$

$$F_{tr} = n \cdot \frac{d_1^2 \pi}{2} \cdot \tau_{dop} = 6 \cdot \frac{2^2 \pi}{2} \cdot 11,29 = 425,40 \text{ kN}$$

n- број закивака који преноси сила

$$F_{\sigma br} = n \cdot \delta \cdot \sigma_{bdop} = 6 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 32 = 384 \text{ kN}$$

$\delta = 10$ – дебљина ребра $\square 26$ профила

Меродавна је $\min(F_{tr}, F_{\sigma br}) = F_r = 384 \text{ kN}$

Остатак силе преноси се преко чворних лимова на ножице $\square 26$ профила

$$F_p = F - F_r = 840 - 384 = 456 \text{ kN}$$

Потребан број једносечних закивака у ножицама:

усваја се:

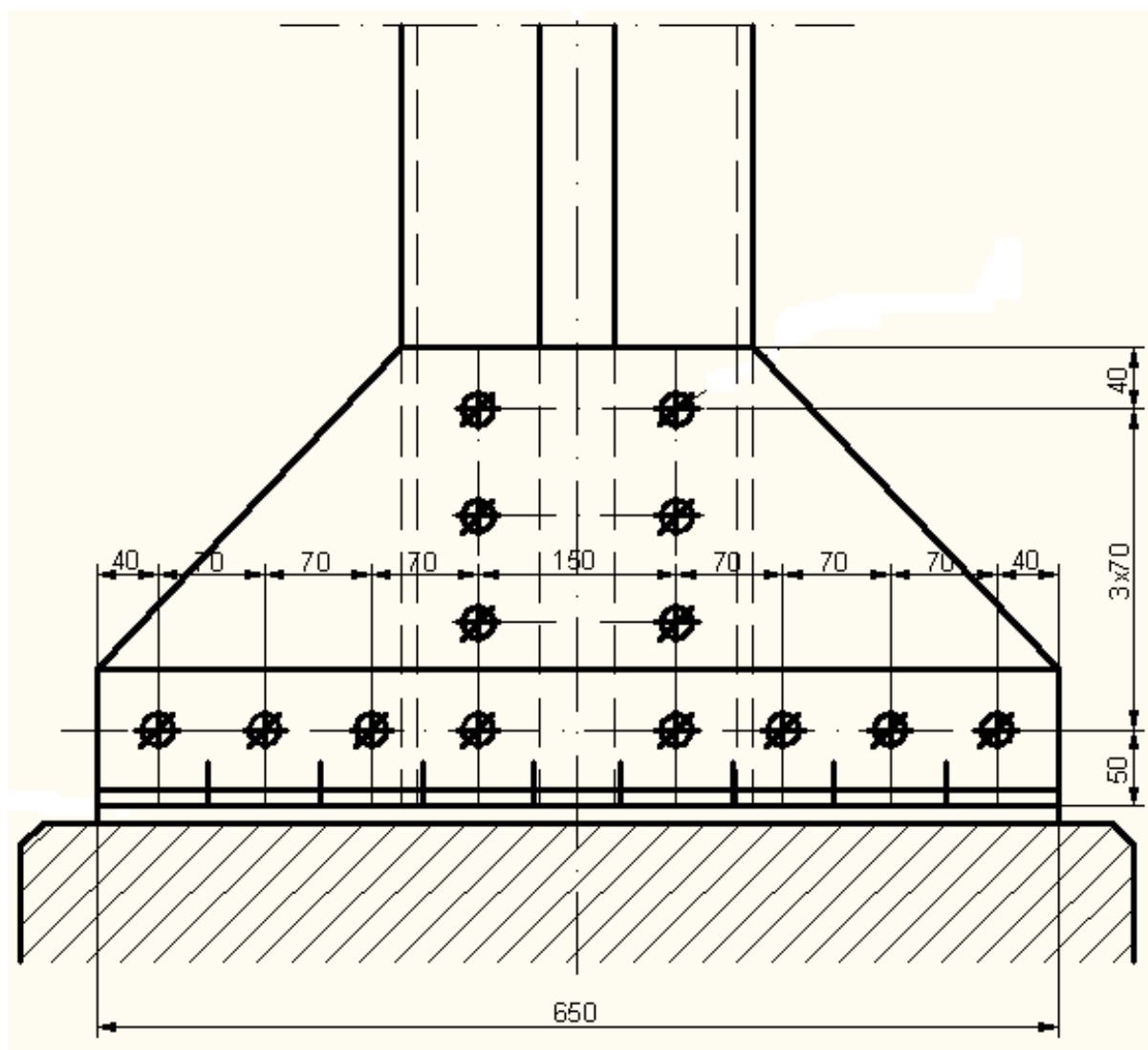
$$d_2 = \Phi 23$$

$$n = \frac{F_p}{\frac{d_2^2 \pi}{4} \tau_{dop}} = \frac{456}{\frac{2,3^2 \pi}{4} \cdot 11,28} = 9,735$$

Усваја се $n = 12$ закивака $\Phi 23$ за везу ножица

У конструкцији главе стуба има 4 $\Phi 23$ + 12 $\Phi 20$ на ножицама и 12 $\Phi 23$ за везу угаоника.

4. 6 Прорачун ножице (постоља) стуба



Слика 15. Конструкцијско решење стопа стуба изложеног притиску

Дебљина лежишне плоче је 12 mm (усвојено)

Димензија лежишне плоче

$$a = 240 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 90 + 2 \cdot 7 = 450$$

$$a = 450 \text{ mm конструктивно}$$

Дозвољени притисак на фондaмонт (основа) од бетона

$$\sigma_{dop}^{bet} = 0,35 \text{ kN/cm}^2$$

Потребна дужина лежишне плоче

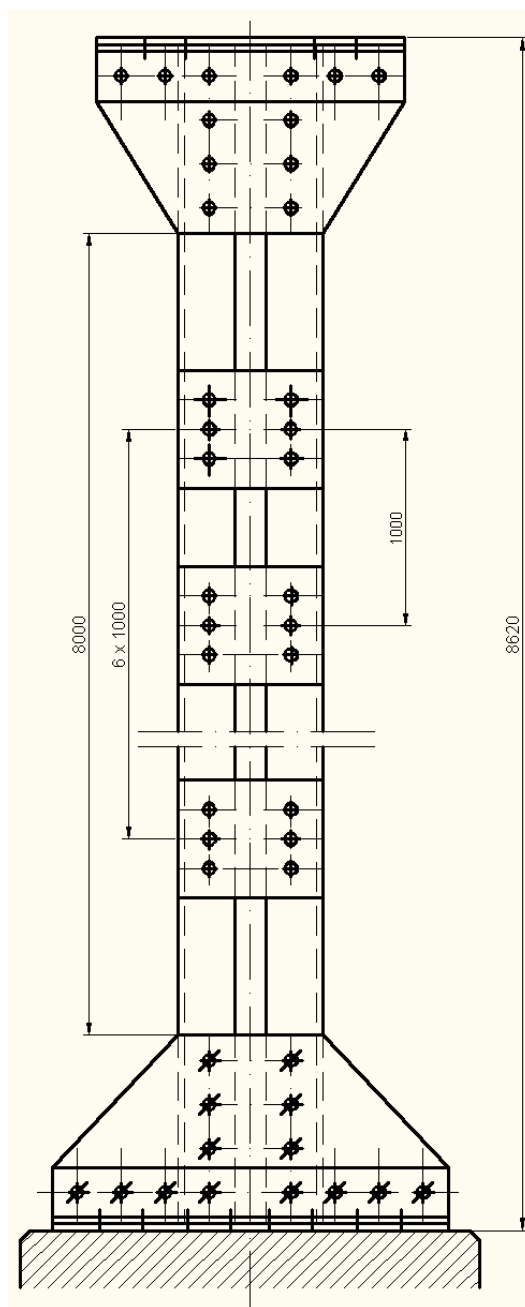
$$A_{pot} = \frac{F}{\sigma^{bet}} = \frac{840}{0,35} = 2\,400 \text{ mm}^2$$

$$b \geq \frac{A_{pot}}{a} = \frac{2400}{45} = 53,3 \text{ cm}$$

Усваја се $b = 570 \text{ mm}$

Број закивака је најмање као и на глави, ако из конструктивних разлога не треба више на хоризонталном угаонику.

5. Комплетна конструкција стуба (са спољним лимовима, ножицом и главом стуба)



Слика 16. Изглед стуба са спољним лимовима, главе и подножје стуба.

Закључак

Циљ овог рада је да у потпуности прикаже процес конструисања притиснутих штапова сложеног попречног пресека. Сложени штап чине два или више самосталних делова који се местимично повезују испуном.

Штап подразумева конструктивни садржај малих димензија попречног пресека у односу на дужину. Такви чланови се одликују виткошћу. Конструктивни елементи имају изразитије унутрашње уздужне силе од унутрашњих момената. То су, рецимо, затеге код дизалица, висећих платформа, чланови лаких решеткастих носача итд.

Будући да су стубови основа већине металних конструкција, од њих се захтева да испуне најстроже критеријуме у погледу чврстоће и крутости. Обзиром да се преко стубова на тло преноси читаво оптерећење конструкције, јасно је зашто представљају један од најодговорнијих елемената конструкције.

Предности примене притиснутих штапова сложеног попречног пресека су следеће:

- Могућност примене стандардних ваљаних профила
- Уштеда у материјалу при изради и уградњи
- Остваривање велике крутости
- Знатно искоришћење попречног пресека
- Могућност реализације стубова како у радионици, тако и на терену.

Литература

1. **Металне конструкције** - Приручник за прорачуне - Николић Р., Марјановић В., Машински факултет, Крагујевац, 1998.
2. **Металне конструкције у машинорадњи** - Петровић З., Острић Д., Институт за механизацију Машинског факултета у Београду, Београд, 1996.
3. **Металне конструкције** - Буђевац Д., Марковић З. и др, Грађевинска књига, Београд, 2007.
4. **Металне конструкције** - Бабин Н., Бркљач Н., Шостаков Р., ФТН издаваштво, Нови Сад, 2006.
5. **Основи челичних конструкција** - Милосављевић М., Радојковић М. И Кузмановић Б.