

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Примењена механика и аутоматско управљање

Предмет: Механика 3

Број индекса: 46/2016

Александар С. Бодић

**Анализа стабилности бетонске лучне бране
применом методе коначних елемената
завршни рад**

Комисија за преглед и одбрану:

1. **др Драган Ракић, доцент - ментор**

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завршног рада кандидат треба да систематизује поступак нумеричке анализе стабилности бетонских лучних брана изложених дејству статичких и динамичких оптерећења која се јављају у току њихове експлоатације. Након систематизације, дефинисани поступак треба да примени на конкретном моделу бетонске лучне бране са припадајућом стенском масом.

Препоручена литература:

- [1] М. Којић, Р. Славковић, М. Живковић и Н. Грујовић, Метод коначних елемената 1, Крагујевац: Машински факултет у Крагујевцу, 2010.
- [2] К. Милош, Р. Славковић, М. Живковић и Н. Грујовић, ПАК - С Програм за анализу конструкција МКЕ, Корисничко упутство, Крагујевац, 2016.
- [3] Siemens, FEMAP User Guide Version 11.2, Siemens PLM Software Inc, 2015.

Крагујевац, датум:
07.05.2019.

ментор:
др Драган Ракић, доцент

Резиме

Брана као масивна конструкција трпи разне врсте оптерећења и из тог разлога је веома битно извршити детаљну анализу стабилности која ће узети у обзир све факторе и дати најпоузданије резултате. Са тим циљем је у овом раду представљен поступак нумеричке анализе стабилности бетонске лучне бране применом методе коначних елемената и то коришћењем програма ПАК, као и програма за пре и пост-процесирање Femap.

У првом делу рада је дата подела и основне карактеристике брана, а затим су дате теоријске основе метода за анализу стабилности бране са посебним освртом на методу коначних елемената. Потом су дате теоријске основе материјалног модела као и његови параметри.

У другом делу рада је детаљно описан поступак припреме геометрије, као и генерисања мреже комбиновањем разних функција које пружа софтвер за пре-процесирање. У раду су приказани су гранични услови и оптерећења модела за две прорачунске ситуације. На крају су приказани добијени резултати и изведени закључци до којих се дошло анализом стабилности бране.

Анализа стабилности бетонске лучне бране је извршена на примеру бране „Гранчарево“ хидроелектране „Требиње 1“.

Кључне речи: метода коначних елемената, бетонска лучна брана, анализа стабилности, ПАК

Abstract

Dam as a massive structures suffer various kinds of loads and because of that it is very important to perform detailed analysis of stability which will consider all factors and give the most reliable results. For that cause in this paper is shown procedure of numerical stability analysis for the concrete arch dam by using the finite elements method in PAK software, as well as Femap for pre and post-processing.

In the first part of the paper is shown division and basic characteristics of dams and then theoretical basics of methods for stability analysis of dams with special reference to finite elements method. After that, material model is shown as well as it's parameters.

In the second part of the paper it is given detailed procedure of geometry preparation, as well as generating of the mesh using various commands which software for pre-processing provides. In the paper are also shown boundary conditions and loads of the model for two analysis cases. At the end obtained results are shown and conclusions drawn from the stability analysis of the dam.

Stability analysis of the concrete arch dam is performed on example of dam “Grančarevo” of the hydro electric power plant “Trebinje 1”.

Key words: finite elements mehod, concrete arch dam, stability analysis, PAK

Садржај

1	Увод	1
2	Бране - подела и основне карактеристике	2
3	Теоријске основе.....	6
3.1	Методе за анализу стабилности брана	6
3.2	Метода коначних елемената.....	7
3.3	Глобални степен сигурности.....	9
3.4	Теоријске основе конститутивног модела (Мор–Кулонов материјални модел).....	9
4	Анализа стабилности бетонске лучне бране.....	12
4.1	Геометрија модела.....	12
4.2	Модел коначних елемената	16
4.3	Оптерећења и гранични услови	22
4.3.1	Сопствена тежина	22
4.3.2	Хидростатички притисак.....	23
4.3.3	Фазе задавања оптерећења модела.....	23
4.3.4	Гранични услови	23
4.4	Прорачунске ситуације	24
4.5	Материјални параметри.....	25
5	Приказ резултата	26
5.1	Резултати анализе.....	26
5.1.1	Резултати прве прорачунске ситуације.....	26
5.1.2	Резултати друге прорачунске ситуације	33
5.2	Степен сигурности бране	41
5.2.1	Резултати прве прорачунске ситуације непосредно пре лома.....	41
5.2.2	Резултати друге прорачунске ситуације непосредно пре лома.....	45
6	Закључак.....	50
	Литература.....	51

1 Увод

У овом раду је извршена анализа стабилности бетонске лучне бране применом методе коначних елемената [1]. У те сврхе је за анализу коришћен програм ПАК [2], док је за пре и пост-процесирање коришћен програм Femap [3].

Основни задатак овог рада је био да се на основу познате геометрије бетонске лучне бране креира тродимензионални модел на основу кога се формира мрежа коначних елемената. Након тога се на моделу коначних елемената задају гранични услови и оптерећења која одговарају реалним условима експлоатације бране. Анализа приказано у овом раду не укључује филтрационе и термичке процесе, чији су утицаји такође значајни за анализе стабилности бране. Циљ рада је да се добијени резултати, као што су напон, деформације и померања прикажу и продискутују. Такође, поред поља наведених величина, методом редуковања смичуће чврстоће [4] су одређени степени сигурности за дефинисане прорачунске ситуације и приказана су решења непосредно пре лома (у тренутку губитка стабилности бране).

У првом делу је дата подела, као и основни елементи и карактеристике брана. Након тога је дат кратак осврт на методе које се најчешће примењују у анализи стабилности брана са посебним акцентом на методу коначних елемената као најзаступљенију. Такође је анализиран материјални модел који је коришћен за описивање механичког понашања бране и околне стенске масе као и параметри овог модела.

Након тога је изложен детаљан поступак припреме геометрије за креирање мреже коначних елемената, а потом и сам поступак генерисања мреже по корацима. Описане су најбитније функције коришћене у те сврхе. Затим су дефинисани гранични услови и оптерећења за две прорачунске ситуације, које су анализиране у овом раду.

На самом крају рада су приказани резултати анализе стабилности, у оквиру које је дата дискусија резултата прорачуна и изнети закључци о извршеној анализи стабилности бране.

Анализа стабилности бетонске лучне бране је извршена на примеру бране „Гранчарево“ хидроелектране „Требиње 1“.

2 Бране - подела и основне карактеристике

Бране представљају привремене или сталне објекте који се граде у речном кориту у сврху уређења тока и коришћења воде. Подизањем преграде на реци ствара се висинска разлика између нивоа испред и иза те преграде, тј. бране. На тај начин се ствара могућност акумулације воде испред те преграде тако да се та додатна запремина воде може користити за снабдевање (водовод, наводњавање и слично), али и у сврху добијања електричне енергије.

Изградња оваквих објеката је позната човечанству још од давнина. Наиме, још у периоду око 5000 година п.н.е. на рекама Тигар, Еуфрат и Нил грађене су бране у сврху наводњавања. Прве насуте и зидане бране су грађене у Египту, Кини, Персији, Јемену, Индији... Најстарија позната брана Сад ел Кафара је изграђена у Египту око 2700 година п.н.е. у циљу заштите становништва од поплава. Кроз историју је грађено много брана, од којих су неке „старе“ бране сачуване и дан данас, а њихов облик и карактеристике су се временом знатно мењали [5].

Бране се могу поделити на више начина, а овде ће бити наведене само најосновније поделе [6]. Једна од подела брана јесте према намени и деле се на:

- акумулацијске,
- ретенцијске,
- за захват воде,
- задржавање наноса,
- насипи,
- јаловишта ...

Према материјалу од кога се граде могу се поделити на:

- бетонске (лучне и гравитационе),
- насуте (земљане и камене),

Према конвенцији међународног удружења за високе бране [7], по величини се могу сврстати у високе (висина од најниже коте темеља до круне прелази 15 m) и ниске.

На крају, према начину преношења оптерећења могу се поделити на:

- гравитационе – које се супротстављају оптерећењу сопственом тежином,
- лучне – опиру се оптерећењу луком и преносе силе на бокове и дно долине,
- контрафорне – греде преносе оптерећење до зидова, односно до темеља,
- комбиноване – олакшане и лучно-гравитационе.

Приликом пројектовања бране потребно је обратити пажњу на многе параметре. Најпре се врши избор преградног профила, односно места на коме ће се брана подићи, а онда се дефинише и сам тип бране. Ово је важно зато што управо то место дефинише акумулацијску запремину и хидролошки потенцијал расположив за евентуалну потрошњу. На избор преградног профила утиче мноштво фактора од којих су најбитнији количина воде, топографија терена, геолошки и геомеханички услови, доступност материјала, трошкови и слично. У вези са избором преградног профила је и избор самог типа бране, јер у зависности од преградног профила тражи се технички и економски најповољнији тип бране [6]. Поред тога, треба имати у виду да свака од претходно наведених врста бране има своје предности и недостатке.

Насуте бране су добре, пре свега, због минималних захтева за услове фундирања (нарочито код земљаних брана), како са гледишта носивости, тако и са гледишта слегања. Ове бране су прилагодљиве готово свим врстама терена, како геолошким, тако и топографским. Такође, одликује их могућност разноврсног и хетерогеног материјала за насип, као и јефтина уградња. С друге стране, веома су осетљиве на преливање и на процуривање и испирање материјала, а за евакуацију великих вода потребни су посебни бетонски објекти ван тела насипа. Поред тога, карактеришу их и велики обими радова због благих косина, што се надокнађује јефтинијом изградом. Треба напоменути да је у свету око 90 одсто брана управо овог типа.

Бетонске бране карактерише веома добра издржљивост на преливање и процуривање што омогућава да се објекти за евакуацију великих вода граде у склопу саме бране. Због већих косина, утрошак материјала је знатно мањи у односу на насуте бране, а нарочито код лучних брана. Насупрот свему томе, одликују их високи захтеви за услове фундирања. Такође, због потребе довожења цемента, агрегата и релативно споријег рада уз обимну радну снагу, већа је и сама цена изградње ових брана. Код лучних брана се, поред стабилности бокова и дна долине, захтева још и одговарајући однос висине бране и ширине долине, јер је због начина преношења оптерећења лучна брана подесна само за релативно уске долине.

Бетонске гравитационе бране (Слика 2.1), као што је већ речено, супротстављају се оптерећењу својом тежином. У гравитационе бране такође спадају и насуте, али се овај термин најчешће односи на бетонске. Ове бране се граде на тлу које има довољну носивост да прими, како тежину саме бране, тако и оптерећење које она преноси у темељ. На самом телу бетонских гравитационих брана се уграђују прелив и испусти. Смањење притиска воде на темељну површину остварује се ињекционом завесом на узводној страни бране, а каткад и одводњом бунарима изведеним непосредно низводно од ињекционе завесе. У попречном пресеку имају облик правоуглог троугла са дужом катетом на узводном лицу.

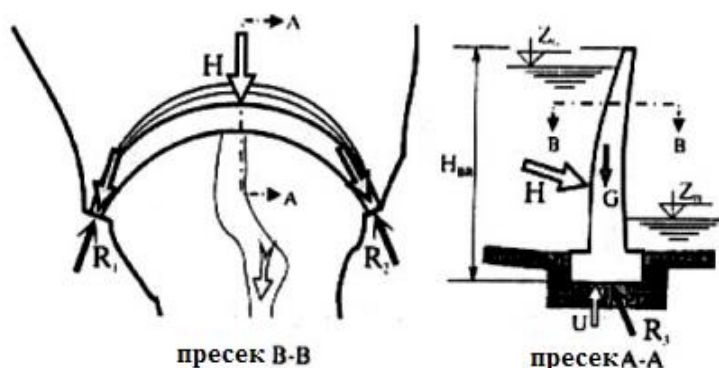


Слика 2.1 Пример бетонске гравитационе бране

Бетонске лучне бране (Слика 2.2) су много тање од гравитационих и грађене су као закривљене љуске укљештене за околни терен. Код ових брана је карактеристично да се притиску воде конструкција не супротставља својом тежином већ упирањем у бокове долине. Ово захтева да су стене које чине бокове и дно долине добре носивости и да је сама долина релативно уска. Сама површина бране је закривљена у оба правца, а у вертикалном правцу делује као конзола, док у хоризонталном правцу делује као укљештени лук (Слика 2.3). Код овог типа бране се осим оптерећења од воде мора обратити пажња и на температурне утицаје јер је са узводне стране брана расхлађена водом, док са низводне стране њена површина може поприлично да се загреје па да се у том случају јаве велике температурне разлике. Лучне бране су настале првенствено са идејом да се уштеди на материјалу и времену изградње. Због смањених мера имају много веће деформације, па велику улогу игра и чврстоћа бетона. Неке изведбе ових брана се могу наћи и са појединим елементима гравитационих брана, па се у том случају називају гравитационо-лучне бране. Лучне бране су по правилу неармиране (бетони са 230-300 kg цемента по m^3). Армирање се користи само код отвора и у круни бране [5, 6].



Слика 2.2 Брана „Гранчарево“ као пример бетонске лучне бране



Слика 2.3 Приказ бетонске лучне бране са оптерећењима у а) хоризонталном пресеку и б) вертикалном пресеку

Независно од типа, величине и намене, већина брана има одређене обавезне елементе (Слика 2.4), а то су:

- непреливни део – сама брана, тј. преграда која ствара акумулацију,
- евакуациони орган (прелив) – објекат којим се врши контролисани одвод великих вода из акумулационог језера,
- умиривач енергије – саставни део прелива који служи да умири енергију воде да не би дошло до поткопавања темеља и рушења бране,
- темељни испуст – служи за пражњење акумулације и испирање наноса,
- темељ – средина (стена или тло) испод и око објекта, која је услед оптерећења и присуства воде, као и услед геотехничких радова (ињектирање, дренаирање), променила напонско и физичко стање,
- круна бране – хоризонтална трака на самом врху бране по којој је могућ саобраћај преко ње,
- дренажни систем – омогућава смањење узгона у брани и темељу, и контролисано одвођење филтрацијске воде из бране и темеља. Састоји се од дренажних бушотина, галерија (по потреби, пумпи и остале неопходне опреме) или слојева туцаника заштићеног филтром, зависно од типа бране и типа дренаже,
- ињекциона завеса – спречава или продужава пут провирној води, чиме смањује узгон и провирни протицај кроз брану и темељ,
- нанос – не може се избећи и на њега увек треба рачунати,
- акумулациони базен – запремина испуњена водом због које се брана и гради,
- управна зграда – из које се врши управљање браном и свим пратећим објектима,
- објекти за скретање реке који служе да контролисано скрену ток реке у току преправке или радова на брани [6].



Слика 2.4 Приказ основних елемената бране независно од типа

3 Теоријске основе

3.1 Методе за анализу стабилности брана

Брана, као масивни грађевински објект који је подигнут преко корита водотока, има огроман утицај на околину због оптерећења које ствара акумулација и оптерећења које трпи сама брана. Стога је веома битно извршити правилну анализу стабилности ових објеката како би се обезбедила њихова сигурна експлоатација. Начини на које се та анализа врши могу бити традиционални – аналитички, а са развојем рачунарске технике, у последње време све већу улогу имају и нумерички поступци анализе стабилности бране. Традиционалне методе за анализу стабилности брана у већини случајева нису довољне јер се заснивају махом на одговарајућим апроксимацијама и претпоставкама, па је на инжењерима да у овакве студије укључе и нумеричке анализе које су детаљније у односу на аналитичке. Класичне методе се најчешће темеље на претпоставкама да је материјал тла чисто пластичан (неки то зову и идеално пластичан), тј. да при напрезањима мањим од смичуће чврстоће у њему нема пластичних деформација, као и да клизну површину треба, за сваку анализу, задати унапред.

Анализе стабилности брана се данас махом спроводе коришћењем следећих метода:

- Метода граничне равнотеже
- Метода теорије пластичности
- Метода коначних елемената

Метода граничне равнотеже се спроводи у циљу одређивања степена сигурности и то конкретно помоћу метода ламеле или резултантне методе. Највише се примењује метода ламела, где се тло изнад претпостављене клизне површине подели на неколико, углавном вертикалних, ламела и тако израчунава вредност степена сигурности τ_f . У циљу спровођења овакве анализе уводи се претпоставка за однос између међуламеларних смичућих и нормалних сила, где резултати могу да зависе у већој или мањој мери од претпостављене функције зависности ових сила [8].

С друге стране, метода теорије пластичности се користи у циљу одређивања граничног стања равнотеже, односно анализирају се услови који доводе до стварања пластичних деформација. Примена ове методе заснива се на решавању диференцијалних једначина равнотеже, као и Мор–Кулоновом услову лома.

Оно што је важно напоменути јесте да се класичне методе све мање примењују у пракси и да је данас најпримењенија и најпоузданија метода за анализу стабилности бране метода коначних елемената о којој ће бити више речи у наредном поглављу.

3.2 Метода коначних елемената

Као водећа и незаобилазна метода за анализу стабилности издваја се нумеричка анализа стабилности, јер узима у обзир све специфичности објекта уз много већу поузданост за разлику од класичних. Методе нумеричке анализе морају бити у стању да се позабаве ризичним местима на објекту који су подложни оштећењу и да се места са недостацима процене на одговарајући начин.

Метода коначних елемената је нумеричка метода анализе стабилности којом се структура попут лучне бране дискретизује као склоп делова (коначних елемената), међусобно повезаних у чворним тачкама са коначним бројем непознатих. Померања ових чворних тачака смештених на границама сваког коначног елемента представљају основне непознате варијабле. Понашање сваког коначног елемента се може представити скупом претпостављених функција које представљају померања унутар елемента. Ове функције померања се често формулишу тако да се обезбеди континуитет међу суседним елементима, а на тај начин и у целој структури. Са померањима која су позната у свим чворовима, такође ће бити познате и деформације у било којој тачки у зависности од чворних померања. Ове деформације, заједно са било којим почетним напрезањем дефинисаће напон у елементу и његове границе. Коришћење релација које повезују деформације и померања, као и напон и деформације материјала, крутост сваког елемента може се добити задовољењем одређених услова равнотеже чворних сила и било које силе која делује на елемент. На крају, једначине равнотеже за цео систем се добијају комбиновањем појединих елемената тако да су задовољени услови равнотеже и компатибилности на спојевима ових елемената. Једначине равнотеже, које су у основи систем алгебарских једначина, решавају се нумеричким методама [9].

Формулација коначних елемената у математичкој форми, на примеру тродимензионалних коначних елемената ће бити приказана у наставку, где ће се разматрати једначине за добијање померања, деформација и напона [1].

Померања унутар целог система се могу изразити следећом релацијом:

$$u = HU \quad (3.1)$$

где је u матрица померања, H матрица интерполационих функција, а U матрица чворних померања. Интерполационе функције се примењују одвојено за сваки елемент и то на следећи начин:

$$u = HU = [h_i \ h_j \ h_k \ \cdots] \begin{bmatrix} U_i \\ U_j \\ U_k \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Са померањима познатим у свим тачкама могу се изразити и деформације у било којој тачки и то одговарајућим изводом претпостављених померања.

Деформације се, након диференцирања, у матричном облику могу изразити као:

$$e = BU \quad (3.3)$$

где је B матрица извода интерполационих функција која садржи компоненте $h_{k,j}$ у којим зарез представља извод по одговарајућој координати. Вектор деформације се може представити преко одговарајућих компоненти, у следећем облику:

$$e = \begin{Bmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ e_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\delta u}{\delta x} \\ \frac{\delta v}{\delta y} \\ \frac{\delta w}{\delta z} \\ \frac{\delta v}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta y} \\ \frac{\delta w}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta z} \\ \frac{\delta u}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta x} \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

У једначини (3.4) u, v и w представљају померања у правцу оса x, y и z Декартовог координатног система. Често се деформације γ_{ij} зову инжењерске смичуће деформације, док се e_{ij} компоненте називају тензорске деформације.

Даље, уколико је позната деформација, може се на основу ње изразити и напон. Релација која представља везу између деформације и напона се назива конститутивна релација. Овакве релације могу имати веома сложен облик (инкрементални облик, облик функционала...), а најједноставније су линеарне релације на основу које се може изразити вектор напона као:

$$\sigma = Ce \quad (3.5)$$

где је C еластична конститутивна матрица, док σ представља тензор напона.

Из претходно дефинисаних израза се може закључити да се познавањем померања у чворовима елемента, које представљају главну променљиву, могу одредити остале величине, као што су вектор померања, деформација и напона. Најпре се помоћу интерполационих функција дефинишу померања унутар елемента у зависности од померања у чворовима. Даље се, познавањем вектора померања, може одредити деформација диференцирањем, а на крају, из конститутивних релација може се дефинисати напон у зависности од деформације.

На овај начин се континуум дискретизује коначним бројем елемената и степени слободе кретања, а решења за цео систем се добијају решавањем система диференцијалних једначина матричним методама које су веома погодне и једноставне савременим рачунарима. Тачност израчунавања је дефинисана квалитетом изабраних функција облика (интерполационих функција), мрежом и типом коначних елемената.

3.3 Глобални степен сигурности

Глобални степен сигурности бране је у овој анализи одређен методом редуковања смичуће чврстоће. Он представља однос смичуће чврстоће материјала и смичућих напона у материјалу. То значи да ће до губитка глобалне стабилности конструкције доћи у случају када вредност смичућих напона у материјалу τ постане већа од вредности смичуће чврстоће материјала τ_f [8]. Ово се може изразити релацијом:

$$F = \frac{\tau_f}{\tau} \quad (3.6)$$

Када је у питању нумеричка анализа стабилности бране, најпре треба одредити почетно напонско стање, при којем фактор редуковања има вредност 1. Затим се фактор редуковања постепено повећава чиме се смањује смичућа чврстоћа материјала. Повећавање фактора редуковања се врши све док не дође до губитка стабилности бране, односно, до тренутка када се јавља немогућност постизања конвергенције решења или наглог повећања прираштаја померања. Максимална вредност фактора редуковања смичуће чврстоће за који је брана стабилна представља управо вредност глобалног степена сигурности F .

Оно што је веома важно јесте чињеница да решења за глобални степен сигурности добијена редуковањем смичуће чврстоће при нумеричкој анализи стабилности бране у већој мери зависе и од густине мреже коначних елемената, па је на местима где се очекује појава клизних површи потребно уситнити мрежу. Дакле, уз оптималну мрежу коначних елемената вредност степена сигурности ће одговарати решењима добијеним коришћењем традиционалних, аналитичких метода.

3.4 Теоријске основе конститутивног модела (Мор–Кулонов материјални модел)

При анализи стабилности бране у овом раду коришћен је Мор–Кулонов материјални модел који је један од најчешће коришћених модела за симулацију механичког понашања тла. Према овом моделу дефинисана је величина отпорности тла на смицање, односно директна зависност смичућег напона на површи течења τ_f од нормалног напона σ . Дакле, до пластичног течења у материјалу ће доћи када смичући напон достигне вредност дефинисану према једначини [10]:

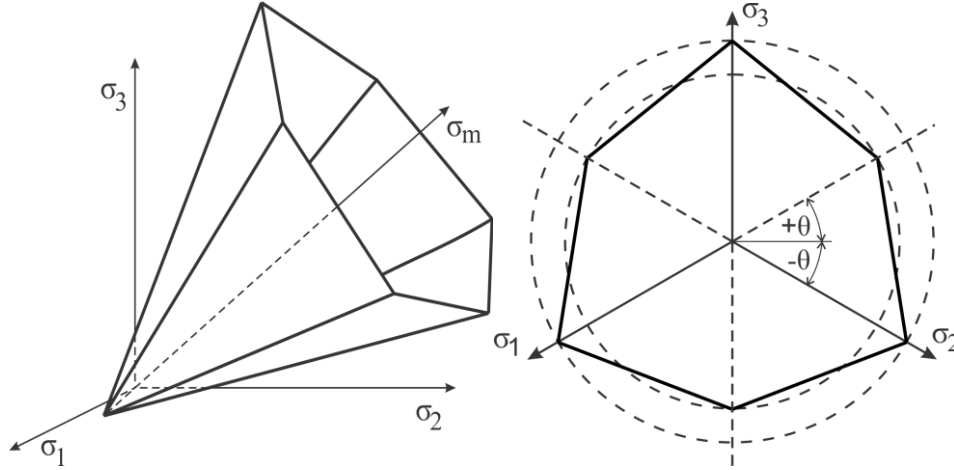
$$\tau_f = c + \sigma \tan \phi \quad (3.7)$$

у којој су за дефинисање овог услова коришћена три параметра, а то су кохезија материјала (c), угао унутрашњег трења (ϕ) и угао дилатанце (ψ). Ако угао унутрашњег трења ϕ има вредност 0 онда се Мор–Кулонов критеријум своди на критеријум Треске, који се још назива и теорија максималног напона смицања.

Максимални напон затезања у материјалу σ_t је дефинисан изразом:

$$\sigma_t = \frac{2c \cos \phi}{1 + \sin \phi} \quad (3.8)$$

У простору главних напона, површ течења је представљена као неправилна шестострана пирамида (Слика 3.1). Овај идеално пластични модел често се користи за приказ кохезивно-грануларног облика материјала као што су земља, стена и бетон.



Слика 3.1 Површ течења Мор-Кулоновог материјалног модела

Једначина површи течења овог материјалног модела изражена коришћењем инваријанти напона има облик:

$$f = \frac{I_1}{3} \sin \phi + \sqrt{J_{2D}} \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \phi \right) - c \cos \phi \quad (3.9)$$

док се једначина површи пластичног потенцијала у општем случају разликује од површи течења (неасоцијативни услов течења) и дефинисана је једначином:

$$g = \frac{I_1}{3} \sin \psi + \sqrt{J_{2D}} \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \phi \right) - c \cos \phi \quad (3.10)$$

Величине I_1 и J_{2D} које фигуришу у претходним једначинама представљају прву инваријанту напона и другу инваријанту девијатора напона, док величина θ представља Лодеов угао [10].

Материјалне константе за геолошке материјале c и ϕ , које су, као што је већ напоменуто, карактеристичне за Мор–Кулонов материјални модел одређују се експериментално. Међутим, постоји релација која повезује ове параметре са параметрима једног од најстаријих материјалних модела у механици тла, а то је Дракер–Прагеров модел. Овај модел представља поједностављење Мор–Кулоновог материјалног модела како би се превазишао проблем дисконтинуитета, а његова површ течења је настала апроксимацијом Мор–Кулонове глатком површином.

Материјалне константе Дракер–Прагеровог модела α и k у директној су вези са кохезијом C и углом унутрашњег трења ϕ и дефинисане су изразима [11]:

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (3.11)$$

$$k = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (3.12)$$

Приликом моделирања модела бране „Гранчарево“ у овом раду су управо коришћене ове релације за добијање вредности кохезије и угла унутрашњег трења. Наиме, од познатих материјалних константи Дракер–Прагеровог материјалног модела које су добијене калибрацијом, израчунати су параметри Мор – Кулоновог модела који су касније коришћени приликом дефинисања материјала бране и терена. Из једначина (3.11) и (3.12) се једноставно могу дефинисати изрази за C и ϕ :

$$c = \frac{\sqrt{3}k(3 - \sin \phi)}{6 \cos \phi} \quad (3.13)$$

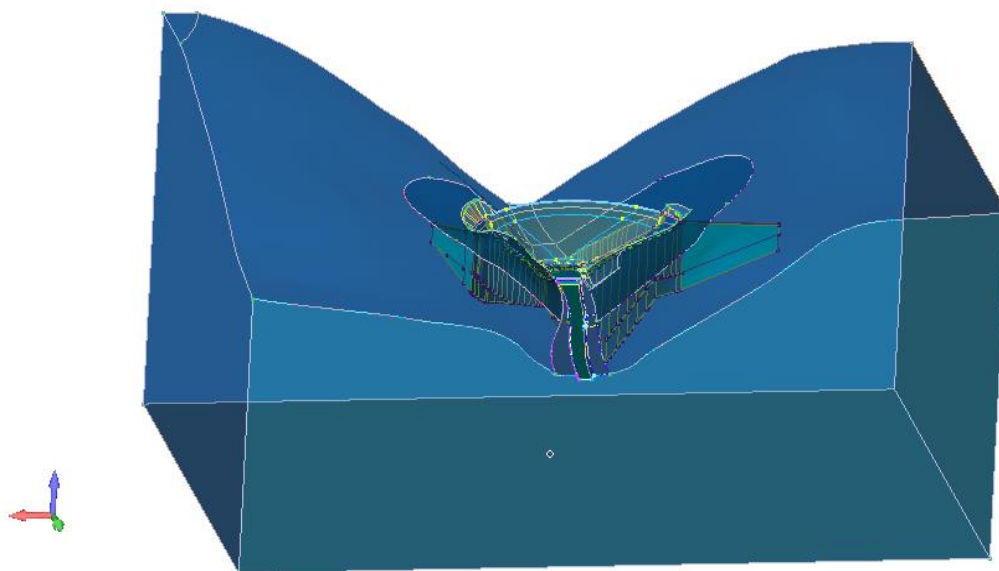
$$\phi = \arcsin \left(\frac{3\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}\alpha} \right) \quad (3.14)$$

4 Анализа стабилности бетонске лучне бране

Анализа стабилности бетонске лучне бране у овом раду је вршена на примеру бране „Гранчарево“ хидроелектране „Требиње 1“. На основу дефинисане геометрије бране, применом методе коначних елемената, извршена је нумеричка анализа стабилности употребом програмског пакета ПАК (Програм за Анализу Конструкција) и програма Femap за пре и пост-процесирање. Овим поступком анализе су извршени прорачуни на основу којих се добијају вредности померања, напона и деформација, а затим је на крају израчунат и глобални степен сигурности бране.

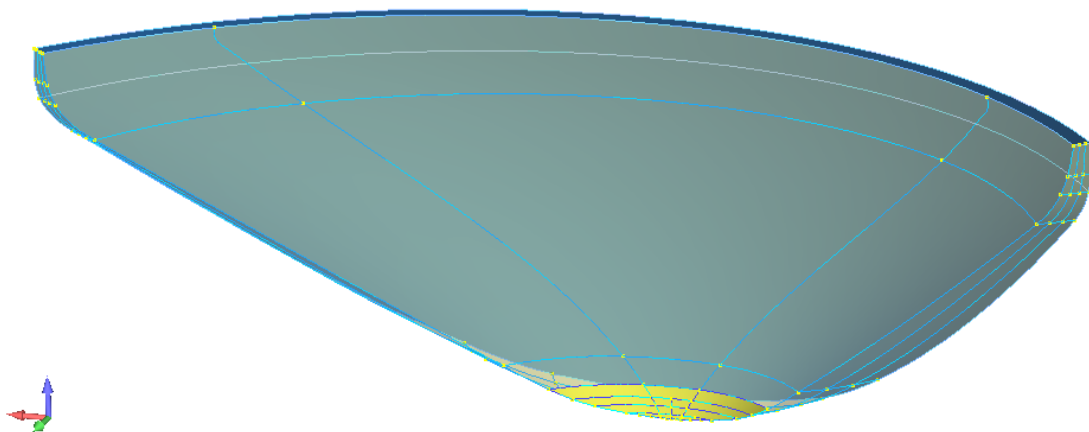
4.1 Геометрија модела

Први корак при вршењу анализе јесте припрема геометрије модела (Слика 4.1) за генерисање мреже коначних елемената.



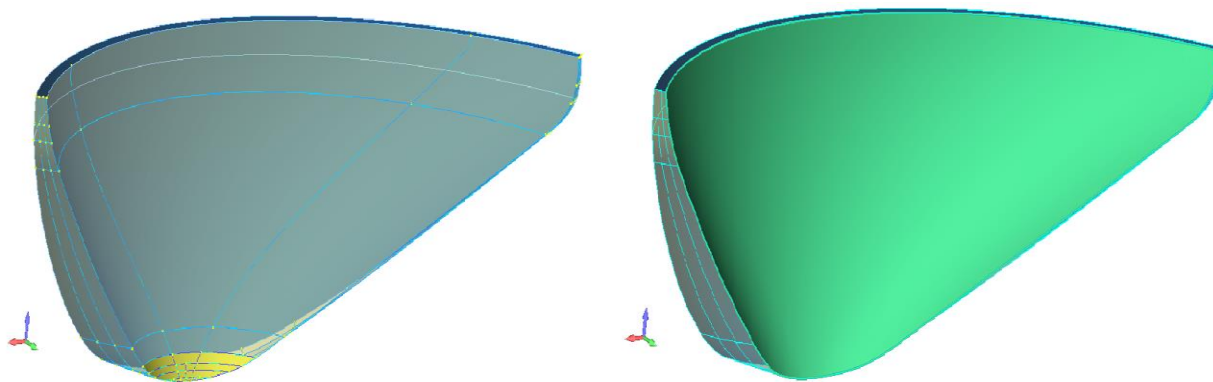
Слика 4.1 Геометрија модела

Као што се може видети са слике 4.1, овај модел се састоји из више запремина (солида) који представљају основне елементе ове бране, а то су терен, ињекциона завеса, периметар и сама бетонска брана. Најједноставније је припремати једну по једну запремину, а затим их повезивати и генерисати мрежу коначних елемената на њима. На почетку је најпре требало уредити геометрију саме бране (Слика 4.2).



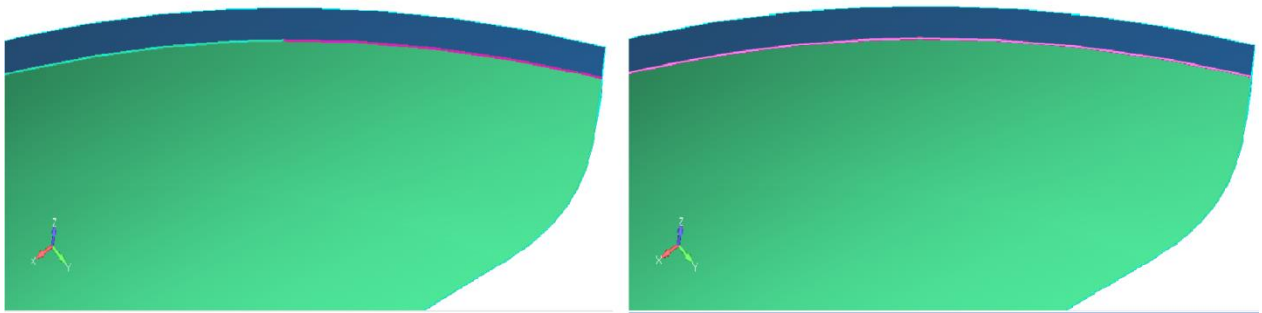
Слика 4.2 Издвојена геометрија бране

Основни проблем, као што се може уочити на слици 4.2, јесте у томе што је геометрија бране издвојена на мноштво мањих површина које треба спојити у онолико површина колико је потребно за добијање задовољавајуће мреже на њима. То се може постићи опцијом *combined/boundary surfaces/add by curve* у програму Femap која спаја две површине са супротних страна неке линије, а налази се на стаблу тулбокса за креирање мреже коначних елемената (Слика 4.3):



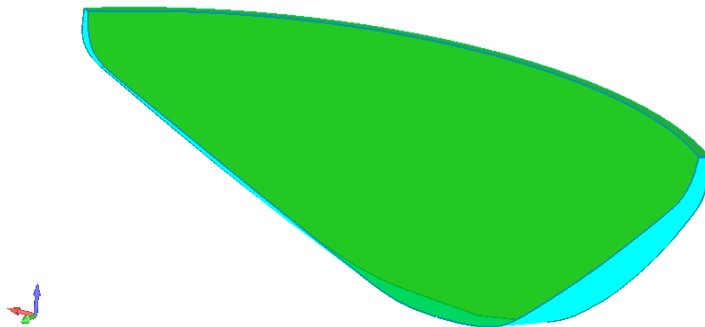
Слика 4.3 Приказ спајања површина опцијом „add by curve“ на низводном лицу бране

Следећи проблем који је потребно решити након спајања свих жељених површина јесу линије које их деле, односно које представљају саме ивице геометрије бране. Спајањем површина на појединим запреминама дужине линија остају онакве какве су биле пре него што је то комбиновање извршено, тако да је потребно и њих спојити и добити границе које одговарају новим површинама. То се врши опцијом *combined/composite curves/add by point* којом се линије спајају у одређеној тачки (Слика 4.4).



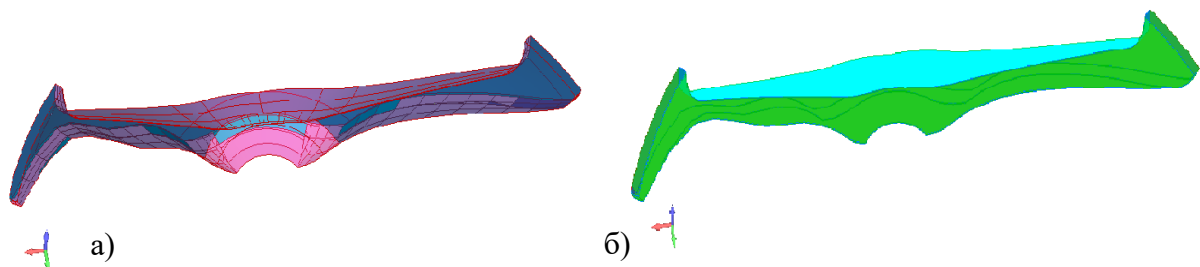
Слика 4.4 Приказ спајања линија опцијом „add by point“ на једној од ивица бране

На тај начин се добија геометрија бране која се састоји из довољног броја површина које су дефинисане линијама праве дужине. Овако коначно уређена геометрија бране је спремна за генерисање мреже (Слика 4.5).

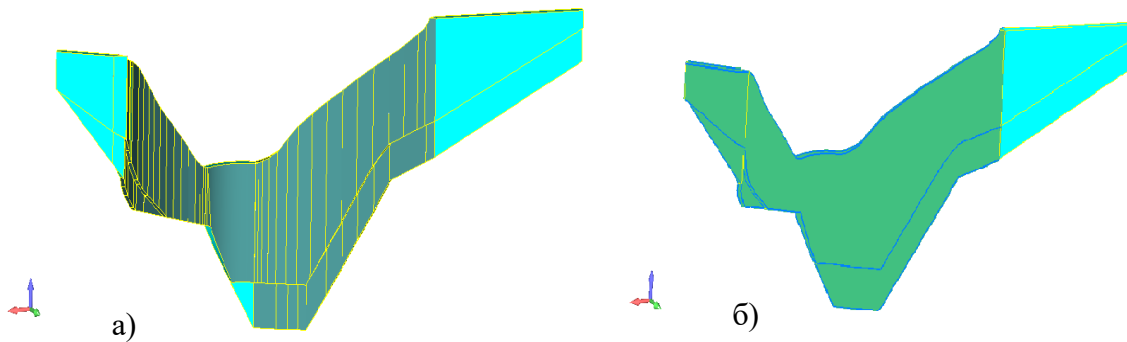


Слика 4.5 Коначна геометрија бране

Исти поступак је коришћен и за геометрију периметра (Слика 4.6), као и за геометрију ињекционе завесе (Слика 4.7), јер су површине ове две запремине такође биле подељене на мноштво мањих површина које је било потребно спојити истим опцијама, а затим комбиновати и линије на њима.

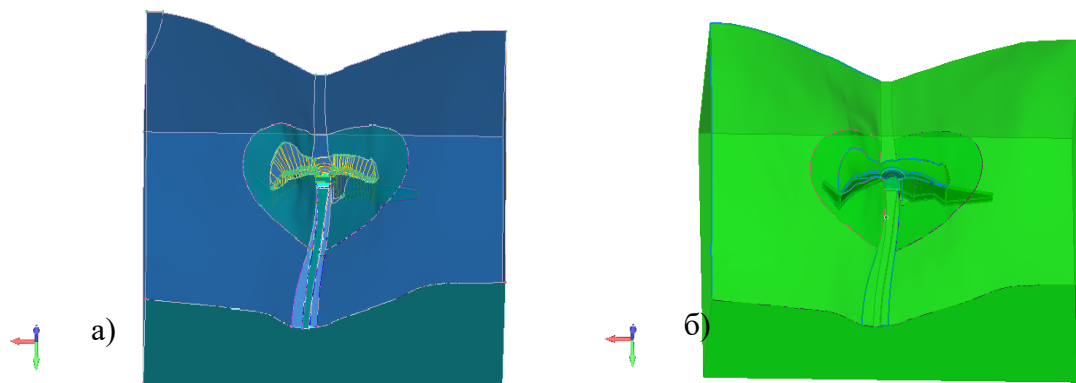


Слика 4.6 Геометрија периметра а) пре обраде и б) након обраде



Слика 4.7 Геометрија завесе а) пре обраде и б) након обраде

Када је у питању геометрија терена, такође је потребно користити исте функције за обраду површина и линија. Међутим, поред тога, геометрија терена није задата као једна целина, већ се састоји од више делова које је било потребно спојити у један солид ради једноставнијег генерисања мреже коначних елемената. То је учињено опцијом *geometry/solid/add*, а након тога су сређиване површине и линије као што је већ поменуто. Треба напоменути да је приликом генерисања мреже могућа појава мноштва грешака због којих није могуће креирати мрежу коначних елемената, па је потребно извршити додатне корекције. Једна од тих корекција које су биле потребне у овом моделу јесу конвертовање површина на солиду које нису имале карактер граничне површине управо у граничну површину опцијом *geometry/boundary surface/from faces on solid*. Ово је махом чињено на површинама терена. Поред тога, на геометрији терена се налази мноштво ситнијих делова које је једноставно требало обрисати. На њиховом месту је по потреби креирана једноставнија гранична површина од ивичних линија опцијом *geometry/boundary surface/from curves*, како би се сам солид поједноставио. На тај начин се, комбиновањем горе наведених функција, добија коначно уређена геометрија терена (Слика 4.8).



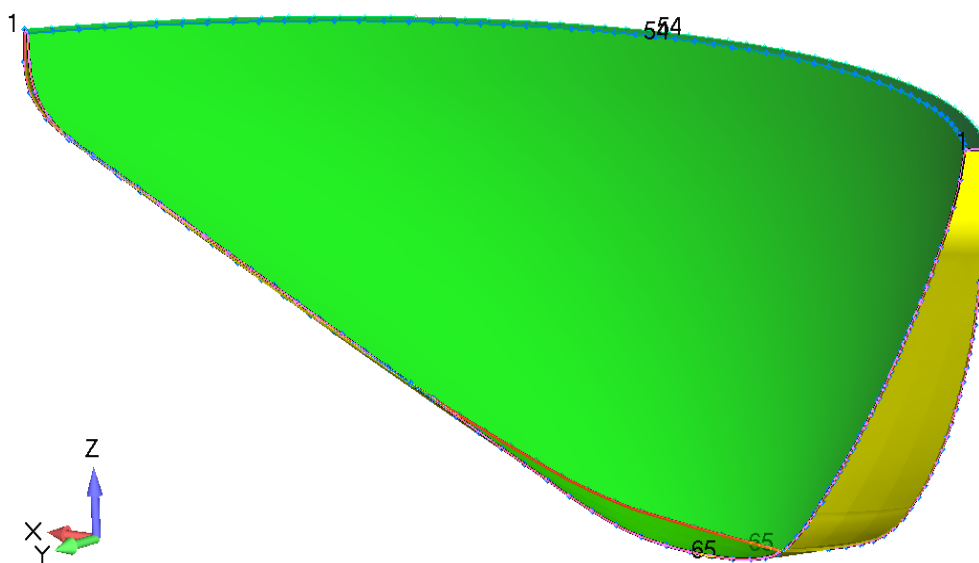
Слика 4.8 Геометрија терена а) пре уређивања и б) након уређивања

Овим је геометрија целокупне бране комплетирана и спремна за прављење мреже коначних елемената.

4.2 Модел коначних елемената

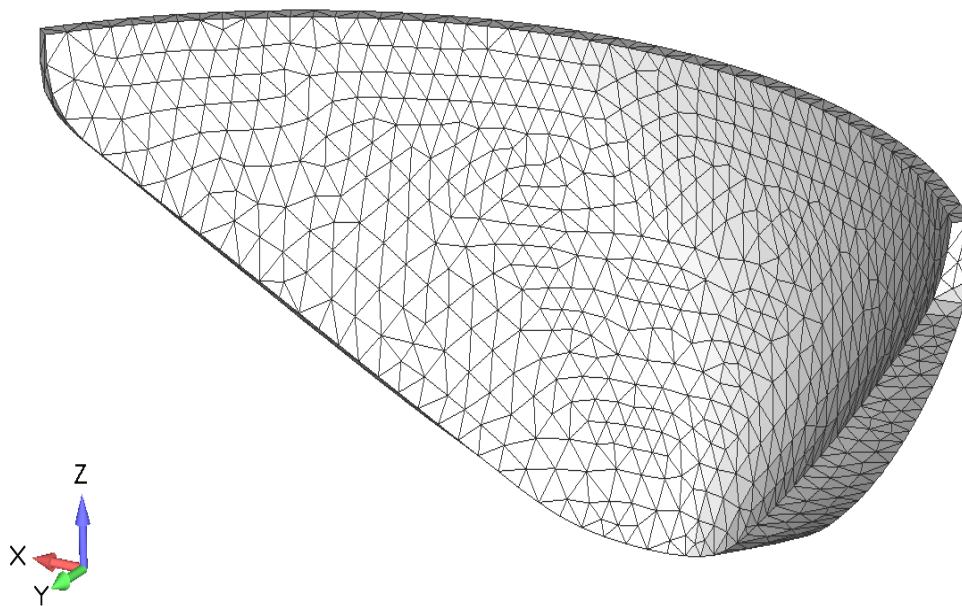
Следећи корак јесте генерисање мреже коначних елемената. Како би се добила мрежа задовољавајућег квалитета и са задовољавајућим бројем коначних елемената бирана је оптимална величина за различите солиде. Између солида који се додирују на месту њиховог контакта је потребно спојити (мерџовати) све чворове који се налазе на контактним површинама, како би се поједноставио модел и избегло коришћење елемента контакта. Стога, потребно је генерисати мрежу на свим запреминама појединачно и водити рачуна о додирним површинама на којима треба спојити чворове.

Најпре је генерисана мрежа на геометрији саме бране. Просечна величина елемената на овој запремини је 7 m, уз ручно подешавање поделе на линијама на којима је то било потребно. Такође, приликом генерисања мреже је потребно обратити пажњу на површину додира са периметром. Из тог разлога је опцијом *mesh control/approach on surface/matched – link to surface* дефинисана контактна површина на брани као *master* површина, а на периметру као *slave* површина на којој ће расподела елемената и чворова бити иста као на површини бране и онда је могуће спојити чворове између њих. На слици 4.9 је приказана величина елемената на ивицама модела, као и додирна површина између бране и периметра означена жутом бојом.



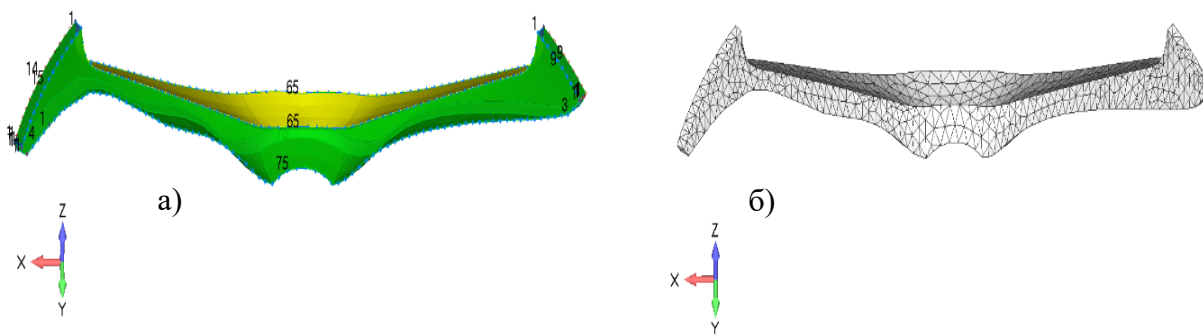
Слика 4.9 Приказ подела на ивицама бране и периметра

Након тога је могуће генерисати мрежу на датој запремини бране опцијом *mesh/geometry/solids* и то применом тетраедарских елемената са међучворовима. Мрежа коначних елемената бране је приказана на слици 4.10.



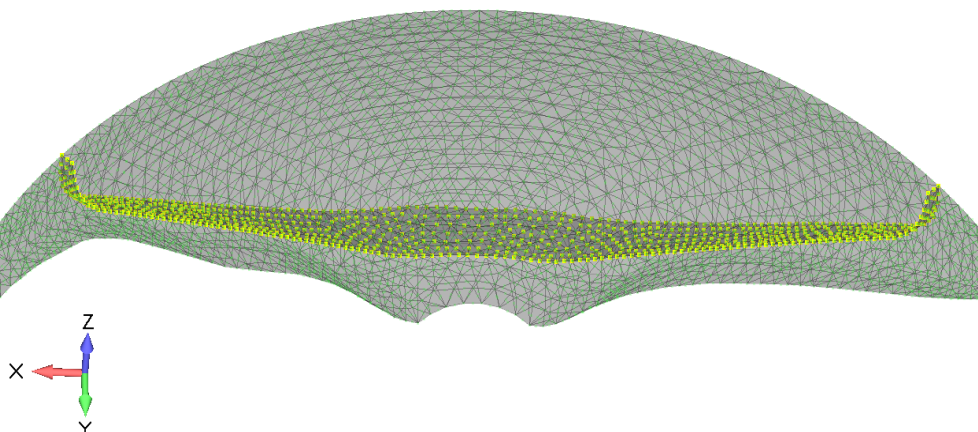
Слика 4.10 Мрежа коначних елемената бране

Након тога следи понављање поступка за геометрију периметра. Најпре се дефинише величина запреминског елемента од 7 m, а затим се ручно, на линијама на којима је неопходно, исправља број елемената како би се добила мрежа задовољавајућег квалитета. Треба напоменути да је у претходном кораку приликом генерисања тродимензионалне мреже бране дефинисана *slave* површина на периметру, као и да на тој површини број чворова на њеним ивицама треба да буде апсолутно исти као на одговарајућој површини на брани. На слици 4.11 је приказана геометрија периметра са одређеним бројем чворова на свим ивицама и означеном *slave* површином жутом бојом, као и мрежа коначних елемената периметра.



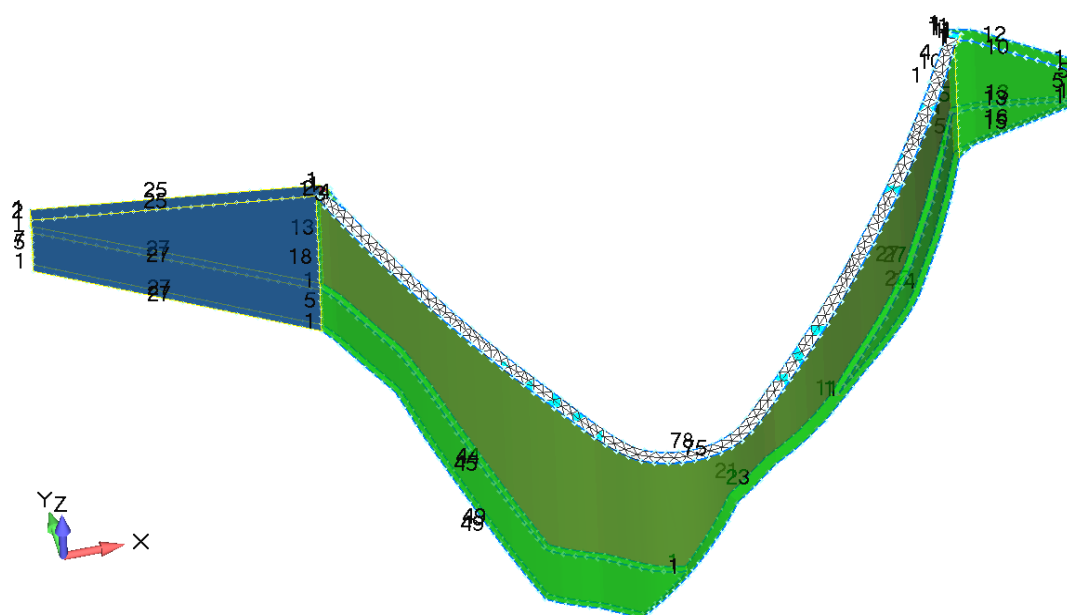
Слика 4.11 Геометрија периметра а) са дефинисаном поделом и контактном површином и б) мрежа коначних елемената периметра

Спајање чворова на додирним површинама се врши опцијом *check coincidence nodes* и приказано је на слици 4.12.



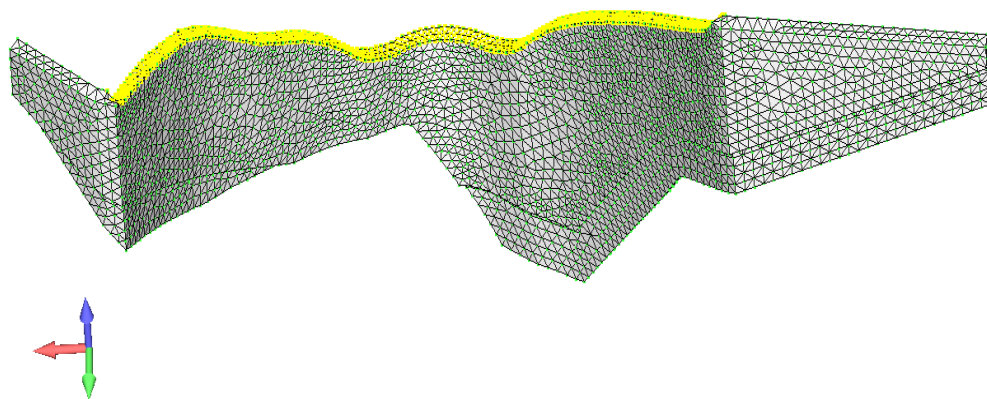
Слика 4.12 Спајање чворова на додирној површини бране и периметра

Када је комплетирана мрежа бране и периметра, следи генерисање мреже на солиду ињекционе завесе. У овом случају није могуће извршити идентичну расподелу чворова и елемената на контакту завеса – периметар опцијом *mesh control/approach on surface/matched – link to surface* из разлога што постоје минимална одступања у површинама. Стога је најпре генерисана мрежа *2D plot only* елемената преко постојеће мреже 3D елемената на додирној површини на солиду периметра. Расподела тих раванских елемената одговара расподели елемената на периметру. Затим су ти 2D елементи „везани“ опцијом *modify, associativity, automatic* за геометрију завесе. Поред тога, величина елемената на солиду је подешена на 10 m, и ручно подешен број чворова на линијама где је то потребно, као и у претходним случајевима. Ови 2D елементи тако „везани“ за геометрију завесе, као и број елемената на ивицама солида су приказани на слици 4.13.



Слика 4.13 Геометрија завесе са приказаном поделом на ивицама и 2D елементима који су повезани са солидом завесе

Оно што је важно у претходном поступку јесте да *2D plot only* елементи представљају помоћне елементе, те ће се након генерисања тетраедарске мреже на солиду завесе на њиховом месту наћи 3D елементи са апсолутно идентичном расподелом чворова и лица елемената. Мрежа коначних елемената завесе са спојеним чворовима је приказана на слици 4.14.



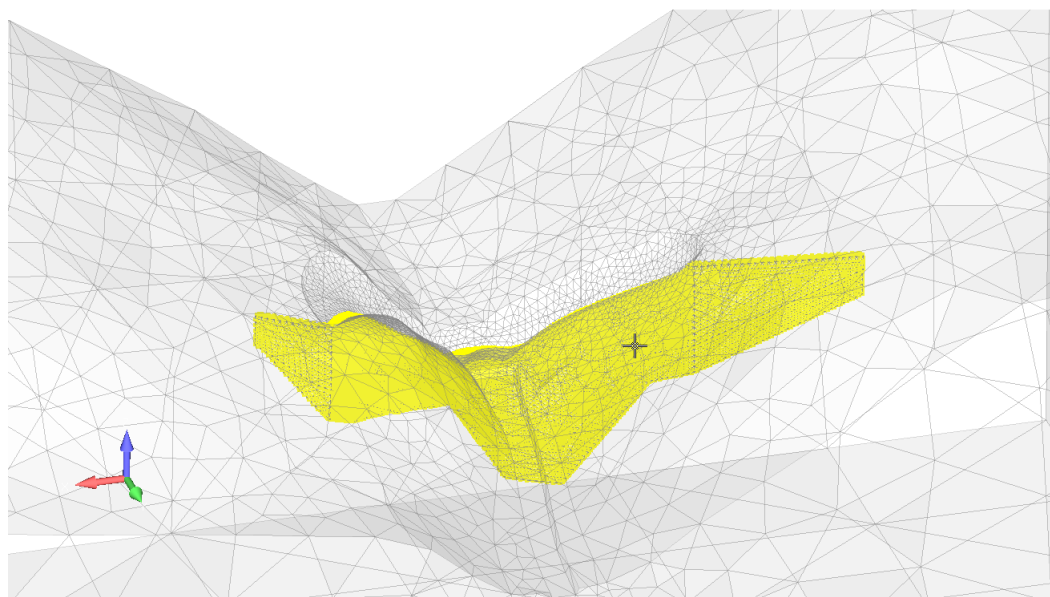
Слика 4.14 Мрежа коначних елемената ињекционе завесе са спојеним чворовима на контакту периметар – завеса

Сличним поступком се може генерисати мрежа на терену, односно спојити чворови на контакту терена са завесом, као и контакту терена са периметром. Најпре се, дефинише величина елемената од 50 m, уз фактор пораста 1,5 како би раст елемената био равномеран и то од најмањих у близини завесе ка највећим на крајњим ивицама геометрије терена. Након тога се, као и у претходном случају, генеришу *2D plot only* елементи преко постојеће 3D мреже елемената на додирној површини завесе и периметра и везују за геометрију терена (Слика 4.15).



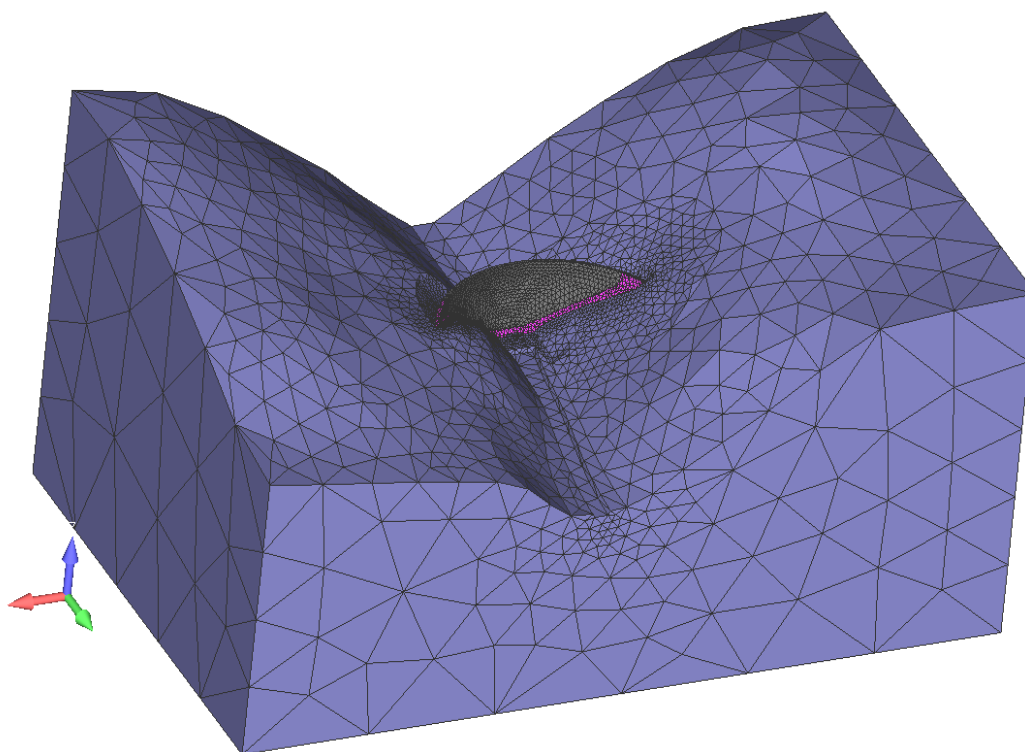
Слика 4.15 Мрежа *2D plot only* елемената повезаних са геометријом терена

Генерисана тетраедарска мрежа на геометрији терена, као и спојени чворови на контакту са суседним солидима периметра и завесе су приказани на слици 4.16.



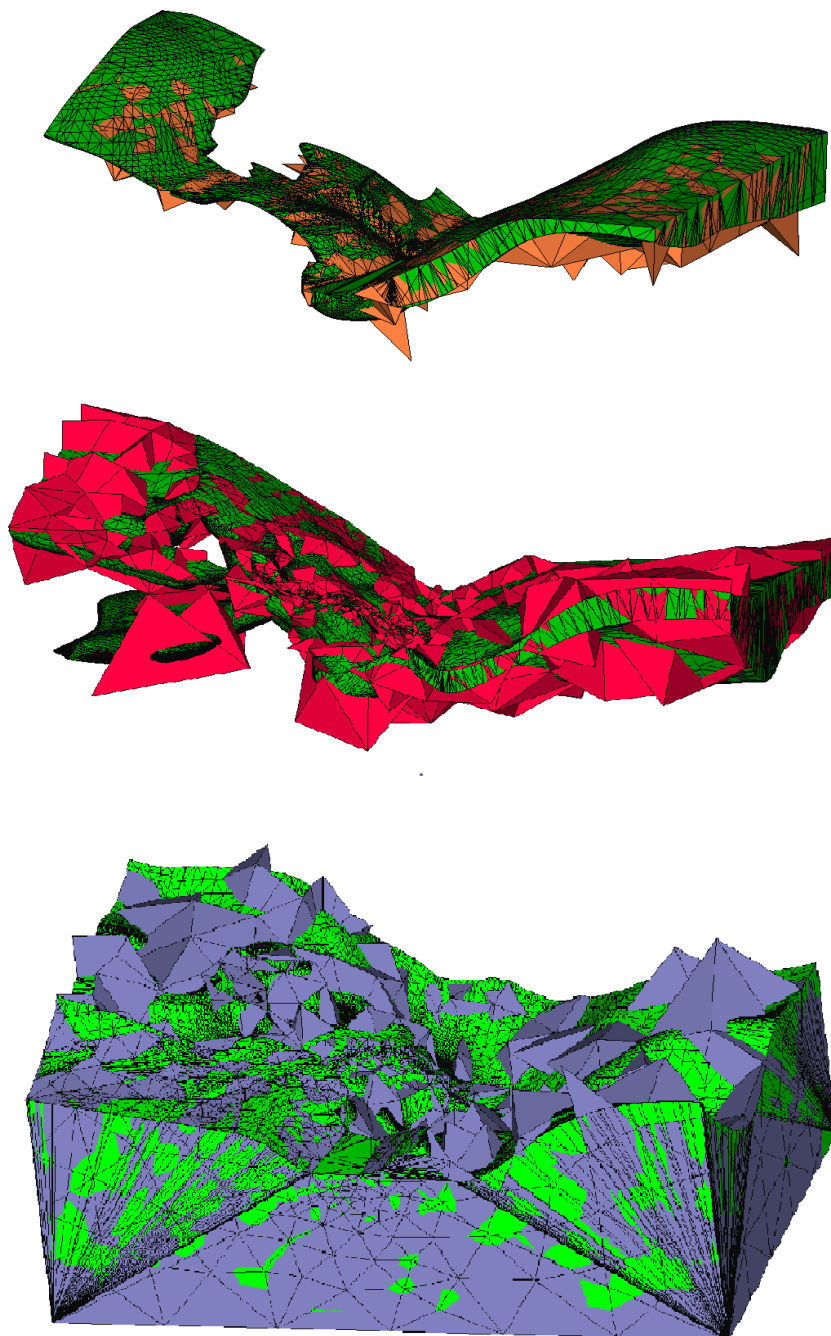
Слика 4.16 Спајање чворова на додирној површини терена и завесе, као и терена и периметра

Коначно, добија се целокупан модел коначних елемената бране „Гранчарево“ који се састоји од 60305 тетраедарских коначних елемената са међучворовима и 88472 чворова где су елементи терена, завесе, периметра и бране представљени различитим бојама ради прегледнијег приказа (Слика 4.17).



Слика 4.17 Модел коначних елемената бране „Гранчарево“

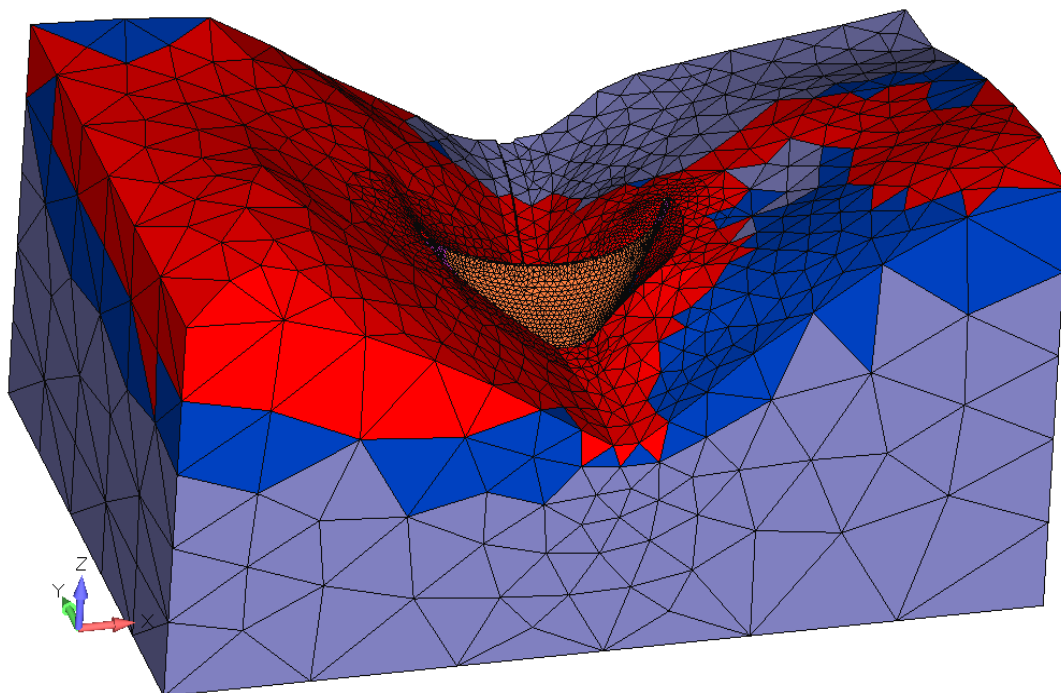
Оно што треба напоменути јесте да су елементима терена, који се након креирања мреже састоје од једне средине, додељени материјали преостале две средине коришћењем екстерног програма за додељивање материјала. Овај програм на основу солида терена који је издељен на три дела пореди положај тежишта елемената са геометријом и у зависности од тога ком делу солида елемент припада он му додељује различите материјале (Слика 4.18).



Слика 4.18 Поклапање елемената и геометрије терена за све три средине, где је геометрија приказана зеленом бојом

Модел коначних елемената бране са тереном подељеним на три различите средине приказан је на слици 4.19.

V: 2
L: 2
C: 1



Слика 4.19 Модел коначних елемената бране са тереном подељеним на три различите средине приказане различитим бојама

4.3 Оптерећења и гранични услови

Оваква масивна конструкција, као што је бетонска лучна брана, трпи различите врсте комплексних оптерећења која делују на њу. У овом раду су узете у обзир сопствена тежина и дејство хидростатичког притиска, док филтрациони и термички утицаји нису разматрани.

4.3.1 Сопствена тежина

Како је цела конструкција великих димензија и масе, веома је битно узети у обзир утицај сопствене тежине. Поред деформација и напона унутар саме бране, сопствена тежина изазива тзв. слегање терена на коме је изграђена, односно деформацију тла.

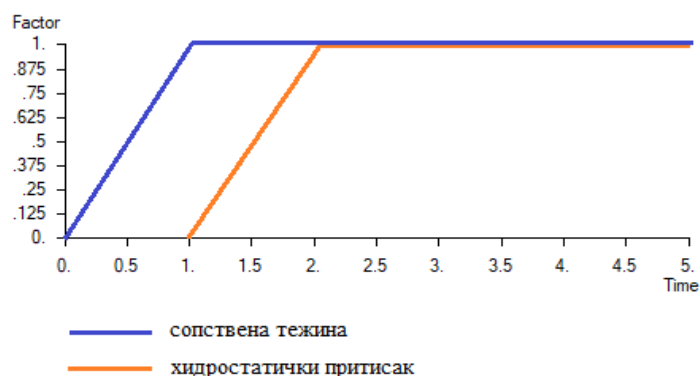
Тежина бране зависи од густине и запремине, али и од геометрије модела јер управо од ње зависи расподела оптерећења. Она се узима као иницијално оптерећење у прорачуну чврстоће укључујући и околну стенску масу поред саме бране. Израчунавање напона и померања услед сопствене тежине врши се у првом кораку, након чега се померања ресетују. Добијене вредности напона представљају почетно напонско стање за следеће кораке у којима се разматра утицај осталих оптерећења на брану.

4.3.2 Хидростатички притисак

Дејство хидростатичког притиска на брану је задато на свим површинама које су оквашене и то тако да делује у тежишту оквашене површине елемената. Дакле, постоје притисци на брану и терен од стране воде из акумулације, као и притисци услед дејства доње воде (низводно од бране). У овом раду су разматране две прорачунске ситуације за различите нивое воде. На основу изабраних прорачунских ситуација су задати притисци на оквашеним површинама до одговарајућих коте горње и доње воде.

4.3.3 Фазе задавања оптерећења модела

Нелинеарна анализа бране се спроводи у више фаза. Конкретно у овом случају врши се у две фазе које су дефинисане одговарајућим функцијама. Ове функције су дате на слици 4.20.



Слика 4.20 Функције којима су дефинисане фазе оптерећења модела

У првом кораку се задаје оптерећење од сопствене тежине које делује и у другом кораку, док се у другом кораку задаје оптерећење од хидростатичког притиска. Померања која настају услед сопствене тежине се ресетују након првог корака, тако да су померања која се добију након другог корака настала само услед оптерећења која делују у другом кораку, док се напони настали у првом кораку преносе у следећи корак.

4.3.4 Гранични услови

Гранични услови који су задати при анализи стабилности бране јесу:

- ограничено хоризонтално померање управно на вертикалне странице модела,
- фиксирање дна модела.

На вертикалним површинама терена, које представљају крајње границе модела задати су услови симетрије, како би се узело у обзир постојање стенске масе која није симулирана у моделу, а из које је „извучена“ анализирана запремина модела. Дакле, на крајњим површинама терена у вертикалном правцу које припадају равни уз ограничена су померања чворова по x оси, док је на вертикалним површинама терена у xz равни ограничено померање чворова у y правцу. Хоризонталној површини која представља дно терена потпуно су ограничена померања, односно ова површина је фиксирана.

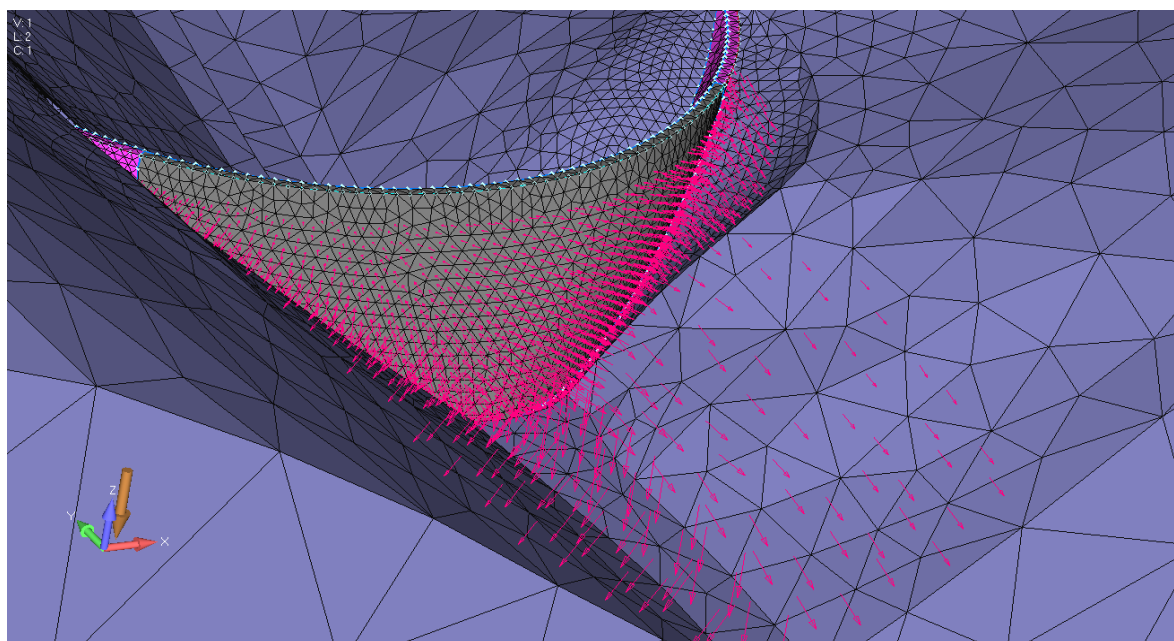
4.4 Прорачунске ситуације

У зависности од нивоа воде у акумулацијском језеру, као и доње воде, узете су у обзир две прорачунске ситуације у овом раду. Прва прорачунска ситуација је изабрана на основу измерених нивоа воде у току експлоатације ХЕ „Требиње 1“ дана 05.03.2018, док друга прорачунска ситуација представља коту максималног успора бране преко које вода не може да пређе [12]. Вредности ових кота за обе прорачунске ситуације су дате у табели 4.1.

Табела 4.1 Нивои воде за две различите прорачунске ситуације

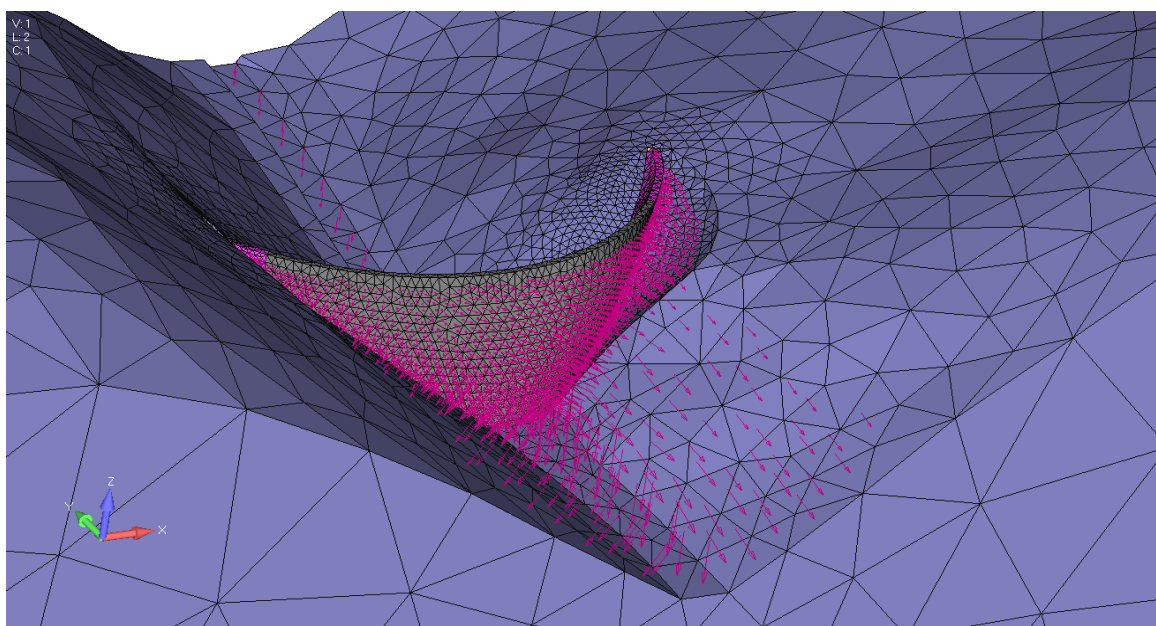
Прорачунска ситуација	Кота горње воде (m)	Кота доње воде (m)
1.	395,64	290,88
2.	401,31	293,00

На слици 4.21 приказани су вектори задатог хидростатичког притиска на оквашене површине за прорачунску ситуацију 1:



Слика 4.21 Вектори хидростатичког притиска на оквашеним површинама за прорачунску ситуацију 1

Расподела вектора хидростатичког притиска на оквашеним површинама за прорачунску ситуацију 2 су приказани на слици 4.22:



Слика 4.22 Вектори хидростатичког притиска на оквашеним површинама за прорачунску ситуацију 2

4.5 Материјални параметри

Као што је већ напоменуто у претходним поглављима, за анализу стабилности бране коришћен је Мор–Кулонов материјални модел. Материјални параметри овог модела су добијени најпре калибрацијом за материјални модел бетона, а касније прерачунати параметри Мор–Кулоновог материјалног модела. Параметри овог материјалног модела су приказани у табели 4.2.

Табела 4.2 Параметри материјалног модела

Средина	Модул ел. (kPa)	Поасонов коэф.	Специфична тежина (kN/m ³)	Кохезија (kPa)	Угао унутрашњег трења (°)
Стена 1	45000000	0,308	26	2672	41,711
Стена 2	26094000	0,370	26	1409	41,014
Стена 3	20000000	0,340	26	725,7	43,813
Брана	47402082.2	0,164	24	12280	9,777
Периметар	49013368	0,164	24	12280	9,777
Завеса	45000000	0,308	24	2672	41,711

5 Приказ резултата

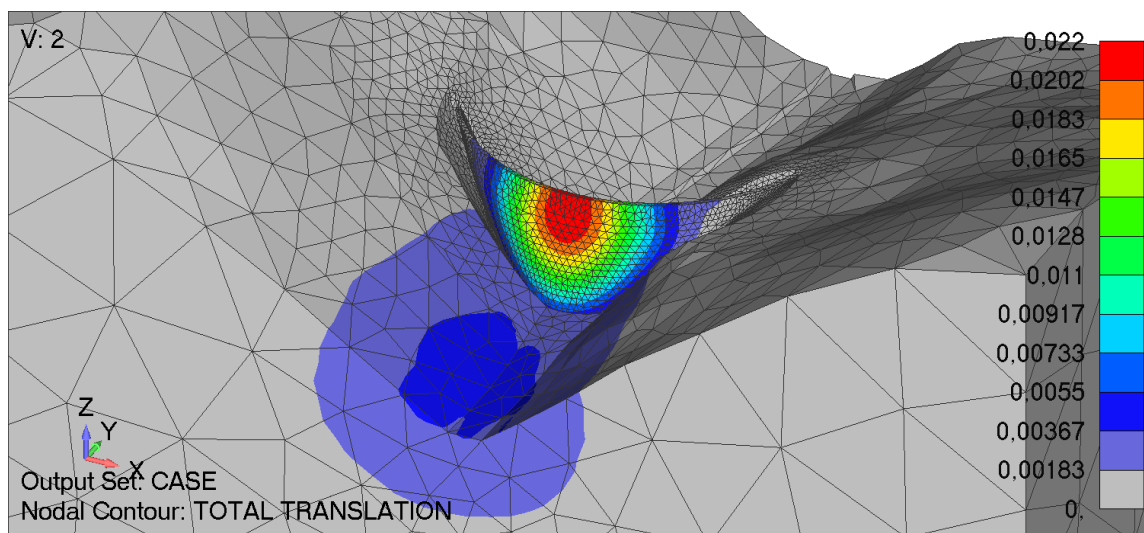
5.1 Резултати анализе

Резултати анализе ће бити приказани у 3D погледу, у вертикалном попречном пресеку по оси бране, као и хоризонталним пресецима на 380 mm, 350 mm и 320 mm. Разлог приказивања резултата у вертикалном попречном пресеку по оси бране јесте како би се детаљније приказале промене битних физичких величина у самој брани и околној стенској маси. Хоризонталним пресецима на дефинисаним котама је приказано како се изабране величине мењају са порастом висине бране.

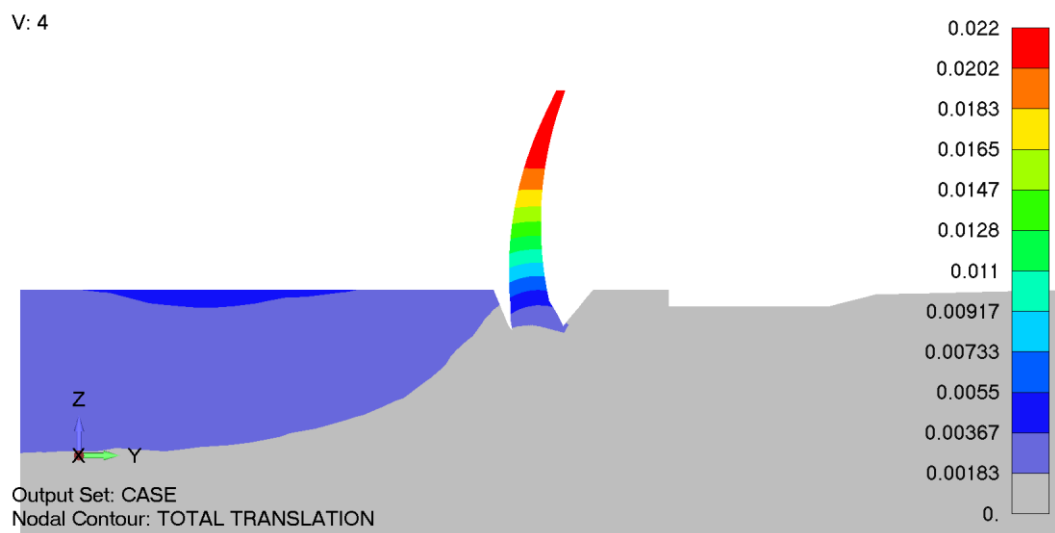
5.1.1 Резултати прве прорачунске ситуације

На наредним сликама су приказани резултати прорачуна за случај прве прорачунске ситуације у виду поља расподела следећих физичких величина:

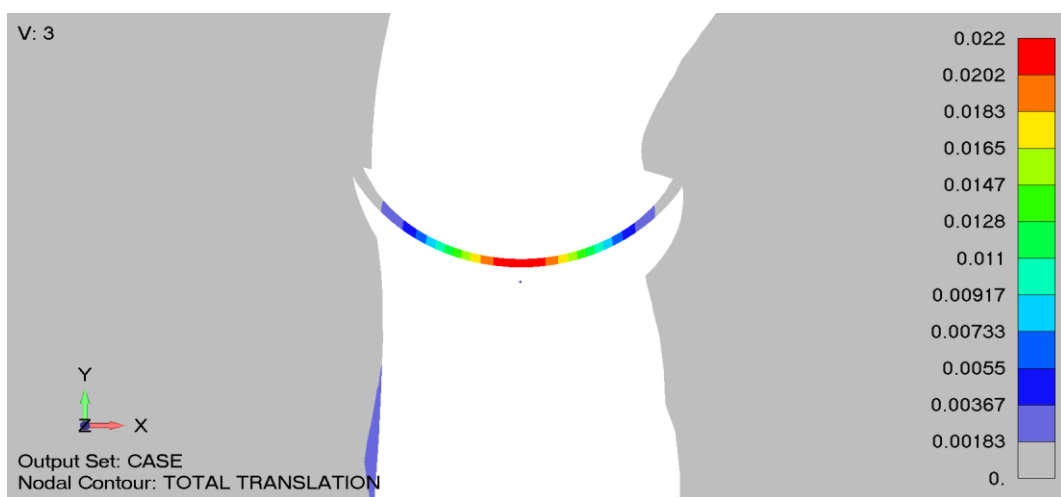
- укупно померање (слике 5.1 – 5.5),
- померање у правцу тока реке (слике 5.6 – 5.10),
- еквивалентни напон (слике 5.11 – 5.15),
- вертикални напон (слике 5.16 – 5.20),
- еквивалентне пластичне деформације (слика 5.21).



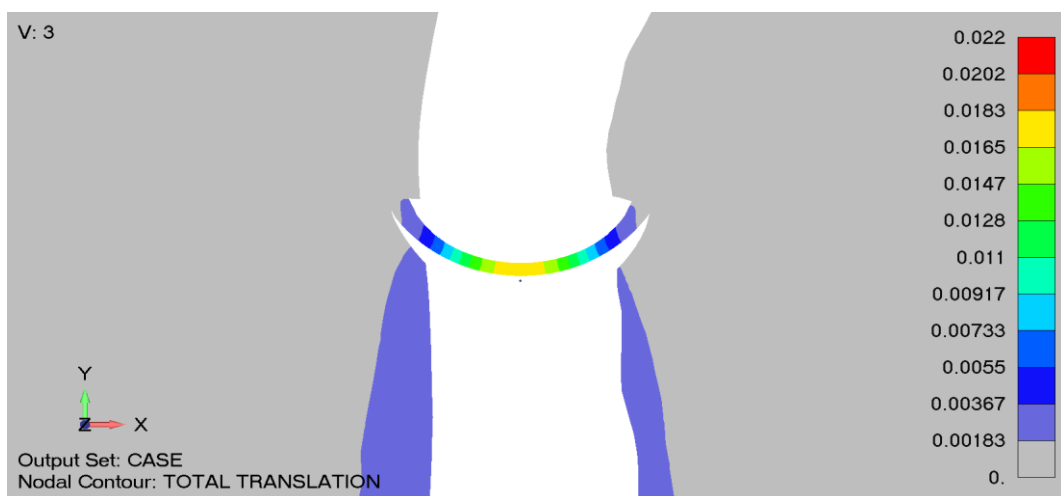
Слика 5.1 Поље укупних померања [m] у 3D погледу



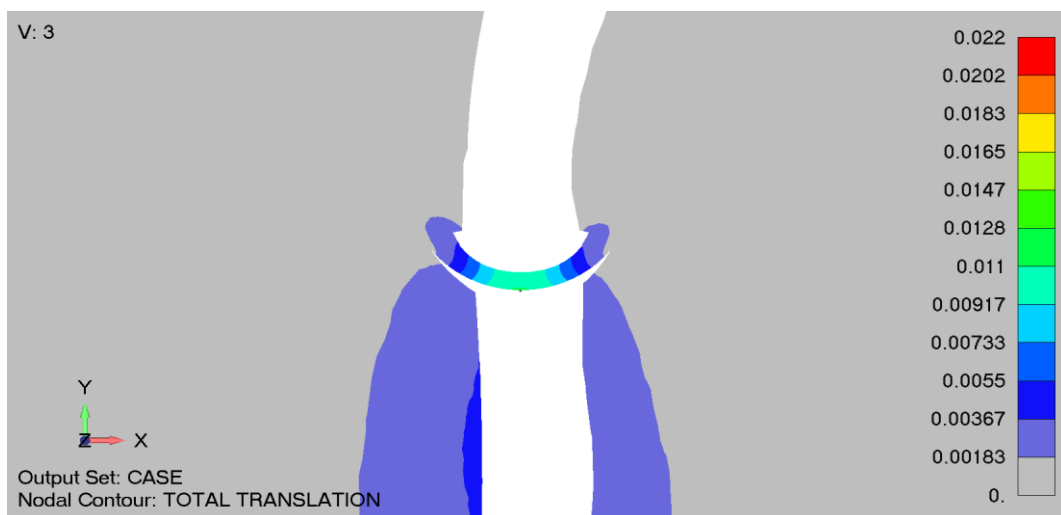
Слика 5.2 Поље укупних померања [m] у вертикалном пресеку по оси бране



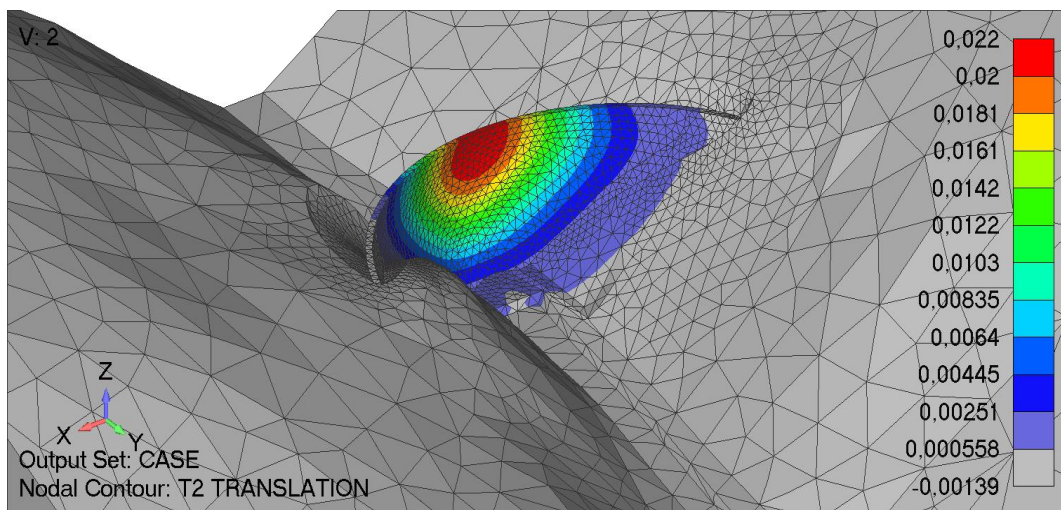
Слика 5.3 Поље укупних померања [m] у хоризонталном пресеку бране на коти 380 mm



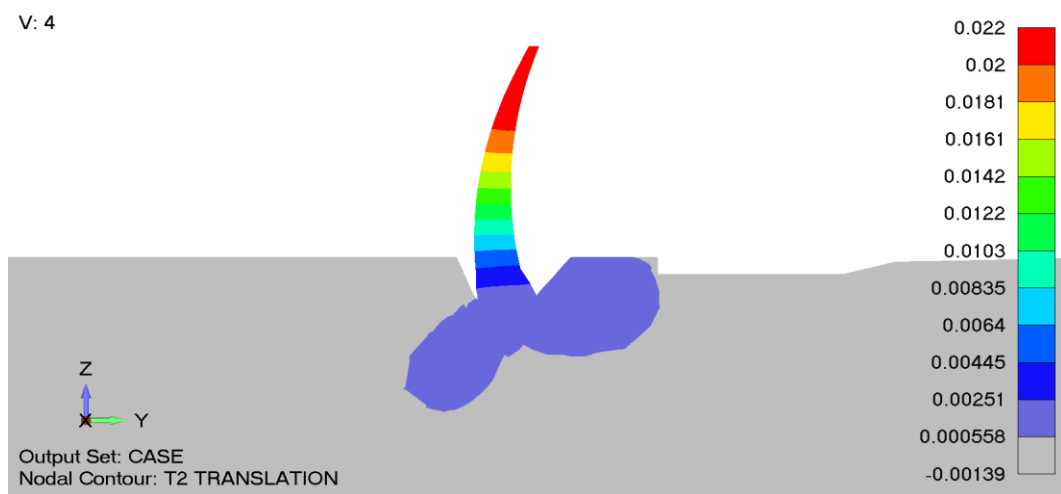
Слика 5.4 Поље укупних померања [m] у хоризонталном пресеку бране на коти 350 mm



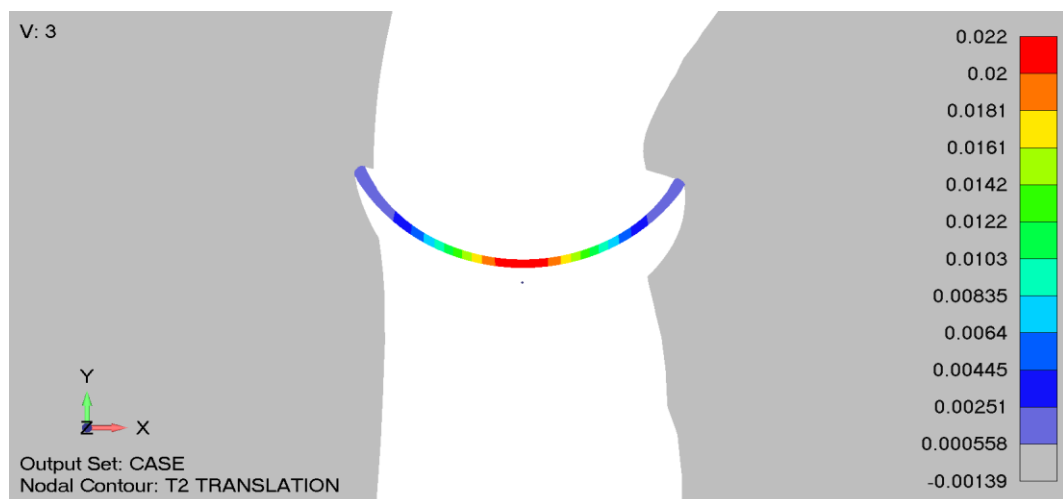
Слика 5.5 Поље укупних померања [m] у хоризонталном пресеку бране на 320 mpm



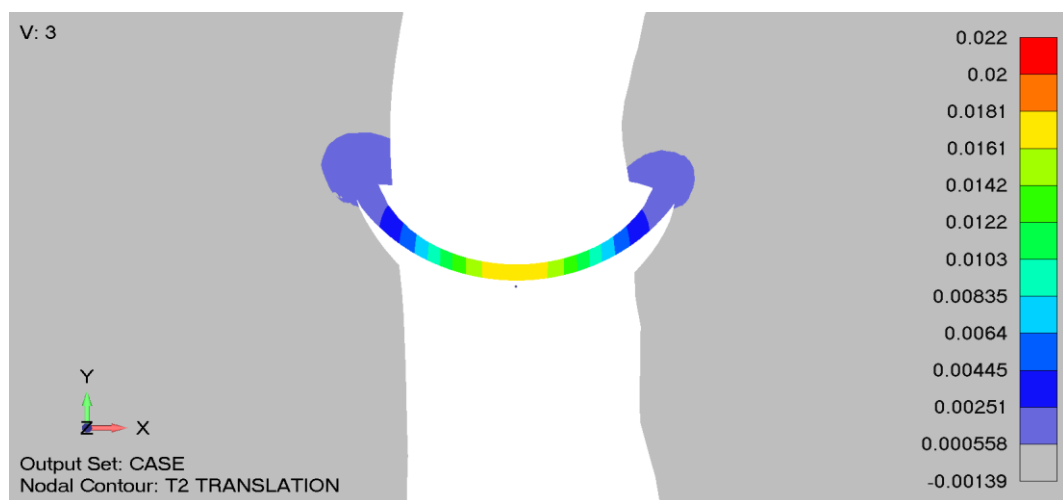
Слика 5.6 Поље померања у правцу тока реке [m] у 3D погледу



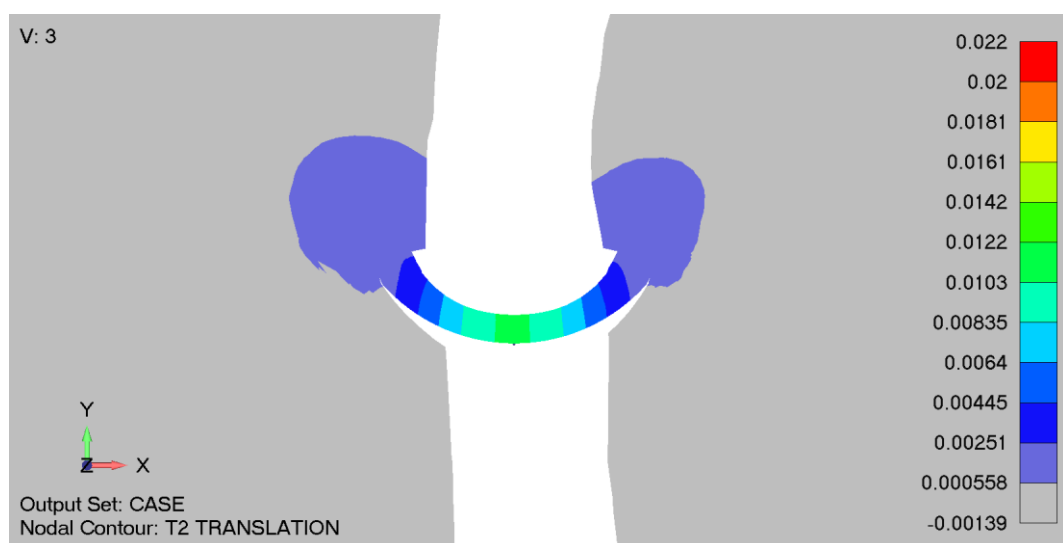
Слика 5.7 Поље померања у правцу тока реке [m] у вертикалном пресеку по оси бране



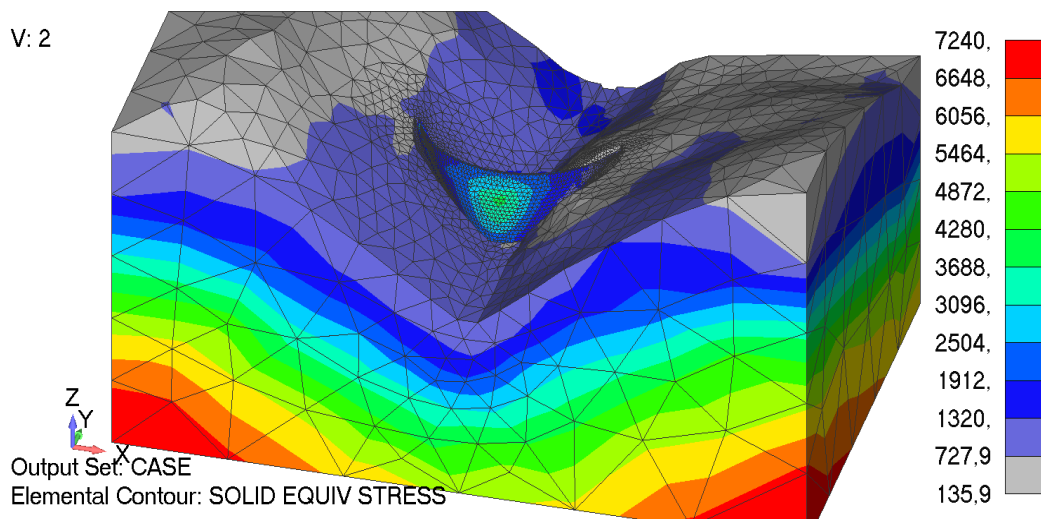
Слика 5.8 Поље померања у правцу тока реке [m] у хоризонталном пресеку на коти 380 mnm



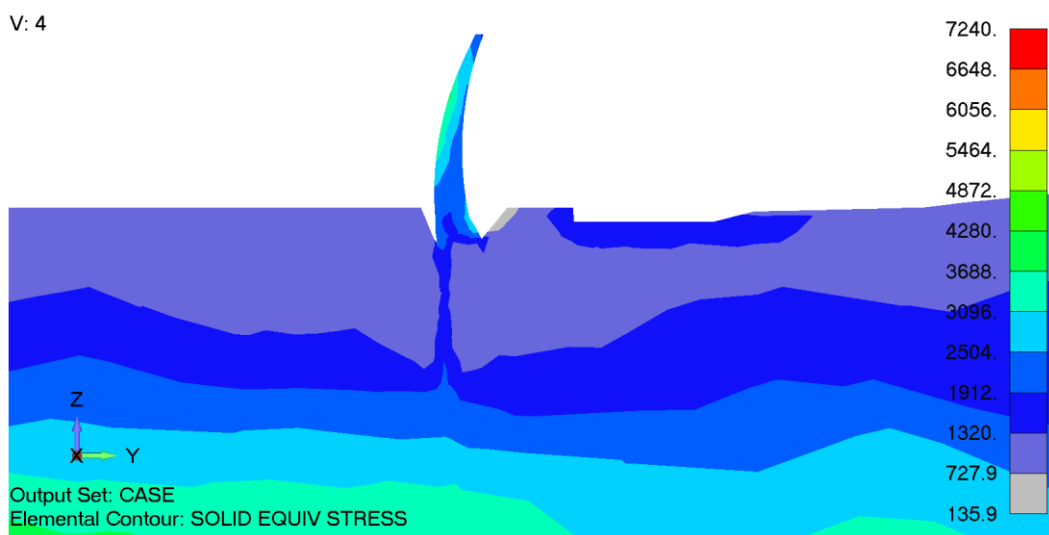
Слика 5.9 Поље померања у правцу тока реке [m] у хоризонталном пресеку на коти 350 mnm



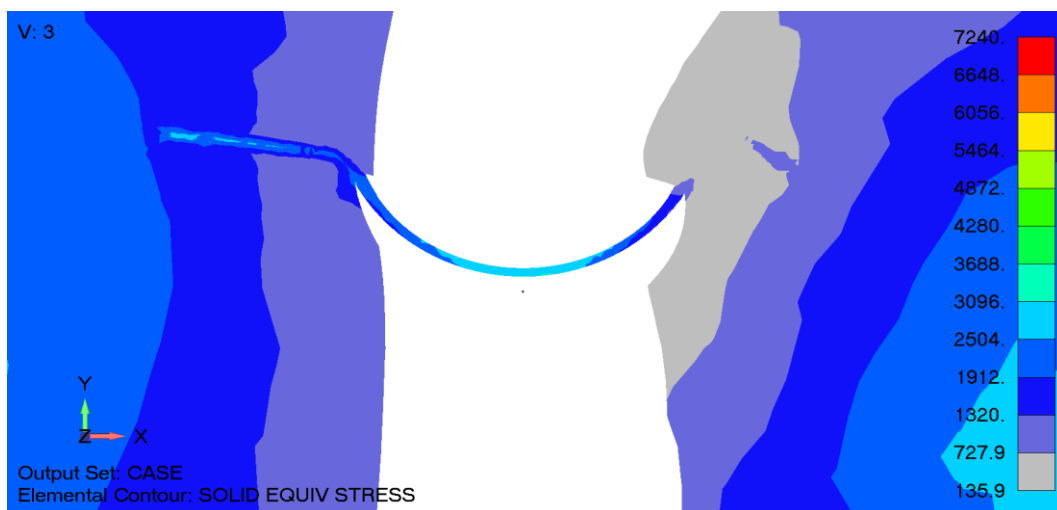
Слика 5.10 Поље померања у правцу тока реке [m] у хоризонталном пресеку на коти 320 mnm



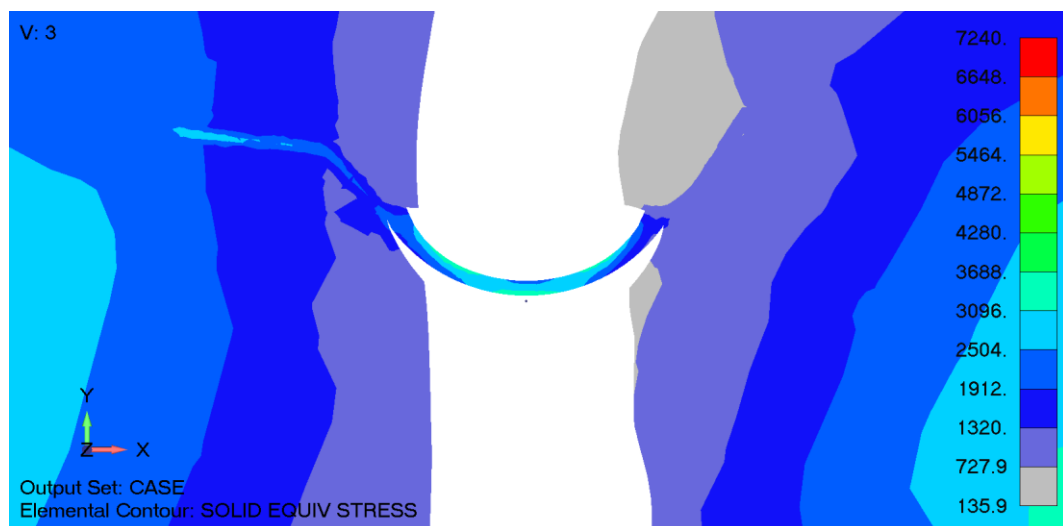
Слика 5.11 Поље еквивалентног напона [kPa] у 3D погледу



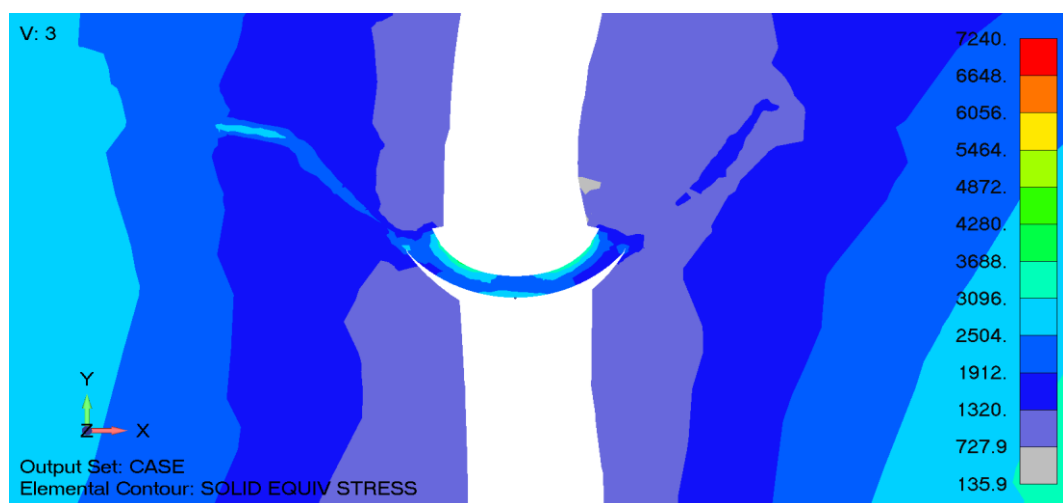
Слика 5.12 Поље еквивалентног напона [kPa] у вертикалном пресеку по оси бране



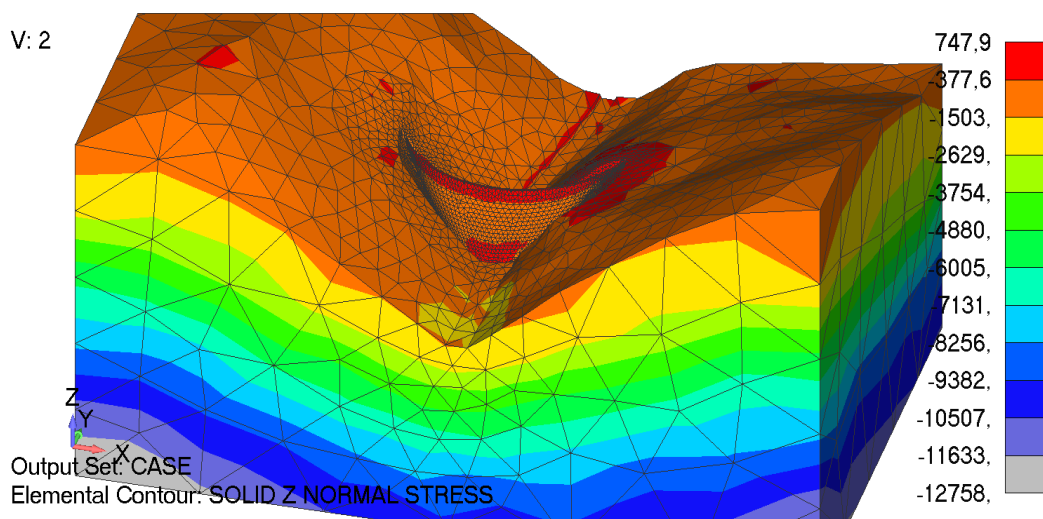
Слика 5.13 Поље еквивалентног напона [kPa] у хоризонталном пресеку на коти 380 mm



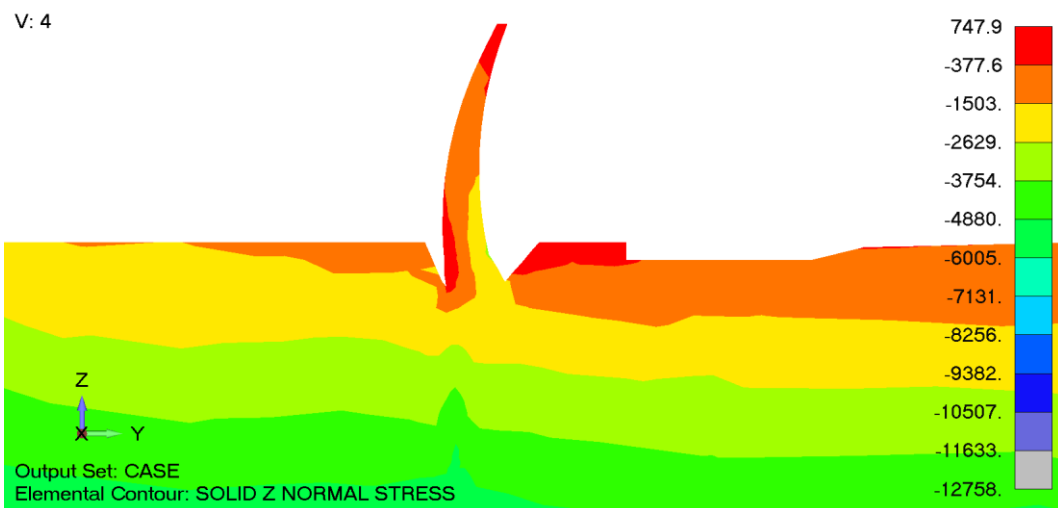
Слика 5.14 Поље еквивалентног напона [kPa] у хоризонталном пресеку на коти 350 mm



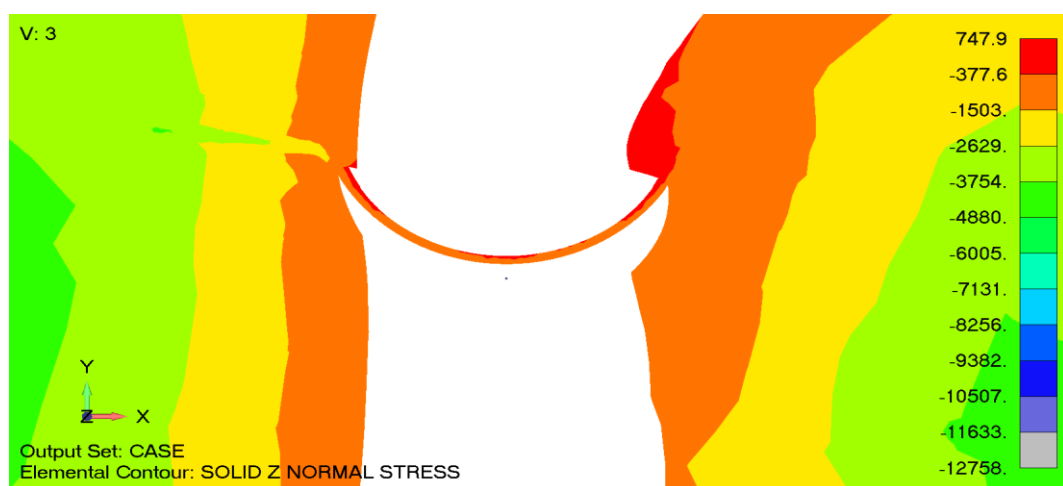
Слика 5.15 Поље еквивалентног напона [kPa] у хоризонталном пресеку на коти 320 mm



Слика 5.16 Поље вертикалне компоненте напона [kPa] у 3D погледу



Слика 5.17 Поље вертикалне компоненте напона [kPa] у вертикалном пресеку по оси бране



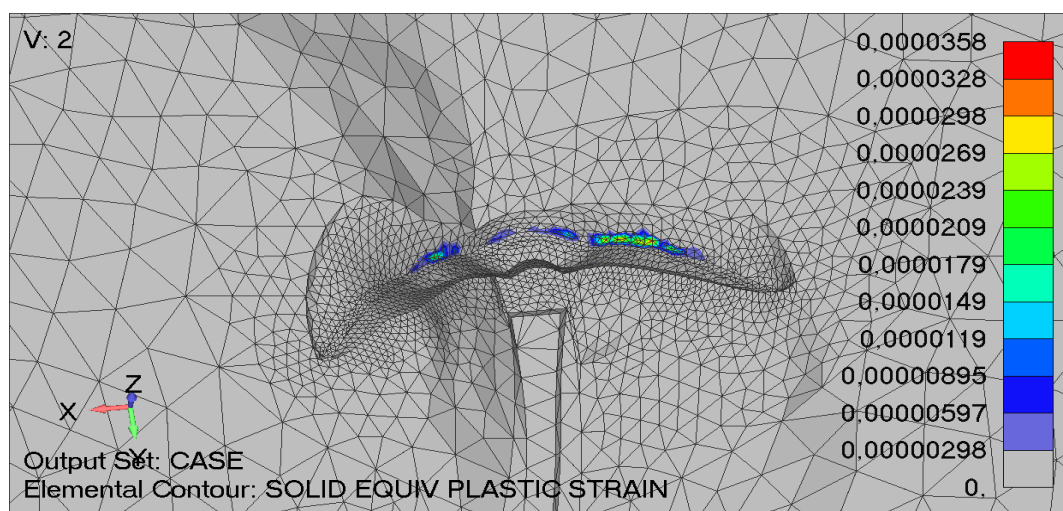
Слика 5.18 Поље вертикалне компоненте напона [kPa] у хоризонталном пресеку на коти 380 mm



Слика 5.19 Поље вертикалне компоненте напона [kPa] у хоризонталном пресеку на коти 350 mm



Слика 5.20 Поље вертикалне компоненте напона [kPa] у хоризонталном пресеку на коти 320 mm

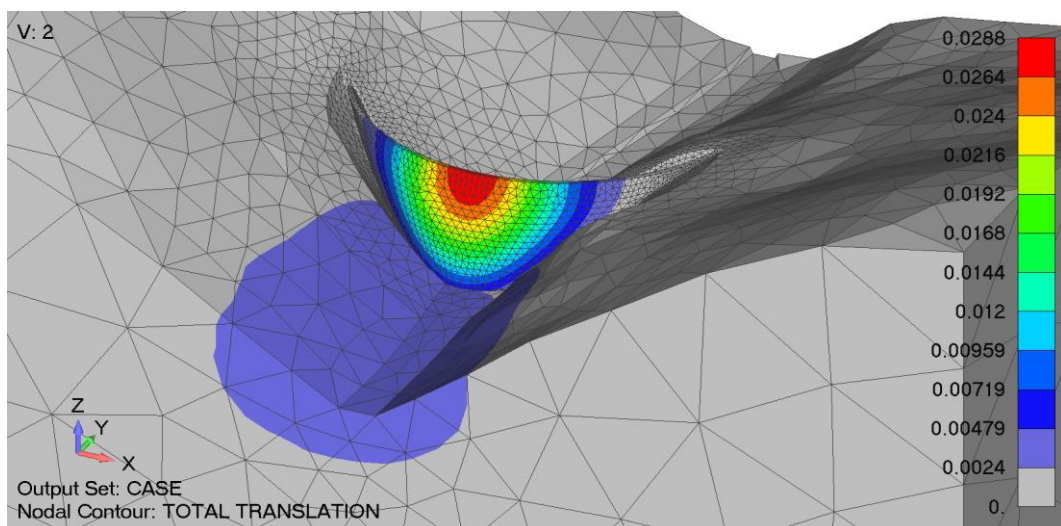


Слика 5.21 Поље еквивалентних пластичних деформација

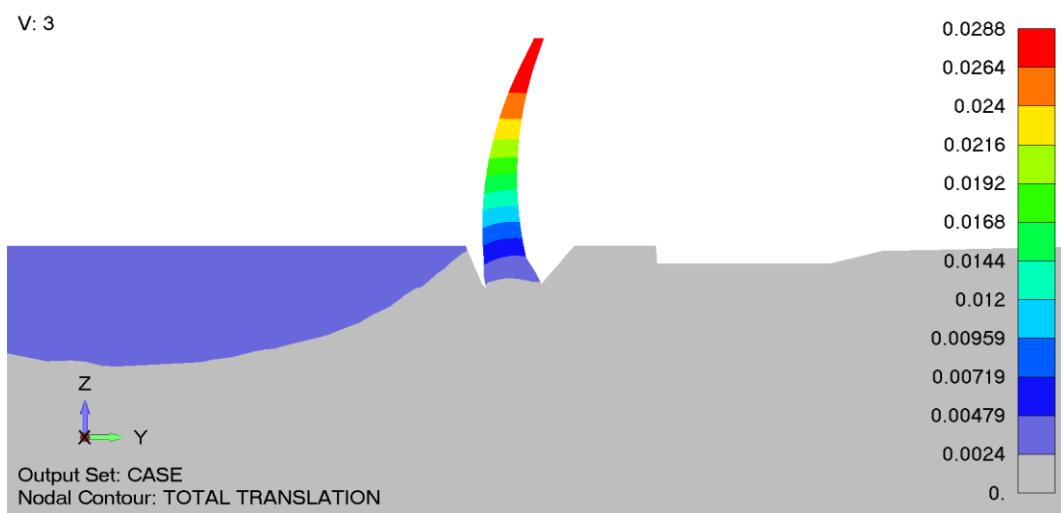
5.1.2 Резултати друге прорачунске ситуације

На следећим сликама ће бити приказани резултати прорачуна друге прорачунске ситуације у истим погледима и пресецима као за случај прве прорачунске ситуације. Резултати друге прорачунске ситуације су дати у виду поља расподела:

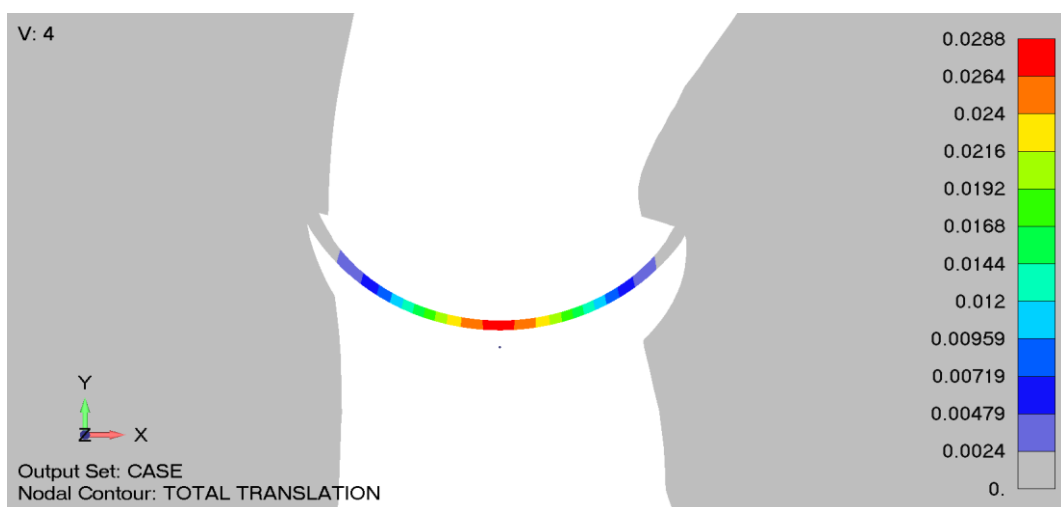
- укупних померања (слике 5.22 – 5.26),
- померања у правцу тока реке (слике 5.27 – 5.31),
- еквивалентног напона (слике 5.32 – 5.36),
- вертикалног напона (слике 5.37 – 5.41),
- еквивалентних пластичних деформација (слика 5.42),



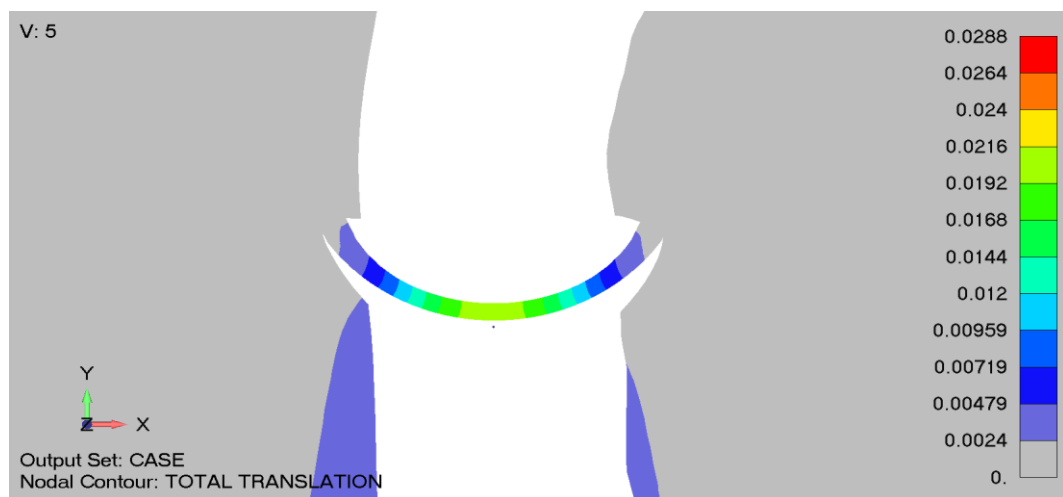
Слика 5.22 Поље укупних померања [m] у 3D погледу



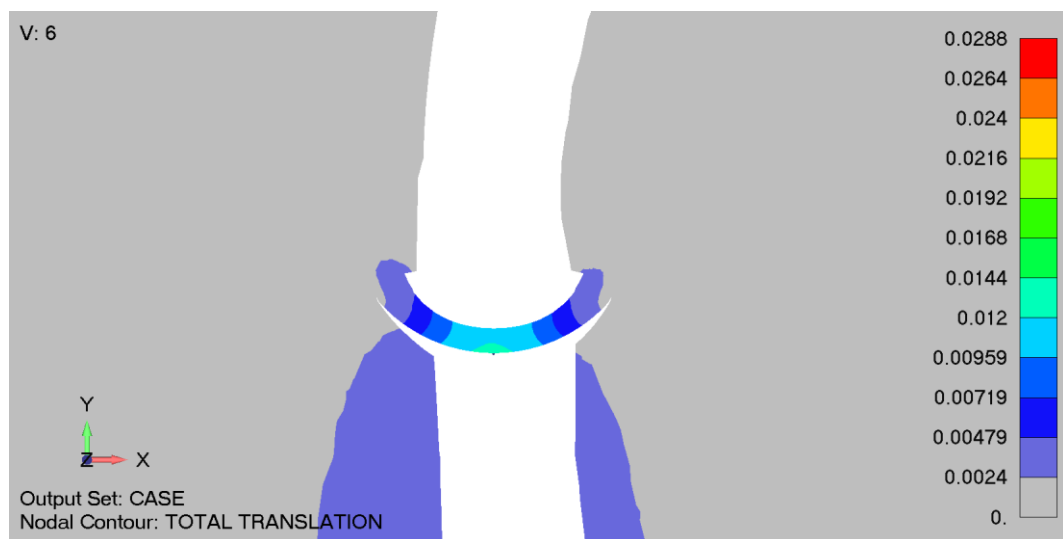
Слика 5.23 Поље укупних померања [m] у вертикалном пресеку по оси бране



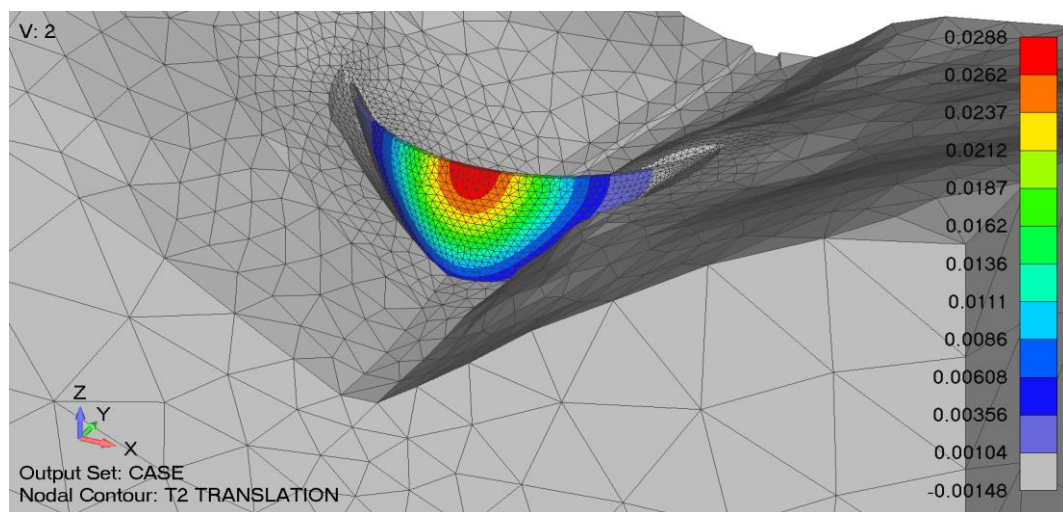
Слика 5.24 Поље укупних померања [m] у хоризонталном пресеку на коти 380 mm



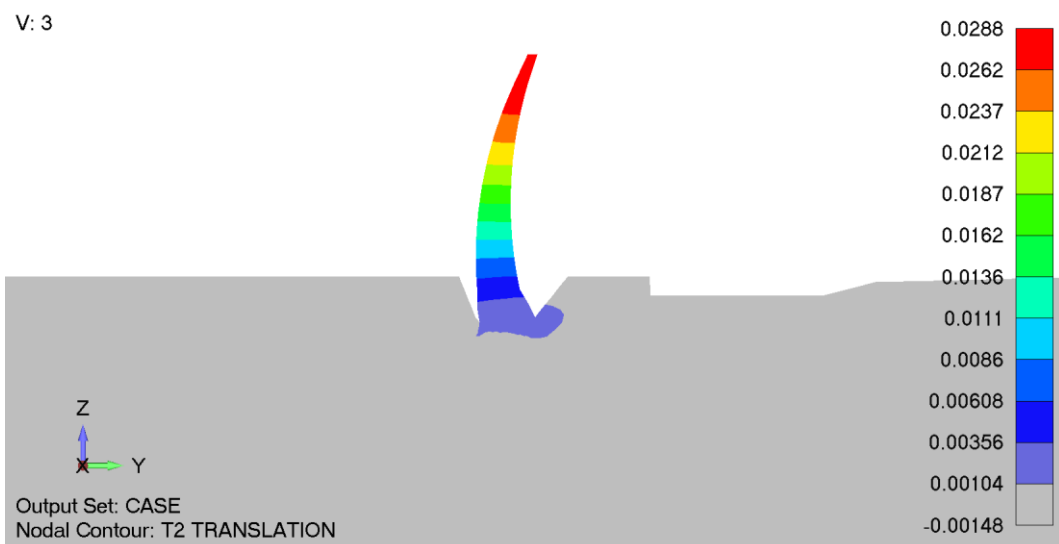
Слика 5.25 Поље укупних померања [m] у хоризонталном пресеку на коти 350 mnm



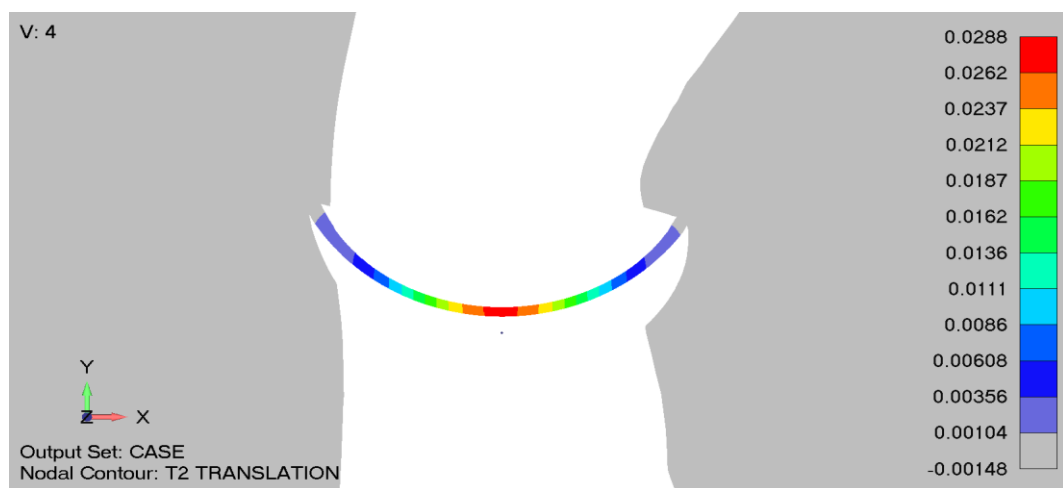
Слика 5.26 Поље укупних померања [m] у хоризонталном пресеку на коти 320 mnm



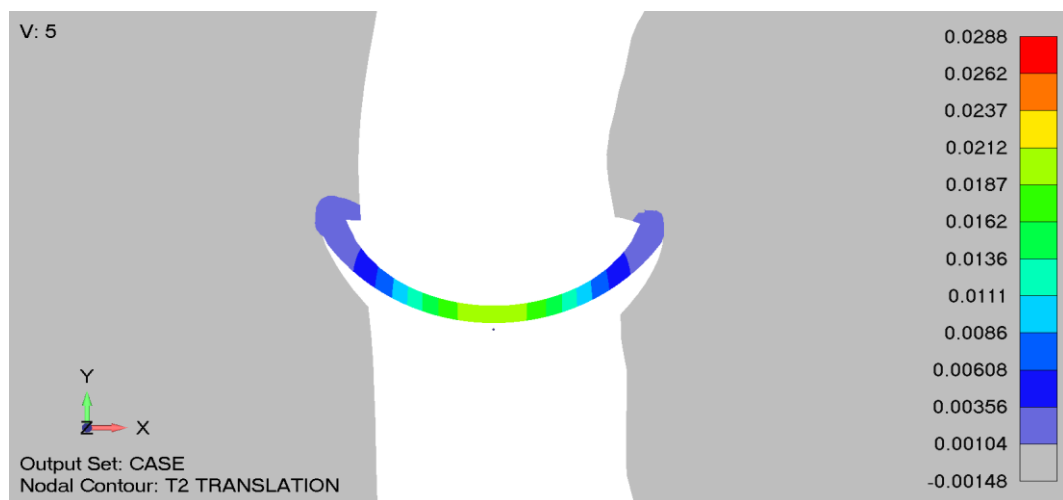
Слика 5.27 Поље померања у правцу тока реке [m] у 3D погледу



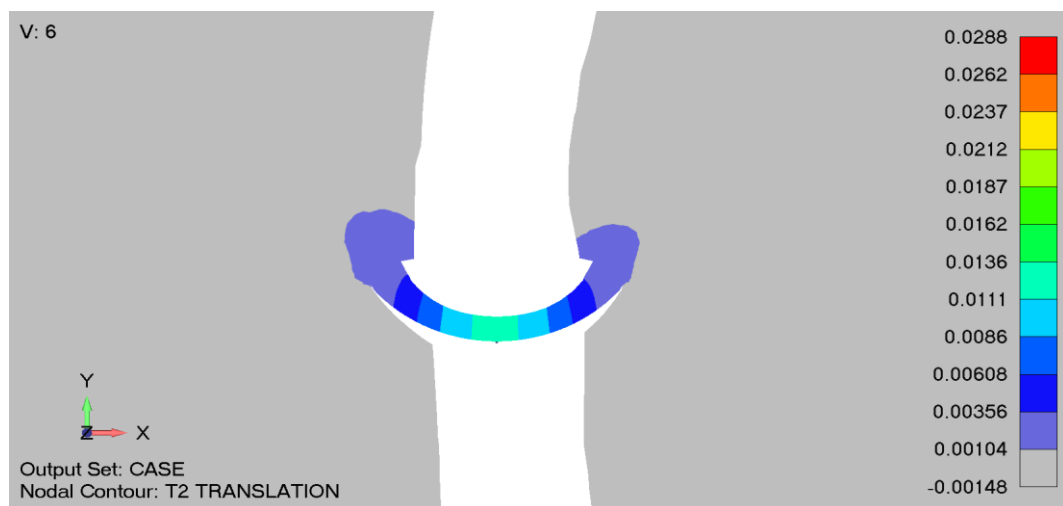
Слика 5.28 Поље померања у правцу тока реке [m] у вертикалном попречном пресеку по оси бране



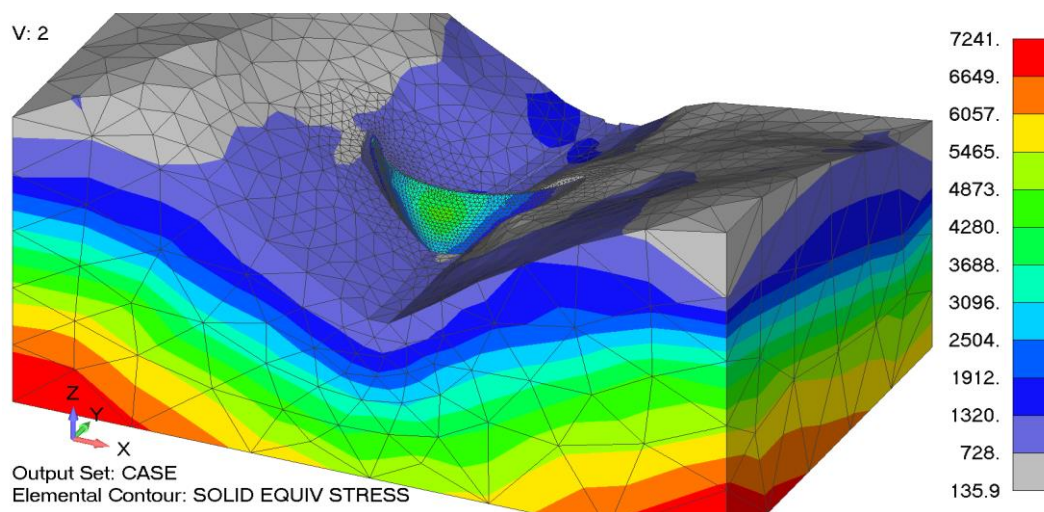
Слика 5.29 Поље померања у правцу тока реке [m] у хоризонталном пресеку на коти 380 mpt



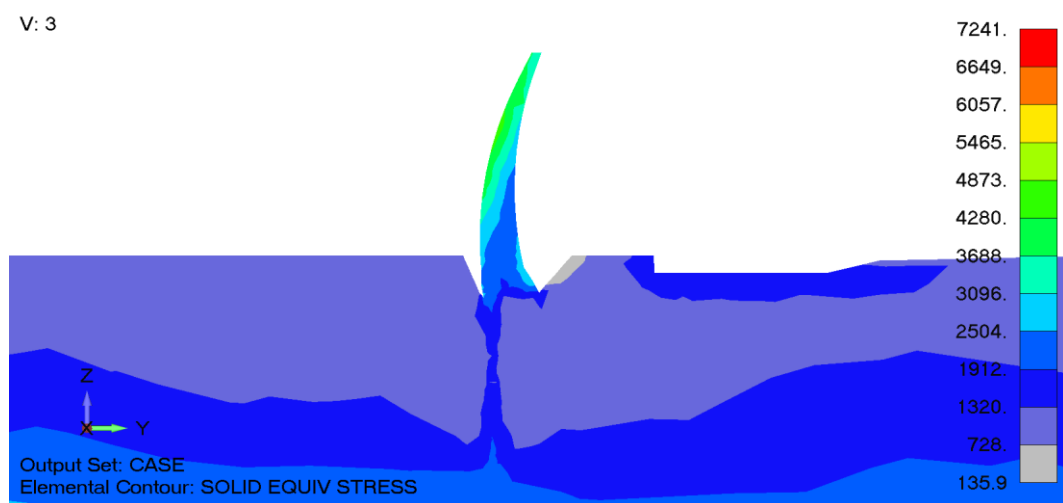
Слика 5.30 Поље померања у правцу тока реке [m] у хоризонталном пресеку на коти 350 mpt



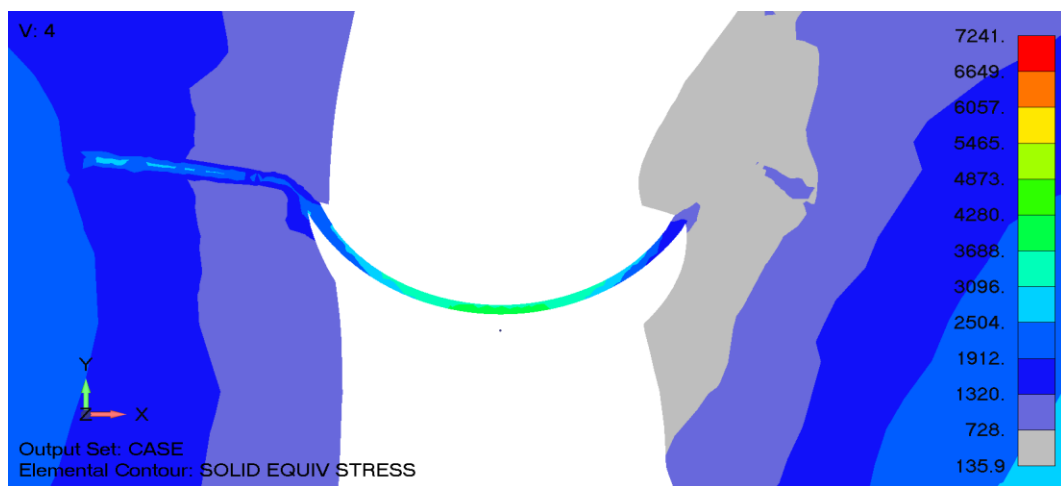
Слика 5.31 Поље померања у правцу тока реке [m] у хоризонталном пресеку на коти 320 мпн



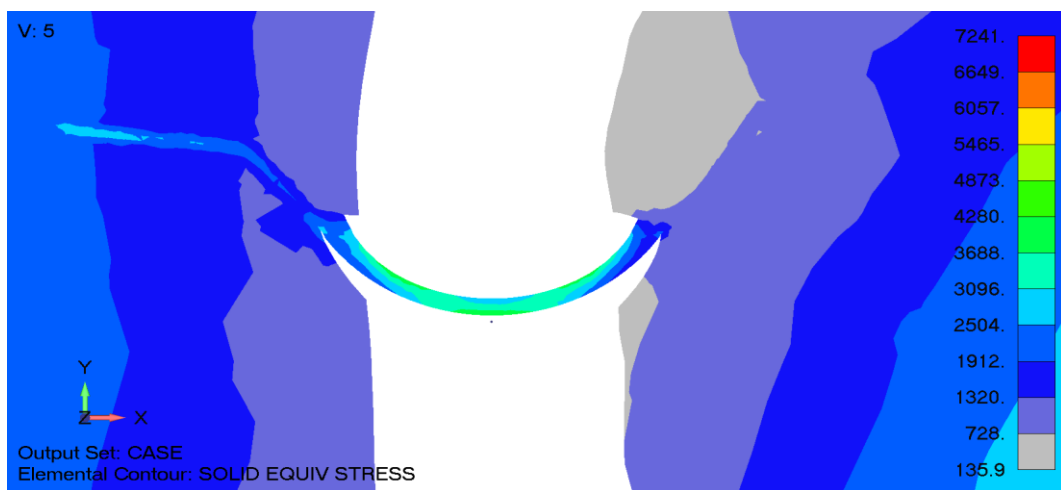
Слика 5.32 Поље еквивалентног напона [kPa] у 3D погледу



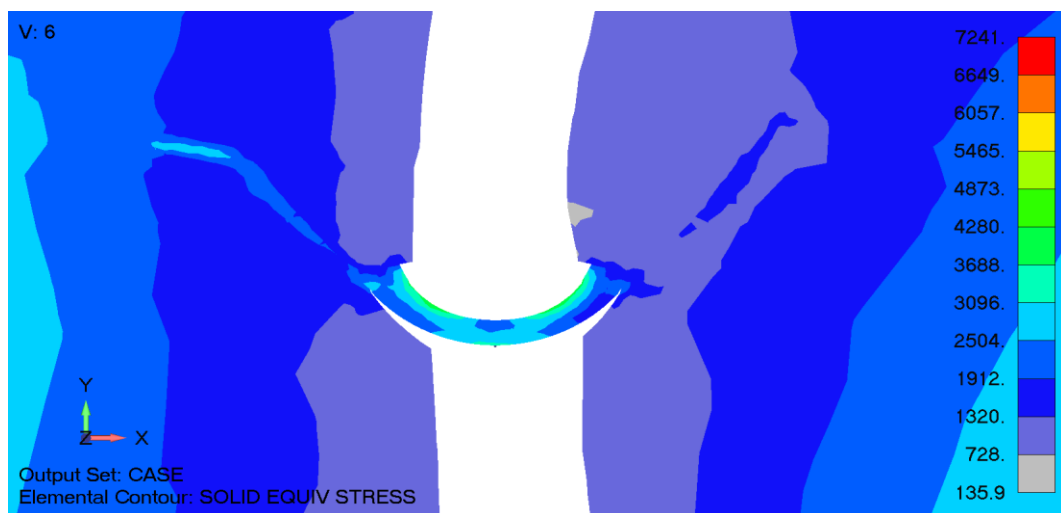
Слика 5.33 Поље еквивалентног напона [kPa] у вертикалном попречном пресеку по оси бране



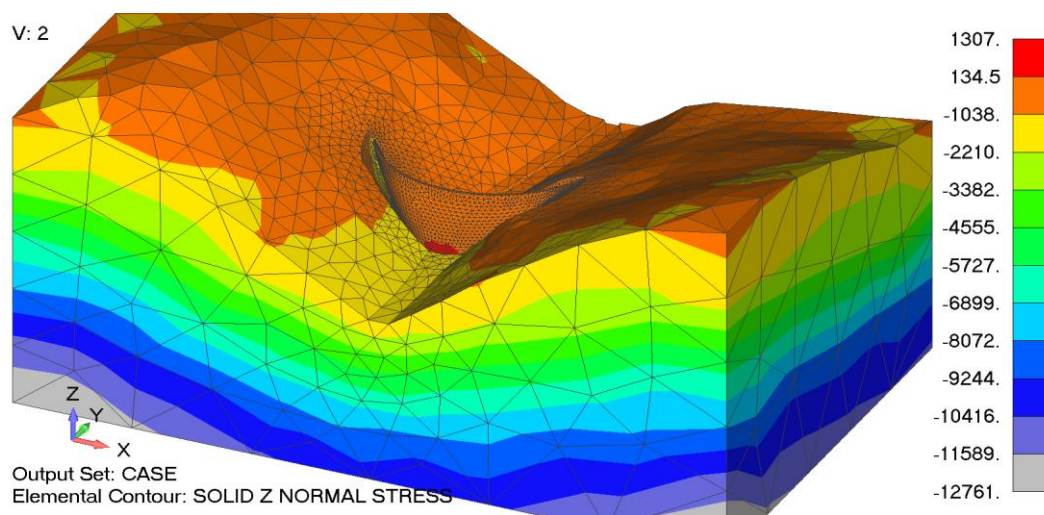
Слика 5.34 Поље еквивалентног напона [kPa] у хоризонталном пресеку на коти 380 mm



Слика 5.35 Поље еквивалентног напона [kPa] у хоризонталном пресеку на коти 350 mm



Слика 5.36 Поље еквивалентног напона [kPa] у хоризонталном пресеку на коти 320 mm



Слика 5.37 Поље вертикалне компоненте напона [kPa] у 3D погледу



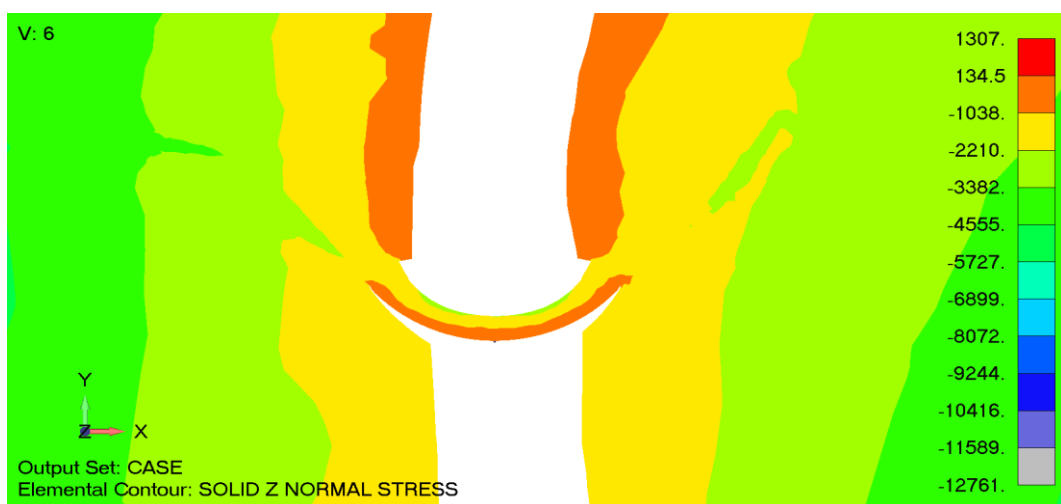
Слика 5.38 Поље вертикалне компоненте напона [kPa] у вертикалном попречном пресеку по оси бране



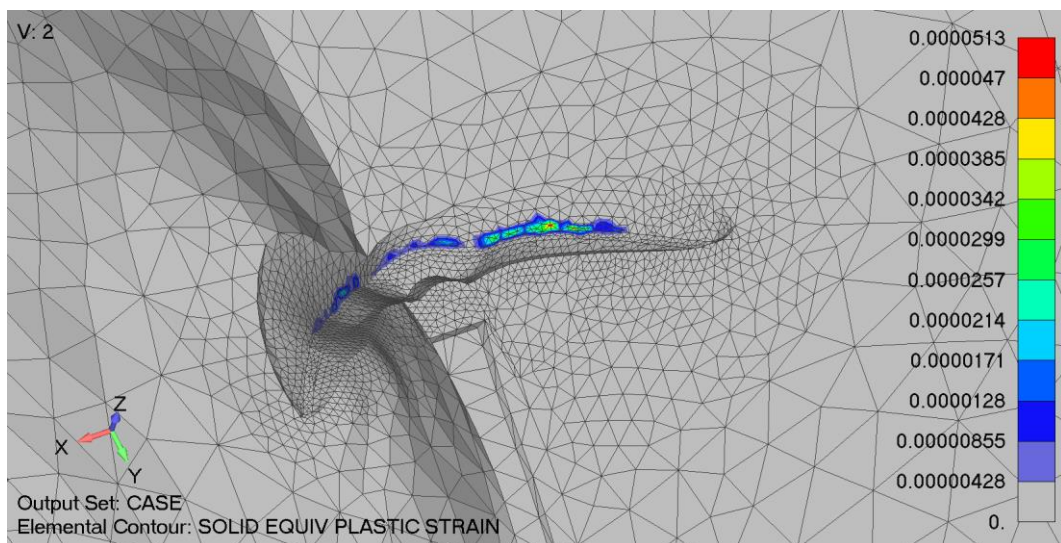
Слика 5.39 Поље вертикалне компоненте напона [kPa] у хоризонталном пресеку на коти 380 mm



Слика 5.40 Поље вертикалне компоненте напона [kPa] у хоризонталном пресеку на коти 350 mm



Слика 5.41 Поље вертикалне компоненте напона [kPa] у хоризонталном пресеку на коти 320 mm



Слика 5.42 Поље еквивалентних пластичних деформација

5.2 Степен сигурности бране

Степен сигурности бране одређује се методом редуковања смичуће чврстоће, као што је већ дефинисано у претходном делу рада. Као почетне вредности параметара коришћене су вредности из табеле 4.1 које су постепено редуковане до тренутка губитка стабилности бране, односно немогућности постизања конвергенције. Овај поступак је примењиван за обе прорачунске ситуације које су анализиране у овом раду.

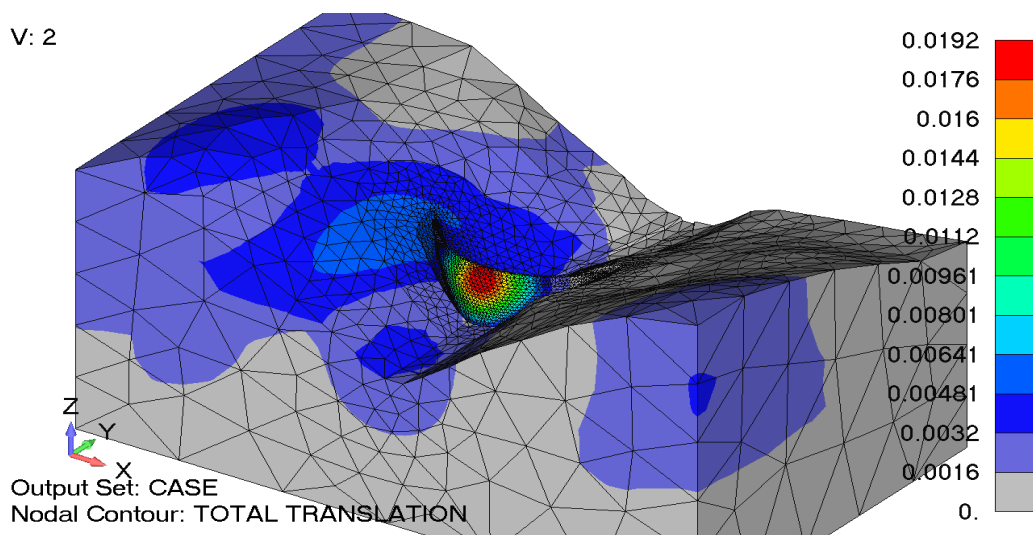
Добијене вредности фактора сигурности су дате у табели 5.1

Табела 5.1 Вредности фактора сигурности бране

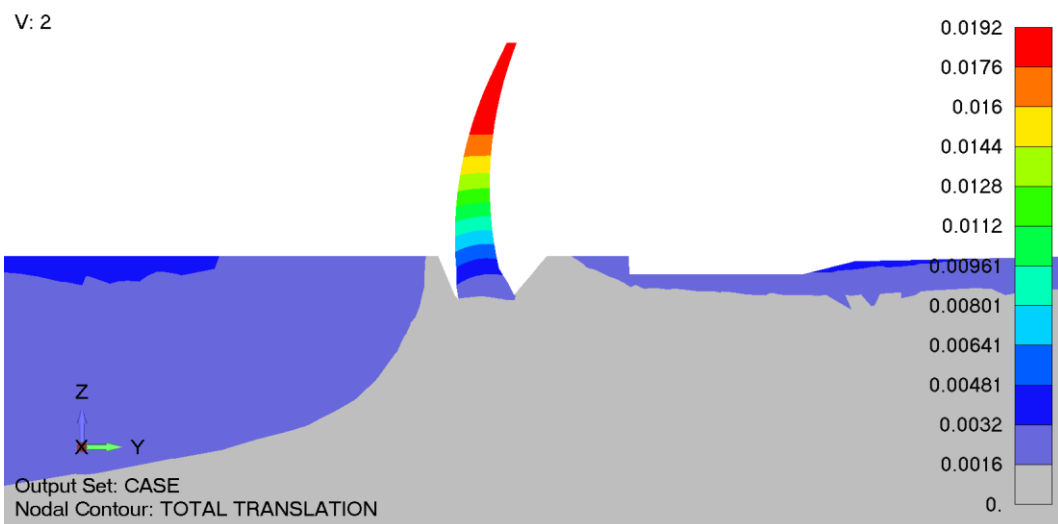
Прорачунска ситуација	Фактор сигурности бране
1.	3.28
2.	3.32

5.2.1 Резултати прве прорачунске ситуације непосредно пре лома

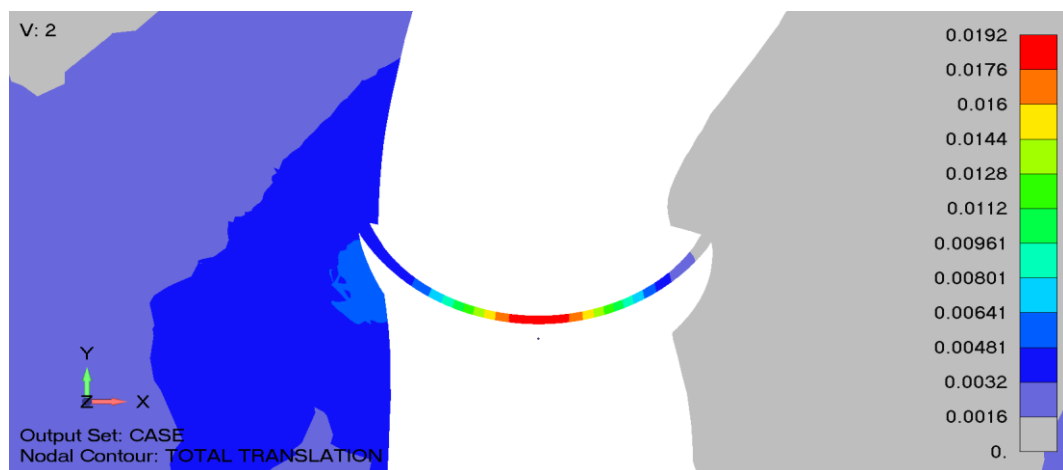
На сликама 5.43 – 5.53 су приказани резултати непосредно пре губитка стабилности бране за прву прорачунску ситуацију. Приказано је поље укупног померања, померања у правцу тока реке и еквивалентних пластичних деформација. Сlike су дате у истим погледима као за случај са номиналним параметрима осим еквивалентних пластичних деформација које су приказане у погледу одозго.



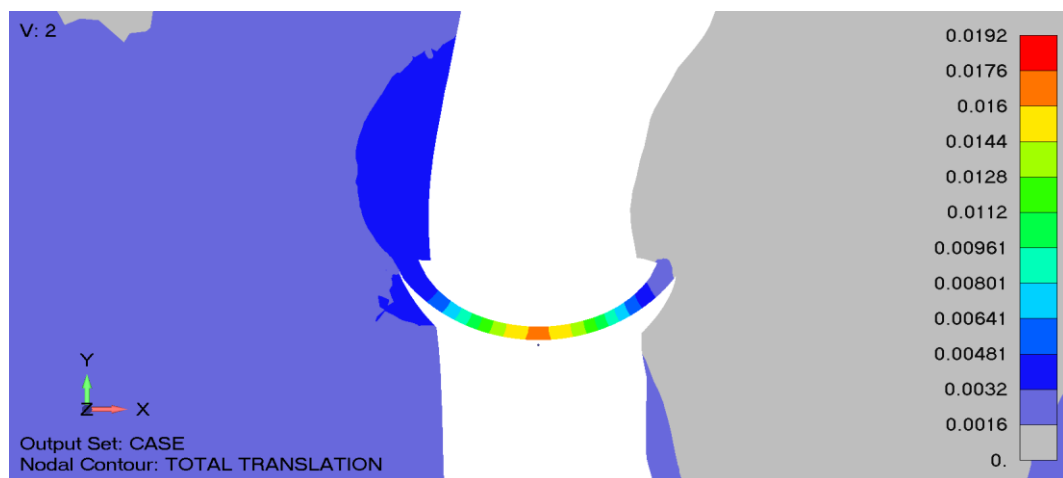
Слика 5.43 Поље укупних померања [m] непосредно пре лома



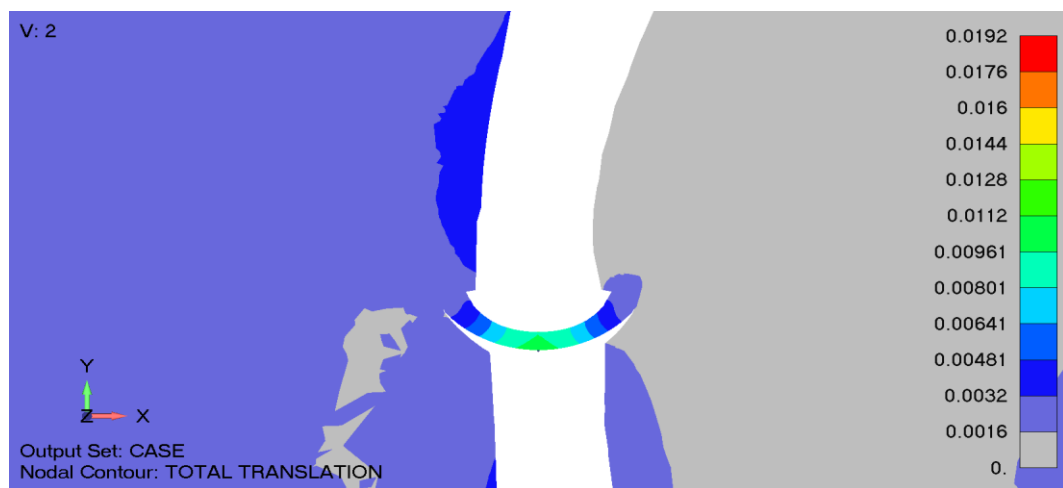
Слика 5.44 Поље укупних померања [m] у вертикалном пресеку по оси бране непосредно пре лома



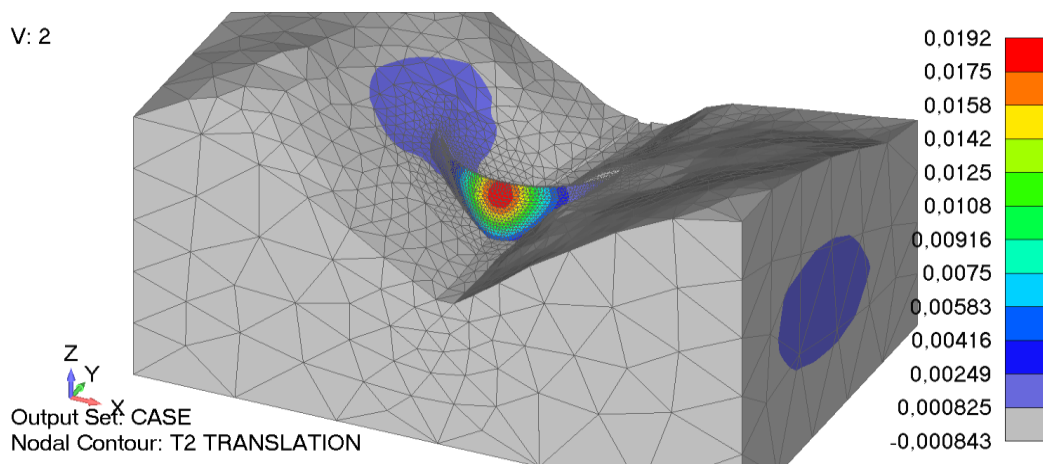
Слика 5.45 Поље укупних померања [m] у хоризонталном пресеку на коти 380 mtpm непосредно пре лома



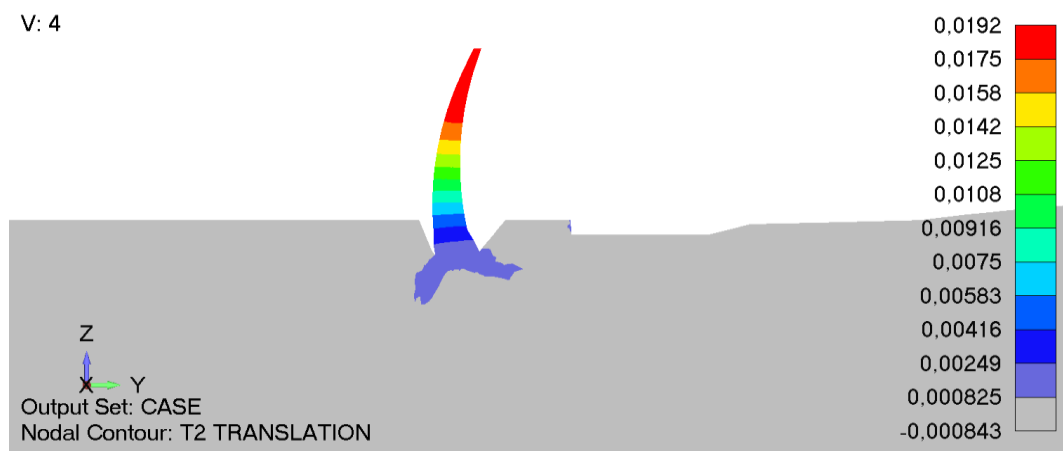
Слика 5.46 Поље укупних померања [m] у хоризонталном пресеку на коти 350 mtpm непосредно пре лома



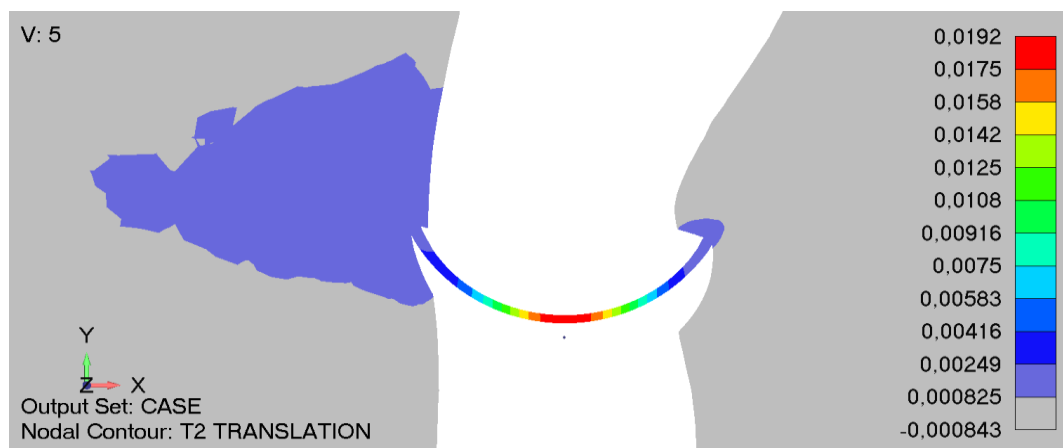
Слика 5.47 Поље укупних померања [m] у хоризонталном пресеку на коти 320 мпм непосредно пре лома



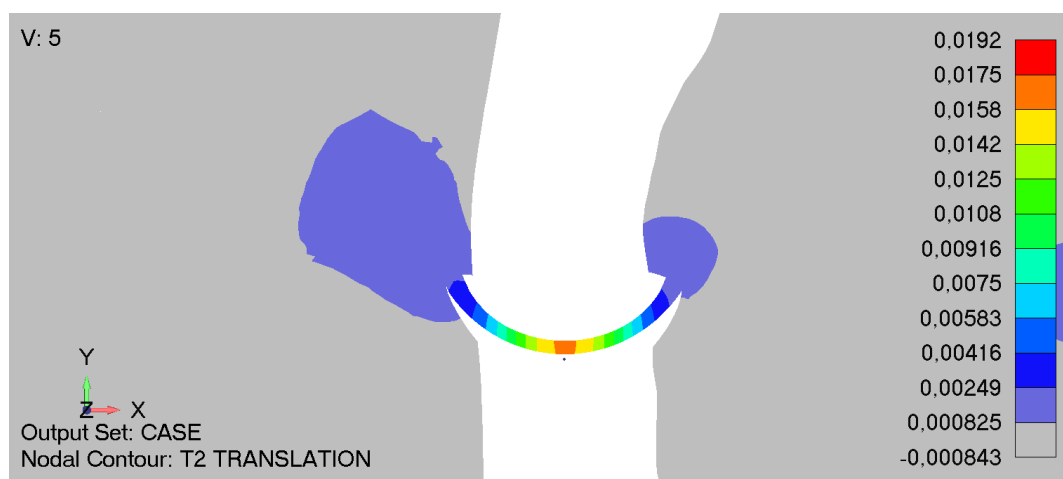
Слика 5.48 Поље померања у правцу тока реке [m] у 3D погледу непосредно пре лома



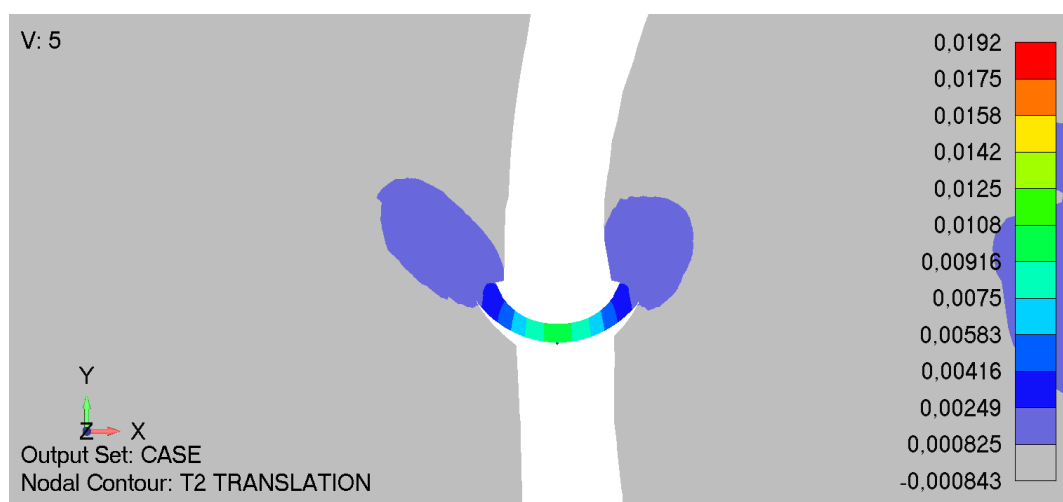
Слика 5.49 Поље померања у правцу тока реке [m] у вертикалном пресеку по оси бране непосредно пре лома



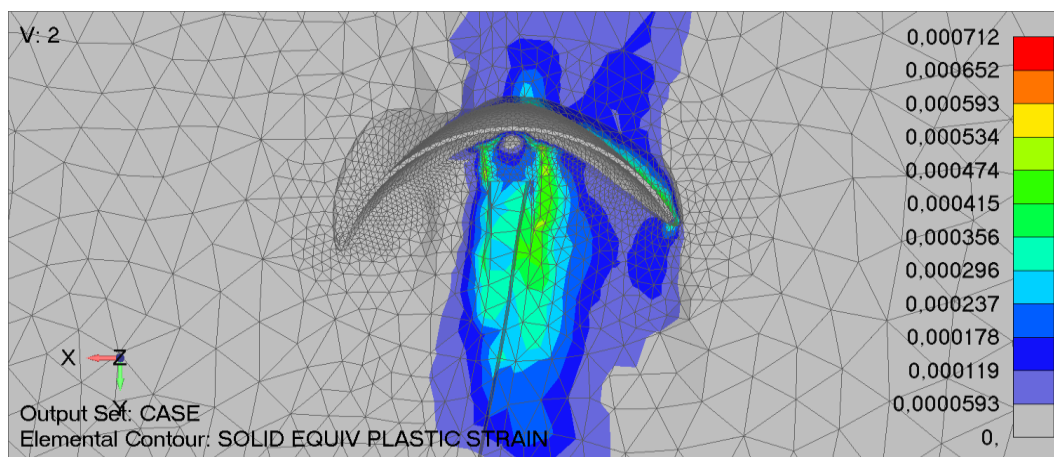
Слика 5.50 Поље померања у правцу тока реке [m] у хоризонталном пресеку на коти 380 мпм непосредно пре лома



Слика 5.51 Поље померања у правцу тока реке [m] у хоризонталном пресеку на коти 350 мпм непосредно пре лома



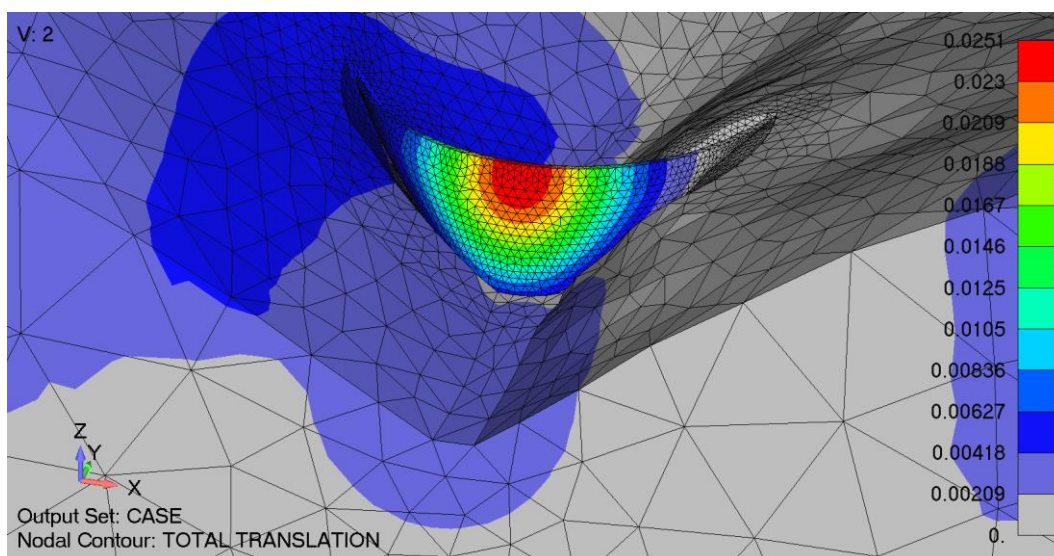
Слика 5.52 Поље померања у правцу тока реке [m] у хоризонталном пресеку на коти 320 мпм непосредно пре лома



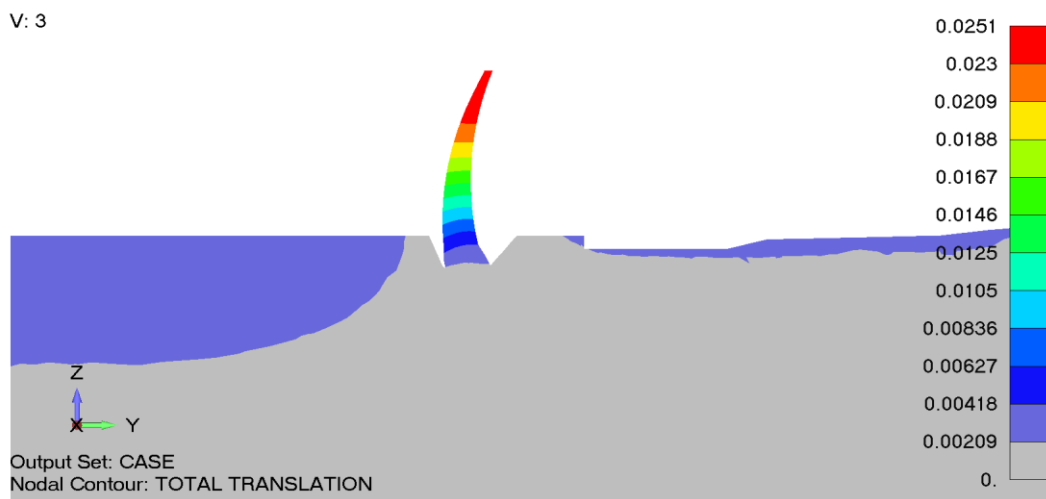
Слика 5.53 Поље еквивалентних пластичних деформација у погледу одозго непосредно пре лома

5.2.2 Резултати друге прорачунске ситуације непосредно пре лома

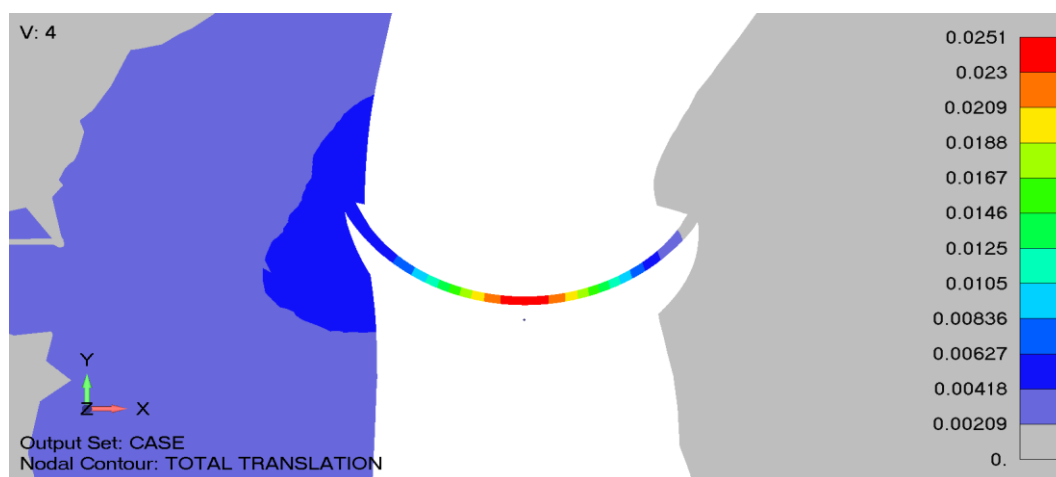
Резултати у тренутку нарушавања стабилности бране за другу прорачунску ситуацију у виду поља расподела укупног померања, померања у правцу тока реке и еквивалентних пластичних деформација ће бити приказани на сликама 5.54 – 5.64.



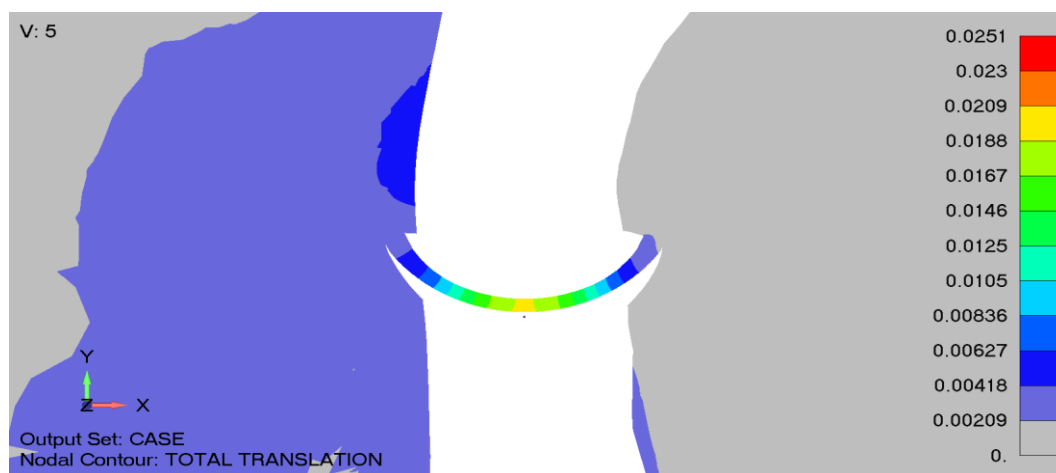
Слика 5.54 Поље укупних померања [m] у 3D погледу непосредно пре лома



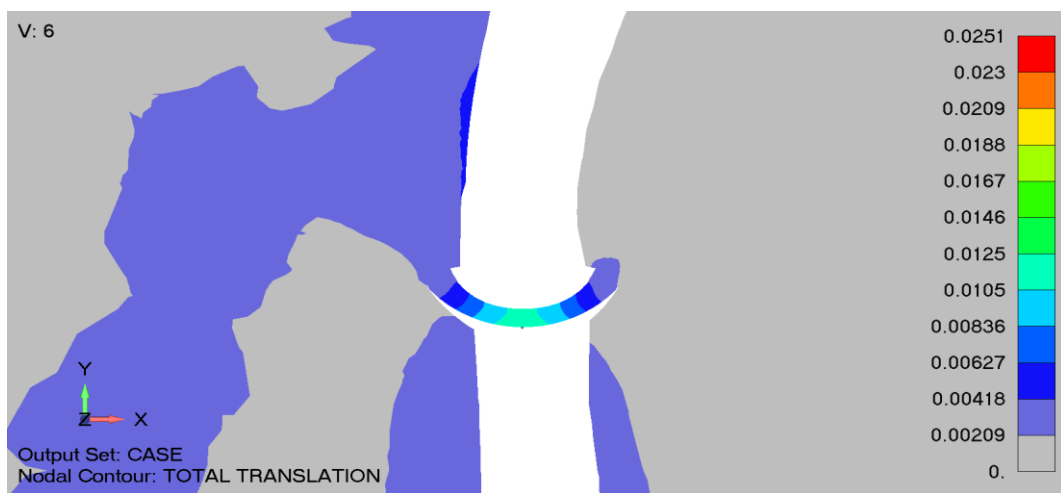
Слика 5.55 Поље укупних померања [m] у вертикалном пресеку по оси бране непосредно пре лома



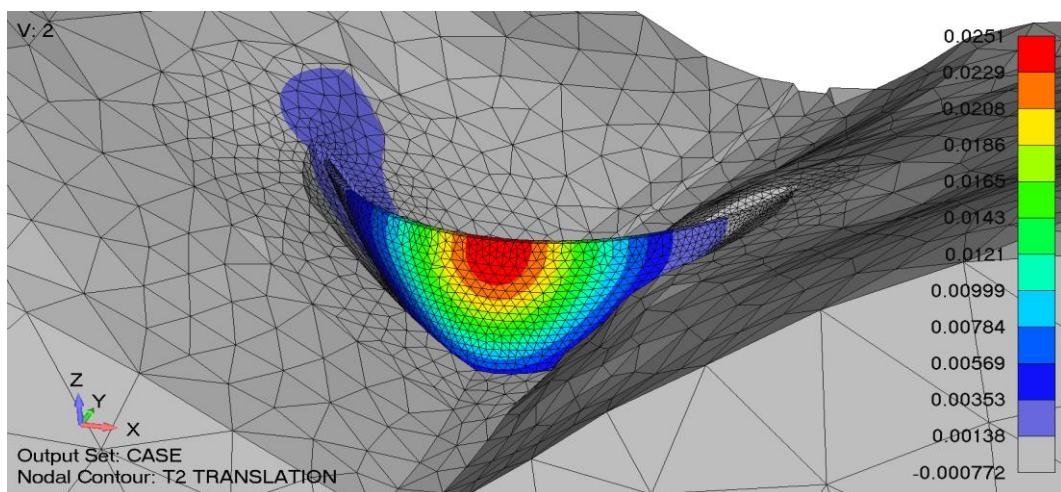
Слика 5.56 Поље укупних померања [m] у хоризонталном пресеку на коти 380 mtpm непосредно пре лома



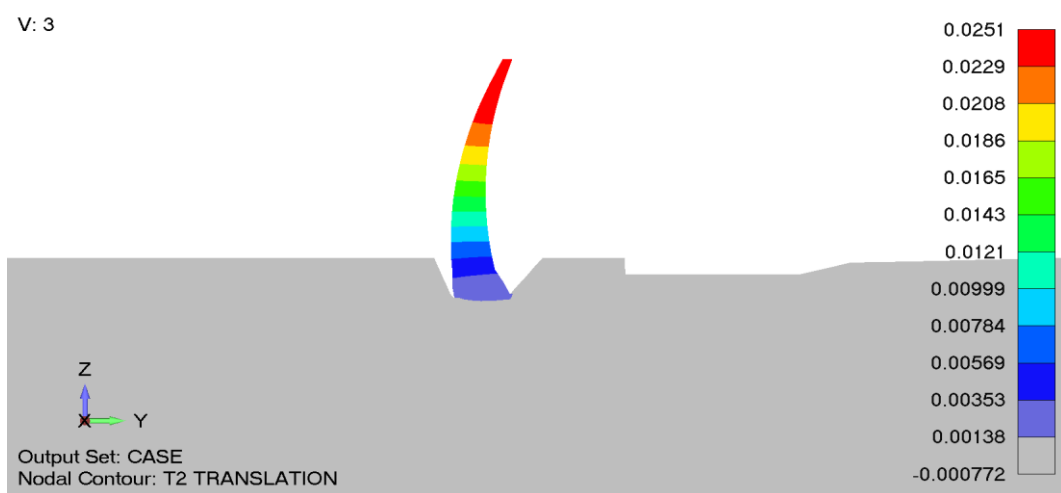
Слика 5.57 Поље укупних померања [m] у хоризонталном пресеку на коти 350 mtpm непосредно пре лома



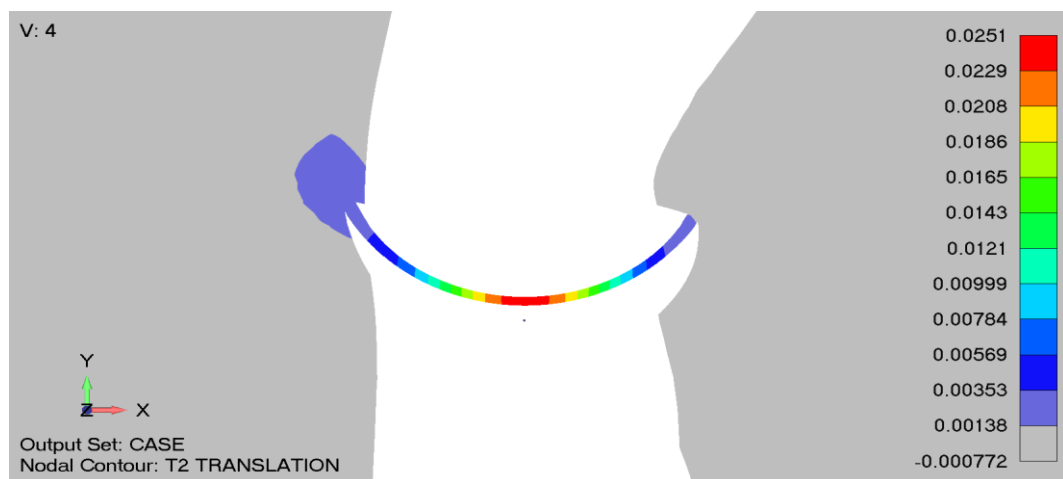
Слика 5.58 Поље укупних померања [m] у хоризонталном пресеку на коти 350 mtt непосредно пре лома



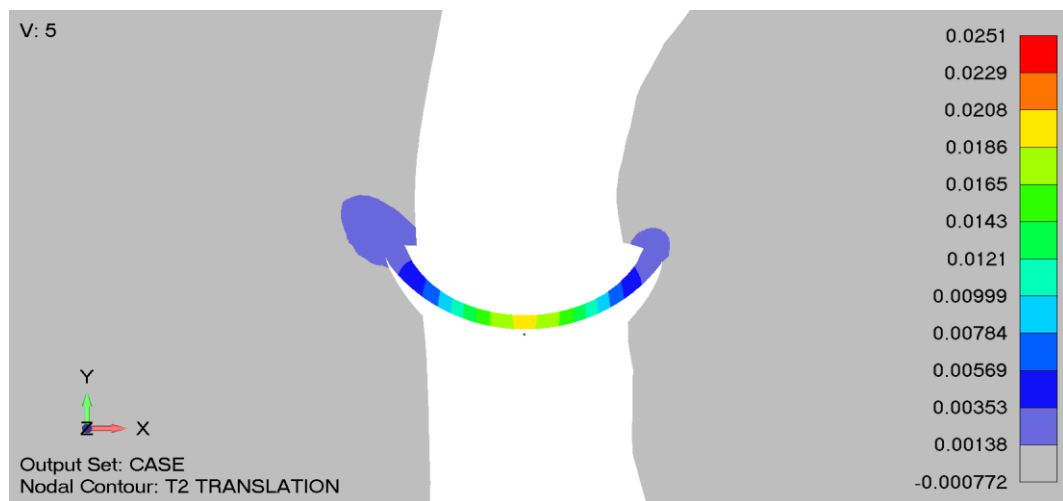
Слика 5.59 Поље померања у правцу тока реке [m] у 3D погледу непосредно пре лома



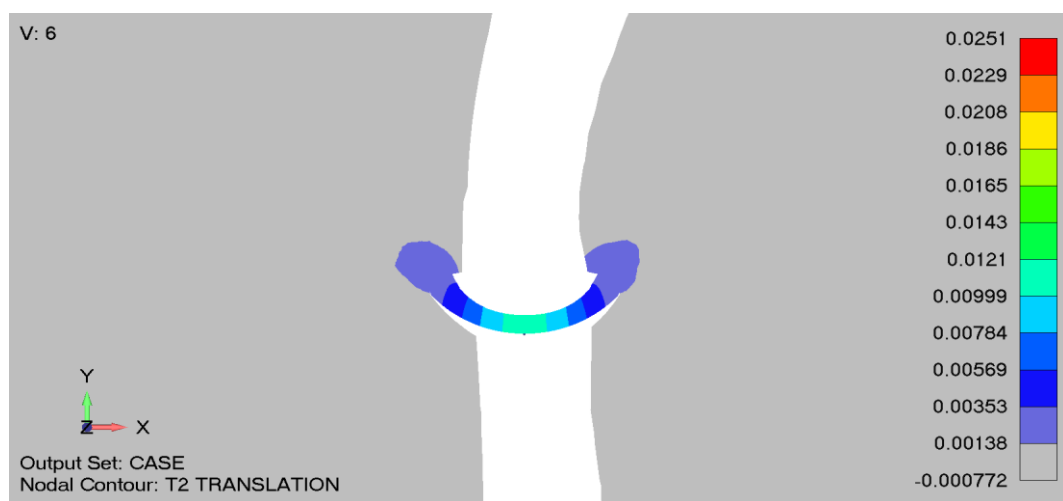
Слика 5.60 Поље померања у правцу тока реке [m] у вертикалном пресеку по оси бране непосредно пре лома



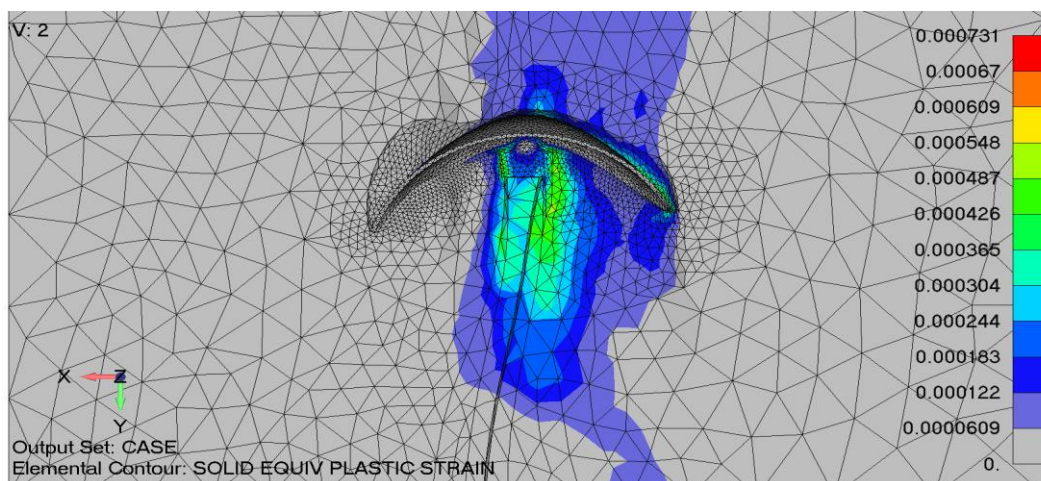
Слика 5.61 Поље померања у правцу тока реке [m] у хоризонталном пресеку на коти 380 mpt непосредно пре лома



Слика 5.62 Поље померања у правцу тока реке [m] у хоризонталном пресеку на коти 350 mpt непосредно пре лома



Слика 5.63 Поље померања у правцу тока реке [m] у хоризонталном пресеку на коти 320 mpt непосредно пре лома



Слика 5.64 Поље еквивалентних пластичних деформација у погледу одозго непосредно пре лома

Може се закључити да су поља свих величина слична за обе прорачунске ситуације, а да се разликују вредности величина.

Из приказаних резултата се, такође, може уочити да је највећа вредност укупног померања, као и померања у правцу тока реке у круни бране што се може видети на вертикалним пресецима који су дати сликама 5.2 и 5.7 за прву прорачунску ситуацију и сликама 5.23 и 5.28 за другу прорачунску ситуацију. Максималне вредности еквивалентног напона на брани се могу уочити на површини узводног лица бране што одговара дејству хидростатичког притиска акумулацијске воде, док се веће вредности могу уочити и на низводној површини бране (слике 5.11 и 5.32). Највеће позитивне вредности вертикалне компоненте напона се јављају у круни бране и линеарно опадају са порастом дубине до самог дна модела где имају максималну негативну вредност (слике 5.16 и 5.37). Максималне вредности еквивалентне пластичне деформације могу се уочити на контакту стене и периметра (слике 5.21 и 5.42).

Када се посматра тренутак губитка стабилности бране, битно је још истаћи да су максималне вредности померања мање од вредности за номиналне параметре. Јавља се пораст вредности померања у боковима и темељу бране што одговара чињеници да се лучна брана супротставља оптерећењу воде упирањем у бокове стенске масе (слике 5.43 и 5.54). Такође, у тренутку губитка стабилности јавља се и пораст пластичних деформација које се могу уочити на контакту стене и бетона, као и у кориту низводног дела бране (слике 5.53 и 5.64).

6 Закључак

У овом раду је спроведена нумеричка анализа стабилности бетонске лучне бране применом методе коначних елемената. Напонско-деформационе анализе су вршене у програмском пакету ПАК, док је за пре и пост-процесирање коришћен програм Femap.

На почетку рада су дате теоријске основе о методи коначних елемената као најзаступљенијој методи за анализу стабилности бране. Према њој се континуум дискретизује коначним бројем елемената и степени слободе кретања, а основне непознате су померања у чворним тачкама елемената. Решавањем система диференцијалних једначина матричним методама долази се до решења за целокупну структуру. У раду је такође изложена формулација коначних елемената у математичкој форми где су разматране једначине за добијање померања, деформација и напона.

Дат је опис методе редуковања смичуће чврстоће која је коришћена у сврху добијања глобалног степена сигурности бране. Вредност фактора редуковања је повећавана све до тренутка у коме долази до губитка стабилности бране. Максимална вредност фактора редуковања смичуће чврстоће за који је брана стабилна дефинише управо глобални степен сигурности.

На основу дефинисане геометрије модела, креиран је тродимензионални модел на основу кога је генерисана мрежа коначних елемената. За моделирање бране и околне стенске масе су коришћени тетраедарски коначни елементи са међучворовима. Модел се састоји од 60305 елемената и 88472 чворова. За симулацију механичког понашања бране и стенске масе је коришћен Мор–Кулонов материјални модел, чије су материјалне константе добијене фитовањем параметара модела бетона (Дракер–Прагерова површ течења). Анализиране су две прорачунске ситуације (два нивоа воде у акумулацији и доње воде). Прва прорачунска ситуација одговара нивоу воде у акумулацији од 05.03.2018. године, док друга прорачунска ситуација одговара коти максималног успора (КМУ). Треба напоменути да, због једноставности, анализе стабилности спроведене у овом раду не укључују утицаје филтрације и температуре, који могу бити значајни у овој врсти проблема.

На крају рада су приказани резултати анализе стабилности у виду поља напона, померања и деформација. Резултати су приказани у изометријском приказу као и у карактеристичним пресецима. Израчунавање степена сигурности бране методом редуковања смичуће чврстоће је спроведено за обе прорачунске ситуације и приказани су резултати у тренутку непосредно пре лома.

На основу свега изнетог у оквиру овог рада, може се закључити је метода коначних елемената постала готово незаобилазна при анализама стабилности бране јер узима у обзир све специфичности конструкције уз много већу поузданост за разлику од класичних, аналитичких метода. Појавом снажнијих рачунара, данас инжењери имају велике могућности за решавање различитих проблема. Уз софистицираније програме и једноставну графичку презентацију резултата, инжењери могу већом брзином обрадити знатно више података него пре.

Литература

- [1] М. Којић, Р. Славковић, М. Живковић и Н. Грујовић, Метод коначних елемената 1, Крагујевац: Машински факултет у Крагујевцу, 2010.
- [2] К. Милош, Р. Славковић, М. Живковић и Н. Грујовић, ПАК - С Програм за анализу конструкција МКЕ, Корисничко упутство, Крагујевац, 2016.
- [3] Siemens, FEMAP User Guide Version 11.2, Siemens PLM Software Inc, 2015.
- [4] М. Бојовић, Д. Ракић, С. Вуловић, М. Живковић, Д. Дивац, Н. Миливојевић, С. Радовановић и В. Миливојевић, Artists, *Анализа стабилности бетонске гравитационе бране применом методе коначних елемената*. [Рад]. Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, 2016.
- [5] Н. Куспилић, Хидротехничке грађевине - други дио - скрипта, Загреб: Грађевински факултет, Свеучилиште у Загребу, 2008.
- [6] В. Срзић, Увод у хидротехничке грађевине, поглавље 2 - скрипта, Сплит: Факултет грађевинарства, архитектуре и геодезије, Свеучилиште у Сплиту.
- [7] ICOLD, „International Commission On Large Dams,“ [На мрежи]. Available: https://www.icold-cigb.org/GB/dams/definition_of_a_large_dam.asp. [Последњи приступ 10 09 2019].
- [8] З. Берисављевић, Д. Берисављевић, В. Чебашек и Д. Ракић, „Анализа стабилности покоса методама граничне равнотеже и смањења параметара чврстоће,“ 2014.
- [9] Y. Ghanaat, Theoretical manual for analysis of arch dams, Washington DC: U.S. Army Corps of Engineers, 1993.
- [10] Д. Ракић, Развој и примена материјалних модела порозних медија у статичкој и динамичкој анализи насутих брана, Крагујевац: Факултет инжењерских наука, 2014.
- [11] С. Леловић, Конститутивне једначине за песак и њихова примена у нумеричкој анализи понашања тракастог темеља, Београд: Грађевински факултет универзитета у Београду, 2012.
- [12] „Извештај о анализама применом МКЕ модела термичких, филтрационих и напонско-деформационих процеса,“ Институт за водопривреду "Јарослав Черни", Београд, 2019.