

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Енергетика и процесна техника

Предмет: Отпорност материјала

Број индекса: 729/2017

Владимир Љ. Делић

Анализа оквирних носача

Завршни рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. Доцент др Иван Милетић - ментор

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завршног рада кандидат треба да:

- истакне улогу и област примене оквирних носача, њихове главне карактеристике и наведе класификацију истих;
- изврши детаљну анализу оквирних носача и начин прорачуна према Еврокоду;
- на конкретном примеру изврши аналитички прорачун и исти анализира методом коначних елемената;
- изврши поређења резултата и изведе закључке.

Препоручена литература:

- [1] Д. Буђевац, З. Марковић, Д. Богавац, Д. Тошић, *Металне констрикције – основе прорачуна и конструисања*, Грађевински факултет Универзитета у Београду, Београд, 1997.
- [2] ЕВРОКОД 1: *ОСНОВЕ ПРОРАЧУНА И ДЕЈСТВА НА КОНСТРУКЦИЈЕ*, ДЕО 1: *Основе прорачуна*, ДЕО 2-1: *Запреминске тежине, сопствена тежина и корисно оптерећење*, ДЕО 2-2: *Дејства на конструкције изложене пожару*, ДЕО 2-3: *Оптерећења од снега*, ДЕО 2-4: *Дејства ветра*
- [3] ЕВРОКОД 3: *ПРОРАЧУН ЧЕЛИЧНИХ КОНСТРУКЦИЈА*, ДЕО 1-1: *Општа правила и правила за прорачун зграда*, ДЕО 1-3: *Општа правила, Додатна правила за хладно обликоване танкозидне елементе и лимове*, ДЕО 1-8: *Прорачун веза*
- [4] Д. Рашковић, *Отпорност материјала*, Грађевинска књига, Београд, 1990.

Садржај:

1. Увод	1
2. Оквирни носачи	3
2.1 Подела оквирних носача	4
3. Методе прорачуна оквирних носача	13
3.1 Прорачун бочно непомерљивих оквирних носача	16
3.2 Прорачун бочно померљивих оквирних носача	18
3.3 Одређивање дужине извијања оквирних носача	18
3.3.1 Бочно непомерљиви оквирни носачи	19
3.3.2 Бочно померљиви оквирни носачи	21
4. Пример прорачуна оквирног носача	25
4.1 Пројектни задатак	25
4.1.1 Материјал	26
4.1.2 Парцијални фактори сигурности	27
4.1.3 Класификација попречног пресека	27
4.1.4 Отпорност попречног пресека изложеног притиску	28
4.1.5 Отпорност попречног пресека изложеног савијању	28
4.1.6 Отпорност попречног пресека изложеног смицању	29
4.1.7 Интеракција момента савијања, попречне и уздужне силе за најнеповољнији попречни пресек	30
4.1.8 Отпорност елемената изложеног деловању уздужне силе и момента савијања	31
4.1.9 Интеракција савијања и уздужне силе	35
4.1.10 Отпорност попречног пресека стуба у тачки А	36
4.1.11 Отпорност стуба у тачки А	37
4.1.12 Отпорност попречног пресека стуба у тачки В	38
4.1.13 Отпорност стуба у тачки В	39
5. Нумеричка анализа оквирног носача	41
6. Закључак	46
Литература	47

Резиме

У оквиру овог завршног рада описана је примена оквирних носача у индустрији. Дате су опште дефиниције и опис главних елемената од којих се састоји оквирни носач. Описане су основе пројектовања оквирних носача. Извршен је прорачун греде на конкретном примеру полупробабистичком методом базираном на Еврокодима. Као потврда прорачуна одрађена је нумеричка анализа напонско-деформационог стања помоћу методе коначних елемената у софтверском пакету *Autodesk Inventor*.

Кључне речи: оквир, носач, Еврокод, пројектовање, напон, деформација

Abstract

In this final paper an application of the frame structure in the industry is described. General definitions and a description of the main parts of the frame structures are given. The basics of frame structure design are described. The calculation of the beam of the frame structure on the specific example was performed using a semi-probabilistic method based on Eurocodes. As a confirmation of the analytical calculation, a numerical stress-strain analysis was performed using the finite element method in the Autodesk Inventor software package.

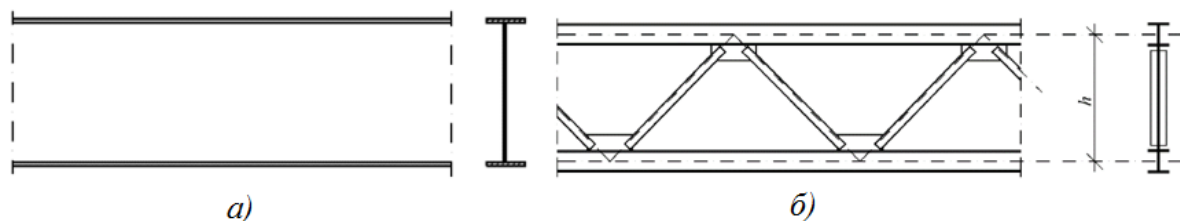
Key words: frame, girder, Eurocode, designing, stress, strain

1. Увод

Елементи конструкције код којих савијање представља доминантан вид напрезања називају се греде или носачи. Ови елементи под дејством спољашњег оптерећења подлежу деформацији савијања. Са становишта отпорности материјала, савијање носача може бити последица следећих случајева напрезања: чистог правог савијања, савијања силама, косог савијања, косог савијања силама и ексцентричног притиска или затезања. Што се тиче ексцентричног притиска односно затезања, треба напоменути да се код носача јављају напрезања у области великих ексцентрицитета, односно таква напрезања код којих су утицаји савијања знатно већи од оних изазваних аксијалним напрезањем, било да је реч о затезању или притиску. Ригле оквирних носача представљају карактеристичан пример носача са напрезањем у зони великих ексцентрицитета. Елементи код којих се јављају ексцентрични притисак или затезање у зони малих ексцентрицитета не спадају у носаче, јер је код њих доминантан утицај аксијалних сила.

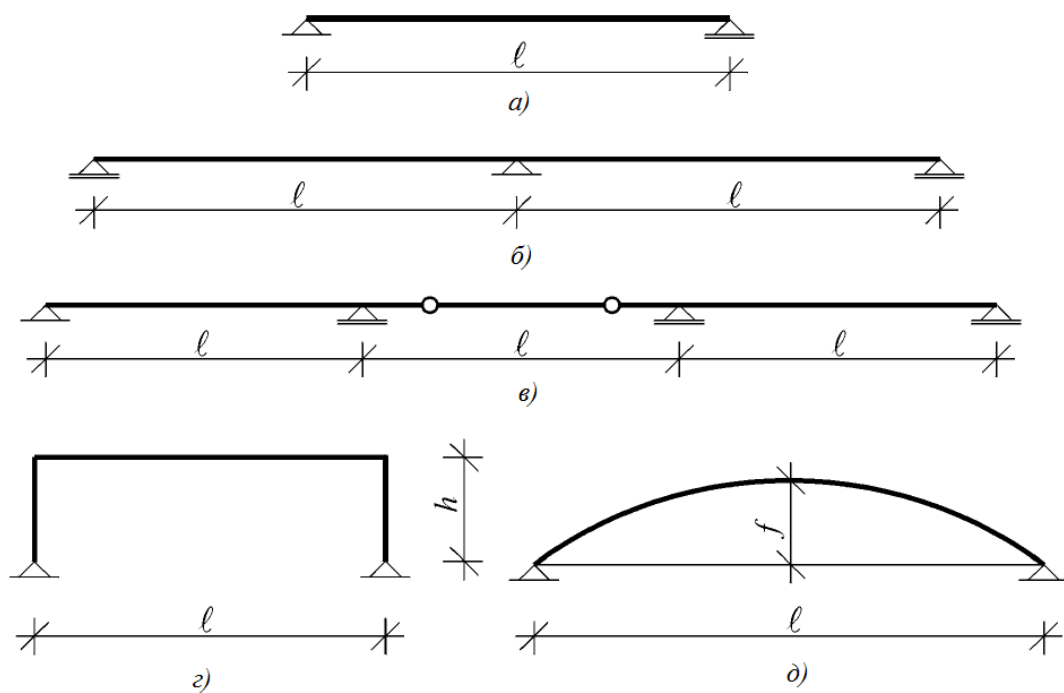
Према начину израде носачи се могу поделити на пуне и решеткасте, слика 1. Код пуних носача појасеви су спојени пуним зидом - ребром, док је код решеткастих носача повезивање горњег и доњег појаса остварено штаповима испуне - вертикалама и дијагоналама. Иако имају исту функцију и супротстављају се сличном или чак истом оптерећењу, пуни и решеткасти носачи се битно разликују, како по начину напрезања, тако и по конструкцијском обликовању.

И пуни и решеткасти носачи имају своје предности и мане, па избор једног од ова два типа носача зависи од низа чинилаца, као што су: распон носача, интензитет оптерећења, цена рада и материјала, предвиђена корозиона заштита итд. Генерално, пуни носачи су тежи од решеткастих, али су знатно једноставнији за израду, монтажу и одржавање, па у зависности од односа цене рада и материјала често могу да буду економичнији. Пуни носачи имају извесну резерву носивости, која се креће између 10% и 15%, а последица је пластификације попречног пресека, па се може рећи да имају већи степен сигурности од решеткастих носача. Међутим, за веће распоне и већа оптерећења пуни носачи постају тешки и неекономични, па се у таквим случајевима препоручује примена решеткастих носача [1].



Слика 1 Приказ а) пуног и б) решеткастог носача [1]

Када је реч о пуним носачима, за статичке системе најчешће се примењују гредни носачи (просте греде, континуални носачи и ређе Герберови носачи), али се, такође, често примењују и оквирни и лучни носачи. На слици 2 приказани су карактеристични статички системи пуних носача.

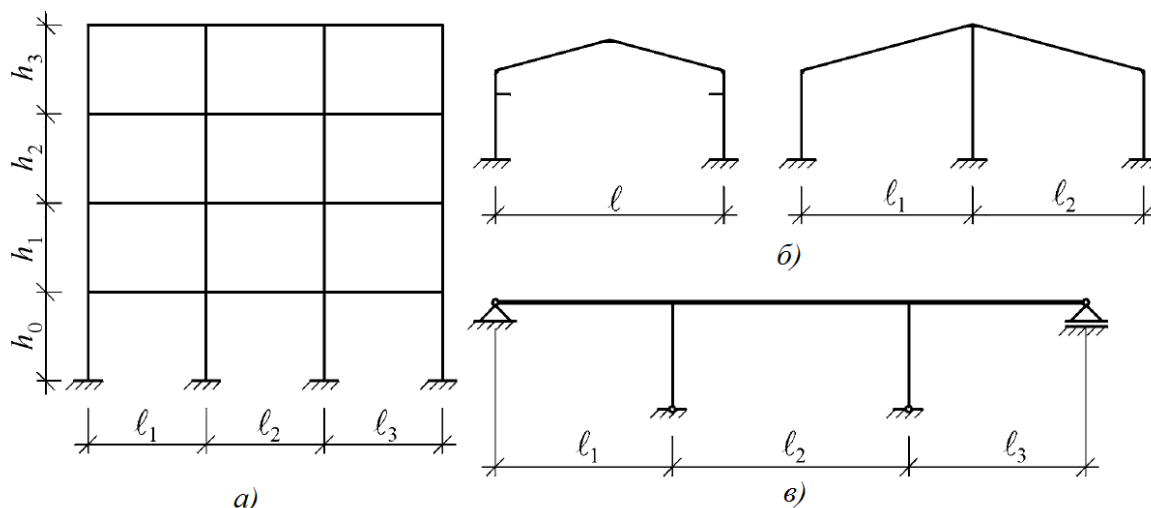


Слика 2 Статички системи пуних носача: а) проста греда, б) континуални носач, в) Герберов носач, г) оквирни носач д) лучни носач [1]

2. Оквирни носачи

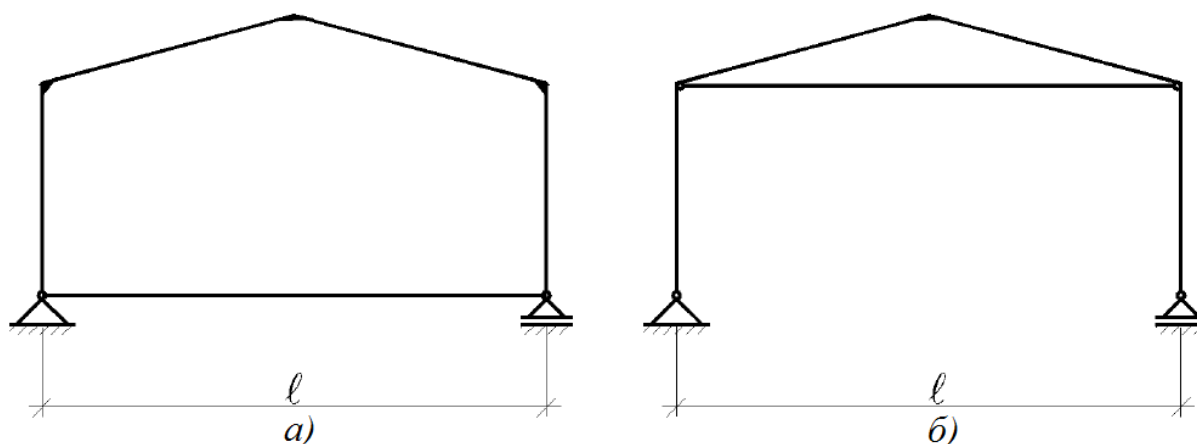
Оквирни носачи или рамови представљају основни елемент великог броја инжењерских конструкција. Најчешће се примењују као главни носећи системи у конструкцији зграда, слика 3а и хала, слика 3б, али се њихова примена може наћи и у мостоградњи, слика 3в. Оквирним носачем називамо елемент који чине стубови и греде, међусобно повезани крутом или зглобном везом у једну целину.

У зависности од типа конструкције, распона и услова фундирања примењују се разноврсни статички системи оквирних носача [1].



Слика 3 Примена оквирних носача различитих статичких система у а) конструкцији зграда, б) конструкцији хала, в) мостоградњи [1]

Основна особина оквирних носача је да се услед вертикалног оптерећења јављају хоризонталне реакције. Уколико је земљиште лошег квалитета и није у стању да прихвати хоризонталне реакције, њихово уравнотежење обезбеђује се помоћу затега (хоризонталних греда), које се најчешће постављају у поду, слика 4а, или у плафону, слика 4б, што је неповољније [1].



Слика 4 Оквирни носачи са затегама у а) поду, б) плафону [1]

2.1 Подела оквирних носача

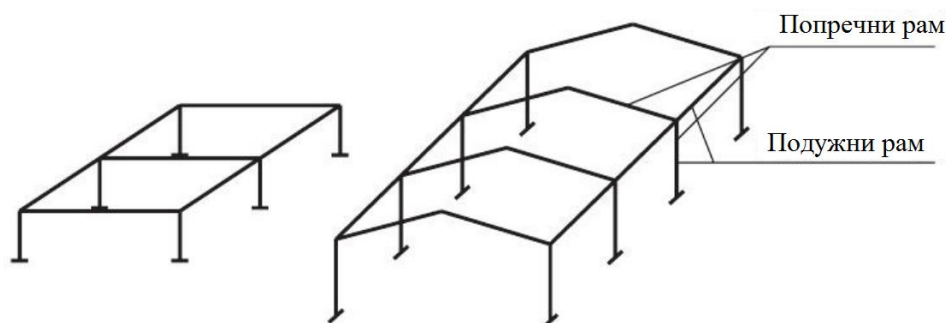
Оквирни носачи могу да се класификују према [2]:

1. конфигурацији;
2. спратности;
3. броју линија стубова;
4. крутости на бочна померања;
5. статичкој одређености.

Према конфигурацији оквирни носачи могу да буду [2]:

- оквирни носачи у равни (равни оквирни носачи), слике 3 и 4;
- оквирни носачи у простору (просторни оквирни носачи), слика 5.

Оквирни носачи у равни рачунски се посматрају као носачи који преносе оптерећење само у својој равни и сваки оквирни носач се посматра као носач у равни када су у склопу *просторне рамовске конструкције*, коју чине рамови постављени у два низа међусобно ортогоналних хоризонталних праваца. Такав просторни рамовски носач може да прихвати произвољно оптерећење и пренесе га на ослонце, односно на тло.



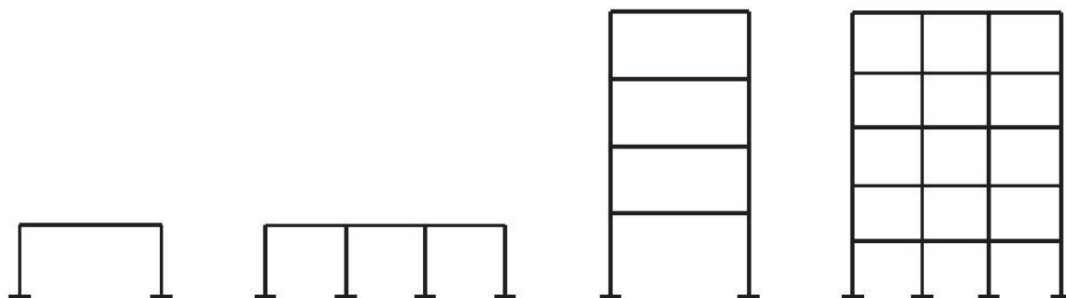
Слика 5 Просторни једносратни оквирни носачи [2]

Са становишта спратности оквири се класификују као, слика 6 [2]:

- једносратни оквири;
- вишесратни оквири.

Једносратне рамовске конструкције најчешће се примењују код индустријских објеката: хала, складишта, магацина и сл. Такви објекти, нпр. индустријске хале, формирају се од оквира, са једним или више отвора (једнобродних или вишебродних), који се постављају у паралелан низ на одређеним међурастојањима. Такав низ паралелних рамова међусобно се повезују у подужном правцу (у правцу управно на рамове) и тиме се формира просторни рамовски систем (просторни скелет). Бродом хале се сматра парцијални део хале формиран низом парова паралелних стубова (подужно или попречно).

Вишеспратне рамовске конструкције најчешће се примењују у високоградњи, односно у конструкцији зграда. Вишеспратни оквири формирају се тако што се једносратни оквири постављају један на други и међусобно круто повезују. Овакви вишеспратни оквири постављају се на одређеним међурастојањима, а повезују се гредама у ортогоналном правцу, као и међусратном конструкцијом. Уобичајени распони између појединих бродова оквирних носача (између оса стубова) крећу се у интервалу од око 4 до 10 метара [2].



Слика 6 Различите конфигурације једносратних и вишеспратних оквира [2]

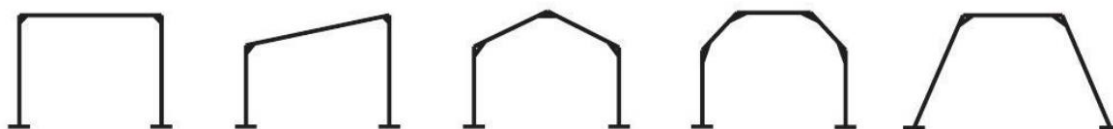
Једносратни оквирни носачи у склопу индустријских хала могу да буду различитих конструкција, али не у оквиру исте хале, слика 7.



Слика 7 Различите конфигурације једносратних вишебродних оквирних носача [2]

Са становишта броја линија стубова, оквирни носачи могу да буду [2]:

- Једнобродни оквирни носачи (само две осе стубова), слика 8;
- Вишебродни оквирни носачи (више оса стубова), слика 7.

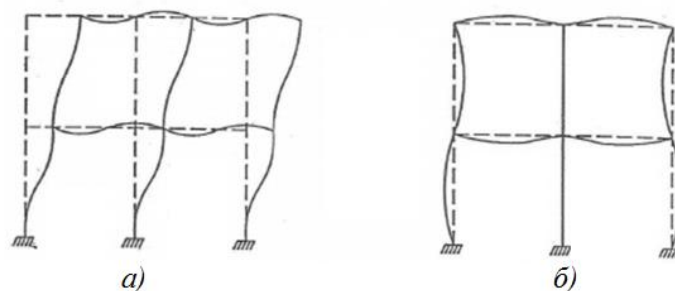


Слика 8 Различите конфигурације једносратних једнобродних оквирних носача

Једна од најважнијих карактеристика оквирних носача је њихова способност да се својом крутошћу супротставе бочним (хоризонталним) померањима – отклонима. Бочна померљивост је неповољна особина и са становишта употребљивости и са становишта глобалне стабилности конструкције.

Према крутости на бочна померања оквирни носачи се деле на:

- Бочно померљиве, слика 9а;
- Бочно непомерљиве, слика 9б.



Слика 9 а) Бочно померљиви оквирни носачи, б) Бочно непомерљиви оквирни носачи [3]

Бочно померљиви оквирни оквирни носачи са благим нагибом крова и оквирни носачи са гредама и стубовима у равни могу да се провере по теорији првог реда када је критеријум ограничења величине α_{cr} задовољен за сваки спрат. Када аксијални притисак у гредама или риглама није значајан, α_{cr} може да се одреди коришћењем приближног израза [3]:

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \cdot \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right), \quad (1)$$

где су:

α_{cr} – коефицијент којим се увећава прорачунско оптерећење да би се достигла еластична глобална нестабилност конструкције;

H_{Ed} – прорачунска вредност хоризонталних реакција на дну разматраног спрата услед хоризонталног оптерећења и фиктивних еквивалентних хоризонталних сила (имперфекције носача)

V_{Ed} – укупно вертикално оптерећење које делује на конструкцију на дну разматраног спрата;

$\delta_{H,Ed}$ – хоризонтално померање врха носача у односу на дно спрата, односно релативно хоризонтално оптерећење, услед хоризонталних оптерећења, укључујући и фиктивне хоризонталне силе;

h – висина спрата.

Нагиб крова је благ ако није стрмији од 26° , а аксијални притисак у гредама или риглама је значајан када је испуњен следећи услов [3]:

$$\bar{\lambda} \geq 0,3 \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}}, \quad (2)$$

где су:

A – површина попречног пресека греде;

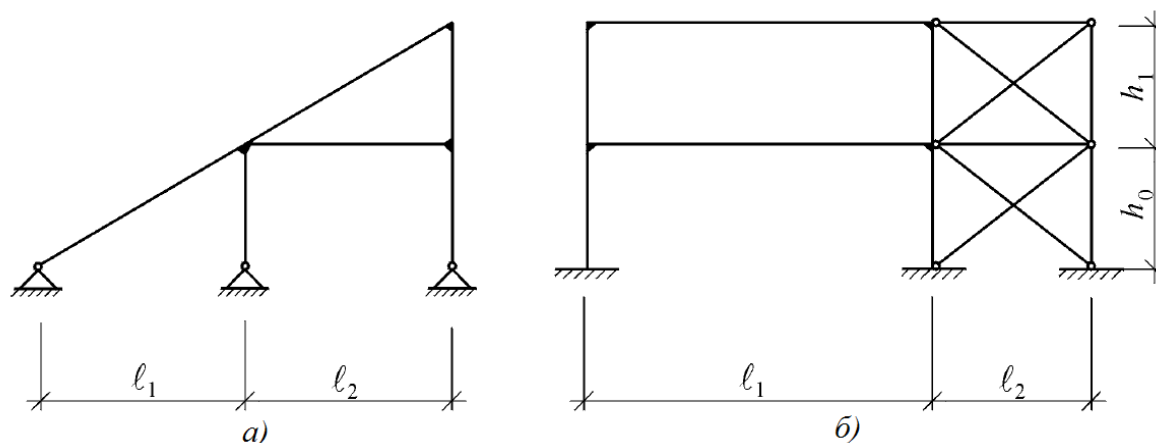
N_{Ed} – прорачунска вредност аксијалне силе притиска у разматраној греди;

$\bar{\lambda}$ – релативна виткост у разматраној равни, срачуната за греду или риглу сматрајући да је обострано зглобно ослоњена;

f_y – граница развлачења материјала.

Бочно непомерљивим се сматрају оквирни носачи чији је отпор на хоризонтална оптерећења у својој равни довољно крут, па се са прихватљивом тачношћу могу занемарити додатне унутрашње силе, које настају услед хоризонталног померања његових чворова. Другим речима, додатна напрезања услед утицаја другог реда нису значајна (<10%), па се при прорачуну могу занемарити [1].

Наравно, у ову групу спадају и оквирни носачи са стабилном (бочно непомерљивом) решетком система, слика 10а, као и носачи чије је бочно померање спречено спреговима или другим системима за укрућење, слика 10б.



Слика 10 Бочно непомерљиви оквирни носачи: а) са стабилном решетком система, б) са укрућењима у виду вертикалног спрега [1]

На основу дугогодишњих теоријских и експерименталних истраживања установљен је и експлицитни критеријум за класификацију оквирних носача на бочно померљиве, односно непомерљиве. Према овом, општем критеријуму, оквирни носач се може сматрати бочно непомерљивим за посматрани случај оптерећења, ако је испуњен следећи услов [1]:

$$\alpha_{cr} = \frac{V_{cr}}{V_{sd}} \geq 10, \quad (3)$$

где су:

α_{cr} – коефицијент којим се увећава прорачунско оптерећење да би се dostigla еластична глобална нестабилност конструкције;

V_{cr} – критична вредност укупног вертикалног оптерећења, тј. сума критичних сила по свим стубовима оквирног носача за несиметричан вид извијања;

V_{sd} – računaska vrednost uкупног вертикалног оптерећења које делује на посматрани оквирни носач, односно сума вертикалног оптерећења помножена са коефицијентом сигурности [1].

Код оквирних носача у високоградњи код којих су у сваком нивоу греде везане са свим стубовима, општи критеријум може да се поједностави. Наиме, да би се оквирни носач сматрао бочно непомерљивим, хоризонтална померања у нивоу сваког спрата,

израчуната по теорији првог реда, услед рачунских оптерећења, како хоризонталних тако и вертикалних, треба да задовоље следећи критеријум [1]:

$$\frac{\delta}{h} \cdot \frac{V}{H} \leq 1, \quad (4)$$

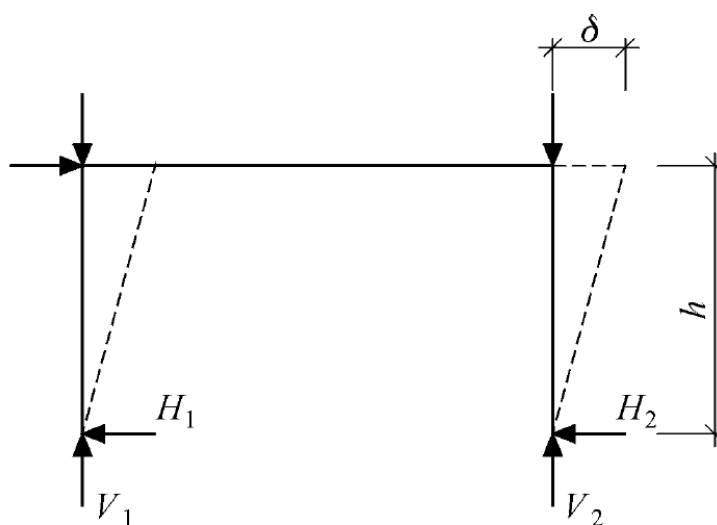
где су:

h – висина спрата;

δ – релативно хоризонтално померање врха спрата одређено по теорији првог реда;

V – збир вертикалних реакција у подножју посматраног спрата, слика 11;

H – збир хоризонталних реакција у подножју посматраног спрата, слика 11;



Слика 11 Класификација оквирних носача према бочној померљивости [1]

Бочна померања оквирних носача могу да се спрече или редукују помоћу система за укрућење у виду спрегова, бетонских платана или других бочно непомерљивих оквирних носача. Ако је одговор система за укрућење на хоризонтална померања довољно крут, може се сматрати да он преноси сва хоризонтална оптерећења, а да је оквирни носач ослобођен ових утицаја, односно бочно непомерљив.

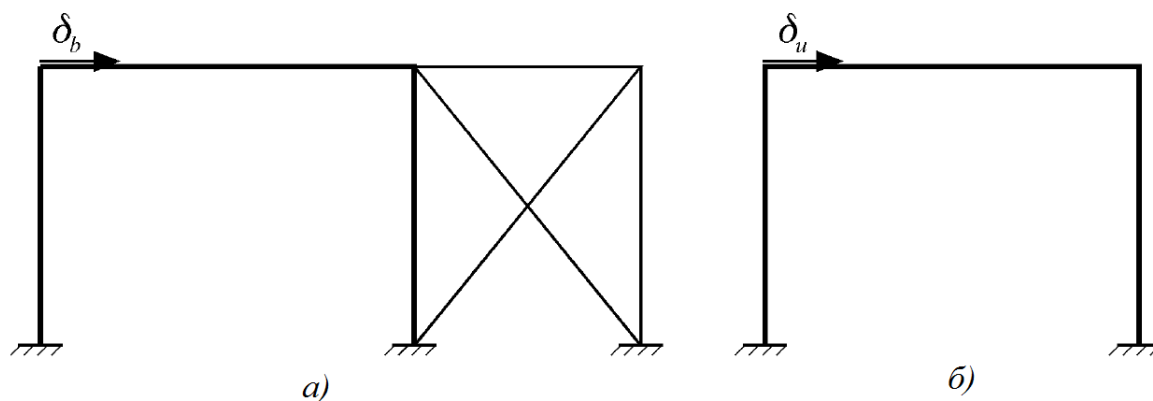
Челични оквирни носачи се сматрају укрућеним, ако систем за укрућење редукује њихова бочна померања за бар 80%, што се може написати у следећем облику [1]:

$$\delta_b \leq \frac{\delta_u}{5}, \quad (5)$$

где су:

δ_b – хоризонтално померање оквирног носача са системом за укрућење, слика 12а;

δ_u – хоризонтално померање оквирног носача без система за укрућење, слика 12б.



Слика 12 Бочна померања оквирног носача а) са укрућењем, б) без укрућења [1]

На основу претходно реченог, може се закључити да оквирни носачи према укрућености и бочној померљивости могу бити:

- укрућени бочно непомерљиви;
- укрућени бочно померљиви;
- неукрућени бочно непомерљиви;
- неукрућени бочно померљиви.

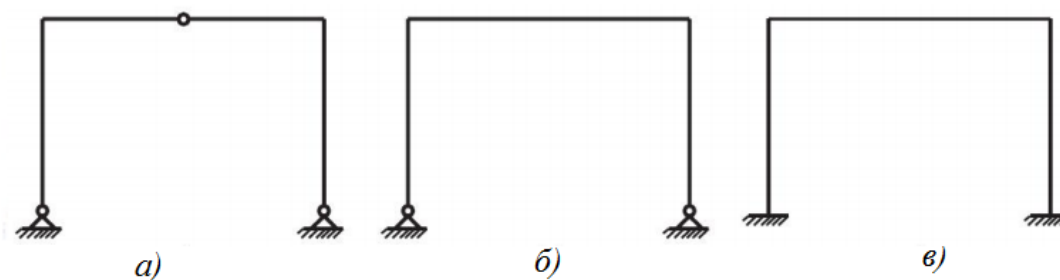
Примери ових носача дати су у табели 1.

Табела 1 Подела оквирних носача према укрућености и бочној померљивости [1]

	Укрућени оквирни носачи	Неукрућени оквирни носачи
Бочно померљиви оквирни носачи		
Бочно непомерљиви оквирни носачи		

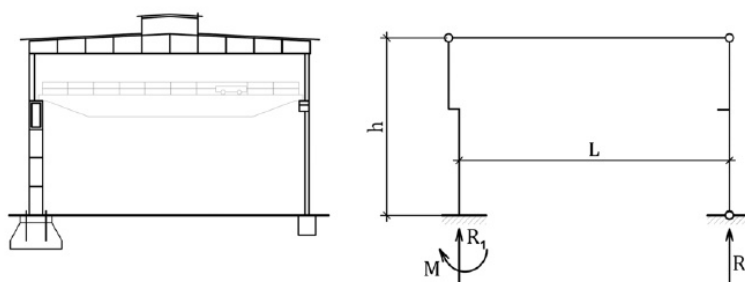
У статичком смислу, оквири могу бити статички одређени, статички неодређени и специјални (са „пендел“ стубовима и подужним спрегом, просторним системом и сл.), а основни типови су, слика 13 [4]:

- оквир са три зглоба;
- оквир са два зглоба;
- укљештени оквир.



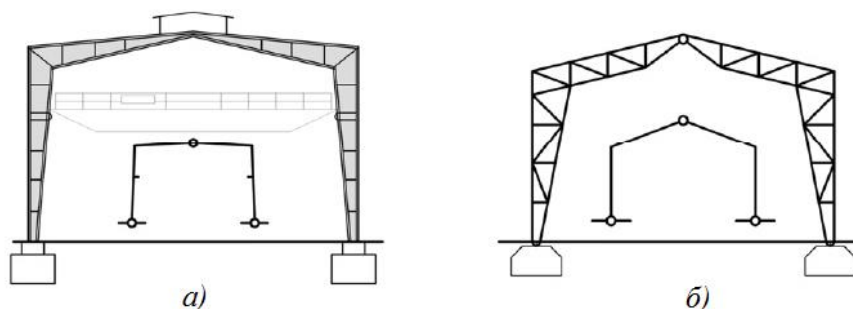
Слика 13 Оквирни носачи а) са три зглоба, б) са два зглоба, в) укљештени [2]

Статички одређене системе карактерише крута веза односно укљештење једног стуба у темељ и зглобна веза између другог стуба и темеља, док је веза кровних носача и стубова зглобна, тако да главни рам може да прими и пренесе све хоризонталне утицаје у попречном правцу хале. У овом случају су кровни везачи зглобно ослоњени на горњи део главног стуба, где је омогућена слободна ротација на месту везе. Кровни везачи могу бити решеткасти или пуни што зависи од распона. За распоне веће од 20 m најчешће се примењује решеткасти зглобни везач. За мање распоне користе се кровни везачи у пуној изради, као што су топло ваљани, заварени или саћасти носачи. На сликама 14 и 15 приказани су примери зглобне везе стуба и кровног везача [5].



Слика 14 Везач зглобно везан са једним укљештеним стубом и другим „пендел“ стубом

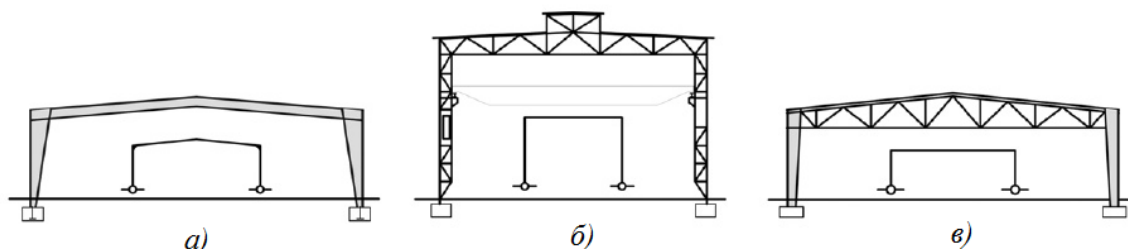
Главни стубови код хала мањих висина или средње тешких дизалица изводе се као пуни-лимени или топло ваљани носачи, слика 15а, а код већих висина и тежих дизалица користе се решеткасти главни стубови, слика 15б.



Слика 15 Оквири на три зглоба изведени као а) пуни лимени носачи, б) решеткасти носачи [5]

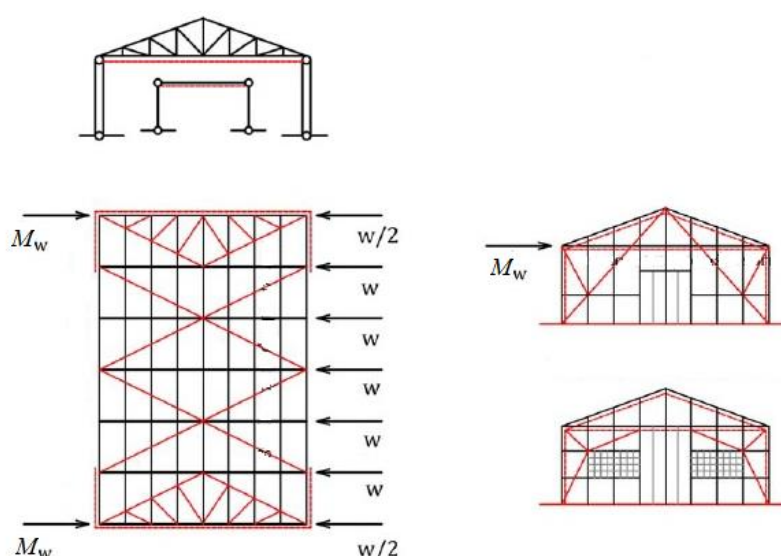
Код статички неодређених система најчешће се у пракси користе системи са укљештеним стубовима у темељ и зглобно везаним кровним везачем за њих. Систем је једанпут статички неодређен, па се примењује када је тло за темеље релативно добре

носивости, да би се добиле рационалне димензије. Код оваквих типова хала могућа је примена мешовитих система грађења – армирано бетонских стубова и челичних кровних носача. На слици 16 приказани су примери статички неодређених оквирних система и то као пуни носачи, слика 16а, решеткасти носачи, слика 16б, и комбиновани носачи, слика 16в [5].



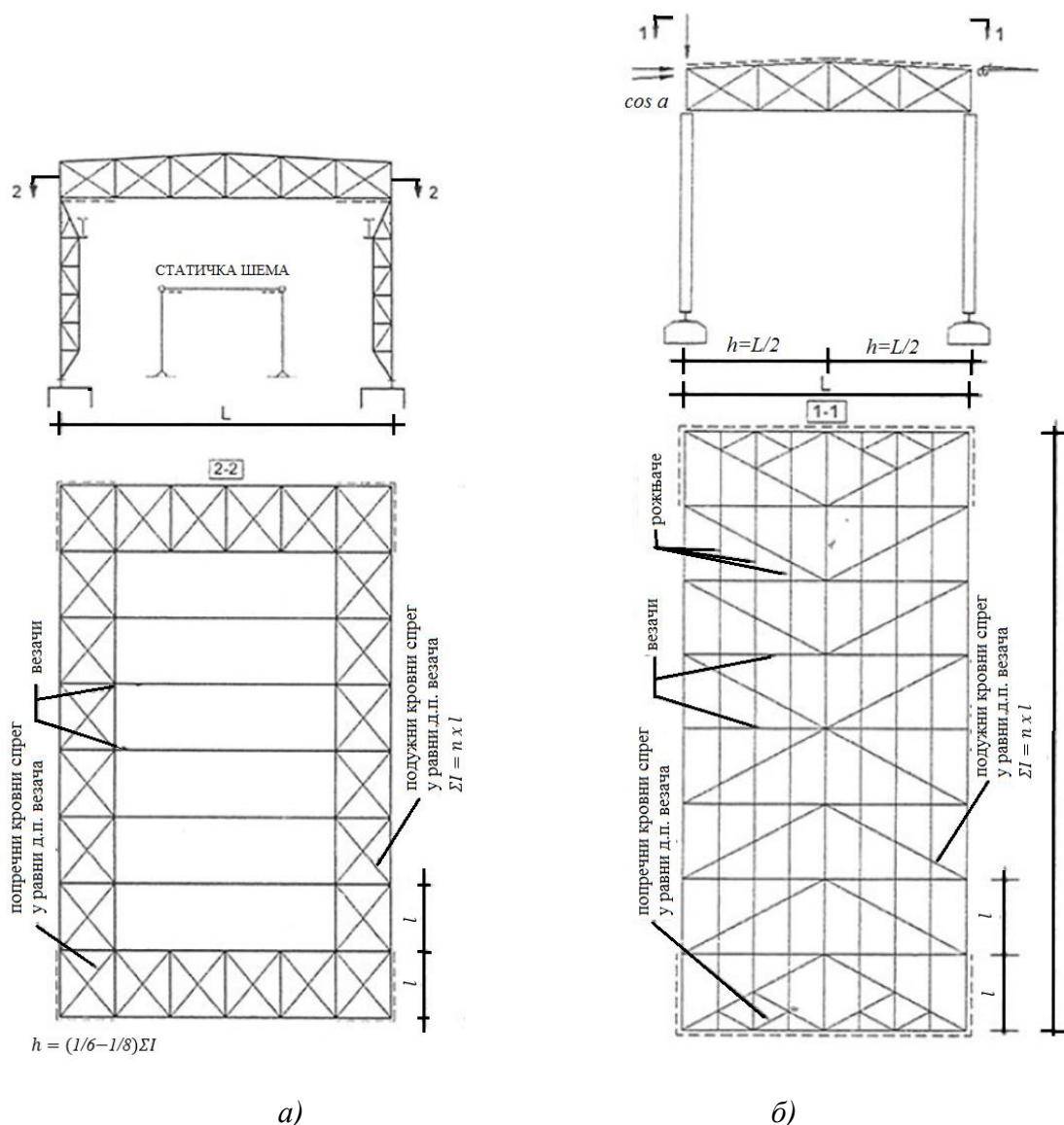
Слика 16 Статички неодређени оквирни носачи изведени као: а) пуни, б) решеткасти, в) комбиновани [5]

Систем са „пендел“ стубовима и подужним спрегом за стабилизацију се примењује у случајевима слабо носивог тла. Систем се формира од кровног везача који је зглобно повезан са два главна „пендел“ стуба. Такав систем је нестабилан и може да прими само вертикална оптерећења. За пријем хоризонталних сила потребно је постављање конструктивних елемената за стабилизацију. За мање распоне до 20 m могу се спреглови за стабилизацију поставити у кровној равни (у случајевима малих нагиба), а вертикални спреглови у калканској конструкцији односно у подужном фасадном зиду (уз калкан да би примио реакције од ветра који делује управно на подужну осу хале, слика 17). „Пендел“ стубови своје хоризонталне реакције предају својим доњим делом темељима, а горњим делом кровном спрегу за стабилизацију. Хоризонталне реакције кровног спрега за стабилизацију предају се калканским спрегловима, који их даље предају темељима [5].



Слика 17 Систем са „пендел“ стубовима и подужним спрегом за стабилизацију у кровној равни [5]

У случају већих нагиба кровних равни и већег распона кровног носача, спрегови за стабилизацију се могу поставити у равни доњег појаса кровног везача. Тада се ови хоризонтални спрегови усвајају статичке висине од $1/6$ до $1/8$ укупне дужине Σl , односно од распона L овог спрега према слици 18 [5].



Слика 18 Систем везача са „пендел“ стубовима и са спреговима за стабилизацију
а) у нивоу доњег појаса б) у кровној равни носача [5]

Вертикална укрућења у калканском зиду треба обликовати тако да не ометају постављање прозора и врата. Овај систем се може применити и за хале са лаким дизалицама (када је у питању веома лоше земљиште). Да би ова конструкција била стабилна и у току монтаже потребно је да се прво поставе калкански укрућени зидови.

3. Методе прорачуна оквирних носача

За прорачун статичких утицаја код оквирних носача могу да се користе различите методе Отпорности материјала и Теорије конструкција [1]:

1. еластична анализа првог реда - линеарно еластична веза напон-деформација без обзира на ниво напрезања, услови равнотеже на недеформисаном елементу (крива *a* - слика 19в);

2. еластична анализа другог реда - линеарно еластична веза напон-деформација без обзира на ниво напрезања, услови равнотеже на деформисаном елементу (крива *b* - слика 19в);

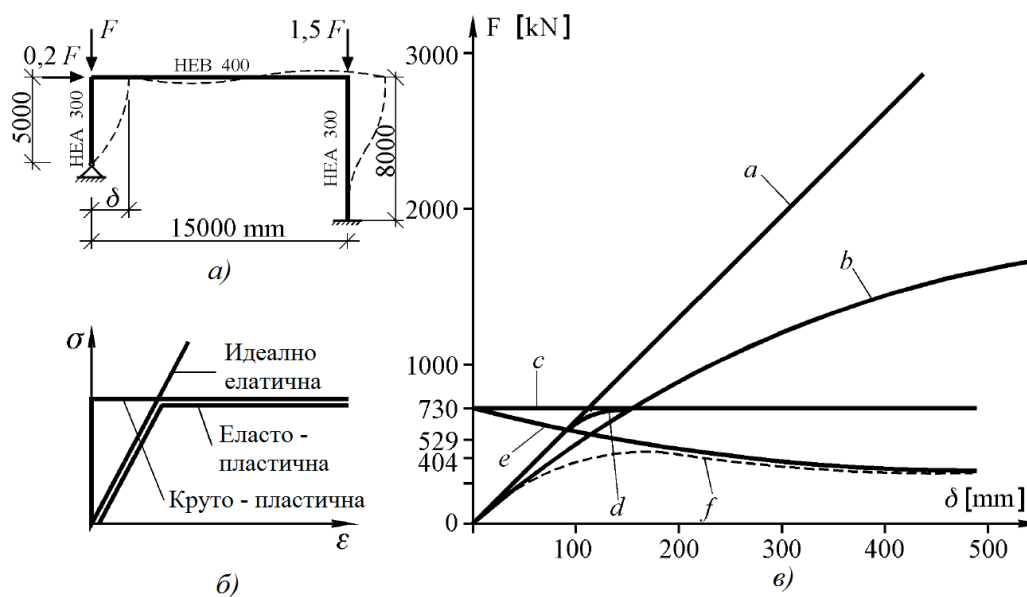
3. круто-пластична анализа првог реда - билинеарна круто-пластична веза напон-деформација, услови равнотеже на недеформисаном елементу (крива *c* - слика 19в);

4. еласто-пластична анализа првог реда - билинеарна еласто-пластична веза напон-деформација, услови равнотеже на недеформисаном елементу (крива *d* - слика 19в);

5. круто-пластична анализа другог реда - билинеарна круто-пластична веза напон-деформација, услови равнотеже на деформисаном елементу (крива *e* - слика 19в);

6. еласто-пластична анализа другог реда - билинеарна еласто-пластична веза напон-деформација, услови равнотеже на деформисаном елементу (крива *f* - слика 19в).

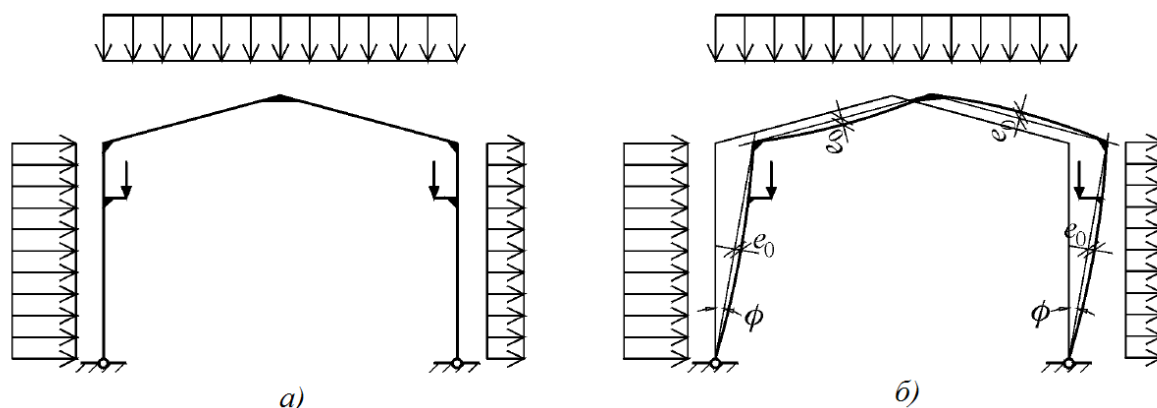
Илустрација поменутих поступака прорачуна дата је на примеру једнобрдног оквирног носача, слика 19а. На слици 19в дате су криве које приказују зависност хоризонталног померања δ од нивоа напрезања, које је у случају посматраног једно-параметарског оптерећења, репрезентованог силом F .



Слика 19 Прорачун оквирног носача применом различитих метода

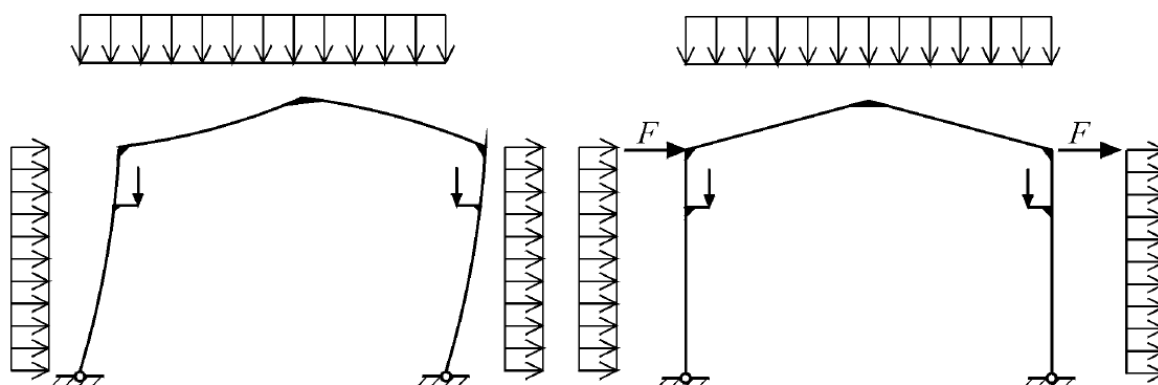
a) оквирни носач и оптерећење *б)* везе напон деформације σ - ϵ *в)* криве F - δ за различите методе прорачуна [1]

Циљ је да се прорачунским моделом што је могуће тачније опише понашање оквирних носача под дејством спољашњег оптерећења. Стога се при прорачуну узимају у обзир и имперфекције, односно одступања геометрије оквирног носача од пројектоване геометрије, слика 20. Ове имперфекције су последица несавршености у процесу производње и монтаже челичних конструкција, а морају бити у оквиру прописаних толеранција за извођење и монтажу [1].



Слика 20 а) Прорачунски модел оквирног носача б) Реалан оквирни носач са имперфекцијама [1]

Имперфекције могу бити глобалне, које се односе на читаву конструкцију (закошење стубова Φ) и локалне, које се тичу појединачних елемената - штапова (закривљеност штапова e_0). Закошење стубова, то јест њихово одступање од вертикалног положаја, неповољно утиче на глобалну стабилност оквирних носача, јер проузрокује повећање утицаја другог реда код бочно померљивих оквирних носача. Утицај ове почетне геометријске имперфекције може да се обухвати преко еквивалентних хоризонталних сила F , које проузрокују почетно закошење (нагиб) стуба које одговара његовој имперфекцији, слика 21. На овај начин применом статичког модела са идеалном геометријом добијају се резултати који одговарају реалном оквирном носачу [1].

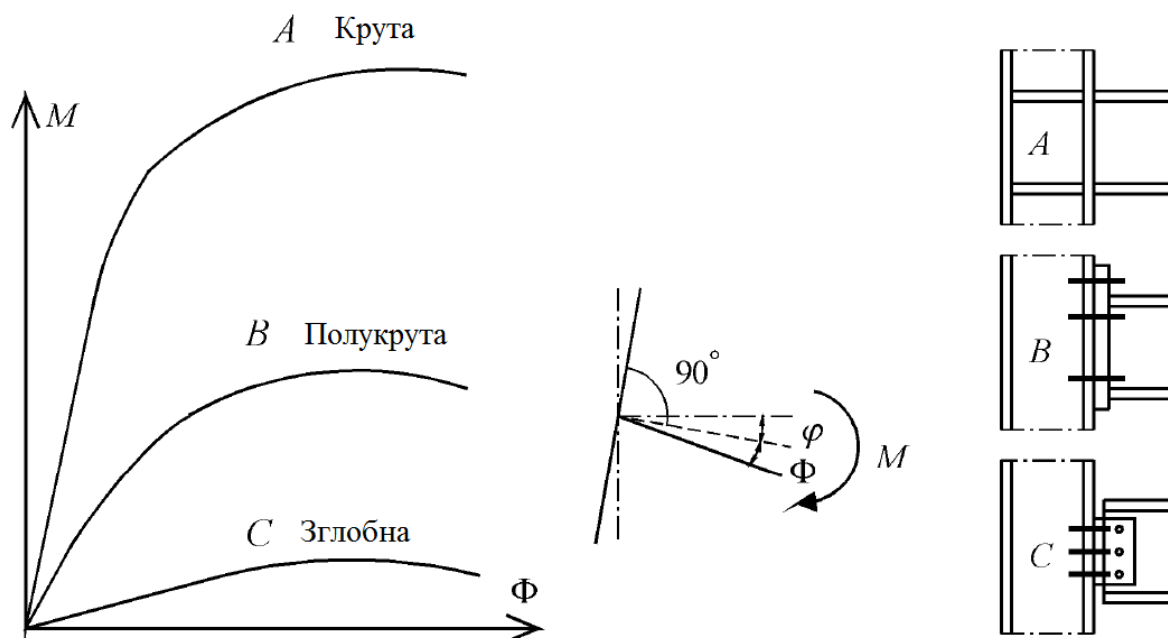


Слика 21 Еквивалентне хоризонталне силе F [1]

Закривљеност штапова је такође неповољна, али са становишта локалне стабилности центрично и ексцентрично притиснутих елемената. Међутим, како се при

прорачуну стабилности оваких елемената узима у обзир почетна геометријска имперфекција са стрелом $e = l/500$, она може да се занемари при одређивању статичких утицаја у читавом систему, односно при глобалној анализи носача.

На вредност и прераспodelу статичких утицаја код оквирних носача утичу и крутости веза између греда и стубова. Класичан поступак прорачуна оквирних носача заснива се на претпоставци о зглобним или крутим везама. Међутим, реално понашање веза у челичним конструкцијама оповргава претпоставку о идеалним везама. Може се доказати да већина крутих веза не поседује бесконачну крутост и да услед оптерећења, односно савијања веза, долази до извесне релативне ротације на месту везе. Осим тога, ни зглобне везе се не понашају идеално, већ и оне поседују извесну ротациону крутост. Везе које по свом понашању представљају прелаз између зглобних и крутих називају се полукруте везе. Њихово понашање дефинисано је кривом која приказује зависност између момента савијања на месту везе M и релативне ротације везе Φ . Ова крива често се у литератури назива и $M - \Phi$ карактеристика, слика 22 [1].



Слика 22 Криве $M - \Phi$ за карактеристичне типове веза [1]

Идеално круте везе су у $M - \Phi$ простору представљене вертикалном правом која пролази кроз координатни почетак, јер по дефиницији, код оваких веза нема релативног обртања везе без обзира на ниво напрезања. Међутим, крутим се могу сматрати и оне везе код којих је релативно обртање везе мало, па не проузрокује битну промену статичких утицаја. Помоћу $M - \Phi$ криве могу да се одреде три кључне карактеристике једне везе [1]:

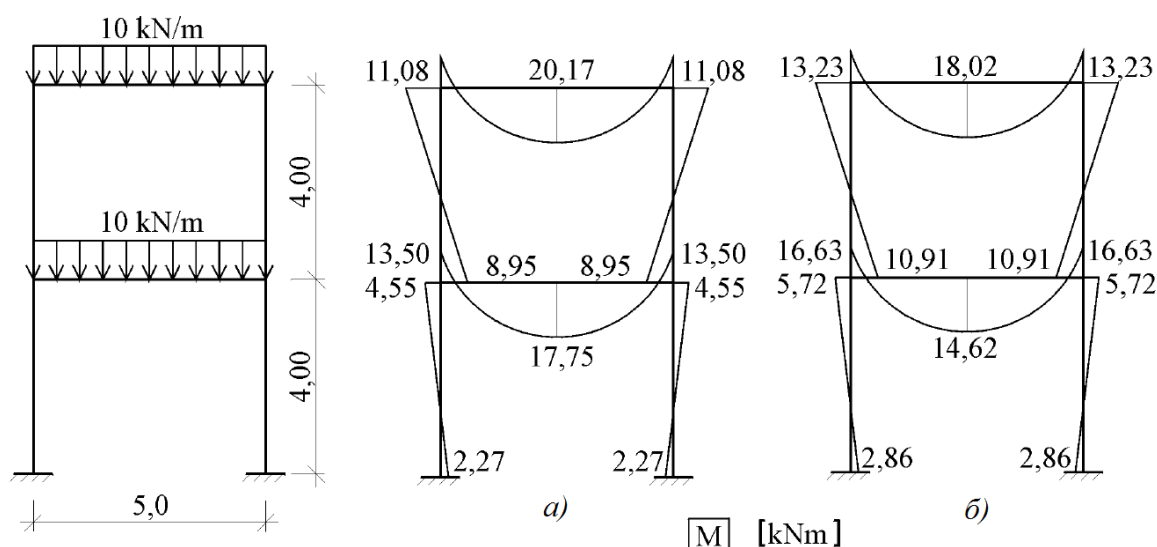
- ротациона крутост,
- момент носивости и
- ротациони капацитет.

Ротациона крутост везе S_j дефинисана је нагибом $M - \Phi$ криве ($S_j = \tan \alpha$) и представља основни параметар за нумеричку анализу оквирних носача са полукрутим

везама. Она може да се одреди помоћу полуемпиријских израза изведених за поједине карактеристичне типове веза, на основу препорука садржаних у савременим прописима (нпр. Еврокод 3) или пак из банке података формиране на основу великог броја експерименталних испитивања. Као илустрација утицаја крутости веза на прераспodelу момената савијања може да послужи пример двоспратног оквирног носача оптерећеног једнако подељеним вертикалним оптерећењем, слика 23. Везе греда са стубовима остварене су помоћу чеоне плоче са препустом и завртњева, а крутост везе је одређена на основу препорука датих у анексу J Еврокода 3 [6].

Иако се веза са препуштеном плочом традиционално сматра крутом, она ипак омогућава извесно релативно обртање, па се у конкретном примеру, слика 23, при прорачуну оквирног носача, узимајући у обзир утицај полукрутих веза добијају моменти савијања који се у односу на прорачун оквирног носача са идеално крутим везама разликују за 11% - 17%.

Избор глобалне анализе зависи од низа фактора као што су: бочна померљивост оквирног носача, величине распона, деформацијски услови, ниво глобалне анализе (израда пројектне документације или научно истраживачки рад) итд [1].



Слика 23 Дијаграми момента савијања оквирног носача са: а) полукрутим везама, б) идеално крутим везама [1]

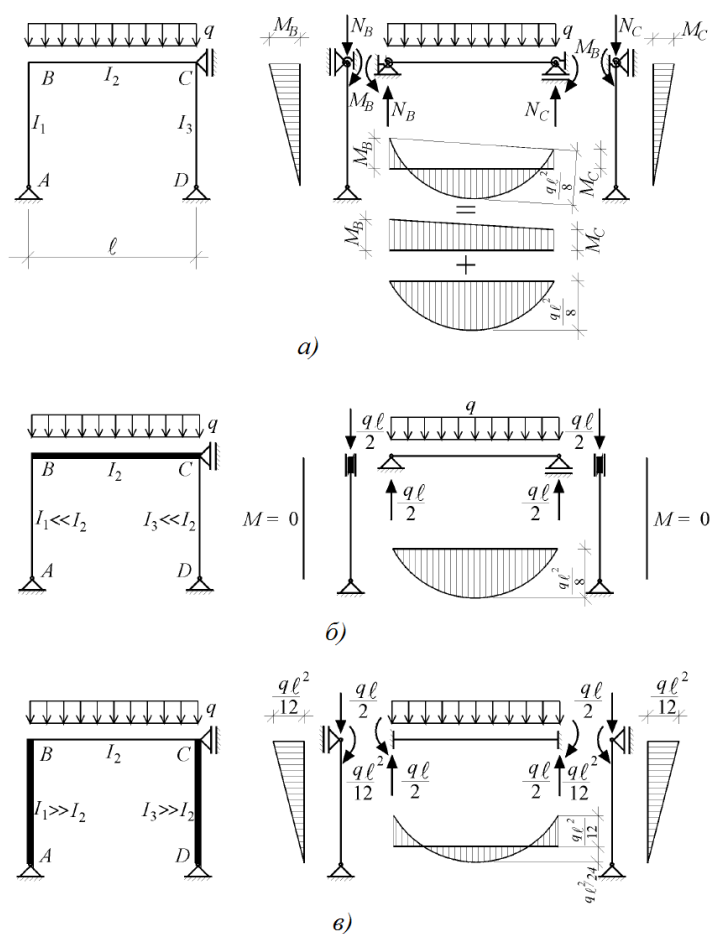
3.1 Прорачун бочно непомерљивих оквирних носача

Код бочно непомерљивих оквирних носача утицаји другог реда су занемарљиви, па се без већих утицаја на тачност може користити глобална анализа по теорији првог реда. Углавном се примењује еластична анализа првог реда, док се код вишеспратних вишеслојних оквирних носача са релативно малим распонима могу користити и пластичне методе прорачуна (круто-пластична или еласто-пластична). Применом пластичне глобалне анализе уз пластичну прераспodelу утицаја могу да се остваре уштеде материјала, али само у случају када за димензионисање нису меродавни критеријуми стабилности или деформације [1].

При прорачуну оквирних носача врши се њихова декомпозиција на стубове и греде, који се потом посебно димензионишу према утицајима добијеним глобалном анализом. Расподела момената савијања, при еластичној анализи првог реда, која се готово увек користи код бочно непомерљивих оквирних носача много зависи од односа крутости греда и стубова, слика 24. Разликују се два екстремна случаја:

1. греда је бесконачно крута у односу на стубове - при декомпозицији оквирног носача може се сматрати да је греда на оба краја зглобно ослоњена, а да су стубови укљештени на месту везе са гредом, слика 24б;
2. стубови су бесконачно крути у односу на греду - у овом случају може се сматрати да је греда обострано укљештена у стубове, а да су они, због мале крутости греде, зглобно ослоњени на месту везе са гредом, слика 24в [1].

У свим осталим случајевима када су односи крутости греде и стубова истог реда, прерасподела утицаја зависи од односа ових крутости, а декомпозиција система може да се изврши као што је приказно на слици 24а. Ротационе крутости еластичних опруга које репрезентују еластично укљештење на месту везе греде и стуба, не могу се једноставно проценити, па се статички утицаји који делују на појединачне елементе оквирног носача морају одредити на основу глобалне (еластичне) анализе [1].



Слика 24 Декомпозиција оквирног носача

а) општи случај, б) бесконачно крута греда в) бесконачно крути стубови [1]

Осим у екстремном случају, када је греда бесконачно крута, стубови оквирних носача су изложени истовременом дејству аксијалне силе притиска и момента савијања, па их треба димензионисати у складу са стандардом за прорачун ексцентрично притиснутих елемената. Дужина извијања стубова може да се одреди применом прорачуна дужине извијања, којим се узима у обзир крутост греде.

Код греда оквирних носача савијање представља доминантан вид напрезања док су аксијалне силе по правилу слабог интензитета, па се може занемарити њихов утицај на стабилност.

Греде оквирних носача се димензионишу по правилима за елементе оптерећене на савијање. Проблем бочне стабилности се углавном решава применом конструктивних мера за обезбеђење бочног придржавања, јер се у супротном добијају нерационални носачи, посебно код оквирних носача већих распона [1].

3.2 Прорачун бочно померљивих оквирних носача

У случају бочно померљивих оквирних носача утицаји другог реда не могу да се занемаре. Стога при прорачуну оваквих носача треба примењивати методе којима се обухватају утицаји другог реда. При еластичној глобалној анализи, утицаји другог реда могу да се обухвате [1]:

- применом еластичне анализе другог реда, или
- применом еластичне анализе првог реда са дужинама извијања стубова за систем са померљивим чворовима.

У пракси се најчешће примењује еластична анализа првог реда са дужинама извијања стубова за систем са померљивим чворовима. На овај начин се индиректно, преко дужине извијања стубова уводе утицаји другог реда. Примена еластичне анализе другог реда захтева знатно сложенији прорачун, који је за иоле сложеније оквирне системе готово незамисливо урадити без озбиљнијег софтверског пакета [1].

3.3 Одређивање дужине извијања оквирних носача

Прорачун дужине извијања стубова оквирних носача се врши са померљивим чворовима (бочно померљиви оквирни носачи) и непомерљивим чворовима, (бочно непомерљиви оквирни носачи). Поступак прорачуна обухвата вишеспратне, вишебродне оквирне носаче. Дужине извијања стубова одређују се на основу следећег израза [1]:

$$l_i = \beta \cdot h_s, \quad (6)$$

где су:

l_i – дужина извијања стуба;

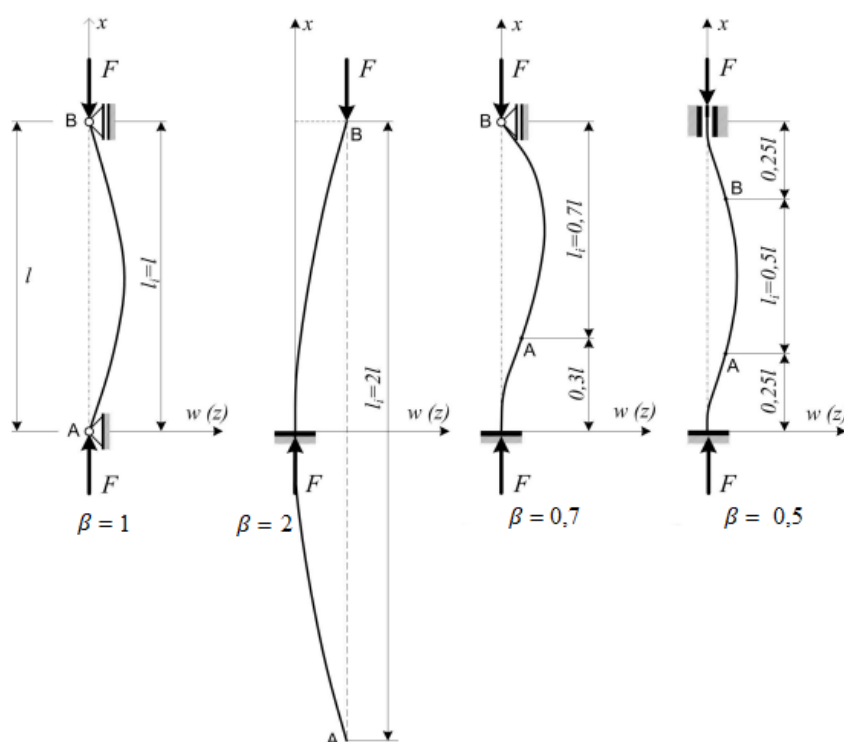
β – коефицијент дужине извијања;

h_s – висина стуба.

Претходни израз је општег карактера и може да се примени за бочно померљиве и непомерљиве оквире. Специфичност прорачуна дужине извијања код ова два различита типа оквирних носача обухвата се помоћу коефицијента дужине извијања β . С обзиром да је висина стуба позната и непроменљива (константна) величина за разматрани оквирни носач, дужина извијања је директно пропорционална бездимензионалном коефицијенту β [1].

Постоје четири основна случаја ослањања стуба, па се према томе и коефицијент дужине извијања разликује за сваки од ових случајева, слика 25 [7]:

- стуб зглобно везан – $\beta = 1$;
- конзолни стуб – $\beta = 2$;
- конзолни стуб зглобно подупрт на другом крају – $\beta = 0,7$;
- обострано уклештен стуб – $\beta = 0,5$.



Слика 25 Четири карактеристична случаја код извијања [7]

3.3.1 Бочно непомерљиви оквирни носачи

Коефицијент дужине извијања β се код стубова који су део оквирног носача налази у опсегу од 0,5 до 1,0 што заправо значи да се дужина извијања стубова оквирних носача са непомерљивим чворовима креће између дужине извијања обострано уклештене ($l_i = 0,5 \cdot h_s$) и просте греде ($l_i = h_s$). Степен уклештења стубова у греде оквирног носача на дну и врху стуба зависи управо од односа крутости греда и стубова. Ако се посматра стуб A-B који представља део једног вишеспратног, вишеспратног оквирног носача, слика 26, коефицијенти расподеле крутости η_A и η_B , могу да се одреде на следећи начин [1]:

$$\eta_A = \frac{K_s + K_{s,A}}{K_s + K_{s,A} + \sum K_{G,A}}, \quad (7)$$

$$\eta_B = \frac{K_s + K_{s,B}}{K_s + K_{s,B} + \sum K_{G,B}}, \quad (8)$$

где су:

K_s – крутост стуба $A-B$ ($K_s = I_s / h_s$)

$K_{s,A}$ – крутост доњег стуба, који је са стубом $A-B$ везан у чвору A ($K_{s,A} = I_{s,A} / h_{s,A}$);

$K_{s,B}$ – крутост горњег стуба, који је са стубом $A-B$ везан у чвору B ($K_{s,B} = I_{s,B} / h_{s,B}$);

$\sum K_{G,A}$ – сума крутости греда које су круто везане са стубом у чвору A ;

$\sum K_{G,B}$ – сума крутости греда које су круто везане са стубом у чвору B .

Моменти инерције који фигуришу у изразима за одређивање крутости стубова и греда се односе на савијање у равни оквирног носача. Суме крутости греда могу да се одреде на следећи начин:

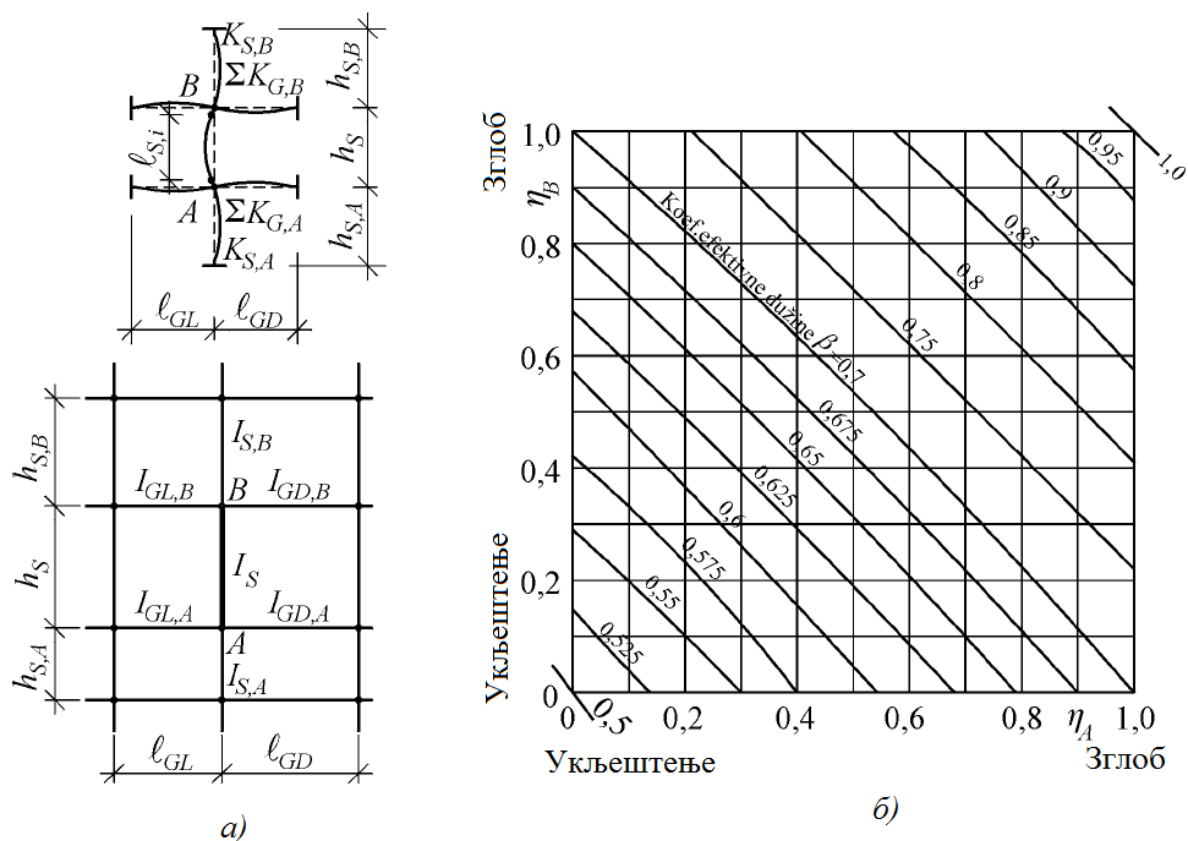
$$\sum K_{G,A} = \xi_L \cdot \frac{I_{GL,A}}{l_{GL}} + \xi_D \cdot \frac{I_{GD,A}}{l_{GD}}, \quad (9)$$

$$\sum K_{G,B} = \xi_L \cdot \frac{I_{GL,B}}{l_{GL}} + \xi_D \cdot \frac{I_{GD,B}}{l_{GD}}, \quad (10)$$

где су са I и l обележени одговарајући моменти инерције и дужине греда, слика 26а, а параметар ξ има следеће вредности: $\xi = 3/2$ када је крај греде супротан посматраном чвору стуба зглобно ослоњен, односно $\xi = 2$ када је супротан крај укљештен. Индекси L и D односе се на греде лево и десно у односу на посматрани чвор стуба, слика 26а. Ако је гред зглобно везана за посматрани стуб у тачки A или B њена крутост се не узима у обзир при прорачуну коефицијената расподеле крутости η_A и η_B , односно у том случају је $K_G = 0$ [1].

Ако је посматрани стуб зглобно ослоњен у чвору, или ако је укупна крутост греда везаних са стубом у посматраном чвору занемарљива у односу на крутост стубова, коефицијент расподеле крутости је једнак јединици ($\eta = 1$). У супротном случају, ако је стуб укљештен, односно ако је укупна крутост греда круто везаних са стубом у посматраном чвору бесконачно велика у односу на крутост стуба, може се усвојити да је коефицијент расподеле једнак нули ($\eta = 0$). Коефицијент дужине извијања β може да се одреди на основу коефицијената расподеле крутости, коришћењем номограма приказаног на слици 26б или следећег аналитичког израза:

$$\beta = \frac{1,6 + 1,9 \cdot (\eta_A + \eta_B) + 2,1 \cdot \eta_A \cdot \eta_B}{3,2 + 1,8 \cdot (\eta_A + \eta_B) + 0,7 \cdot \eta_A \cdot \eta_B}, \quad (11)$$



Слика 26 Дужине извијања стубова бочно померљивих оквирних носача
а) ознаке, б) номограм [1]

3.3.2 Бочно померљиви оквирни носачи

Коефицијент дужине извијања β , код бочно померљивих оквирних носача одређује се према следећем изразу [1]:

$$\beta = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \beta_0, \quad (12)$$

где су:

α_1 - коефицијент којим се обухвата начин везе стубова у посматраном спрату,

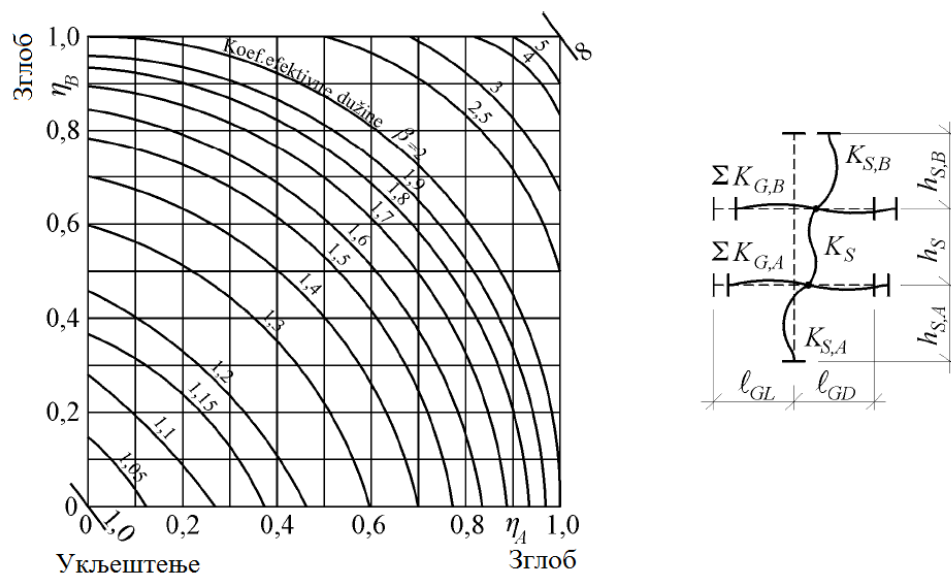
α_2 - коефицијент којим се обухватају разлике у оптерећењима и карактеристикама попречних пресека стубова посматраног спрата,

β_0 - основни коефицијент дужине извијања.

Основни коефицијент дужине извијања може да се одреди на следећи начин [1]:

$$\beta_0 = \sqrt{\frac{1,6 + 1,9 \cdot (\eta_A + \eta_B) + 2,1 \cdot \eta_A \cdot \eta_B}{3,2 + 1,8 \cdot (\eta_A + \eta_B) + 0,7 \cdot \eta_A \cdot \eta_B}}, \quad (13)$$

где су η_A и η_B коефицијенти расподеле крутости, који се добијају према изразима (7) и (8) или коришћењем номограма приказаног на слици 27. При прорачуну ових коефицијената расподеле једина разлика у односу на случај бочно непомерљивих оквирних носача је у параметру ξ који, у овом случају, има следеће вредности: $\xi = 1/2$ када је крај греде супротан посматраном чвору стуба зглобно ослободен, односно $\xi = 2/3$ када је супротан крај укљештен [1].



Слика 27 Номограм за одређивање основног коефицијента дужине извијања код бочно померљивих оквирних носача [1]

Параметар α_1 преко којег се уводи утицај начина везе стубова у посматраном спрату може да се одреди према следећем изразу [1]:

$$\alpha_1 = \sqrt{1 + m_k} \quad , \quad (14)$$

где је:

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} N_i}{\sum_{j=1}^k N_j} \quad , \quad (15)$$

n - укупан број стубова у посматраном спрату,

k - број стубова у посматраном спрату који су круто везани са гредама,

N_i - аксијална сила у i -том стубу.

Када су сви стубови посматраног спрата круто везани ($n=k$), тада је $m_k = 0$, па је параметар α_1 једнак јединици [1].

Параметар α_2 којим се уводи утицај различитог оптерећења и крутости стубова посматраног спрата добија се на следећи начин [1]:

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{I_s}{N_s \cdot h_s^2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^k N_i \cdot h_i^2}{\sum_{i=1}^k I_1}}. \quad (16)$$

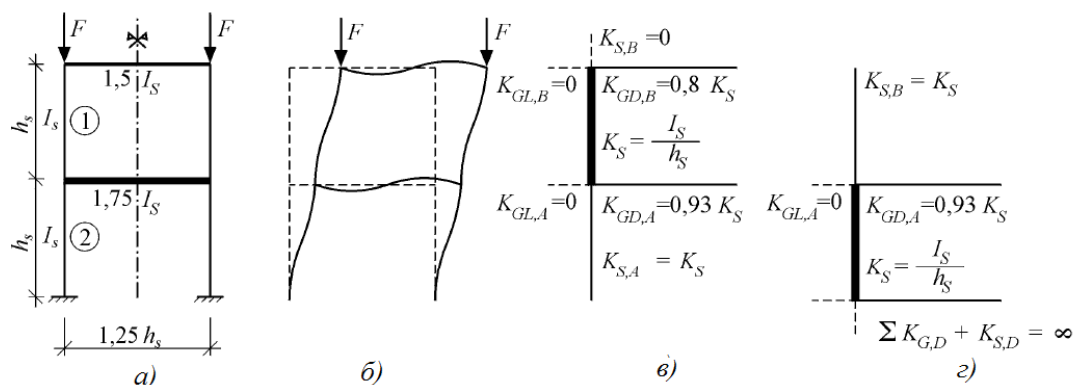
Претходни израз може да се поједностави кад је висина свих стубова у оквиру посматраног спрата иста. Тада је [1]:

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{I_s}{N_s} \cdot \frac{\sum_{i=1}^k N_i}{\sum_{i=1}^k I_1}}. \quad (17)$$

Када су сви стубови у посматраном спрату исте дужине, оптерећени истим аксијалним силама и имају исту крутост на савијање у равни носача, параметри α_1 и α_2 су једнаки јединици ($\alpha_1 = \alpha_2 = 1$), па је коефицијент дужине извијања β једнак основном коефицијенту дужине извијања β_0 . Овај стандард садржи и препоруке за одређивање глобалних имперфекција и еквивалентних хоризонталних сила којима се ове имперфекције уводе у прорачун, односно глобалну анализу оквирних носача. На примеру двоспратног оквирног носача, приказаног на слици 28 објашњен је поступак прорачуна коефицијената расподеле η_A и η_B и коефицијента дужине извијања β за стубове оквирних носача са померљивим чворовима. Како су у посматраном примеру сви стубови оквирног носача истог попречног пресека, $I_s = \text{const.}$, и исте висине, а оптерећени су истом аксијалном силом N , параметри α_1 и α_2 су једнаки јединици, па је $\beta = \beta_0$. Ради једноставнијег прорачуна, крутост греда изражена је у функцији крутости стубова, па је:

$$\text{за горњу греду } K_{GD,A} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1,75 \cdot I_s}{1,25 \cdot h_s} = 0,933 \cdot \frac{I_s}{h_s} = 0,933 \cdot K_s; K_{GL,A} = 0, \quad (18)$$

$$\text{за горњу греду } K_{GD,B} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1,5 \cdot I_s}{1,25 \cdot h_s} = 0,8 \cdot \frac{I_s}{h_s} = 0,8 \cdot K_s; K_{GL,B} = 0. \quad (19)$$



Слика 28 Дужине извијања стубова двоспратног оквирног носача

а) Оквирни носач са оптерећењем, б) Деформација при извијању в) Крутости за стуб 1
г) Крутости за стуб 2 [1]

Коефицијенти расподеле имају следеће вредности [1]:

- за стуб 1:

$$\eta_A = \frac{K_s + K_{s,A}}{K_s + K_{s,A} + 0 + \sum K_{G,A}} = \frac{2 \cdot K_s}{2 \cdot K_s + 0,933 \cdot K_s} = 0,682, \quad (20)$$

$$\eta_B = \frac{K_s + 0}{K_s + 0 + 0 + \sum K_{GD,B}} = \frac{K_s}{K_s + 0,8 \cdot K_s} = 0,556. \quad (21)$$

- за стуб 2:

$$\eta_A = 0 \text{ (уклештење)}, \quad (22)$$

$$\eta_B = 0,682 \text{ (као } \eta_A \text{ за стуб 1)}. \quad (23)$$

Са овако одређеним вредностима коефицијената расподеле, коефицијенти дужине извијања за стубове 1 и 2 могу да се одреде на основу номограма, слика 27, или израза (13) и имају следеће вредности [1]:

- за стуб 1 $\beta_1 = 1,53$, (24)

- за стуб 2 $\beta_2 = 1,29$. (25)

4. Пример прорачуна оквирног носача

У оквиру овог поглавља извршен је аналитички прорачун греде оквирног носача на основу ЕН норми. Као провера аналитичког прорачуна, извршен је нумерички прорачун помоћу софтверског пакета *Autodesk Inventor 2020* [8].

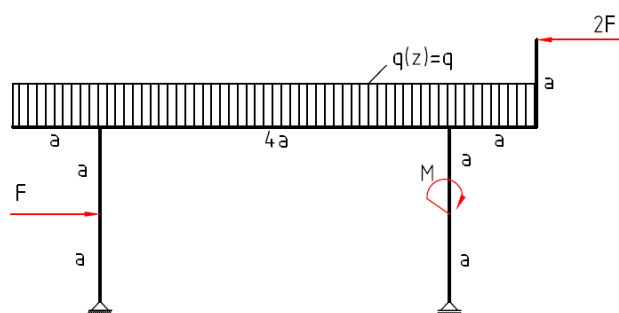
4.1 Пројектни задатак

За оквирни носач оптерећен као на слици 29 извршити статички прорачун и проверу према ЕН нормама. Одрадити нумеричку проверу носача. Спољашња оптерећења су:

$$\begin{aligned} F &= 10 \text{ kN}, \\ M &= 10 \text{ kNm}, \\ q &= 10 \text{ kN/m}. \end{aligned}$$

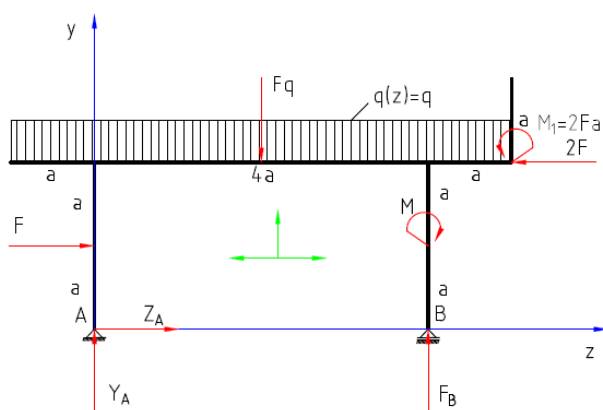
Димензија a са слике 29 је:

$$a = 1 \text{ m}.$$



Слика 29 Оквирни носач – пројектни задатак

На слици 30 је приказан оквирни носач са ослобођеним везама као и са усвојеним координатним системом. Извршена је редукција силе $2F$ на греду.



Слика 30 Оквирни носач – пројектни задатак

Како на оквирни носач делује континуално оптерећење, тако је потребно да се израчуна резултујуће континуално оптерећење као:

$$F_q = q \cdot 6a = 10 \cdot 6 \cdot 1 = 60 \text{ kN.} \quad (26)$$

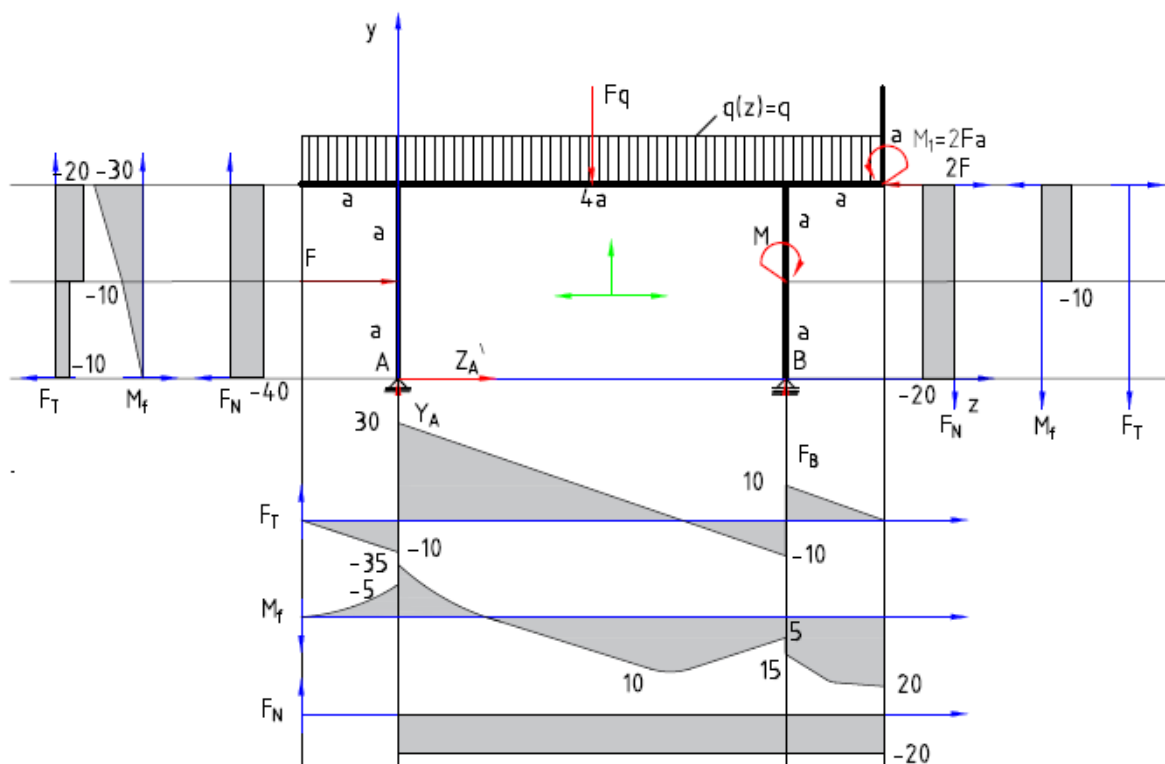
Постављањем једначина равнотеже следи одређивање отпора ослонаца према следећим једначинама:

$$\sum Z_i = Z_A + F - 2F = 0 \rightarrow Z_A = 10 \text{ kN,} \quad (27)$$

$$\sum Y_i = Y_A - F_q + F_B = 0 \rightarrow Y_A = 40 \text{ kN,} \quad (28)$$

$$\sum M_A^{Fi} = F_B \cdot 4a - M + 2F3a - F_q 2a - Fa = 0 \rightarrow F_B = 20 \text{ kN.} \quad (29)$$

На слици 31 је приказан оквирни носач са дијаграмима сила и момената.



Слика 31 Дијаграми сила и момената

4.1.1 Материјал

Материјал елемената оквирног носача је челик S235 са карактеристикама:

- дебљина $t \leq 40 \text{ mm}$,
- граница еластичности $f_y = 235 \text{ MPa}$,
- модул еластичности $E = 210000 \text{ MPa}$,
- Поасонов коефицијент $\nu = 0,3$.

4.1.2 Парцијални фактори сигурности

Парцијални фактор дејства је [9]:

- $\gamma_g = 1,0$.

Парцијални фактор својства је [9]:

- $\gamma_M = 1,1$.

4.1.3 Класификација попречног пресека

У оквиру прорачуна према Еврокоду треба извршити класификацију попречног пресека профила.

Одабрани профил греде за претпостављену конфигурацију је стандардни профил IPE 200 чије су карактеристике:

Висина	$h=200 \text{ mm}$,
Ширина	$b=100 \text{ mm}$,
Висина ребра	$h_i=159 \text{ mm}$,
Дебљина ребра	$t_w=5,6 \text{ mm}$,
Дебљина ножице	$t_f=8,5 \text{ mm}$,
Површина попречног пресека	$A=2850 \text{ mm}^2$,
Смицајна површина попречног пресека	$A_{xy}=1400 \text{ mm}^2$,
Момент инерције за x-x осу	$I_x=19430000 \text{ mm}^4$,
Пластични отпорни момент за x-x осу	$W_{pl,x}=220600 \text{ mm}^3$,
Радијус инерције за x-x осу	$i_x=82,6 \text{ mm}$,
Момент инерције за y-y осу	$I_y=1424000 \text{ mm}^4$,
Пластични отпорни момент за y-y осу	$W_{pl,y}= 44600 \text{ mm}^2$,
Радијус инерције за y-y осу	$i_y=22,4 \text{ mm}$,
Константа кривљења	$I_w=12,99 \cdot 10^9 \text{ mm}^6$,
Торзиона константа	$I_t=6,98 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$.

Греда је изложена савијању и притиску, па је за испуњавање услова за прву класу попречног пресека потребно да буде [10]:

$$c / t_f \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha}, \quad (30)$$

$$d / t_w \leq 72\varepsilon, \quad (31)$$

где су:

$$c=b/2,$$
$$d=h_i,$$

ε – карактеристика материјала; $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1$,

α – коефицијент напона; $\alpha=0,5$.

Узимајући у обзир све горе наведено, после провере следи:

$$c / t_f \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha} \Rightarrow 50 / 8,5 \leq \frac{10 \cdot 1}{0,5} \Rightarrow 5,882 \leq 20 , \quad (32)$$

$$d / t_w \leq 72\varepsilon \Rightarrow 159 / 5,6 \leq 72 \cdot 1 \Rightarrow 28,393 \leq 72 . \quad (33)$$

Попречни пресек је сврстан у прву класу.

4.1.4 Отпорност попречног пресека изложеног притиску

Редукована вредност својства профила на притисак се рачуна као [6]:

$$N_{c,Rd} = N_{pl,Rd} = A \cdot \frac{f_y}{\gamma_M} = 2850 \cdot \frac{235}{1,1} = 608864 \text{ N} . \quad (34)$$

Услов је да је [6]:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1 . \quad (35)$$

Из једначине (35) следи да је:

$$\frac{20000}{608864} \leq 1 \Rightarrow 0,03 \leq 1 . \quad (36)$$

Услов је задовољен.

4.1.5 Отпорност попречног пресека изложеног савијању

Редукована вредност својства профила на савијање се рачуна као [6]:

$$M_{c,Rd} = W_{pl} \cdot \frac{f_y}{\gamma_M} = 220600 \cdot \frac{235}{1,1} = 47128 \text{ Nm} . \quad (37)$$

Услов је да је [6]:

$$\frac{M_{x,Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1 . \quad (38)$$

Из једначине (38) следи да је:

$$\frac{35000}{47128} \leq 1 \Rightarrow 0,74 \leq 1. \quad (39)$$

Услов је задовољен.

4.1.6 Отпорност попречног пресека изложеног смицању

Провера избочавања ребра на смицање се рачуна као [6]:

$$\frac{h_w}{t_w} > 72 \cdot \frac{\varepsilon}{\eta}, \quad (40)$$

где су:

h_w – висина ребра профила,

t_w – дебљина ребра профила,

$\varepsilon=1$ – коефицијент односа материјала и врсте напрезања [6],

$\eta=1,2$ – коефицијент [6].

На основу једначине (40) следи да је:

$$\frac{159}{5,6} > 72 \cdot \frac{1}{1,2} \Rightarrow 28,39 < 60, \quad (41)$$

па није потребна провера ребра на избочавање.

Пластична смицајна отпорност се рачуна као [6]:

$$\frac{V_{y,Ed}}{V_{pl,y,Rd}} \leq 1, \quad (42)$$

где се пластична редукована отпорност на смицање рачуна као:

$$V_{pl,y,Rd} = \frac{A_v \cdot (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} = \frac{1400 \cdot (235 / \sqrt{3})}{1,1} = 172680 \text{ N}. \quad (43)$$

Из једначина (42) и (43) као и на основу максималне вредности дејства трансверзалне силе $V_{y,Ed} = 40000 \text{ N}$ очитане са дијаграма следи да је:

$$\frac{40000}{172680} \leq 1 \Rightarrow 0,23 \leq 1. \quad (44)$$

Услов је задовољен.

4.1.7 Интеракција момента савијања, попречне и уздужне силе за најнеповољнији попречни пресек

Потребно је проверити услов нередуковања пластичне отпорности савијања за трансверзалну силу.

Провера се ради на основу обрасца [6]:

$$0,5 \cdot V_{pl,Rd} = 0,5 \cdot 172680 = 86340 \text{ N} . \quad (45)$$

Како је:

$$V_{y,Ed} \leq 0,5 \cdot V_{pl,y,Rd} \Rightarrow 40000 \leq 86340 , \quad (46)$$

закључује се да нема редукције отпорности савијања од попречне силе.

Сада је потребно проверити услов нередуковања пластичне отпорности савијања за аксијалну силу на основу једначине:

$$N_{Ed} \leq 0,25 \cdot N_{pl,Rd} \Rightarrow 20000 \text{ N} \leq 152216 \text{ N} . \quad (47)$$

Услов је задовољен.

Услов нередуковања пластичне отпорности савијања за момент савијања може да се провери на основу једначине:

$$\frac{M_{x,Ed}}{M_{N,x,Rd}} \leq 1 . \quad (48)$$

Из једначине (48) редукција пластичне отпорности савијања $M_{N,x,Rd}$ се рачуна на основу:

$$M_{N,x,Rd} = M_{pl,x,Rd} \cdot \frac{1-n}{1-0,5 \cdot a} , \quad (49)$$

где се n рачуна као:

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{20000}{608864} = 0,03 , \quad (50)$$

а a се рачуна као:

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} = \frac{2850 - 2 \cdot 100 \cdot 8,5}{2850} = 0,4 , \quad (51)$$

па је:

$$M_{N,x,Rd} = 41128 \cdot \frac{1-0,03}{1-0,5 \cdot 0,4} = 49868 \text{ Nm} , \quad (52)$$

$$\frac{35000}{49868} \leq 1 \Rightarrow 0,7 \leq 1. \quad (53)$$

Услов је задовољен.

4.1.8 Отпорност елемената изложеног деловању уздужне силе и момента савијања

Потребно је прорачунати уздужну притисну отпорност греде [6]. Прво се одреди редукована притисна сила као:

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}, \quad (54)$$

где је:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}, \quad (55)$$

одакле је:

$$\phi = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]. \quad (56)$$

Бездимензијска виткост може да се израчуна као:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}}. \quad (57)$$

Из једначине (57) се еластична критична сила рачуна као:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{L_{cr}^2}. \quad (58)$$

Потребно је проверити извијање око обе осе. Ако се штап извија око осе x-x критична дужина је:

$$L_{Cr,x} = 4000 \text{ mm}. \quad (59)$$

Критична сила је:

$$N_{Cr,x} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 19430000}{4000^2} = 2514383 \text{ N}, \quad (60)$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{2850 \cdot 235}{2514383}} = 0,52. \quad (61)$$

Ако се штап извија око осе у-у критична дужина је:

$$L_{Cr,y} = 4000 \text{ mm} . \quad (62)$$

па је:

$$N_{Cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 1424000}{4000^2} = 184276 \text{ N} , \quad (63)$$

$$\overline{\lambda}_y = \sqrt{\frac{2850 \cdot 235}{184276}} = 1,91 . \quad (64)$$

Потребно је усвојити криву извијања за одређивање фактора имперфекције. Одређивање криве се усваја на основу обрасца [6]:

$$\frac{h}{b} = \frac{200}{100} = 2 > 1,2 . \quad (65)$$

Следи да је за осу х-х крива извијања a , а за осу у-у крива извијања b , па су фактори имперфекције за осу х-х $\alpha=0,21$, а за осу у-у $\alpha=0,34$.

Како су сви фактори и вредности сила сада познати, могу се одредити фактори редукције. За осу х-х следи:

$$\phi_x = 0,5 \cdot [1 + 0,21 \cdot (0,52 - 0,2) + 0,52^2] = 0,67 , \quad (66)$$

$$\chi_x = \frac{1}{0,67 + \sqrt{0,67^2 - 0,52^2}} = 0,92 . \quad (67)$$

За осу у-у следи:

$$\phi_y = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (1,91 - 0,2) + 1,91^2] = 2,61 , \quad (68)$$

$$\chi_y = \frac{1}{2,61 + \sqrt{2,61^2 - 1,91^2}} = 0,23 . \quad (69)$$

Бира се мања вредност.

$$\chi = \chi_{\min} = 0,23 . \quad (70)$$

На основу једначине (54) следи да је:

$$N_{b,Rd} = 0,23 \cdot \frac{2850 \cdot 235}{1,1} = 140038 \text{ N} . \quad (71)$$

Услов је да је:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \Rightarrow \frac{20000}{140038} = 0,14 \leq 1. \quad (72)$$

Услов је задовољен.

Сада је потребно проверити отпорност елемента на савијање. Еластични критични момент бочног торзионог извијања рачуна се као [10]:

$$M_{Cr} = C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{(k \cdot L)^2} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \cdot \frac{I_w}{I_y} + \frac{(k \cdot L)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}} + (C_2 \cdot z_g)^2 - C_2 \cdot z_g \right] \quad (73)$$

где су:

C_1 – коефицијент који уводи у прорачун различите облике дијаграма момената,

C_2 – коефицијент којим се узима у обзир положај попречног оптерећења у односу на центар смицања,

k и k_w – коефицијенти којима се обухватају различити услови ослањања, и

z_g – растојање између центра смицања и тачке у којој делује оптерећење.

$L=4000$ mm (размак ослонаца),

$$z_g = \frac{h}{2} = \frac{200}{2} = 100 \text{ mm}, \quad (74)$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = \frac{210000}{2 \cdot (1 + 0,3)} = 80769 \text{ МПа}, \quad (75)$$

$$\psi = -\frac{15}{35} = -0,42, \quad (76)$$

$$\mu = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot M} = -\frac{10 \cdot 4^2}{8 \cdot 35} = -0,57. \quad (77)$$

На основу спољашњих оптерећења следе коефицијенти [10]:

$$k=1,$$

$$k_w=1,$$

$$C_1=2,7,$$

$$C_2=0,7,$$

$$M_{Cr} = 2,7 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 1424000}{(1 \cdot 4000)^2} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{1}{1}\right)^2 \cdot \frac{12,99 \cdot 10^9}{1424000} + \frac{(1 \cdot 4000)^2 \cdot 80769 \cdot 6,98 \cdot 10^4}{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 1424000} + (0,7 \cdot 100)^2} - 0,7 \cdot 100 \right] = 70153844 \text{ Nmm}$$

Сада се може израчунати бездимензијска виткост као:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_x \cdot f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{220600 \cdot 235}{70153844}} = 0,86. \quad (78)$$

Фактор редукције за општи случај се рачуна као:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 + \bar{\lambda}_{LT}^2}}, \quad (79)$$

одакле је:

$$\phi_{LT} = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]. \quad (80)$$

На основу [6] потребно је усвојити криву извијања за одређивање фактора имперфекције. Одређивање криве се усваја на основу обрасца:

$$\frac{h}{b} = \frac{200}{100} = 2 \leq 2. \quad (81)$$

Следи да је за ваљане I пресеке крива извијања a , па је фактор имперфекције $\alpha_{LT}=0,21$.

$$\phi_{LT} = 0,5 \cdot \left[1 + 0,21 \cdot (0,86 - 0,2) + 0,86^2 \right] = 0,94, \quad (82)$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,94 + \sqrt{0,94^2 - 0,86^2}} = 0,92. \quad (83)$$

Сада се може изразити рачунска отпорност као:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{W_{pl,x} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 0,92 \cdot \frac{220600 \cdot 235}{1,1} = 43476182 \text{ Nmm}. \quad (84)$$

Услов који је потребно испунити је:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1 \Rightarrow \frac{35000000}{43476182} = 0,8 \leq 1. \quad (85)$$

Услов задовољава.

4.1.9 Интеракција савијања и уздужне силе

Потребно је одредити заједнички утицај момента савијања и уздужне силе. Како би се то постигло, потребно је да буду задовољени следећи услови [6]:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_x \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{xx} \cdot \frac{M_{x,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{x,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1 \quad (86)$$

и

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{xy} \cdot \frac{M_{x,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{x,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1, \quad (87)$$

где се интеракцијски фактори k_{xx} и k_{xy} за класу попречног пресека 1 и 2 одређују на следећи начин:

$$k_{xx} = C_{my} \left[1 + (\bar{\lambda}_x - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_x \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right] \leq C_{my} \left[1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_x \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right] \quad (88)$$

и

$$k_{xy} = \left[1 - \frac{0,1 \cdot \bar{\lambda}_y}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right] \geq \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]. \quad (89)$$

Коефицијент C_{mi} униформног момента се одређује као [6]:

$$C_{my} = 0,1 \cdot (1 - \psi) - 0,8 \cdot \alpha_s \geq 0,4, \quad (90)$$

$$C_{mLT} = 0,1 \cdot (1 - \psi) - 0,8 \cdot \alpha_s \geq 0,4, \quad (91)$$

где се α_s оређује као:

$$\alpha_s = \frac{M_s}{M_H} = -\frac{5000}{35000} = -0,14, \quad (92)$$

$$\psi = -\frac{15000}{35000} = -0,42, \quad (93)$$

$$C_{my} = 0,1 \cdot (1 + 0,42) + 0,8 \cdot 0,14 \geq 0,4 \Rightarrow 0,25 \geq 0,4 \Rightarrow C_{my} = 0,4, \quad (94)$$

$$C_{mLT} = 0,1 \cdot (1 + 0,42) + 0,8 \cdot 0,14 \geq 0,4 \Rightarrow 0,25 \geq 0,4 \Rightarrow C_{mLT} = 0,4. \quad (95)$$

Фактори су:

$$k_{xx} = 0,4 \left[1 + (0,52 - 0,2) \cdot \frac{20000}{0,92 \cdot 608864 / 1,1} \right] \leq 0,4 \left[1 + 0,8 \cdot \frac{20000}{0,92 \cdot 608864 / 1,1} \right], \quad (96)$$

$$k_{xx} = 0,40 \leq 0,41 \Rightarrow k_{xx} = 0,40,$$

$$k_{xy} = \left[1 - \frac{0,1 \cdot 1,91}{(0,4 - 0,25)} \cdot \frac{20000}{0,23 \cdot 608864 / 1,1} \right] \geq \left[1 - \frac{0,1}{(0,4 - 0,25)} \cdot \frac{20000}{0,23 \cdot 608864 / 1,1} \right], \quad (97)$$

$$k_{xy} = 0,80 \geq 0,90 \Rightarrow k_{xy} = 0,90.$$

Сада се могу изразити интеракцијске формуле (86) и (87):

$$\frac{20000}{0,92 \cdot 608864 / 1,1} + 0,4 \cdot \frac{35000000}{0,92 \cdot 47128000 / 1,1} = 0,39 \leq 1, \quad (98)$$

$$\frac{20000}{0,23 \cdot 608864 / 1,1} + 0,9 \cdot \frac{35000000}{0,92 \cdot 47128000 / 1,1} = 0,95 \leq 1. \quad (99)$$

Како оба услова задовољавају, може се закључити да усвојени профил IPE 200 задовољава.

4.1.10 Отпорност попречног пресека стуба у тачки А

Прорачун стуба који полази из тачке А извршиће се према табелама носивости стандардних профила [11].

За стуб који полази из тачке А претпостављен је профил IPE 200, чије су карактеристике дате у поглављу 4.1.3.

Потребно је проверити отпорност попречног пресека на: притисак, савијање, попречну силу, и интеракцију ових дејстава.

- Отпорност пресека на притисак;

$$N_{c,Rd} = 608 \text{ kN} \geq N_{Sd} = 40 \text{ kN}. \quad (100)$$

- Отпорност пресека на савијање;

$$M_{pl,x,Rd} = 47,1 \text{ kNm} \geq M_{x,Sd} = 30 \text{ kNm}. \quad (101)$$

- Отпорност пресека на попречну силу;

$$V_{pl,z,Rd} = 173 \text{ kN} \geq V_{z,Sd} = 20 \text{ kN}. \quad (102)$$

- Интеракција M , N , V ;

$$0,5 \cdot V_{pl,z,Rd} = 86,5 \text{ kN} \geq V_{z,Sd} = 20 \text{ kN}, \quad (103)$$

$$0,25 \cdot N_{c,Rd} = 152 \text{ kN} \geq N_{Sd} = 40 \text{ kN}, \quad (104)$$

$$0,5 \cdot \frac{A_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = 0,5 \cdot \frac{(159 \cdot 5,6) \cdot 235}{1,1} = 95,11 \text{ kN}, \quad (105)$$

$$M_{N,V,x,Rd} = 1,11 \cdot (1 - n) \cdot M_{Rd}, \quad (106)$$

$$n = \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} = \frac{40}{608} = 0,06, \quad (107)$$

$$M_{N,V,x,Rd} = 1,11 \cdot (1 - 0,06) \cdot 47,1 = 49 \text{ kNm} \geq 30 \text{ kNm}. \quad (108)$$

4.1.11 Отпорност стуба у тачки А

- Уздужна отпорност на притисак;

$$N_{x,b,Rd} = 601 \text{ kN} \geq N_{Sd} = 40 \text{ kN}, \quad (109)$$

$$N_{z,b,Rd} = 382 \text{ kN} \geq N_{Sd} = 40 \text{ kN}. \quad (110)$$

- Отпорност на савијање;

$$M_{b,Rd} = 45 \text{ kNm} \geq M_{x,Sd} = 30 \text{ kNm}. \quad (111)$$

- Интеракција М и N без бочног извијања;

$$\beta_{M,x} = 1,8, \quad (112)$$

$$\bar{\lambda}_x = \frac{L_{ix}}{i_x \cdot \lambda_1} = \frac{2000}{82,6 \cdot 93,9} = 0,26, \quad (113)$$

$$\mu_x = \bar{\lambda}_x \cdot (2 \cdot \beta_{M,x} - 4) + \frac{W_{pl,x} - W_x}{W_x} = 0,26 \cdot (2 \cdot 1,8 - 4) + \frac{220600 - 194300}{194300} = 0,24 < 0,9, \quad (114)$$

$$k_x = 1 - \frac{\mu_x \cdot N_{Sd}}{N_{x,b,Rd}} = 1 - \frac{0,24 \cdot 40}{601} = 0,99 < 1,5, \quad (115)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{x,b,Rd}} + \frac{k_x \cdot M_{x,Sd}}{M_{pl,x,Rd}} = \frac{40}{601} + \frac{0,99 \cdot 30}{47,11} = 0,69 < 1. \quad (116)$$

- Интеракција М и N са бочним извијањем;

$$\beta_{M,LT} = 1,8, \quad (117)$$

$$\overline{\lambda}_z = \frac{L_{iz}}{i_z \cdot \lambda_1} = \frac{2000}{22,4 \cdot 93,9} = 0,95, \quad (118)$$

$$\mu_{LT} = 0,15 \cdot \overline{\lambda}_z \cdot \beta_{M,LT} - 0,15 = 0,15 \cdot 0,95 \cdot 1,8 - 0,15 = 0,11 < 0,9, \quad (119)$$

$$k_{LT} = 1 - \frac{\mu_{LT} \cdot N_{Sd}}{N_{z,b,Rd}} = 1 - \frac{0,11 \cdot 40}{382} = 0,99 < 1, \quad (120)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{z,b,Rd}} + \frac{k_{LT} \cdot M_{x,Sd}}{M_{pl,x,Rd}} = \frac{40}{382} + \frac{0,99 \cdot 30}{47,11} = 0,73 < 1. \quad (121)$$

Профил IPE 200 задовољава.

4.1.12 Отпорност попречног пресека стуба у тачки В

Прорачун стуба који полази из тачке В извршиће се према табелама носивости стандардних профила [11].

За стуб који полази из тачке В претпостављен је профил IPE 200, чије су карактеристике дате у поглављу 4.1.3.

Потребно је проверити отпорност попречног пресека на: притисак, савијање, попречну силу, и интеракцију ових дејстава.

- Отпорност пресека на притисак;

$$N_{c,Rd} = 608 \text{ kN} \geq N_{Sd} = 20 \text{ kN}. \quad (122)$$

- Отпорност пресека на савијање;

$$M_{pl,x,Rd} = 47,1 \text{ kNm} \geq M_{x,Sd} = 10 \text{ kNm}. \quad (123)$$

- Отпорност пресека на попречну силу;

$$V_{pl,z,Rd} = 173 \text{ kN} \geq V_{z,Sd} = 0 \text{ kN}. \quad (124)$$

- Интеракција M, N, V;

$$0,5 \cdot V_{pl,z,Rd} = 86,5 \text{ kN} \geq V_{z,Sd} = 0 \text{ kN}, \quad (125)$$

$$0,25 \cdot N_{c,Rd} = 152 \text{ kN} \geq N_{Sd} = 20 \text{ kN}, \quad (126)$$

$$0,5 \cdot \frac{A_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = 0,5 \cdot \frac{(159 \cdot 5,6) \cdot 235}{1,1} = 95,11 \text{ kN}, \quad (127)$$

$$M_{N,V,x,Rd} = 1,11 \cdot (1 - n) \cdot M_{Rd}, \quad (128)$$

$$n = \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} = \frac{20}{608} = 0,03, \quad (129)$$

$$M_{N,V,x,Rd} = 1,11 \cdot (1 - 0,03) \cdot 47,1 = 50 \text{ kNm} \geq 30 \text{ kNm}. \quad (130)$$

4.1.13 Отпорност стуба у тачки В

- Уздужна отпорност на притисак;

$$N_{x,b,Rd} = 601 \text{ kN} \geq N_{Sd} = 20 \text{ kN}, \quad (131)$$

$$N_{z,b,Rd} = 382 \text{ kN} \geq N_{Sd} = 20 \text{ kN}. \quad (132)$$

- Отпорност на савијање;

$$M_{b,Rd} = 45 \text{ kNm} \geq M_{x,Sd} = 10 \text{ kNm}. \quad (133)$$

- Интеракција М и N без бочног извијања;

$$\beta_{M,x} = 1,1, \quad (134)$$

$$\bar{\lambda}_x = \frac{L_{ix}}{i_x \cdot \lambda_1} = \frac{2000}{82,6 \cdot 93,9} = 0,26, \quad (135)$$

$$\mu_x = \bar{\lambda}_x \cdot (2 \cdot \beta_{M,x} - 4) + \frac{W_{pl,x} - W_x}{W_x} = 0,26 \cdot (2 \cdot 1,1 - 4) + \frac{220600 - 194300}{194300} = -0,33 < 0,9, \quad (136)$$

$$k_x = 1 - \frac{\mu_x \cdot N_{Sd}}{N_{x,b,Rd}} = 1 - \frac{-0,33 \cdot 40}{601} = 1,02 < 1,5, \quad (137)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{x,b,Rd}} + \frac{k_x \cdot M_{x,Sd}}{M_{pl,x,Rd}} = \frac{40}{601} + \frac{0,99 \cdot 30}{47,11} = 0,69 < 1. \quad (138)$$

- Интеракција М и N са бочним извијањем;

$$\beta_{M,LT} = 1,1, \quad (139)$$

$$\overline{\lambda_z} = \frac{L_{iz}}{i_z \cdot \lambda_1} = \frac{2000}{22,4 \cdot 93,9} = 0,95, \quad (140)$$

$$\mu_{LT} = 0,15 \cdot \overline{\lambda_z} \cdot \beta_{M,LT} - 0,15 = 0,15 \cdot 0,95 \cdot 1,1 - 0,15 = 0,01 < 0,9, \quad (141)$$

$$k_{LT} = 1 - \frac{\mu_{LT} \cdot N_{Sd}}{N_{z,b,Rd}} = 1 - \frac{0,01 \cdot 40}{382} = 0,99 < 1, \quad (142)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{z,b,Rd}} + \frac{k_{LT} \cdot M_{x,Sd}}{M_{pl,x,Rd}} = \frac{20}{382} + \frac{0,99 \cdot 10}{47,11} = 0,26 < 1. \quad (143)$$

Профил IPE 200 задовољава.

5. Нумеричка анализа оквирног носача

У овом поглављу је извршена нумеричка анализа оквирног носача применом методе коначних елемената (МКЕ).

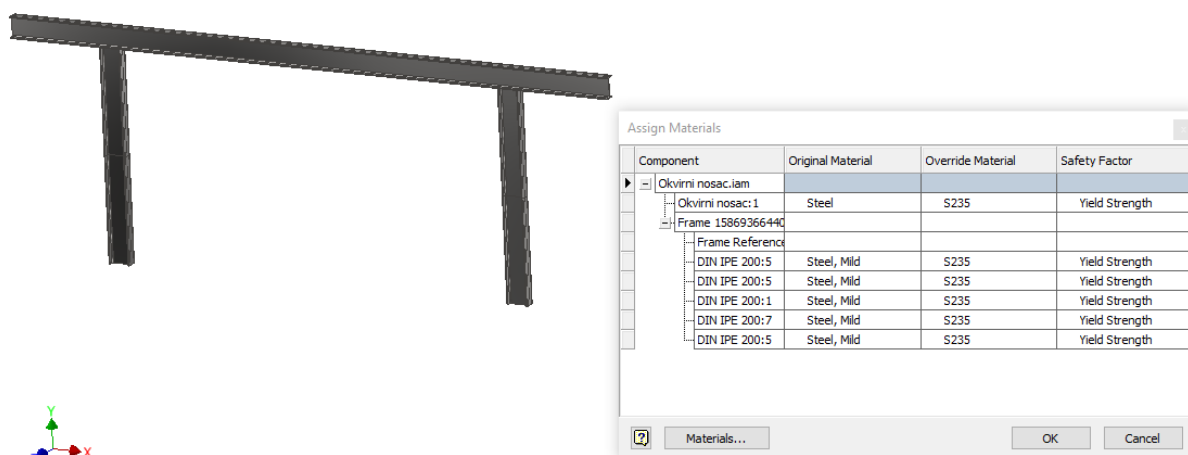
Наредни поступак у развоју производа је тестирање његове функционалности, издржљивости, трајности. То би у класичном, експерименталном прилазу захтевало много времена и средстава за прављење и испитивање прототипова.

Нумеричка анализа се врши директно на моделу направљеном у *Autodesk Inventor*-у. Команде у модулу *Stress Analysis* омогућавају задавање оптерећења и ограничења на склопу.

Да би се извршила нумеричка анализа оквирног носача, неопходно је дефинисати:

- материјал,
- оптерећења,
- граничне услове,
- услове контакта (ако постоје),
- параметре мреже коначних елемената.

На слици 32 приказано је задавање материјала елементима оквирног носача. Материјал који се користи је конструкциони челик S235.



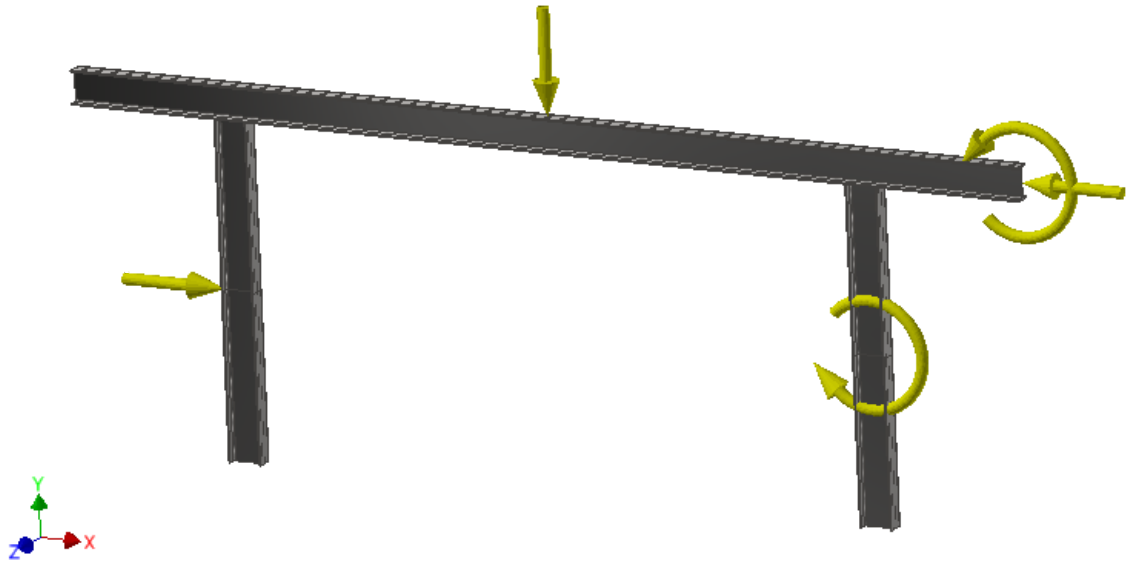
Слика 32 Задавање материјала

На слици 33 приказано је задавање дејстава на оквирни носач. Дејства су задата као и у поглављу 4, где је:

- континуално оптерећење које делује на греду: $q=10 \text{ kN/m}$,
- концентрисана сила која делује на леви стуб: $F=10 \text{ kN}$,
- момент који делује на средини десног стуба: $M=10 \text{ kNm}$.

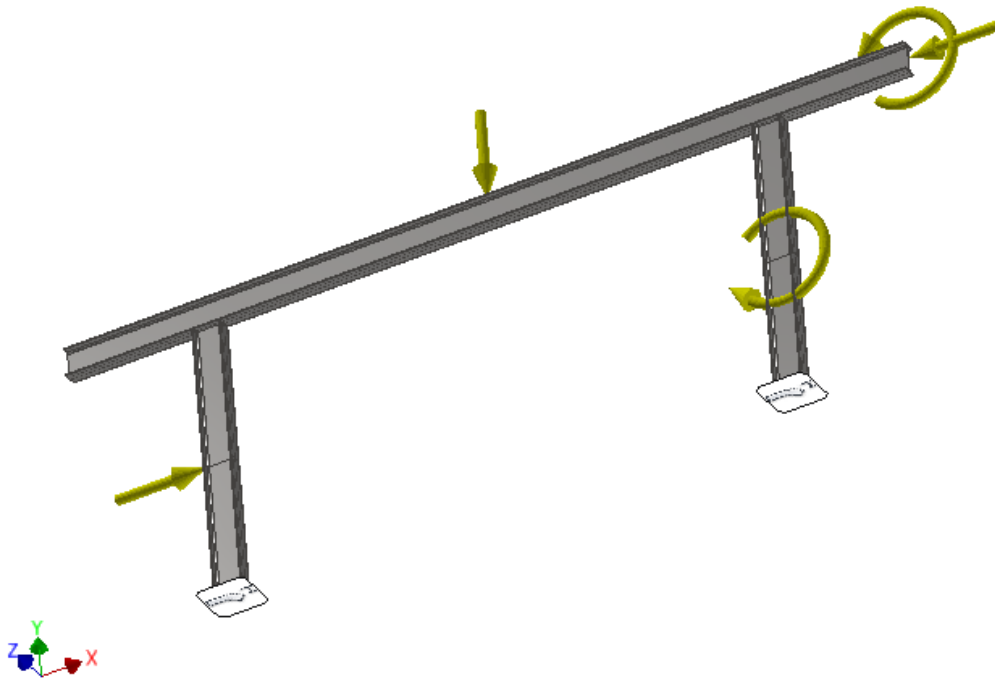
Када се сила $2F$ редукује на греду, добија се:

- аксијална сила која делује на греду: $2F=20 \text{ kN}$,
- момент: $M_1=2Fa=20 \text{ kNm}$.



Слика 33 Задавање дејстава на оквирни носач

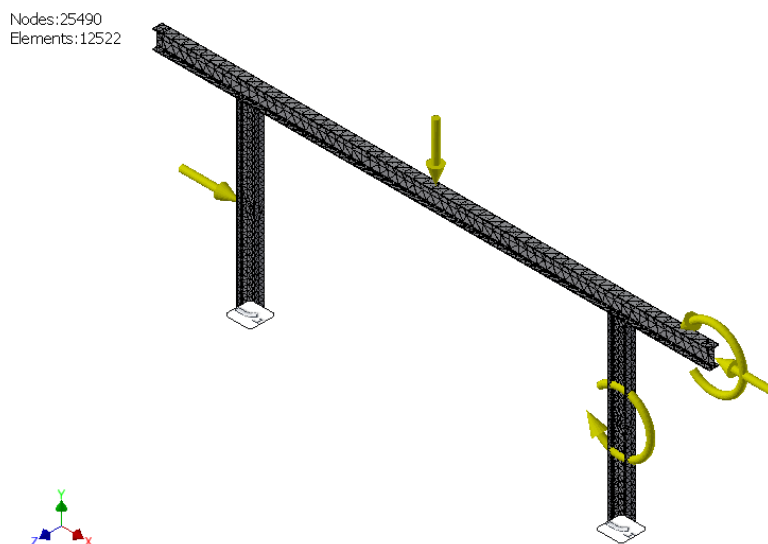
Задавање граничних услова извршено је задавањем непокретног ослоња на доњој површини левог стуба и задавањем покретног ослоња на доњој површини десног стуба, што је приказано на слици 34.



Слика 34 Задавање граничних услова

Како је у питању склопни модел, потребно је задати контакте између елемената. Задавање контаката између стубова и греде извршено је аутоматски.

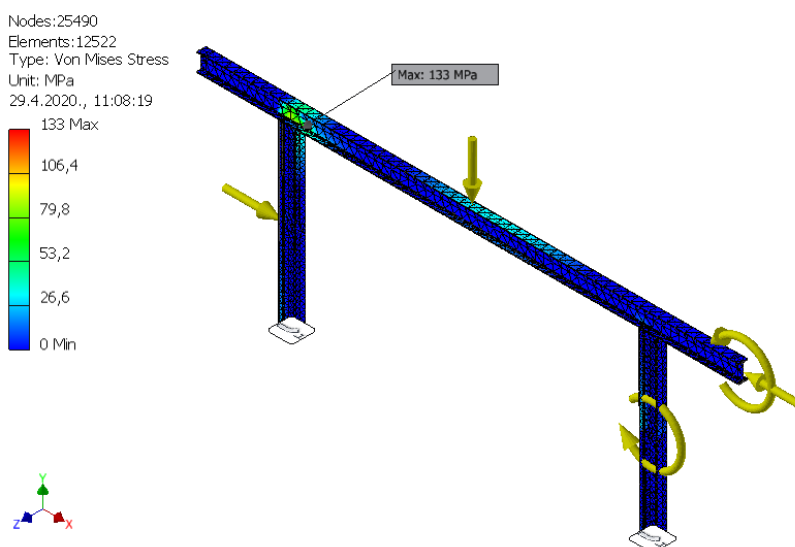
На слици 35 приказана је мрежа коначних елемената са њиховим карактеристикама. Мрежа је формирана од 25490 чворова и 12522 аутоматски формирана тетраедарска 3D коначна елемента.



Слика 35 Мрежа коначних елемената

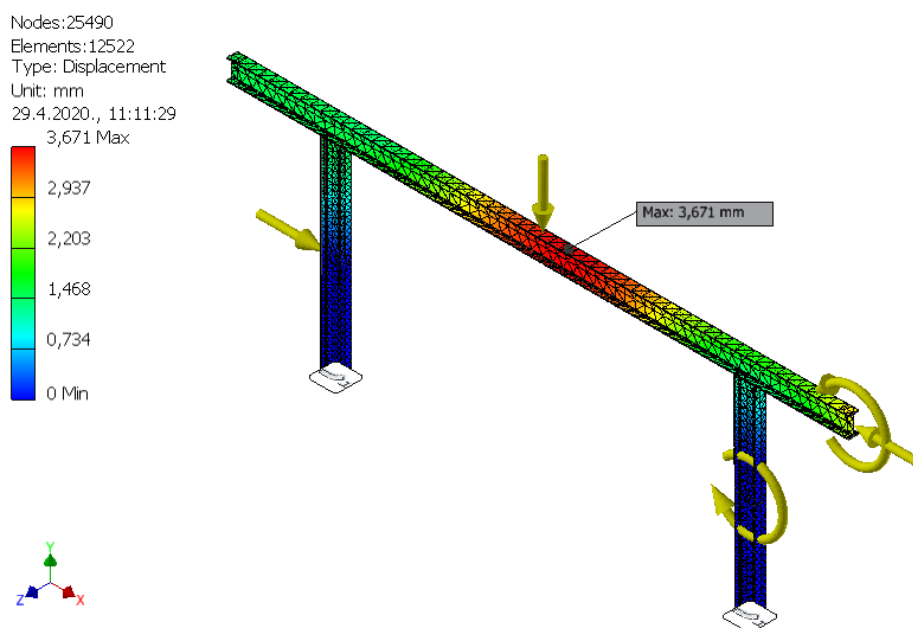
После дефинисања свих потребних параметара за напонско-деформациону анализу, може се извршити прорачун.

На слици 36 приказано је напонско стање. У питању су напони по *Von Misesovom* критеријуму, који представља резултујуће напоне који се јављају у оптерећеном елементу.



Слика 36 Von Misesovi напони

На слици 37 приказана су резултујућа померања оквирног носача под дејством спољашњих оптерећења.



Слика 37 Резултујућа померања

Препоруке су да максимални угиб δ_{max} не треба да прелази вредност $l/200$ где је l дужина греде [6].

За случај оквирног носача, дозвољени угиб износи:

$$l/200 = 4000/200 = 20 \text{ mm.} \quad (142)$$

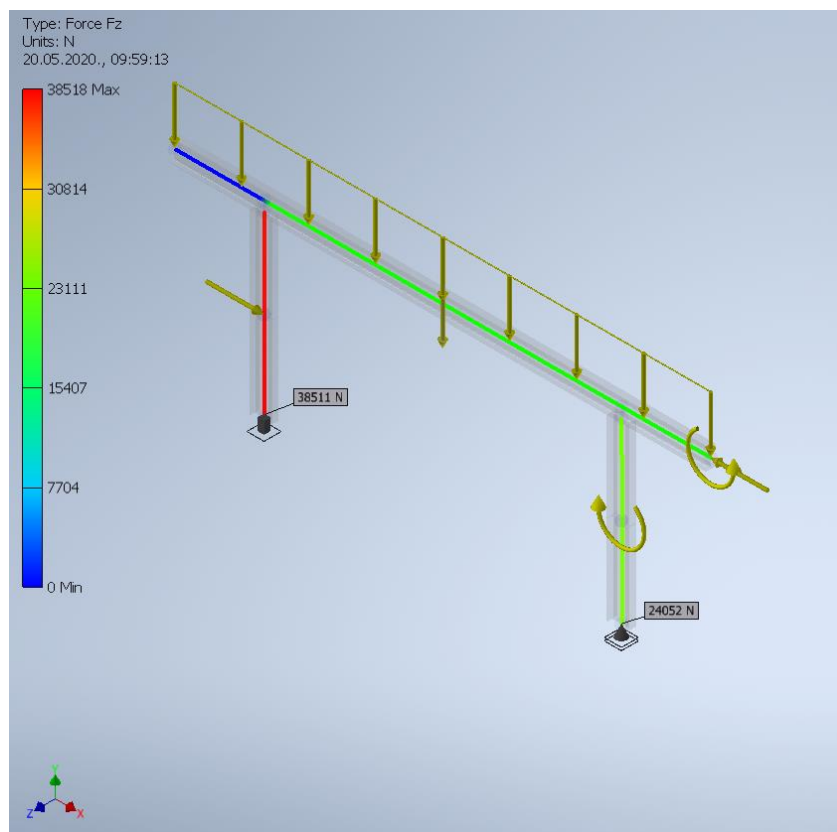
На основу вредности максималног угиба са слике 37 и једначине (142), може се закључити да угиб добијен нумеричком методом прорачуна не прелази дозвољену вредност.

Како би се проверило поклапање аналитичке и нумеричке анализе оквирног носача, потребно је да се упореде жељени параметри као што су напони, померања, отпори ослонаца и слично. Изабрани су отпори ослонаца као параметар поређења.

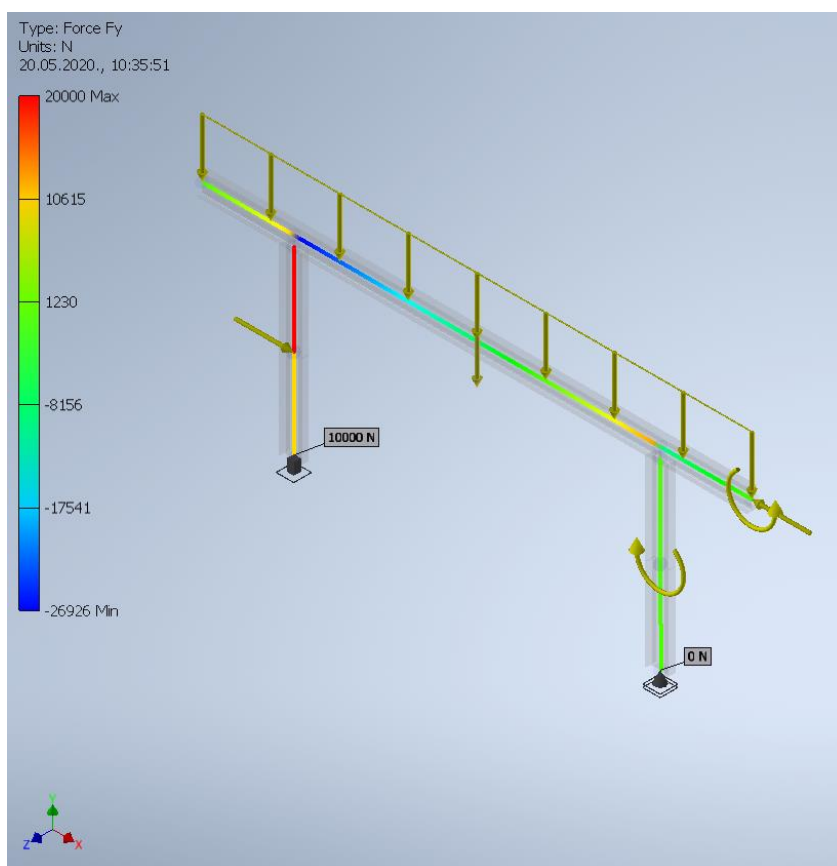
На сликама 38 и 39 приказани су отпори ослонаца у правцу осе у-у и осе х-х респективно, добијени нумеричком анализом.

Са слике 38 се може уочити да је отпор ослонца за стуб са леве стране једнак $Y_A = 38511 \text{ N}$, док је отпор ослонца за стуб са десне стране једнак $Y_B = 24052 \text{ N}$. Посматрајући једначине (26) и (27), може се закључити да постоје одређена одступања у односу на нумерички прорачун. Разлог томе је занемаривање сопствене тежине конструкције приликом вршења статичког прорачуна, док софтвер сам додељује сопствену тежину конструкције.

Отпор ослонца за стуб са леве стране $X_A = 10000 \text{ N}$ са слике 39 је идентичан са једначином (25).



Слика 38 Отпори ослонаца за осу у-у



Слика 39 Отпори ослонаца за осу x-x

6. Закључак

Оквирним носачем називамо елемент који чине стубови и греде, међусобно повезани крутом или зглобном везом у једну целину. Ови носачи се најчешће примењују као главни носећи системи у конструкцији зграда. Основна особина оквирних носача је да се услед вертикалног оптерећења јављају хоризонталне реакције.

Једна од најважнијих карактеристика оквирних носача је њихова способност да се својом крутошћу супротставе бочним (хоризонталним) померањима – отклонима. Бочна померљивост је неповољна особина и са становишта употребљивости, а посебно са становишта глобалне стабилности конструкције.

На вредност и прераспodelу статичких утицаја код оквирних носача утичу и крутости веза између греда и стубова. Класичан поступак прорачуна оквирних носача заснива се на претпоставци о зглобним или крутим везама.

С циљем да се олакша и унифицира поступак пројектовања конструкције, развијени су Еврокодови. Овим стандардима одређена су општа правила за прорачун конструкција, за свакодневну употребу у прорачуну конструкција у целини и њених саставних елемената, како традиционалне, тако и иновационе природе.

Предност коришћења Еврокодова је њихова заснованост на полупробабалистичком приступу прорачунима за разлику од методе допуштених напона као детерминистичке методе која се све мање користи у пракси.

После разматрања основних карактеристика и концепција оквирних носача, као и њихове функције, у оквиру овог рада је одрађена нумеричка анализа базирана на савременој рачунарској техници за поуздано аутоматско пројектовање и прорачун носећих елемената оквирних носача.

На крају овог разматрања може се рећи да се коришћењем аналитичког прорачуна према Еврокодovima, као и методе коначних елемената за прорачун елемената конструкције, долази до резултата који могу имати велику примену у свакодневној инжењерској пракси у области пројектовања и извођења конструкција оквирних носача.

Литература

- [1] Д. Буђевац, З. Марковић, Д. Богавац, Д. Тошић, *Металне конструкције – основе прорачуна и конструисања*, Грађевински факултет Универзитета у Београду, Београд, 1997.
- [2] Betonske konstrukcije 2, Osnovne akademske studije, V semestar; <http://www.dunp.np.ac.rs/wp-content/uploads/2018/lite/teh/52.pdf>, приступљено 02.04.2020.
- [3] Proračun glavnih nosača; https://www.grf.bg.ac.rs/p/learning/predavanje_7_1577717801758.pdf, приступљено 21.05.2020.
- [4] Academia.edu; https://www.academia.edu/11767155/Konstruktivni_sistemi_-_skripta, приступљено 02.04.2020.
- [5] М. Бешевић, А. Тешановић, *Металне конструкције 2 – хале и складишта*, Грађевински факултет, Суботица, Суботица 2011.
- [6] ЕВРОКОД 3: ПРОРАЧУН ЧЕЛИЧНИХ КОНСТРУКЦИЈА, ДЕО 1-1: Општа правила и правила за прорачун зграда, ДЕО 1-3: Општа правила, Додатна правила за хладно обликоване танкозидне елементе и лимове, ДЕО 1-8: Прорачун веза
- [7] Д. Рашковић, *Отпорност материјала*, Грађевинска књига, Београд, 1990.
- [8] Софтверски пакет Autodesk Inventor
- [9] ЕВРОКОД 1: ОСНОВЕ ПРОРАЧУНА И ДЕЈСТВА НА КОНСТРУКЦИЈЕ, ДЕО 1: Основе прорачуна, ДЕО 2-1: Запреминске тежине, сопствена тежина и корисно оптерећење, ДЕО 2-2: Дејства на конструкције изложене пожару, ДЕО 2-3: Оптерећења од снега, ДЕО 2-4: Дејства ветра
- [10] Б. Андроић, Д. Дујмовић, И. Џеба, *Челичне конструкције 1*, И.А. Пројектирање, Загреб, 2009.
- [11] Б. Андроић, Д. Дујмовић, И. Џеба, *Металне конструкције 3*, И.А. Пројектирање, Загреб, 2003.