

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу

Александра З. Вуловић

**Одређивање Јанговог модула еластичности
и његов утицај на механичко понашање
бутне кости реалне анатомске геометрије**

Мастер рад

Крагујевац, 2020.

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Биоинжењеринг

Ниво студија: Мастер студије

Предмет: Биоинжењеринг и биоинформатика

Број индекса: 459/2018

Александра З. Вуловић

**Одређивање Јанговог модула еластичности и
његов утицај на механичко понашање бутне
кости реалне анатомске геометрије**

Мастер рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. Др Ненад Филиповић, ред. проф. - ментор

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог мастер рада кандидат треба да израчуна Јангов модул еластичности за бутну кост са доступних снимака компјутеризоване томографије и да на основу тих снимака направи 3D модел бутне кости који ће бити коришћен за нумеричке симулације применом методе коначних елемената. Модуле еластичности је потребно одредити за бутну кост која се посматра као изотропан и ортотропан материјал. У другом делу рада, од студента се очекује да анализира понашање бутне кости када се примењују материјалне карактеристике које су доступне у литератури и направи поређење са резултатима анализе бутне кости када се користе материјалне карактеристике одређене за реалног пацијента.

Препоручена литература:

- [1] E. Novitskaya, P. Y. Chen, E. Hamed, L. Jun, V. A. Lubarda, I. Jasiuk, J. McKittrick, Recent advances on the measurement and calculation of the elastic moduli of cortical and trabecular bone: a review, *Theoretical and Applied Mechanics*, 38(3), 209-297, 2011.
- [2] G. Chen, B. Schmutz, D. Epari, K. Rathnayaka, S. Ibrahim, M. A. Schuetz, M. J. Pearcy, A new approach for assigning bone material properties from CT images into finite element models, *Journal of Biomechanics*, 43(5), 1011-1015, 2010.
- [3] E. F. Morgan, H. H. Bayraktar, T. M. Keaveny, Trabecular Bone Modulus–Density Relationships Depend on Anatomic Site, *Journal of Biomechanics*, 36(5), 897–904, 2003.

Крагујевац, септембар 2020. године

Ментор:

др Ненад Филиповић, редовни професор

САДРЖАЈ

1. УВОД.....	1
2. О КОСТИМА.....	3
3. ЈАНГОВ МОДУЛ ЕЛАСТИЧНОСТИ КОСТИ.....	11
3.1 Израчунавање Јанговог модула еластичности кости.....	11
3.2 Вредности материјалних карактеристика.....	17
3.3 Израчунавање Јанговог модула еластичности на основу снимака.....	20
4. ПРОГРАМ ЗА ИЗРАЧУНАВАЊЕ ЈАНГОВОГ МОДУЛА ЕЛАСТИЧНОСТИ КОСТИ СА СНИМАКА	23
4.1 Резултати програма.....	31
5. НУМЕРИЧКЕ СИМУЛАЦИЈЕ	32
5.1 Модел бутне кости	32
5.2 Материјалне карактеристике.....	34
5.3 Гранични услови.....	35
6. РЕЗУЛТАТИ НУМЕРИЧКИХ СИМУЛАЦИЈА	37
6.1 Изотропне материјалне карактеристике	37
6.1.1 Случај 1	37
6.1.2 Случај 2	38
6.1.3 Случај 3	40
6.1.4 Поређење резултата – изотропне материјалне карактеристике	41
6.2 Ортотропне материјалне карактеристике.....	43
6.2.1 Случај 4	43
6.2.2 Случај 5	45
6.2.3 Случај 6	46
6.2.4 Поређење резултата – ортотропне материјалне карактеристике.....	48
7. ЗАКЉУЧАК.....	49
8. РЕФЕРЕНЦЕ.....	51

Резиме

Метода коначних елемената је нашла велику примену у области бионжењеринга, због могућности анализе проблема веома сложене геометрије. Резултати симулација, осим од прецизне геометрије, знатно зависе од дефинисаних граничних услова, као и од дефинисаних материјалних карактеристика. Циљ овог мастер рада био је израчунавање Јанговог модула еластичности бутне кости, када се кост посматра као изотропан и ортотропан материјал и примена добијених вредности за анализу механичког понашања бутне кости, применом методе коначних елемената. За израчунавање модула еластичности су коришћени снимци компјутеризоване томографије, који су коришћени и за креирање 3D модела бутне кости. Шест нумеричких симулација је имало за циљ да прикаже утицај задатих вредности модула еластичности на расподелу напона и померања на реалном моделу бутне кости.

Кључне речи: бутна кост, метода коначних елемената, модул еластичности, нумеричке симулације

Abstract

The finite element method has found great application in the field of bioengineering due to the ability to analyze the problems that have very complex geometry. The results of the simulations, apart from the precise geometry, significantly depend on the defined boundary conditions as well as on the defined material properties. The aim of this master thesis was to calculate Young's modulus of elasticity for femoral bone when the bone is considered to be an isotropic or orthotropic material and to apply the obtained values for the analysis of mechanical behavior of the femoral bone using the finite element method. Computed tomography images were used to calculate the elasticity modulus, which were also used to create a 3D model of the femoral bone. The six numerical simulations aimed to show the influence of the elastic modulus on the stress and displacement distribution using a patient specific model of the femoral bone.

Key words: femoral bone, finite element method, elastic modulus, numerical simulations

1. УВОД

Технолошки напредак у претходном периоду је довео до значајног побољшања у свим сферама живота. Једна од последица тог напретка је могућност анализе проблема, који су били нерешиви. Велики број тих проблема се везује за област биоинжењеринга, где је циљ применити инжењерске методе и вештине, како би се анализирали проблеми који доводе до унапређења квалитета људског живота. Последњих деценија рачунари су знатно унапређени и пружају нам могућност анализе различитих проблема, применом многих метода, укључујући и методу коначних елемената.

Метод коначних елемената је нумеричка метода, која омогућава решавање сложених проблема у различитим областима инжењерства. Заснива се на решавању система диференцијалних једначина, којима се описују сложени проблеми. Главна предност ове методе се огледа у томе, што се може користити за решавање проблема веома сложене геометрије. Такође, може се користити за различите материјале, оптерећења и граничне услове. Због ових карактеристика, метод коначних елемената је нашао велику примену у области биоинжењеринга, где се користи за анализе различитих проблема, као што су механичко понашање кости и/или зглобова током свакодневних активности, механичко понашање крвих судова приликом струјања крви кроз кардиоваскуларни систем...

Модел који се заснивају на коначним елементима налазе велику примену у клиничкој пракси. Све се више креирају персонализовани модели засновани на коначним елементима, како би могао да се прати тренд развоја терапија/лечења специфичних за сваког пацијента. Да би креирани модели могли да пруже одговарајуће информације о проблему, потребно је обратити пажњу на следеће целине:

- математички модел, који се користи за описивање проблема,
- геометрија, која се анализира,
- материјалне карактеристике геометрије, које се анализирају,
- оптерећења, при којим се анализира понашање,
- гранични услови.

Један од могућних проблема који може настати током примене методе коначних елемената, јесте да задате материјалне карактеристике не описују на прави начин механичко понашање ткива, које се анализира. Ово се веома често може приметити приликом анализе биомеханике кости. Кост је анизотропан материјал, чије материјалне карактеристике варирају од особе до особе, а највише зависе од:

- старости,
- пола,
- здравственог стања...

Материјалне карактеристике кости, које се могу пронаћи у литератури, нису добре за коришћење, када је реч о моделу специфичног пацијента. Разлог за то је, што су то измерени параметри за неку другу особу. Материјалне карактеристике зависе од великог броја параметара, као што је већ напоменуто, тако да ће се најреалнији резултати добити, уколико се користе материјалне карактеристике кости пацијента, чији се модел прави. Материјалне карактеристике, доступне у литератури, су мерене експериментално, након смрти особе чије се кости анализирају. Како експериментално мерење материјалних карактеристика није опција када анализирамо кост пацијента, неопходно је доћи до материјалних карактеристика на неки други начин. Једна опција је на основу анализе снимака компјутеризоване томографије.

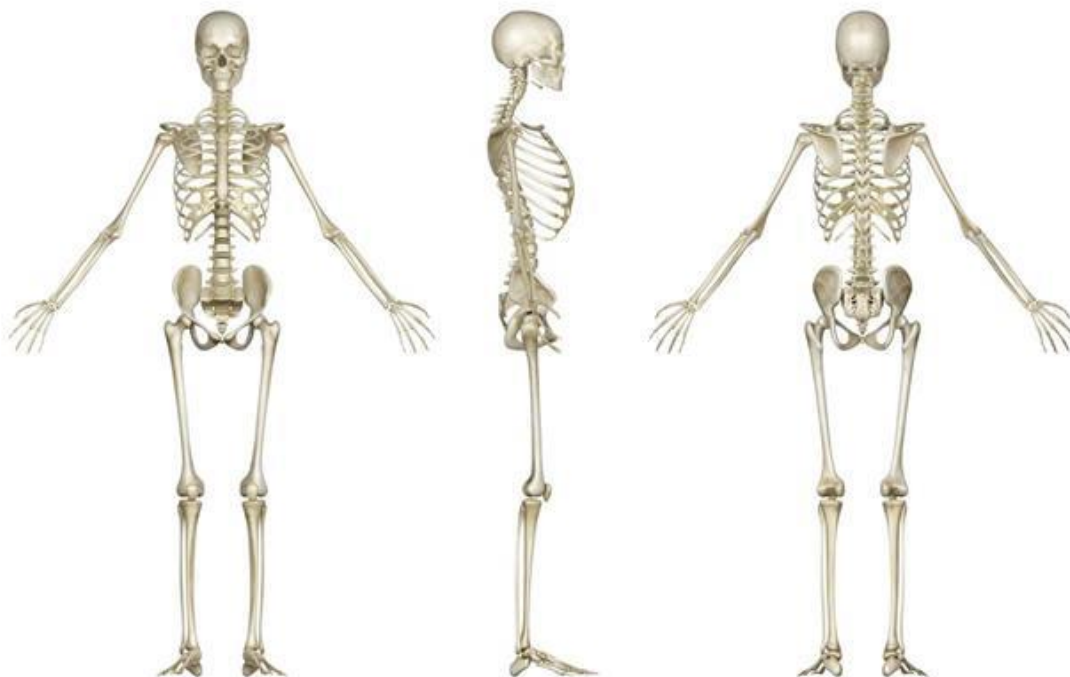
Остатак мастер рада се састоји из следећих поглавља:

- у поглављу 2 дате су основне информације о саставу и структури кости,
- у поглављу 3 су дефинисане материјалне карактеристике кости, описано је експериментално израчунавање модула еластичности као и методологија за израчунавање модула еластичности, на основу снимака компјутеризоване томографије,
- у поглављу 4 описана је и описан је алат направљен за израчунавање модула еластичности, на основу снимака компјутеризоване томографије,
- у поглављу 5 је описана припрема модела за анализу применом методе коначних елемената,
- у поглављу 6 су приказани резултати нумеричких симулација, када се кост посматра као изотропан и ортотропан материјал.

2. О КОСТИМА

Кост је чврсто потпорно ткиво, које гради људски скелет. Међусобно су повезане помоћу лигамената и на тај начин образују зглобове. Све кости у човековом телу заједно са зглобовима сачињавају скелетни систем човека (слика 1). Његова основна улога у човековом телу је да пружи:

- потпору за тело и
- заштиту унутрашњим органима.



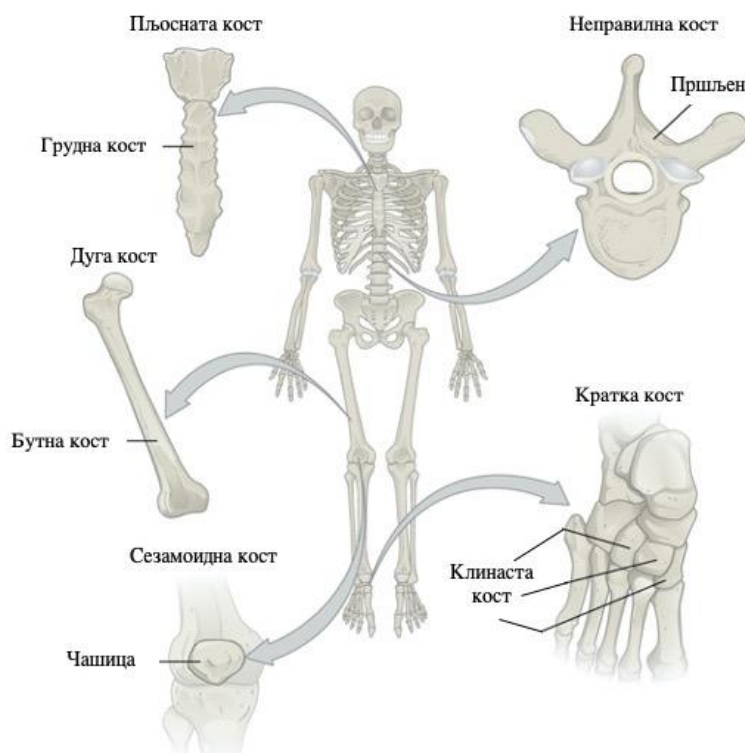
Слика 1. Скелетни систем човека [1]

Кост се састоји из воде, органских и неорганских компоненти. Органски део кости чине колаген и неколагени протеини [2]. Неоргански део чине микрокристали хидроксиапатита. Улога органских компоненти је да пружи одговарајућу жилавост, док неорганске компоненте утичу на крутост кости [3].

Према облику (слика 2), кости се могу поделити на [4]:

- дуге кости – дужина је израженија у односу на друге две димензије. Овај тип кости се најчешће налази у саставу горњих и доњих екстремитета.
- кратке кости – све три димензије су једнако изражене. Налазе се у корену стопала и шака.
- плjosнате кости – дебљина кости је слабије изражена у односу на друге две димензије. У овај тип костију спадају кости лобање, кости грудног коша, раменог и карличног појаса.

- неправилне кости – неправилног су облика. То су кичмени пршљенови и кости лица.
- сезамoidне кости – налазе се у тетивама мишића, око зглобова стопала и шака.

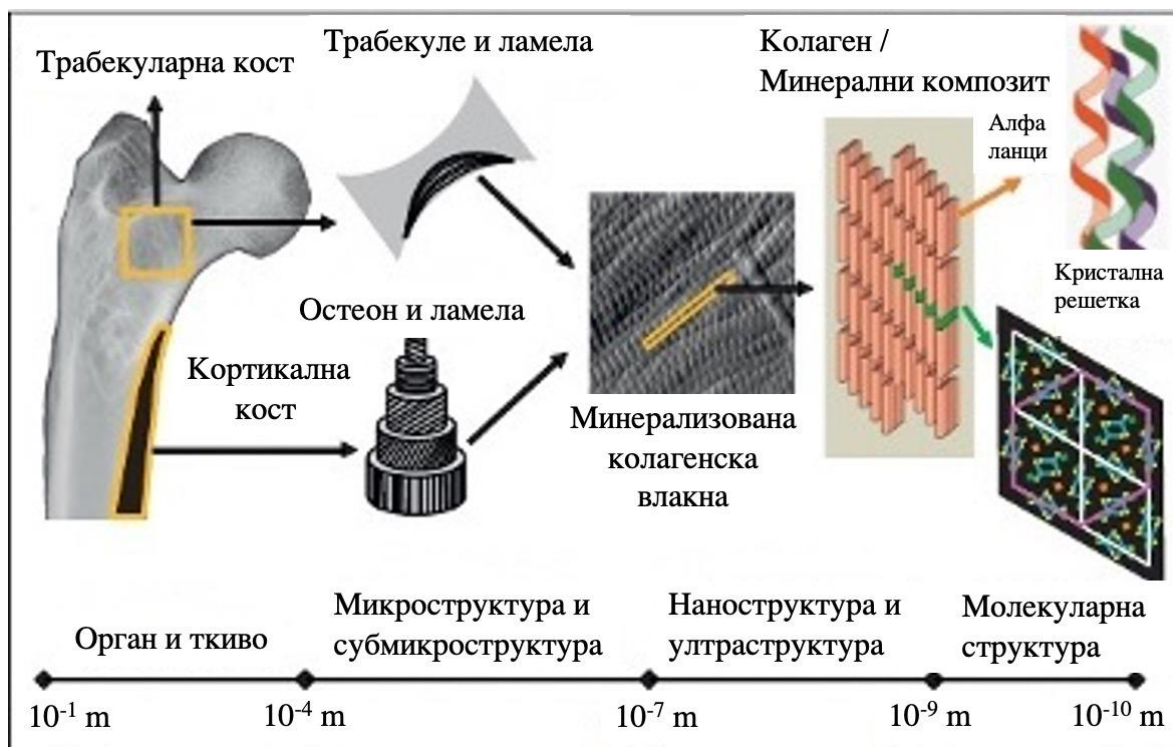


Слика 2. Подела кости према облику [4]

Основне функције кости су [2]:

- подупирање тела (кости граде скелетни систем и држе органе на месту),
- заштита унутрашњих органа (кости лобање штите мозак; грудни кош штити срце и плућа),
- стварање крвних ћелија;
- детоксикација (коштано ткиво има могућност да издвоји тешке метале из крви и складишти их,
- складиштење минерала (у костима се стварају резерве минерала који су важни за тело, углавном калцијума и фосфора).

Коштано ткиво је веома сложено и хијерархијски је организовано (слика 3). Као што се може видети на слици, на наноструктурном нивоу се састоји из минералних компоненти, коју чини матрица умрежених колагених влакана (тип 1), који су минерализовани са нанокристалима.



Слика 3. Хијерархијска организација кости [2]

На микроструктурном нивоу, кости су организоване у зависности од њихове функције. Разликујемо две основе форме кости:

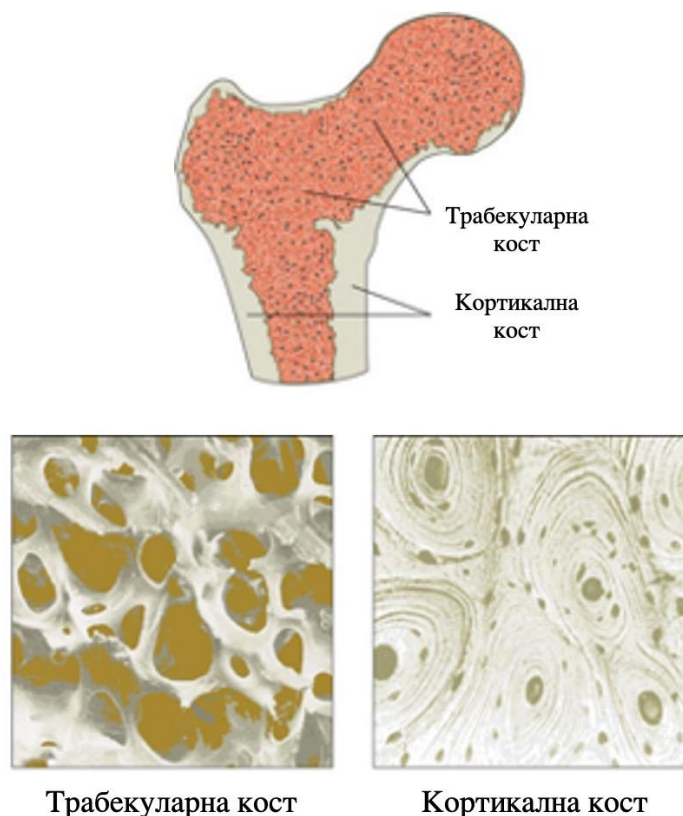
- новоформирана кост и
- ламеларна кост.

Новоформирана кост се брзо формира и веома је неорганизована. Јавља се на местима где се одвија брзо образовање кости, приликом раста кости и зарастања прелома. Ламеларна кост представља зрео облик коштаног ткива. Споро се формира и код ње су влакна колагена правилно распоређена, у виду паралелних снопова, што је чини јачом у односу на новоформирану кост [2].

На макроскопском нивоу (слика 4), кости се могу поделити на [2]:

- густе кортикалне кости и
- порозне трабекуларне кости

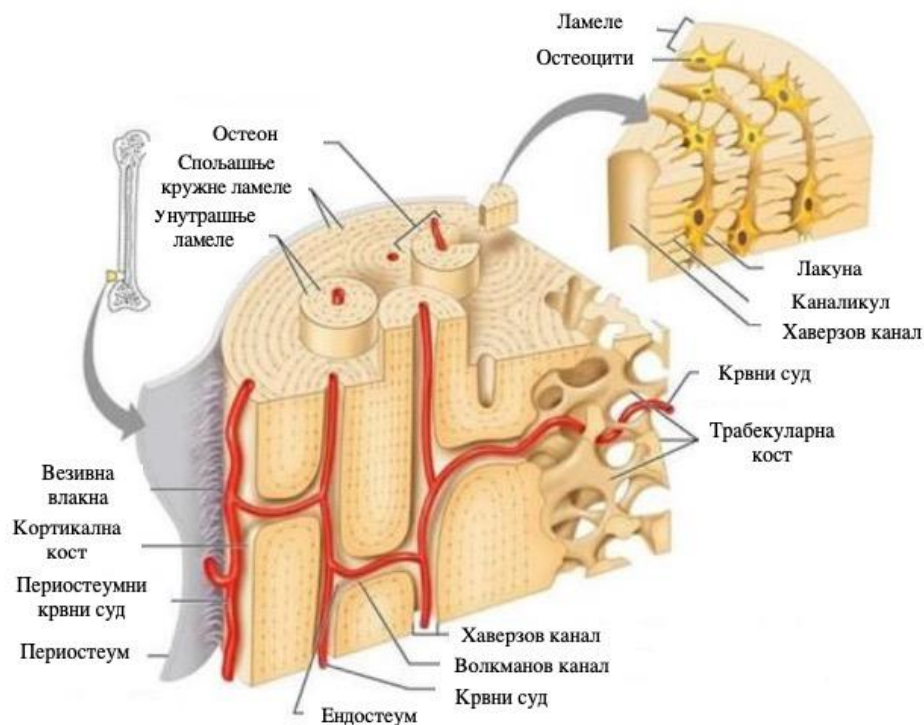
Људски организам садржи око 20% трабекуларних кости и 80% кортикалних кости [5].



Слика 4. Трабекуларна и кортикална кост [6]

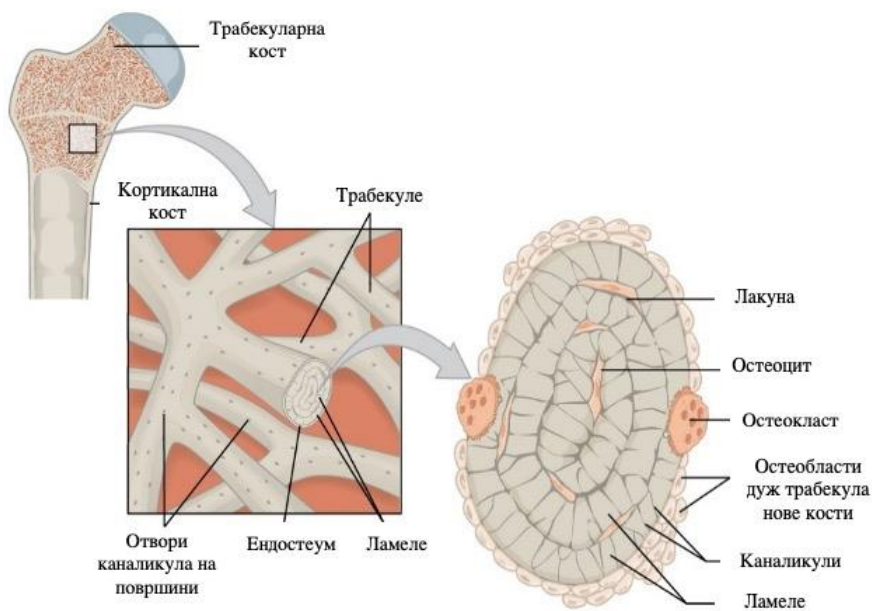
Кортикална или компактна кост представља густо коштано ткиво, које даје чврстоћу костима, а чија је порозност најчешће $<5\%$. Састоји се од цилиндричних структура (остеони или Хаверзови системи), пречника око $200\text{ }\mu\text{m}$ [5]. Основна јединица Хаверзовог система је остеон и он се састоји од следећих елемената (слика 5):

- Хаверзовог канала, у коме су смештени крвни и лимфни судови, као и нервни завршеци;
- Ламела, које су распоређене концентрично око Хаверзовог канала и изграђене су од коштаног матрикса (везивно ткиво изграђено од минерализованих материја), а прожете каналикулима;
- Ћелија остеобласта (ћелије коштаног ткива чије је функција формирање кости), које покривају унутрашњу површину Хаверзовог канала и синтетишу компоненте коштаног матрикса;
- Ћелија остеокита (коштане ћелије чија је функција одржавање концентрације минерала у коштаном матриксу), које су кружно распоређене између ламела, а њихови цитоплазматични наставци залазе у каналиће, у ламелама;
- Цементна, слоја матрикса различитог од оног у ламелама по томе што не садржи каналиће.



Слика 5. Структура кортикалне кости [7]

Трабекуларна (спонгиозна или сунђераста) кост је веома порозна (50-95% порозности), хетерогена и анизотропна [8]. Састоји се од мрежастих структура коштаних влакана, које се називају трабекуле (слика 6). Захваљујући овој структури, за сунђерасту кост се каже да је еластичнија у односу на кортикалну кост [9]. Обично је присутна у кубоидним костима, плjosнатим костима, кичменим пршљеновима и при крајевима дугих кости.

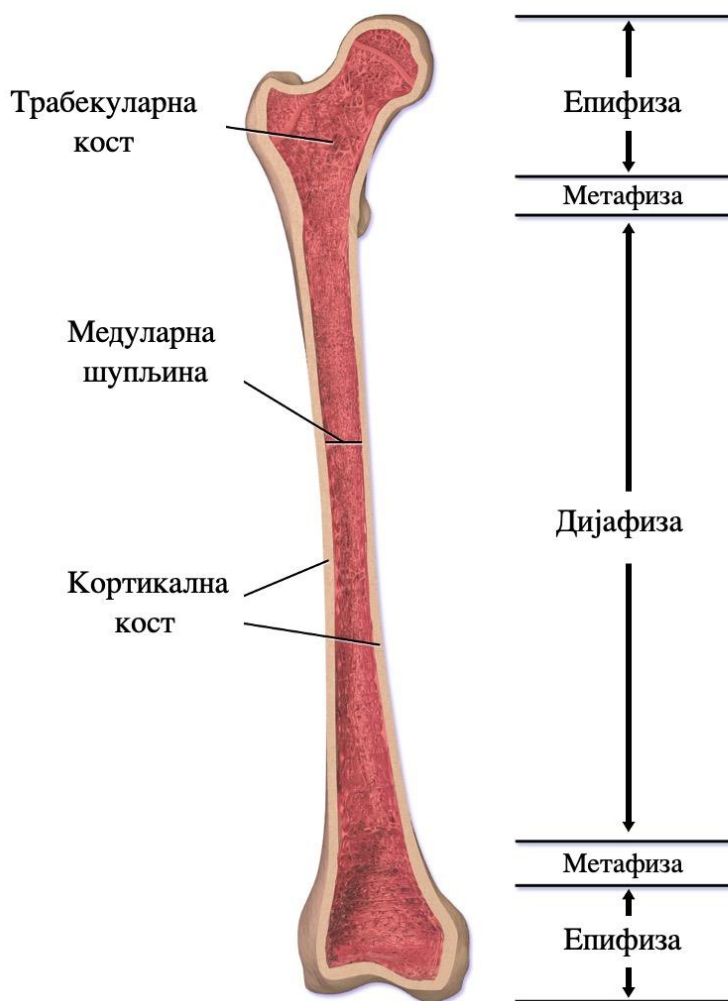


Слика 6. Структура сунђерасте кости [4]

Компактно коштано ткиво гради периферни део пљоснатих и кратких костију, као и највећи део тела дугих костију. У дуге кости спада и бутна кост која је анализирана у оквиру овог рада. Основни делови дуге кости су:

- тело (дијафиза),
- два крајка (епифизе),
- део између тела и крајка (метафиза).

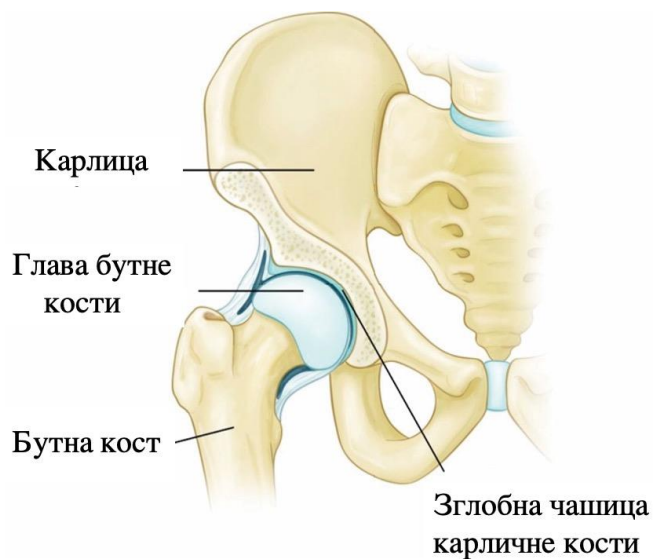
На слици 7 приказана је структура бутне кости.



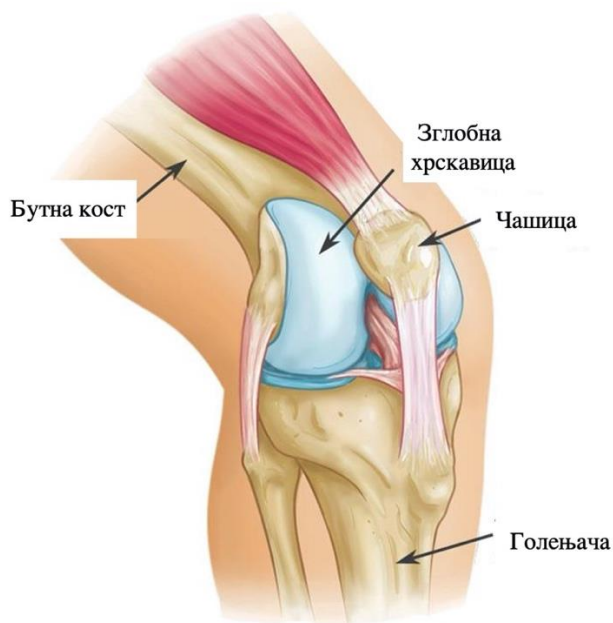
Слика 7. Грађа бутне кости [10]

Периферни део епифизе дугих костију се састоји од танког слоја компактне кости, док се преостали део епифизе дугих костију, као и средишни део пљоснатих костију састоји од суђерасти кости. У средишту дијафизе дугих кости се налази шупљина испуњена коштаном срж. До 18. године у костима се налази црвена коштана срж, која се након тога замењује масним ткивом, које чини жуту коштану срж [11].

Бутна или феморална кост је најдужа кост у људском телу. Њена основна улога је преношење тежине тела са карличне кости на голењачу. Учествује у формирању два зглоба. Горњи крајак бутне кости, заједно са карлицом, гради зглоб кука (слика 8), док доњи крајак, са голењачом и чашицом, гради зглоб колена (слика 9) [11].



Слика 8. Зглоб кука [12]



Слика 9. Зглоб колена [13]

У оквиру мастер рада биће анализиран део бутне кости, који учествује у формирању зглоба кука. Креирани модел бутне кости је сачињен из тела бутне кости и горњег крајка. Тело бутне кости (дијафиза) је дугачко и готово цилиндрично, као што се може уочити на слици 7.

Горњи крајак бутне кости се састоји из (слика 10):

- главе бутне кости,
- врата бутне кости,
- великог трохантера,
- малог трохантера.



Слика 10. Делови бутне кости [14]

Глава бутне кости је глатко, лоптасто испупчење, обложено зглобном хрскавицом, које се увлачи у ацетабулум карличне кости и формира зглоб кука. Врат бутне кости се пружа косо наниже, од главе ка телу бутне кости. Врат и тело бутне кости заклапају туп угао (120° - 130°). Врат бутне кости је најужи на средини, док се ка крајевима шири. Велики и мали трохантер представљају испупчења горњег крајка бутне кости, при чему је велики трохантер једини део горњег испупчења, који се може напипати на човеку [11].

3. ЈАНГОВ МОДУЛ ЕЛАСТИЧНОСТИ КОСТИ

3.1 Израчунавање Јанговог модула еластичности кости

За експериментално мерење, материјалних карактеристика кости, користе се различите методе које се могу груписати у две основне групе:

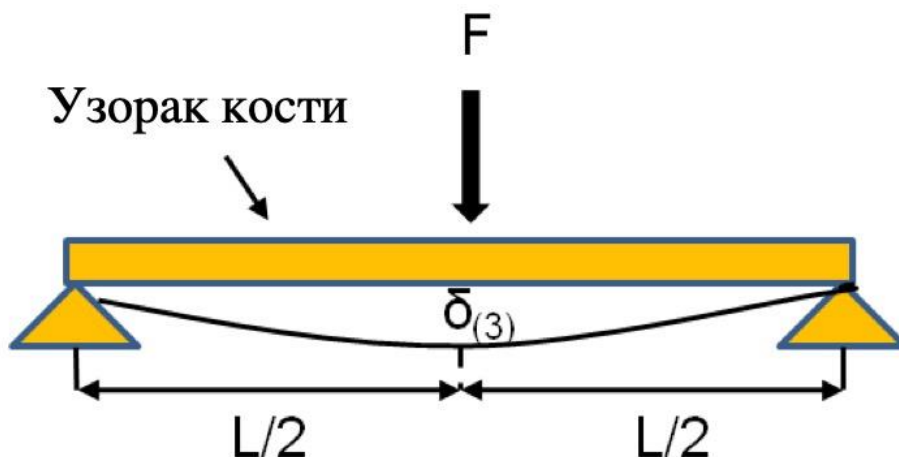
- инвазивне и
- неинвазивне методе.

Без обзира на методу која се користи, неколико једноставних мерења се изводи на самом почетку. Та мерења се односе на одређивање количине воде и пепела (органског материјала) у кости. Поред ова два параметра, одређује се и густина. Познате су вредности густине за колаген (1.35 g/cm^3) и хидроксиапатит (3.15 g/cm^3), па се на основу тога може одредити удео минерала и воде [15].

Најчешће коришћене инвазивне методе су:

- испитивање савијањем,
- испитивање притиском и
- испитивање затезањем.

Међу наведеним, најчешће се користи испитивање савијањем, због једноставности припреме узорка кости за анализу. У овом случају се мери угиб узорка кости на месту дејства оптерећења (слика 11).



Слика 11. Мерење савијањем [15]

У овом случају, Јангов модул еластичности се рачуна на следећи начин:

$$E = \frac{FL^2}{4\delta_{(3)}bh^3} \quad (1)$$

где су:

- F – задато оптерећење
- L – дужина узорка кости
- $\delta_{(3)}$ – измерен угиб на месту дејства оптерећења
- b – ширина узорка кости
- h – висина узорка кости

Најчешће коришћене неинвазивне методе су:

- мерење ултразвуком,
- микроиндентација и
- наноиндентација.

Јангов модул еластичности је могуће одредити коришћењем ултразвука применом следеће једначине:

$$E = \rho v^2 \quad (2)$$

где су:

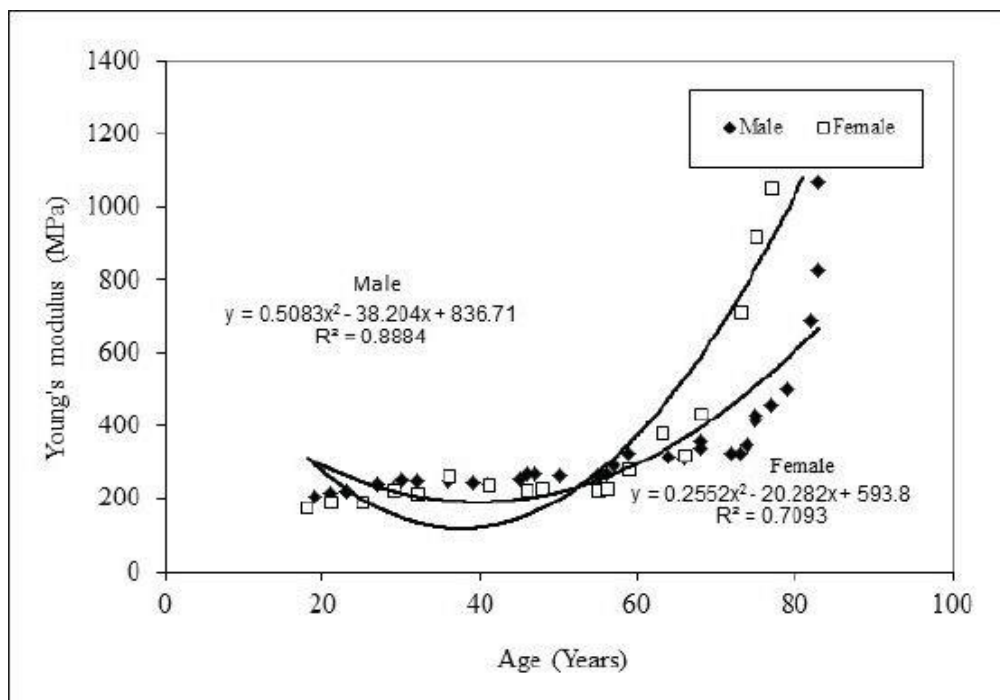
- ρ – густина узорка
- v – брзина звука

Да би модул еластичности могао да се одреди на овај начин, неопходно је да таласна дужина ултразвука буде већа од димензије попречног пресека узорка, како би талас пролазио кроз кост.

Механичке особине кости зависе од структуре и састава кости, који се континуално мења. Неки фактори који утичу на карактеристике кости су [16]:

- Старост,
- Пол,
- Локација у телу,
- Садржај минерала,
- Количина воде,
- Болести...

Утицај старости на материјалне карактеристике кости се повезује са повећаном порозношћу кости, хиперминерализацијом и акумулацијом ситних оштећења кости. Сматра се да порозност има највећи утицај на промене вредности материјалних карактеристика. На основу експерименталних истраживања, закључено је да се, након треће деценије чврстоћа кости смањује и то отприлике 2% по деценији. Такође, истраживања су показала да дијабетес има утицај на материјалне карактеристике кости и доводи до смањења чврстоће кости [17]. На слици 12 приказана је веза између старости (енгл. *age*) и Јанговог модула еластичности (енгл. *Young's modulus*) за мушкарце (енгл. *male*) и жене (енгл. *female*).



Слика 12. Веза између Јанговог модула еластичности и старости [18]

Код мушкараца се примећује, да је веза између модула еластичности и старости скоро константна до 55. године, након чега долази до благог пораста (од 55. до 75. године). Резултати указују да је кост код мушкараца еластична до 55. године живота, након чега се еластичност смањује, а кост постаје крта. Сличан закључак је и за кости жена, где кости након 55. године губе еластичност и постају крте [18].

Иако је кост органски материјал, веома често се посматра као инжењерски материјал, у циљу упрошћавања проблема који се анализира. Приликом мерења карактеристика материјала, већа је вероватноћа да ће доћи до варијације у вредностима, приликом мерења карактеристика кости, у односу на инжењерске материјале.

Јангов модул еластичности је основни материјални параметар, који се дефинише приликом нумеричких анализа кости. Један од начина за израчунавање Јанговог модула еластичности је, да се кост посматра као композитни материјал, који се састоји из колагених влакана и неорганске матрице. Овако упрошћено посматрање кости омогућава да се Јангов модул еластичности израчуна на основу правила мешавине (за оптерећења паралелна са влакнима – аксијални правац) и инверзног правила мешавине (за оптерећења управна на влакна – трансверзални правац) [19].

Правило мешавине:

$$E_{ax} = fE_f + (1 - f)E_m \quad (3)$$

Инверзно правило мешавине:

$$E_{trans} = \left[\frac{f}{E_f} + \frac{(1 - f)}{E_m} \right]^{-1} \quad (4)$$

где су:

- E_{ax} – Јангов модул еластичности композита у аксијалном правцу
- E_{trans} – Јангов модул еластичности композита у трансверзалном правцу
- E_f – Јангов модул еластичности влакна
- E_m – Јангов модул еластичности матрице
- f – запремински удео влакана

Овако једноставни начин представљања кости, није у могућности да довољно прецизно израчуна Јангов модул еластичности, па добијене материјалне карактеристике нису оптималне за нумеричке симулације.

Након тога, научници су се окренули анализи утицаја густине кости и пепела на Јангов модул еластичности кости. Аутори Carter и Hayes [20] су открили да су, модул еластичности и чврстоћа трабекуларне и кортикалне кости, повезани са кубом и квадратом привидне густине влажне кости, респективно. Први модели су узимали у обзир само привидну густину кости.

Даља испитивања су показала да механичке особине кости не зависе само од привидне густине, већ и од минералног састава [21]. Густина пепела се показала као најзначајнија променљива:

$$E(MPa) = 10500 \cdot \rho_\alpha^{2.57 \pm 0.04} \quad (5)$$

где је ρ_α – густина пепела.

Израз (5) објашњава преко 96% статистичких варијација, у механичком понашању кичмених и бутних костију, за опсег густине пепела ($0.03-1.22 \text{ gcm}^{-3}$). Аутори рада [22] су дошли до везе између Јанговог модула еластичности и густине пепела за требекуларну кост:

$$E(MPa) = 33900 \cdot \rho_\alpha^{2.2}, \rho_\alpha \leq 0.27 \text{ g/cm}^3 \quad (6)$$

Како би се унапредио модел описивања механичких особина кости, у раду [23] је направљена разлика запреминског удела кости од удела пепела. Привидна густина кости (ρ) је изражена на следећи начин:

$$\rho = \frac{BV}{TV} \rho_t = \frac{BV}{TV} (1.41 + 1.29\alpha) \quad (7)$$

где су:

- ρ_t – реална густина ткива кости, која је линеарно зависна од удела пепела α .
- BV – запремина кости
- TV – укупна запремина

Претходно наведени изрази (5, 6, 7) могу да предвиде Јангов модул еластичности, за случај када се кост посматра као изотропан материјал, јер не узимају у обзир утицај структурних и микроструктурних особина, на различита понашања у свим правцима. У раду [24] је одређен Јангов модул еластичности кортикалне и трабекуларне бутне кости, у аксијалном и трансверзалном правцу на основу привидне густине кости.

Модул еластичности кортикалне бутне кости у аксијалном (8) и трансверзалном (9) правцу је дефинисан преко следећих изрази:

$$E(MPa) = 2065 \cdot \rho^{3.09} \quad (8)$$

$$E(MPa) = 2314 \cdot \rho^{1.57} \quad (9)$$

Модул еластичности трабекуларне бутне кости у аксијалном (10) и трансверзалном (11) правцу је дефинисан преко следећих изрази:

$$E(MPa) = 1904 \cdot \rho^{1.64} \quad (10)$$

$$E(MPa) = 1157 \cdot \rho^{1.78} \quad (11)$$

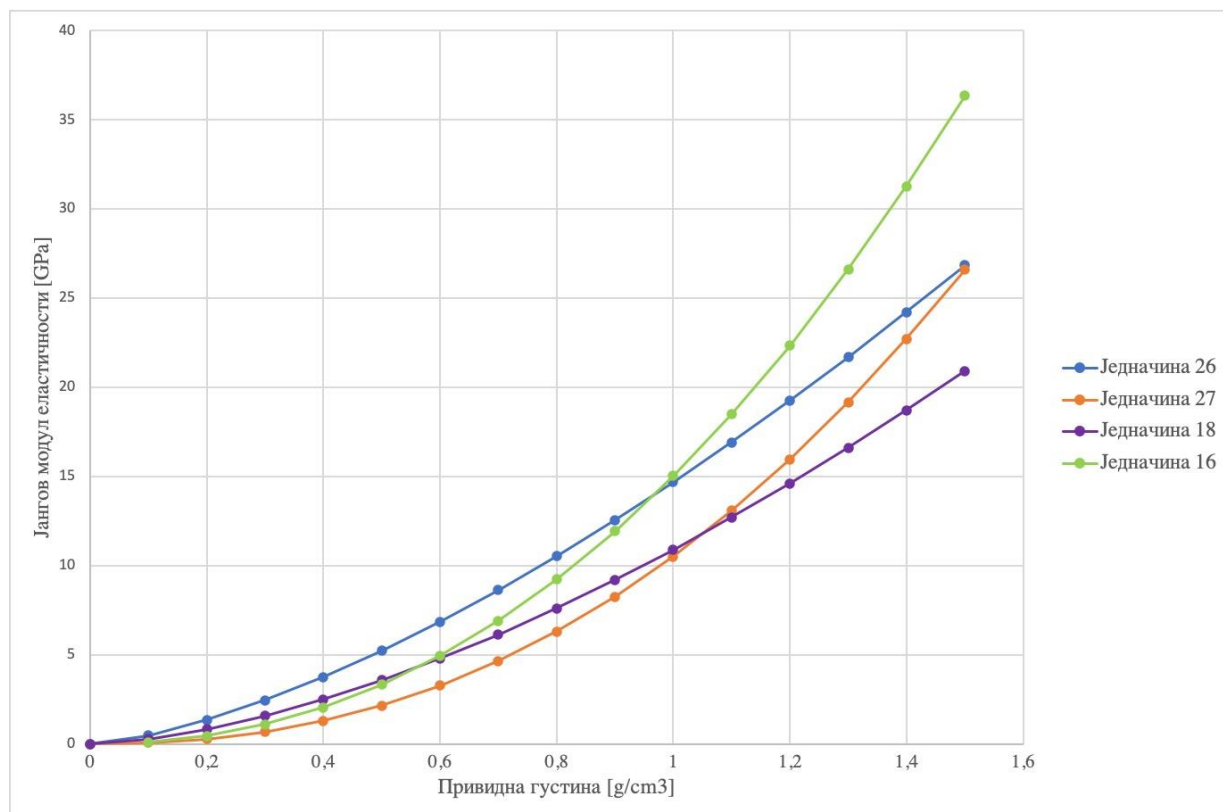
У зависности од групе истраживача која је покушавала да пронађе емпиријску везу, између густине и модула еластичности, разликују се и добијени изрази. У табели 1 приказно је још примера емпиријских веза.

Табела 1. Преглед емпиријских веза

Тип кости	Емпиријска веза	Број изрази	Референца
Пршљен	$E(GPa) = 2.1\rho - 0.08$	(12)	[25]
Проксимални део бутне кости	$E(GPa) = 7.541 \frac{BV}{TV} - 0.637$	(13)	[26]
Пршљен	$E(GPa) = 4730 \cdot \rho^{1.56}$	(14)	[27]
Проксимални део голењаче	$E(GPa) = 15520 \cdot \rho^{1.93}$	(15)	[27]

Велики трохантер	$E(GPa) = 15010 \cdot \rho^{2.18}$	(16)	[27]
Врат бутне кости	$E(GPa) = 6850 \cdot \rho^{1.49}$	(17)	[27]
Дистални део бутне кости	$E(GPa) = 10.88 \cdot \rho^{1.61}$	(18)	[28]
Глава бутне кости	$E(GPa) = 0.573\rho - 0.0094$	(19)	[29]
Рамена кост	$E_1(GPa) = -9.212 + 0.011\rho$ $E_2(GPa) = -8.540 + 0.011\rho$ $E_1(GPa) = -6.326 + 0.015\rho$	(20)	[30]
Проксимални део голењаче (сунђераста кост)	$E_1(MPa) = 0.06 \cdot \rho^{1.51}$ $E_2(MPa) = 0.06 \cdot \rho^{1.55}$ $E_3(MPa) = 0.51 \cdot \rho^{1.37}$	(21)	[30]
Проксимални део бутне кости (сунђераста кост)	$E_1(MPa) = 0.004 \cdot \rho^{2.01}$ $E_2(MPa) = 0.01 \cdot \rho^{1.86}$ $E_3(MPa) = 0.58 \cdot \rho^{1.30}$	(22)	[30]
Чашица (сунђераста кост)	$E_1(MPa) = 0.005 \cdot \rho^{1.91}$ $E_2(MPa) = 0.0005 \cdot \rho^{2.21}$ $E_3(MPa) = 0.04 \cdot \rho^{1.68}$	(23)	[30]
Проксимални део рамене кости (сунђераста кост)	$E_1(MPa) = 0.06 \cdot \rho^{1.57}$ $E_2(MPa) = 0.07 \cdot \rho^{1.55}$ $E_3(MPa) = 0.32 \cdot \rho^{1.41}$	(24)	[30]
Бутна кост	$E_1(GPa) = -6.087 + 0.010\rho$ $E_2(GPa) = -4.007 + 0.009\rho$ $E_1(GPa) = -6.142 + 0.014\rho$	(25)	[30]
Бутна кост	$E(MPa) = 14664 \cdot \rho_\alpha^{1.49}$	(26)	[27]
Бутна кост	$E(GPa) = 10.5 \cdot \rho_\alpha^{2.29}$	(27)	[31]

На слици 13 приказано је поређење између Јанговог модула еластичности добијеног коришћењем једначина (16), (18), (26) и (27).



Слика 13. Поређење вредности модула еластичности

Са технолошким напретком, истраживања у области израчунавања Јанговог модула еластичности су се окренула ка израчунавању модула еластичности за сваког пацијента, на основу СТ снимака који се користе за израду реалних геометријских модела.

3.2 Вредности материјалних карактеристика

Вредности модула еластичности варирају од кости до кости. У овом делу биће приказане вредности модула еластичности за различите типове кости. У табели 2 су дате вредности модула еластичности за кортикалне кости, док су у табели 3 дате вредности модула еластичности за сунђерасте кости.

Табела 2. Модули еластичности за кортикалну кост

Тип материјала	Вредност модула еластичности [GPa]	Референца
Изотропан	$E = 16$	[32]
Изотропан	$E = 14371$	[33]
Изотропан	$E = 20033$	[33]

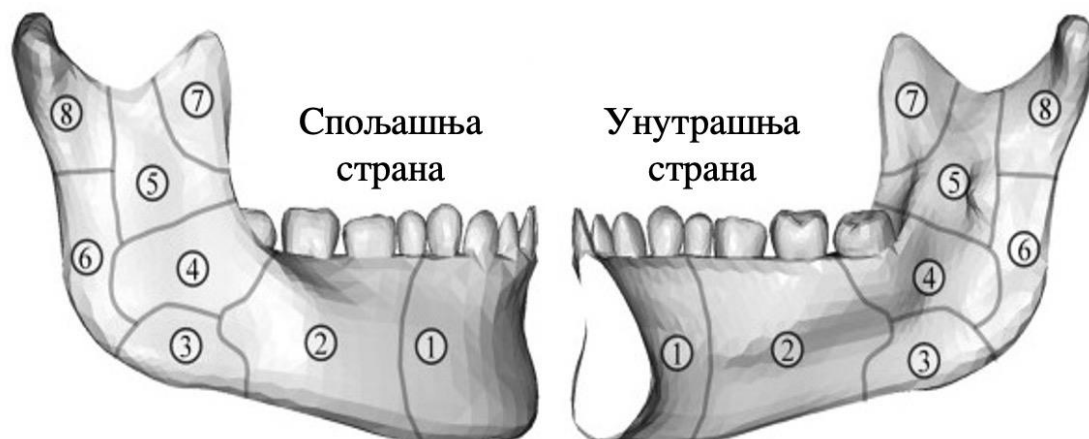
Изотропан	$E = 17000$	[34]
Ортотропан	$E_1 = 12$ $E_2 = 13.4$ $E_3 = 20$	[35]
Ортотропан	$E_1 = 3.76$ $E_2 = 4.19$ $E_3 = 8.69$	[36]
Ортотропан	$E_1 = 6.30$ $E_2 = 6.88$ $E_3 = 16$	[32]
Ортотропан	$E_1 = 7$ $E_2 = 8.5$ $E_3 = 18.4$	[37]

Табела 3. Модули еластичности за сунђерасту кост

Тип материјала	Вредност модула еластичности [MPa]	Референца
Изотропан	$E = 295$	[33]
Изотропан	$E = 600$	[38]
Ортотропан	$E_1 = 12$ $E_2 = 13.4$ $E_3 = 20$	[35]
Ортотропан	$E_1 = 3.76$ $E_2 = 4.19$ $E_3 = 8.69$	[36]

Вредности Јанговог модула еластичности приказане у претходне две табеле, показују знатне разлике у добијеним вредностима. Експериментално добијене вредности модула еластичности зависе од начина мерења.

У табели 4 дате су вредности модула еластичности за спољашњу и унутрашњу страну вилице (слика 14), када се кост посматра као ортотропан материјал.



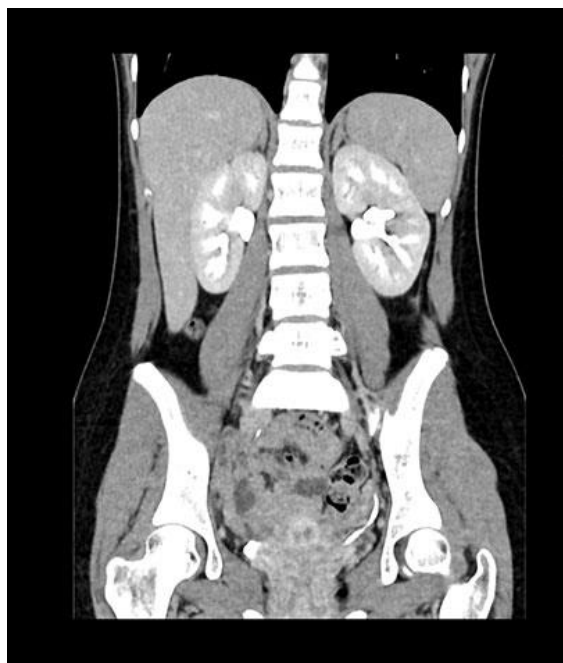
Слика 14. Доња вилица [39]

Табела 4. Модул еластичности за спољашњу и унутрашњу страну доње вилице [39]

Спољашња страна				Унутрашња страна		
	E_1 [GPa]	E_2 [GPa]	E_3 [GPa]	E_1 [GPa]	E_2 [GPa]	E_3 [GPa]
1	11.51	15.38	20.00	12.78	17.31	20.98
2	12.98	18.03	23.22	12.46	17.69	20.31
3	11.35	18.05	20.10	12.65	19.40	22.60
4	14.15	20.15	28.15	12.65	19.20	26.55
5	12.55	19.27	22.40	12.64	18.02	23.02
6	13.60	18.10	26.10	12.70	17.35	24.55
7	14.00	19.55	28.55	13.25	17.25	25.50
8	13.20	18.00	25.95	12.65	17.75	24.50

3.3 Израчунавање Јанговог модула еластичности на основу снимака

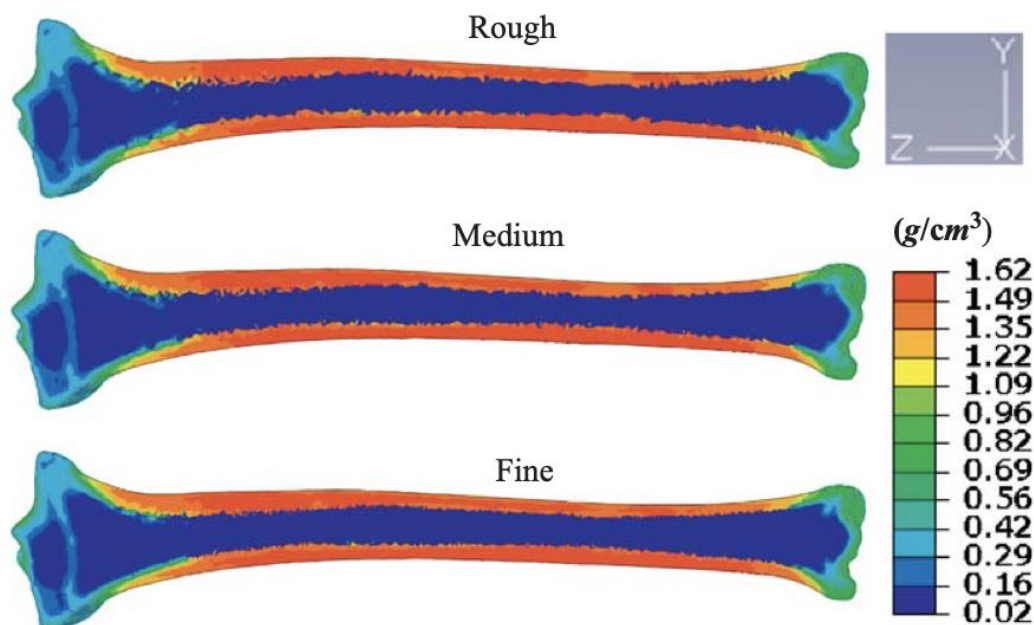
Модели засновани на коначним елементима, креирани на основу снимака компјутеризоване томографије су пронашли велику примену приликом анализе биомеханике кости. Компјутеризована томографија (*енгл. Computerized tomography*) или СТ представља начин снимања, где се користе рендген зрачење (Х-зраци) и томографија (метод заснован на математичкој процедури обраде слика). Ово снимање подразумева креирање попречних слојева жељеног органа. Сваки попречни пресек (слајс) је одређене дебљине, па се слагањем добијених пресека може конструисати геометрија органа. Приликом креирања жељеног модела, аутоматски или мануелно се обрађују доступни снимци, како би се извукли неопходни подаци за креирање геометрије. На добијеном снимку, може се уочити разлика између снимљених ткива на основу боја. Црном бојом је приказан празан простор, нијансама сиве боје су приказана мање густа ткива, као што су мишићи, док се нијансама беле боје приказују чврста ткива као што је кост (слика 15).



Слика 15. Пример СТ снимка – абдомен [40]

Поред коришћења снимака за генерисање модела реалне геометрије, све чешће се ови снимци користе и за добијање информација о својствима материјала. На основу снимака је могуће креирати тродимензионалну мапу варијације густине, у телу која се изражава преко СТ броја или Хоунсфилдове (*енгл. Hounsfield*) јединице.

На слици 16 приказана је мапа варијације густине голењаче, у зависности од мреже коначних елемената – груба (*енгл. rough*), средња (*енгл. medium*) и фина (*енгл. fine*).



Слика 16. Тродимензионална мапа варијације густине голењаче [41]

Хоунсфилдова јединица мери линеарно пригушење ткива унутар воксела (коначна запремина, чије су димензије дефинисане на основу резолуције пиксела и дебљине слајса). Вредности варирају између -1024 до +3071, при чему вредност -1024 одговара ваздуху, 0 води, а преко +400 представља кост. Односно, што је већи број то је ткиво гушће. СТ број се рачуна на следећи начин:

$$HU = 1000 \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_{H_2O}} - 1 \right) \quad (29)$$

где су:

- μ – коефицијент линеарног пригушења ткива у вокселу
- μ_{H_2O} – коефицијент линеарног пригушења воде.

Израчунавање Јанговог модула еластичности се заснива на повезивању Хоунсфилдове јединице са густином коштаног ткива (скоро линеарна зависност). Добијене вредности густине се затим трансформишу у модул еластичности, на основу емпиријских односа густина ткива – модул еластичности (изрази представљени у делу 3.1). Као што је већ приказано, изабрани емпиријски однос ће имати велики утицај на крајње резултате. Разлог за то су различити услови експерименталног мерења модула еластичности. У оквиру овог рада изабран је емпијски модел представљен у раду [27], који је дао знатно боље резултате у односу на друге емпиријске моделе. Ипак, најбоља потврда израчунатих модула еластичности би била, када би се поредила израчуната вредност са измереном вредношћу на истом месту.

У последњих пар година, све више радова се бави проблематиком аутоматског дефинисања материјалних карактеристика костију. Показано је да израчунавање средње Хоунсфилдове вредности елемента, на основу просечне вредности у чворовима елемента,

може довести до лоших резултата, када је вредност елемента већа, или приближна димензији пиксела. Није познато да ли је боље користити приступ, где се прво налази средња Хоунсфилдова вредност, а на основу тога Јангов модул, или приступ, где се прво врши трансформација сваке Хоунсфилдова вредност воксела у воксел Јанговог модула, а затим се налази вредност за сваки елемент. Пошто је веза између густине кости и Јанговог модула степена, ова два приступа ће за резултат имати различите расподеле материјалних карактеристика, поготову у кортикалним регијама.

Задавање материјалних карактеристика моделу, заснованом на коначним елементима, где вредност карактеристика варира од елемента до елемента, захтева креирање додатног програма, који ће моћи да повеже положај елемента и додели му просечну вредност модула еластичности пиксела, који припадају елементу. У овом случају је прво неопходно креирати модел, а затим покренути израчунавање модула еластичности и његово задавање [41]. Ово и даље представља један од значајних проблема, поготову приликом анализа ткива, као што је кост, које је анизотропно.

4. ПРОГРАМ ЗА ИЗРАЧУНАВАЊЕ ЈАНГОВОГ МОДУЛА ЕЛАСТИЧНОСТИ КОСТИ СА СНИМАКА

За израчунавање материјалних карактеристика бутне кости, са СТ снимака, коришћен је програмски језик Python, верзија 3.6. СТ снимци су били у DICOM формату (енг. Digital Imaging and COmmunications in Medicine). За израчунавање материјалних карактеристика бутне кости коришћене су библиотеке дефинисане у табели 5.

Табела 5. Коришћене библиотеке и њихова намена

Библиотека	Намена
<i>pydicom</i>	за учитавање DICOM снимака
<i>matplotlib</i>	за визуализацију
<i>numpy</i>	за математичке операције
<i>math</i>	за математичке операције
<i>tkinter</i>	за графички интерфејс

Из библиотеке `tkinter` се користи функција `askopenfilename` која отвара прозор за избор DICOM снимка.

Код

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import math
import pydicom
from tkinter.filedialog import askopenfilename
```

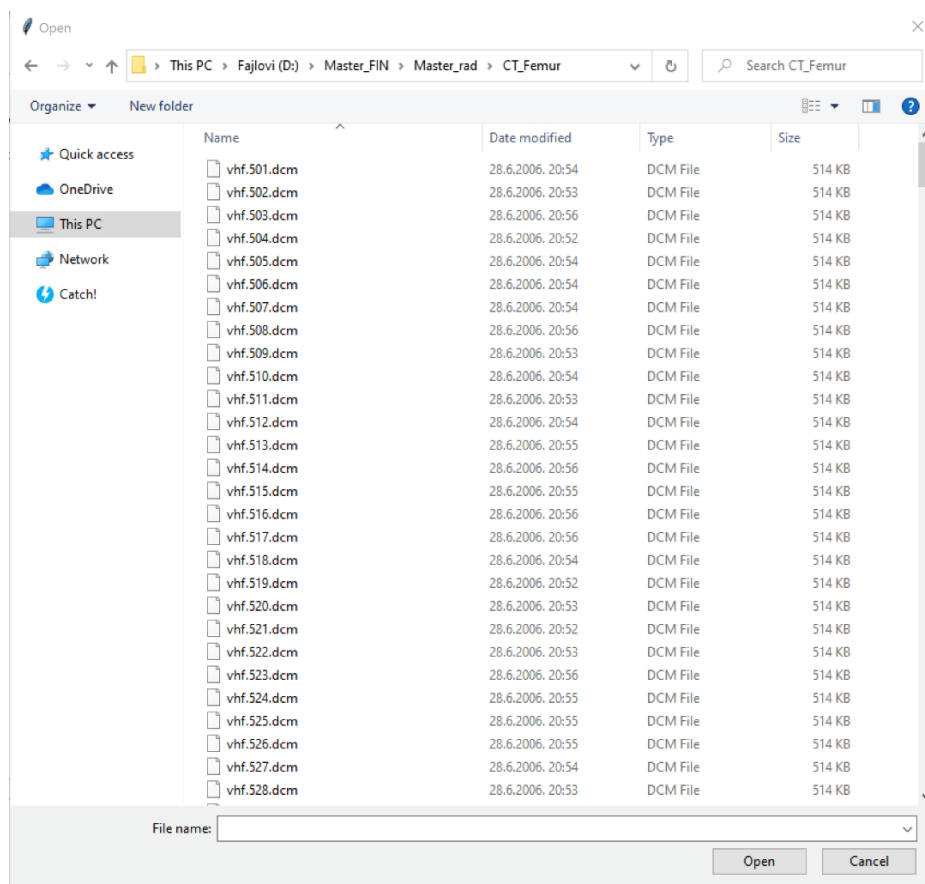
У оквиру програма за израчунавање Јанговог модула еластичности бутне кости, дефинисана је једна функција `transform_to_hu`. Улога ове функције је да вредности пиксела сваког DICOM снимка трансформише у Хоунсфилдову јединицу.

Код

```
def transform_to_hu(dicom,image):
    intercept = dicom.RescaleIntercept
    slope = dicom.RescaleSlope
    hu_image = image * slope + intercept

    return hu_image
```

Да би претходно описана функција могла да се изврши, неопходно је учитавање снимка (слика 17), чија ће се трансформација вршити.



Слика 17. Прозор за учитавање DICOM снимка

Код

```
filename = askopenfilename()

dImage=pydicom.dcmread(filename)
img = dImage.pixel_array
```

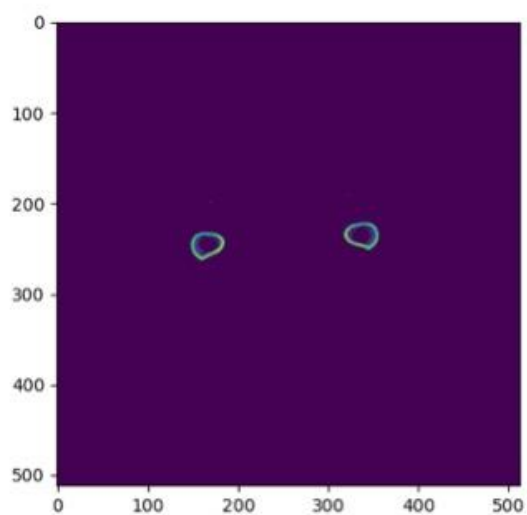
```
hu_image = transform_to_hu(dImage,img)
```

Учитани снимак садржи велики број информација (слика 18), па се због једноставности уводи променљива, која садржи само информације о пикселима учитаног снимка (`img`).

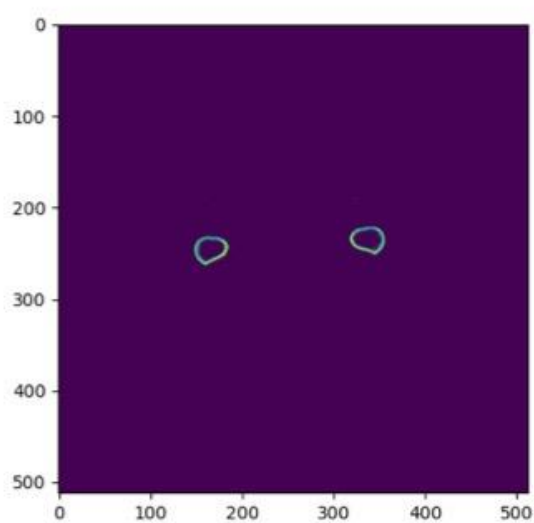
```
(0008, 0008) Image Type CS: ['ORIGINAL', 'PRIMARY', 'AXIAL']
(0008, 0012) Instance Creation Date DA: '20050726'
(0008, 0013) Instance Creation Time TM: '104015'
(0008, 0016) SOP Class UID UI: CT Image Storage
(0008, 0018) SOP Instance UID UI: 1.2.826.0.1.3680043.2.1125.1.75064541463040.2005072610401589578
(0008, 0020) Study Date DA: '20050101'
(0008, 0030) Study Time TM: '010100.000000'
(0008, 0050) Accession Number SH: '1'
(0008, 0060) Modality CS: 'CT'
(0008, 0070) Manufacturer LO: 'GDCM'
(0008, 0080) Institution Name LO: 'National Library of Medicine'
(0008, 0081) Institution Address ST: 'http://www-creatis.insa-lyon.fr/Public/Gdcm'
(0008, 0090) Referring Physician's Name PN: 'Unknown'
(0008, 1030) Study Description LO: 'Visible Human Female'
(0008, 103e) Series Description LO: 'Resampled to 1mm voxels'
(0010, 0010) Patient's Name PN: 'Eve'
(0010, 0020) Patient ID LO: '000-000-001'
(0010, 0030) Patient's Birth Date DA: '20050101'
(0010, 0032) Patient's Birth Time TM: '010100.000000'
(0010, 0040) Patient's Sex CS: 'F'
(0018, 0050) Slice Thickness DS: '1.0'
(0018, 5100) Patient Position CS: 'HFS'
(0020, 000d) Study Instance UID UI: 1.2.826.0.1.3680043.2.1125.1.75064541463040.2005072610384286421
(0020, 000e) Series Instance UID UI: 1.2.826.0.1.3680043.2.1125.1.75064541463040.2005072610384286453
(0020, 0010) Study ID SH: '1'
(0020, 0011) Series Number IS: '1'
(0020, 0013) Instance Number IS: '505'
(0020, 0032) Image Position (Patient) DS: [0, 0, 504]
(0020, 0037) Image Orientation (Patient) DS: [1.000000, 0.000000, 0.000000, 0.000000, 1.000000, 0.000000]
(0020, 0052) Frame of Reference UID UI: 1.2.826.0.1.3680043.2.1125.1.75064541463040.2005072610384286419
(0020, 1040) Position Reference Indicator LO: 'SN'
(0028, 0002) Samples per Pixel US: 1
(0028, 0004) Photometric Interpretation CS: 'MONOCHROME2'
(0028, 0010) Rows US: 512
(0028, 0011) Columns US: 512
(0028, 0030) Pixel Spacing DS: [1.000000, 1.000000]
(0028, 0100) Bits Allocated US: 16
(0028, 0101) Bits Stored US: 16
(0028, 0102) High Bit US: 15
(0028, 0103) Pixel Representation US: 1
(0028, 1052) Rescale Intercept DS: '-1024.0'
(0028, 1053) Rescale Slope DS: '1.0'
(7fe0, 0000) Group Length UL: 524300
(7fe0, 0010) Pixel Data OW: Array of 524288 elements
```

Слика 18. Информације садржане у учитаном DICOM снимку

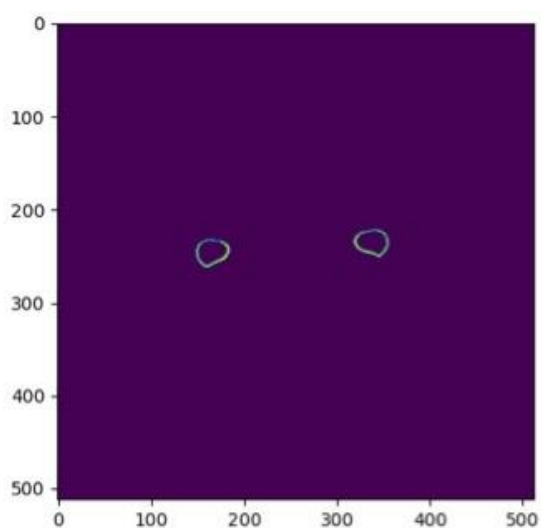
Након учитавања снимка и извршења функције, прелази се на корак, чији је циљ израчунавање густине кости и густине пепела, чија ће се вредност корисити за израчунавање Јанговог модула еластичности, за изотропне и ортотропне материјалне карактеристике. Густина кости се израчунава као средња вредност Хоунсфилдове јединица бутне кости. Сегментација бутне кости се врши помоћу променљиве `threshold`. Корисник на почетку мора да мануелно тестира различите вредности ове променљиве, како би се одредила која вредност је неопходна за означавање бутне кости. На сликама 19 и 20, приказани су примери различитих вредности променљиве `threshold` за тело бутне кости и доњи крајак, респективно.



threshold = 100

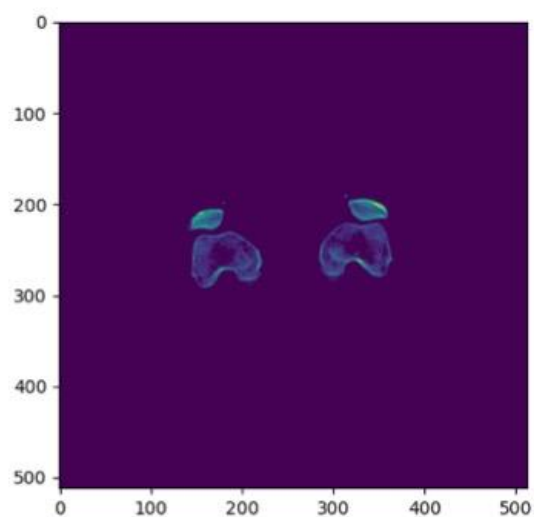


threshold = 300

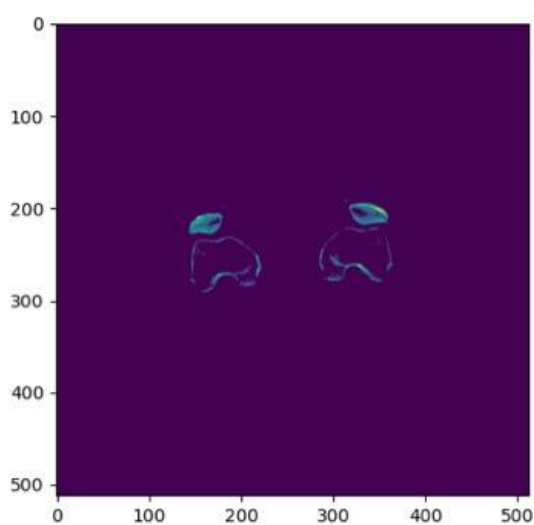


threshold = 1000

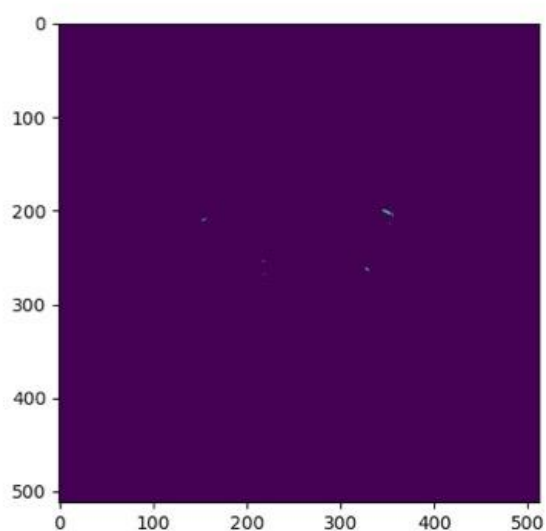
Слика 19. Утицај вредности променљиве на сегментацију тела бутне кости



threshold = 100



threshold = 300



threshold = 1000

Слика 20. Утицај вредности променљиве на сегментацију доњег крајка бутне кости

Битно је изабрати вредност променљиве тако, да се не уради сегментација превеликог или премалог дела жељеног сегмента. Након тестирања великог броја вредности, на различитим сегментима бутне кости, изабрана је вредност је 300.

Код

```
total = 0
numPixel = 0

threshold = 300

with np.nditer(hu_image, op_flags=['readwrite']) as it:
    for i in it:
        if i > threshold:
            total = total + i
            numPixel = numPixel + 1
        else:
            i [...] = 0

density=(total/numPixel)/1000
density_ash = 0.8772*density + 0.07895
```

За сваки анализирани снимак аутоматски се израчунава модул еластичности за изотропан и ортотропан материјал. Оба типа материјалних карактеристика се израчунавају на основу једначина 25 и 26, представљених у секцији 3.1.

Код

```
print("Izotropne materijalne karakteristike: ")

elModulus_1 = 14664*(density_ash**1.49)
print("Modul elastičnosti: ", elModulus_1)

print("Ortotropne materijalne karakteristike: ")

E1 = -6.087 + 0.010 * density_ash *1000
E2 = -4.007 + 0.009 * density_ash *1000
```

```
E3 = -6.142 + 0.014 * density_ash *1000
print("Modul elastičnosti E1: ", E1)
print("Modul elastičnosti E2: ", E2)
print("Modul elastičnosti E3: ", E3)
```

Израчунати резултати, за изабран снимак, се исписују на екрану. Поред Јанговог модула еластичности, на екрану се исписује вредност за густину кости $[g/cm^3]$. Пример исписа резултата дат је на слици 21.



```
Python 3.6.0 Shell
File Edit Shell Debug Options Window Help
Python 3.6.0 (v3.6.0:41df79263a11, Dec 23 2016, 08:06:12) [MSC v.1900 64 bit (AMD64)] on win32
Type "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
===== RESTART: D:\Master_FIN\Master_rad\Master_Rad_sredjeno.py =====
D:/Master_FIN/Master_rad/CT_Femur/vhf.583.dcm

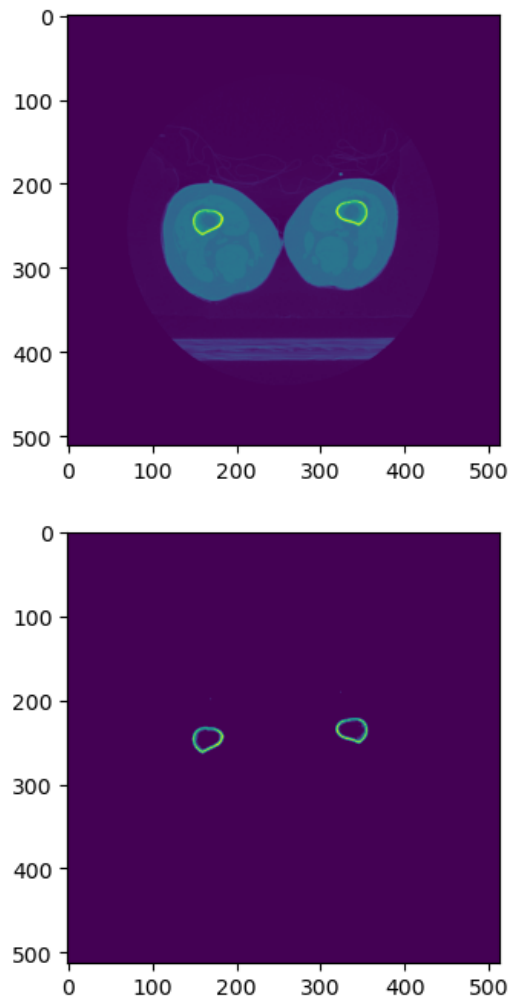
Gustina kosti:  1.009060606060606

Izotropne materijalne karakteristike:
Modul elastičnosti:  13886.50607926199

Ortotropne materijalne karakteristike:
Modul elastičnostiE1:  3.5539796363636373
Modul elastičnosti E2:  4.669881672727273
Modul elastičnosti E3:  7.35537149090909
>>> |
```

Слика 21. Исписивање резултата

Поред резултата, приказаних на слици 21, корисник добија и визуелни приказ у виду дела кости, који је коришћен за израчунавање материјалних карактеристика (слика 22). На горњој слици је приказан уčitан DICOM снимак, док је на доњој слици приказана кост, која је коришћена за израчунавање модула еластичности.



Слика 22. Поређење оригиналног снимка и кости коришћене за израчунавање модула еластичности

Код

```
f,axarr = plt.subplots(2,1)

axarr[0].imshow(dImage.pixel_array)
axarr[1].imshow(hu_image)

plt.show()
```

Приказано решење се тренутно може користити само за одређивање материјалних карактеристика кортикалне бутне кости.

4.1 Резултати програма

Претходно описан код, примењен је на свим снимцима бутне кости. Модул еластичности за изотропне и ортотропне материјале је израчунат за сваки снимак, а након тога су пронађене средње вредности за сваки тип материјала.

Изотропне материјалне карактеристике

У табели 6 приказане су добијене изотропне материјалне карактеристике за целу бутну кост и за део бутне кости, који је анализиран применом методе коначних елемената.

Табела 6. Јангов модул еластичности за изотропан материјал

Цела бутна кост	Моделирани део бутне кости
13.079 GPa	12.724 GPa

Ортотропне материјалне карактеристике

У табели 7 приказане су добијене ортотропне материјалне карактеристике за целу бутну кост и за део бутне кости, који је анализиран применом методе коначних елемената.

Табела 7. Јангов модул еластичности за ортотропан материјал

	Цела бутна кост	Моделирани део бутне кости
E_1	3.76 GPa	3.51 GPa
E_2	4.52 GPa	4.34 GPa
E_3	7.13 GPa	6.85 GPa

5. НУМЕРИЧКЕ СИМУЛАЦИЈЕ

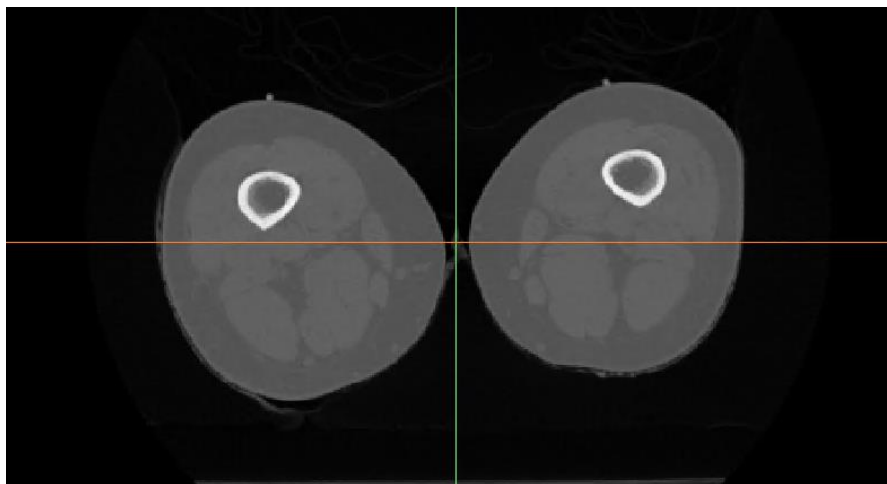
5.1 Модел бутне кости

Циљ реконструкције геометрије бутне кости је креирање реалне анатомске 3D геометрије бутне кости, на основу снимака пацијента. За креирање модела бутне кости као и одређивање Јанговог модула еластичности, коришћени су снимци пацијента женског пола. Коришћено је 400 2D снимака у DICOM формату, који су добијени компјутеризованом томографијом. Значајне карактеристике ових снимака су представљене у табели 8.

Табела 8. Карактеристике коришћених снимака

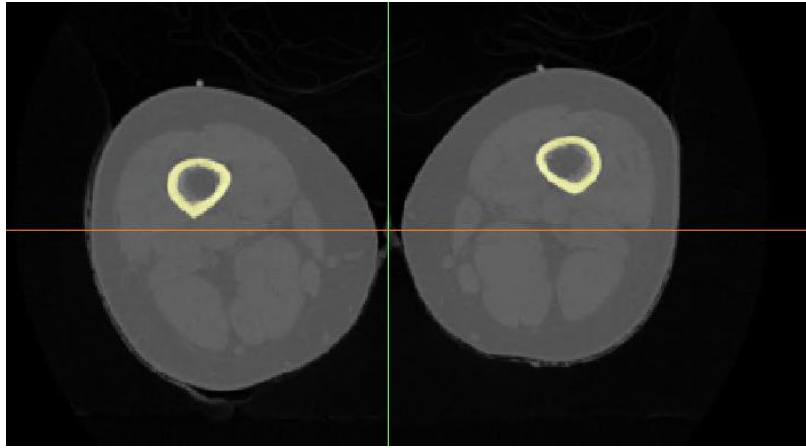
Параметар	Вредност
Резолуција	512 x 512 пиксела
Величина пиксела	1 mm
Дебљина слајса	1 mm
Размак између два слајса	1 mm

Први корак у процесу креирања модела је сегментација бутне кости. Овај корак обухвата креирање маске, у којој ће бити сачуване информације о контурама бутне кости, неопходне за креирање 3D геометрије. Означавање контура је рађено у трансверзалној (хоризонталној) равни. На слици 23 приказан је један снимак тела бутне кости у трансверзалној равни, пре сегментације.



Слика 23. Снимак тела бутне кости у трансверзалној равни пре сегментације

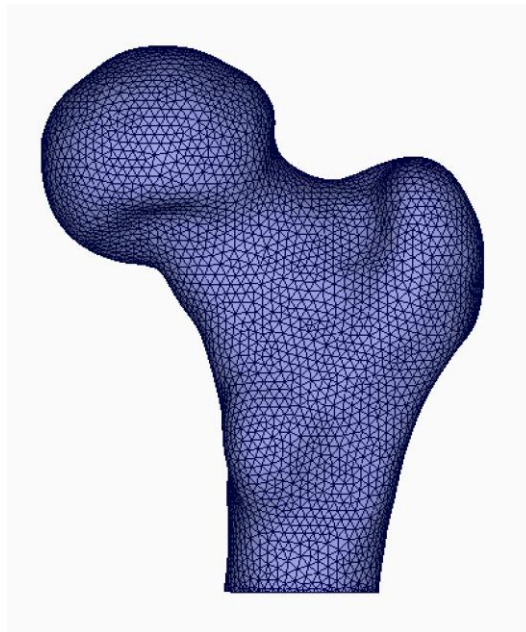
Сегментација бутне кости је вршена полуаутоматски. Коришћене су две маске, како би софтвер за сегментацију аутоматски означио контуре кортикалне и сунђерасте кости. Иако се на овај начин знатно смањује време потребно за креирање модела, било је неопходно мануелно проћи кроз све снимке и проверити да ли је добро означена кортикална и сунђераста кост. Пример означеног кортикалног дела бутне кости је дат на слици 24.



Слика 24. Снимак тела кортикалне бутне кости у трансверзалној равни након сегментације

Након завршетка означавања, врши се калкулација прелиминарног 3D модела бутне кости, који се извози, како би се креирала униформна мрежа коначних елемената.

Креирани прелиминарни модел неопходно је проверити, за случај да постоје недостаци на површинској мрежи. Сви недостаци се мануелно уклањају и креира се униформна површинска мрежа. Модел бутне кости, након сређивања површинске мреже кортикалне и сунђерасте бутне кости, приказан је на слици 25.



Слика 25. Модел бутне кости

Након завршетка сређивања површинске мреже, приступа се креирању запреминске мреже. Број чворова и елемената за кортикалну и сунђерасту бутну кост, након креирања запреминске мреже, био је 10195 и 42982, респективно.

5.2 Материјалне карактеристике

За нумеричку симулацију механичког понашања бутне кости, коришћене су изотропне и ортотропне материјалне карактеристике. У табели 9, дате су изотропне материјалне карактеристике за 3 анализирана случаја. Вредност Поасоновог коефицијента за кортикалну бутну кост била је 0.3 [42].

Табела 9. Изотропне материјалне карактеристике

Случај	Јангов модул еластичности	Литература
Случај 1	13079 МПа	Израчунато са снимака
Случај 2	12724 МПа	Израчунато са снимка
Случај 3	16700 МПа	[42]

Ортотропне материјалне карактеристике за 3 анализирана случаја приказане су у табели 10.

Табела 10. Ортотропне материјалне карактеристике

Случај	Јангов модул еластичности	Литература
Случај 4	$E_1 = 3760 \text{ МПа}$ $E_2 = 4520 \text{ МПа}$ $E_3 = 7130 \text{ МПа}$	Израчунато са снимака
Случај 5	$E_1 = 3510 \text{ МПа}$ $E_2 = 4340 \text{ МПа}$ $E_3 = 6850 \text{ МПа}$	Израчунато са снимака
Случај 6	$E_1 = 6300 \text{ МПа}$ $E_2 = 6880 \text{ МПа}$ $E_3 = 16000 \text{ МПа}$	[32]

За сваки анализиран случај сматрано је да су материјалне карактеристике бутне кости хомогене и линеарно еластичне.

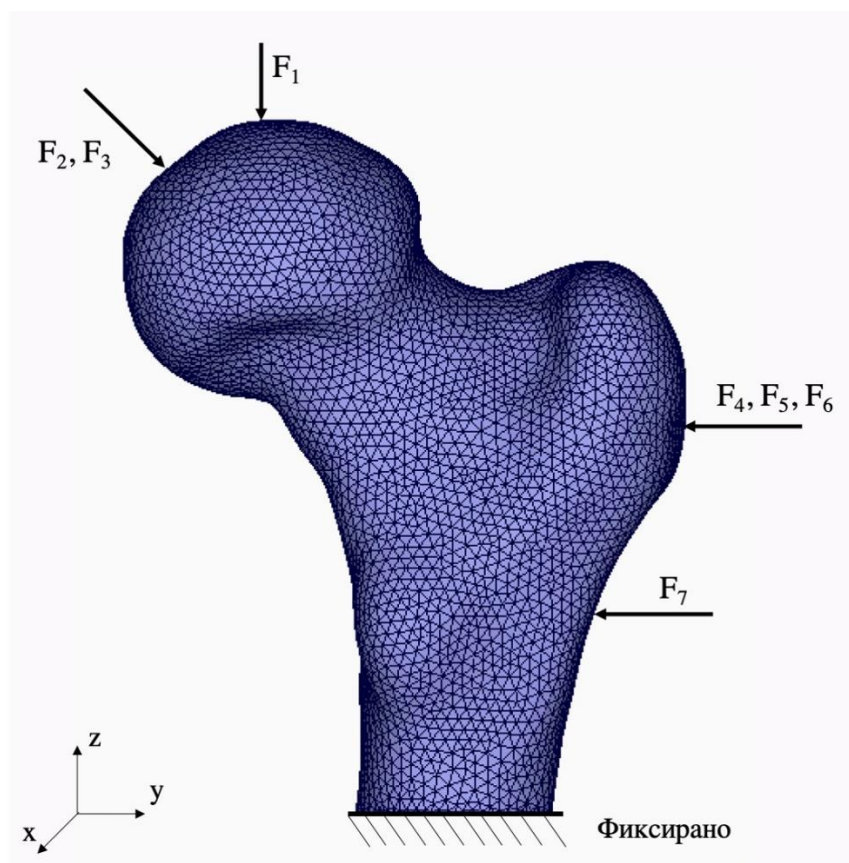
Сунђераста бутна кост је дефинисана као изотропан, хомоген и линеарно еластичан материјал. Коришћене материјалне карактеристике су дате у табели 11.

Табела 11. Материјалне карактеристике суђерасте бутне кости

Јангов модул еластичности	Поасонов коефицијент	Литература
600 МПа	0.2	[43]

5.3 Гранични услови

Гранични услови, коришћени за нумеричке симулације, преузети су из литературе. Коришћена су статичка оптерећења. На слици 26 приказана су задата ограничења и оптерећења.



Слика 26. Ограничења и оптерећења бутне кости

Доњи део бутне кости је био фиксиран, док су на горњем крајку биле задате силе који представљају дејство тежине, контакт са карлицом, али и утицај мишића. Укупно је било седам сила и оне су дефинисане у табели 12.

Табела 12. Опис задатаих сила

Сила	Опис	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]
F_1	Дејство тежине тела	-	-	-836.0
F_2	Контакт са карлицом	32.8	54	-229.2
F_3	Сила у зглобу кука	12.8	8.1	-78.2
F_4	Утицај мишића који омогућавају абдукцију бутне кости	-4.3	-58	86.5
F_5	Утицај проксималног дела мишића <i>Tensor fascia latae</i>	-11.6	-7.2	13.2
F_6	Утицај дисталног дела мишића <i>Tensor fascia latae</i>	0.7	0.5	-19
F_7	Утицај мишића <i>Vastus lateralis</i>	-18.5	0.9	-92.9

За анализирање биомеханике бутне кости коришћена је статичка анализа. За прорачун је коришћен програм РАК С, који је развијен на Факултету инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу.

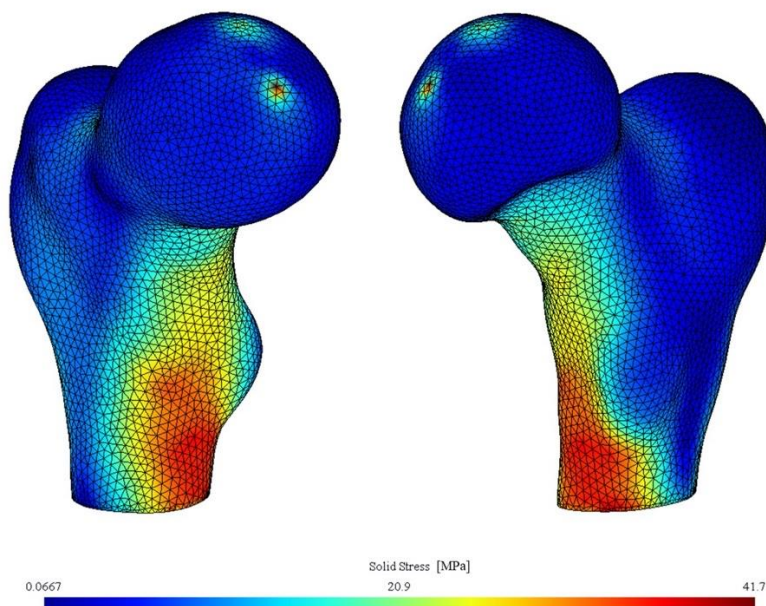
6. РЕЗУЛТАТИ НУМЕРИЧКИХ СИМУЛАЦИЈА

6.1 Изотропне материјалне карактеристике

На сликама 27-32 приказани су резултати нумеричких симулација (расподеле напона и деформације), када су коришћене изотропне материјалне карактеристике бутне кости.

6.1.1 Случај 1

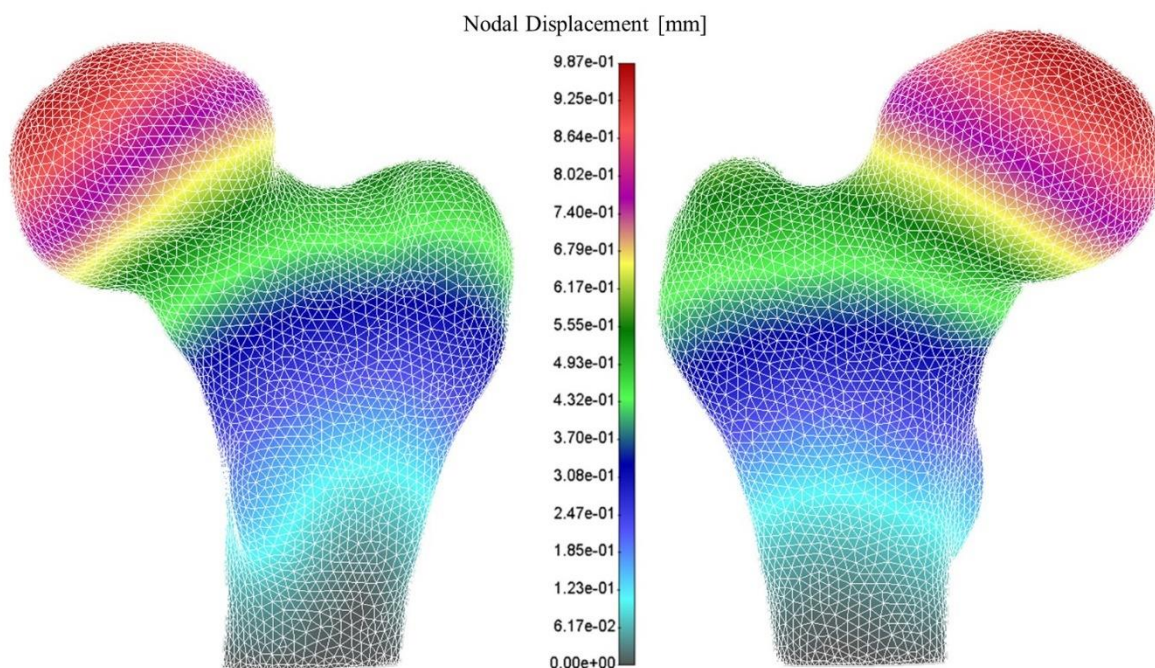
На слици 27 приказана је расподела напона за случај 1. Израчунати напони бутне кости били су у распону од 0.0667 до 41.7 МПа.



Слика 27. Расподела напона – случај 1

Максималне вредности напона могу се уочити на телу бутне кости, које је фиксирано и на месту где је дефинисана сила F_1 (дејство тежине тела). Врат бутне кости је најкритичније место, јер управо ту најчешће долази до прелома и због тога је битно посебно обратити пажњу на овај део модела. Вредност напона на врату бутне кости не прелази вредност од 26.07 МПа.

На слици 28 приказана је расподела померања за случај 1. Израчуната померања бутне кости била су у распону од 0 до 0.987 mm.

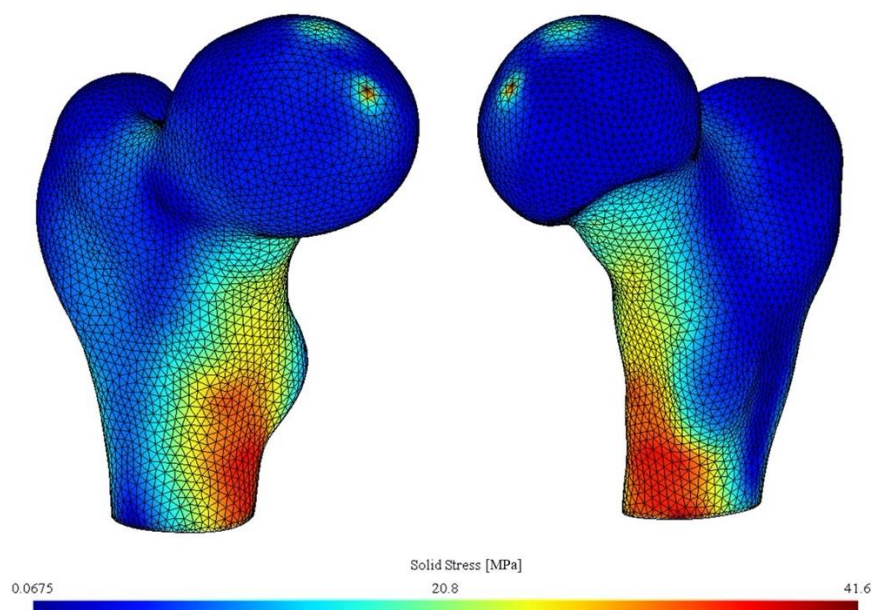


Слика 28. Расподела померања – случај 1

Максималне вредности померања су у регији главе бутне кости, где је задато дејство тежине тела. На дну модела не долази до померања услед дефинисаних граничних услова (дно тела бутне кости је фиксирано).

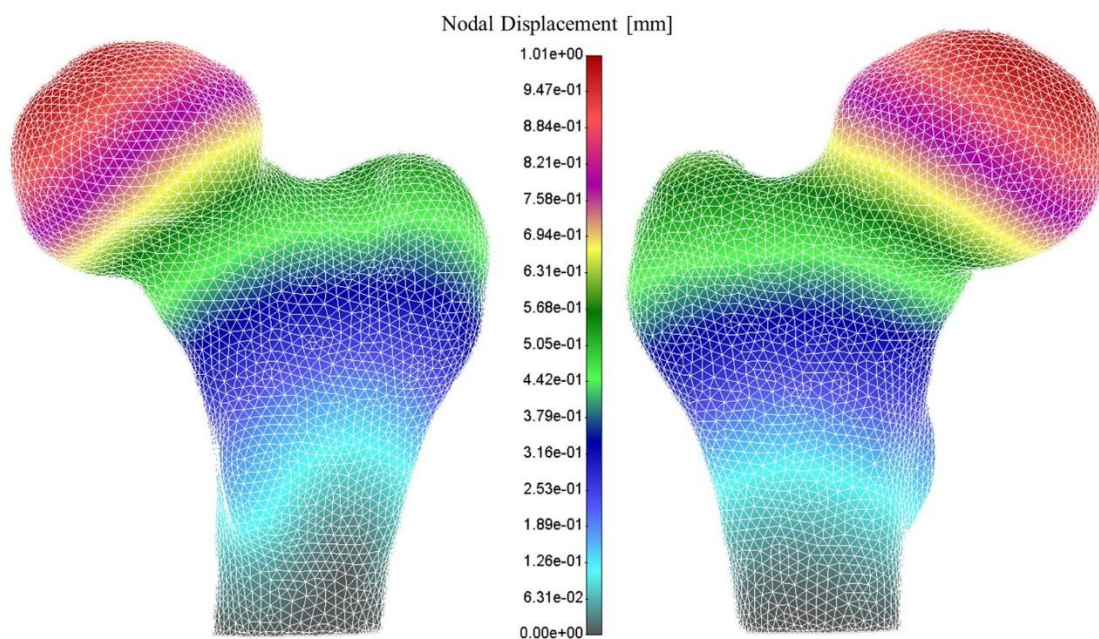
6.1.2 Случај 2

На слици 29 приказана је расподела напона за случај 2. Израчунати напони су били у распону од 0.0675 до 41.6 МПа. Као и у претходном случају, максималне вредности напона се могу уочити на месту, где је дефинисано дејство тежине тела. Поређењем расподеле напона са претходним случајем, може се приметити да је расподела идентична. Разлика између ова два случаја је у израчунатим вредностима напона. Како је у овом случају дефинисан Јангов модул еластичности био мањи, у односу на вредност из првог случаја, тако су и добијене вредности напона мање у односу на претходно приказан резултат.



Слика 29. Расподела напона – случај 2

На слици 30 приказана је расподела померања за случај 2. Израчуната померања бутне кости била су у распону од 0 до 1.01 mm.

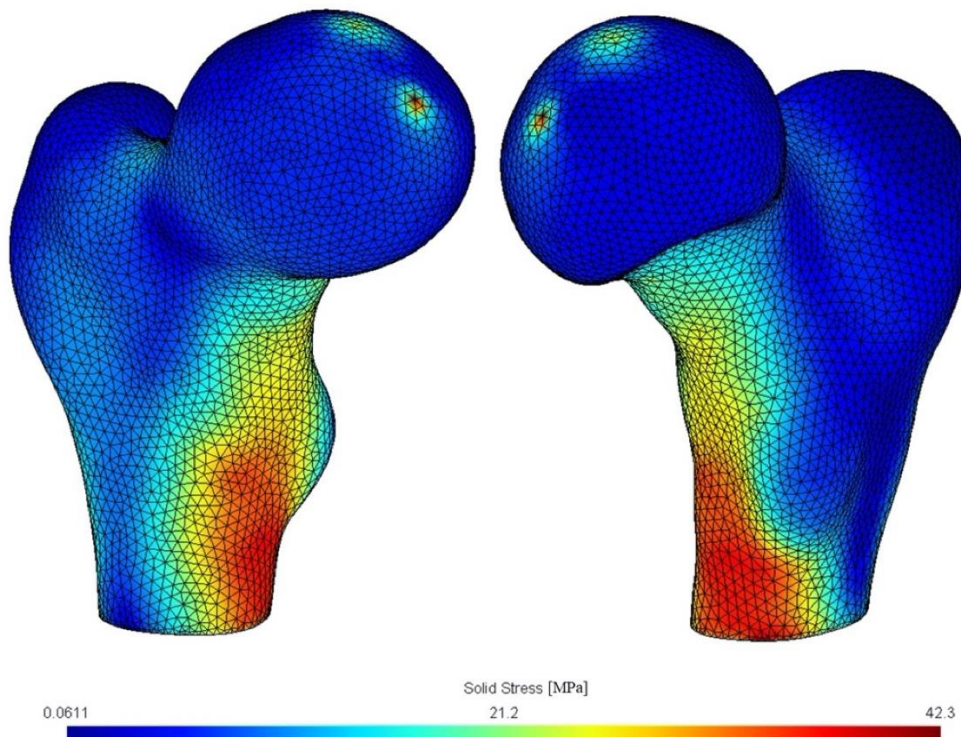


Слика 30. Расподела померања – случај 2

На основу добијених резултата, може се приметити да је задавање мањег модула еластичности довело до добијања већих вредности померања. Расподела померања је идентична расподели, која је добијена у претходном случају.

6.1.3 Случај 3

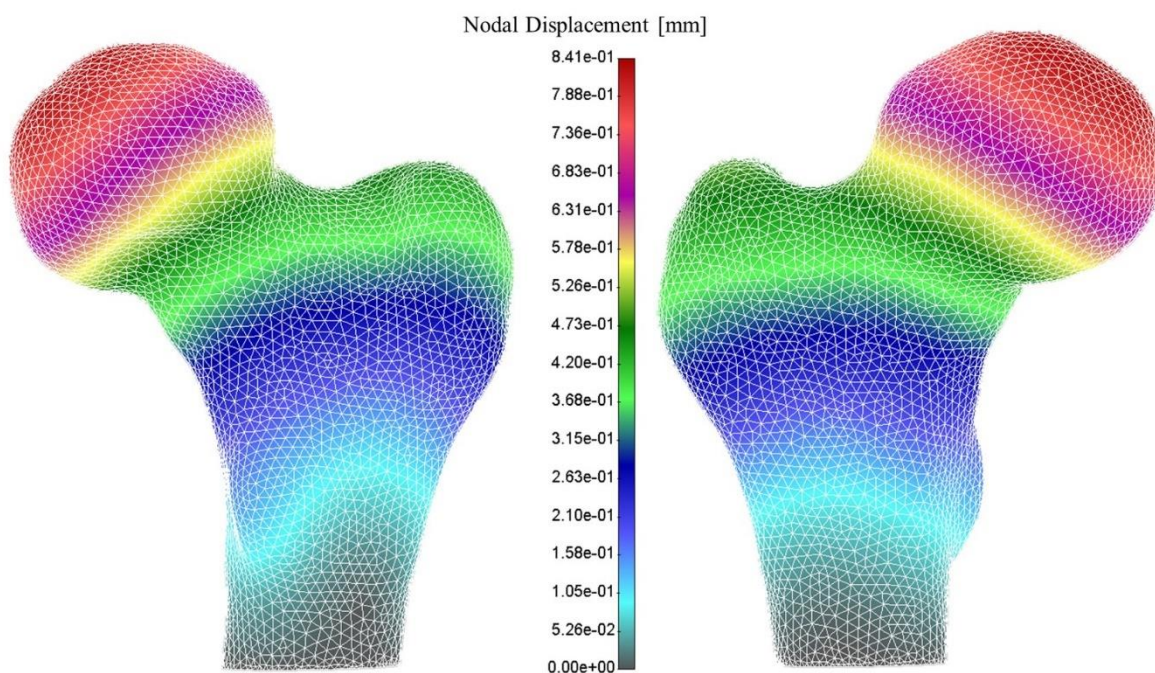
Расподела напона за случај 3 дата је на слици 31. У овом случају се може приметити да је напон у већем распону у односу на претходна два – од 0.0611 до 42.3 МПа.



Слика 31. Расподела напона – случај 3

У трећем случају је задат највећи Јангов модул еластичности и поређењем са претходним резултатима, могуће је уочити разлике у расподели напона. Места, где је максимални напон, су остала непромењена, али се може приметити да, у овом случају, на телу бутне кости постоји регија, где је вредност напона знатно већа, у односу на окружење. Поред овога, може се приметити да су вредности напона, на глави и врату бутне кости веће у односу на претходна два случаја, али исто тако се може приметити и да је на већој површини главе и бутне кости израчунат напон, који прелази вредност првог подеока у претходна два случаја.

На слици 32 приказана је расподела померања за случај 3. Израчуната померања бутне кости била су у распону од 0 до 0.841 mm. Као и у претходна два случаја, ништа се није променило у расподели померања, једина разлика је у вредностима померања, која су у овом случају знатно нижа, него у претходна два.



Слика 32. Расподела померања – случај 3

6.1.4 Поређење резултата – изотропне материјалне карактеристике

У табели 13 дато је поређење добијених напона за сва три случаја. У врсти *Разлика [%]*, представљена је разлика између вредности у трећем случају и вредности добијених на основу израчунатих модула еластичности.

Табела 13. Поређење добијених напона – изотропне материјалне карактеристике

	Случај 1	Случај 2	Случај 3
Максимални напон [МПа]	41.7	41.6	42.3
Разлика [%]	-1.42 %	-1.65 %	-

Резултати приказани у претходној табели, указују да је разлика између добијених резултата прилично мала. Уколико се приликом анализе користе једноставнији гранични услови (коришћени у овом раду), може се избећи анализа снимака у циљу израчунавања модула еластичности и усвојити вредност модула еластичности из литературе.

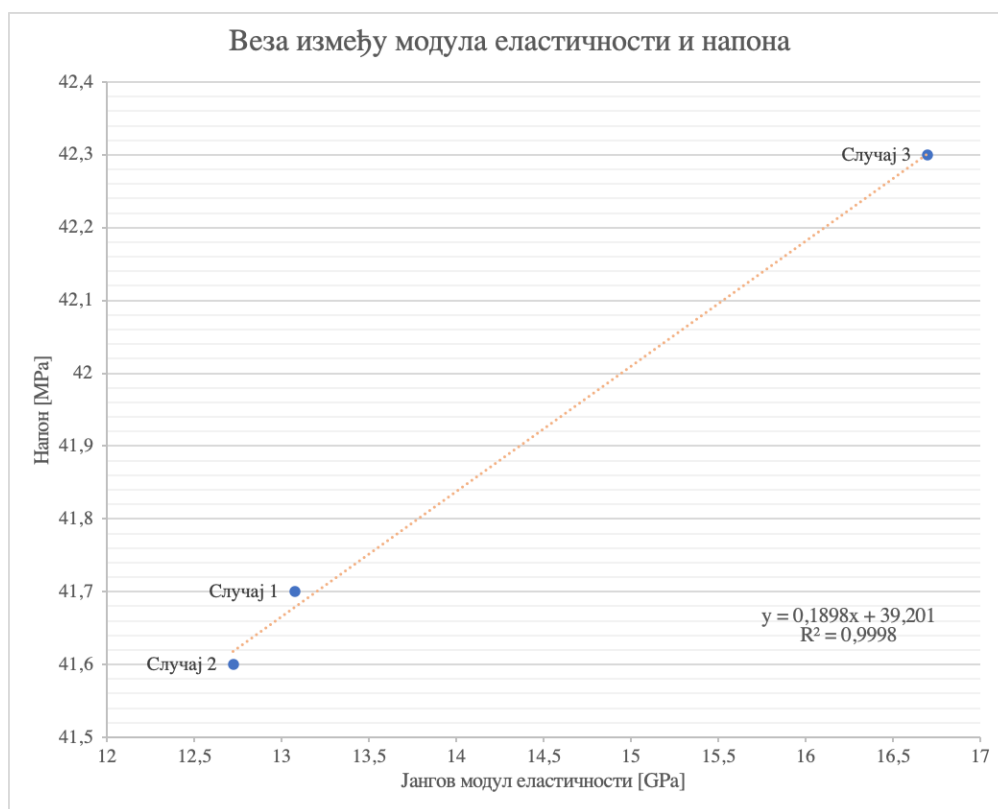
У табели 14 дато је поређење добијених померања за сва три случаја. Као и у претходној табели, врста *Разлика [%]* представља разлику између вредности у трећем случају и вредности добијених на основу израчунатих модула еластичности.

Табела 14. Поређење добијених померања – изотропне материјалне карактеристике

	Случај 1	Случај 2	Случај 3
Максимално померање [mm]	0.987	1.01	0.841
Разлика [%]	+17.4 %	+20.1 %	-

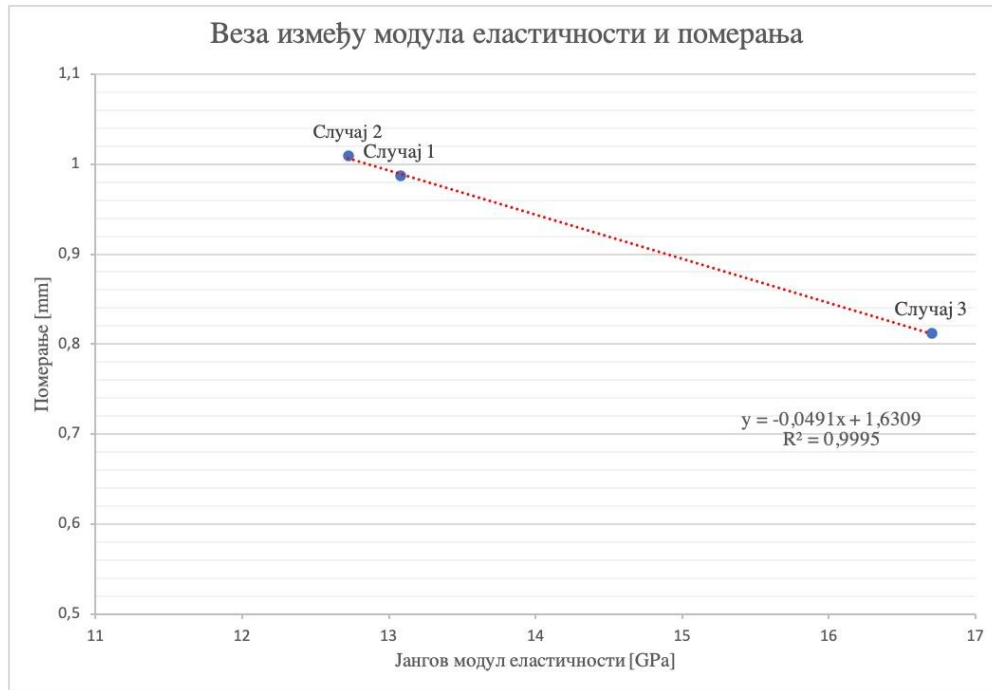
За разлику од резултата приказаних у претходној табели, где је разлика између добијених вредности напона била прилично мала, у овом случају имамо знатно већу разлику између добијених резултата. Иако се на основу претходне табеле чинило, да може да се занемари израчунавање реалног модула еластичности, ова табела указује на супротност.

На слици 33 приказана је зависност између модула еластичности и добијених напона за изотропне материјалне карактеристике. Коефицијент детерминације линеарне корелације, између ова два параметра, износио је 0.9998. Добијена зависност је и била очекивана, с обзиром да су кортикална и сунђераста бутна кост биле дефинисане као линеарно еластични материјал.



Слика 33. Корелација између модула еластичности и напона

На слици 34 приказана је зависност између модула еластичности и добијених померања за изотропне материјалне карактеристике.



Слика 34. Корелација између модула еластичности и померања

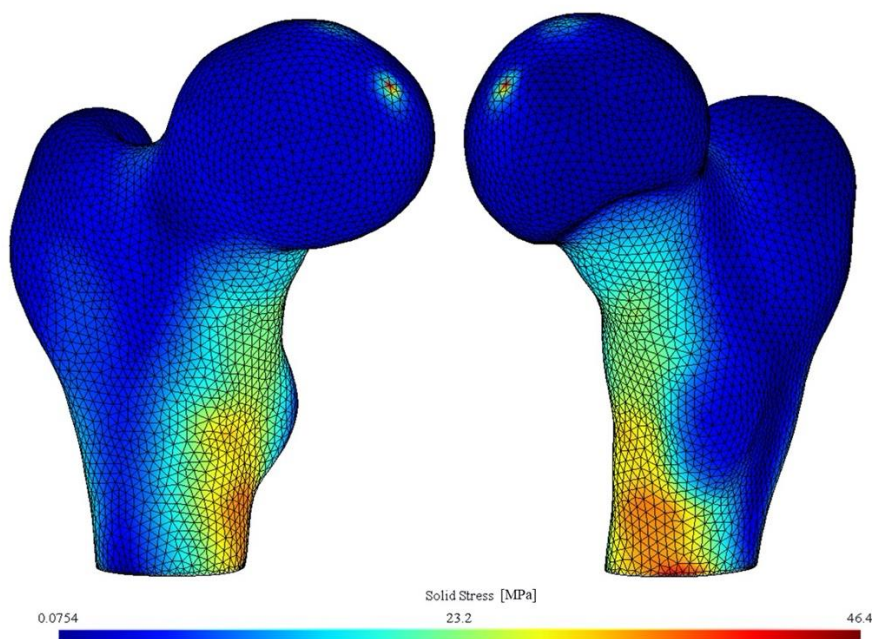
Добијени коефицијент детерминације линеарне корелације, између ова два параметра, је био мањи него за корелацију модул еластичности – напон и износио је 0.9995. Као и за претходну корелацију, добијена зависност је и била очекивана, с обзиром да су кортикална и сунђераста бутна кост биле дефинисане као линеарно еластични материјал.

6.2 Ортотропне материјалне карактеристике

Ортотропне материјалне карактеристике кортикалне бутне кости, боље описују њено механичко понашање, па се значај примене реалних материјалних карактеристика знатно боље може уочити у овој групи нумеричких симулација.

6.2.1 Случај 4

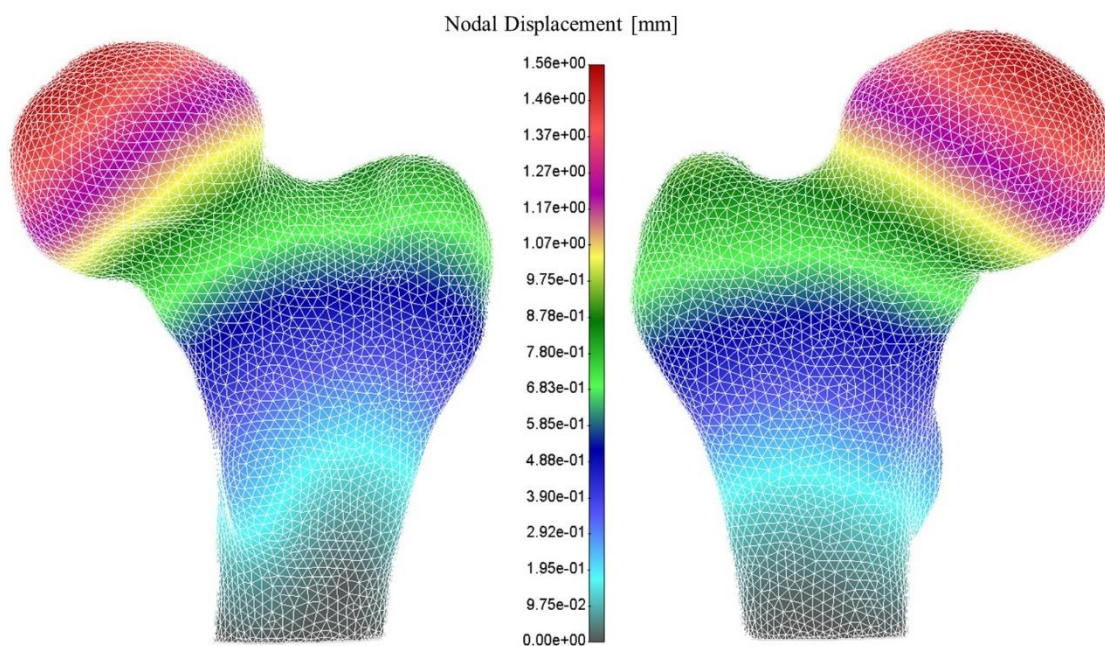
Расподела напона за случај 4 приказана је на слици 35. Израчунати напони су били у распону од 0.0754 до 46.4 МПа. Као и код симулација, које су користиле изотропне материјалне карактеристике, и овде су максималне вредности, на фиксираном делу бутне кости и на месту где је дефинисано дејство тежине тела.



Слика 35. Расподела напона – случај 4

У поређењу са претходном групом симулација, може се приметити да већи део површина кортикалне бутне кости има вредност напона који је у доњој половини израчунатог распона. Такође, може се приметити да су и глава и врат бутне кости мање оптерећени у овом случају.

На слици 36 приказана је расподела померања за случај 4. Израчуната померања бутне кости била су у распону од 0 до 1.56 mm.

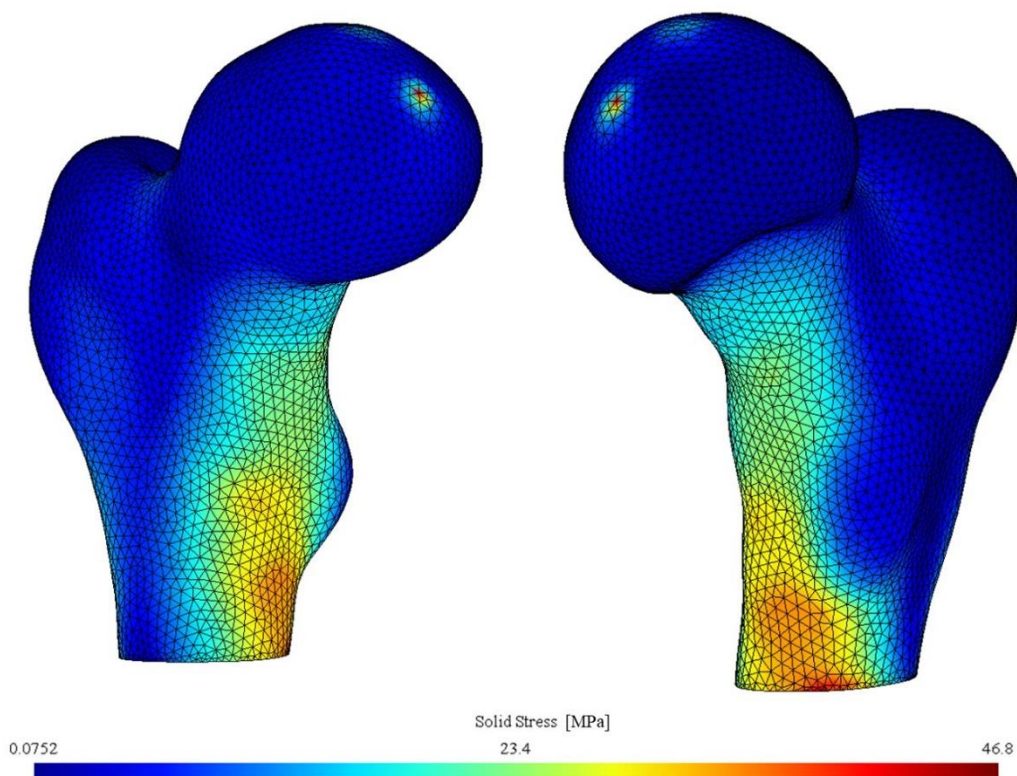


Слика 36. Расподела померања – случај 4

Поређењем добијене расподеле за случај 4 са претходним расподелама, може се уочити да нема никакве преомене у расподели померања. Оно што се јасно може уочити, јесте да коришћење ортотропних материјалних карактеристика за кост, за резултат дају знатно веће вредности померања.

6.2.2 Случај 5

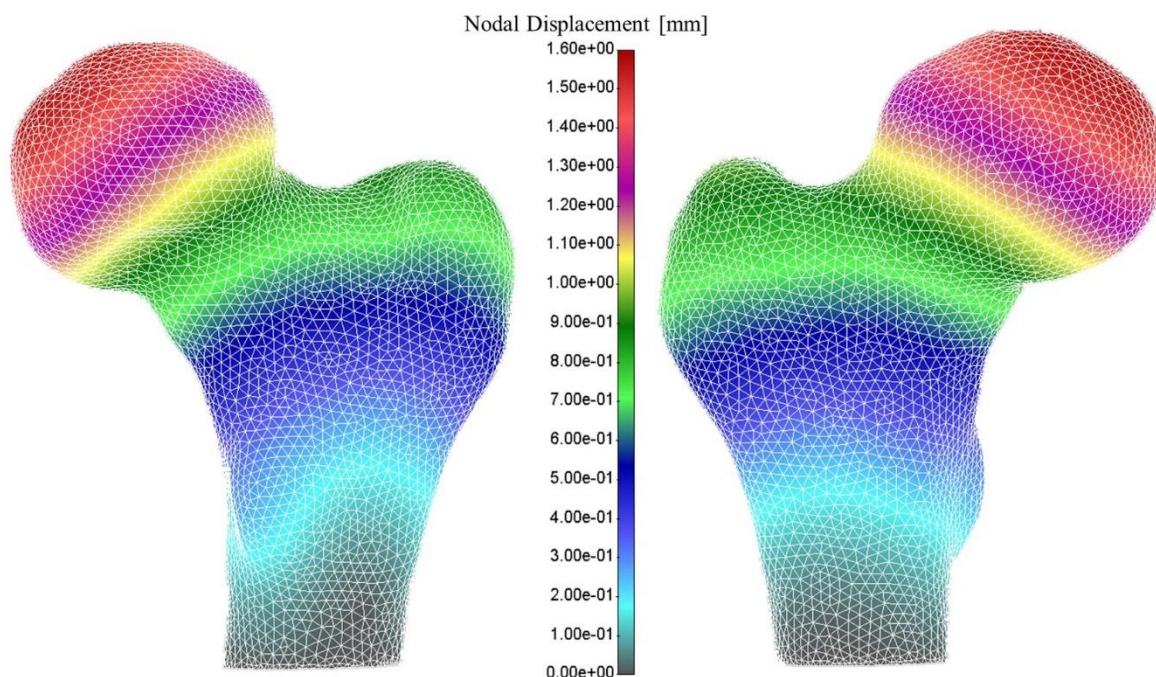
На слици 37 приказана је расподела напона за случај 5. Израчунати напони су били у распону од 0.0752 до 46.8 МПа.



Слика 37. Расподела напона – случај 5

Максималне вредности напона се могу уочити на месту, где је дефинисано дејство тежине тела и на фиксираном делу, као и у претходном случају. Поређењем резултата случаја 4 и 5, може се приметити да је расподела скоро идентична. Иста ситуација је била и у прва два случаја. У овом случају су вредности модула еластичности биле мало ниже, у односу на случај 4, па су и добијене вредности напона ниже.

На слици 38 приказана је расподела померања за случај 5. Израчуната померања бутне кости била су у распону од 0 до 1.6 mm.

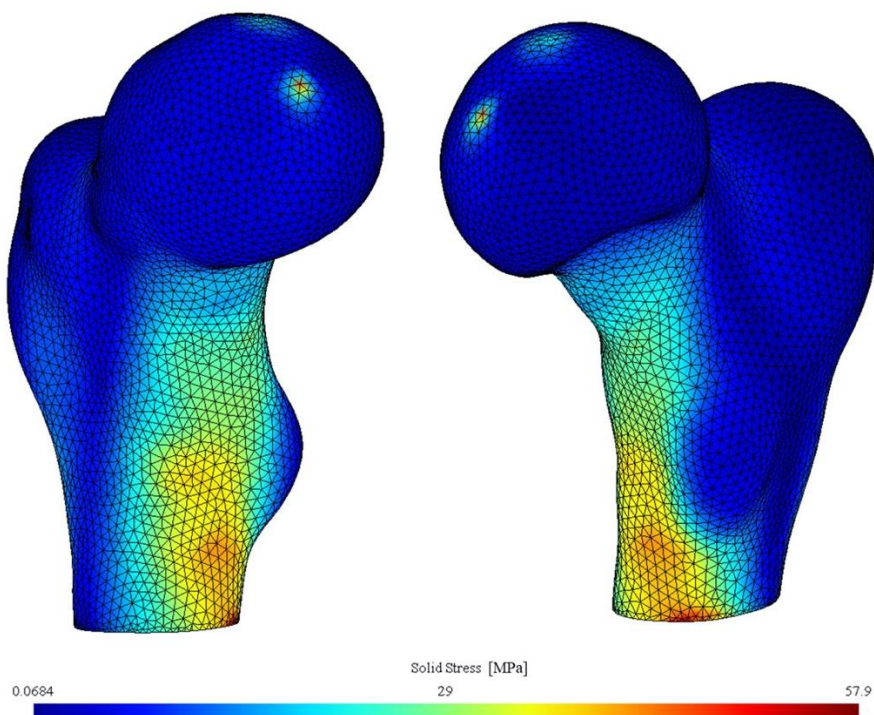


Слика 38. Расподела померања – случај 5

Као и у претходним симулацијама, расподела померања се није променила. Највећа померања су добијена на глави бутне кости.

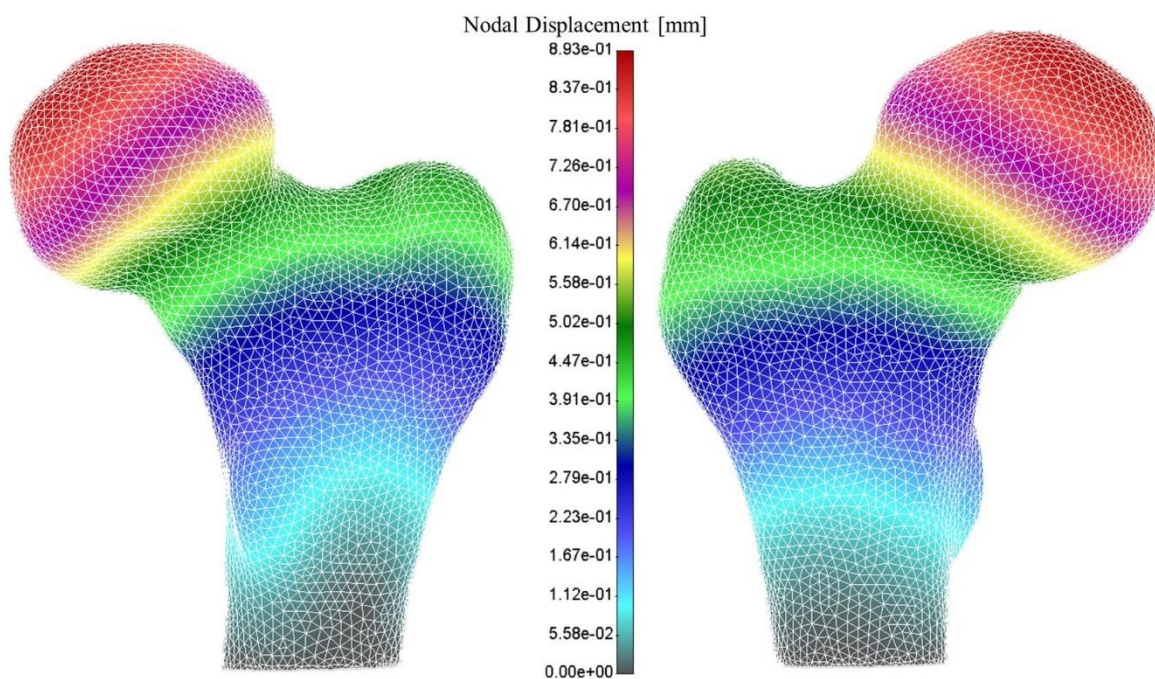
6.2.3 Случај 6

Расподела напона за случај 6 дата је на слици 39. Као и у случају 3, у овом случају израчунати напон је у већем распону, у односу на претходна два случаја – од 0.0684 до 57.9 МПа. У овом случају је задат Јангов модул еластичности, који је преузет из литературе. Овај модул еластичности је био знатно већи у односу на израчунате вредности, па је и очекивано да ће добијени напони бити већи. Као и у свим претходним случајевима, места где су израчунати максимални напони су остала непромењена.



Слика 39. Расподела напона – случај 6

На слици 40 приказана је расподела померања за случај 6. Израчуната померања бутне кости била су у распону од 0 до 0.893 mm и ово представља најмањи распон вредности када је кост посматрана као ортотропан материјал.



Слика 40. Расподела померања – случај 6

6.2.4 Поређење резултата – ортотропне материјалне карактеристике

У табели 15 дато је поређење добијених напона за сва три случаја, где су коришћене ортотропне материјалне карактеристике. У врсти *Разлика [%]*, представљена је разлика између вредности у трећем случају и вредности добијених на основу израчунатих модула еластичности.

Табела 15. Поређење добијених напона – ортотропне материјалне карактеристике

	Случај 4	Случај 5	Случај 6
Максимални напон [МПа]	46.4	46.8	56.56
Разлика [%]	-19.86 %	-19.17 %	-

Резултати приказани у претходној табели, указују да је разлика између добијених резултата прилично велика, за разлику од приказаних резултата за изотропне материјалне карактеристике. У случају када се користе ортотропне материјалне карактеристике, прилично велику улогу имају вредности модула еластичности.

У табели 16 дато је поређење добијених померања, када су коришћене ортотропне материјалне карактеристике. Као и у претходној табели, врста *Разлика [%]* представља разлику између вредности у трећем случају и вредности добијених на основу израчунатих модула еластичности.

Табела 16. Поређење добијених померања – ортотропне материјалне карактеристике

	Случај 1	Случај 2	Случај 3
Максимално померање [mm]	1.56	1.6	0.893
Разлика [%]	+74.7 %	+79.2 %	-

Анализом резултата, приказаних у претходној табели, се јасно може видети значај коришћења модула еластичности пацијента чији се снимци користе. Примена ортотропних материјалних карактеристика даје знатно боље резултате, када се анализирају кости. У случајевима, када су задате ортотропне материјалне карактеристике, може се приметити знатно већа разлика у добијеним резултатима, у односу на разлике, када се користе изотропне материјалне карактеристике. Ово може имати велики значај, уколико се анализирају кости, које су погођене неком болешћу као што је остеоартитис.

7. ЗАКЉУЧАК

Технолошки развој претходних деценија, омогућио је знатни напредак у анализама човековог тела. Напредак је посебно приметан у истраживањима, која користе нумеричке методе, као начин да дођу до нових сазнања. Истраживања, у области биоинжењеринга, се све више окрећу ка анализи модела конкретних пацијената, како би се пружила што боља нега и постигли што бољи резултати током лечења пацијената.

Приказани алат, за израчунавање модула еластичности на основу снимака пацијента, представља начин да се унапреде нумеричке симулације, које се баве проблемима у области биоинжењеринга. Његов главни недостатак је то, што се тренутно може користити само за кортикални део кости. Приказани алат представља добру основу за даље унапређење, које би могло да иде у следећим правцима:

- Аутоматска детекција кортикалне кости,
- Прецизно одређивање граница између кортикалне и сунђерасте кости,
- Развој графичког интерфејса, који би кориснику омогућио једноставнију манипулацију снимцима који се користе,
- Могућност избора кости, која се анализира, како би се избегло мануелно уклањање дела снимка, који припада одговарајућем опсегу вредности кортикалне кости, али није кост која се анализира.

Могућност израчунавања модула еластичности, на основу снимака пацијената, знатно доприноси резултату нумеричких симулација. Као што је приказано у секцији 5, модули еластичности могу да имају веома велики утицај на добијене резултате, а самим тим могу и да утичу на даљи ток лечења. Значај одређивања модула еластичности пацијента је веома лако уочљив, када се анализирају пацијенти са болестима, као што је остеопороза, где се током времена смањује густина кости а самим тим и вредност модула еластичности. На овај начин можемо вршити процене ризика од прелома кости, као последицу болести. Такође, одређивање модула еластичности може бити од значаја и приликом анализа интеракције ортопедских помагала, као што је имплант за кук, и одговарајуће кости.

На основу добијених резултата могуће је закључити да, у случају изотропног, линеарно еластичног и хомогеног материјала, материјалне карактеристике пацијента имају знатно мањи утицај на добијене резултате, у поређењу са вредностима које се узимају из литературе. Приликом анализе бутне кости, за статичке услове оптерећења, може се усвојити вредност модула еластичности из литературе, нарочито уколико се само анализира расподела напона. На овај начин се знатно смањује време, потребно за припрему модела за нумеричке симулације, без знатног утицаја на крајњи исход. Може се претпоставити да би ситуација била знатно другачија, уколико би се кост делила на више целина – уколико би се бутна кост поделила макар на главу бутне кости, врат бутне кости и тело бутне кости. Да би било могуће анализирати кост на тај начин, неопходне би биле две ствари:

1. Модификовати програм за израчунавање модула еластичности, тако да се узму у обзир целине кости, која се анализира,
2. Направити додатни програм, који би повезивао целине са снимака, које се користе за израчунавање модула еластичности, са одговарајућим сегментима модела, који се користи за нумеричке симулације.

У случају ортотропних материјалних карактеристика, закључак је другачији. На основу приказаних резултата, веома је уочљив утицај вредности модула еластичности на напон и померања бутне кости. Потребно је додатно анализирати једначине, које се користе за израчунавање модула еластичности бутне кости, када се посматра као материјал са ортотропним карактеристикама. Примећено је да су добијени модули еластичности знатно мањи, у односу на вредности које су приказане у литератури. За прецизније описивање механичког понашања кости, потребно је користити ортотропне материјалне карактеристике. Поређењем резултата који су користили модуле еластичности из литературе, може се приметити да је разлика у максималним вредностима напона и померања прилично велика, што указује на значај задавања одговарајућих материјалних карактеристика.

8. РЕФЕРЕНЦЕ

- [1] <https://bodytomy.com/labeled-skeletal-system-diagram>, приступљено 06.08.2020. године
- [2] D. B. Burr, O. Akkus, Bone Morphology and Organization, *Basic and Applied Bone Biology*, Academic Press, 3-25, 2014.
- [3] X. Sun, L. L. Y. Guo, H. Zhao, S. Zhang, Y. Yu, D. Wu, H. Liu, M. Yu, D. Shi, Z. Liu, M. Zhou, L. Ren, L. Fu, Influences of organic component on mechanical property of cortical bone with different water content by nanoindentation, *AIP Advances*, 8, 035003, 2018.
- [4] OpenStax College, Anatomy and physiology, OpenStax College, 2013.
- [5] B. Clarke, Normal Bone Anatomy and Physiology, *Clin J Am Soc Nephrol*, 3, S131-S139, 2008.
- [6] http://images.flatworldknowledge.com/zimmerman/zimmerman-fig09_002.jpg., приступљено 08.08.2020. године
- [7] S. Chahal, A. Kumar, F. S. J. Hussian, Development of biomimetic electrospun polymeric biomaterials for bone tissue engineering. A review, *Journal of Biomaterials Science, Polymer Edition*, 30(14), 1308-1355, 2019.
- [8] R. Oftadeh, M. Perez-Viloria, J. C. Villa-Camacho, A. Vaziri, A. Nazarian, Biomechanics and Mechanobiology of Trabecular Bone: A Review, *J Biomech Eng*, 137(1), 0108021–01080215, 2015.
- [9] B. Abernethy, J. S. Hanrahan, V. Kippers, L. Mackinnon, G. M. Pandy, Biofizičke osnove ljudskog pokreta, Beograd: DATA STATUS, 2012.
- [10] Blausen.com staff, Medical gallery of Blausen Medical 2014, *WikiJournal of Medicine*, 1(2), 10, 2014.
- [11] М. Мијач, М. Благотић, Љ. Ђорђевић, Г. Теофиловски-Парапид, Анатомија човека: остеологија, Београд: Савремена администрација, 2008.
- [12] <https://orthoinfo.aaos.org/en/diseases--conditions/transient-osteoporosis-of-the-hip/>., приступљено 10.08.2020. године
- [13] <https://orthoinfo.aaos.org/en/diseases--conditions/patellar-kneecap-fractures/>., приступљено 10.08.2020. године

- [14] <https://pathologies.lexmedicus.com.au/collection/hip-avascular-necrosis.>, приступљено 10.08.2020. године
- [15] E. Novitskaya, P. Y. Chen, E. Hamed, L. Jun, V. A. Lubarda, I. Jasiuk, J. McKittrick, Recent advances on the measurement and calculation of the elastic moduli of cortical and trabecular bone: a review, *Theoretical and Applied Mechanics*, 38(3), 209-297, 2011.
- [16] V. Chittibabu, K. Santa Rao, P. Govinda Rao, Factors affecting the mechanical properties of compact bone and miniature specimen test techniques: a review, *Advances in Science and Technology Research Journal*, 10(32), 169-183, 2016.
- [17] E. F. Morgan, G. U. Unnikrisnan, A. I. Hussein, Bone Mechanical Properties in Healthy and Diseased States, *Annual Review of Biomedical Engineering*, 20, 119-143, 2018.
- [18] R. Havaladar, S. C. Pilli, P. B. B, Insights into the effects of tensile and compressive loadings on human femur bone, *Advanced biomedical research*, 3, 101, 2014.
- [19] University of Cambridge, Mechanical properties of bone, https://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/bones/bone_mechanical.php.
- [20] D. R. Carter, W. C. Hayes, The compressive behavior of bone as a two-phase porous structure, *J Bone Joint Surg*, 59A, 954-962, 1977.
- [21] M. B. Schaffler, D. B. Burr, Stiffness of compact bone: effects of porosity and density, *J Biomech*, 21, 13-16, 1988.
- [22] J. H. Keyak, I. Lee, H. B. Skinner, Correlations between orthogonal mechanical properties and density of trabecular bone: use of different densitometric measures, *J Biomech Mater Res Vol.*, 28, 1329-1236, 1994.
- [23] C. J. Hernandez, G. S. Beaupre, T. S. Keller, D. R. Carter, The influence of bone volume fraction and ash fraction on bone strength and modulus, *Bone*, 29(1), 74-78, 2001.
- [24] J. C. Lotz, T. N. Gerhart, W. C. Hayes, Mechanical properties of metaphyseal bone in the proximal femur, *J Biomech*, 24, 317-329, 1991.
- [25] D. L. Kopperdahl, T. M. Keaveny, Yield Strain Behavior of Trabecular Bone, *Journal of Biomechanics*, 31(7), 601-608, 1998.
- [26] T. Ciarelli, D. Fyhrie, M. Schaffler, S. Goldstein, Variations in Three-Dimensional Cancellous Bone Architecture of the Proximal Femur in Female Hip Fractures and in Controls, *Journal of Bone and Mineral Research*, 15(1), 32-40, 2000.
- [27] E. F. Morgan, H. H. Bayraktar, T. M. Keaveny, Trabecular Bone Modulus-Density Relationships Depend on Anatomic Site, *Journal of Biomechanics*, 36(5), 897-904, 2003.

- [28] T. S. Kaneko, J. S. Bell, M. R. Pejicic, J. Tehranzadeh, J. H. Keyak, Mechanical Properties, Density and Quantitative CT Scan Data of Trabecular Bone With and Without Metastases, *Journal of Biomechanics*, 37(4), 523–530, 2004.
- [29] B. Li, R. M. Aspden, Composition and mechanical properties of cancellous bone from the femoral head of patients with osteoporosis or osteoarthritis, *Journal of Bone and Mineral Research*, 12(4), 641-651, 1997.
- [30] J. Y. Rho, M. C. Hobatho, R. B. Ashman, Relations of mechanical properties to density and CT numbers in human bone, *Medical engineering & physics*, 17(5), 347-355, 1995.
- [31] T. S. Keller, Predicting the compressive mechanical behavior of bone, *Journal of Biomechanics*, 27(9), 1159–1168, 1994.
- [32] R. Krone, P. Schuster, An Investigation on the Importance of Material Anisotropy in Finite-Element Modeling of the Human Femur, *SAE Technical Paper Series*, 2006-01-0064., 2006.
- [33] A. Soni, A. Chawla, S. Mukherjee, Effect of muscle contraction on knee loading for a standing pedestrian in lateral impacts, *In Proceedings of 20th ESV conference*, 2017.
- [34] J.-G. Tseng, B. W. Huang, S.-H. Liang, K. T. Yen, Y. C. Tsai, Normal Mode Analysis of a Human Fibula, *Life Science Journal*, 11(12), 711-718, 2014.
- [35] P. Prochor, Finite element analysis of stresses generated in cortical bone during implantation of a novel Limb cortical bone during implantation of a novel Limb, *Biocybernetics and Biomedical Engineering*, 37(2), 255-262, 2017.
- [36] D. T. Reilly, A. H. Burnstein, The Mechanical Properties of Cortical Bone, *Journal of Bone and Joint Surgery*, 56(5), 1001-1022, 1974.
- [37] E. Taheri, B. Sepehri, R. Ganji, Mechanical Validation of Perfect Tibia 3D Model Using Computed Tomography Scan, *Engineering*, 4(12), 877-880, 2012.
- [38] A. Perez, A. Mahar, C. Negus, P. Newton, T. Impelluso, A computational evaluation of the effect of intramedullary nail material properties on the stabilization of simulated femoral shaft fractures, *Medical Engineering & Physics*, 30, 6, 2008.
- [39] S. Antic, A. Vukicevic, M. Milasinovic, I. Saveljic, G. Jovicic, N. Filipovic, Z. Rakocevic, M. Djuric, Impact of the lower third molar presence and position on the fragility of mandibular angle and condyle: A Three-dimensional finite element study, *Journal of Cranio-Maxillofacial Surgery*, 43(6), 870-878, 2015.
- [40] http://radlink.com.sg/our_services/computed-tomography-ct-scan/, приступљено 10.08.2020. године

- [41] G. Chen, B. Schmutz, D. Epari, K. Rathnayaka, S. Ibrahim, M. A. Schuetz, M. J. Pearcy, A new approach for assigning bone material properties from CT images into finite element models, *Journal of Biomechanics*, 43(5), 1011-1015, 2010.
- [42] A. Dhanopia, M. Bhargava, Finite element analysis of human fractured femur bone implantation with PMMA thermoplastic prosthetic plate, *Procedia engineering*, 173, 1658-1665, 2017.
- [43] A. Perez, A. Mahar, C. Negus, P. Newton, T. Impelluso, A computational evaluation of the effect of intramedullary nail material properties on the stabilization of simulated femoral shaft fractures, *Medical Engineering & Physics*, 30(6), 755-757, 2008.