

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Основне академске студије

Модул: Машинске конструкције и механизација

Предмет: Машински елементи 2

Број индекса: 103/2010

Срђан Р. Радојевић

Фактори оптерећења код зупчастих преносника снаге

завршни рад

Комисија за преглед и одбрану:

1. **Др Мирко Благојевић, доцент - ментор**

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

У оквиру овог завршног рада кандидат треба да опише поступке прорачуна фактора оптерећења код зупчастих преносника снаге и да изврши анализу резултата прорачуна истих различитим методама.

Препоручена литература:

[1] Вера Николић : МАШИНСКИ ЕЛЕМЕНТИ, КРАГУЈЕВАЦ, 2004.

[2] Мирослав Огњановић : МАШИНСКИ ЕЛЕМЕНТИ, БЕОГРАД, 1992.

Крагујевац, 2014

ментор:

др Мирко Благојевић, доцент

Садржај:

Резиме

1. Увод	1
2. Подела и карактеристике зупчастих преносника	2
3. Оптерећење зупчаника	6
3.1 Спољна додатна динамичка оптерећења K_A	6
3.2 Унутрашња додатна динамична оптерећења	8
3.2.1 Утицај еластичне деформације зуба на величину унутрашњих додатних динамичких сила	16
3.2.2 Утицај неправилности профила бока зуба на величину унутрашњих додатних динамичких сила	18
3.3 Фактор расподеле оптерећења дуж додирне линије бокова зубаца $K_{H\beta}$	19
3.3.1 Стварно (ефективно) одступање шаралелности бочних линија $F_{\beta\gamma}$	23
3.3.2 Средња крутост спрегнутих парова зубаца c_γ	28
3.4 Фактори расподеле оптерећења на парове зубаца $K_{H\alpha}$ и $K_{F\alpha}$	32
4. Прорачун зупчаника	35
5. Прорачун носивости зупчаника	39
6. Закључак	47
7. Литература	48

Резиме

У раду су представљене основне карактеристике фактора оптерећења код зупчастих преносника снаге и њихов утицај на рад сваке машинске конструкције. Такође, детаљно су описане све методе за одређивање фактора оптерећења, како теоријски тако и практично на урађеном примеру. У питању је цилиндрични зупчасти пар са косим зупцима и на основу примера су на крају рада дата закључна разматрања.

Кључне речи : зупчани преносници, фактори оптерећења, методе за одређивање, прорачун

Abstract

In the introduction of the paper it is pointed to basic characteristics of the load factors of gears forces and their impact on the operation of any mechanical construction. Also, all the methods for determining the load factor are described in detail, theoretically and practically on an example. It is a cylindrical gear pair of helical and on the basis of examples are given at the end of concluding remarks.

Keywords : perforated conveyors, load factors, methods for the determination, calculation

1. Увод

Зупчасти преносници снаге су најзаступљенији у савременој машиноградњи. Користе се од сложених машинских система, преко прецизних и ситних апарата па до најједноставнијих апарата у домаћинству итд.

Прорачу геометријских величина и основних кинематских параметара се врши према усвојеном међународном и нашем ИСО (ISO) стандарду и тај поступак је дефинисан у датој литератури (МЕ В.Николић).

Тема овог рада је био прорачун фактора оптерећења зупчастих преносника снаге и у оквиру овог рада представљени су различити начини прорачуна ових оптерећења. Урађен је један конкретан пример и на основу примера су на крају рада дата закључна разматрања.

Прорачун носивости зупчаника, заснован је на препорукама стандарда ISO/DIN 6336 / I – IV из 1992. и DIN 3990 из 1992. Стварни радни услови се узимају, према препорукама, преко утицајних фактора. Фактори се могу одређивати на 4 начина, од методе А, која је најтачнија, до методе Д која у свом прорачуну уноси разне претпоставке и олакшице у раду.

- Метода А

Према методи А утицајни фактори се одређују тачним мерењима или детаљним прорачуном. При томе је потребно познавање свих података (конструкционих и технолошких) о преносници, [1].

- Метода Б

По методи Б фактори се одређују уз одговарајућа приближења (упрошћења). На пример, зупчасти пар се посматра као прост осцилаторни систем састављен од две масе. У прорачуну се занемарују сви остали утицаји (на пример, други преносни елементи у посматраном преноснику, итд.), [1].

- Метода Ц

Метода Ц подразумева дања упрошћења у односу на методу Б. Тако се претпоставља да зупчаник ради само у поткритичном подручју броја обртаја, да је израђен од пуног материјала, да се одступања подеоног и спрежног корака иста, да је угао профила алата $\alpha = 20^\circ$ итд, [1].

- Метода Д

Према методи Д уводе се још нека поједностављења. На пример, у спрези дејствује константно јединично оптерећење од 350 N/mm^2 . Ова метода се користи само за приближне прорачуне, [1].

2. Подела и карактеристике зупчастих преносника

Зупчасти преносници преносе кретање и обртни момент, са једног вратила на друго, помоћу тзв. везе обликом, коју чине спрег зубаца зупчаника. Најједноставнији зупчасти преносник састоји се од два зупчаника у спрези који чине зупчасти пар. Један од ова два зупчаника је погонски, а други је гоњени. Погонски зупчаник преноси кретање и обртни момент на гоњени зупчаник и ближе се налази погонској машини, док је гоњени ближи радној. Зупчаници који чине зупчасти пар називају се спрегнути зупчаници, [2].

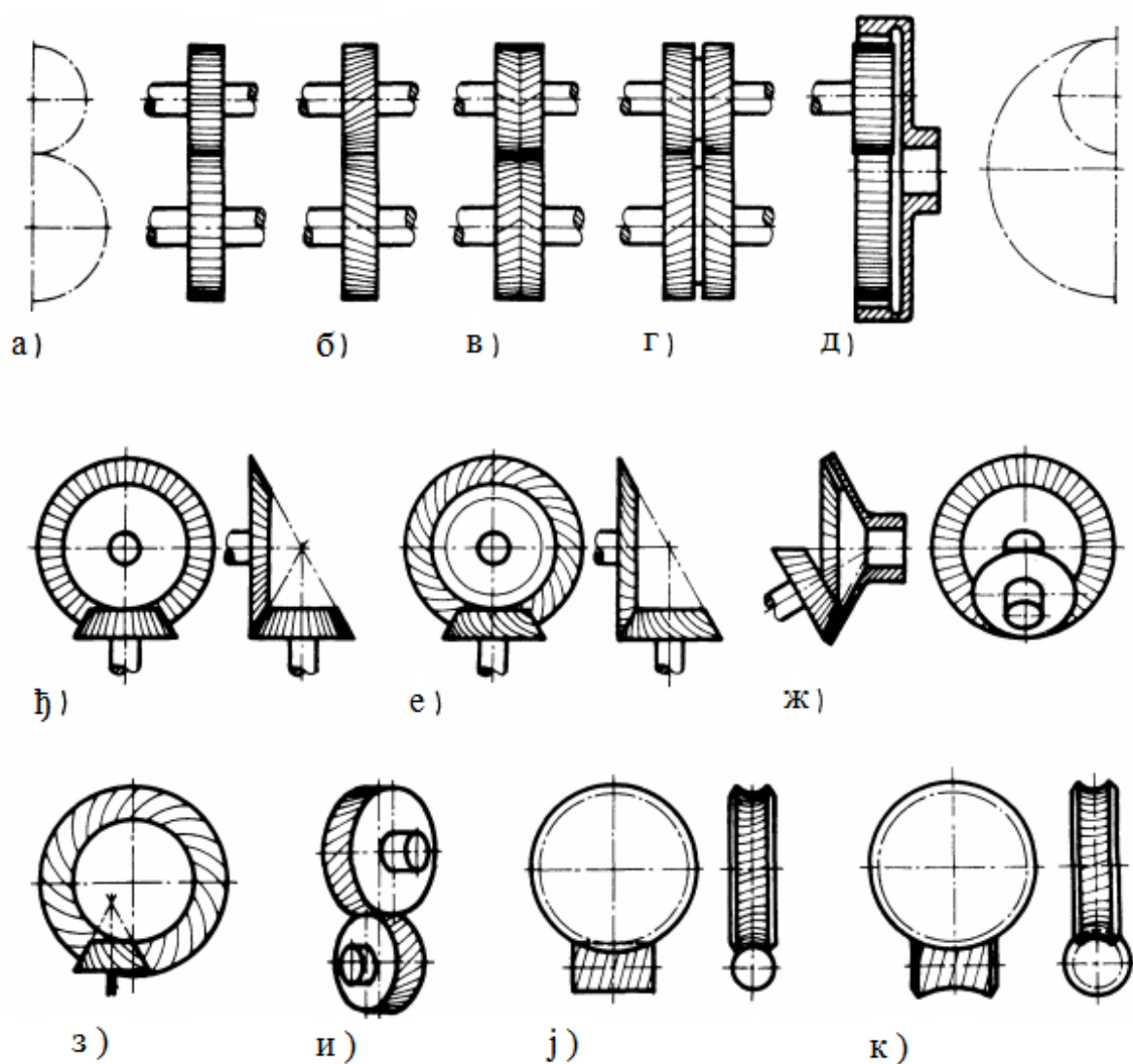
Према међусобном положају оса вратила погонског и гоњеног зупчаника разликују се :

- Цилиндрични зупчасти парови – зупчасти преносници код којих се осе вратила паралелне,
- Конични зупчасти парови – зупчасти преносници код којих се осе вратила секу,
- Хиперболоидни зупчасти парови – зупчасти преносници код којих се осе вратила мимоилате.

Према облику зупца, зупчаници могу бити са правим, косим, стреластим и завојним (кривим) зубима (Слика 1).

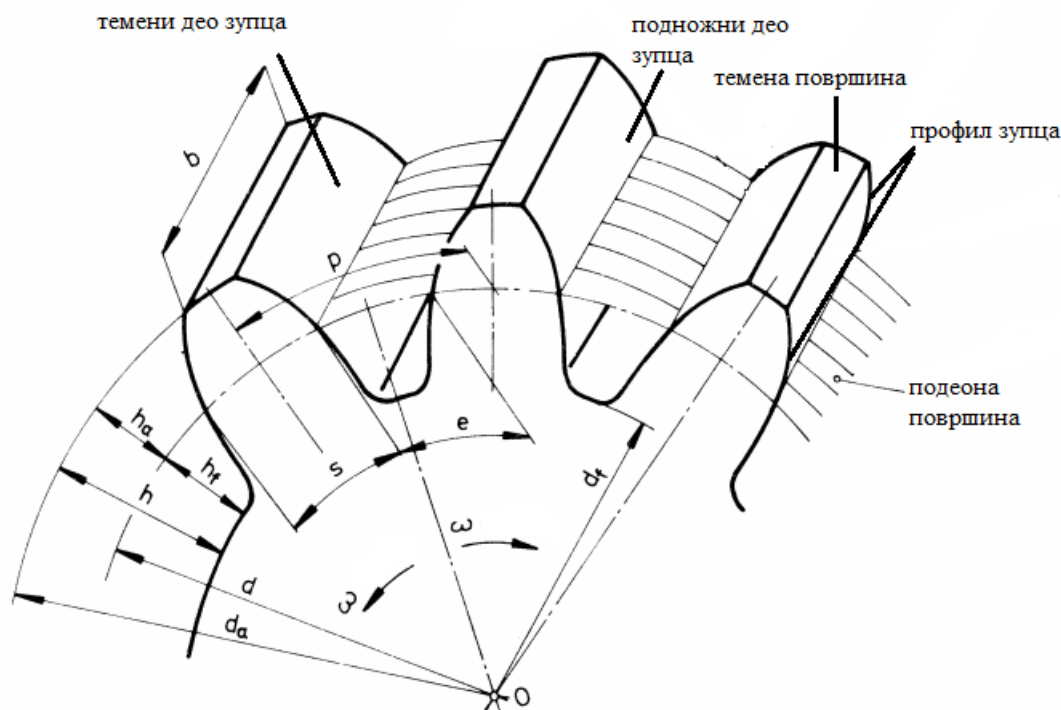
При спрезању зупчастих парова остварује се крута кинематичка веза улазног и излазног вратила, тј. остварује се тачна кинематички преносни однос. Поред тога, предности зупчастих парова су мале димензије, висок степен искоришћења (изузев хиперболоидних зупчастих парова), велика издржљивост и трајност у раду, примена у веома широком дијапазону снага, бројева обртаја, преносни однос, [2].

Област примене зупчастих преносника је веома широка, почев од прецизних апарата, као што су часовници, до огромних машина. Зато се зупчасти преносници по облику, конструкцији и изради значајно разликују.



Слика 1. Врсте зупчаника, а) цилиндрични са правим зупцима, б) цилиндрични са косим зупцима, в, г) цилиндрични са стреластим зупцима, д) унутрашњи цилиндрични пар, ђ) конични са правим или косим зупцима, е) конични са завојним зупцима, ж) унутрашњи конични зупчасти пар, з) хипоидни пар, и) вијчаници, ј, к) пужни преносници, [2]

На зупчанику, као машинском елементу, уочава се тело зупчаника и венац са зупцима. Ознаке карактеристичних величина код зупчаника показане су на примеру цилиндричног зупчаника са правим зупцима, на слици 2. Зупци су по висини ограничени теменом и подножном површином, а у аксијалном правцу, односно по дужини, чеоним површинама. Темена површина је дефинисана теменим цилиндром пречника d_a , подножна површина – подножним цилиндром пречника d_f . У пресеку подеоног, кинематског, теменог, подножног цилиндра и чеоних површина, добијају се одговарајући кругови. Простор између два суседна зуба је међузубље. Зупци и међузубља су ограничени левим и десним бочним површинама. Спрезање зуба се врши преко бочних површина. Зупци су, подеоним цилиндром, подељени на темени део висине h_a и на подножни део висине h_f . Тако је укупна висина зупца $h = h_a + h_f$, [1].



d_f – пречник подножног круга

d – пречник подеоног круга

h – висина зупца

h_f – висина подножног дела зупца

p – подеони корак

b – ширина зупчаника

d_a – пречник теменог круга

d_b – пречник основног круга

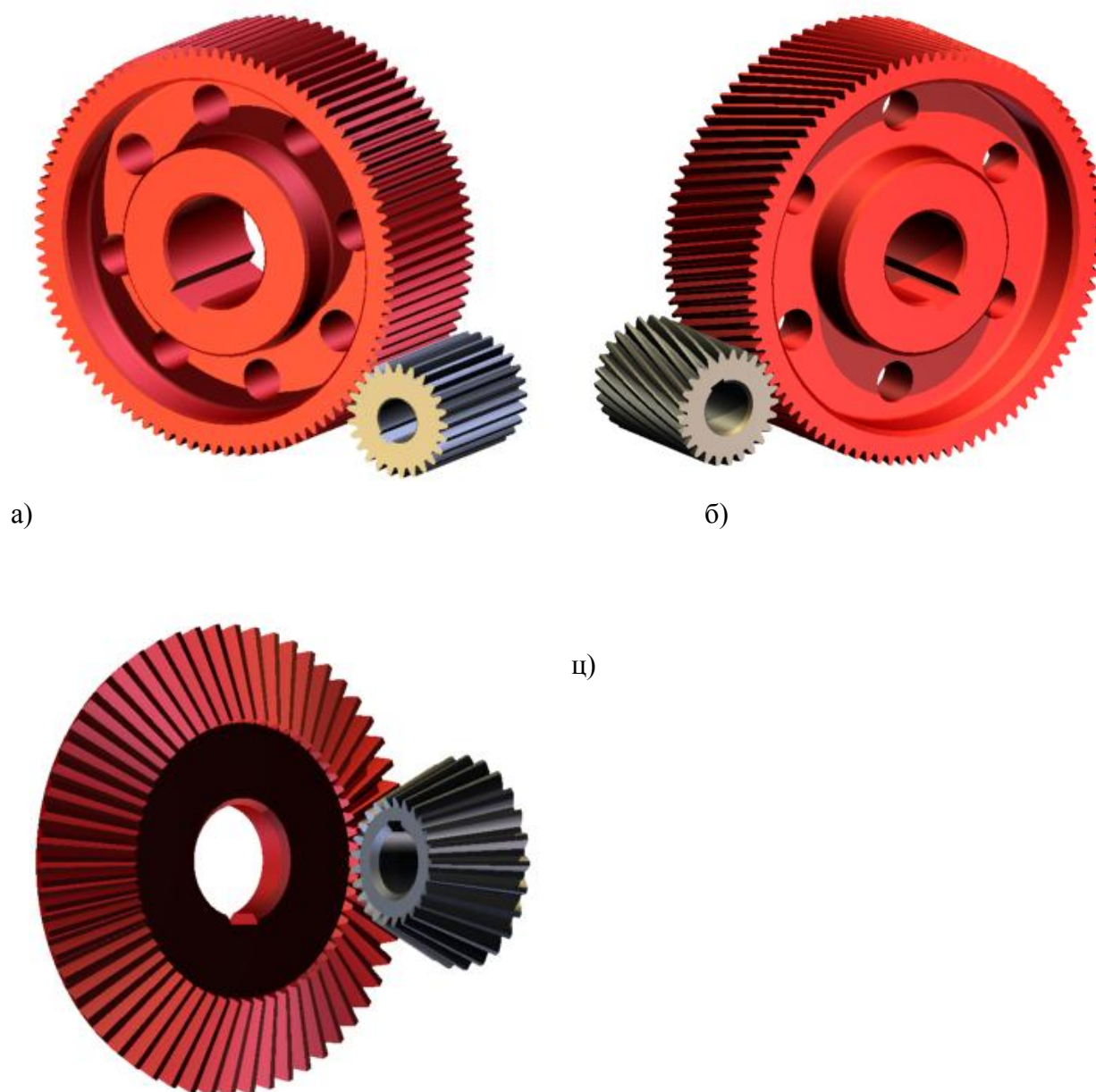
h_a – висина теменог дела зупца

s – лучна дебљина зупца

e – лучна ширина међузубља

Слика 2. Ознаке величина код цилиндричних зупчаника са правим зупцима

На слици 3 су приказани а) цилиндрични зупчаници са правим зупцима, б) цилиндрични зупчаници са косим зупцима, ц) конични зупчаници правим зупцима



Слика 3) цилиндрични зупчаници са правим зупцима, б) цилиндрични зупчаници са косим зупцима, ц) конични зупчаници правим зупцима

3. Оптерећење зупчаника

Осим називних ободних сила које се израчунавају из називних окретних момената, код зупчаних преносника јављају се и додатна динамичка оптерећења.

Називна обртна сила израчунава се из називног окретног момента, односно називне снаге:

$$F_t = \frac{T_1}{r_1} = \frac{P_1}{v} = \frac{[W]}{[m/s]} \quad [2]$$

где је:

F_t у $[N]$ - номинална ободна сила на дељеном пречнику

T_1 у $[Nm]$ - номинални обртни момент погонског зупчаника

r_1 у $[m]$ - дељени пречник погонског зупчаника

P_1 у $[W]$ - номинална снага погонског зупчаника

v у $[m/s]$ - ободна брзина дељеног пречника $= d_1 \cdot \pi \cdot n_1 (s \cdot n_1 \text{ у } 1/s)$

Додатна динамичка оптерећења деле се на тзв .:

спољна додатна динамичка оптерећења,

унутрашња додатна динамичка оптерећења.

3.1 Спољна додатна динамичка оптерећења K_A

Спољна додатна динамичка оптерећења K_A зависе од карактериста погонске и гоњене машине, масе које се покреће и врсте спојнице. Основна карактеристика спољних додатних динамичких оптерећења лежи у томе да су она у току рада променљива. Променљивост при томе може бити периодична (ако се оптерећење мења по неком циклусу) или повремена (оптерећење се повремено повећава и смањује). [2]

Електрични и турбостројеви имају равномернији обртни момент од клипних (погонских или радних), а неравномерност клипних зависна је о броју цилиндара и о степену уравнотежености маса.

Радне машине код којих се јављају велика убрзања маса (машине који кружна померања претварају у праволинијска), машине код којих радне силе нагло расту, представљају машине са наглим повећањем радног обртног момента.

При прорачуну зупчаника меродаван је највећи обртни момент којег зупчани пар мора пренети.

Будући да на већину стварног максималног обртног момента утиче читав низ утицајних фактора које је тешко аналитички обухватити, усвојено је да се они обухвате фактором радних услова K_A . Фактор радних услова представља K_A представља однос:

$$K_A = \frac{T_{eq}}{T} [2]$$

где је T_{eq} еквивалентни обртни момент који се одређује на основу спектра оптерећења и броја промена оптерећења, T представља номиналну вредност обртног момента према $T=P/\omega$, Nm.

Тачне вредности фактора K_A се добија експерименталним путем. У недостатку експерименталних података користе се вредности из дате табели 1, [1].

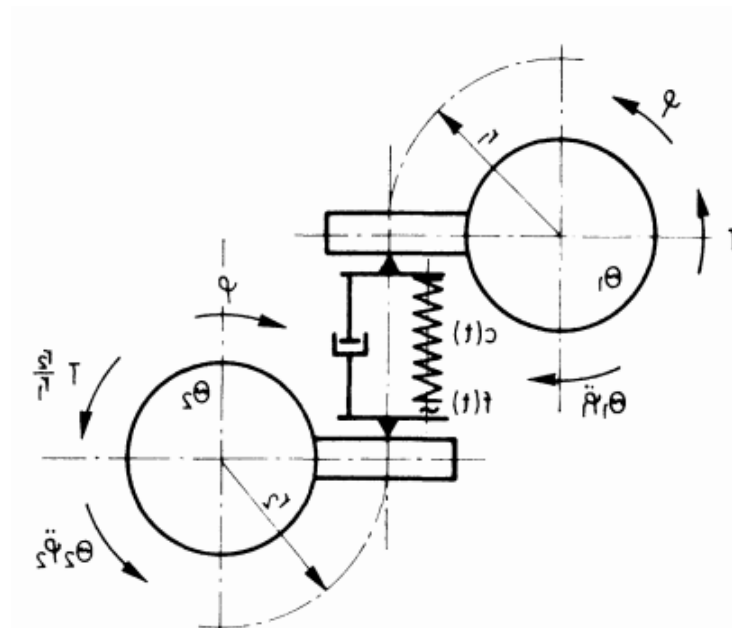
Табела 1 Вредности фактора радних услова K_A

Карактер промене обртног момента радне машине	Погонска машина			
	Електромотор	Турбомотор	Вишецилиндр. клипни мотор	Једноцилиндр. клипни мотор
равномеран	1,00	1,25	1,50	1,75
са малим ударима	1,10	1,35	1,60	1,85
са средњим ударима	1,25	1,50	1,75	2,00
са јаким ударима	1,50	1,75	2,00	2,25
У погледу променљивости обртног момента радне машине могу се разврстати на следећи начин:				
Равномерна подела	Електрогенератори, равномерно оптерећени транспортери, погон помоћног кретања алатних машина, мешалице за материјале исте густине и мале вискозности.			
Са малим ударима	Турбокомпресори, центрифугалне пумпе, лифтови, лаке дизалице, мешалице за материјал неједнаке густине и веће вискозности, неравномерно оптерећени транспортери.			
Са средњим ударима	Теже дизалице и кранови, погони главних кретања алатних машина, мешалице материјала неједнаке густине и велике вискозности, вишецилиндричне клипне пумпе, клипни компресори, лаки млинови са куглама, обртне пећи.			
Са јаким ударима	Багери, тешки млинови са куглама, дробилице, ваљачничке машине, пресе за цигле и брикет, ваљачнички за хладно ваљање, машине за сечење и просецање лима, уређаји за бушење у нафтној индустрији.			

3.2 Унутрашња додатна динамична оптерећења

Као последица постојећих проблема озубљења и деформација зуба због оптерећења, јављају се на гоњене зупчанику колебања угаоне брзине. За време захвата зуба на погонском и гоњеном зупчанику мења се у зависности од положају тачке захвата на захватној црти, величина крака на којем делује сила са зуба на зуб, а тиме и опуштење зуба. У зависности од стварног унутрашњег динамичког оптерећења повећава се номинална ободна сила F_t . Унутрашња додатна динамичка оптерећења зависе од крутости зуба, помаку профила, грешки корака захвата, ободној брзини, крутости увијања и савијања вратила, величини окретних маса. У кинематици померања се претпоставља да су зуби и вратило крути, да зуби имају тачан облик, да су кораци захвата међусобно једнаки и да је угаона брзина гоњеног зупчаника пропорционална угаonoј брзини погонског зупчаника. Све је то у стварности другачије: зуби су еластични, деформишу се, облик зуба не одговара теоретском облику, стварни корак одступа од теоретског. Све то мења кинематске односе, а као последица јављају се унутрашње додатне динамичке силе односно фактори унутрашњих динамичких сила K_v , [2].

Резултат појаве унутрашњих динамичких сила су вибрације зупчаника, тако да се спрегнути зупци понашају као осцилаторни систем, слика 4. За приказани осцилаторни систем формира се диференцијална једначина осциловања чијим се решењем добија вредност унутрашње динамичке силе.



Слика 4. Динамичко понашање зупчастог пара-динамички модел [2]

Једноставније динамичко понашање зупчастог пара се дефинише у зависности од учестаности спрезања f_z и сопствене учестаности f_E :

$$f_z = \frac{n_1 z_1}{60};$$

$$f_E = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_\gamma}{m_{\text{red}}}}$$

где је :

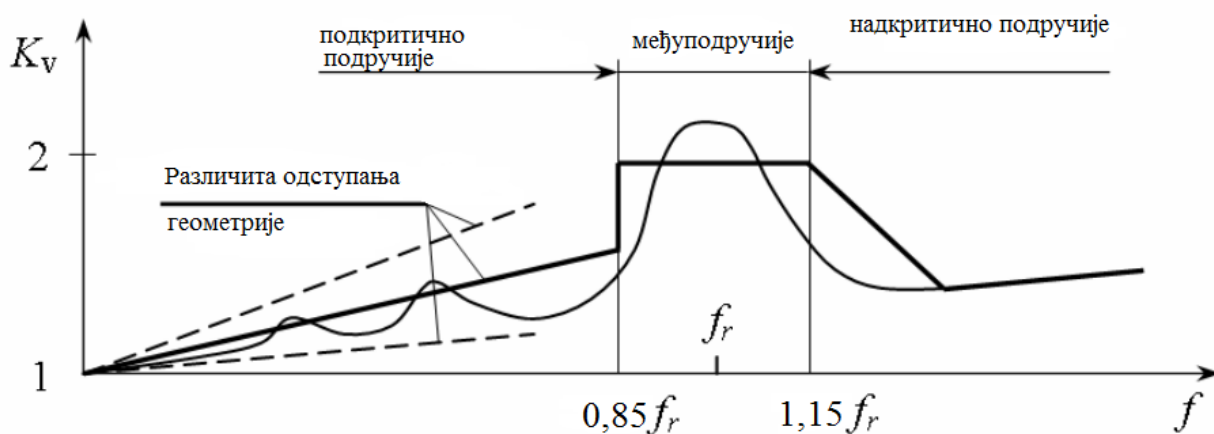
z_1 број зубаца ;

n_1 , min^{-1} број обртаја ;

m_{red} , kg/mm редукована маса зупчастог пара ;

C_γ , $\text{N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$ средња крутост спрегнутог пара зубаца .

На основу односа $N = f_z / f_E$ дефинише се радно подручије зупчастих парова са слике 5



Слика 5. Карактеристична радна подручија

- $N \leq 0,85$ за поткритично подручје,
- $0,85 < N \leq 1,15$ за критично подручје,
- $N > 1,15$ за наткритично подручје.

Појава унутрашњих динамичких сила се, при прорачуну, узима у обзир фактором унутрашњих динамичких сила који представља однос:

$$K_v = \frac{(F_{\text{din}} + F_{\text{st}})}{F_{\text{st}}} \quad [1]$$

где је: F_{din} максимална вредност силе у току спрезања ; а F_{st} вредност силе при $n = 0$, [1] .

Одређивање фактора K_V се заснива на резултатима експерименталних истраживања.

Према документу ISO вредност фактора K_V се прорачунава према следећим изразима :

а) У поткритичном подручју, односно за $N \leq 0,85$ или за $\frac{z_1 v_t}{100} \sqrt{\frac{u^2}{1+u^2}} < 10$ m/s, је, [1] :

- За зупчанике са правим зупцима

$$K_V = K_{V\alpha} = 1 + \left[\frac{K_1}{F_t K_A / b} + 0,0193 \right] \frac{z_1 v_t}{100} \sqrt{\frac{u^2}{1+u^2}}$$

- За зупчанике са косим зупцима и $\epsilon_\beta \geq 1$

$$K_V = K_{V\beta} = 1 + \left[\frac{K_1}{F_t K_A / b} + 0,0087 \right] \frac{z_1 v_t}{100} \sqrt{\frac{u^2}{1+u^2}}$$

- За зупчанике са косим зупцима и $\epsilon_\beta < 1$

$$K_V = K_{V\alpha} - \epsilon_\beta (K_{V\alpha} - K_{V\beta})$$

У изразима за зупчанике са правим и косим зупцима, када је $\epsilon_\beta \geq 1$, K_1 је константа и она се одређује из Табеле 2. у зависности од квалитета израде ; z_1 је број зубаца малог зупчаника; $v_t, \left(\frac{m}{s}\right)$ је обимна брзина малог зупчаника ; b ,mm представља ширину зупчаника ; F_t , N обимна сила малог зупчаника. Ако је однос $\frac{F_t K_A}{b} < 100$, усваја се K_A $F_t/b = 100$, јер се у супротном добијају нереалне вредности, [1].

Табела 2. Вредности константе K_1

	Квалитет израде према ISO 1328									
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Зупчаници са правим зупцима	2,1	3,9	7,5	14,9	26,8	39,1	52,8	76,6	102,6	146,3
Зупчаници са косим зупцима	1,9	3,5	6,7	13,3	23,9	34,9	47,0	68,2	91,4	130,3

Поред овог, постоји и једноставнији начин за одређивање фактора унутрашњих динамичких сила.

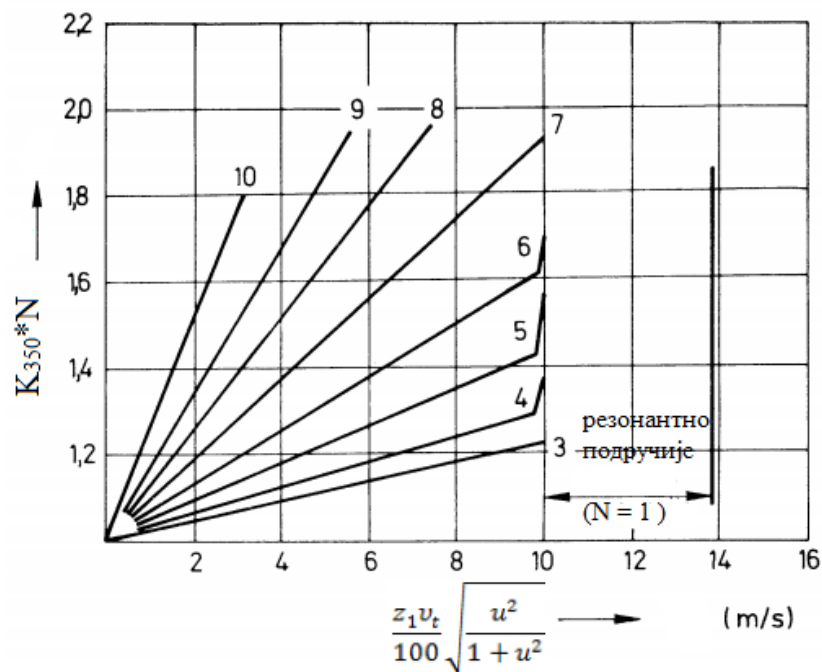
Једноставнији начин прорачуна фактора K_V у поткритичном подручију, за плочаст облик зупчаника или при односу дебљине венца s_V и подеоног пречника d_2 који је већи од 0,05 , односно $s_V/d_2 > 0,05$, је:

$$K_V = f_F K_{350} N + 1$$

Величина f_F узима у обзир оптерећење и усваја се из Табеле 3., а $K_{350} N$ узима у обзир одступање мера и усваја се из дијаграма на слици 6а. или 6б.

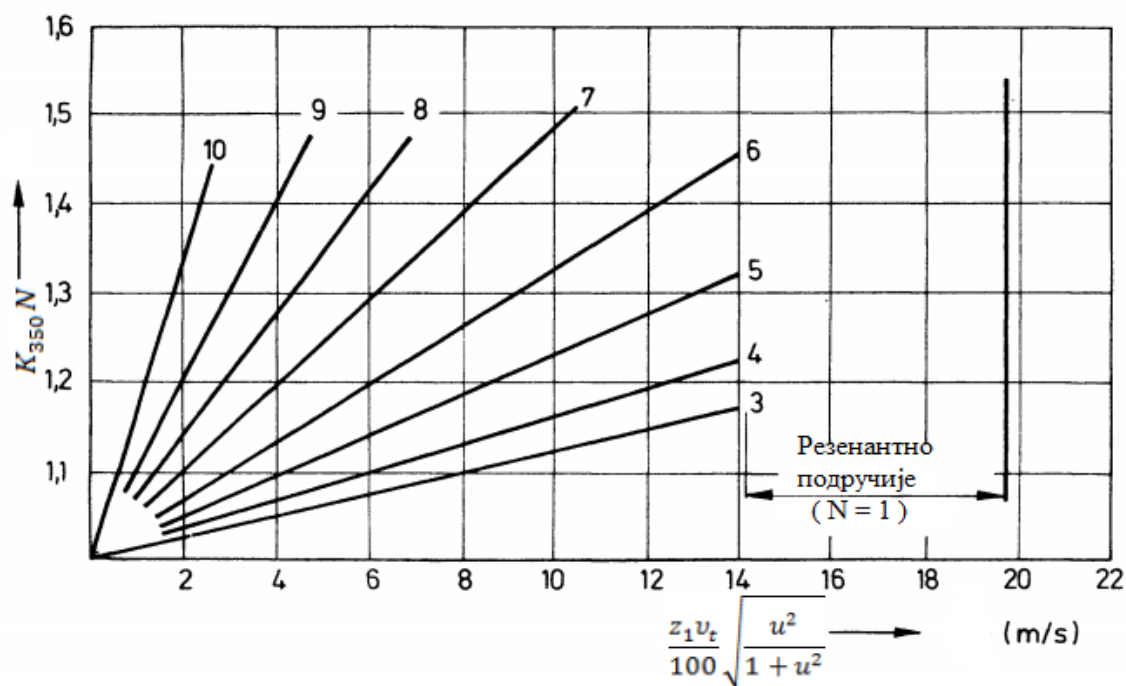
Табела 3. Фактор корекције оптерећења (f_F) код цилиндричних зупчаника [1]

Врста зупчаника	ISO квалитет	Јединично оптерећење $K_A \cdot F_t/b$, N/mm							
		≤ 100	200	350	500	800	1200	1500	2000
Са косим зупцима	4	2,31	1,39	1,0	0,84	0,71	0,63	0,59	0,56
	5	2,69	1,53	1,0	0,80	0,62	0,52	0,48	0,44
	6	2,82	1,55	1,0	0,78	0,59	0,48	0,44	0,39
	7	3,21	1,66	1,0	0,74	0,51	0,38	0,32	0,27
	8	3,29	1,68	1,0	0,73	0,49	0,35	0,30	0,24
	9	3,35	1,70	1,0	0,72	0,47	0,33	0,28	0,22
	10	3,38	1,72	1,0	0,71	0,46	0,32	0,27	0,21
	11	3,41	1,73	1,0	0,71	0,45	0,31	0,26	0,20
	12	3,44	1,74	1,0	0,71	0,44	0,30	0,25	0,19
Са правим зупцима	4	1,89	1,25	1,0	0,89	0,80	0,75	0,73	0,70
	5	2,25	1,37	1,0	0,85	0,72	0,64	0,62	0,59
	6	2,72	1,53	1,0	0,79	0,61	0,51	0,46	0,42
	7	2,94	1,53	1,0	0,77	0,56	0,45	0,40	0,36
	8	3,12	1,64	1,0	0,75	0,52	0,40	0,35	0,32
	9	3,22	1,67	1,0	0,73	0,50	0,37	0,32	0,27
	10	3,30	1,69	1,0	0,72	0,48	0,35	0,30	0,24
	11	3,34	1,70	1,0	0,72	0,47	0,34	0,28	0,23
	12	3,38	1,71	1,0	0,72	0,45	0,33	0,26	0,22



Слика 6 а).

Дијаграм за одређивање величине $K_{350}N$ за зупчанике са равним зубима

Слика 6. б)Дијаграм за одређивање величине $K_{350}N$ за зупчанике са косим зубима

б) За критично (резонантно) подручје ($0,85 < N \leq 1,15$) израз за K_V има следећи облик:

$$K_V = \frac{C_{V12} C_v (A_{tb2} - y_a)}{K_A F_t / b} + C_{v4} + 1 \quad [1]$$

Вредности C_{V12} и C_{v4} се добијају из табеле 4;

A_{tb2} , μm је одступање основног корака великог зупчаника, табела 5 ;

Величина y_a узима у обзир промену профила зубаца после разраде и одређује се према изразима у табели 6, [1].

Табела 4. Вредности величина потребних за прорачун фактора K_V

			ϵ_γ	C_{v12}	C_{v3}	C_{v4}	C_{v56}	C_{v7}
Зупчаници са правим зупцима	{	$\leq$	1,6	0,66	0,23	0,90	0,94	0,75
			1,8	0,66	0,23	0,90	0,94	0,80
			2,0	0,66	0,23	0,90	0,94	0,87
Зупчаници са косим зупцима			2,1	0,65	0,18	0,70	0,80	0,92
			2,2	0,64	0,15	0,61	0,73	0,95
			2,5	0,60	0,10	0,42	0,63	1,00
			3,0	0,55	0,07	0,27	0,57	1,00
			4,0	0,49	0,04	0,15	0,52	1,00
			5,0	0,44	0,03	0,09	0,51	1,00
			7,0	0,40	0,02	0,04	0,49	1,00
Код зупчаника са корекцијом профила које одговара 2/3 пуног оптерећења уместо C_{v3} и C_{v4} узима се $C_{v3}/3$ и $C_{v4}/3$, ако су квалитети толеранција 7 и бољи.								

Табела 6. Изрази та прорачун величине y_{α} , μm [1]

Материјал	Основни израз за y_{α} у μm	Ограничења за y_{α} у μm		
		$v_t \leq 5\text{m/s}$	$5\text{ m/s} < v_t \leq 10\text{ m/s}$	$v_t > 10\text{ m/s}$
Конструкциони или побољшани челик	$\frac{160}{\sigma_{\text{Hlim}}} A_{tb}$	без ограничења	$\leq \frac{12800}{\sigma_{\text{Hlim}}}$ $(A_{tb} \leq 80\text{ }\mu\text{m})$	$\leq \frac{6400}{\sigma_{\text{Hlim}}}$ $A_{tb} \leq 40\text{ }\mu\text{m})$
Сиви лив	$0,275 A_{tb}$	без ограничења	≤ 22 $(A_{tb} \leq 80\text{ }\mu\text{m})$	≤ 11 $A_{tb} \leq 40\text{ }\mu\text{m})$
Цементиран, нитрирани, пламени и индукционо каљени челик	$0,075 A_{tb}$	≤ 3 $A_{tb} \leq 40\text{ }\mu\text{m})$		

σ_{Hlim} - трајна динамичка чврстоћа бокова у N / mm^2
 A_{tb} – одступање основног корака великог зупчаника у μm
За зупчанике различитих материјала узима се

$$y_{\alpha} = \frac{y_{\alpha 1} + y_{\alpha 2}}{2}$$

Где су $y_{\alpha 1}$, $y_{\alpha 2}$ вредности за мали и велики зупчаник.

Модул m , mm	Пречник подеоног круга d , mm										Квалитет											
	4 ... 6	6 ... 10	10 ... 16	16 ... 25	25 ... 40	40 ... 63	63 ... 100	100 ... 160	160 ... 250	250 ... 400	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1											1	1	2	3	5	9	12	17	24	35	49	68
2											1	1	2	4	6	9	13	19	26	37	52	73
3											1	2	2	4	6	10	14	20	27	40	56	78
4											1	2	3	4	7	11	15	21	29	42	59	83
5											1	2	3	4	7	11	16	22	31	45	63	88
6											1	2	3	5	7	12	16	24	33	47	66	93
7											1	2	3	5	8	12	17	25	35	50	70	98
8											1	2	3	5	8	13	18	26	36	52	73	103
9											1	2	3	5	9	14	19	27	38	55	77	108
10											1	2	4	6	9	14	20	29	40	57	81	113
11											1	2	4	6	9	15	21	30	42	60	84	118
12											2	2	4	6	10	16	22	31	44	62	88	123
13											2	3	4	6	10	16	23	32	45	65	91	128
14											2	3	4	7	11	17	24	34	47	67	95	133
15											2	3	4	7	11	17	25	35	49	70	98	138
16											2	3	5	7	11	18	25	36	51	72	102	143
17											2	3	5	7	12	19	26	37	53	75	105	148
18											2	3	5	8	12	19	27	39	54	77	109	153
19											2	3	5	8	13	20	28	40	56	80	112	158
20											2	3	5	8	13	21	29	41	68	82	116	163
											2	3	5	8	13	21	30	42	60	85	120	168
											2	3	6	9	14	22	31	44	62	87	123	173
											2	4	6	9	14	22	32	45	63	90	127	178
											2	4	6	9	15	23	33	46	65	92	130	183
											2	4	6	9	15	24	34	47	67	95	134	188
											2	4	6	10	15	24	34	49	69	97	137	193
											2	4	6	10	16	25	35	50	71	100	141	198
											2	4	6	10	16	26	36	51	72	102	144	203
											3	4	7	10	17	26	37	52	74	105	148	208
											3	4	7	11	17	28	38	54	76	107	152	213
											3	4	7	11	17	29	39	55	78	110	155	218

Међувредности стандардног модула заокружују се по принципу
од 0.5 до 1.49 → 1
од 1.5 до 2.49 → 2

Вредност из табеле узета са знаком (+) представља A_{tg} , а са знаком (-) A_{td} .
Одст. осн. кор. за праве зупце су $A_{tb} = A_{t0}$, а за косе зупце $A_{tBb} = A_{t0} \cdot \cos \beta$.

Табела 5. Гранична одступања подеоног корака $\pm A_{t0}$ (A_{tg} , A_{td}) у μm код цилиндричних зупчаника (JUS M.C1.035) [1]

ц) У наткритичном подручју ($N > 1,15$) за K_V се користи израз :

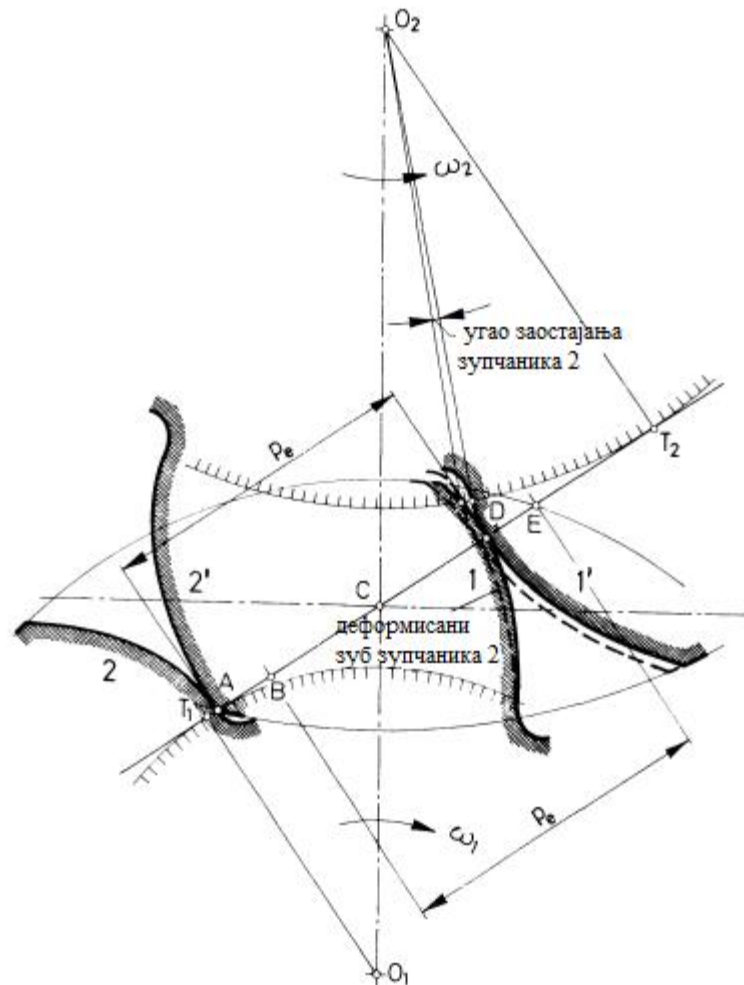
$$K_V = \frac{C_{v56} C' (A_{tb2} - \gamma_a)}{K_A F_t / b} + C_{v7} \quad [1]$$

Вредности за C_{v56} и C_{v7} налазе се у табели 4.

д) За међуподручје ($1,15 < N \leq 1,5$) фактор K_V се одређује линеарном интерполацијом вредности добијених на основу израза за критично и наткритично подручје.

3.2.1 Утицај еластичне деформације зуба на величину унутрашњих додатних динамичких сила.

На слици 7 приказан је случај кад нови пар зуба (2, 2') улази у тачку А у захват, а стари пар зуба (1, 1') налази се у тачки D која је од тачке А удаљена за корак захвата (p_e). Исто тако када ће стари пар зуби (1, 1') у тачки Е излазити из захвата, нови пар зуби (2, 2') налазиће се у тачки Б која је од тачке Е такође удаљена за корак захвата p_e . $\overline{BE} = p_e$. Из тога произлази да ће се између тачака АВ и DE у захвату налазити истовремено два пара зуба, а између $\overline{BD}$ само један пар. Ако се претпостави да пар зуба 1, 1' још није доспео у тачку D, а да ни пар зуба 2, 2' није доспео у тачку А у захвату се налази само један пар зуба (1, 1'). Сила зуба на зуб делује у смеру захватне црте. Зуби су еластични и деформисаће се деловањем силе, [2].



Слика 7. Заостајање зупчаника 2. због еластичне деформације зуба зупчаника 1.,[2]

Слика 6. симболично показује како и колико се деформисао зуб 1 у близини тачке D . Зуб 1, а тиме и гоњени зупчаник, заостао је у свом кретању због деформације зуба 1 за угао заостајања. Деформације погонског и гоњеног зупчаника неће, међутим, у периоду захвата бити једнаке, мењаће се јер се мења положај хватишта силе на боку, зуба, а тиме и крак савијања. На боку зуба погонског зупчаника крак се, почев од тачке А повећава према темену, а на гоњене смањује према корену. Величина деформација једног пара зуба представља збир деформација једног и другог зуба, а мења се у току захвата релативно мало тако да је и угао заостајања мален и нема битан утицај на динамику зупчаног пара.

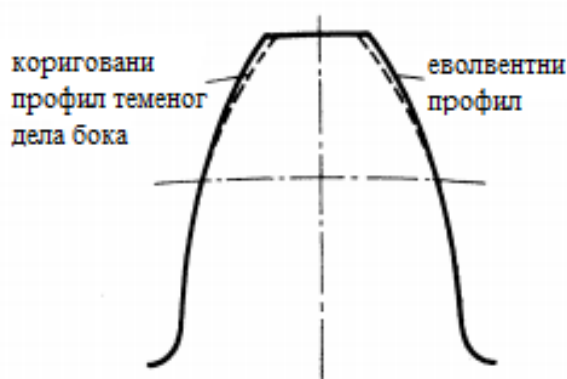
У моменту када је нови пар зуба ушао у тачку А у захват, оптерећење које је до тада преносио само пар зуба 1, 1', преузео је сада и пар зуба 2, 2'. Тиме су се смањиле деформације зуба зупчаника 1 на половину, па је због тога дошло до убрзања гоњеног зупчаника. Будући да се та промена догодила у врло кратком временском периоду, морало је убрзање гоњеног зупчаника бити велико. Слично се дешава у тачки Б када цело оптерећење преузима само један пар зуба (2, 2') јер је други пар (1, 1') у том моменту ушао у тачки Е из захвата. Сада долази до повећања деформација на зубу 2 и до

заостајања гоњеног зупчаника. Из тога произилази да у периоду захвата долази стално до убрзавања и успоравања гоњеног зупчаника. Силе потребне за убрзање и успоравање чине део тзв. унутрашњих додатних динамичких оптерећења. Деформације зуба пропорционалне су висини оптерећења. То значи да ће додатна динамичка унутрашња оптерећења бити што већа повећавањем оптерећења. Деформације ће с друге стране код истог оптерећења бити, то веће што је пресек зуба у корену зуба мањи, а тај ће бити мален код зупчаника са малим бројем зуба и код зупчаника са негативним померањем профила, [2].

Будући да је код лидера с равним зубима $E_{\max} = 1,98$, а код челника с косим зубима најчешће је $E > 2$, то значи да су код челника с равним зубима додатна унутрашња динамичка оптерећења већа, него код челика с косим зубима.

3.2.2 Утицај неправилности профила бока зуба на величину унутрашњих додатних динамичких сила

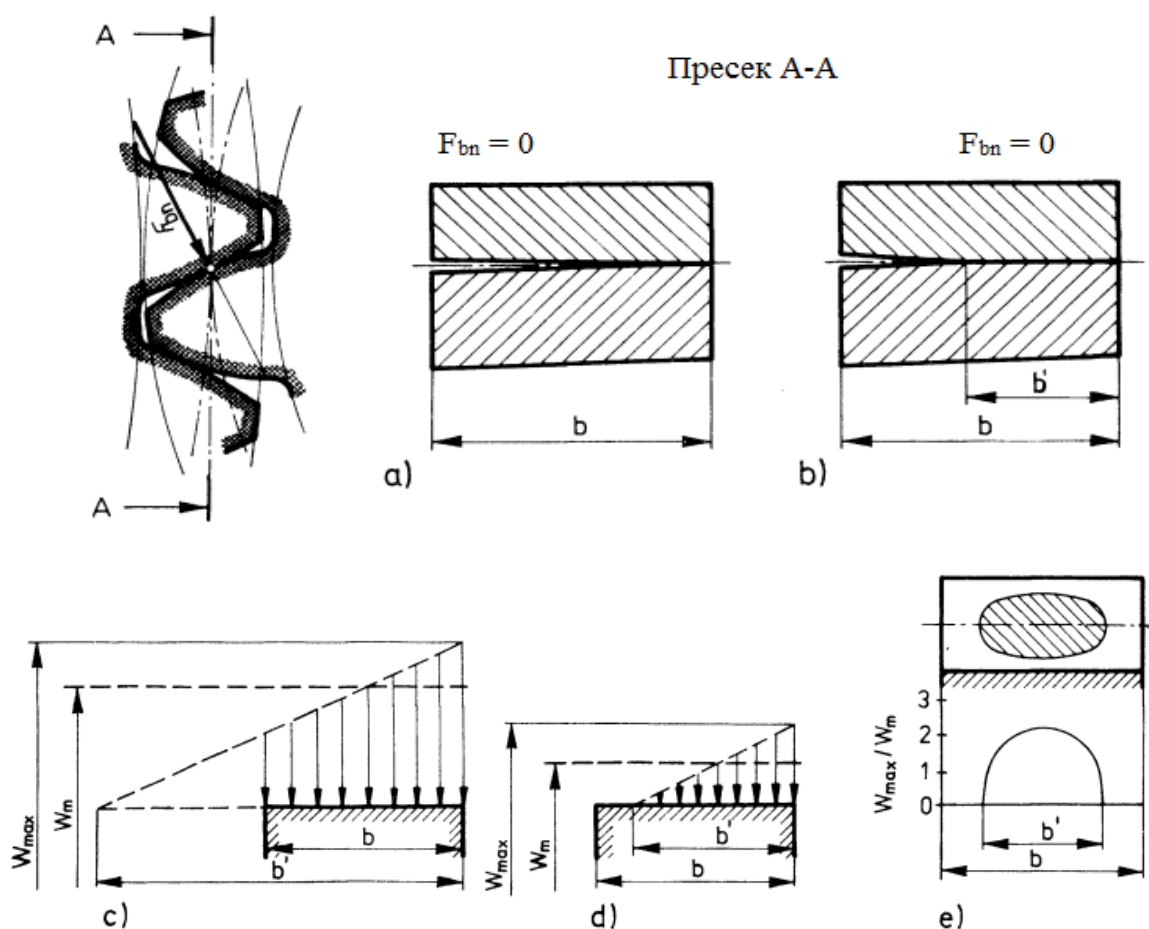
Одступања од идеалног еволвентног профила, носе са собом промену брзине гоњеног зупчаника. Будући да у овом случају промене брзина дуже трају, убрзања су много нижа, а тиме и додатне динамичке силе. Потребно је напоменути да се корекција профила зуба врши, како је већ објашњено, ради побољшања услова рада зупчаника при уласку и изласку зуба из захвата. Ту је заправо реч о томе да врх зуба задире у подножни део бока зупчаног пара, што доводи до трошења врха и подножија зуба. Зато се, заправо, и врши корекција профила зуба (слика 8) која нарочито долази до изражаја при јако оптерећеним зупчаницима код којих долази до великих деформација, [2].



Слика 8. Корелација профила теменог дела бока [2]

3.3 Фактор расподеле оптерећења дуж додирне линије бокова зубаца $K_{H\beta}$

Утицај неједнаке расподеле оптерећења (силе) дуж додирне линије бокова разматран је већ при оптеретивости корена зуба. Зато је потребно разматрати какав ће утицај имати неједнака расподела оптерећења (силе) дуж линије бокова на носивост бока. Најнеповољнији случај, који заправо може настати само при неоптерећеним зубима, јесте да додир буде само у једној тачки, што је приказано сл. 9.а. На оптерећеним зубима, због утицаја еластичних деформација, доћи ће до делимичног додира, што је приказано на слици 9.б. тј, под дејством оптерећења зупци се деформишу и међусобно прилагођавају, па се додир остварује по једној површини. На слици 9.ц, 9.д и 9.е, приказане су расподеле специфичног оптерећења, [2].



Слика 9. Могући додири и расподела оптерећења дуж бокова зубаца, а) додир у неоптерећеном стању, б) додир у оптерећеном стању, в) бок носи на целој дужини, г) бок носи на делу дужине (малом оптерећењу), д) расподела бока при великом оптерећењу

Неравномерност расподеле оптерећења дуж бочне линије узима се, при прорачуну, у обзир преко фактора расподеле оптерећења $K_{H\beta}$ (за бокове зубаца) и $K_{F\beta}$ (за подножје зубаца). На основу претпоставке да је расподела оптерећења на боку зупца линеарна, фактори расподеле оптерећења дуж додирне линије бокова зубаца ($K_{H\beta}$ и $K_{F\beta}$) могу се одредити на више начина :

I. Начин одређивања $K_{H\beta}$ и $K_{F\beta}$

Фактор расподеле оптерећења се дефинише као однос максималне (W_{max}) и средње (W_m) јединичне обимне силе :

$$K_{H\beta} = \frac{W_{max}}{W_m} = \frac{F_{max}/b}{F_m/b} \quad [1]$$

где је F_m вредност обимне силе дата изразом :

$$F_m = F_t F_A K_V \quad [N] \quad [1]$$

Из овога произилази да ће се фактор расподеле оптерећења $K_{H\beta}$ кретати у границама :

$$1 < K_{H\beta} < 2$$

За одређивање $K_{H\beta}$ и $K_{F\beta}$ потребно је израчунати однос b_r / b :

- У случају да се зупци додирују на рачунској ширини $b_r \leq b$, слика 8д, добија се :

$$W_{max} = \frac{b_r}{2} = W_m b \rightarrow W_{max} = 2 W_m \frac{b}{b_r} \quad [1]$$

Максимално јединично оптерећење може да се изрази и преко крутости бокова зубаца као :

$$W_{max} = F_{\beta y} \frac{b_r}{b} C_\gamma \quad [N/mm] \quad [1]$$

Изједначавањем ова два израза добијамо вредност за W_{max} :

$$\frac{b_r}{b} = \sqrt{\frac{2 F_t K_A K_V}{F_{\beta y} C_\gamma b}} \quad [1]$$

Фактор $K_{H\beta}$, меродаван за прорачун радног напона на боку зупца, одређује се на основу односа b_r / b :

$$\text{За } b_r / b \leq 1 \rightarrow K_{H\beta} = 2 \frac{b}{b_r} = \sqrt{2 \frac{F_{\beta y} C_\gamma}{F_t K_A K_V}} \geq 2$$

- Ако су бокови зубаца оптерећени по целој ширини b , слика 8е, следи да је :

$$\frac{W_{\max}}{b_r} = \frac{W_m}{b_r - b/2} \quad -\gg \quad \frac{b_r}{b} = 0,5 + \frac{F_t K_A K_V}{F_{\beta y} C_\gamma b} \quad [1]$$

Одавде се добија израз та **фактор расподеле оптерећења** дуж додирне линије :

$$\text{за } \frac{b_r}{b} > 1 \quad -\gg \quad K_{H\beta} = 2 \frac{b_r}{b} = 1 + \frac{F_{\beta y} C_\gamma b}{2 F_t K_A K_V} < 2$$

где је F_t , N обимна сила ; $F_{\beta y}$, μm стварно ефективно одступање паралелности бочних линија ; C_γ , N/(mm $\cdot\mu\text{m}$) средња крутост спрегнутих парова зупца ; b , mm ширина зупчаника.

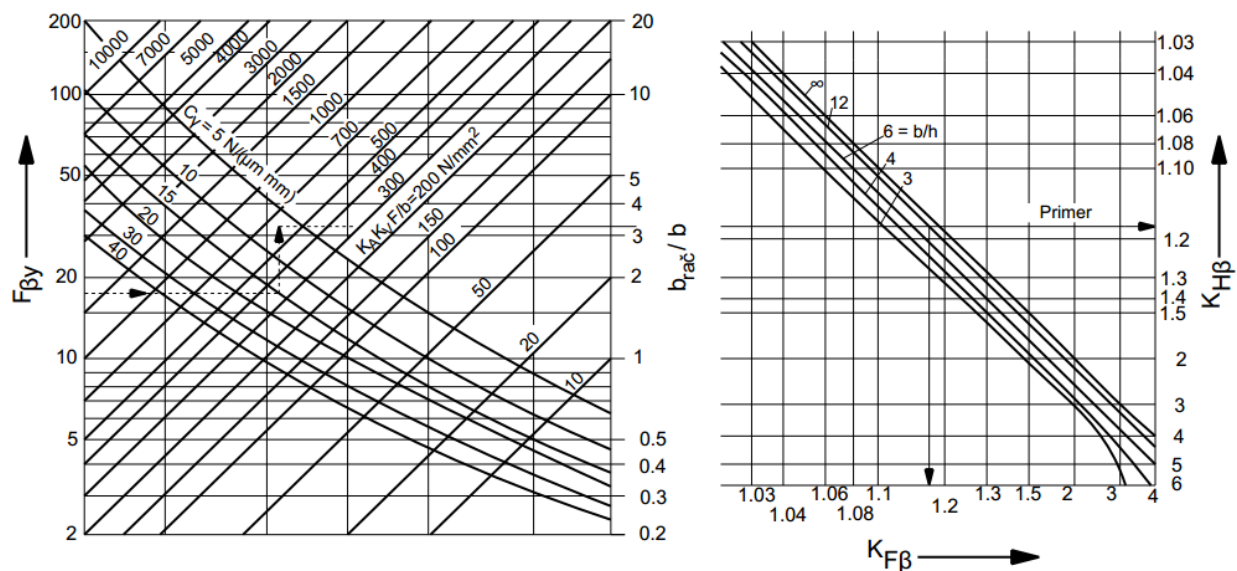
Фактор $K_{F\beta}$, меродаван за прорачун радног напона у подножју зупца, има мању вредност од $K_{H\beta}$ и добија се из израза :

$$K_{F\beta} = K_{H\beta}^{N_F}; \quad N_F = \frac{(b/h)^2}{1 + \left(\frac{b}{h}\right) + \left(\frac{b}{h}\right)}; \quad h = \frac{d_a - d_f}{2} \quad [\text{mm}]$$

За прорачун N_F меродавна је мања вредност односа ширине зупчаника b и висине зупца h . Ако је $b/h < 3$, усваја се $b/h = 3$.

II. Начун одређивања $K_{H\beta}$ и $K_{F\beta}$

Фактори $K_{H\beta}$ и $K_{F\beta}$ могу се одредити из датог дијаграма слика 10.



Слика 10. Фактори расподеле оптерећења дуж додирне линије $K_{H\beta}$ и $K_{F\beta}$

III. Начин одређивања $K_{H\beta}$ и $K_{F\beta}$

За приближне прорачуне фактори $K_{H\beta}$ и $K_{F\beta}$ одређују се према овим изразима :

$$K_{F\beta} = 1 + (K_{\beta} - 1) f_w f_p f_1 \quad ; \quad K_{H\beta} = K_{F\beta}^{1,39}$$

где су :

K_{β} основни фактор расподеле оптерећења дуж бочне линије, на табели 7 који зависи од квалитета израде и ширине зупчаника ; [1]

Корекциони фактор f_w јединчног линијског оптерећења дат је у табели 8 ;

Фактор спрегнутих материјала f_p усваја се : $f_p = 1$ за Č/Č ; $f_p = 0,7$ за NL/NL ; $f_p = 0,5$ за SL/SL ; у случају других комбинација материјала усваја се средња вредност f_p , на пример за Č/SL је $f_p = 0,75$, идт., [1] ;

Фактор положаја зупчаника на вратилу f_1 има следећу вредност : $f_1 = 1$ за симетричан положај зупчаника између ослонца ; $f_1 = 1,3$ за несиметричан положај зупчаника између ослонца ; $f_1 = 1,6$ за зупчаник на препусту, [1].

Табела 7. Вредност основног фактора расподеле оптерећења K_{β}

Ширина зупчаника b у mm		Квалитет израде према ISO 1328									
		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	20	1,06	1,07	1,08	1,10	1,13	1,17	1,23	1,32	1,48	1,66
20	40	1,08	1,08	1,09	1,11	1,14	1,19	1,25	1,36	1,53	1,72
40	100	1,08	1,09	1,09	1,13	1,16	1,20	1,28	1,40	1,59	1,78
100	160	1,10	1,12	1,13	1,16	1,19	1,23	1,33	1,46	1,66	1,83
160	315	1,13	1,14	1,15	1,18	1,21	1,26	1,34	1,48	1,69	1,88
315	560	1,17	1,18	1,19	1,21	1,24	1,28	1,37	1,51	1,70	1,93
560		1,21	1,22	1,24	1,27	1,29	1,32	1,40	1,54	1,74	1,98

Табела 8. Вредности фактора f_w

Јединично оптерећење $K_A K_V F_t/b$, N mm	f_w
≥ 350	1.00
300	1.15
250	1.30
200	1.45
≤ 100	1.60

3.3.1 Стварно (ефективно) одступање паралелности бочних линија $F_{\beta y}$

У зависности од почетног одступања праваца бочних линија $F_{\beta x}$ одређује се ефективно одступање паралелности бочних линија на основу израза :

$$F_{\beta y} = F_{\beta x} - y_{\beta} = F_{\beta x} \chi_{\beta}$$

- Величине y_{β} и χ_{β} узимају у обзир одступање паралелности додирних линија услед разраде и одређују се из дијаграма на слици 10 или према табели 8
- Почетно одступање правца бочне линије $F_{\beta x}$ одређује се према изразу

$$F_{\beta x} = f_{ma} + 1,33 f_{ma}$$
- ❖ Одступање мера и облика при изради зупчаника f_{ma} према ISO стандардима, усваја се у зависности од граничног одступања праваца бочних линија зупчаника T_{β} из табеле 9
 - $f_{ma} = T_{\beta}$ за зупчасте парове без корекције бочних линија и без подешавања налегања спрегнутих бокова у току монтаже ,
 - $f_{ma} = 0,5 T_{\beta}$ за зупчасте парове са подешавањем паралелности оса у току израде и монтаже и зупчасте парове са корекцијом бочних линија,
 - $f_{ma} = 0,7 T_{\beta}$ за зупчасте парове са праволинијском корекцијом бочних линија.

Табела 9 .Вредност толеранција бочних линија зубаца T_B , μm

Ширина зупчаника b у mm		Квалитет											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10	30	3	4	5	6	7	9	11	18	29	46	73	115
30	40	3	4	5	7	9	11	13	22	35	54	87	136
40	50	4	5	6	7	9	12	14	23	37	58	93	147
50	65	4	5	6	8	10	13	15	25	40	63	100	157
65	80	4	5	7	8	11	14	17	27	43	68	108	169
80	100	5	6	7	9	12	14	18	29	46	72	116	181
100	120	5	6	8	10	12	15	19	31	49	77	124	193
120	140	5	7	8	10	13	16	20	33	52	82	131	205
140	160	5	7	9	11	14	17	21	34	55	86	138	216
160	180	6	7	9	11	14	18	22	36	57	90	144	226
180	200	6	8	9	12	15	19	23	38	59	94	150	235
200	225	6	8	10	12	16	20	24	39	62	98	156	243
225	250	6	8	10	13	16	20	25	41	65	102	163	256
250	280	7	8	11	13	17	21	26	42	67	106	170	266
280	315	7	9	11	14	18	22	28	44	70	111	178	279
315	355	7	9	12	15	19	23	29	47	74	116	186	291
355	400	8	10	12	15	20	24	30	49	77	122	195	306
400	450	8	10	13	16	20	26	32	51	81	128	205	321
450	500	8	11	13	17	21	27	33	54	85	134	214	335

- ❖ Деформације вратила и тела зупчаника услед савијања и увијања узимају се у обзир величином f_{sh} , чије су приближне вредности дате у Табели 9.у зависности од ширине зупчаника и јединичног оптерећења. Вредност за f_{sh} се доста тачније може одредити рачунски помоћу овог обрасца за **цилиндричне зупчанике са правим и косим зупцима** :

$$f_{sh} = \frac{K_A K_V F_t}{b} A \left[\left| B + K' \frac{l s}{d_1^2} \left(\frac{d_1}{d_{sh}} \right)^4 - 0,3 \right| + 0,3 \right] \left(\frac{b}{d_1} \right)^2 \quad [\mu m]$$

где је F_t у N, а све дужинске мере у mm.

Константа А узима у обзир облик зубаца и усваја се из Табеле 11.

Константа В се одређује из следећих препорука :

$B = 1$ ако зупчasti пар преноси 100% оптерећења,

$B = 1 + 2 (100-k) / k$ ако зупчasti пар преноси само k % обртног момента.

Код зупчаника са стреластим зупцима одступање f_{sh} се дефинише из овог израза :

$$f_{sh} = \frac{K_A K_V F_t}{b} A \left[\left| B + K' \frac{l s}{d_1^2} \left(\frac{d_1}{d_{sh}} \right)^4 - 0,3 \right| + 0,3 \right] \left(\frac{b_B}{d_1} \right)^2 \quad [\mu m]$$

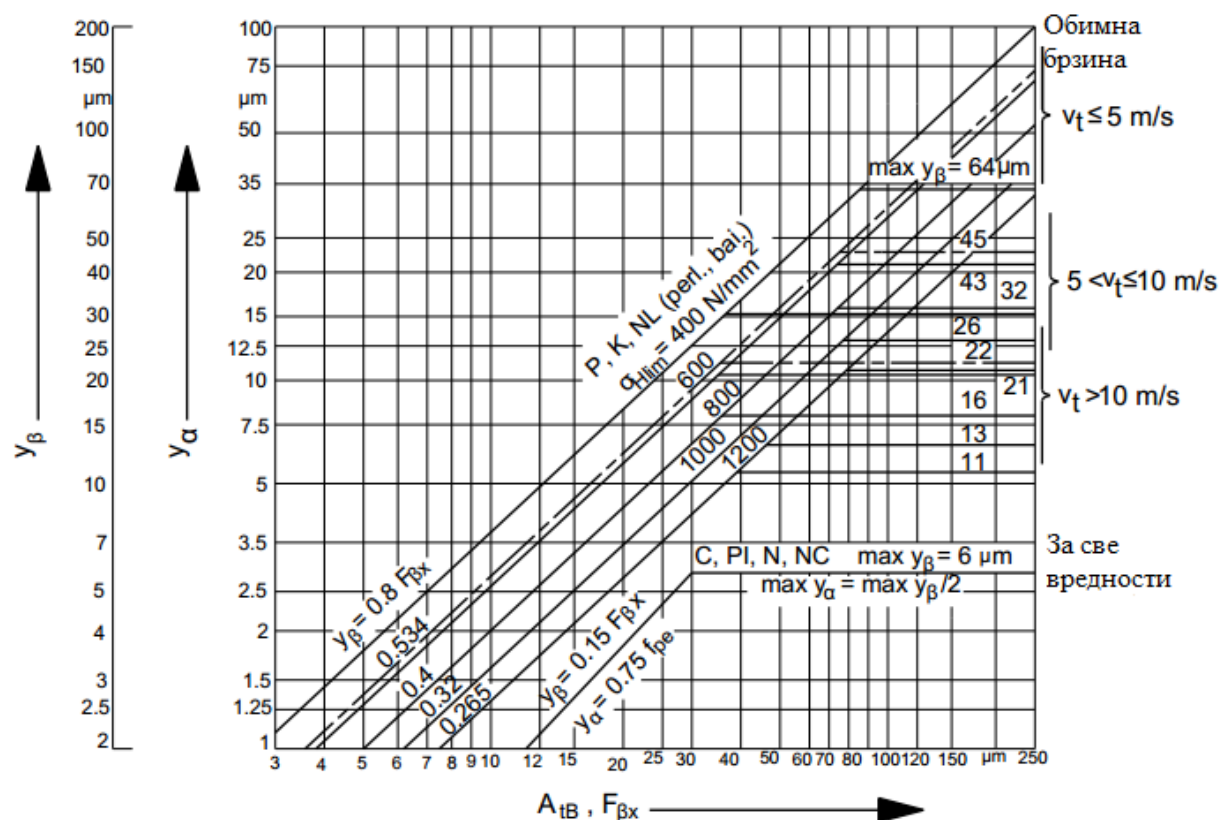
Где су : l, d и s у mm, b_B представља половину ширине зупчаника, а константа B износи:

$B = 1,5$ ако зупчасти пар преноси 100% оптерећења,

$B = 0,5 + (200 - k) / k$ ако зупчасти пар преноси само k % обртног момента.

d_1 је пречник подеоног круга малог зупчаника, а d_{sh} пречник еквивалентног вратила константног попречног пресека чији угиб и нагиб на месту зупчаника одговара угибу и нагибу стварног вратила. Ако је d_{sh} непознато усваја се из услова :

- Код кованог зупчаника $d_1 / d_{sh} \approx 1,25$
- За зупчаник израђен изједна са вратилом $d_1 / d_{sh} = 1$.



Ознаке материјала :

- K - конструкциони челик ($R_m < 800 \text{ N/mm}^2$)
- P - челик за побољшање, побољшан ($R_m \geq 800 \text{ N/mm}^2$)
- SL - сиви лив
- NL - нодуларни лив (перлитне, баинитне и феритне структуре)
- CTL - црни темпер лив (перлитне структуре)
- C - челик за цементацију, цементиран и каљен
- PI - челик, пламено или индуковано каљен
- N - челик та нитрирање и побољшање, нитриран
- NC - челик та побољшање и површинско отврдњавање, нитрокарбориран

Напомена : код различитих материјала за мали и велики зупчаник, одређује се средња вредност за y_α и y_β :

$$y_\alpha = \frac{y_{\alpha 1} + y_{\alpha 2}}{2}; \quad y_\beta = \frac{y_{\beta 1} + y_{\beta 2}}{2}$$

Слика 11. Величине y_α и y_β

Табела 8. Изрази за одређивање величина y_{β} , μm и χ_{β}

Материјал	Основни израз за челик y_{β} у mm	Ограничења за y_{β} у mm			χ_{β}
		$V_t \leq 5 \frac{m}{s}$	$5 \frac{m}{s} < v_t \leq 10 \frac{m}{s}$	$v_t > 10 \frac{m}{s}$	
Конструкциони или побољшани челик	$\frac{320}{\sigma_{H_{lim}}}$	без ограничења	$\leq \frac{25600}{\sigma_{H_{lim}}}$	$\leq \frac{12800}{\sigma_{H_{lim}}}$	$1 - \frac{320}{\sigma_{H_{lim}}}$
Сиви лив	$0,55 F_{\beta x}$	без ограничења	≤ 45	≤ 22	0,45
Цементирани, нитрирани, пламено и индукциони челик	$0,15 F_{\beta x}$	≤ 6			0,85

$\sigma_{H_{lim}}$ - трајна динамичка чврстоћа бокова у N/mm^2

За зупчанике различитих материјала узима се

$$y_{\beta} = \frac{y_{\beta 1} + y_{\beta 2}}{2}$$

Где су $y_{\beta 1}$, $y_{\beta 2}$ вредности за мали и велики зупчаник

Табела 9. Емпиријске вредности одступања f_{sh} , μm

Ширина зупчаника изнад b у mm до	20	20 40	40 100	100 200	200 315	315 560	560
Врло крути преносници (нпр. стационарни турбо преносник) и/или јединично оптерећење $F_t / b < 200 \text{ N/mm}$	5	6,5	7	8	10	12	16
Преносници средње крутости (већина индустријских преносника) и/или јединично оптерећење $F_t / b = 200 \dots 1000 \text{ N/mm}$	6	7	8	11	14	18	24
Преносници ниске крутости и/или јединично оптерећење $F_t / b \geq 1000 \text{ N/mm}$	10	13	18	25	30	38	50

Табела 10. Вредности величине A

Облици зубаца	Правозуби и косозуби	Двојни косозуби
Без корекције бокова	0,023	0,046
Са испупченом бочном линијом	0,012	0,024
Са праволинијском корекцијом бочне линије	0,016	0,032

3.3.2 Средња крутост спрегнутих парова зубаца c_γ

Укупна крутост спрегнутих зубаца се мења у току процеса спрезања. Промена проистиче из чињенице да су истовремено у спрези један или више пари зубаца па се оптерећење и деформације зубаца мењају. Промена деформација зубаца доводи до појаве додатних динамичких сила и неравномерности рада. Величина деформација и крутости може се одредити експериментално и аналитички, на основу Теорије еластичности. При спрезању цилиндричних зупчаника са косим зупцима може се узети да су истовремено у спрези више пари зубаца (висе од два). Зато је промена укупне крутости зубаца у току спрезања мања него код зупчаника са правим зупцима.[1]

С обзиром на промене крутости спрегнутих зубаца, за прорачун се користи средња крутост спрегнутих зубаца c_γ , $\text{N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$ која се одређује, у зависности од стварне вредности јединичне крутости c' и степена спрезања профила ε_α , према изразу :

$$c_\gamma = c' (0,75 \varepsilon_\alpha + 0,25) [\text{N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})]$$

- **Стварна вредност јединичне крутости c'** је јединична нормална сила која изазива јединично деформацију – деформацију од $1 \mu\text{m}$. Промена јединичне

крутости пара зубаца у спрези је већа код зупчаника са косим зупцима него код зупчаника са правим зупцима. За случај да су оба зупчаника израђена од челика јединичне крутости је :

$$c' = 0,8 C_R C_B c'_{th} \cos \beta = c'_\xi \text{ [N/(mm} \cdot \mu\text{m)]}$$

- ❖ *Највећа теоријска вредност јединичне крутости c'_{th} код цилиндричних зупчаника са правим и косим зупцима, се одређује из обрасца :*

$$c'_\xi = 1 / \left(0,04723 + \frac{0,15551}{z_{n1}} + \frac{0,25791}{z_{n2}} - 0,00635 x_1 - \frac{0,11654 x_1}{z_{n1}} 0,00193 x_2 - \frac{0,24188 x_2}{z_{n2}} + 0,00529 x_1^2 + 0,00182 x_2^2 \right)$$

где су : x_1 и x_2 коефицијенти померања профила ; z_{n1} и z_{n2} представљају бројеве зубаца фиктивних зупчаника.

Код цилиндричних зупчаника са правим зупцима $z_n = z$,а за зупчанике са косим зупцима $z_n \approx z / \cos^3 \beta$.

Приближно, c'_{th} може да се одреди из дијаграма на слици 12. Ако је јединично оптерећење зупца мало ($K_A F_t / b < 100 \text{ N/mm}$) вредност за C' (или c_γ) треба помножити са $K_A F_t / 100 b$.

- ❖ **Фактор облика тела зупчаника C_R** се усваја из дијаграма на слици 13, а узима у обзир еластичност венца и тела зупчаника. За зупчанике изграђене из пуног материјала, може се усвојити $C_R = 1$.
- ❖ **Фактор профила зупца C_B** узима се у обзир одступање стварног профила зупца у односу на профил опитног зупчаника. Ако је зупчаник израђен алатом са α_{p_n} ; $h_{ap} = 1,2 m_n$; $\rho_{fp} = 0,2 m_n = \rho_{a0}$, као и у случају када се не поседују потребни подаци, може се усвојити $C_B = 1$, [1].

За друге услове фактор профила C_B је :

$$C_B = \left[1 + 0,5 \left(1,2 - \frac{h_{fp}}{m_n} \right) \right] \left[1 - 0,02 (20^\circ - \alpha_n) \right]$$

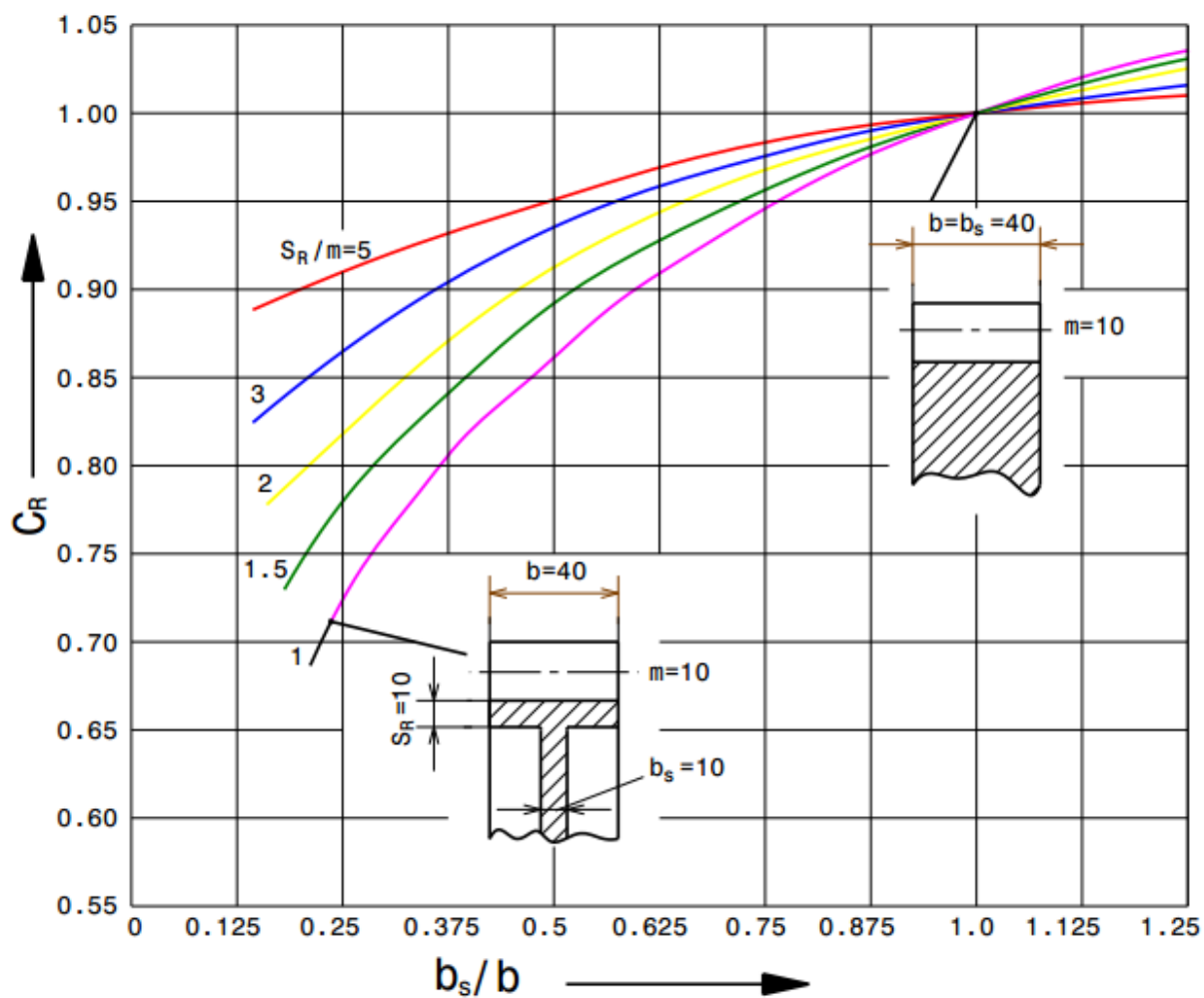
Ако су висине подножја зубаца h_{fp} различите за мали и велики зупчаник, треба одредити средњз вредност за C_B :

$$C_B = \frac{C_{B1} + C_{B2}}{2} \text{ [1]}$$

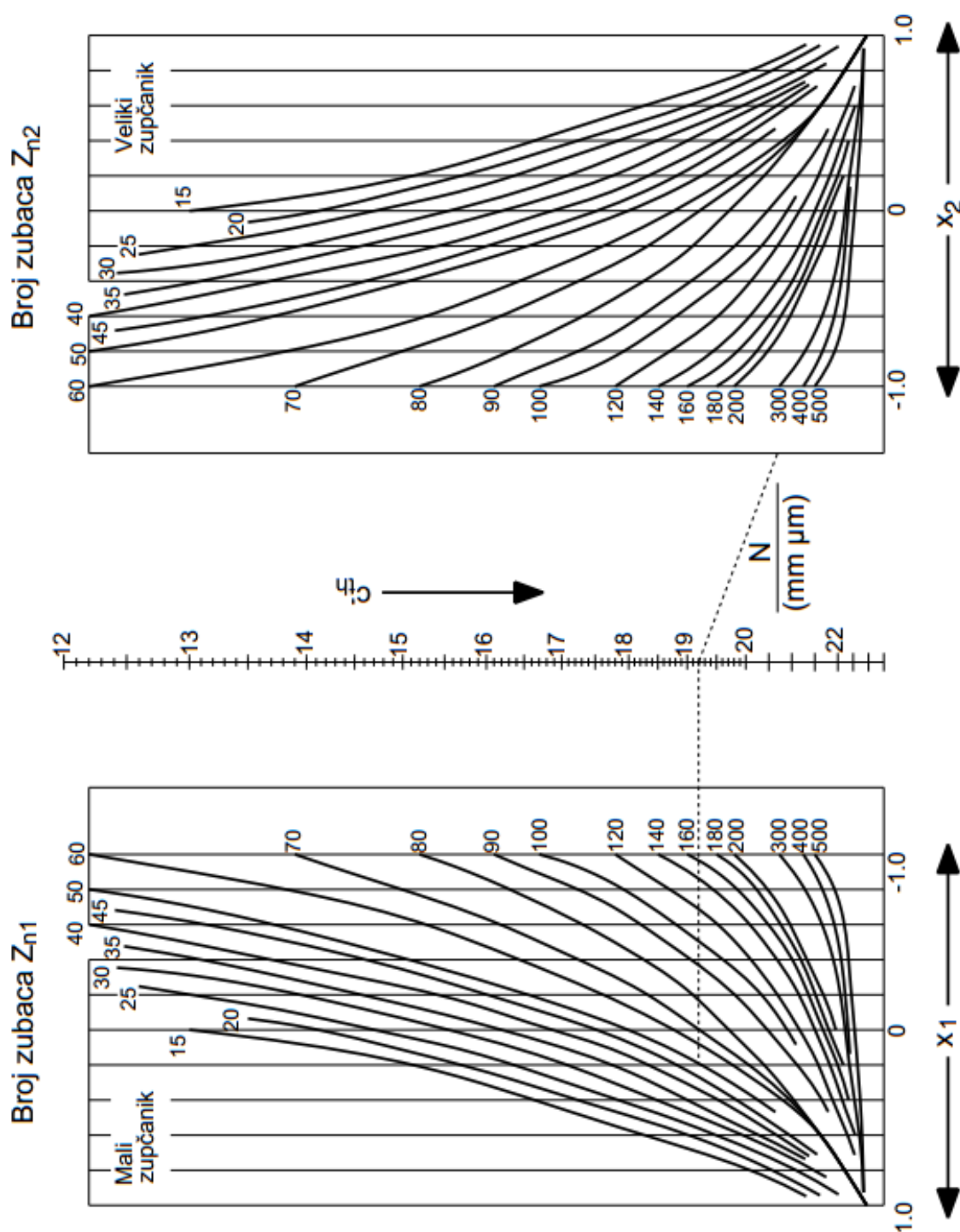
- **Стварна јединична крутост** за зупчанике који нису израђени од челика :

$$c' = c'_c \xi \quad \text{где је} \quad \xi = 0,74 \text{ за } \check{C}/\text{SL}; \quad \xi = 0,55 \text{ за } \text{SL}/\text{SL}$$

- **Код цилиндричних зупчаника** изграђених из пуног материјала са крутим венцем и са $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta \leq 30^\circ$, може се усвојити $C_\gamma = 20 \text{ N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$ и $c' = 14 \text{ N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$.



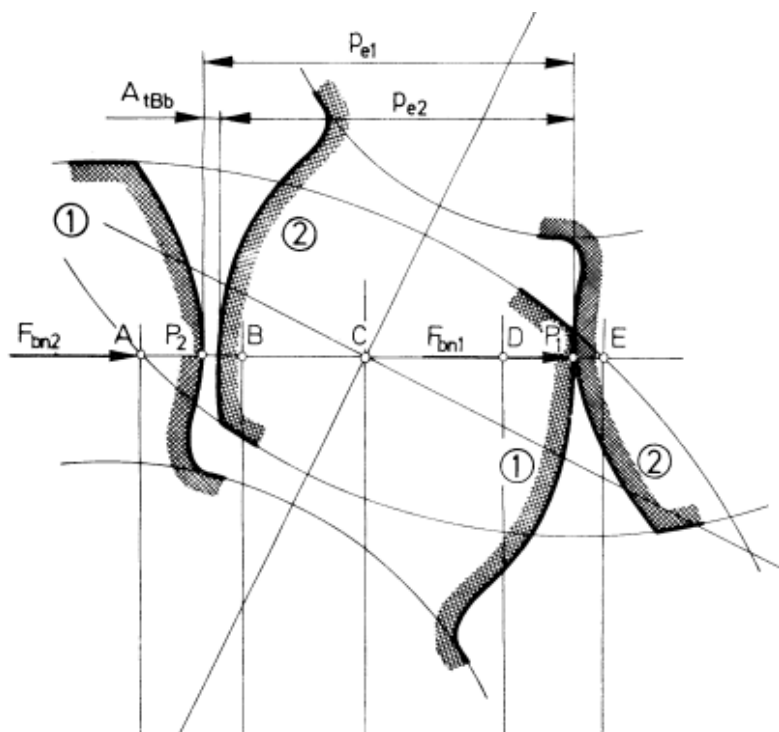
Слика 13. Фактор облика тела зупчаника C_R [1]



Слика 12. Приближно одређивање теоријске јединичне крутости C'_{th}

3.4 Фактори расподеле оптерећења на парове зубаца $K_{H\alpha}$ и $K_{F\alpha}$

На неравномерну расподелу оптерећења на парове зубаца, који се истовремено налазе у спрези, највећи утицај има одступање корака профила зубаца, одступање облика и неједнака крутост парова зубаца. Ако су кораци на додирници међусобно једнаки ($p_{e1} = p_{e2}$), расподела оптерећења на парове зубаца је равномерна. Када је целокупно оптерећење, код потпуно крутих зубаца $p_{e1} > p_{e2}$, у теорији ће преносити само један пар зубаца, слика 14. Међутим постоје зупци еластична тела, разлика корака се анулира па се самим тим оптерећење неравномерно дели на парове зубаца што доводи до превременог одказивања истог. Ова неравномерна расподела оптерећења на парове зубаца се при прорачуну узима у обзир фактором $K_{H\alpha}$, за напоне на боку и фактором $K_{F\alpha}$ за напоне у подножју зубаца.[2]



Слика 14. Разлике у корацима спрегнутих зупчаника [2]

Према ISO препорукама ови фактори се одређују на основу следећих једначина :

- За зупчасте парове код којих је степен спрезања бокова $\epsilon_\gamma \leq 2$

$$K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = \frac{\epsilon_\gamma}{2} \left[0,9 + 0,4 \frac{c_\gamma(A_{tB} - y_\alpha)}{\left(\frac{K_{AFt}}{b}\right) \cdot K_V K_{H\beta}} \right]$$

- За зупчасте парове $\varepsilon_\gamma > 2$

$$K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = 0,9 + 0,4 \sqrt{\frac{2(\varepsilon_\gamma - 1)}{\varepsilon_\gamma} \frac{c_\gamma(A_{tB} - y_\alpha)}{(\frac{K_{AFt}}{b}) \cdot K_V K_{H\beta}}}$$

Где је : F_t , N обимна сила; b , mm ширина зупчаника; c_γ , N/(mm·μm) средња крутост парова зубаца; $A_{tB} = A_{tb2}$, μm одступање основног корака великог зупчаника или разлика измерених средњих вредности одступања корака малог и великог зупчаника (Табела 5.); y_α , μm фактор разраде профила.

Ако је $K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = K_{B\alpha} = 1$ укупно оптерећење се равномерно дели на истовремене спрегнуте парове зубаца. Из овога следи да је минимална вредност фактора :

$$K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = K_{B\alpha} \geq 1$$

Код великих одступања корака, долази до крајње неравномерне расподеле оптерећења, па целокупно оптерећење преноси само један пар зубаца. Одавде се добија услов за максималну вредност фактора расподеле оптерећења на парове зубаца.

$$K_{F\alpha} = \frac{\varepsilon_\gamma}{\varepsilon_\alpha Y_\varepsilon} \quad \text{и} \quad K_{H\alpha} = \frac{\varepsilon_\gamma}{\varepsilon_\alpha Z_\varepsilon^2}$$

❖ Величина Y_ε представља **фактор степена спрезања подножја** и одређује се као :

$$Y_\varepsilon = 0,25 + \frac{0,75}{\varepsilon_\alpha}$$

❖ **Фактор степена спрезања бока** зупца Z_ε се добија из израза :

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}} (1 - \varepsilon_\beta) + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha}$$

Овај израз важи код зупчаника са косим зупцима и где је $\varepsilon_\beta < 1$, а код зупчаника са косим зупцима код који је $\varepsilon_\beta > 1$, узима се да је $\varepsilon_\beta = 1$, па је :

$$Z_\varepsilon = \sqrt{1/\varepsilon_\alpha}$$

Код зупчаника са правим зупцима је $\varepsilon_\beta = 0$, па је фактор степена спрезања бока зупца:

$$Z_\varepsilon = \sqrt{(4 - \varepsilon_\alpha)/3}$$

У зависности од квалитета израде и јединичног оптерећења, можемо усвојити приближне вредности фактора $K_{H\alpha}$ и $K_{F\alpha}$, које су дате у табели 11.

Табела 11. Вредности фактора расподеле оптерећења на парове зубаца

		Јединично оптерећење $K_A \cdot F_t / b$						
		$\geq 100 \text{ N/mm}^2$						$< 100 \text{ N/mm}^2$
ISO квалитет израде		5	6	7	8	9	10	11
Отврднуте површине бокова зубаца	Прави зупци $\frac{K_{F\alpha}}{K_{H\alpha}}$	1,0		1,1	1,2	$1/Y_\varepsilon \geq 1,2$		
						$1/Z_\varepsilon^2 \geq 1,2$		
	Коси зупци $\frac{K_{F\alpha}}{K_{H\alpha}}$	1,0	1,1	1,2	1,4	$\alpha_{an} = \frac{\varepsilon_\alpha}{\cos^2 \beta_b} \geq 1,4$		
Неотврднуте површине бокова зубаца	Прави зупци $\frac{K_{F\alpha}}{K_{H\alpha}}$	1,0			1,1	1,2	$1/Y_\varepsilon \geq 1,2$	
							$1/Z_\varepsilon^2 \geq 1,2$	
	Коси зупци $\frac{K_{F\alpha}}{K_{H\alpha}}$	1,0		1,1	1,2	1,4	$\alpha_{an} = \frac{\varepsilon_\alpha}{\cos^2 \beta_b} \geq 1,4$	

4. Прорачун зупчаника

4.01 Стандардни модул

$$m_n = 2,5 \text{ mm}$$

4.02 Стандардни профил

$$\alpha_p = 20^\circ$$

$$u_p = 1$$

$$c_p = 0,25 \cdot m_n = 0,25 \cdot 2,5 = 0,625 \text{ mm}$$

$$h_{fp} = m_n + c_p = 2,5 + 0,625 = 3,125 \text{ mm}$$

$$h_{ap} = m_n = 2,5 \text{ mm}$$

$$h_p = h_{fp} + h_{ap} = 3,125 + 2,5 = 5,625 \text{ mm}$$

4.03 Угао нагиба бочне линије

$$\beta = 15^\circ$$

4.04 Смерови нагиба бочних линија

Zupčanik 1 - Desni

Zupčanik 2 – Levi

4.05 Угао нагиба профила алата

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta}; \quad \alpha_n = \alpha_p = 20^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 15^\circ} = 0,376$$

$$\alpha_t = 20,6^\circ$$

4.06 Модул

$$m_t = m_n / \cos \beta = 2,5 / \cos 15^\circ = 2,5881 \text{ mm}$$

4.07 Број зубаца зупчаника

$$z_1 = 2,5 \qquad z_2 = 94$$

4.08 Кинематски преносни однос

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{94}{25} = 3,76$$

4.09 Корак на подеоном кругу :

$$p_t = m_t \cdot \pi = 2,5881 \cdot \pi = 8,13 \text{ mm}$$

4.10 Корак на основном кругу :

$$p_{bt} = p_t \cdot \cos \alpha_t = 8,13 \cdot \cos 20,6^\circ = 7,61 \text{ mm}$$

4.11 Пречници подеоних кругова :

$$d_1 = m_t \cdot z_1 = 2,5881 \cdot 25 = 64,7 \text{ mm}$$

$$d_2 = m_t \cdot z_2 = 2,5881 \cdot 94 = 243,2 \text{ mm}$$

4.12 Ширина зупчаника :

$$b = \varphi \cdot d_1 = 1,4 \cdot 64,7 = 89,7 = 90 \text{ mm}$$

4.13 Пречници основних кругова :

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha_t = 64,7 \cdot \cos 20,6^\circ = 60,5 \text{ mm}$$

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos \alpha_t = 243,2 \cdot \cos 20,6^\circ = 227,6 \text{ mm}$$

4.14 Угао нагиба зупца :

$$\beta = 15^\circ$$

4.15 Пречници темених кругова :

$$d_{a1} = 2a - d_{f2} - 2c = 2 \cdot 153,95 - 236,95 - 2 \cdot 0,625 = 69,7 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = 2a - d_{f1} - 2c = 2 \cdot 153,95 - 58,45 - 2 \cdot 0,625 = 248,2 \text{ mm}$$

4.16 Збир (разлика) коефицијента померања :

$$x_1 + x_2 = 0 + 0 = 0$$

4.17 Скраћење главе :

$$k_m = a_d + m_n(x_1 + x_2) - a = 053,95 + 0 - 153,95 = 0 \text{ mm}$$

4.18 Лучна дебљина зупца на подеоном кругу :

$$S_{t1} = m_t \left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \right) = 2,5881 \cdot \frac{\pi}{2} = 4,065 \text{ mm}$$

$$S_{t2} = m_t \left(\frac{\pi}{2} + 2x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \right) = 2,5881 \cdot \frac{\pi}{2} = 4,065 \text{ mm}$$

4.19 Лучна дебљина међузубља :

$$e_{t1} = p_t - S_{t1} = 8,13 - 4,065 = 4,065 \text{ mm}$$

$$e_{t2} = p_t - S_{t2} = 8,13 - 4,065 = 4,065 \text{ mm}$$

4.20 Темени зазор :

$$c_{\min} = 0,12 \cdot m_n = 0,12 \cdot 2,5 = 0,3 \text{ mm}$$

$$c = a - \frac{d_{a1} + d_{f2}}{2} = 153,95 - \frac{69,7 + 236,95}{2} = 0,625 \text{ mm}$$

$$c = 0,625 \text{ mm} > c_{\min} = 0,3 \text{ mm}$$

4.21 Парцијалне дужине додирнице :

$$r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{64,7}{2} = 32,35 \text{ mm} \quad ; \quad r_2 = \frac{d_2}{2} = \frac{243,2}{2} = 121,6 \text{ mm}$$

$$g_a = \frac{1}{2} \sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} - r_1 \cdot \sin \alpha_{wt} = \frac{1}{2} \sqrt{69,7^2 - 60,5^2} - 32,35 \cdot \sin 20,6^\circ = 5,92 \text{ mm}$$

$$g_f = \frac{1}{2} \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} - r_2 \cdot \sin \alpha_{wt} = \frac{1}{2} \sqrt{248,2^2 - 227,6^2} - 121,6 \cdot \sin 20,6^\circ = 6,71 \text{ mm}$$

4.22 Дужина активног дела додирнице :

$$g_a = g_a + g_f = 5,92 + 6,71 = 12,63 \text{ mm}$$

4.23 Парцијални степен спрезања :

$$\varepsilon_a = \frac{g_a}{p_{bt}} = \frac{5,92}{7,61} = 0,777$$

$$\varepsilon_f = \frac{g_f}{p_{bt}} = \frac{6,71}{7,61} = 0,881$$

4.24 Степен спрезања профила :

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_a + \varepsilon_f = 0,777 + 0,881 = 1,65$$

4.25 Степен спрезања бочних линија :

$$\varepsilon_\beta = b \cdot \tan \beta / p_t = 90 \cdot \tan 15^\circ / 8,13 = 2,99$$

4.26 Степен спрезања бокова :

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = 1,65 + 2,99 = 4,64$$

4.27 Провера интерференце при спрезању :

$$r_{w1} \cdot \sin \alpha_{wt} > g_f$$

$$\frac{d_{w1}}{2} \cdot \sin \alpha_{wt} = \frac{64,7}{2} \cdot \sin 20,6^\circ = 11,38 \text{ mm}$$

$$11,38 \text{ mm} > 6,71 \text{ mm}$$

$$r_{w2} \cdot \sin \alpha_{wt} > g_a$$

$$\frac{d_{w2}}{2} \cdot \sin \alpha_{wt} = \frac{243,2}{2} \cdot \sin 20,6^\circ = 42,78 \text{ mm}$$

$$42,78 \text{ mm} > 5,92 \text{ mm}$$

5. Прорачун носивости зупчаника

* Обимне силе :

$$F_{t1} = \frac{2 \cdot T_1}{d_{w1}} = \frac{2 \cdot 76,34 \cdot 1000}{64,7} = 2359,8 \text{ N}$$

$$F_{t2} = \frac{2 \cdot T_2}{d_{w2}} = \frac{2 \cdot 279,86 \cdot 1000}{243,2} = 2301,4 \text{ N}$$

5.1 Прорачун носивости по критеријуму чврстоће бокова зубаца

5.1.1. Прорачун радног напона :

$$\sigma_{H0} = Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta Z_B \cdot \sqrt{\frac{F_t}{d_1 b} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot K_A K_V K_{H\alpha} K_{H\beta}}$$

5.1.1.1 Фактор облика зупца Z_H :

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos \beta_b}{\cos^2 \alpha_t \cdot \operatorname{tg} \alpha_{wt}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos 15^\circ}{\cos^2 20,6^\circ \cdot \operatorname{tg} 20,6^\circ}} = 2,421$$

5.1.1.2 Фактор еластичности материјала Z_E :

За челик, модул еластичности је $E = 2,06 \cdot 10^5 \text{ Мпа}$.

$$Z_E = 189,8 \sqrt{\text{N/mm}^2} \quad (\text{Tabela 2.8.13 – ME B.Николић})$$

5.1.1.3 Фактор спрезања Z_ϵ :

$$Z_\epsilon = \sqrt{1/\epsilon_\alpha} = \sqrt{1/1,65} = 0,778$$

5.1.1.4 Фактор једноструке спреге Z_B :

$$\text{За } z_1 = 25 > 20 \quad Z_B = 1$$

5.1.1.5 Фактор угла нагиба зупца Z_β :

$$Z_\beta = \sqrt{\cos\beta} = \sqrt{\cos 15^\circ} = 0,982$$

5.1.1.6 Фактор радних услова :

$$K_A = 1,25$$

5.1.1.7 Фактор динамичких сила K_V :

$$K_V = f_F \cdot K_{350}N + 1$$

Јединично оптерећење :

$$K_A \cdot F_t / b = 1,25 \cdot 2359,8 / 90 = 32,41 \text{ N/mm} < 100 \text{ N/mm}$$

$$f_F = 3,21 \text{ (Tabela 2.8.3 – ME B.Николић)}$$

$$V_1 = \omega_1 \cdot r_1 = 102,6 \cdot \frac{64,7}{2} \cdot 10^{-3} = 3,31 \frac{m}{s}$$

$$\frac{Z_1 \cdot V_1}{100} \cdot \sqrt{\frac{u^2}{1+u^2}} = \frac{25 \cdot 3,31}{100} \cdot \sqrt{\frac{3,76^2}{1+3,76^2}} = 0,799 \frac{m}{s}$$

$$K_{350}N = 0,08 \text{ (Дијаграм 2.8.6 – ME B.Николић)}$$

$$K_V = f_F \cdot K_{350}N + 1 = 3,21 \cdot 0,08 + 1 = 1,256$$

5.1.1.8 Фактори расподеле оптерећења дуж додирне линије бокова зубаца $K_{H\beta}$ и $K_{F\beta}$:

$$K_{F\beta} = 1 + (K_\beta - 1)f_w f_p f_1$$

- за квалитет 7, основни фактор расподеле оптерећења $K_\beta = 1,16$ (Табела 2.8.6 – ME B.Николић)

- Корекциони фактор f_w (Табела 2.8.7 – ME B.Николић) :

$$K_A K_V F_t / b = 1,25 \cdot 1,256 \cdot 2359,8 / 90 = 40,7 < 100$$

$$f_w = 1,60$$

- Фактор спрегнутих материјала :

$$\text{На основу препорука за спрегу челик / челик} \quad f_p = 1$$

-Фактор положаја зупчаника на вратилу :

Симетрични : $f_1 = 1$

$$K_{F\beta} = 1 + (K_{\beta} - 1)f_w f_p f_1 = 1 + (1,16 - 1) \cdot 1,60 \cdot 1 \cdot 1 = 1,256$$

$$K_{H\beta} = K_{F\beta}^{1,39} = 1,372$$

5.1.1.9 Фактори расподеле оптерећења на парове зубаца $K_{H\alpha}$ и $K_{F\alpha}$:

$$K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = 0,9 + 0,4 \sqrt{\frac{2(\epsilon_{\gamma} - 1)}{\epsilon_{\gamma}}} \cdot \frac{C_{\gamma} (A_{tB} - y_{\alpha})}{(K_A F_t / b) \cdot K_V \cdot K_{H\beta}}$$

C_{γ} – средња крутостспрегнутих парова зубаца

$$C_{\gamma} = C'(0,75 \cdot \epsilon_{\alpha} + 0,25)$$

За спрегу челик / челик $C' = 0,8 C_R C_B C'_{th} \cos \beta$

За зупчанике од пуног материјала $C_R = 1$

$$Z_{n1} = Z_1 / \cos^3 \beta = 25 / \cos^3 15 = 27,74$$

$$Z_{n2} = Z_2 / \cos^3 \beta = 94 / \cos^3 15 = 104,3$$

$$C'_{th} = 1 / (0,04723 + 0,15551 / Z_{n1} + 0,25791 / Z_{n2} - 0,00635 \cdot x_1 - 0,11654 \cdot x_1 / Z_{n1} - 0,00193 \cdot x_2 - 0,24188 \cdot x_2 / Z_{n2} + 0,00529 \cdot x_1^2 + 0,00182 \cdot x_2^2) = 1 / 0,055302 = 18,08$$

$$C_B = 1$$

$$C' = 0,8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 18,08 \cdot \cos 15 = 14,464$$

$$C_{\gamma} = 14,464 \cdot (0,75 \cdot 1,65 + 0,25) = 21,5 \text{ N/(mm} \cdot \mu\text{m)}$$

- За цилиндричне зупчанике са $\alpha_n = 20^\circ$ и $\beta < 30^\circ$, усваја се : $C_\gamma = 20 \text{ N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$ и $C' = 14 \text{ N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$.

Обзиром да је јединично оптерећење мања од $100 \text{ N}/\text{mm}$, врши се корекција :

$$C_\gamma \cdot \frac{K_A \cdot F_t}{100 \cdot b} = \frac{1,25 \cdot 2359,8}{100 \cdot 90} = \boxed{6,48}$$

- Одступање основног корака великог зупчаника A_{tB} :

$$A_{tB} = A_{t0} \cdot \cos\beta$$

$A_{t0} = 17 \mu\text{m}$ (Табела 2.7.1 – МЕ В.Николић)

$$A_{tB} = 17 \cdot \cos 15 = 16,4 \mu\text{m}$$

- Фактор разраде профила y_α :

$$y_\alpha = \frac{160}{\sigma_{Hlim}} \cdot A_{tB} \quad (\text{Табела 2.8.5 – МЕ В.Николић})$$

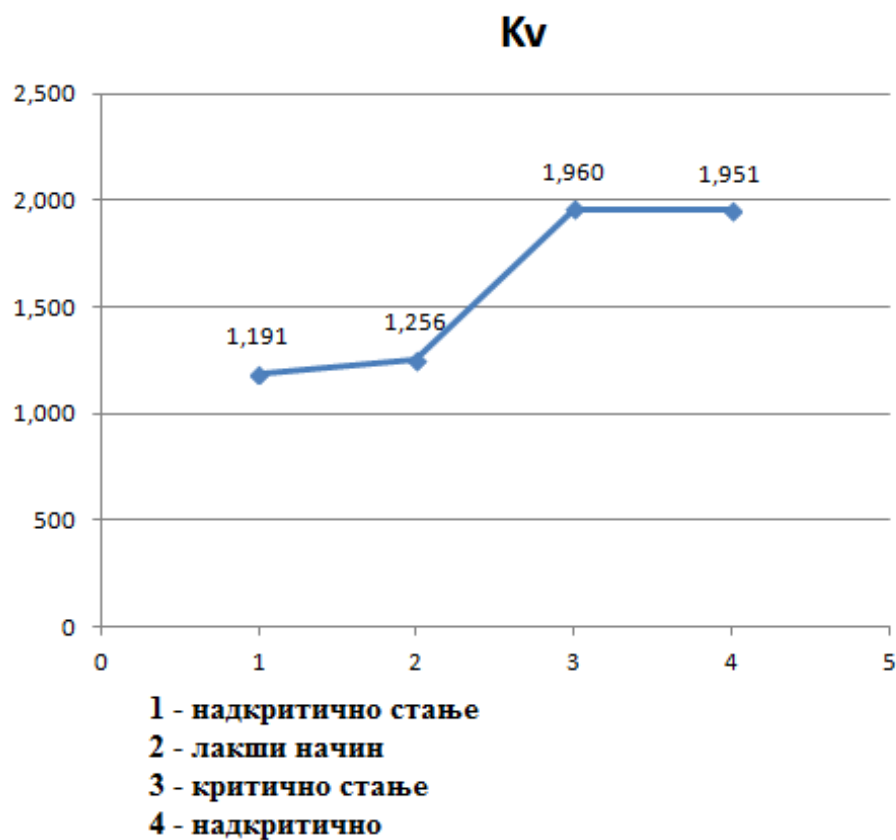
За Č4730 : $\sigma_{Hlim} = 830 \text{ N}/\text{mm}^2$; $\sigma_{Flim} = 340 \text{ N}/\text{mm}^2$

➤ Прорачун фактора оптерећења за мали зупчаник

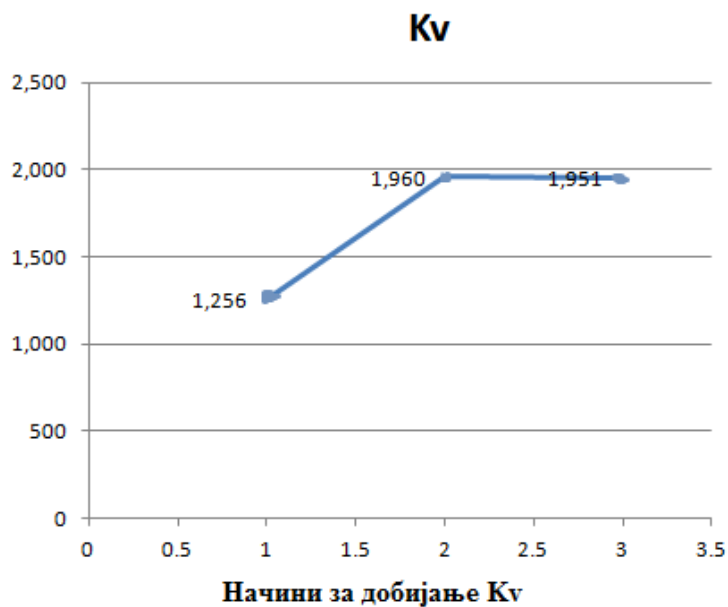
-Фактор радних услова K_A

$K_A = 1,25$ вредност читана из табеле 1, са средњим ударима

-Фактор унутрашњих динамичких сила K_V



K_V	подкритично	критично	надкритично	Лакши
	1,191	1,960	1,951	1,256



-Фактори расподеле оптерећења дуж додирне линије бокова зубаца $K_{H\beta}$ и $K_{F\beta}$

I начин

$K_V = 1,256 \rightarrow K_{H\beta} = 1,748 ;$

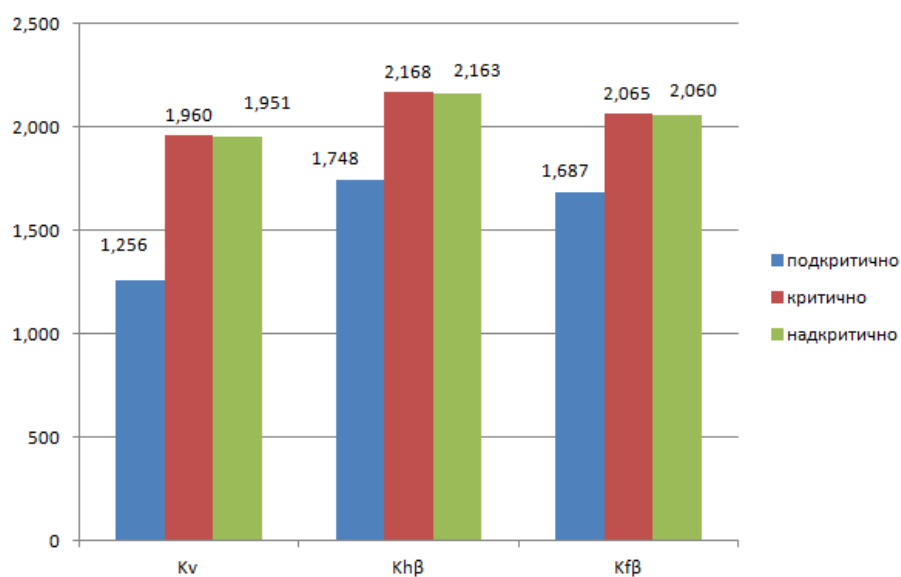
$K_{F\beta} = 1,687$

$K_V = 1,960 \rightarrow K_{H\beta} = 2,168 ;$

$K_{F\beta} = 2,065$

$K_V = 1,951 \rightarrow K_{H\beta} = 2,163 ;$

$K_{F\beta} = 2,060$



Зависност фактора расподеле оптерећења од K_V за мали зупчаник

II начин

Вредности за овај начин се читавају из дијаграма на Слици 9.

III начин

$$K_{H\beta} = 1,372 ;$$

$$K_{F\beta} = 1,256$$

-Фактори расподеле оптерећења на парове зубаца $K_{H\alpha}$ и $K_{F\alpha}$

$$K_{H\alpha} = 1,6698$$

$$K_{F\alpha} = 1,6698$$

$$1,191 : 1,960 = 100 \% : x$$

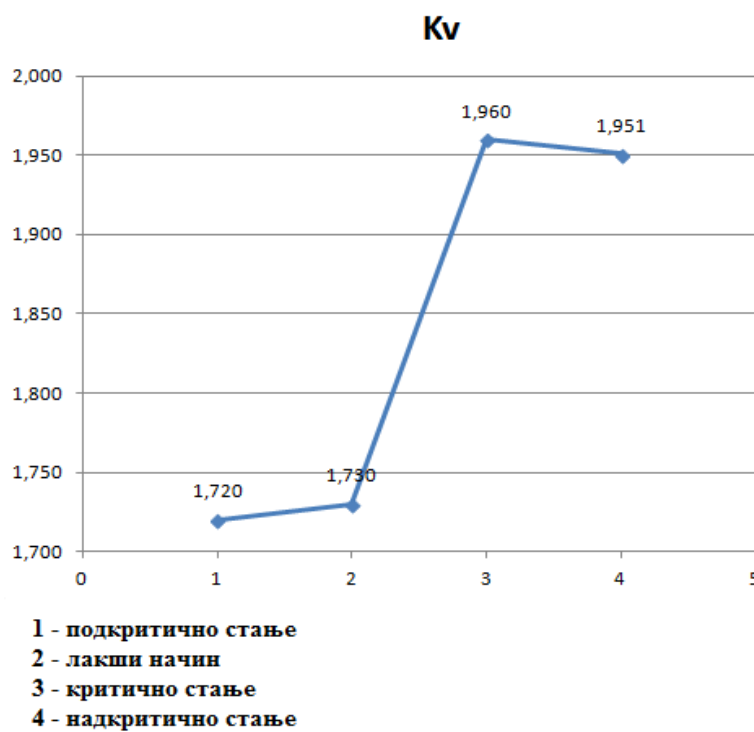
$x = 6,07 \%$ - одступања најмање од највеће вредности изражено у %

➤ **Прорачун фактора оптерећења за велики зупчаник**

-Фактор радних услова K_A

$K_A = 1,25$ вредност читана из табеле 1, са средњим ударима

-Фактор унутрашњих динамичких сила K_V



K_v	подкритично	критично	надкритично	лакши
	1,720	1,960	1,951	1,730



-Фактори расподеле оптерећења дуж додирне линије бокова зубаца $K_{H\beta}$ и $K_{F\beta}$

I начин

$K_v = 1,730 \rightarrow K_{H\beta} = 2 ;$

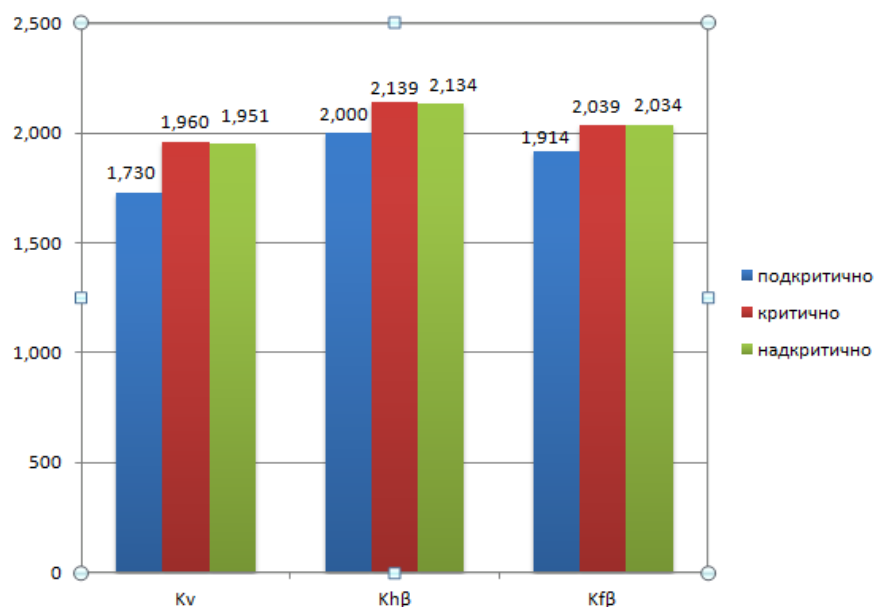
$K_{F\beta} = 1,914$

$K_v = 1,960 \rightarrow K_{H\beta} = 2,139 ;$

$K_{F\beta} = 2,039$

$K_v = 1,951 \rightarrow K_{H\beta} = 2,134 ;$

$K_{F\beta} = 2,034$



Зависност фактора расподеле оптерећења од K_v за велики зупчаник

II начин

Вредности за овај начин се читавају из дијаграма на Слици 9.

III начин

$$K_{H\beta} = 1,3722 ;$$

$$K_{F\beta} = 1,256$$

-Фактори расподеле оптерећења на парове зубаца $K_{H\alpha}$ и $K_{F\alpha}$

$$K_{H\alpha} = 1,602$$

$$K_{F\alpha} = 1,602$$

$$1,72 : 1,960 = 100\% : x$$

$$x = 8,77\% \quad - \text{одступања најмање од највеће вредности изражено у } \%$$

6. Закључак

Фактори оптерећења су веома битни за функционисање и радни век зупчаника. Правилним одабиром фактора оптерећења, добијамо веће искоришћење и већу поузданост зупчаника. Да бисмо показали колико се поједини фактори разликују међусобом, тј начини на који се они добијају, урађен је прорачун за један зупчасти пар. У питању је цилиндрични зупчасти пар са косим зупцима. Прорачун је одрађен за погонски и гоњени зупчаник.

У овом раду су детаљно описане све методе за одређивање фактора оптерећења, како теоријски тако и практично на урађеном примеру.

На основу резултата, које смо добили одређивањем и анализом ових фактора, можемо са сигурношћу закључити да је најсигурније и најједноставније узимати вредности добијене у прорачуну за лакши начин, јер су одступања добијених вредности прихватљива, мања од 10 %.

Материја изнета у оквиру овог завршног рада може се користити као јасна и веома олакшавајућа литература при прорачуну фактора оптерећења.

7. Литература

[1] Вера Николић : МАШИНСКИ ЕЛЕМЕНТИ, КРАГУЈЕВАЦ, 2004.

[2] Еуген Обершмит : ОЗУБЉЕЊА И ЗУПЧАНИЦИ, ЗАГРЕБ, 1982.

[3] Душан Витас и Милан Трбојевић : МАШИНСКИ ЕЛЕМЕНТИ 3, БЕОГРАД, 1978.