

Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу



Назив студијског програма: Машинско инжењерство

Ниво студија: Мастер академске студије

Модул: Примењена механика и аутоматско управљање

Предмет: Прорачунска механика контакта

Број индекса: 413/2017

Стефан Б. Огњановић

МКЕ СИМУЛАЦИЈА FDM-A у 3D ШТАМПИ

-мастер рад-

Комисија за преглед и одбрану:

1. Проф. др Мирослав Живковић,- ментор

2. _____

3. _____

Датум одбране: _____

Оцена: _____

Резиме

Основни циљ овог рада је синтеза теоријског и примењеног знања, која ће послужити новим корисницима као полазне тачке при решавању контактних проблема у тродимензионалној штампи применом софтвера Femap. Нумеричка симулација контактних проблема депонованог материјала на основну плочу спроведена је применом комерцијалног софтвера Femap који је заснован на примени методе коначних елемената. Геометрија модела као и мрежа коначних елемената креирани су у софтверском пакету Femap. Спроведене су анализе два модела коришћењем солвера NX Nastran. Добијене вредности анализе упоређене су са публикованим радом, ради приближне верификације резултата.

Кључне речи: контакт, ФДМ симулација, МКЕ анализа

Abstract

The main goal of this paper is the synthesis of theoretical and applied knowledge, which will serve new users as a starting point for solving contact problems in three-dimensional printing using Femap software. Numerical simulation of the contact problem of deposited material on the baseplate was carried out using commercial Femap software based on the application of the finite element method. The model geometry as well as the finite element network were created in the Femap software package. Two models were analysed using the NX Nastran solver. The obtained analysis values were compared with the published paper, for the approximate verification of the results.

Key words: contact, FDM simulation, FEM analysis

Задатак: Симулација поступка тродимензионалне штампе коришћењем методе коначних елемената. Моделирање основне плоче, слојеви штампе, напони између слојева као и термална померања између елемената, представљају задатке рада. Циљ рада јесте испитивање контактних сила између материјала, који су софтверски моделирани, коришћењем конвенцијалних софтверских пакета.

Препоручена литература:

- [1] Р. Славковић, М. Живковић, Н. Грујовић, М. Којић, Метод коначних елемената 1 - Линеарна анализа, Крагујевац: Машински факултет, 2010.
- [2] Трајановић М., Грујовић Н., Миловановић Ј., Миливојевић В., Рачунарски подржане брзе производне технологије, Машински факултет у Крагујевцу, Центар за информационе технологије, 2008
- [3] Ji, L. and Zhou, T. (2010), "Finite element simulation of temperature field in fused deposition modeling", *Advanced Materials Research* **97**, 2585–2588.
- [4] Zhang, Y., Chou, K. (2008), "A parametric study of part distortions in fused deposition modelling using three-dimensional finite element analysis", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture* **222**(8), 959–968.
- [5] Ziemian, C., Sharma, M. and Ziemian, S. (2012a), "Anisotropic mechanical properties of ABS parts fabricated by fused deposition modelling", in M. Gokcek, ed., *Mechanical Engineering*, InTech

Ментор:

Др Мирослав Живковић, редовни професор

Крагујевац, 16.05.2019

САДРЖАЈ

1. УВОД.....	3
2. МОДЕЛИРАЊЕ ДЕПОНОВАЊЕМ ИСТОПЉЕНОГ МАТЕРИЈАЛА – FDM	5
2.1 ИСТРАЖИВАЊА И МОДЕЛИРАЊЕ ПРОЦЕСА ТРОДИМЕНЗИОНАЛНЕ ШТАМПЕ	6
2.2 ПОСТУПАК ИЗРАДЕ	7
3. ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ	8
3.1 ОСНОВЕ НА КОЛИМА СЕ ЗАСНИВА МКЕ.....	8
3.2. АЛГОРИТАМСКИ КОНЦЕПТИ МКЕ	8
3.3 ОПШТА ТЕОРИЈА МКЕ	9
3.4 ПРОВОЂЕЊЕ ТОПЛОТЕ	11
3.4.1 Основне једначине провођења топлоте.....	12
3.5 МЕХАНИКА КОНТАКТА	17
3.5.1 Penalty метода	17
4. СОФТВЕРСКИ ПАКЕТ FEMAP NX NASTRAN (SIMCENTER)	20
4.1 КОНТАКТ У СОФТВЕРСКОМ ПАКЕТУ FEMAP NX NASTRAN (SIMCENTER)	20
5. ПОСТАВКА МОДЕЛА	26
5.1.1 Модел са једним депонованим слојем.....	27
5.1.2 Модел са два штампана слоја	31
5.2 ТЕМПЕРАТУРНА ДЕФОРМАЦИЈА УСЛЕД ХЛАЂЕЊА ЗА ЈЕДАН ДЕПОНОВАНИ СЛОЈ.....	35
5.3 ТЕМПЕРАТУРНА ДЕФОРМАЦИЈА УСЛЕД ХЛАЂЕЊА ЗА ДВА ДЕПОНОВАНА СЛОЈА.....	39
6. ЗАКЉУЧАК.....	44
ЛИТЕРАТУРА.....	45

1. Увод

Од почетка осамдесетих година па све до данас све већи значај у индустрији представљају брзе производне технологије. Под брзим производним технологијама (енг. *Rapid prototyping - RP*) подразумева се читав низ релативно нових технолошких поступака који омогућавају директну производњу комплексних физичких објеката користећи као улаз тродимензионални дигитални геометријски модел. Једна од најзаступљених и најпространијих брзих производних технологија је тродимензионална штампа. Почетком осамдесетих година је почео развој првих система за адитивну производњу, који су користили фотосензитивне смоле, термопластике и папир као полазни материјал. Током година, адитивна производња се развијала и данас постоји велики број комерцијализованих технологија. Ту спадају стереолитографија (SLA), депоновање истопљеног материјала (*FDMFDM*), селективно ласерско синтеровање (SLS), израда објеката ламинацијом (LOM), 3D штампање (3DP) и ласерско топљење метала (LMD).

Ови процеси су првобитно коришћени за израду прототипова одређене компоненте која би се након тога масовно производила традиционалним методама (стругање, глодање и сл.). Након великог напретка у унапређивању постојећих и развијању нових технологија, почело је интензивно коришћење адитивне производње у скоро свим гранама индустрије. Данас се адитивна производња примењује у изради механичких делова и производа широке производње, али се успешно користи и за производњу биомедицинских имплантата. Развојем нових технологија створила се могућност коришћења разних метала, керамике и композита као материјала израде. То је омогућило примену адитивне производње у ваздухопловној и војној индустрији.

Као једну од водећих технологија, моделирање депоновањем истопљеног материјала је узета као метода која ће бити представљена у раду. Метода моделирања депоновањем истопљеног материјала представља технологију која се најчешће користи у односу на све друге методе истискања тј. екструдирања материјала. Овом методом, слојеви се добијају тако што млазница истискује влакно истопљене термопластике на површину за штампу. Метода моделирања депоновањем истопљеног материјала (*FDM*), развијен је још 1988. године, а већ 1992. године пуштен је у рад први комерцијални *FDM* систем. Кроз наредних десет година, *FDM* је чинио 37% свих брзих производних технологија. До данас његова заступљеност, као и употреба расте. Како је *FDM* метода почела да се користи за израду готових производа, јавила се потреба за побољшањем резултујућих производа штампе као и предвиђања понашања депонованог материјала. Како би представили целокупан процес коришћена је метода коначних елемената у циљу нумеричке анализе.

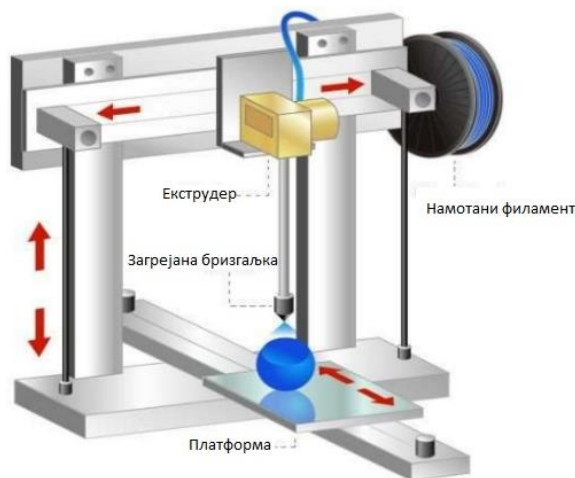
У склопу другог поглавља овог рада представљена је метода моделирања депоновањем истопљеног материјала као и поступак припреме и израде *FDM* модела. У склопу трећег поглавља овог рада дате су теоријске основе. Сама основа јесте метод коначних елемената, која се даље бави провођењем топлоте између елемената. Један од важних фактора представља контакт између депонованог слоја и површине за штампу. Затим у склопу четвртог поглавља дат је софтвер у коме је вршена анализа. Фемар као софтвер који је коришћен за пред и постпроцесирање даје могућност дефинисања контакта између депонованог материјала и штампане плоче. Такође, овај софтвер нам омогућава бирање

типа контакта и његових фактора у циљу реалнијег приказивања понашања модела. У петој глави дат је детаљан опис модела, као и приказ више типова анализа коришћених за анализу модела. Такође, дати су графички прикази добијених резултата МКЕ анализом у софтверу Femap.

2. Моделирање депоновањем истопљеног материјала – FDM

Моделирање депоновањем истопљеног материјала се базира на принципу екструдирања истопљеног материјала. Екструдирање је процес у коме се материјал у чврстом стању континуално доводи у комору за загревање, где се топи, а затим се истискује кроз профилисан отвор. Материјал се загрева док се не достигне оптимална вискозност, при чему се елиминишу меморијски ефекти који постоје код материјала у чврстом стању. Ово се посебно односи на пластичне материјале. У случају примене у системима брзих производних технологија, истопљени материјал се наноси на претходни слој, и готово тренутно хлади и стврдњава. Након завршеног једног слоја долази до повећања растојања између платформе и бризгачке за дебљину слоја. Битно је одржавати константу температуру и брзину бризгачке као и вертикално померање бризгачке између слојева како би површина била што континуалнија. Међутим, поновно топљење и брзо хлађење могу погоршати неједнаке топлотне градијенте, који стварају заостале напоне одговорне за деформације дела. Разни материјали се могу екструдирати, пре свега пластика и гума, али се у новије време екструдирају и композити, алуминијум и разне легуре.

Као и код других RP технологија, модел се израђује из низа слојева. Параметри који утичу на перформансе и функционалност система су модул еластичности материјала, вискозност материјала, тачност позиционирања, брзина депоновања, ширина пута, запремински проток, пречник отвора главе, температура загревања и геометрија дела. На слици 2.1 је дат шематски приказ рада FDM штампе.



Слика 2.1 Компоненте 3D штампача

Код моделирања депоновањем истопљеног материјала носеће структуре представљају већи проблем него код других технологија. Како нема ни течног полимера, а ни праха, потребно је одградити потпорну структуру на сваком месту где је слој који се израђује шири од претходног. Софтвери за управљање FDM поступком су опремљени алгоритмима за генерисање потпора тако да се оствари компромис између њихове носивости и лакоће отклањања [1]. Ово се постиже коришћењем још једне екструзионе главе са кртијим материјалом од примарног, за израду ових потпора, које је касније лако уклонити.

Главне предности FDM технологије су у томе што је могуће направити функционалне прототипове са минималном количином отпада. У току FDM процеса не стварају се токсична испарења што је случај код SLA смола. Такође након завршеног процеса депоновања

материјала није потребна накнадна обрада у виду даљег очвршћавања добијеног продукта. Највећи недостаци овог процеса су напрезања материјала и стварање деформација насталих услед хлађења. Процес штампе је сам по себи спор и поседује веома ниску тачност израде [1].

2.1 Истраживања и моделирање процеса тродимензионалне штампе

Многи истраживачи су се бавили испитивањима производа добијених овом методом. Установљено је, да између различитих геометријских грешака у моделирању производа из више слојева, искривљеност добијених модела изазвана заосталим напонима је једно од највећих проблема. Напори да се измоделира FDM, како аналитички тако и помоћу рачунарских технологија, били су фокусирани на различите делове процеса. Проблеми који су морали бити узети у обзир су:

1. хлађења филамента који је екструдиран на плочу [2],
2. механичке карактеристике одштампаног дела [3,4,5,6,7,8,9],
3. проток бризгаљке [10],
4. спајање екструдираних слојева [11],
5. недостаци финалног продукта [12,13].

Сprovedено је неколико студија како би се моделирали заостали напони у добијеном производу. Међутим, у вези са заосталим напонима у FDM-у може се наћи неколико референци. Група истраживача [15] моделирала је механички аспект користећи анализу коначних елемената (МКЕ) како би проучили утицај различитих конструктивних, и нумеричких параметара, на савијање проузроковано скупљањем фотополимера. Откривено је да се савијање повећава са величином запреминског скупљања и смањује се када се повећава дебљина слоја.

Sonmez и Nan [16] развили су термомеханичке моделе повезујући параметре процеса са температуром и расподелом напона у ламинатима током израде. Друга група истраживача [17] вршила је структурну анализу користећи методу коначних елемената да би моделирали прогрес савијања дела у селективном ласерском синтеровању. Објављено је да ће синтеровање прва два слоја тог модела у тим слојевима значајно смањити ниво савијања, а самим тим и заостале напоне у моделу. Америчка група научника [18] развили су једнодимензионални термомеханички модел да предвиди заостали напон који настаје због узастопних таложења прегрејаних растопљених слојева. Променом брзине таложења, ови истраживачи су проучавали ефекат издизања слојева на постојећим материјалима и ефекат локализованог предгревања. Иста истраживачка група [19,20] даље је развила термомеханичке моделе наслаганих слојева, капљица и суседних капљица. Група истраживача са универзитета Мелон у Питсбургу [21] користили су МКЕ да проуче деламинацију заосталог напона код вишеслојног депоновања материјала. Брзина отпуштања енергије деламинације, која је израчуната према заосталим напонима у моделу, може се користити за проналажење критичних места у моделу где је вероватноћа да се раздвајање деси највећа. Иако је коришћено неколико тродимензионалних модела, већина горе наведених истраживача користила је дводимензионалне моделе у циљу проучавања FDM-а методом коначних елемената. Недостатак у овим истраживањима представља чињеница да се не узимају у обзир геометријске промене током депоновања истопљеног материјала. У FDM-у је доминантан начин преноса топлоте, провођење и конвекција, па се стога геометријска промена модела

мора укључити у анализу. Највећи допринос у моделирању FDM процеса допринела је група истраживача из Италије [22,23,24] који су коришћењем софтверског пакета Abaqus успели у потпуности да симулирају процес тродимензионалне штампе методом депоновања истопљеног материјала. Резултате које су добили нумеричком анализом се у великој мери поклапају са експерименталним резултатима.

Овај рад за задатак има да симулира процес тродимензионалне штампе користећи методу коначних елемената, као и да испита контактне силе између основне плоче и депонованих слојева. У циљу реализације овог задатка креирана су два модела референтна модела. Један модел који садржи основну плочу са једним депонованим слојем, и други са два депонована слоја, где је у оба случаја моделиран контакт између основне плоче и депонованих слојева. У анализу су укључени механички и топлотни процеси, са проучавањима заосталих расподела напона, деформација као и контактних сила.

2.2 Поступак израде

У поступку тродимензионалне штампе геометријски модел се креира у CAD софтверу, који даје IGES или STL формат фајлова. Затим се преноси на радну станицу, где се процесира у специјалном софтверу. Овај софтвер поседује могућности аутоматског генерисања ослонца. Врши оријентацију моделу у оптималну позицију за израду, и дели модел на хоризонталне слојеве. Дебљина слојева може бити од 0.172 до 0.356 mm, зависно од намене модела. На крају се генеришу путање главе за пренос израде и оне се шаљу на FDM машину. Делови се израђују од слојева формираних истискивањем нити растопљеног воска или пластике. Материјал је у облику танких нити, пречника 1.27mm, који се уводе са калема у екструзиону главу. Нити су начињене од обрадивог или ливачког воска, или од термопластичних полимера (полиестера, ABS-а, еластомера, полиолефина или полиамида). У екструзионој глави нит се загрева до температуре топљења, а онда се убризгава кроз млазницу. Кретање екструзионе главе је нумерички управљано. Екструзиона глава се креће унутар контуре попречног пресека који се тренутно израђује. При том се растопљени материјал наноси на платформу (ако се ради први слој) или на претходни слој. Обзиром да се атмосфера у комори за израду држи испод температуре топљења, он очвршћава брзо тј. за једну десетину секунде.

После наношења сваког слоја елеватором се врши подешавање растојања између платформе и екструзионе главе тако да је могуће нанети следећи слој на претходне слојеве. Важно је одржавати константним температуру и брзину главе, као и померања између слојева, чиме се спречава појава видљивих шавова и неправилности површине. Употребом два отвора на глави остварује се депоновање два материјала за израду. Основни материјал је намењен за израду предмета док је секундарни намењен за израду ослонца.

У циљу изградње физичког модела, Stratasys-ов FDM систем може да учита запремински, површински или жичани 3D модел. Програм QuickSlice, Slic3r и KiSSlicer претвара ове моделе у формат који је погодан за израду STL модела. Делови израђени FDM-ом не садрже вештачке полигоне који се често могу видети код делова израђених у другим SFF системима. Недостатак овог система јесте да сви режњеви морају бити дефинисани пре самог почетка израде. Тек тада се подаци о кретању екструзионе главе за сваки пресек пребацују јединици за нумеричко управљање кретања главе. Са друге стране, ово може да буде уједно и предност, јер корисник помоћу претходно наведених програма може ручно да измени путању кретања алата.

3. Теоријске основе

У оквиру ове главе прво је дата теоријска основа саме анализе као и представљање методе коначних елемената. Дате су основе и алгоритамски концепти на којима се метода коначних елемената заснива као и опште једначине коначних елемената. Дефинисана је топлота као и провођење топлоте коришћењем методе коначних елемената. Дате су основне једначине провођења топлоте као и гранични услови за провођење топлоте кроз солид. Укратко је приказана теорија механике контакта као и коришћена “penalty” метода при моделирању контактеног проблема у раду.

3.1 Основе на којима се заснива МКЕ

Метода коначних елемената спада у методе дискретне анализе. За разлику од осталих нумеричких метода, које се заснивају на математичкој дискретизацији једначина граничних проблема, МКЕ се заснива на физичкој дискретизацији разматраног подручја. Уместо елемента диференцијално малих димензија, основу за сва проучавања представља део подручја коначних димензија, мање подручје или коначни елемент. Због тога су основне једначине помоћу којих се описује стање у појединим елементима, а помоћу којих се формулише и проблем у целини, уместо диференцијалних или интегралних, обичне алгебарске. Са становишта физичке интерпретације, то значи да се разматрано подручје, као континуум са бесконачно много степени слободе, замењује дискретним моделом међусобно повезаних коначних елемената, са коначним бројем степени слободе. С обзиром на то да је број дискретних модела за један гранични проблем неограничено велики, основни задатак је да се изабере онај модел који најбоље апроксимира одговарајући гранични проблем [1].

3.2. Алгоритамски концепти МКЕ

Анализа и решавање проблема механике континуума по МКЕ увек се свде на тзв. процес корак по корак, што је од огромног практичног значаја за примену рачунара у ефективном прорачуну. У том процесу који се може приказати као једноставан алгоритам, издваја се следећих шест најважнијих корака:

1. дискретизација континуума
2. избор интерполационих функција
3. рачунање карактеристика елемената
4. формирање једначина за мрежу коначних елемената
5. решавање система једначина
6. прорачун потребних утицаја

Од наведених шест корака, прва три су нарочито важна. Начин дискретизације, избор облика елемената, као и укупног броја елемената, зависе од природе проблема који се решава и потребне тачности траженог решења. Поред броја и облика елемената важан је и избор чворова, основних непознатих у њима и интерполационих функција. Помоћу интерполационих функција се дефинише поље променљивих у сваком елементу. Од њиховог избора непосредно зависи и континуитет на границама између појединих елемената, а самим тим и тачност апроксимације. Променљиве у елементу могу бити скаларне, векторске или тензорске величине.

Карактеристике појединих елемената одређују се независно од мреже елемената као целине. Матрица крутости се формира аутономно за поједине елементе, а потом на основу њих, сасвим једноставно, формира се матрица за систем у целини. С обзиром на то да је геометрија елемената по правилу једноставна, то практично значи да се комплексан проблем разбија на низ једноставних.

Последња три корака, иако су за практичне прорачуне од великог значаја, данас спадају у оквиру рутинског посла, који је прилагођен аутоматском раду рачунара.

3.3 Општа теорија МКЕ

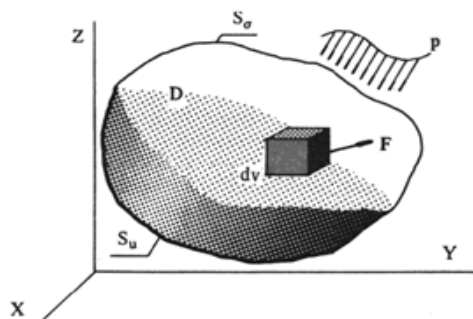
Основни принцип на којем се заснива МКЕ, састоји се у подели разматраног подручја на коначан број мањих подручја, односно елемената, тако да се анализом појединих елемената, уз претпоставку о њиховој међусобној повезаности, анализира целина. Овај приступ у анализи, где се од посебног иде ка општем, од индивидуалног ка универзалном, у коме се анализом делова закључује о целини, је познати индуктивни приступ, који се примењује у многим подручјима науке. Код инжењерских и других проблема код којих се општа решења не могу добити у затвореном облику индуктивни приступ је од посебног значаја.

У оквиру МКЕ, разматрано подручје замењује се великим бројем малих делова коначних димензија, који су међусобно повезани у одређеном броју тачака. На овај начин, подручје са бесконачно много степени слободе, замењује се дискретним системом са коначним бројем степени слободе и анализира методама дискретне анализе. У математичкој формулацији, ово значи да се разматрани проблем преводи из подручја анализе у подручје алгебре. МКЕ се може схватити као метода нумеричке анализе о оквиру које се дефинише начин превођења континуираних физичких система у дискретне, односно начин формирања система алгебарских једначина помоћу којих се апроксимира одређени контурни задатак.

На слици 3.3.1 приказано је подручје D еластичног континуума, који је ограничен контуром C , тако да су на делу контуре S_σ задати контурни услови по силама, а на делу S_u контурни услови по померањима. У подручју D делују запреминске силе F (F_x, F_y, F_z), а на контури S_σ површинске силе p (p_x, p_y, p_z).

За померања у подручју D се претпоставља да су непрекидне функције координата, односно:

$$u = u(x, y, z), \quad v = v(x, y, z), \quad w = w(x, y, z) \quad (3.3.1)$$

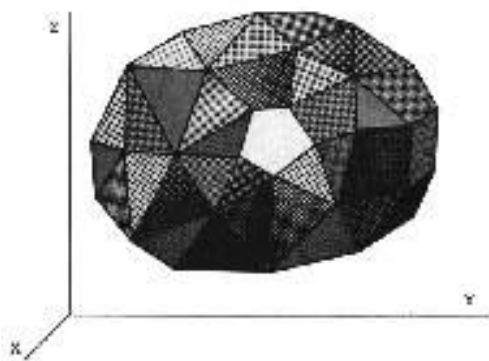


Слика 3.3.1 Подручје D еластичног континуума

Задатак теорије еластичности, када се проблем формулише по померањима, односно по методи деформације, састоји се у одређивању функција померања, које задовољавају услове равнотеже и услове на контури, односно диференцијалне једначине и контурне услове.

Гранични задатак који је формулисан на овај начин, у кинематичком смислу, представља систем с бесконачним бројем степени слобода. Задатак је да се одреди решење овог граничног проблема помоћу одговарајућег дискретног система са коначним бројем степени слобода, односно као решење одговарајућег система алгебарских једначина

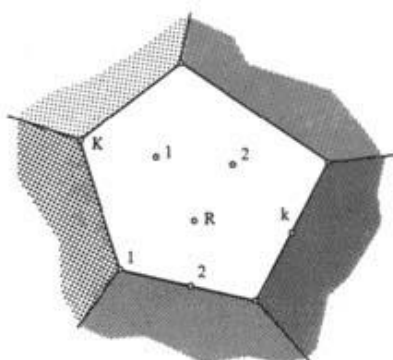
Разматрано подручје D дели се на коначан број малих делова – коначних елемената, који су међусобно повезани у одређеном броју тачака, које се називају чворови (Слика 3.3.2).



Слика 3.3.2 Подручје D подељено на коначан број елемената

Ако се претпостави да се померања у било којој тачки коначног елемента могу, на одређени начин, приказати у зависности од померања у чворовима, онда се проблем одређивања поља померања у подручју D своди на одређивање померања у чворовима, а број померања у чворовима је коначан. Померања у чворовима у подручју D и на контури S_σ одређују се из система једначина, који представљају услове равнотеже у чворовима, услове континуитета у чворовима и контурних услова на контури S_σ .

На слици 3.3.3 приказан је коначни елемент, који је издвојен из система елемената са слике 3.3.1. Због једноставности, елемент је приказан као дводимензионални, ограничен са праволинијским контурама. Овим се не жели сузити опсег разматрања, која важе за једнодимензионалне и вишедимензионалне елементе са равним и кривим контурама.



Слика 3.3.3 Коначни елемент издвојен из састава елемената

На елементу је усвојен одређени број тачака на контури, које се називају чворне тачке или чворови. Чворови су обележени бројевима $1, 2, \dots, K$, где је K укупан број чворова. Ови чворови се називају спољашњи чворови, да би се разликовали од чворова који могу бити усвојени у

елементу и који се називају унутрашњи чворови. Укупан број унутрашњих чворова обележен је са R . У чворовима елемента као основне непознате величине, усвајају се параметри померања. Под померањима, овде се подразумевају померања у генералном смислу, тј. компоненте померања, њихове комбинације и сл. Број параметара померања у чворовима зависи од природе разматраног проблема. Нпр. код тродимензионалних проблема у сваком чвору, за параметре померања се усвајају по три компоненте померања (u , v , w) код дводимензионалних по две (u , v), код савијања плоча најмање по три (w , $\theta_x = w_{,y}$, $\theta_y = w_{,x}$) итд. Параметри померања у чворовима често се називају степени слободе, по аналогiji са значењем које ове величине имају у статисти линијских система. Ако је у сваком чвору усвојено по S параметара померања, елемент има SxK спољашњих степени слободе и SxP унутрашњих степени слободе.

Најчешће коришћени коначни елементи су 2D и 3D коначни елементи континуума. Моделирањем реалног објекта уз помоћ ових елемената, затим дефинисањем ограничења и оптерећења, као и свих потребних механичких особина материјала од кога су сачињени, и коначно решавањем проблема нумеричким методама, доводи нас до жељених резултата. Да би се дошло до конкретних вредности за чворове, односно да би се они на правилан начин дефинисали у простору, као и да би се одредила сва ограничења и оптерећења, потребно је поседовати софтверски пакет који се базира на визуелном приступу.

Током читавог процеса моделирања потребно је омогућити кориснику да интерактивно креира објекат, и да у сваком тренутку може да види приказ елемената. Када се на овај начин проблем дефинише, генерише се датотека коначних елемената која садржи све потребне податке за његово решавање. Када се добију резултати, односно физичке величине у дискретном облику, које представљају одзив континуума на задате побуде (оптерећења), оне се поново смештају у датотеке за постпроцесирање. Овакве датотеке је потребно визуализовати, тако да се прикаже и геометрија проблема, али и вредности датих физичких величина у свим тачкама тела. Процес визуелизације је у општем случају врло комплексан процес чија сложеност зависи од захтева крајњег корисника. Могуће је креирати апликацију која приказује само основне елементе, док се резултати анализирају неким једноставним алатом (чак и обичним едитором текста). Са друге стране, може се захтевати да се приказују и оптерећења, ограничења, деформисана стања, вектори померања, брзина, градијенти поља, као и да је све то могуће анимирати. У апликацији се могу наћи и многе специјализоване функције које се користе само код малог броја проблема. Такође је могуће да програмски пакет поседује одређене особине отвореног система, тако да се може користити и у неким уско специјализованим проблемима без потребе за преправкама на самом програму. Међутим, без обзира на сложеност захтева, све ове апликације имају неке заједничке елементе.

3.4 Провођење топлоте

Познато је, на основу другог принципа термодинамике, да у нашим условима топлота увек прелази са топлијег на хладније тело, од топлије на хладнију средину, од топлијих ка хладнијим слојевима тела. На тај начин, већ самим природним законом, потпуно је одређен смер простирања топлоте.

У техничкој пракси намеће се потреба да се ова природна тенденција простирања топлоте или потпомаже или спречава. Потпомаже се у оним случајевима када је потребно да се топлота што пре доведе од извора топлоте радном телу, док се спречава у оним случајевима када је простирање топлоте штетно и представља чист енергетски губитак. У првом случају

неопходно је створити такве услове да простирање топлоте буде што интензивније, док у другом, да оно буде што спорије, па се на пример, одабере такав материјал који чини већи отпор простирању топлоте.

Топлота може да се простира на три начина:

- Провођењем или кондукцијом – од једне честице тела на другу, честице које имају већу брзину и припадају топлијем слоју тела сударају се са споријим честицама, које припадају хладнијем слоју истог тела, и предају им један део своје кинетичке енергије;
- Струјањем флуида или конвекцијом – која постоји када је температура, па и густина различита у разним слојевима флуида, услед чега долази до његовог струјања и на тај начин простирању топлоте – природна конвекција; струјање флуида може се проузроковати и неким спољашњим покретачем – принудна конвекција;
- Зрачењем или радијацијом – у виду топлотних зракова, чија суштина у електромагнетском таласном кретању; свако тело дате температуре зрачи топлоту – топлотна енергија претвара се у зрачну (енергију зрачења);

3.4.1 Основне једначине провођења топлоте

Бавимо се решавањем проблема провођења топлоте кроз непрекидну средину методом коначних елемената. Ради комплетности, прво дајемо извођења основних једначина којима се описује провођење топлоте, као и почетне и граничне услове. Затим изложимо поступак формирања матрица и вектора коначног елемента помоћу Галеркиновог и варијационог поступка. Посматра се општи 3D проблем из кога се могу добити решења за дводимензионално и једнодимензионално провођење топлоте као специјални случајеви. Формирање матрица и вектора система (скупа коначних елемената), као и поступци интеграције, биће представљени у даљем делу рада.

Диференцијална једначина баланса енергије се заснива на фундаменталном принципу одржања енергије. Наиме, промена унутрашње енергије материјала у јединици времена, у елементарној запремини, једнака је количини топлотне енергије акумулиране у тој истој запремини у јединици времена. Дакле,

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dU}{dt} \quad (3.4.1)$$

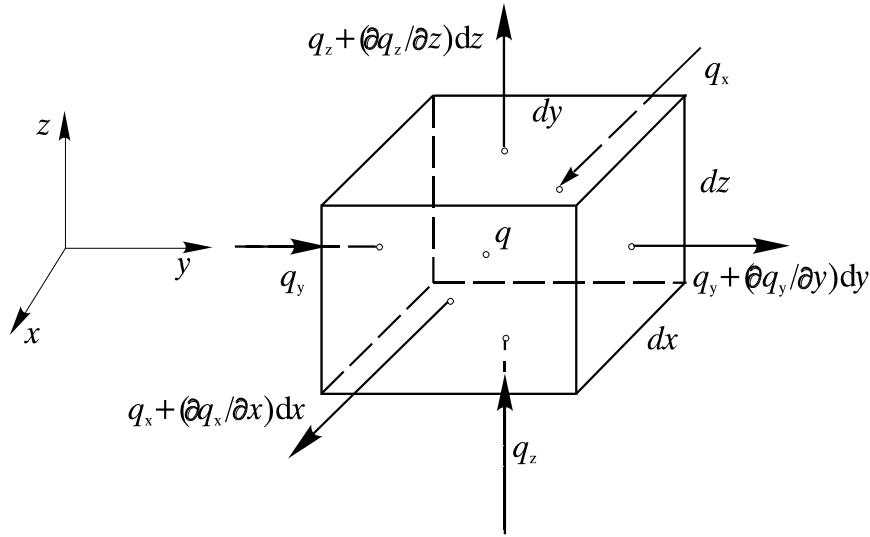
где су dQ и dU промене топлотне и унутрашње енергије у запремини dV у елементарном временском интервалу dt . Промену унутрашње енергије можемо изразити у облику

$$\frac{dU}{dt} = \rho c \frac{dT}{dt} dV \quad (3.4.2)$$

где су: ρ - густина материјала, c - специфична топлота, а T - температура. Коришћењем сл. 3.4.1 можемо величину dQ/dt изразити као

$$-\frac{dQ}{dt} = \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx - q_x \right) dydz + \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - q_y \right) dxdz + \left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz - q_z \right) dxdy - qdV \quad (3.4.3)$$

где су q_x, q_y и q_z компоненте вектора топлотног флуksа, као величина која представља количину топлоте која у јединици времена прође кроз јединичну површину; q је јачина топлотног извора (количина топлоте у јединици времена и јединици запремине). У једначини (3.4.3) узели смо у обзир знаке компоненти флуksа - позитиван знак одговара позитивној пројекцији флуksа на правац спољашње нормале на површину. Такође, акумулацији топлотне енергије у запремини dV одговара негативни флуks кроз површину. Сматра се да је $q > 0$ ако имамо топлотни извор у запремини dV (у тачки материјала), а $q < 0$ је у случају топлотног понора.



Слика 3.4.1 Уз извођење једначине баланса енергије

У области провођења топлоте се користи Фуријеов закон, према коме се може успоставити релација између топлотног флуksа q и градијента температуре ∇T , облика

$$q = -k\nabla T \quad (3.4.4)$$

тј.

$$\begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial T / \partial x \\ \partial T / \partial y \\ \partial T / \partial z \end{Bmatrix} \quad (3.4.5)$$

или, у компонентној форми,

$$q_i = -k_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.4.6)$$

Овде су k_i , односно k_x, k_y и k_z коефицијенти провођења у случају ортотропног материјала,

који чине матрицу провођења или кондуктивности $\mathbf{k}$ према једначинама (3.4.4) и (3.4.5). За случај изотропног материјала имамо

$$k_x = k_y = k_z = k \quad (3.4.7)$$

Заменом (3.4.3) и (3.4.2) у једначину баланса енергије (3.4.1), и уз коришћење (3.4.4), добијамо диференцијалну једначину облика

$$-\rho c \frac{dT}{dt} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q = 0 \quad (3.4.8)$$

или, коришћењем индексне нотације,

$$-\rho c \frac{dT}{dt} + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + q = 0 \quad (3.4.9)$$

где x_1, x_2, x_3 значе x, y, z , респективно. Матрична форма ове једначине је

$$-\rho c \frac{dT}{dt} + \nabla^T (k \nabla T) + q = 0 \quad (3.4.10)$$

У даљим извођењима користићемо све три форме, (3.4.8) - (3.4.10), за једначину баланса енергије. Напоменимо да у случају када коефицијенти провођења не зависе од координата тачака, једначина (3.4.9), има облик

$$-\rho c \frac{dT}{dt} + k_j \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} + q = 0 \quad (3.4.11)$$

где се подразумева сабирање по поновљеном индексу ($j=1,2,3$). У случају изотропије материјала и независности коефицијента k од координата тачака, имамо

$$-\rho c \frac{dT}{dt} + k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + q = 0 \quad (3.4.12)$$

Уколико се температура у тачкама материјала мења у току времена, температурно поље је нестационарно, а ако су температуре константне у времену - ради се о стационарном пољу. За стационарни проблем имамо да $dT/dt = 0$, па једначине (3.4.10), (3.4.11) и (3.4.12) постају

$$\nabla^T (k \nabla T) + q = 0 \quad (3.4.13)$$

$$k_j \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} + q = 0 \quad (3.4.14)$$

$$k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + q = 0 \quad (3.4.15)$$

Напоменимо да у случају када нема топлотног извора, напред изведене једначине имају једноставнији облик, јер је тада $q = 0$. Почетни и гранични услови опште решење диференцијалне једначине провођења топлоте садржи неодређене функције и константе. У практичном решавању проблема тражи се оно решење за температурно поље $T(x,y,z,t)$ које задовољава дате почетне и граничне услове. За задате почетне и граничне услове постоји јединствено решење.

Почетни услови се задају само за нестационарне проблеме. Они подразумевају да је расподела температура у почетном тренутку, $t = 0$, позната, тј.

$$T(x,y,z,0) = f_0(x,y,z) \quad (3.4.16)$$

где је $f_0(x,y,z)$ дата функција координата тачака материјала.

Гранични услови у општем случају могу бити:

а) задата температура на делу S_1

$$T = T_s(x,y,z,t) \quad (3.4.17)$$

б) задат флуks на делу S_2

$$q_n = q_n(x,y,z,t) \quad (3.4.18)$$

ц) задат прелаз топлоте (конвекција) на делу S_3

$$q_h = h(T_o - T_s) \quad (3.4.19)$$

д) задато зрачење (радијација) на делу S_4

$$q_r = h_r(T_r - T_s) \quad (3.4.20)$$

где су S_1, S_2, S_3 и S_4 делови површине S , како је симболички представљено на слици 3.5.1. У овим изразима T_s је температура на површини, q_n , q_h и q_r су флуksеви кроз површину, T_o - је температура околине, h је коефицијент прелаза (конвекције), h_r је коефицијент зрачења, а T_r - температура извора зрачења. Коефицијент конвекције зависи од материјала тела и материјала околне средине.

Коефицијент зрачења се може изразити у облику

$$h_r = \bar{h}_r(T_r^2 + T_s^2) (T_r + T_s) \quad (3.4.21)$$

при чему се коефицијент $\bar{h}_r$ одређује на основу Стефан-Болцманове (Stefan-Boltzmann) константе, емисивности извора зрачења и материјала тела, и геометријских фактора облика и међусобног положаја извора зрачења и тела. Из (3.4.21) се види да је h_r функција температуре површине тела, $h_r = h_r(T_s)$.

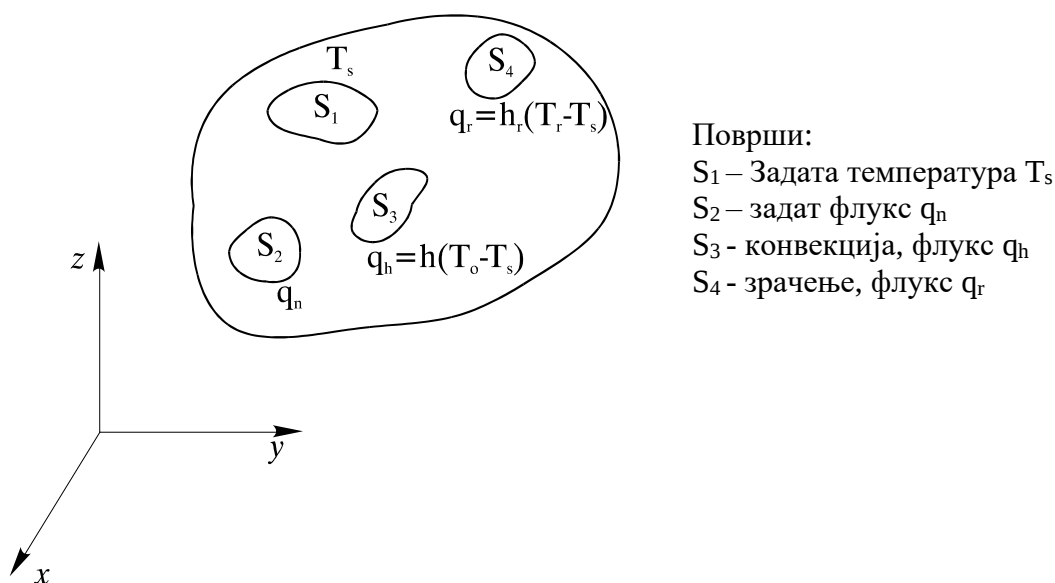
На основу Фуријеовог закона провођења топлоте (3.4.4), можемо написати једначине које морају бити задовољене за граничне услове б), ц) и д) :

$$q_n = k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z = \sum_{i=1}^3 k_i \frac{\partial T}{\partial x_i} n_i \quad \text{на } S_2 \quad (3.4.22)$$

$$h(T_o - T_s) = \sum_{i=1}^3 k_i \frac{\partial T}{\partial x_i} n_i \quad \text{на } S_3 \quad (3.4.23)$$

$$h_r(T_r - T_s) = \sum_{i=1}^3 k_i \frac{\partial T}{\partial x_i} n_i \quad \text{на } S_4 \quad (3.4.24)$$

где су $n_1 = n_x$, $n_2 = n_y$, $n_3 = n_z$ пројекције јединичног вектора нормале на површине S_2 , S_3 и S_4 . У случају када материјалне карактеристике не зависе од температуре и не постоји зрачење као гранични услов, проблем је линеаран, јер су све диференцијалне једначине, којима се описује закон провођења топлоте и гранични услови, линеарне по температури.



Слика 3.4.2 Гранични услови за провођење топлоте кроз солид

3.5 Механика контакта

Као најједноставнији начин моделирања контактних услова често се користи веза тела у контакту уз помоћ "gap" елемената [25, 26]. То су нелинеарни штапови којима је задата карактеристика ношења на притисак док при затезању немају крутост. Најпромовисанији приступи у решавању контактних проблема су засновани на принципима екстремума тј. одређивању стационарности функционала. Упоређење поступка заснованог на Лагранжеовим множиоцима и метода са пеналти функцијама у оквиру једног програмског окружења, уз више илустративних примера, дали су Guerra и Browning [27]. Предложени су и други приступи, нпр. примена варијационих неједнакости [28] или "квадратно програмирање" [29]. Поступак линеаризације при опису клизања даје релативно једноставан симетричан систем једначина. Етеровић и Bathe [30] нуде изведен поступак без таквих поједностављења, али из тог рада се не виде конкретни резултати и чињенице које би дале предност њиховом приступу. Исти аутори [31], на теоретском нивоу, дају неке идеје за побољшање конвергенције при решавању контактних проблема. За решавање екстремно сложених проблема продора пројектила кроз баријеру Johnson и Stryk [32] користе комбинацију Лагранжеовог и Ојлеровог геометријског описа. Лагранжеов опис (дискретизована мрежа је везана за материјал) омогућава много прецизнији опис граница и додирних површи. Ојлеров опис (материјал протиче кроз непроменљиву мрежу) генерално је погоднији за велике промене у материјалу.

3.5.1 Penalty метода

Поступак који је алтернатива Лагранжеовим множиоцима за третирање ограничења, који се често среће у пракси (рецимо задата померања), је заснован на тзв. пеналти (penalty) фактору. Адекватан назив на нашем језику био би "принудни" фактор, што следи и као буквалан превод али и сасвим логичан назив на основу особина које ће бити показане у наредном делу. Као и код Лагранжеових множиоца, полази се од проблема стационарности функционала Π уз услов да се задовоље допунске везе у облику

$$\mathbf{C}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}, \text{ у домену } V^* \quad (3.5.1.1)$$

Где је $\mathbf{C}(\mathbf{u})$ низ функција $C_i(\mathbf{u})$, уколико се формира скаларни производ

$$(\mathbf{C}(\mathbf{u}))^T \mathbf{C}(\mathbf{u}) = \sum_{i=1}^M (C_i(\mathbf{u}))^2 \quad (3.5.1.2)$$

Јасно је да је вредност скаларног производа увек већа или једнака нули и, минимална вредност скаларног производа одговара случају када је прва једначина апсолутно задовољена. На основу претходне једначине следи да је минимум скаларног производа, што је истовременео и испуњење допунских услова $\mathbf{C}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}$, може да се исказе варијацијом

$$\delta[(\mathbf{C}(\mathbf{u}))^T \mathbf{C}(\mathbf{u})] = \mathbf{0} \quad (3.5.1.3)$$

Закључује се да може да се формира модификовани функционал Π^*

$$\Pi^* = \Pi + \int_{V^*} (\mathbf{C}(\mathbf{u}))^T \mathbf{C}(\mathbf{u}) dV^* \quad (3.5.1.4)$$

Ако је задовољена стационарност основног функционала, $\delta\Pi = 0$ и ако су задовољени допунски услови, следи да ће бити и $\delta\Pi^* = 0$. Али, решење које се у стварности добија, нумеричким путем, задовољава само приближно стационарност модификованог функционала Π^* . Тачност, свакако, зависи од односа потенцијала Π и допунског дела (скаларни $((C(u))^T C(u))$) који збирно чине Π^* . Овде се намеће закључак да при приближном задовољењу стационарности Π^* могу настати велика одступања од допунских услова. Зато се уводи тежински принудни фактор - пеналти фактор, чији је задатак форсирање задовољења допунских услова у оквиру модификованог функционала. Модификовани функционал сада је

$$\delta\Pi^* = \delta\Pi + \alpha \int (C(u))^T C(u) dV^* \quad (3.5.1.5)$$

Из претходног разматрања следи да ће допунски услови бити задовољени са мањим одступањима уз веће вредности пеналти фактора α . Полазећи од квадратног функционала, може се формирати модификовани функционал у коме се може препознати основни функционал - потенцијална енергија и допунски део који се односи на задата померања у систему

$$\Pi^* = \frac{1}{2} U^T K U - U^T R + \frac{1}{2} \alpha (U - \underline{\Delta})^T C (U - \underline{\Delta}) \quad (3.5.1.6)$$

где је C матрица која идентификује која су померања задата и она је дијагонална матрица са вредностима 0 или 1 у зависности од тога да ли је одговарајуће померање задато. Задате вредности померања налазе се у вектору $\underline{\Delta}$. Варијацијом функционала Π^* , водећи рачуна о симетрији матрица K и C , добија се услов стационарности

$$\delta\Pi^* = \delta(U^T) K U - \delta(U^T) R + \alpha \delta(U^T) C (U - \underline{\Delta}) = 0 \quad (3.5.1.7)$$

Одакле сређивањем добијамо

$$\delta\Pi^* = \delta(U^T) (K U - R + \alpha C U - \alpha C \underline{\Delta}) = 0 \quad (3.5.1.8)$$

Коначно, систем линеарних алгебарских једначина који се решава, је следећег облика

$$[K + \alpha C] U = R + \alpha C \underline{\Delta} \quad (3.5.1.9)$$

Тако се овај проблем практично своди на додавање великог броја α на дијагонали матрице K уз истовремено додавање производа тог великог броја и задатих померања десној страни система. Са повећањем константе α на ниво када је $\alpha \gg \max(k_{jj})$, систем из претходне једначине своди се, за степене слободе за које су задата померања, на облик

$$\alpha C U = \alpha C \underline{\Delta} \quad (3.5.1.10)$$

Одавде је јасно да компоненте U добијају одговарајуће вредности из вектора $\underline{\Delta}$. Велике, али коначне, вредности α могу, са друге стране, да изазову нумеричке проблеме. У овом контексту се подразумева да је α експлицитно задато, што и јесте чест случај при употреби пеналти метода. Са друге стране, у неким врстама анализе као што је анализа греда танког профила, утицај смицања се може узети у обзир преко пеналти фактора који је променљива зависна од проблема. У овом случају се утицај пеналти фактора одражава на целокупну матрицу

крутости елемента и не важи приказ матрице допунских услова S као дијагоналне матрице. У оваквим случајевима, када пеналти фактор утиче на вандијагоналне елементе матрице система може се десити да матрица система постане сингуларна. Такође, ако вандијагонални елементи матрице система укључују пеналти факторе, неопходно је у алгебарским операцијама током факторизације и замене уназад користити довољно децимала ради постизања тачности решења.

За практичну употребљивост пеналти фактор формулације у методу коначних елемената, од велике је важности што се не уводе допунске једначине, као код Лагранжеових множиоца, па се на тај начин задржава непромењена структура матрице система, тј. не поскупљује се нумерички поступак.

4. Софтверски пакет Femap NX Nastran (Simcenter)

FEMAP (Finite Element Modeling And Postprocessing) је софтвер за моделирање и накнадну обраду методом коначних елемената, који омогућава да се брзо и поуздано врше инжењерске анализе. FEMAP пружа могућност креирања комплексних статичких, термалних и динамичких анализа директно у радном окружењу. Лаким приступом и манипулацијом САД модела и табелама које се лако извозе из програма, продуктивност је драматично побољшана у поређењу са традиционалним приступима.

Мрежа коначних елемената може се креирати на много начина, од ручног креирања преко мапиране мреже између одређених сегмената или кључних тачака, до потпуно аутоматског меширања криви, површина и солида. FEMAP као што је речено такође може обрађивати увезене формате који садрже геометрију и такве даље користити у процесу креирања мреже коначних елемената.

Одговарајући материјали, карактеристике слојева, својства конкретних делова конструкције могу бити креирана или додељена из FEMAP-ових библиотека. Велики број ограничења као и случаја оптерећења могу бити додељена у циљу представљања окружења модела. Ограничења и оптерећења могу се директно додељивати мрежи коначних елемената преко чворова и елемената, или се могу директно задати на геометрију. FEMAP пружа могућност аутоматске конверзије геометријских ограничења и оптерећења у чворове и елементе услед translације на солвер. Ова оптерећења могу се манипулисати и пре самог пуштања прорачуна тј. анализе у виду сигурности.

4.1 Контакт у софтверском пакету Femap NX Nastran (Simcenter)

Својство линеарног контакта у Simcenter Nastran доступно је у:

линеарној статисти (SOL 101),

модалној анализи (SOL 103),

модалној фреквенцијској реакцији (SOL 111)

модалном пролазном одзиву (SOL 112).

Такође постоји опција и за „залепљени контакт“ који је доступан у свим нивовима решења софтвера, осим у SOL 144-146 (Аеро-еластичност) и SOL 701 (Експлицитна прелазна динамика).

Опције лепљења за типове анализа SOL 401, SOL 402 и SOL 601 могу се наћи на картицама структурна анализа у више корака (Multistep 401),

кинематика у више корака (Multistep 402)

напредна нелинеарна анализа (601)

До ових опција се може доћи притиском на картицу *linear* у дијалошком оквиру дефинисања својства конекције (Define Connection Properties).

На слици 4.1 дата је картица у којој се врши дефинисање контактних својстава. Приказано је линеарно дефинисање контактних параметара у виду пеналти методе која представља алтернативу Лагранжевим множиоцима за третирање ограничења.

У практичној примени пеналти фактор формулације за анализу методом коначних елемената, од велике је важности што не уведе допунске једначине, као код Лагранжевих множиоца, па се на тај начин задржава непромењена структура матрице система тј. не поскупљује се нумерички поступак.

Слика 4.1. Картица за дефинисање контактних параметара

Контактни пар (BCTSET), опције у овом делу дијалошког оквира могу се подесити појединачно за сваки конектор (контактни пар) који је креиран у моделу. Ове опције ће бити уписане у унос BCTSET за сваки појединачни контактни пар. Сваки пар контаката ће бити означен у графичком прозору једном линијом која иде из једне регије везе у другу и ова линија чини контактни елемент.

Трење (Friction) - Уноси вредност у поље FRICi на уносу BCTSET. Означава статички коефицијент трења за контактни пар „i“. Уопштено, ако различите вредности трења нису потребне, тада би се контактни парови требало позивати на исто својство контакта.

Минимална дистанца претраге контакта (Min Contact Search Dist) - Уноси вредност у поље MINDi на уносу BCTSET. Означава минималну удаљеност претраживања за контактни пар „i“. Минимална удаљеност може бити негативна и користи се за стање постављања сметњи које се моделирају као преклапајуће површине.

Максимална дистанца претраге контакта (Max Contact Search Dist) - Уноси вредност у поље MAXDi на уносу BCTSET. Означава максималну удаљеност претраживања за контактни пар „i“. За све проблеме са контактима мора се одредити максимална удаљеност. Ово је растојање које ће Simcenter Nastran тражити контакт од нормале елемента.

Својства контакта (Contact Property) (BCTPARM) - Ове опције треба да се дефинишу само једном за анализу контаката, без обзира на то колико је конектора (контактни парови) дефинисани у моделу. Сваки конектор има додељени идентификатор (ID) и може се односити на различито својство повезивања. Фетар користити својство везе на коју упућује конектор са

најнижим идентификатором да би дефинисао унос ВСТРАМ за цео модел. На пример, ако модел има 2 конектора (контактни парови) са идентификаторским бројевима 101 и 102, вредности анализе везе које су дефинисане у својству повезаном са идентификатором 101 конектора користиће се за анализу.

Максимална понављања силе (Max Force Iterations) - Ствара поље MAXF на уносу ВСТРАМ. Означава максимални број понављања за петљу сила (унутрашњу) (задата вредност је 10).

Максималне статусне итерације (Max Status Iterations) - Ствара поље MAXS на уносу ВСТРАМ. Означава максимални број понављања статусне петље (задата вредност је 20).

Толеранција конвергенције силе (Force Convergence Tol)- Ствара поље CTOL на уносу ВСТРАМ. Означава толеранцију конвергенције контактне силе (задата вредност је 0,01).

Критеријуми конвергенције и број за конвергенцију (Convergence Criteria and Number For Convergence) - Ове две вредности заједно стварају поље NCHG на уносу ВСТРАМ. Вредност и врста броја (реалног или целог броја) унесеног за критеријум конвергенције и броја за конвергенцију, зависи од опције постављене за критеријуме конвергенције:

1. **Број промена** - Када је ова опција постављена, број за конвергенцију мора да буде цели број који је већи од 1. Ова вредност дефинише дозвољени број промена контаката.
2. **Проценат активних контактних елемената** - Када је ова опција постављена, број за конвергенцију мора бити унесен као проценат (између 1 и 99, што ће се појавити као 0,01 до 0,99 у улазној датотеци Simcenter Nastran). Верзија солвера третира ову вредност као проценат броја активних контактних елемената у свакој спољној петљи алгорита контаката. Број активних контактних елемената процењује се при свакој итерацији спољне петље.

Почетно продирање (Initial Penetration) - ствара поље INIPENE на уносу ВСТРАМ. Контролише како Nastran управља са почетним зазором или задором генерисаних контактних елемената (задата вредност је 0).

1. *0.. Израчунато (0..Calculated)* - Користи вредност израчунату из координата решетке. У случају продора, модел може доживети „press fit“ понашање када користи ову опцију.
2. *2.. Израчунато / Нема продирања (2..Calculated/Zero Penetrations)* - Исто као 0.. Израчунато, али ако је откривена пенетрација, поставите вредност на
3. *3.. Нулти зазор/продирање (3..Zero Gap/Penetration)* - Поставља пенетрацију / зазор на нулу за све контактне елементе.

Одступање дебљине љуске (Shell Offset) - Прави SHLTHK поље на ВСТРАМ уносу. Одступање дебљине љуске (задата вредност је 0).

1. *0..Урачунај дебљину плоче (0..Include shell thickness)* - Урачунава половину дебљине љуске као површинско одступање.
2. *1..Не урачунавај дебљину (1..Do not include thickness)* - Не урачунава одступање дебљине.

Статус контакта (Contact Status) - Ствара поље PECET на уносу BCTPARM. Чекирати да би назначили да ли статус контакта за одређени подслучај почиње од крајњег статуса претходног подслучаја. (задата вредност је 0)

1. *0..Почетак из претходног подслучаја (0..Start from Prev Subcase)* - Почиње из претходног подслучаја.
2. *1..Почетак из иницијалног стања (1..Start from Init State)*- Почње из иницијалног стања.

Контакт неактиван (Contact Inactive)- ствара поље CSTRAT на уносу BCTPARM. Ако је постављено на „1..Ограничи од неактивног“, спречава да сви контактни елементи не постану неактивни.

1. *0..Може бити неактиван (0..Can Be Inactive)* - сви контактни елементи могу постати неактивни.
2. *1..Ограничи од неактивног (1..Restrict From Inactive)* – солвер ће смањити вероватноћу да сви контактни елементи постану неактивни.

Под одређеним условима, сви контактни елементи могу постати неактивни што може довести до сингуларитета. Постављање параметра на „1..Ограничи од неактивног“ умањитиће могућност да се то догоди.

Одступање љуске у Z правцу (Shell Z-Offset) - Ствара поље ZOFFSET у уносу BCTPARM. Одређује да ли је одступање у Z правцу елемента љуске укључено у контактнo решење.

1. *0..Урачунај одступање у Z правцу (0..Include Z-Offset)* - Укључује одступање у Z правцу љуске приликом одређивања контактних површина. Ово је подразумевано понашање.
2. *1..Не укључује одступање у Z правцу (Do not Include Z-Offset)* - Не укључује одступање у Z правцу љуске приликом одређивања контактних површина.

Овај одељак садржи опције за лепљени контакт и неколико опција које су доступне и за лепљени контакт и за линеарни контакт.

Тип лепљења (Glue Type) - Ствара поље GLUETYPE на уносу BGPARM. Одређује формулацију лепка.

1. *1..Опруга (1..Spring)* - Нормалне и тангенцијалне опруге ће се користити за дефинисање веза. Може се користити фактор аутоматског кажњавања или комбинација вредности за нормалан фактор и тангенцијални фактор.
2. *2..Заварено (2..Weld -подразумевано)* - За дефинисање веза користиће се веза за заваривање. Користи само фактор лепљења.

Редослед евалуације (Eval Order) - креира поље INTORD у уносу BCTPARM или BGPARM. Одређује број „Линеарних контаката или тачака лепљења“ за један елемент у изворној регији.

1. *0..Задано (0..Default)* - Не уписује поље INTORD или одговарајуће поље вредности у BCTPARM или BGPARM. Једноставно користи задану вредност за „Линеарни“ или „Лепљени“ контакт уграђен у верзији солвера Симцентер Настрaн.

2. *1..Ниски (1..Low)* - Најнижи ред тачака у изворној регији.
3. *2..Средњи (2..Medium)* - Средњи ред тачака на изворној регији. Ово је подразумевано понашање.
4. *3..Високи (3..High)* - Највиши редослед тачака на изворном региону.

Што је већи редослед интеграције, дуже ће трајати решавање.

Разрађен извор (Refine Source)- ствара поље REFINE на уносу BCTPARM или BGPARM. Одређује да ли је изворна регија разрађена за контакт „линеарни“ или „лепљени“ контактни солвер.

1. *0..Да не разрађује (0..Do Not Refine)* - Не прецизира изворну регију „Линеарни контакт / лепак“ на основу дефиниције циљне површине.
2. *2..Разрађивање се дешава (2..Refinement Occurs)* - прецизира изворну регију „Линеарни контакт / лепак“ на основу дефиниције циљне површине. Ово је подразумевано понашање.

Ограничење површинског напрезања у равни (Constrain In-Plane Surface Strains) - доступно је само када је тип повезивања постављен на „1..Злепљен“. Ствара поље ESOPT на уносу BGPARM. Може се користити за промену крутости лепка на ивици. Теорија љуске не узима у обзир промене дебљине љуске или нормалних напрезања вертикално на раван елемента љуске. Овај параметар омогућава избор начина везања нула нормалних сојева који постоје у елементу љуске повезаном са ивицом, на површину која се залепи.

Када овај оквир није потврђен, на BGPARM се неће уписати посебно поље и напрезања у равни површине која је залепљена у правцу вертикално на ивицу нису ограничена чврстоћом лепка. Када је ово поље потврђено, напрезање у равнини површине залепљене у правцу вертикално на ивицу ограничава се чврстином лепка.

Генерисање датотеке за преглед контаката (Generate Contact Preview File) - ствара поље PREVIEW на уносу BCTPARM или BGPARM. Ово је „flag“ која захтева извоз свеукупног приказа података ивица и лица елемената на којима се стварају елементи лепљења.

Ако ово поље није потврђено, на BCTPARM или BGPARM неће се писати посебно поље и скупни извоз података се неће догодити. Ово је подразумевано понашање. Када је ово поље потврђено, долази до скупног извоза података.

Јединице принудног фактора (Penalty Factor Units)- ствара поље PENTYP на уносу BCTPARM или BGPARM. Одређује како се израчунава крутост контактеног елемента.

При подешавању казних фактора за линеарни или залепљени контакт када је **Glue Type = 1..Spring (GLUETYPE=1)**

1. *1..1/дужина (1/Length)* - фактор нормалне казне (PENN) и тангенцијални фактор кажњавања (PENT) уносе се у јединице 1 / дужина.
2. *2..Сила/(дужина пута површина) (2..Force/(Length x Area))* - фактор нормалног кажњавања (PENN) и тангенцијални фактор пенале (PENT) уносе се у јединице силе кроз дужину мултиплицирану површином

При подешавању казнених фактора за лепљени контакт када је Glue Type = 2..Weld (GLUETYPE=2)

1. 1..Фактор скалирања (1.. Scale Factor) - Фактор лепљења (PENGLUE) је вредност без јединице.
2. 2.. F/L^2 - Фактор лепљења (PENGLUE) има јединице F подељено са дужином на квадрат.

Фактор аутоматског кажњавања (Auto Penalty Factor) - Ово је „flag” која означава да ли ће се нормално израчунати нормални и тангенцијални казнени фактори. Када је ово поље потврђено у FEMAP -у, BCTPARM неће уписати посебно поље. Ово је подразумевано понашање.

Аутоматско скалирање принудног фактора (Penalty Autoscale) - Ствара поље AUTOSCAL на уносу BCTPARM. Смањује се аутоматски израчунати принудни фактори PENN (нормалан фактор) и PENT (тангенцијални фактор) било горе или доле. Могу се користити за скалирање крутости одређених контактних парова ако се појаве проблеми конвергенције. (задата вредност је 1,0)

Нормални фактор (Normal Factor) - ствара поље PENN на уносу BCTPARM или BGPARM. Означава фактор казне за нормалан правац (задата вредност је 10,0 за BCTPARM, 100 за BGPARM).

Тангенцијални фактор (Tangential Factor)- ствара поље PENT на уносу BCTPARM или BGPARM. Означава фактор казне за тангенцијални правац (задата вредност је 1,0 за BCTPARM, 100 за BGPARM).

Фактор лепљења (Glue Factor) - доступан само када је за тип везе постављено на „1..Злепљено“. Ствара поље PENGLUE на уносу BGPARM (задата вредност је 1,0). Означава фактор казне кад је за тип лепљења постављен на 2..Заварено (GLUETYPE=2).

5. Поставка модела

Постављени проблем разматран је из два засебна сегмента. Прво је извршено креирање два модела од којих један има први депоновани слој а у другом моделу креиран је следећи слој који прелази преко првог слоја. Геометрија модела је узета произвољно, где је модел састављен из два, односно три дела у случају два депонована слоја. Модел се састоји из плоче која је моделирана 3D коначним елементима и депонованог слоја, који је такође моделиран 3D коначним елементима. Основна плоча ограничена је тако да су јој померања и ротације у сва три правца ограничена. Депоновани слој нема глобална ограничења, већ је контактом повезан са основном плочом.

За материјал плоче узет је изотропан челик AISI 4130. Карактеристике материјала дате су у табели 5.1.1.

Табела 5.1.1. Материјалне карактеристике основне плоче

Јангов модул еластичности	2.9E+05 [MPa]
Поасонов коефицијент	0.32
Кондуктивност (70°C)	5.5552e-4 [W/(mm·K)]
Кондуктивност (100°C)	42.7e-4 [W/(mm·K)]
Специфични топлотни капацитет	40.53 [J K ⁻¹]
Термални коефицијент експанзије	6.6e-6 [°C ⁻¹]
Референтна температура материјала	70 [°C]
Густина	7.3314 [g/cm ³]

На слици 5.1.1. приказана је картица у коју се уносе материјални параметри основне плоче на коју се врши депоновање материјала.

Слика 5.1.1 Материјалне карактеристике основне плоче

За материјал депонованог слоја узет је изотропан материјал 2024-T351 Al Plate: $t = 0.25$ to 0.5 . Овај материјал је изабран из разлога што Femap као софтвер за обраду и анализу нема имплементиран материјални модел за пластику. Самим тим узет је материјал са најприближнијим вредностима АБС-у и ПЛА, а који се користи у 3D штампи при депоновању материјала. Карактеристике материјала дате су у табели 5.1.2.

Табела 5.1.2 . Материјалне карактеристике депонованог слоја

Јангов модул еластичности	1.07E+05 [MPa]
Поасонов коефицијент	0.33
Кондуктивност (70°C)	1.64352e-3 [W/(mm·K)]
Кондуктивност (25°C)	121 [W/(mm·K)]
Специфични топлотни капацитет	83.076 [J K ⁻¹]
Термални коефицијент експанзије	1.25e-5 [°C ⁻¹]
Референтна температура материјала	70 [°C]
Густина	2.59062 [g/cm ³]

На слици 5.1.2. приказана је картица у коју се уносе материјални параметри депонованог слоја.

Слика 5.1.2 Материјалне карактеристике депонованог слоја

5.1.1 Модел са једним депонованим слојем

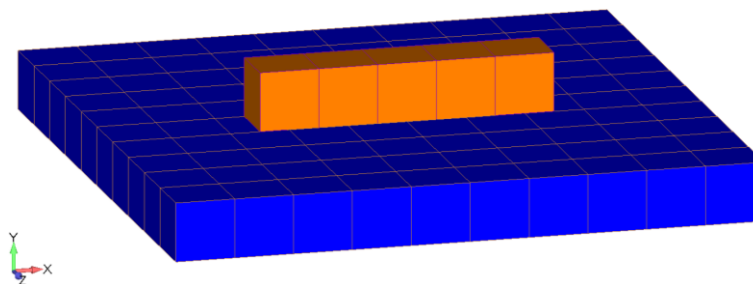
Геометрија модела је узета произвољно, где је у основи квадратна плоча ширине 100мм, висине 100мм и дебљине 10мм. Депоновани део је облика квадрата са висином од 10мм, дебљином 10мм и дужином 100мм. На слици 5.1.1.1 приказана је почетна геометрија модела са једним депонованим слојем.



Слика 5.1.1.1 Почетна геометрија модела са једним депонованим слојем

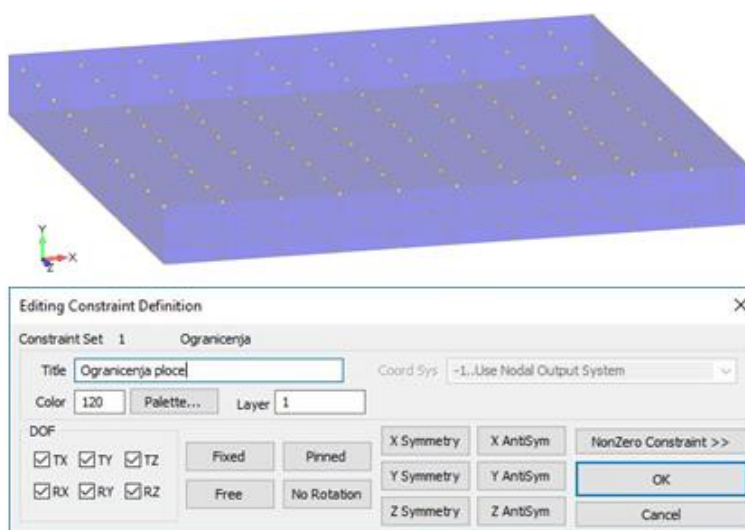
На слици 5.1.1.2 приказан је модел 3D коначних елемената са једним депонованим слојем креиран у радном окружењу софтверског пакета Femap NX Nastran (Simcenter). Модел се састоји од 105 3D хексаедарских коначних елемената и 278 чворова. Укупан број једначина

прорачунат за термалну анализу је 587, док је за линеарну статичку анализу прорачунато 293.



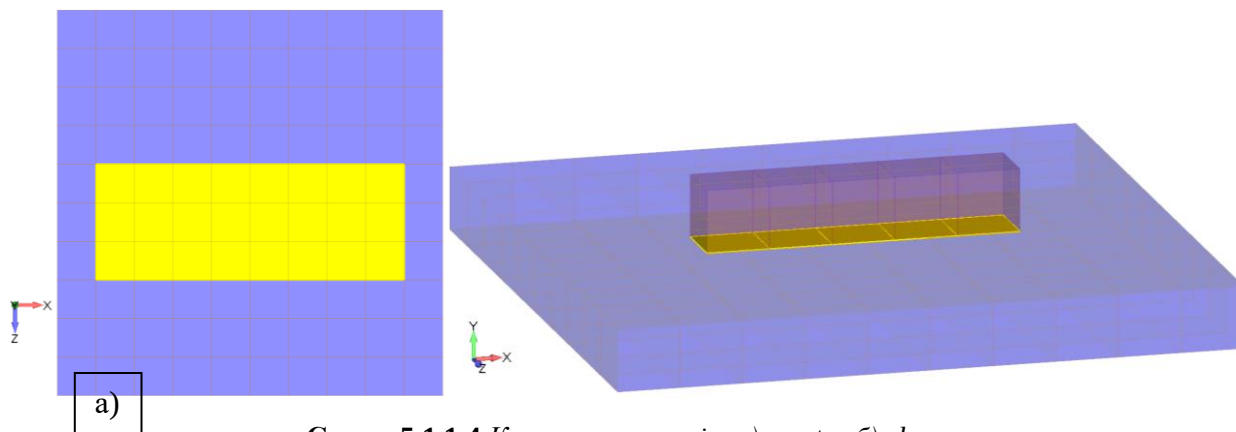
Слика 5.1.1.2 Модел 3D коначних елемената са једним депонованим слојем

Као што је претходно напоменуто, у моделу је основна плоча ограничена плоча тако што је фиксирана, Слика 5.1.1.3, док је депоновани слој ограничен само контактом са основном плочом, Слика 5.1.1.4.



Слика 5.1.1.3 Ограничења модела

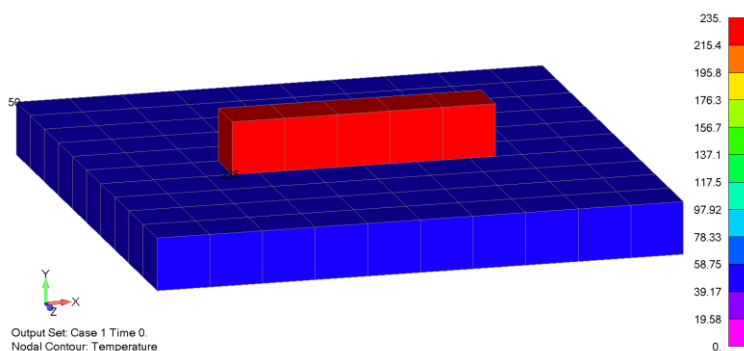
На слици 5.1.1.4 дата је контактна регија између основне плоче и депонованог материјала. Са леве стране под а) налази се контактни регион за основну плочу, којој задајемо својство “master”. Са десне стране под б) налази се контактни регион за депоновани материјал, коме задајемо својство “slave”. Овим поступком дефинисали смо модел 3D коначних елемената.



Слика 5.1.1.4 Контактна регија а) master б) slave

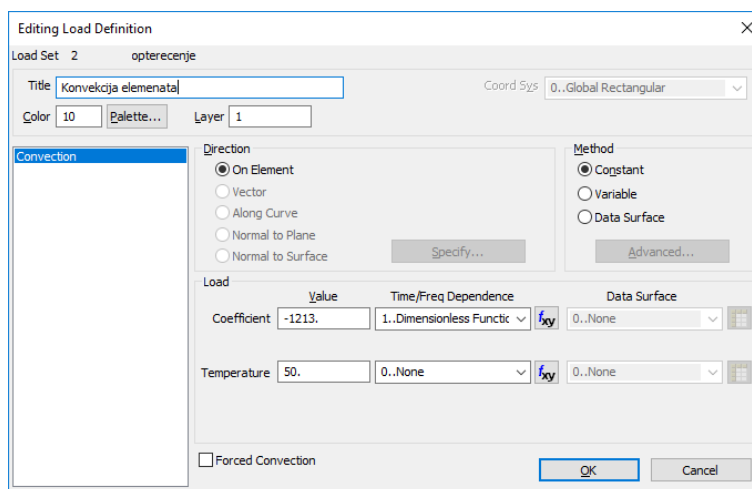
Због немогућности софтвера Femap NX Nastran (Simcenter) да ради рађање и умирање

елемената при термалној анализи као и спрегу термо-механичкој анализи проблему је преступљено другачије. Проблем је посматран тако да се депоновани материјал веома брзо истисне на плочу при константној температури од 235°C а, затим хлади кроз време док температура доњег дела депонованог материјала не дође у температуру од 50°C . Првенствено задата је температура на дну депонованог дела да има вредност од 50°C а врх температуру од 235°C у циљу добијања вредности флукса. Када је добијена вредност флукса из Steady State – Heat Transfer анализе та вредност је коришћена за задавање оптерећења у следећој анализи. Такође једна од неопходних вредности за даље анализирање проблема јесте коефицијент конвекције који се добија из ове анализе. Да би се испратило природно хлађење и реализовало кроз време прво је задата константна температура моделу тако да у нултој секунди постојања има вредност од 235°C . Затим, неопходно је било да се зада температура основне плоче од 50°C као што је приказано на слици 5.1.1.5. Ове две вредности биле су улазне тј. почетне вредности за Transient Heat Transfer анализу.

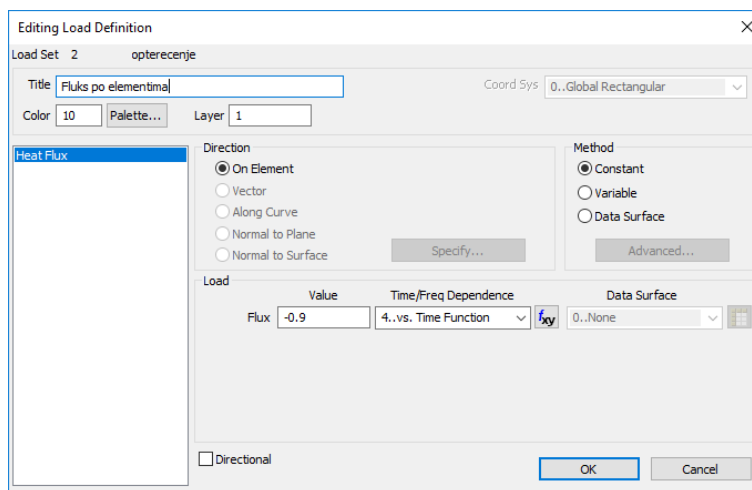


Слика 5.1.1.5 Почетни тренутак ($t=0$)

Следећи корак био је тај да се доделе вредности флукса као и конвекције депонованим елементима. На слици 5.1.1.6 приказана је картица за задавање оптерећења у виду конвекције елемента. Неопходно је унети вредности коефицијента конвекције коју смо добили из претходног прорачуна и температуру коју остварујемо конвекцијом. На слици 5.1.1.7 приказана је картица за задавање оптерећења у виду топлотног флукса. Унета вредност добијена је претходном анализом. Ову вредност смо такође дефинисали временском функцијом како би вредност флукса остала константна кроз временске инкременте.

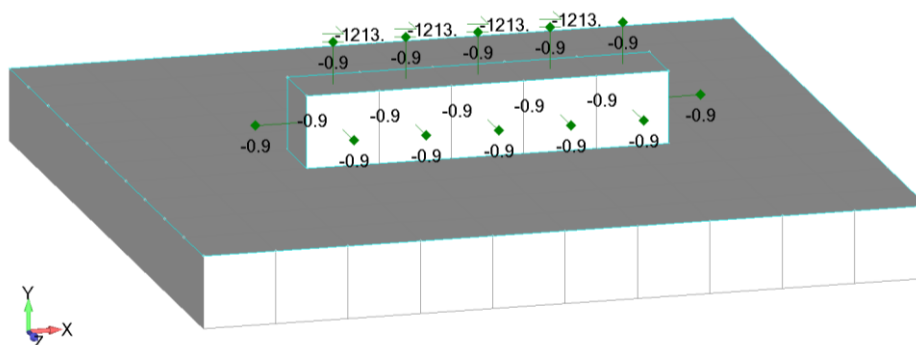


Слика 5.1.1.6 Картица за задавање конвекције



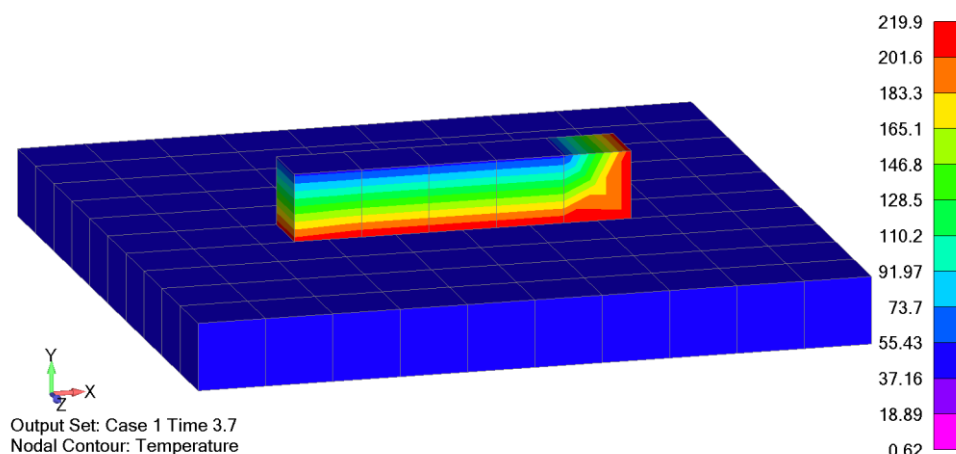
Слика 5.1.1.7 Картица за задавање топлотног флукса

На слици 5.1.1.8 приказана је основна плоча и депоновани слој. На прва четири елемента депонованог дела задата је конвекција како би се постигао процес брзог хлађења. Оптерећење у виду конвекције није задато на последњи елемент јер је то елемент који поседује највећу вредност температуре у последњем временском инкременту. Ово оптерећење заправо омогућава оптерећеним елементима да се синхронизовано хладе док последњи елемент остаје најтоплији. Оптерећење у виду флукса задаје се на свих пет елемената депонованог слоја. Негативна вредност флукса представља процес хлађења кроз време и, задаје се горњој површини 3D хексаедарским елементима.



Слика 5.1.1.8 Оптерећења модела у софтверу Femap

На слици 5.1.1.9 приказане су вредности добијене из *Transient Heat Transfer* анализе у временском тренутку $t=3.7s$. Добијене вредности температура за чворове 3D хексаедарских коначних елемената су даље извезене и направљена су температурна оптерећења за статичку анализу која је тема следећег поглавља.



Слика 5.1.1.9 Добијене вредности температура при Transient Heat Transfer анализи

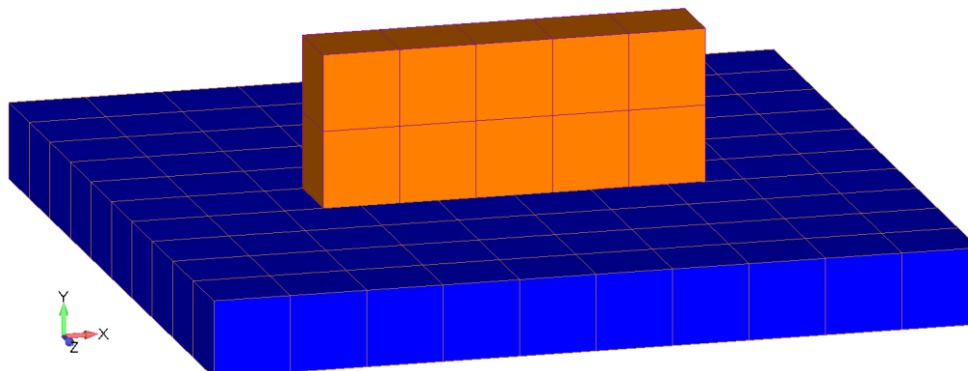
5.1.2 Модел са два штампана слоја

Геометрија модела је узета произвољно, квадратна плоча ширине 100мм, висине 100мм и дебљине 10мм. Депоновани део је облика квадра са висином од 20мм, дебљином 10мм и дужином 100мм. На слици 5.1.2.1 приказана је почетна геометрија модела са два депонована слоја.



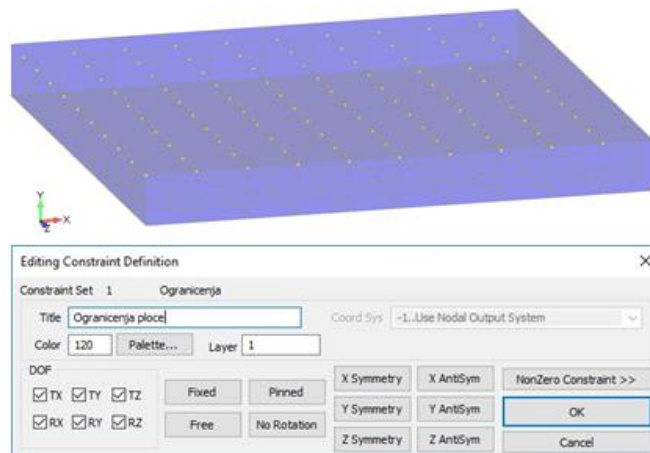
Слика 5.1.2.1 Почетна геометрија модела са два депонована слоја

На слици 5.1.2.2 приказан је модел 3D коначних елемената са два депонована слоја, креиран у радном окружењу софтверског пакета Femap NX Nastran (Simcenter). Модел се састоји од 110 3D хексаедарских коначних елемената и 290 чворова. Укупан број једначина прорачунат за термалну анализу је 587, док је за линеарну статичку анализу прорачунато 293.



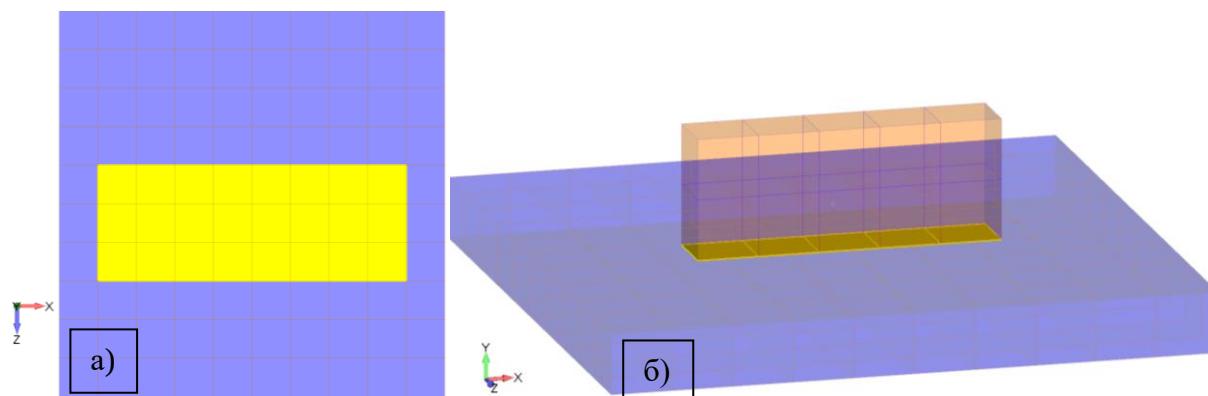
Слика 5.1.1.2 Модел 3D коначних елемената са два депонована слоја

Као што је претходно напоменуто у моделу, ограничена је основна плоча тако да је фиксирана, Слика 5.1.2.3, док је депоновани слој ограничен само контактом са основном плочом, Слика 5.1.2.4.



Слика 5.1.2.3 Ограничења основне плоче

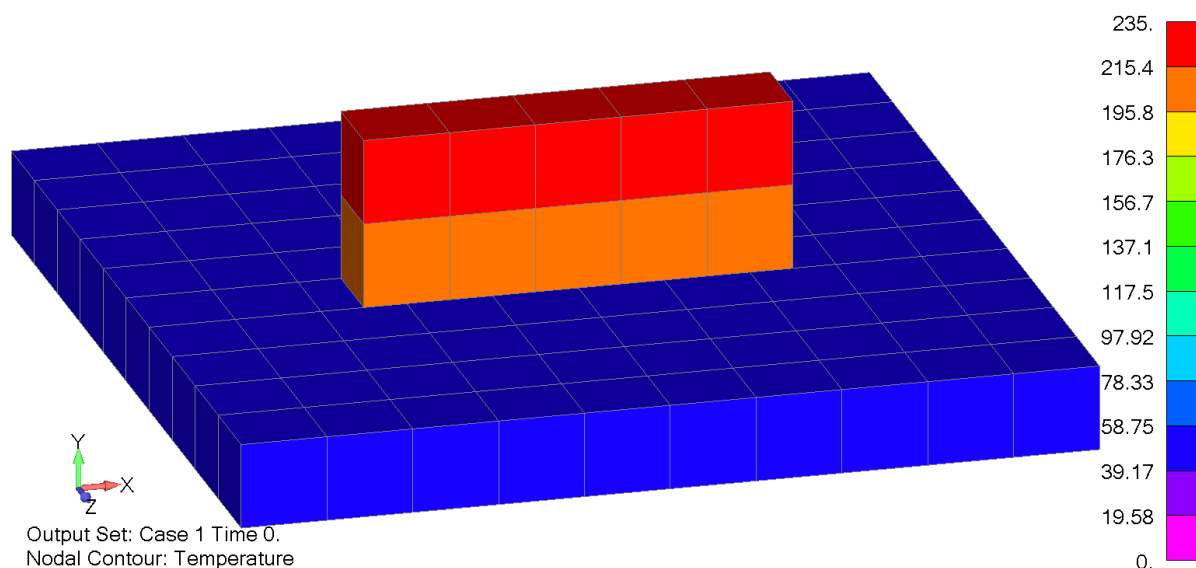
На слици 5.1.2.4 дата је контактна регија између основне плоче и депонованог материјала. Са леве стране под а) налази се контактни регион за основну плочу, којој задајемо својство “master”. Са десне стране под б) налази се контактни регион за депоновани материјал, коме задајемо својство слуга. Овим поступком дефинисали смо модел 3D коначних елемената.



Слика 5.1.2.4 Контактна регија (а) господар б) слуга)

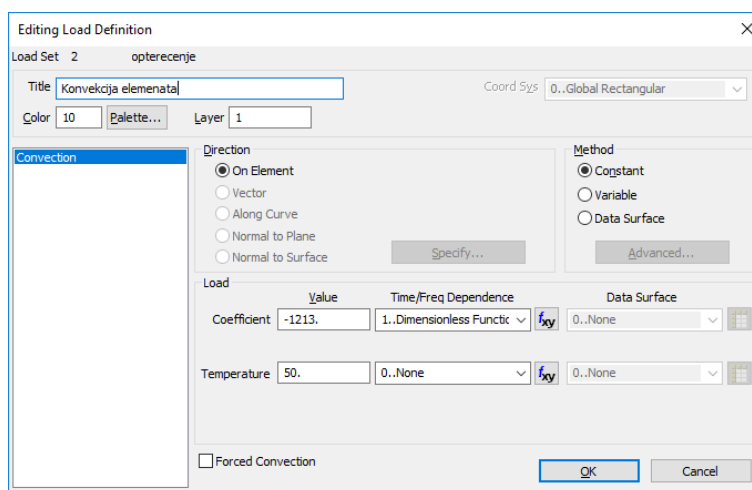
Проблему је приступљено исто као и случају са једним слојем. Температуре су распоређене тако да се први слој депонованог материјала веома брзо истисне на плочу при константној температури од 235°C а, затим истисне следећи слој при чему се претходни слој хлади кроз време до температуре од 215°C . У овом случају задата је температура првог и другог слоја. Затим за добијање вредности флукса кроз два слоја постављене су температуре као и у првом случају, где је у врху другог депонованог дела постављена максимална температура а у дну првог слоја минимална. Када је добијена вредност флукса из *Steady State – Heat Transfer* анализе та вредност је коришћена за задавање оптерећења у следећој анализи. Такође једна од неопходних вредности за даље анализирање проблема јесте коефицијент конвекције који се добија из ове анализе. Да би се испратило природно хлађење и реализовало кроз време прво је задата константна температура моделу тако да у нултој секунди постојања има вредност од 215°C за први депоновани слој и 235°C за други депоновани слој, респективно гледано у времену постојања слојева. Затим, као у првом случају, задата је температура основне плоче

од 50°C, што је приказано на слици 5.1.2.5. Ове две вредности биле су улазне тј. почетне вредности за *Transient Heat Transfer* анализу.

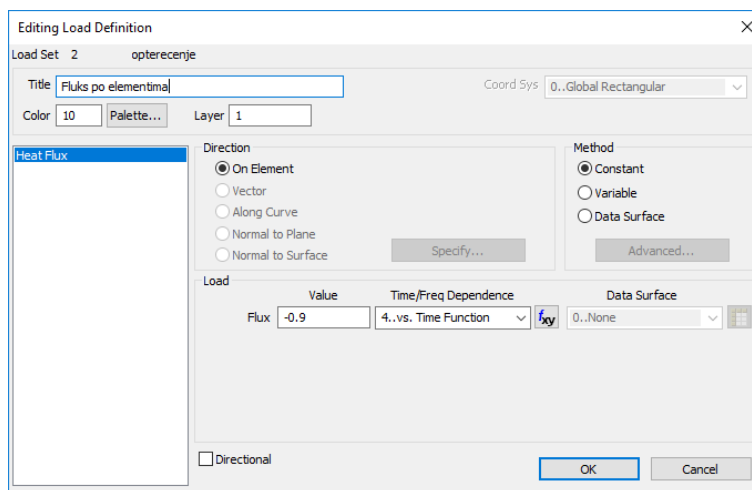


Слика 5.1.2.5 Почетни тренутак ($t=0$)

Следећи корак био је тај да се доделе вредности флука као и конвекције депонованим елементима. На слици 5.1.2.6 приказана је картица за задавање оптерећења у виду конвекције елемента. Неопходно је унети вредности коефицијента конвекције добијену из претходног прорачуна и температуру коју остварујемо конвекцијом. На слици 5.1.2.7 приказана је картица за задавање оптерећења у виду топлотног флука. Унета вредност добијена је претходном анализом. Ову вредност смо такође дефинисали временском функцијом како би вредност флука остала константна кроз временске инкременте.

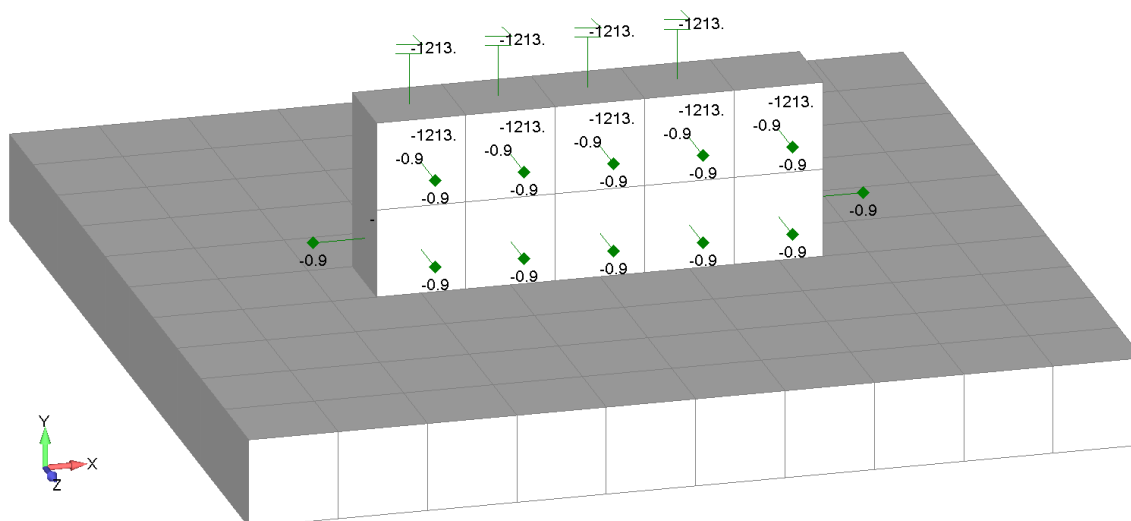


Слика 5.1.2.6 Картица за задавање конвекције



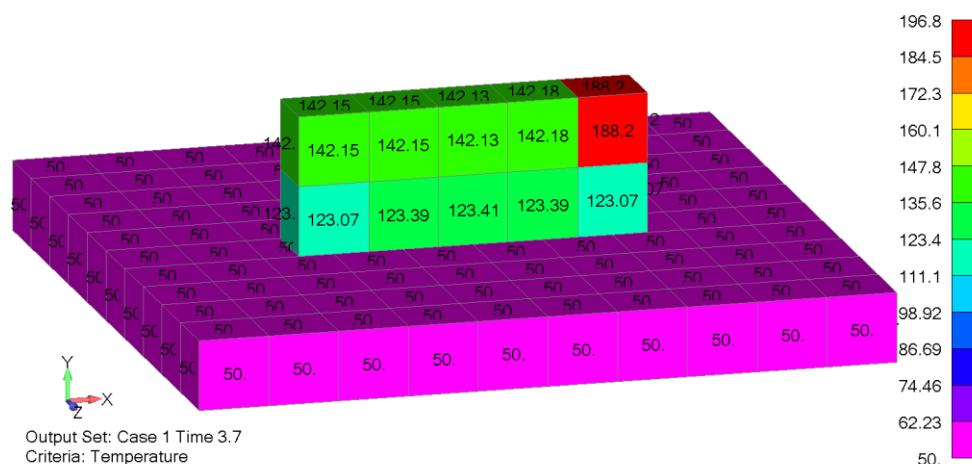
Слика 5.1.2.7 Картица за задавање тоplotног флукса

На слици 5.1.2.8 приказана је основна плоча и депоновани слој. На првих девет елемената депонованог дела задата је конвекција како би се постигао процес брзог хлађења. Оптерећење у виду конвекције није задато на последњи елемент као и у првом случају. Оптерећење у виду флукса задаје се на свих десет елемената депонованог слоја. Негативна вредност флукса представља процес хлађења кроз време и, задаје се горњој површини 3D хексаедарским елементима.



Слика 5.1.2.8 Оптерећења модела у софтверу Femap

На слици 5.1.2.9 приказане су вредности добијене из *Transient Heat Transfer* анализе у временском тренутку $t=3.7s$. Добијене вредности температура за чворове 3D хексаедарских коначних елемената су даље извезене и направљена су температурна оптерећења за статичку анализу која је тема следећег поглавља.

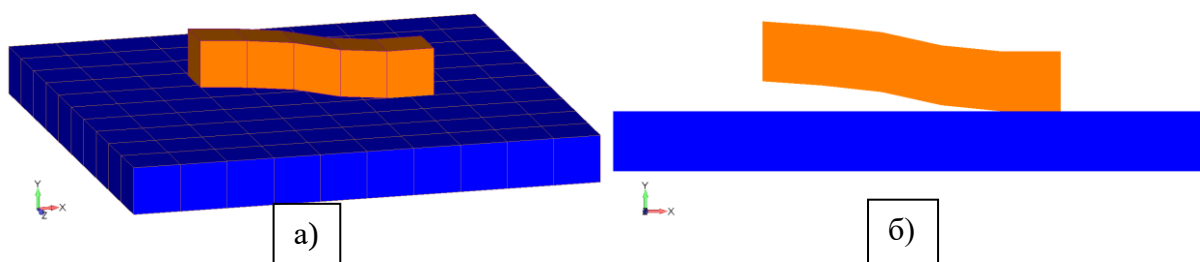


Слика 5.1.2.9 Добијене вредности температура при *Transient Heat Transfer* анализи

У овом поглављу дати су резултати нумеричке напонске анализе. По завршетку анализе *Transient Heat Transfer* и *Steady State – Heat Transfer*, добијени резултати температура су извезени као специјалан вид оптерећења целокупног модела. У наредним поглављима биће представљени резултати напонске анализе за модел са једним и два депонована слоја. Добијене вредности анализа поређене су са резултатима анализе дате у литератури [12]. У референтном раду, као што је у претходном поглављу напоменуто, целокупан процес тродимензионалне штампе методом депоновања материјала, моделиран је спрегом термалне и механичке анализе помоћу рађања и умирања елемената. Резултати њиховог прорачуна добијени су у софтверском пакету Abaqus.

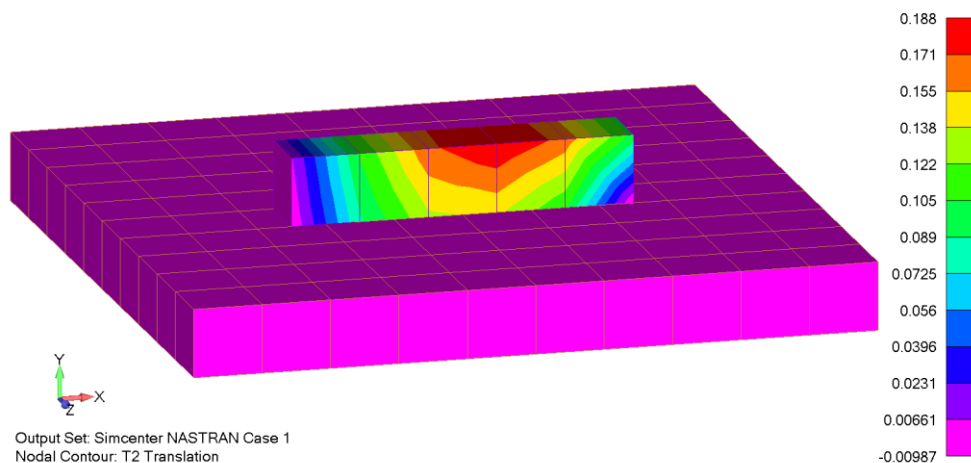
5.2 Температурна деформација услед хлађења за један депоновани слој

Модел 3D коначних елемената са једним депонованим слојем креиран у радном окружењу софтверског пакета Femap NX Nastran (Simcenter). Модел се састоји од 105 3D хексаедарских коначних елемената и 278 чворова. У моделу је ограничена основна плоча тако да је кретање свих чворова онемогућено. Оптерећења су у виду температура које се задају у сваком чвору елемената појединачно. Вредности које се задају добијене су из *Transient Heat Transfer* и *Steady State – Heat Transfer* анализе. Укупан број једначина прорачунат за линеарну статичку анализу је 293. Узевши у обзир да су деформације депонованог слоја мале у односу на модел на слици 5.2.1 дат је графички приказ скалираних померања. Поље померања скалирано је хиљаду пута у циљу приказивања одвајања материјала у контактном региону. На датом графичком приказу под а) је представљен изометријски поглед док је под б) представљен равански поглед.

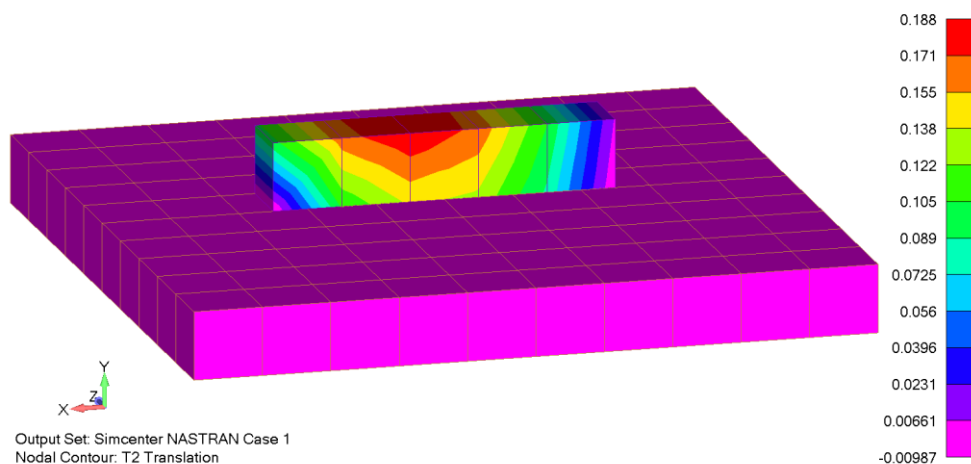


Слика 5.2.1 Графички приказ скалираних деформације

На слици 5.2.2 и 5.2.3 приказано је поље померања у правцу Y осе у два погледа. Приказани резултати добијени су у временском кораку $t=3.7s$. Добијени резултати показују да се депоновани слој одлепљује од основне плоче. Прорачуном је добијено да су максимална померања у правцу управном на раван плоче 1.88 [mm]. Максимална померања су у централном делу депонованог материјала.

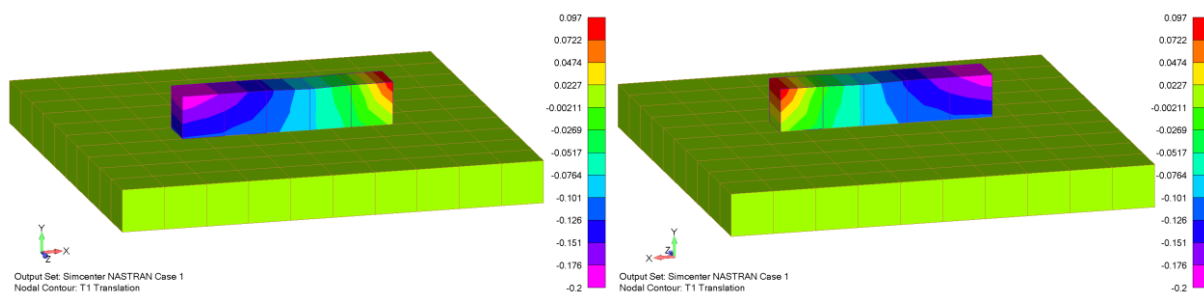


Слика 5.2.2 Поље померања депонованог материјала у правцу осе Y ($t=3.7s$)

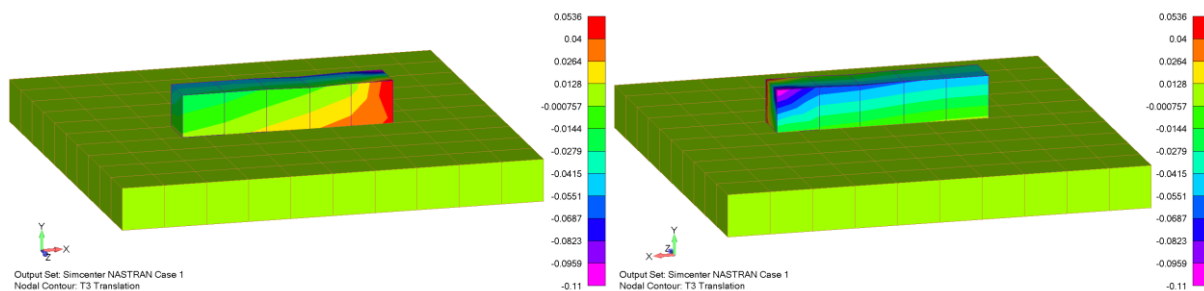


Слика 5.2.3 Поље померања депонованог материјала у правцу осе Y ($t=3.7s$)

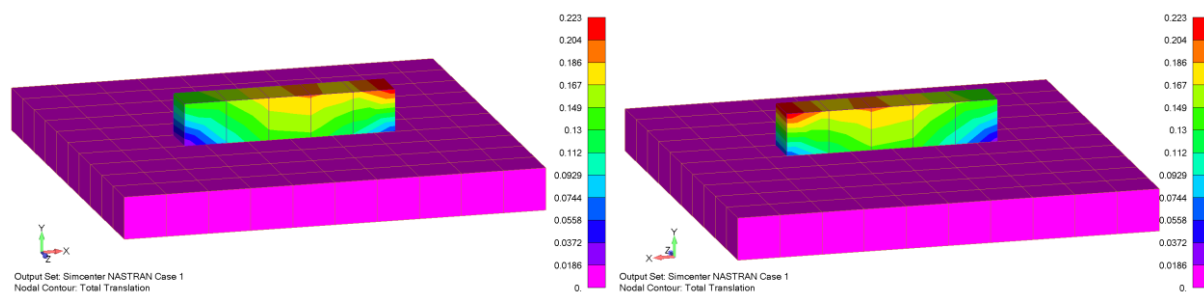
На сликама 5.2.4-5.2.6 представљена је графички приказ поља померања у правцима осе X и Z , као и поље максималног померања, респективно. Приказана су два погледа за добијена решења у временском кораку $t=3.7s$. Добијене вредности показују да долази до ширења депонованог материјала при очвршћавању као и слегању због утицаја инјекције на основну плочу. Вредност померања у правцу X осе добијене прорачуном износе 0.9 [mm], у правцу Z осе 0.5 [mm], док вредност поља укупног померања износи 2.23 [mm].



Слика 5.2.4 Поље померања депонованог материјала у правцу осе X

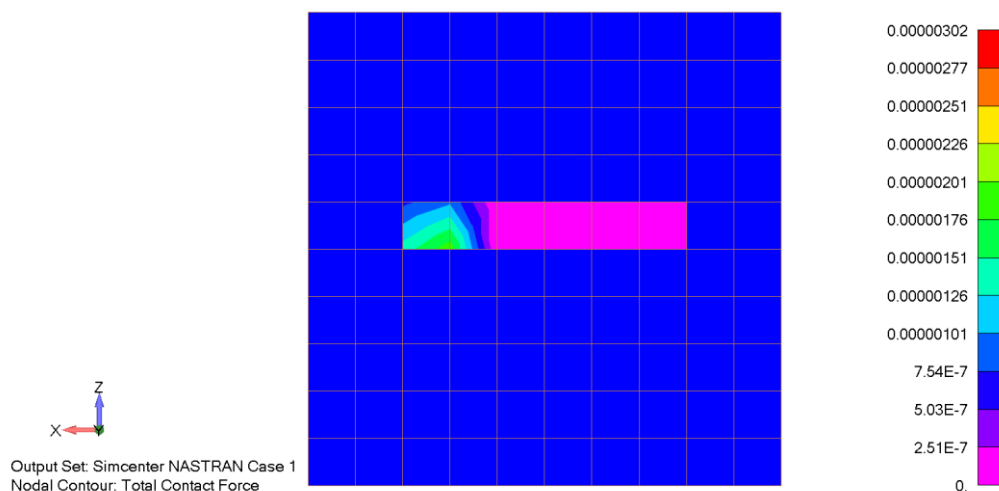


Слика 5.2.5 Поље померања депонованог материјала у правцу осе Z



Слика 5.2.6 Поље укупног померања депонованог материјала

На сликама 5.2.7 и 5.2.8 представљен је графички приказ поља укупних контактних сила у основној плочи као и у депонованом слоју. Приказана су два погледа за добијена решења у временском кораку $t=3.7s$. На графичким приказима како у основној плочи тако и у депонованом материјалу, можемо видети да се остварује контакт целом дужином депонованог дела где је највећа вредност контактних сила у регији где се депоновани материјал не одлепљује од основне плоче.

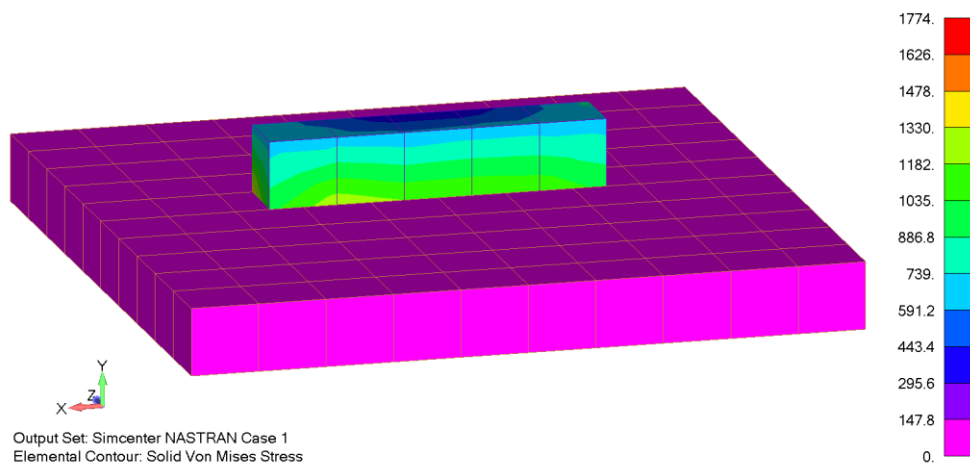


Слика 5.2.7 Поље укупних контактних сила у основној плочи

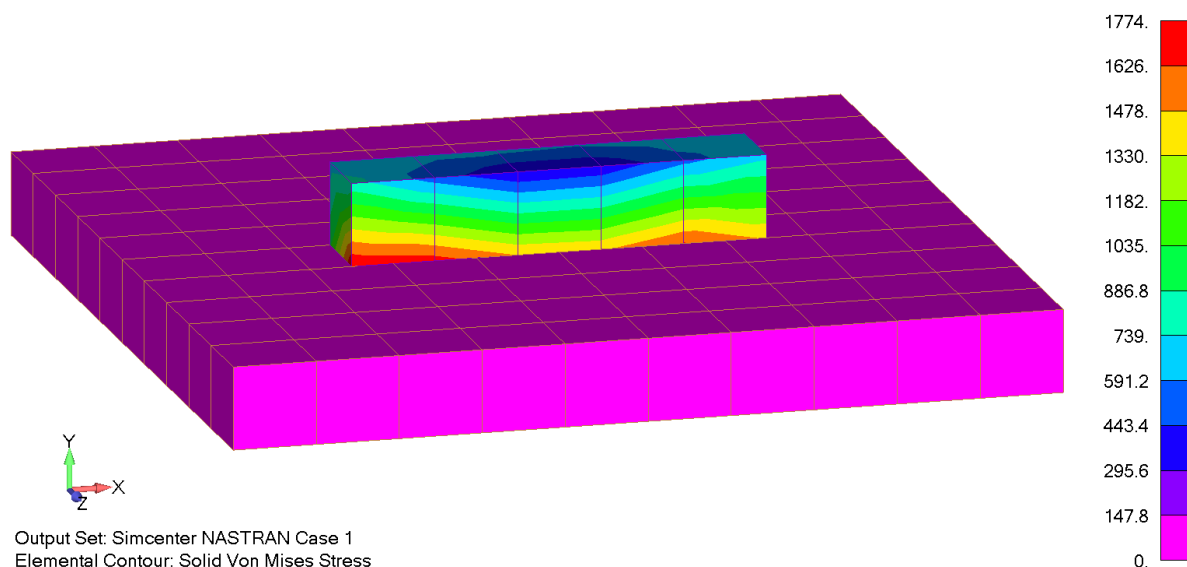


Слика 5.2.8 Поље укупних контактних сила у депонованом материјалу

На сликама 5.2.9 и 5.2.10 представљен је графички приказ поља максималног VonMises-овог еквивалентног напона за депоновани материјал. Приказана су два погледа за добијена решења у временском кораку $t=3.7s$. Максимална вредност VonMises-овог еквивалентног напона је 177.4 [MPa] и лоцирана је у депонованом слоју у месту где су контактне силе највеће.



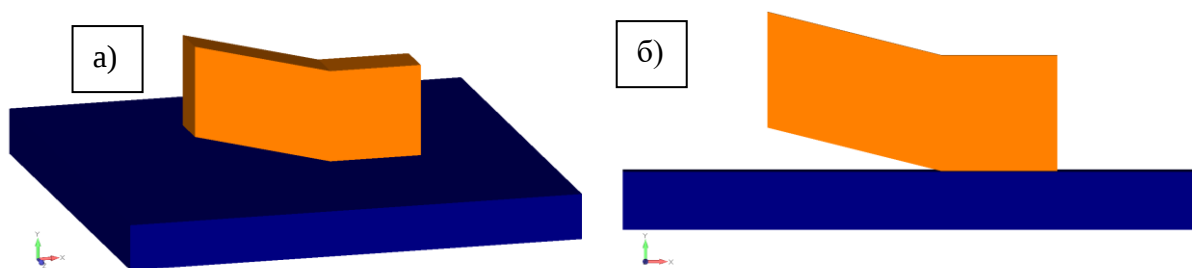
Слика 5.2.9 Поље VonMises-овог еквивалентног напона за депоновани материјал



Слика 5.2.10 Поље *VonMises*-овог еквивалентног напона за депоновани материјал

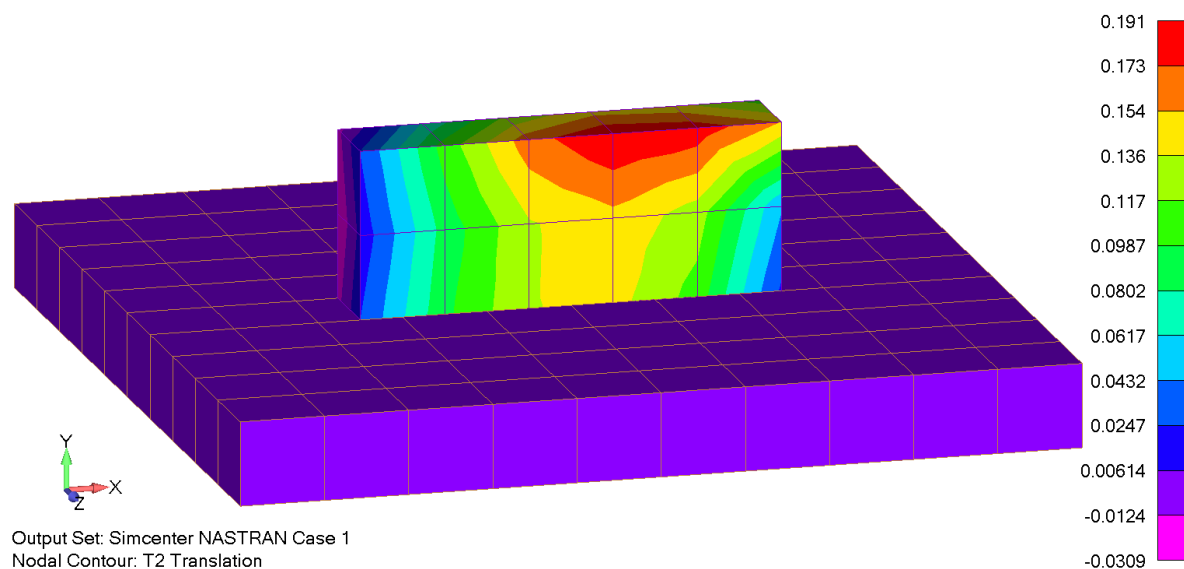
5.3 Температурна деформација услед хлађења за два депонована слоја

Модел 3D коначних елемената са два депонована слоја креиран је у радном окружењу софтверског пакета Femap NX Nastran (Simcenter). Модел се састоји од 110 3D хексаедарских коначних елемената и 290 чворова. У моделу ограничена је основна плоча тако да је кретање свих чворова онемогућено. Оптерећења су у виду температура које се задају у сваком чвору елемената појединачно. Вредности које се задају добијене су из *Transient Heat Transfer* и *Steady State – Heat Transfer* анализе. Укупан број једначина прорачунат за линеарну статичку анализу је 293. Узевши у обзир да су деформације депонованог слоја мале у односу на модел на слици 5.3.1 дат је графички приказ скалираних померања. Поље померања скалирано је хиљаду пута у циљу приказивања одвајања материјала у контактном региону. На датом графичком приказу под *а* је представљен изометријски поглед док је под *б* представљен равански поглед.

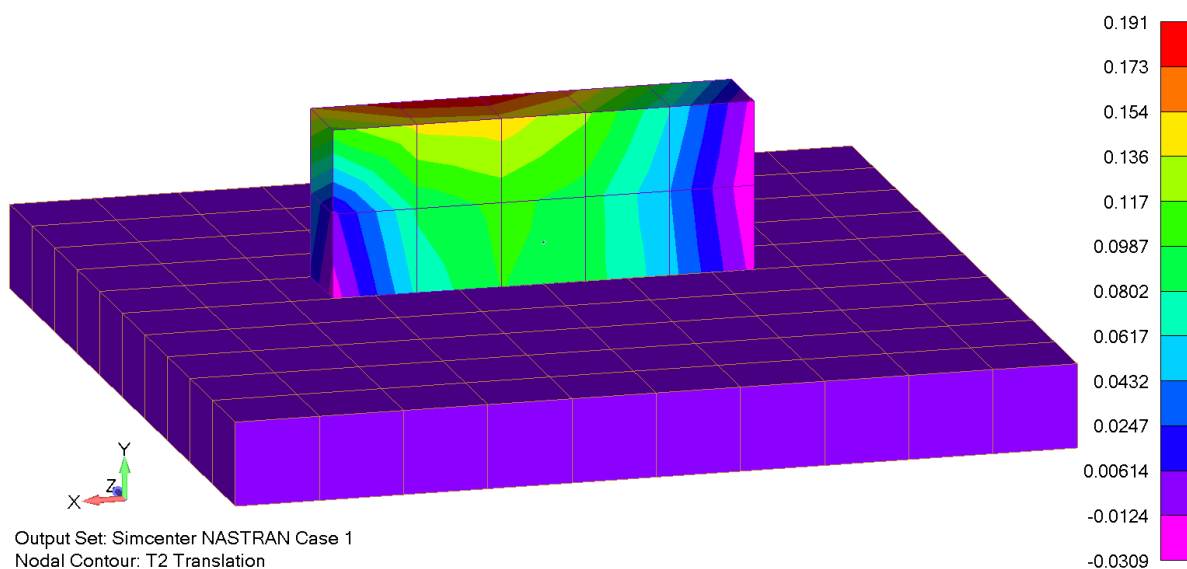


Слика 5.3.1 Графички приказ скалираних деформације

На слици 5.3.2 и 5.3.3 приказано је поље померања у правцу *Y* осе, скала померања дата је у милиметрима. Приказана су два погледа за добијена решења у временском кораку $t=3.7s$. Добијени резултати показују да се депоновани слој одлепљује од основне плоче. Прорачуном је добијено да су максимална померања у правцу управном на раван плоче 1.91 [mm]. Максимална померања су у централном делу депонованог материјала.

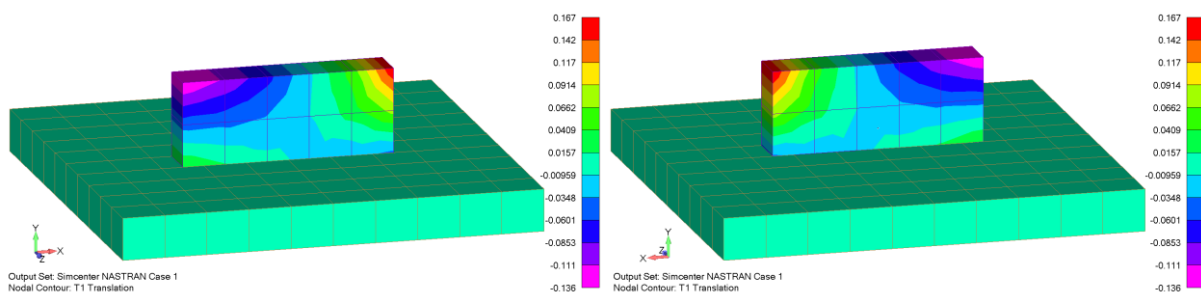


Слика 5.3.2 Поље померања депонованог дела у правцу Y осе

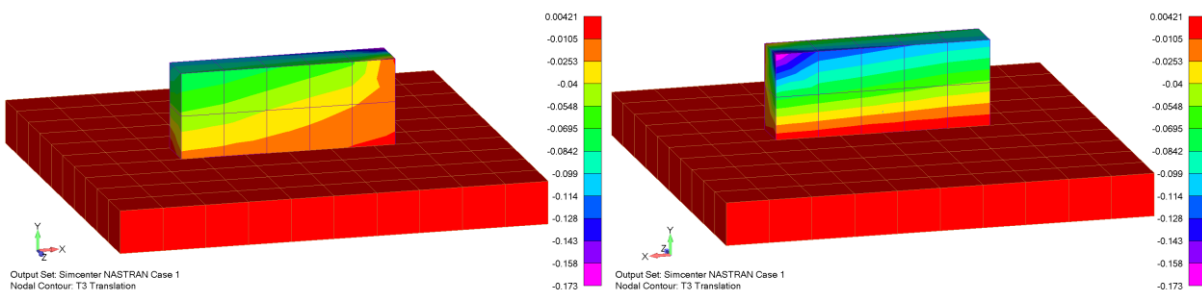


Слика 5.3.3 Поље померања депонованог материјала у правцу осе Y

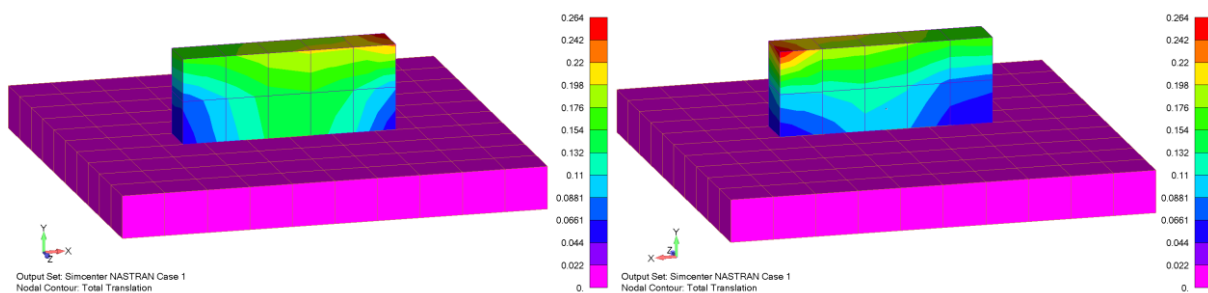
На сликама 5.3.4-5.3.6 представљена је графички приказ поља померања у правцима осе X и Z , као и поље максималног померања, респективно. Приказана су два погледа за добијена решења у временском кораку $t=3.7s$. Добијене вредности показују да долази до експанзије депонованог материјала при очвршћавању као и слегању због утицаја инјекције на основну плочу. Вредност померања у правцу X осе добијене прорачуном износи $1.67[mm]$, у правцу Z осе $0.421[mm]$, док вредност поља укупног померања износи $2.64 [mm]$.



Слика 5.3.4 Поље померања депонованог материјала у правцу осе X

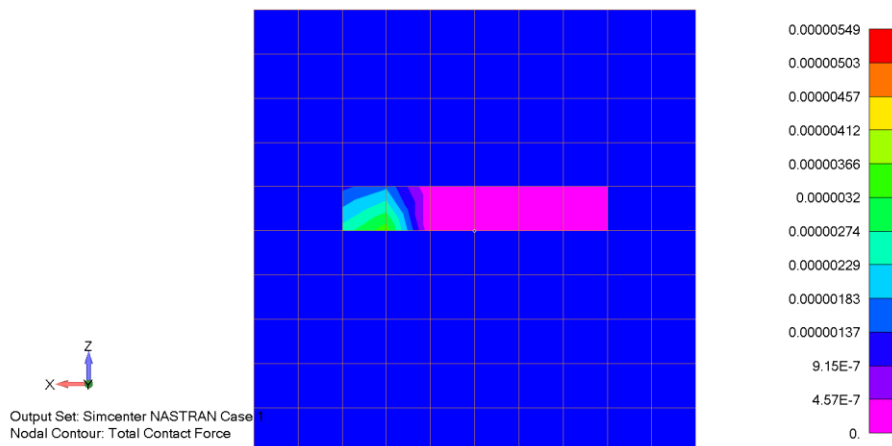


Слика 5.3.5 Поље померања депонованог материјала у правцу осе Z

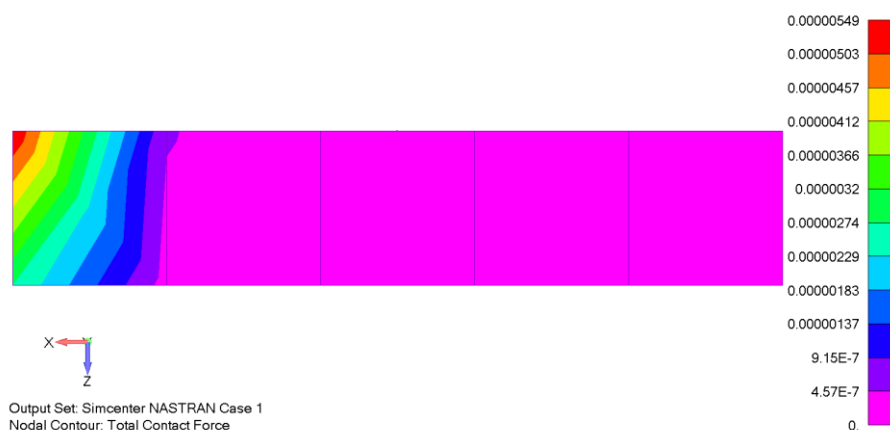


Слика 5.3.6 Поље укупног померања депонованог материјала

На сликама 5.3.7 и 5.3.8 представљен је графички приказ поља укупних контактних сила у основној плочи као и у депонованом слоју. На графичким приказима како у основној плочи тако и у депонованом материјалу, можемо видети да се остварује контакт целом дужином депонованог дела где највећа вредност контактних сила је у регији где се депоновани материјал не одлепљује од основне плоче.

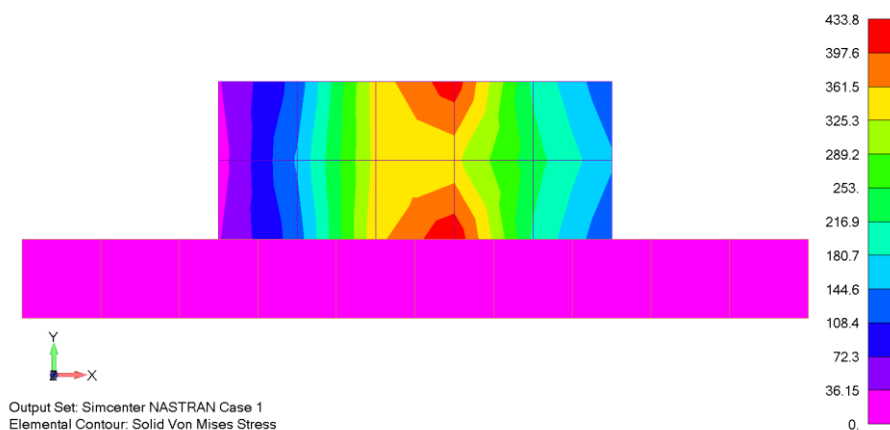


Слика 5.3.7 Поље укупних контактних сила у основној плочи

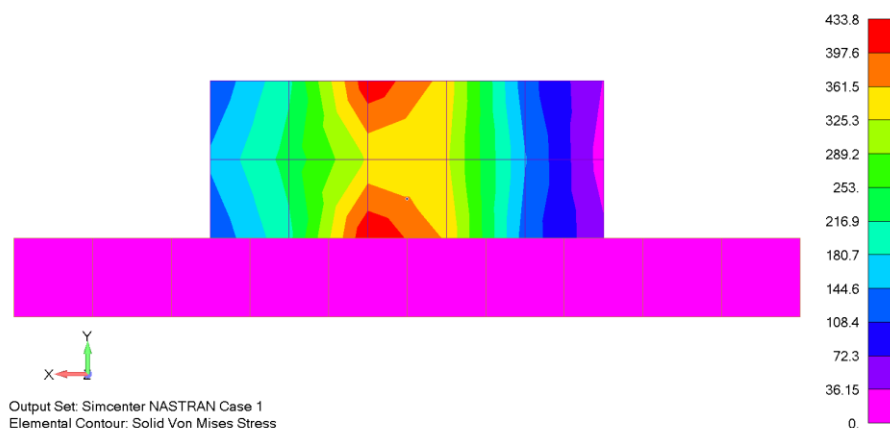


Слика 5.3.8 Поље укупних контактних сила у депонованом материјалу

На сликама 5.3.9 и 5.3.10 представљен је графички приказ поља максималног VonMises-овог еквивалентног напона за депоновани материјал. Приказана су два погледа за добијена решења у временском кораку $t=3.7s$. Максимална вредност VonMises-овог еквивалентног напона је 433.8 [MPa] и лоцирана је у депонованом слоју у месту где су контактне силе највеће.



Слика 5.3.9 Поље VonMises-овог еквивалентног напона за депоновани материјал

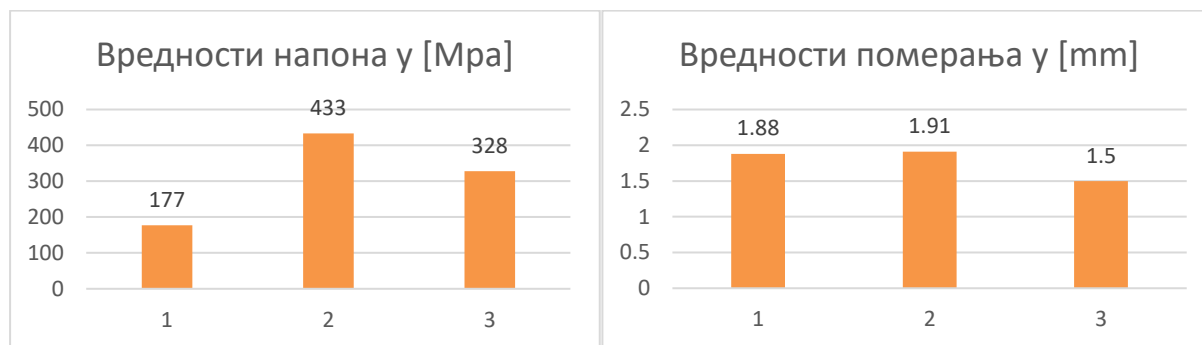


Слика 5.3.10 Поље VonMises-овог еквивалентног напона за депоновани материјал

У референтном раду [12] максимални еластични VonMises-ов напон за целокупан вишеслојан модел износи 328 [MPa] а вредности максималних померања 1.55 [mm]. Можемо

закључити да добијене вредности овим начином прорачуна се донекле поклапају са наведеним радом иако начин приступа анализи није исти. Такође, ови резултати покривају и контакт између основне плоче и депонованог материјала, што није случај са референтним радом.

На слици 5.3.11 дат је графички приказ напона и померања за референтни рад [12], модел са једним депонованим слојем и модел са два депонована слоја. Са слике можемо закључити да се резултати добијени нумеричком анализом у софтверском пакету Femap NX Nastran (Simcenter) поклапају у поприличној мери са добијеним вредностима из референтног рада [12]. Вредности напона осцилују због броја депонованих слојева, наиме у референтном раду [12], моделирано је пет слојева, другачије геометрије, са ситнијом мрежом. Док се вредности поља померања поклапају у великој мери.



Слика 5.3.11 Графички приказ вредности напона и померања

- 1) Модел са једним депонованим слојем
- 2) Модел са два депонована слоја
- 3) Референтни рад [12]

6. Закључак

Од почетка осамдесетих година па све до данас све већи значај у индустрији представљају брзе производне технологије. Под брзим производним технологијама подразумева се читав низ релативно нових технолошких поступака који омогућавају директну производњу комплексних физичких објеката користећи као улаз тродимензионални дигитални геометријски модел. Једна од најзаступљених и најпространијих брзих производних технологија је тродимензионална штампа. Током година, адитивна производња се развијала и данас постоји велики број комерцијализованих технологија. Као једну од водећих технологија, моделирање депоновањем истопљеног материјала је узета као метода која ће бити представљена у раду. Метода моделирања депоновањем истопљеног материјала представља технологију која се најчешће користи у односу на све друге методе истискања тј. екструдирања материјала.

FDM заузима више од половине глобалне заступљености као метод тродимензионалне штампе. Самим тим, унапређење овог процеса као и предвиђања понашања модела су веома битна ставка великим предузећима. Већина истраживања користила је у својим анализама дводимензионалне моделе у циљу проучавања FDM-а методом коначних елемената. Недостатак у овим истраживањима представља чињеница да се не узимају у обзир геометријске промене током депоновања истопљеног материјала. Највећи допринос у моделирању FDM процеса допринела је група истраживача из Италије. Успели су у потпуности да симулирају процес тродимензионалне штампе методом депоновања истопљеног материјала. Резултате које су добили анализом упоредили су са експерименталним вредностима и добили поклапања у великом проценту.

Циљ овог рада јесте био креирање тродимензионалних модела којим се може представити процес екструдирања истопљеног материјала. Један од главних ставки на који је дат посебан осврт јесте проблем раздвајања депонованог материјала од основне плоче. Дате су теоријске основе методе коначних елемената, провођења температуре, механике контакта као и поставка модела. Тродимензионални модели су прво термална па затим и механички анализирани у софтверском пакету Femap коришћењем солвера Nastran. Добијени резултати поређени су са резултатима групе истраживача из Италије. Евидентно је да су померања у оба модела приближна вредностима добијеним у наведеном раду. Напонске деформације са повећањем броја слојева су ближе поклапању са наведеним радом. Такође један од циљева рада јесте био и да се прикаже да при штампању екструдирањем истопљеног материјала FDM-ом долази до раздвајања слоја од основне плоче. Самим тим можемо закључити да су циљеви овог рада у великој мери реализовани.

Како су ово веома младе технологије које се брзо развијају, још увек нису довољно истражене, што оставља простора за дубље и детаљније студије на ову тему, али несумњиво је да ће њихова примена узети све већи мах и учинити их неизоставним сегментом реализације идеја и креирања готових производа.

Литература

- [1] Р. Славковић, М. Живковић, Н. Грујовић, М. Којић, Метод коначних елемената 1 - Линеарна анализа, Крагујевац: Машински факултет, 2010.
- [2] Трајановић М., Грујовић Н., Миловановић Ј., Миливојевић В., Рачунарски подржане брзе производне технологије, Машински факултет у Крагујевцу, Центар за информационе технологије, 2008
- [3] Ji, L. and Zhou, T. (2010), "Finite element simulation of temperature field in fused deposition modeling", *Advanced Materials Research* **97**, 2585–2588.
- [4] Zhang, Y., Chou, K. (2008), "A parametric study of part distortions in fused deposition modelling using three-dimensional finite element analysis", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture* **222**(8), 959–968.
- [5] Ziemian, C., Sharma, M. and Ziemian, S. (2012a), "Anisotropic mechanical properties of ABS parts fabricated by fused deposition modelling", in M. Gokcek, ed., *Mechanical Engineering, InTech*
- [6] Ziemian, C., Sharma, M. and Ziemian, S. (2012b), "Innovation and intellectual property rights", in M. Gokcek, ed., *Mechanical Engineering, InTech*.
- [7] Singamneni, S., Roychoudhury, A., Diegel, O. and Huang, B. (2012), "Modeling and evaluation of curved layer fused deposition", *Journal of Materials Processing Technology* **212**(1), 27–35.
- [8] Domingo-Espin, M., Puigoriol-Forcada, J. M., Garcia-Granada, A.-A., Llumà, J., Borros, S. and Reyes, G. (2015), "Mechanical property characterization and simulation of fused deposition modeling polycarbonate parts", *Materials and Design* **83**, 670–677.
- [9] Shahrain, M., Didier, T., Lim, G. K. and Qureshi, A. J. (2016), "Fast deviation simulation for "fused deposition modeling" process", *Procedia CIRP* **43**, 327–332.
- [10] Lieneke, T., Denzer, V., Adam, G. A. O. and Zimmer, D. (2016), "Dimensional tolerances for additive manufacturing: Experimental investigation for fused deposition modeling", *Procedia CIRP* **43**, 286–291.
- [11] Ramanath, H. S., Chua, C. K., Leong, K. F. and Shah, K. D. (2008), "Melt flow behaviour of poly-ε-caprolactone in fused deposition modelling", *Journal of Materials Science: Materials in Medicine* **19**(7), 2541–2550.
- [12] Bellehumeur, C., Li, L., Sun, Q. and Gu, P. (2004), "Modeling of bond formation between polymer filaments in the fused deposition modeling process", *Journal of Manufacturing Processes* **6**(2), 170–178.
- [13] Ahn, D., Kweon, J.-H., Kwon, S., Song, J. and Lee, S. (2009), "Representation of surface

- [14] Boschetto, A. and Bottini, L. (2015), "Roughness prediction in coupled operations of fused deposition modeling and barrel finishing", *Journal of Materials Processing Technology* **219**, 181–192.
- [15] Guo, N., and Leu, M., 2013, "Additive Manufacturing: Technology, Applications and Research Needs," *Front. Mech. Eng.*, 8(3), pp. 215–243.
- [16] Buggeda, G., Cervera, M., Lombera, G., and Onate, E. Numerical analysis of stereolithography processes using the finite element method. *Rapid Prototyping J.*, 1995, 1(2), 13–23.
- [17] Sonmez, F. O. and Hahn, T. H. Thermomechanical analysis of the laminated object manufacturing (LOM) process. *Rapid Prototyping J.*, 1998, 4(1), 26–36.
- [18] Dalgarno, K. W., Childs, T. H. C., Rowntree, I., and Rothwell, L. Finite element analysis of curl development in the selective laser sintering process. In *Proceedings of the 7th Solid Freeform Fabrication Symposium*, 1996, pp. 559–566 (University of Texas, Austin, Texas).
- [19] Chin, R. K., Beuth, J. L., and Amon, C. H. Thermomechanical modeling of successive material deposition in layered manufacturing. In *Proceedings of the 7th Solid Freeform Fabrication Symposium*, 1996, pp. 507–514 (University of Texas, Austin, Texas).
- [20] Chin, R. K., Beuth, J. L., and Amon, C. H. Successive deposition of metals in solid freeform fabrication processes, Part 1: thermomechanical models of layers and droplet columns. *J. Mfg Sci. Engng*, 2001, 123, 623–631.
- [21] Chin, R. K., Beuth, J. L., and Amon, C. H. Successive deposition of metals in solid freeform fabrication processes, Part 2: thermomechanical models of adjacent droplets. *J. Mfg Sci. Engng*, 2001, 123, 632–638.
- [22] Beuth, J. L. and Narayan, S. H. Residual stress-driven delamination in deposited multi-layers. *Int. J. Solids Structs*, 1996, 33(1), 65–78.
- [23] Auricchio, F., Greco, A., Alaimo, G., Giacometti, V., Marconi, S., and Mauri, V., 2017, "3D Printing Technology for Buildings Accessibility: The Tactile Map for MTE Museum in Pavia," *J. Civ. Eng. Archit.*, 11, pp. 736–747.
- [24] Zhang, Y., and Chou, Y., 2006. "Three-Dimensional Finite Element Analysis Simulations of the Fused Deposition Modeling Process," *Proc. Inst. Mech. Eng.*, Part B, 220(10), pp. 1663–1671.
- [25] Alberto Cattenone, et al. October 2018, *Finite Element Analysis of Additive Manufacturing Based on Fused Deposition Modeling: Distortions Prediction and Comparison With Experimental Data*
- [26] Ostachowicz, W., 1984, "Mixed Finite Element Method for Contact Problems", *Computer & Structures*, Vol. 18, No. 5, pp. 937-945.
- [27] Hughes, T. J. R., Taylor, R. L. and Kanoknukulchai, W., 1984, "A Finite Element Method for Large Displacement Contact and Impact Problems", *Formulations and*

- Computational Algorithms in Finite Element Analysis, Proc. U.S.-Germany Symp. MIT, pp. 469-495.
- [28] Guerra, F. M. and Browning, R. V., 1983, "Comparison of Two Slideline Methods Using Adina", Computer & Structures, Vol. 17, No. 5-6, pp. 819-834.
 - [29] Böhm, J., 1987, "A Comparison of Different Contact Algorithms with Applications", Computers & Structures, Vol. 26, No. 1/2, pp. 207-221.
 - [30] Johnson, A. R. and Quigley, C. J., 1989, "Frictionless Geometrically Non-Linear Contact Using Quadratic Programming", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 28, pp. 127-144.
 - [31] Eterovic, A. L. and Bathe, K. J., 1990, "On Large Strain Elasto-Plastic Analysis with Frictional Contact Conditions", Proceedings of the Conference on 212 Numerical Methods in Applied Science and Industry, Politecnico di Torino, Torino.
 - [32] Eterovic, A. L. and Bathe K. J., 1990, "An Interface Interpolation Scheme for Quadratic Convergence in the Finite Element Analysis of Contact Problems", working document for Nonlinear Computational Mechanics - State of the Art, Springer-Verlag, Berlin.
 - [33] Johnson, G. R. and Stryk, R. A., 1989, "Dynamic Three Dimensional Computations for Solids, with Variable Nodal Connectivity for Severe Distortions", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 28, pp. 817-832. Johansson, L., 1993, "Contact with Friction Between Two Elastic Half-Planes", Journal of Applied Mechanics, Vol. 60, pp. 737-742.
 - [34] Femap, Finite Element Modeling and PostProcessing Application FEMAP v12, Siemens, 2019.